А. ШАТКОВСКИ

МЕТОД КАЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА АВТОНОМНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Резюме

Представлены методы качественного анализа поведения широкого класса автономных нелинейных электронных схем. Главными вопросами рассматриваемыми в труде являются анализ и синтез консервативных схем, существование и стабильность точек равновесия и критерии ограниченности решений уравнений состояния для рассматриваемого класса схем. Представленная модель нелинейной схемы удовлетворяет натуральным образом ряд физических предпосылок.

Приведенные результаты можно использовать для составления алгоритмов качественного анализа на Э.В.М. автономных нелинейных электронных схем.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 403—424

621.317.75

Analiza właściwości linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej Część I. Analiza właściwości opóźniających szerokopasmowych linii przesyłowych

BOGDAN GOŁAJ (WARSZAWA)

Centralny Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Aparatury Badawczej i Dydaktycznej

Otrzymano 30.10.1978

Artykuł składa się z dwóch części. W pierwszej części przeprowadzono teoretyczną analizę właściwości opóźniających szerokopasmowych linii przesyłowych. W wyniku analizy sformułowano kryteria oceny i wyboru typu linii do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego.

W drugiej części artykułu omówiono właściwości nowego typu linii opóźniającej, nazwanej przez autora bifilarną linią opóźniającą. Podano zasadę konstrukcji, sposób wykonania oraz wyniki badań doświadczalnych modelu tej linii. Ponadto przedstawiono krótką ocenę światowego poziomu rozwiązań konstrukcyjnych linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej.

1. WPROWADZENIE

Na podstawie dostępnej autorowi literatury naukowo-technicznej, np. [2, 7, 10, 11], należy stwierdzić, że dotychczas do opóźnienia sygnałów elektrycznych w oscyloskopowej technice próbkującej wykorzystywane są dwa typy linii przesyłowych z dielektrykiem stałym: współosiowa linia kablowa oraz symetryczna linia paskowa. W ramach tych dwóch podstawowych typów linii istnieje również możliwość budowy linii przesyłowych z dielektrykiem powietrznym. Właściwości linii przesyłowych są dobrze poznane i opisane w szeregu prac, np. [2, 3, 8, 9].

Pomimo istnienia znacznej liczby prac teoretycznych mających na celu określenie podstawowych parametrów linii przesyłowych, brak jest jednak jednoznacznej analizy porównawczej poszczególnych typów linii w aspekcie wykorzystania ich do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego [7]. Stosowane dotychczas metody analizy obejmują jedynie poszczególne typy linii przesyłowych pod kątem ich właściwości przesyłowych, a nie opóźniających.

Analiza linii współosiowej prowadzona jest w oparciu o klasyczną teorię pola elektromagnetycznego oraz metody analizy funkcji zmiennych zespolonych. Oprócz tej metody, zwanej metodą polową, stosowana jest również tzw. metoda obwodowa. Metoda ta polega na podzieleniu linii na elementarne odcinki o takiej długości, wzdłuż których chwilowa

wartość napięcia i prądu może być przyjęta jako stała. W ten sposób model linii o stałych rozłożonych zostaje zastąpiony modelem o stałych skupionych. W wyniku analizy, zarówno metodą polową jak i metodą obwodową, uzyskuje się zależności określające podstawowe parametry linii — impedancję falową, współczynnik tłumienia oraz parametry jednostkowe — rezystancję, konduktancję, indukcyjność i pojemność. Jest rzeczą zrozumiałą, że metoda obwodowa jest przybliżona w stosunku do metody polowej i może być stosowana jedynie w bardzo ograniczonym zakresie częstotliwości.

Znacznie trudniejsza pod względem analizy jest linia paskowa symetryczna. Klasyczna metoda analizy symetrycznej linii paskowej opiera się również na teorii pola elektromagnetycznego oraz na metodzie odwzorowań konforemnych obszarów wielospójnych [9]. Metoda ta prowadzi jednak do trudnych pod względem rachunkowym problemów. Nawet w przypadku uproszczonego modelu linii z nieskończenie cienkimi paskami dochodzi się do skomplikowanych rachunkowo równań przestępnych z całkami eliptycznymi. Z tego powodu stosuje się uproszczone modele linii ułatwiające analizę pod względem rachunkowym, niemniej jednak wymagających stosowania metod analizy numerycznej w szeregu lokalnych problemów rachunkowych. W zależności od przyjętego modelu linii oraz poczynionych dalszych założeń upraszczających uzyskiwane są różne, zazwyczaj bardzo złożone zależności, określające podstawowe parametry symetrycznej linii paskowej.

Dotychczasowe rozwiązania konstrukcyjne linii opóźniających w oparciu o linie przesyłowe nie zapewniają pożądanych parametrów technicznych. Trudności budowy linii opóźniających o korzystnych parametrach technicznych spowodowane są również brakiem jednoznacznej analizy porównawczej poszczególnych typów linii przesyłowych w aspekcie wykorzystania ich do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego. Stąd powstaje pytanie: który z czterech typów linii przesyłowych jest optymalny do opóźniania sygnałów elektrycznych? Odpowiedź na to pytanie w praktyce może być bardzo złożona, bowiem uzależniona jest ona również od szeregu czynników pozanaukowych, jak np.: dostępności materiałów, możliwości technologicznych, kosztów wytwarzania itp. Niemniej jednak, zdaniem autora, poważnym ułatwieniem byłaby tutaj znajomość wartości stosunku współczynników tłumienia porównywanych typów linii przesyłowych przy jednoznacznie określonych kryteriach ich równoważności konstrukcyjnej. Przeprowadzona w niniejszym artykule analiza teoretyczna ma na celu rozwiązanie tego problemu.

Pierwsza część analizy obejmuje linię współosiową i symetryczną linię paskową. Przyjęta przez autora metoda analizy porównawczej obydwu typów linii polega na formalnych przekształceniach znanych zależności wynikających z analizy polowej oraz na znalezieniu określonych układów równań algebraicznych w oparciu o przyjęte kryteria równoważności konstrukcyjnej. Rozwiązanie tego układu równań doprowadziło do znalezienia poszukiwanych zależności, które zostały przedstawione w formie graficznej.

Druga część analizy obejmuje współosiową linię opóźniającą wypełnioną dielektrykiem stałym i analogiczną linię wypełnioną dielektrykiem powietrznym z pominięciem wpływu podpór przewodu wewnętrznego linii. Metoda analizy jest tutaj podobna do poprzedniej z tą różnicą, że osobno analizowany jest stosunek współczynników tłumienia i w przewodach obu linii oraz stosunek współczynnika tłumienia w ośrodku dielektrycznym linii dielektrycznej do współczynnika tłumienia w przewodach linii powietrznej.

Trzecia część analizy obejmuje wpływ podpór dielektrycznych przewodu wewnętrznego

współosiowej linii powietrznej na wartość jej tłumienia. Przyjęta metoda analizy, polegająca na superpozycji kolejnych odbić sygnału od poszczególnych podpór, pozwoliła określić wypadkowy współczynnik tłumienia spowodowany tym efektem. W rezultacie możliwe stało się określenie wypadkowego stosunku tłumienia współosiowej linii opóźniającej z dielektrykiem stałym do wypadkowego tłumienia równoważnej jej konstrukcyjnie rzeczywistej linii powietrznej z podporami przewodu wewnętrznego.

Wyniki analizy oraz właściwa ich interpretacja umożliwiły budowę nowego typu linii opóźniającej o parametrach technicznych zdecydowanie korzystniejszych od dotychczasowych rozwiązań w tym zakresie. Linia ta, nazwana przez autora bifilarną linią opóźniającą, posiada znacznie większą wartość granicznej częstotliwości pasma przenoszenia od dotychczas stosowanych linii przesyłowych, przy jednocześnie mniejszych rozmiarach i ciężarze.

Zasada konstrukcji, sposób wykonania oraz właściwości bifilarnej linii opóźniającej zostały przedstawione w drugiej części niniejszego artykułu.

2. SFORMUŁOWANIE ZAŁOŻEŃ ANALIZY

Generalnym założeniem dotyczącym wszystkich analizowanych typów linii jest przyjęcie, że w jednorodnym ośrodku dielektrycznym każdej linii jest przenoszona tylko podstawowa fala rodzaju TEM. Warunek ten sprowadza się do stwierdzenia, że graniczna długość λ_g przenoszonej przez linię fali elektromagnetycznej nie może być mniejsza od tzw. krytycznej długości fali λ_k. W przeciwnym razie należy się bowiem liczyć z powstaniem wyższych rodzajów pola elektromagnetycznego posiadających składowe wzdłużne powodujące wzrost tłumienia i zniekształceń przenoszonych przez linie sygnałów [2, 9]. Dla linii współosiowej warunek ten można wyrazić następująco [4, 5]

$$\lambda_g > \lambda_k \cong \frac{\pi}{2}(D+d)\sqrt{\varepsilon}, \tag{2.1}$$

gdzie:

ε — względna przenikalność elektryczna ośrodka dielektrycznego,
D — wewnętrzna średnica przewodu zewnętrznego,
d — zewnętrzna średnica przewodu wewnętrznego.

Natomiast dla symetrycznej linii paskowej powinny być spełnione jednocześnie dwa następujące warunki [3, 9]

$$\lambda_g > \lambda_k \cong 4h \tag{2.2}$$

oraz

$$\lambda_g > \lambda_k \cong 4l, \tag{2.3}$$

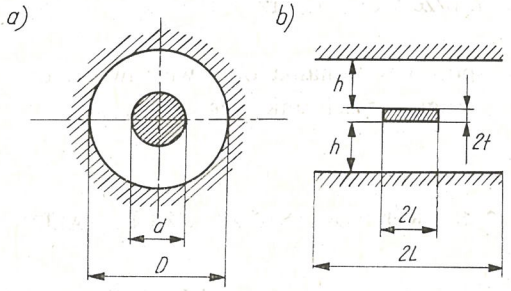
gdzie:

h — połowa wysokości linii,
l — połowa szerokości paska wewnętrznego.

Na rys. 1 przedstawiono przekroje poprzeczne poszczególnych typów linii oraz oznaczono odpowiednie ich wymiary.

Analiza porównawcza określonych typów linii wymaga ustalenia odpowiednich kryteriów ich równoważności konstrukcyjnej. W przypadku analizy porównawczej symetrycznej linii paskowej i linii współosiowej, za kryteria te autor przyjął:

1. równość impedancji falowych,
2. identyczność ośrodków dielektrycznych i materiału przewodów,
3. równość powierzchni przekrojów poprzecznych.



Rys. 1. Przekroje poprzeczne linii przesyłowych: a) linia współosiowa, b) linia paskowa symetryczna

Natomiast w przypadku analizy linii współosiowych o różnych ośrodkach dielektrycznych wypełniających przestrzeń pomiędzy przewodem wewnętrznym i ekranem linii, za kryteria równoważności konstrukcyjnej autor przyjął:

1. równość impedancji falowych,
2. identyczność materiałów przewodów,
3. równość powierzchni przekrojów poprzecznych,
4. równość opóźnień.

Analiza tłumienia w przewodach linii ograniczona jest jedynie do strat energii związanych z efektem naskórkowości. W tej sytuacji tłumienie w przewodach linii jest proporcjonalne do rezystancji powierzchniowej materiału przewodów. Zgodnie z definicją [9], pod pojęciem rezystancji powierzchniowej należy rozumieć stosunek rezystancji właściwej materiału przewodów do grubości warstwy naskórkowej. Grubość warstwy naskórkowej jest z kolei proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z rezystancji właściwej materiału przewodów i odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z częstotliwości. Przyjęcie założenia o identyczności materiałów przewodów oznacza zatem, że dla określonej częstotliwości rezystancje powierzchniowe porównywanych linii są sobie równe.

Powierzchnię przekroju poprzecznego linii współosiowej wyznacza koło o średnicy równej wewnętrznej średnicy przewodu zewnętrznego linii. Natomiast powierzchnię przekroju poprzecznego symetrycznej linii paskowej wyznacza prostokąt, którego jeden bok jest równy szerokości linii, zaś drugi stanowi odległość pomiędzy wewnętrznymi powierzchniami zewnętrznych pasków ekranujących.

3. ANALIZA TŁUMIENIA SYMETRYCZNEJ LINII PASKOWEJ W ODNIESIENIU DO LINII WSPÓŁOSIOWEJ

Mając na uwadze uprzednio poczynione założenia, zostanie rozpatrzony jedynie stosunek współczynników tłumienia K_m w przewodach linii wywołanych efektem naskórkowości.

$$K_m = \frac{\alpha_{mp}}{\alpha_{mw}}, \tag{3.1}$$

gdzie:

α_{mp} — współczynnik tłumienia w przewodach linii paskowej symetrycznej,

α_{mw} — współczynnik tłumienia w przewodach linii współosiowej.

W teorii pola dowodzi się, że współczynnik tłumienia w przewodach linii przesyłowej przenoszącej falę rodzaju TEM wyraża się następująco [9]:

$$\alpha_m = \frac{R_s}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}\,\frac{\int_l \left|\frac{\partial V}{\partial n}\right|^2 dl}{||\nabla V||^2}, \tag{3.2}$$

gdzie:

R_s — rezystancja powierzchniowa materiału przewodów linii,

ε_a — przenikalność elektryczna ośrodka dielektrycznego,

μ_a — przenikalność magnetyczna materiału przewodów,

wyrażenie w liczniku — całka liniowa po brzegu przekroju poprzecznego linii kwadratu pochodnej normalnej potencjału,

wyrażenie w mianowniku — kwadrat normy gradientu tego potencjału.

Natomiast impedancja falowa Z_o linii dla fali rodzaju TEM wyraża się następująco [9]:

$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}\,\frac{1}{||\nabla V||^2}. \tag{3.3}$$

Zależność (3.2) można zatem wyrazić następująco:

$$\alpha_m = \frac{R_s}{2Z_o}\int_l \left|\frac{\partial V}{\partial n}\right|^2 dl. \tag{3.4}$$

Uwzględniając pierwsze i drugie kryterium równoważności konstrukcyjnej, stosunek K_m współczynników tłumienia w przewodach obydwu typów linii nie zależy od częstotliwości i zgodnie z zależnością (3.4) wyrazi się następująco:

$$K_m = \frac{\int_{l_p} \left|\frac{\partial V_p}{\partial n}\right|^2 dl_p}{\int_{l_w} \left|\frac{\partial V_w}{\partial n}\right|^2 dl_w}, \tag{3.5}$$

gdzie indeks p dotyczy linii paskowej, zaś indeks w — linii współosiowej.

Określenie wartości współczynnika K_m sprowadza się zatem do obliczenia odpowiednich

całek liniowych kwadratu pochodnych normalnych potencjałów linii. Jak się okaże, całki te są jedynie funkcją wymiarów geometrycznych linii.

Na podstawie pracy [9] nie trudno wykazać, że dla linii współosiowej

$$\int_{l_w} \left|\frac{\partial V_w}{\partial n}\right|^2 dl_w = \frac{2\pi}{\left(\ln\frac{D}{d}\right)^2}\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{d}\right) \tag{3.6}$$

oraz dla linii paskowej symetrycznej

$$\int_{l_p} \left|\frac{\partial V_p}{\partial n}\right|^2 dl_p = \frac{4}{\pi(h+l_1)}\left[\ln\left(\frac{2}{t_1}\right)+\pi(2l_1+1)\right], \tag{3.7}$$

gdzie:

$$t_1 = \frac{t}{h+t}, \quad l_1 = \frac{l}{h+t}. \tag{3.8}$$

Należy w tym miejscu podkreślić, że zależność (3.7) jest słuszna, jeżeli są spełnione zgodnie z [9] następujące warunki:

1. środkowy pasek jest dostatecznie cienki,
   tzn. $t_1 \ll 1$,
2. środkowy pasek jest dostatecznie szeroki,
   tzn. $l_1 \gg \frac{1}{\pi}\ln\left(\frac{4}{t_1}\right)$,
3. zewnętrzne paski ekranujące są nieskończenie szerokie.

Opierając się na zależnościach (3.6) i (3.7), współczynnik K_m wyraża się następująco:

$$K_m = \frac{2\left[\ln\frac{2}{t_1}+\pi(2l_1+1)\right]\left(\ln\frac{D}{d}\right)^2}{\pi^2(h+t)\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{d}\right)}. \tag{3.9}$$

Zależność ta jest funkcją wszystkich wymiarów geometrycznych zarówno linii paskowej jak i współosiowej. Z tego względu jest ona bardzo niedogodna do interpretacji i można ją sprowadzić do dogodniejszej postaci

$$K_m = f\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{przy} \quad \frac{D}{2t} = \text{const}. \tag{3.10}$$

W tym celu zostaną wykorzystane przyjęte uprzednio kryteria równoważności konstrukcyjnej, a ponadto warunek minimalnej szerokości linii paskowej pozwalający na pominięcie efektu promieniowania zewnętrznego linii i związanych z tym strat energii, wyrażony zależnością

$$2L = 2l+8(h+t). \tag{3.11}$$

Autor dokonał prostego obliczenia strat energii wynikających z efektu promieniowania zewnętrznego linii przy spełnieniu warunku (3.11).

Tłumienie pola elektromagnetycznego w przekroju symetrycznej linii paskowej wzdłuż osi równoległej do przewodów linii i przechodzącej przez pasek środkowy wyraża się prostą zależnością [9]

$$\alpha = \frac{27}{2h} \quad [\text{dB/jedn. dł.}]. \tag{3.12}$$

Wobec tego tłumienie pola elektromagnetycznego na krańcach przekroju, tj. w odległości L od środka przewodu wewnętrznego wyniesie

$$\alpha = \frac{27}{2h} L \quad [\text{dB}]. \tag{3.13}$$

Podstawiając zamiast L zależność (3.11) oraz przyjmując jednocześnie, że $h+t \approx h$ otrzymuje się

$$\alpha = 13{,}5\frac{l}{h} + 54 \ [\text{dB}]. \tag{3.14}$$

Stosunek l/h dla linii o impedancji falowej 50 Ω z dielektrykiem o $\varepsilon = 1 \div 2$ i stosunku $t/h = 0 \div 0{,}25$ zawiera się w granicach [3]

$$\frac{l}{h} = 0{,}5 \div 1. \tag{3.15}$$

Przyjmując najmniej korzystny przypadek, tj. $l/h = 0{,}5$, tłumienie pola elektromagnetycznego na krańcach przekroju linii wynosi ponad 60 dB. Tłumienie pola na krańcach przekroju o ponad 60 dB oznacza, że straty energii, wynikające z efektu promieniowania zewnętrznego linii, są rzeczywiście pomijalne małe i w sumie nie przekraczają 0,2% przenoszonej przez linię energii fali.

Na podstawie pracy [9] można wykazać, że impedancje falowe linii paskowej i współosiowej wynoszą odpowiednio

$$Z_{op} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \frac{\pi}{4\left(2\ln 2 + \pi\frac{l}{h+t}\right)} \tag{3.16}$$

oraz

$$Z_{ow} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \ln\frac{D}{d}. \tag{3.17}$$

Po uwzględnieniu zależności (3.16) i (3.17) oraz warunku (3.11), kryteria równoważności konstrukcyjnej można wyrazić następująco:

$$1.\ \frac{1}{2\pi}\ln\frac{D}{d} = \frac{\pi}{4\left(2\ln 2 + \pi\frac{l}{h+t}\right)}, \tag{3.18}$$

$$2.\ \pi D^2 = 16L(h+t), \tag{3.19}$$

$$3.\ 2L = 2l + 8(h+t). \tag{3.20}$$

Oznaczając

$$x_1 = h+t, \quad x_2 = l, \quad x_3 = L, \tag{3.21}$$

otrzymuje się

$$K_m = \frac{2\left(\ln\frac{D}{d}\right)^2\left[\ln\left(2\frac{x_1}{t}\right)+\pi\left(2\frac{x_2}{x_1}+1\right)\right]}{\pi^2\left(\frac{x_1}{D}+\frac{x_1}{d}\right)}. \tag{3.22}$$

Natomiast kryteria równoważności konstrukcyjnej przyjmą postać:

$$1.\ \frac{x_2}{x_1} = \frac{\pi^2-4\ln 2\left(\ln\frac{D}{d}\right)}{2\pi\left(\ln\frac{D}{d}\right)}, \tag{3.23}$$

$$2.\ x_1 x_3 = \pi D^2/16, \tag{3.24}$$

$$3.\ x_3 = x_2+4x_1 \tag{3.25}$$

Rozwiązując powyższy układ równań względem x_1, x_2 i x_3 otrzymuje się:

$$x_1 = \frac{\pi D}{4}\sqrt{\frac{2\left(\ln\frac{D}{d}\right)}{\pi^2+(8\pi-4\ln 2)\ln\frac{D}{d}}}. \tag{3.26}$$

Podstawiając z kolei do zależności (3.22) wyrażenie (3.23) i (3.26), autor otrzymał poszukiwaną zależność (3.10)

$$K_m = f\left(\frac{D}{d}\right) \quad \text{przy} \quad \frac{D}{2t} = \text{const.}$$

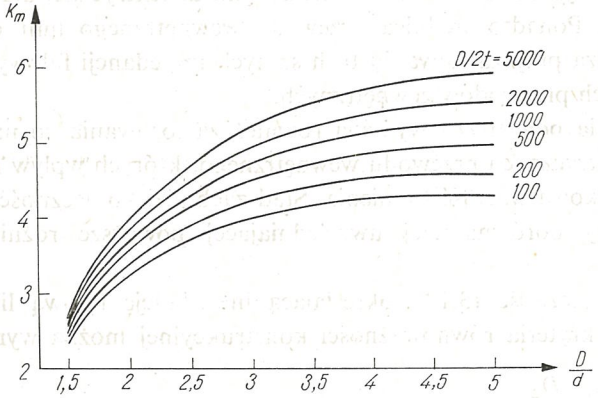
Odpowiednie wykresy współczynnika $K_m = f\left(\frac{D}{d}\right)$, dla niektórych wartości stosunku $D/2t$, zostały przedstawione na rys. 2.

Na podstawie przedstawionych na rys. 2 wykresów można stwierdzić, że dla stosunku średnic $D/d = 2{,}3$ oraz stosunku $D/2t = 500$, tłumienie w przewodach linii paskowej symetrycznej jest 3,9 razy większe od analogicznego tłumienia równoważnej jej konstrukcyjnie linii współosiowej. Ze wzrostem tych stosunków tłumienie to rośnie. Podane przykładowo wartości liczbowe dotyczą linii z dielektrykiem powietrznym o impedancji falowej 50Ω, przy czym średnica $D = 8{,}75$ mm, a grubość folii linii paskowej $2t = 35$ μm.

Należy wyraźnie podkreślić, że przedstawiona analiza obejmuje linie o znacznym stopniu idealizacji, w których straty energii są wywołane jedynie efektem naskórkowości. Dla dokładnej oceny określającej przewagę jednej linii nad drugą jest to niewystarczające, pomimo że stopień idealizacji w równej mierze dotyczy obu linii. Idealizacja ta wynika z pominięcia istotnych strat dielektrycznych, strat związanych z promieniowaniem oraz strat stałoprądowych (ciepło Joule'a). Dla dokładnej oceny ilościowej, określającej przewagę jednej linii nad drugą, należy analizować stosunek wypadkowych współczynników tłumienia obejmujących wszystkie straty występujące w rzeczywistych liniach.

Linie opóźniające stosowane w oscyloskopowej technice próbkującej są liniami małej mocy. Powoduje to ułatwienie konstrukcji, tak że straty na promieniowanie oraz straty stałoprądowe są na ogół pomijalnie małe w porównaniu ze stratami wywołanymi efektem naskórkowości i stratnością dielektryka. Wobec tego dla oceny ilościowej wystarczy określić stosunek współczynników tłumienia obejmujących łącznie straty dielektryczne i straty wywołane efektem naskórkowości. Pomimo takiego uproszczenia analiza tego zagadnienia jest w dalszym ciągu trudna i nie prowadzi do przejrzystych zależności.

Ograniczenie strat jedynie do efektu naskórkowości umożliwia tylko ocenę jakościową. Dla linii zawierających ośrodek dielektryczny o stratach znacznie przewyższających straty



Rys. 2. Stosunek tłumienia w przewodach linii paskowej symetrycznej do tłumienia w przewodach równoważnej konstrukcyjnie linii współosiowej

związane z efektem naskórkowości, stosunek wypadkowych współczynników tłumienia obu linii będzie dążył do jedności. Natomiast w przypadku linii zawierających ośrodek dielektryczny o małych stratach w porównaniu ze stratami wywołanymi efektem naskórkowości stosunek ten będzie zbliżony do zależności przedstawionej na rys. 2. W krańcowym przypadku bezstratnego ośrodka dielektrycznego (np. linie z dielektrykiem powietrznym), stosunek wypadkowych współczynników tłumienia obu linii jest zgodny z przebiegami przedstawionymi na rys. 2.

Reasumując można stwierdzić, że wypadkowe tłumienie rzeczywistej linii paskowej symetrycznej jest większe od wypadkowego tłumienia równoważnej jej konstrukcyjnie rzeczywistej linii współosiowej. Przewaga rzeczywistej linii współosiowej nad rzeczywistą linią paskową symetryczną jest tym większa, im mniej stratny jest ośrodek dielektryczny.

Wniosek końcowy sprowadza się do stwierdzenia, że do opóźniania sygnałów elektrycznych w dowolnym zakresie częstotliwości ograniczonym jedynie od góry częstotliwością krytyczną, bardziej korzystna jest linia współosiowa aniżeli równoważna jej konstrukcyjnie symetryczna linia paskowa.

4. ANALIZA TŁUMIENIA LINII WSPÓŁOSIOWEJ Z DIELEKTRYKIEM STAŁYM W ODNIESIENIU DO LINII WSPÓŁOSIOWEJ Z DIELEKTRYKIEM POWIETRZNYM

Poprzednio wykazano, że do opóźniania sygnałów elektrycznych, z uwagi na kilkakrotnie mniejszy wsopółczynnik tłumienia w przewodach linii, bardziej korzystna jest linia współosiowa aniżeli równoważna jej konstrukcyjnie linia paskowa symetryczna. Wniosek ten skłania do przeprowadzenia podobnej analizy porównawczej pomiędzy linią współosiową wypełnioną dielektrykiem stałym (linia dielektryczna), a linią współosiową powietrzną. Podobnie jak poprzednio postawmy pytanie: w której linii tłumienie jest większe i ile razy? Odpowiedź na to pytanie jest oczywista i niemal natychmiastowa w przypadku linii przesyłowej. Natomiast w przypadku linii opóźniającej powstają wątpliwości. W linii powietrznej brak jest wprawdzie tłumienia w ośrodku dielektrycznym, ale jednocześnie linia ta musi być odpowiednio dłuższa od linii dielektrycznej dla zapewnienia tego samego opóźnienia. Ponadto średnica przewodu wewnętrznego linii dielektrycznej jest odpowiednio mniejsza przy zachowaniu tych samych impedancji falowych i tych samych średnic wewnętrznych przewodów zewnętrznych.

Współosiowa linia powietrzna wymaga również zastosowania co najmniej kilkudziesięciu podpór dielektrycznych przewodu wewnętrznego, których wpływ może mieć istotne znaczenie na wypadkową wartość tłumienia. Stąd zachodzi konieczność przeprowadzenia szczegółowej analizy porównawczej uwzględniającej powyższe różnice konstrukcyjne obydwu typów linii.

Wykorzystując zależność (3.17), określającą impedancję falową linii współosiowej, ustalone uprzednio kryteria równoważności konstrukcyjnej można wyrazić następująco:

$$1.\ \ln\frac{D_1}{d_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\ln\frac{D_2}{d_2}, \tag{4.1}$$

$$2.\ R_{s1} = R_{s2}, \tag{4.2}$$

$$3.\ D_1 = D_2 = D, \tag{4.3}$$

$$4.\ L_1 = \sqrt{\varepsilon}\,L_2, \tag{4.4}$$

gdzie:

indeks 1 dotyczy linii powietrznej,
indeks 2 dotyczy linii dielektrycznej,
ε — względna przenikalność elektryczna ośrodka dielektrycznego,
R_s — rezystancja powierzchniowa materiału przewodów,
L — długość linii.

Podobnie jak poprzednio, współczynnik tłumienia w przewodach linii będzie oznaczał straty energii przenoszonej fali elektromagnetycznej wywołane jedynie efektem naskórkowości.

Na wstępie zostanie pominięty wpływ podpór dielektrycznych linii powietrznej na wartość tłumienia tej linii. Wobec tego całkowity współczynnik tłumienia linii powietrznej jest równy współczynnikowi tłumienia w przewodach, tzn.

$$\alpha_1 = \alpha_{m1}. \tag{4.5}$$

Natomiast całkowity współczynnik tłumienia linii dielektrycznej jest równy sumie arytmetycznej współczynników tłumienia w przewodach linii i tłumienia w ośrodku dielektrycznym [2, 9]

$$\alpha_2 = \alpha_{m2} + \alpha_{d2}. \tag{4.6}$$

Stąd stosunek k_w wypadkowych współczynników tłumienia obu linii wyrazi się następująco

$$k_w = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\alpha_{m2}}{\alpha_{m1}} + \frac{\alpha_{d2}}{\alpha_{m1}}, \tag{4.7}$$

lub

$$k_w = k_p + k_d, \tag{4.8}$$

gdzie:

$$k_p = \frac{\alpha_{m2}}{\alpha_{m1}} \quad \text{i} \quad k_d = \frac{\alpha_{d2}}{\alpha_{m1}}. \tag{4.9}$$

W pierwszej kolejności zostanie określony pierwszy składnik wyrażenia (4.7) określający stosunek współczynników tłumienia w przewodach linii. Współczynnik tłumienia w przewodach linii współosiowej wyraża się następująco [9]

$$\alpha_m = \frac{R_s}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}}\frac{1}{\ln\frac{D}{d}}\left(\frac{1}{D}+\frac{1}{d}\right). \tag{4.10}$$

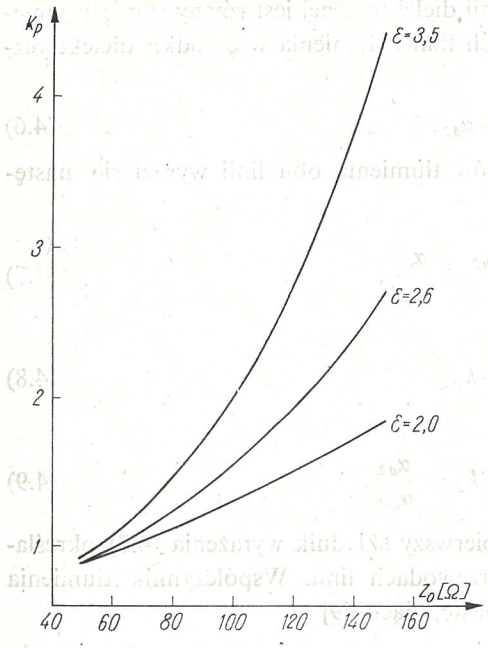
W oparciu o zależność (4.10) i kryteria równoważności konstrukcyjnej (4.1)÷(4.4), autor wyprowadził następującą zależność

$$K_p = \frac{1+\left(\frac{D}{d_1}\right)^{\sqrt{\varepsilon}}}{\left(1+\frac{D}{d_1}\right)\sqrt{\varepsilon}}. \tag{4.11}$$

Na rys. 3 przedstawiono wykres powyższej zależności w funkcji impedancji falowej linii powietrznej dla trzech różnych wartości względnych przenikalności elektrycznych ośrodka dielektrycznego linii dielektrycznej. Z wykresów tych wynika, że stosunek K_p tłumienia w przewodach linii opóźniającej wypełnionej dielektrykiem stałym do analogicznego tłumienia równoważnej linii powietrznej, dla impedancji falowej równej 50 Ω, wynosi około 0,9 i nieznacznie zależy od względnej przenikalności elektrycznej ośrodka dielektrycznego. Ze wzrostem impedancji falowej stosunek ten silnie rośnie i to tym silniej, im większa jest wartość przenikalności elektrycznej.

Do wyznaczenia pozostał jeszcze drugi składnik wyrażenia (4.7) określający stosunek współczynnika tłumienia spowodowany stratnością dielektryka linii dielektrycznej do współczynnika tłumienia w przewodach linii powietrznej, wywołanego efektem naskórkowości

$$k_d = \frac{\alpha_{d2}}{\alpha_{m1}}. \tag{4.12}$$



Rys. 3. Stosunek tłumienia w przewodach współosiowej linii opóźniającej z dielektrykiem stałym do tłumienia w przewodach równoważnej konstrukcyjnie linii współosiowej z dielektrykiem powietrznym

Współczynnik tłumienia w ośrodku dielektrycznym dla płaskiej fali rodzaju TEM wyraża się znaną zależnością [5, 9]

$$\alpha_d = \frac{27{,}3\sqrt{\varepsilon}\,\operatorname{tg}\delta}{\lambda_o}, \tag{4.13}$$

gdzie:

δ — kąt stratności ośrodka dielektrycznego,

λ_o — długość fali w wolnej przestrzeni.

Po przekształceniu zależność tę można sprowadzić do postaci

$$\alpha_d = 91\sqrt{\varepsilon} f \operatorname{tg}\delta \ \text{[dB/m]}, \tag{4.14}$$

gdzie f — częstotliwość wyrażona w [GHz].

Z kolei zależność (4.10) można sprowadzić do postaci

$$\alpha_m = \frac{\sqrt{\varrho f}}{2Z_o}\left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{d_1}\right) \ \text{[dB/jedn. dł.]}, \tag{4.15}$$

gdzie ϱ — rezystancja właściwa materiału przewodów linii wyrażona w [$\Omega \cdot$ cm].

W oparciu o zależności (4.14) i (4.15) oraz kryteria równoważności konstrukcyjnej (4.1)÷(4.4), poszukiwany składnik k_d wyrazi się następująco

$$k_d = GD\sqrt{f}, \tag{4.16}$$

gdzie

$$G = f(Z_o, \varrho, \operatorname{tg}\delta) \tag{4.17}$$

i wyraża się następująco

$$G = 182 \frac{Z_o \operatorname{tg} \delta}{\sqrt{\varrho}\left(1+\frac{D}{d}\right)}. \tag{4.18}$$

Zakładając impedancję falową $Z_o = 50\ \Omega$ oraz pokrycie przewodów linii srebrem i przyjmując jako dielektryk teflon o $\operatorname{tg}\delta = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$, otrzymuje się następującą zależność

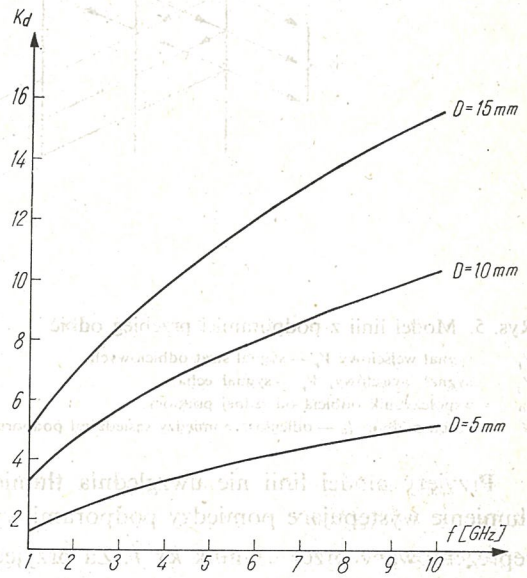
$$k_d = 3{,}27 D \sqrt{f}, \tag{4.19}$$

gdzie:

D — wewnętrzna średnica przewodu zewnętrznego w [cm],

f — częstotliwość w [GHz].

Pokrycie przewodów linii srebrem zapewnia najmniejszą wartość współczynnika tłumienia wywołanego efektem naskórkowości spośród dostępnych dotychczas materiałów przewodzących. Podobnie teflon zapewnia najmniejsze straty dielektryczne. Materiały te są powszechnie stosowane w konstrukcjach szerokopasmowych linii przesyłowych.



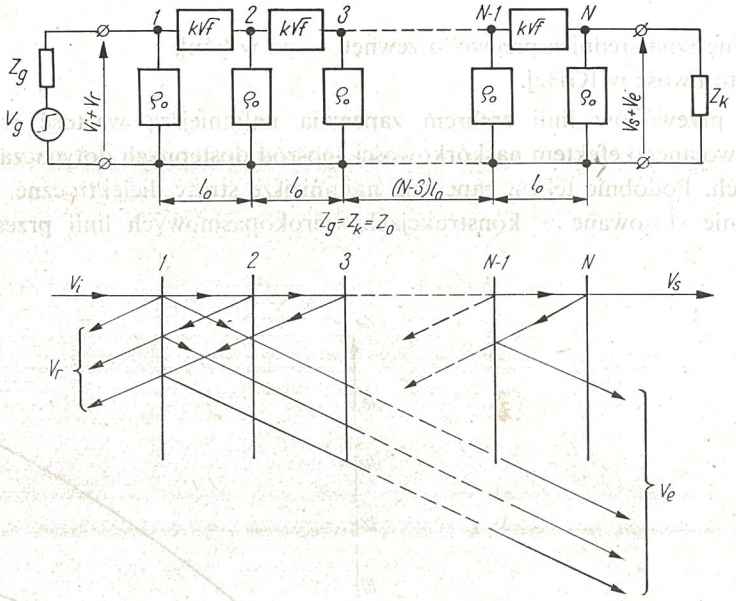
Rys. 4. Stosunek współczynnika tłumienia w teflonie współosiowej linii opóźniającej do współczynnika tłumienia w przewodach równoważnej konstrukcyjnie współosiowej linii powietrznej o $Z_0 = 50\ \Omega$ i pokrytej srebrem

Na rys. 4 przedstawiono wykresy współczynnika k_d w funkcji częstotliwości dla trzech różnych wartości średnicy D i impedancji falowej $Z_o = 50\ \Omega$.

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że tłumienie linii współosiowej wypełnionej dielektrykiem teflonowym, pomimo możliwości skrócenia tej linii dla osiągnięcia tego samego opóźnienia co i w linii powietrznej, jest wielokrotnie większe aniżeli w równoważnej konstrukcyjnie linii powietrznej i to tym większe, im większa jest częstotliwość i średnica wewnętrzna przewodu zewnętrznego linii.

5. ANALIZA WPŁYWU PODPÓR DIELEKTRYCZNYCH NA WARTOŚĆ TŁUMIENIA WSPÓŁOSIOWEJ LINII POWIETRZNEJ

Sumaryczny efekt odbiciowy od podpór przewodu wewnętrznego linii powietrznej został rozpatrzony przy założeniu jednakowej wartości współczynnika odbicia ϱ_o dla wszystkich podpór oraz przy założeniu jednakowej odległości l_o pomiędzy kolejnymi podporami. Uproszczony model linii o impedancji falowej Z_o z podporami oraz schematyczny przebieg odbić przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Model linii z podporami i przebieg odbić

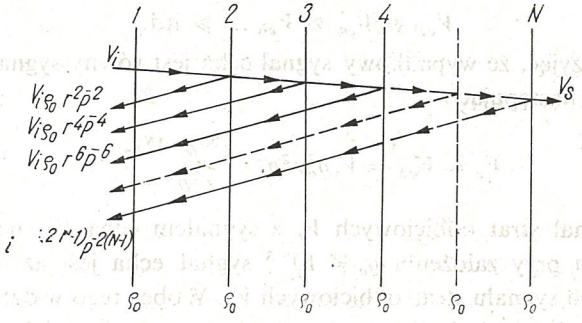
V_i — sygnał wejściowy V_r — sygnał strat odbiciowych,
V_s — sygnał wyjściowy, V_e — sygnał echa,
ϱ_o — współczynnik odbicia od jednej podpory,
N — liczba podpór, l_o — odległość pomiędzy sąsiednimi podporami, k — stała, f — częstotliwość

Przyjęty model linii nie uwzględnia tłumienia sygnału w samej podporze a jedynie tłumienie występujące pomiędzy podporami wywołane efektem naskórkowości, które jest reprezentowane przez czynnik $k\sqrt{f}$. Za przyjęciem takiego uproszczenia przemawia fakt, że szerokość podpory jest znacznie mniejsza od odległości l_o pomiędzy sąsiednimi podporami.

Dodatkowym założeniem jest przyjęcie, że linia pracuje w warunkach idealnego dopasowania falowego. Warunek ten jest równoważny stwierdzeniu, że impedancja wewnętrzna Z_g źródła sygnału V_g jest równa impedancji falowej Z_o linii oraz impedancji obciążenia Z_k.

W wyniku kolejnych odbić sygnału wejściowego V_i od poszczególnych podpór, na wejściu linii pojawia się sygnał strat odbiciowych V_r, zaś na wyjściu linii — sygnał echa V_e. Sygnał strat odbiciowych V_r stanowi sumę sygnałów strat odbiciowych pierwszego rodzaju, trzeciego rodzaju, piątego rodzaju itd. Z kolei sygnał strat odbiciowych danego

rodzaju stanowi sumę odpowiednich odbić sygnału wejściowego od kolejnych podpór. Przebieg odbić pierwszego rodzaju sygnału strat odbiciowych V_{r1} przedstawiono schematycznie na rys. 6, przy czym dla wygody zapisu przyjęto następujące oznaczenia:



Rys. 6. Przebieg odbić pierwszego rodzaju sygnału strat

$$\begin{aligned} &\exp(-\gamma l_o) = p^{-1},\\ &\exp(-2\gamma l_o) = p^{-2},\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\exp(-N\gamma l_o) = p^{-N} \end{aligned} \tag{5.1}$$

oraz

$$\begin{aligned} &1+\varrho_o = r,\\ &(1+\varrho_o)^2 = r^2,\\ &\cdots\cdots\cdots\\ &(1+\varrho_o)^N = r^N, \end{aligned} \tag{5.2}$$

gdzie

$$\gamma = \alpha_m + j\beta \tag{5.3}$$

oznacza stałą propagacji, przy czym:

α_m — współczynnik tłumienia linii wynikający ze strat w przewodach linii (efekt naskórkowości),

β — współczynnik fazowy.

Przy tych oznaczeniach, wyprowadzona przez autora zależność określająca sygnał strat odbiciowych pierwszego rodzaju V_{r1} wyraża się następująco

$$V_{r1} = V_i\varrho_o r^2 p^{-2}\frac{r^{2N}p^{-2N}-1}{r^2p^2-1}. \tag{5.4}$$

W analogiczny sposób można określić sygnał strat odbiciowych trzeciego rodzaju, który jest proporcjonalny do czynnika ϱ_o^3. Podobnie sygnał strat odbiciowych piątego rodzaju jest proporcjonalny do czynnika ϱ_o^5. Przy wartościach współczynnika odbicia od jednej podpory $\varrho_o < 10^{-3}$ sygnał strat odbiciowych pierwszego rodzaju jest o kilka rzędów wielkości większy od sygnału strat odbiciowych trzeciego rodzaju, a ten z kolei od sygnału piątego rodzaju itd., tzn.

$$V_{r1} \gg V_{r3} \gg V_{r5} \ldots \gg \text{itd.} \tag{5.5}$$

Analizując w podobny sposób sygnał echa V_e pojawiający się na wyjściu linii należy stwierdzić, że wypadkowy sygnał echa zawiera sygnały echa drugiego rodzaju, czwartego rodzaju, szóstego rodzaju itd. Podobnie jak dla sygnału strat odbiciowych, dla sygnału echa słuszna jest również zależność

$$V_{e2} \gg V_{e4} \gg V_{e6} \ldots \gg \text{itd.} \tag{5.6}$$

Można zatem przyjąć, że wypadkowy sygnał echa jest równy sygnałowi echa drugiego rodzaju i wyraża się następująco

$$V_e = V_{e2} = V_s \varrho_o^2 r^2 p^{-2} \frac{r^{2N} p^{-2N} - 1}{r^2 p^2 - 1}. \tag{5.7}$$

Porównując sygnał strat odbiciowych V_r z sygnałem echa V_e, należy stwierdzić, że $V_r \gg V_e$, przy czym przy założeniu $\varrho_o = 10^{-3}$ sygnał echa jest aż o ponad trzy rzędy wielkości mniejszy od sygnału strat o biciowych V_r. Wobec tego w dalszych rozważaniach wpływu podpór na tłumienie linii sygnał echa można pominąć jako nieistotny. Można zatem przyjąć, że dodatkowe tłumienie linii spowodowane efektem odbiciowym od podpór wynika ze zmniejszenia sygnału wejściowego V_i o sygnał strat odbiciowych V_r. Tłumienie wynikłe z efektu odbiciowego od podpór wyraża się zatem następująco

$$\alpha_o L = 20\log\frac{V_i - V_r}{V_i} = 20\log\left(1 - \frac{V_r}{V_i}\right) \text{ [dB]}. \tag{5.8}$$

Stosunek sygnału strat odbiciowych V_r do sygnału wejściowego V_i jest wypadkowym współczynnikiem odbicia ϱ_n od wszystkich podpór. Wobec tego

$$\alpha_o L = 20\log(1 - \varrho_n), \tag{5.9}$$

gdzie ϱ_n zgodnie z zależnością (5.4) wyraża się następująco

$$\varrho_n = \varrho_o r^2 p^{-2} \frac{r^{2N} p^{-2N} - 1}{r^2 p^2 - 1}. \tag{5.10}$$

Biorąc pod uwagę oznaczenia (5.1) i (5.2) należy stwierdzić, że wypadkowy współczynnik odbicia jest funkcją częstotliwości. W związku z tym wartość wypadkowego współczynnika odbicia może zostać określona jedynie dla granicznej częstotliwości pasma przenoszenia. Moduł transmitancji linii przy częstotliwości granicznej wynosi [2]

$$\left|\frac{V_s}{V_i}\right| = \exp(-\alpha_g L) = 0{,}7079, \tag{5.11}$$

gdzie α_g — graniczny współczynnik tłumienia.

Stąd

$$\alpha_g = \frac{0{,}345}{L} = \frac{0{,}345}{N l_o}. \tag{5.12}$$

Graniczny współczynnik tłumienia linii powietrznej z podporami jest sumą arytmetyczną całkowitego współczynnika tłumienia α_m wynikającego z efektu naskórkowości oraz współczynnika α_o wywołanego efektem odbiciowym od podpór, tzn.

$$\alpha_g = \alpha_m + \alpha_o = 3 \text{ dB}. \tag{5.13}$$

Wobec tego zawsze są spełnione następujące nierówności

$$\alpha_m < \frac{0{,}345}{Nl_o} \quad \text{oraz} \quad \alpha_m \ll \frac{0{,}345}{N^2 l_o}. \tag{5.14}$$

Dla częstotliwości granicznej, różnica faz przebiegu falowego w punktach odległych od siebie o wartość równą odległości l_o pomiędzy podporami jest równa zeru, o ile odległość l_o jest równa wielokrotności połowy długości fali granicznej. Przy spełnieniu tego warunku, który w praktyce łatwo zapewnić, zależność (5.10) określająca wypadkowy współczynnik odbicia zawierać będzie czynniki eksponencjalne $\exp(-2\alpha_{mo} l_o)$ i $\exp(-2N\alpha_{mo} l_o)$. Biorąc z kolei pod uwagę nierówności (5.14) należy stwierdzić, że czynniki eksponencjalne w wyrażeniu (5.10) już przy $N > 10$ są bardzo bliskie jedności i to tym bliższe, im N jest większe. Ponadto dla $\varrho_o < 10^{-3}$, czynnik $(1+\varrho_o)^2$ można również przyjąć za równy 1.

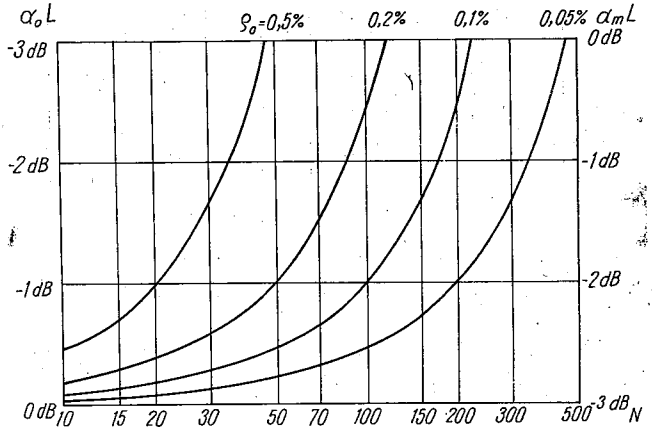
W rezultacie zależność (5.10) upraszcza się i przyjmuje postać

$$\varrho_n = \varrho_o \frac{(1+\varrho_o)^{2N}-1}{(1+\varrho_o)^2-1}. \tag{5.15}$$

Natomiast tłumienie wywołane efektem odbiciowym od podpór wyrazi się następująco

$$\alpha_o L = 20\log\left[1-\varrho_o \frac{(1+\varrho_o)^{2N}-1}{(1+\varrho_o)^2-1}\right] \text{ [dB]}. \tag{5.16}$$

Na podstawie zależności (5.16) zostały wykonane wykresy $\alpha_o L = f(N)$ przy $\varrho_o = \text{const}$. Wykresy te przedstawiono na rys. 7. Z prawej strony wykresu umieszczona została dodatkowo oś rzędnych, na której zaznaczono wymagane wartości tłumienia $\alpha_m L$ wywołanego



Rys. 7. Tłumienie współosiowej linii powietrznej wywołane efektem odbiciowym od podpór

efektem naskórkowości, aby przy danym tłumieniu $\alpha_o L$ uzyskać założoną, graniczną częstotliwość pasma przenoszenia linii.

Przeprowadzona przez autora analiza wpływu podpór przewodu wewnętrznego współosiowej linii powietrznej na wartość wypadkowego tłumienia linii wykazała, że:

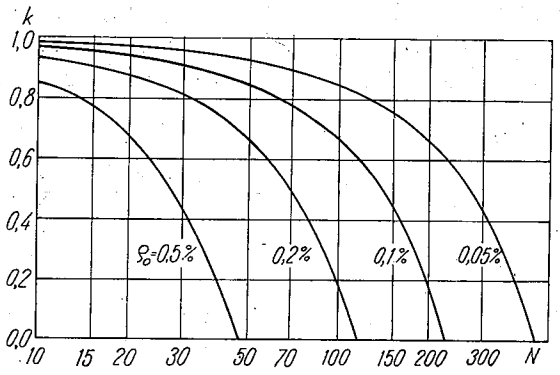
1. wypadkowy współczynnik tłumienia współosiowej linii powietrznej z podporami jest równy sumie arytmetycznej współczynników tłumienia wywołanych efektem odbiciowych od podpór i efektem naskórkowości, przy czym dla częstotliwości granicznej pasma przenoszenia linii, suma tych współczynników jest równa 3 dB,
2. dla częstotliwości granicznej linii wpływ podpór jest porównywalny z wpływem efektu naskórkowości i przykładowo dla stu podpór o wartościach współczynnika odbicia od jednej podpory równych 10^{-3} współczynnik tłumienia wywołany efektem odbiciowym od podpór wynosi 1 dB,
3. udział współczynnika tłumienia wywołanego efektem odbiciowym, w wypadkowym tłumieniu linii, rośnie wykładniczo ze wzrostem liczby podpór i ze wzrostem wartości współczynnika odbicia od jednej podpory.

Z uwagi na istotny wpływ podpór przewodu wewnętrznego linii z dielektrykiem powietrznym, uzyskane uprzednio wartości stosunków tłumień (rys. 3 i rys. 4) są zawyżone. Zgodnie z zależnością (4.8), wypadkowy stosunek tłumień rozpatrywanych linii, uwzględniający wpływ podpór, można wyrazić następująco

$$K_w = k(K_p + K_d), \tag{5.17}$$

gdzie k — współczynnik korekcji.

Wartości stosunków tłumień K_p i K_d są wyrażone odpowiednio zależnościami (4.11) i (4.16). Współczynnik korekcji k jest funkcją liczby podpór N i wartości współczynnika



Rys. 8. Współczynnik korekcji stosunku tłumień równoważnych konstrukcyjnie współosiowych linii opóźniających

odbicia od jednej podpory ϱ_o. Przebieg współczynnika korekcji dla częstotliwości granicznej linii współosiowej z podporami, można określić na podstawie wykresów przedstawionych na rys. 7.

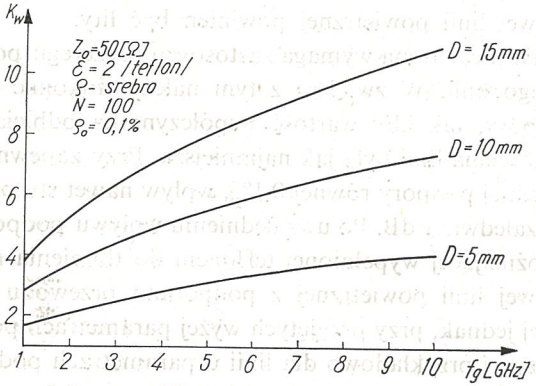
Dla częstotliwości granicznej współczynnik korekcji wyrazi się następująco

$$k = \frac{\alpha_m}{\alpha_g} = \frac{\alpha_m}{3}. \tag{5.18}$$

Przebiegi współczynnika korekcji zostały przedstawione na rys. 8. Przy $N = 100$ i $\varrho_o = 0{,}1\%$, wartość współczynnika korekcji wynosi $k = 0{,}666$. Dla tej wartości współ-

czynnika korekcji przedstawiono na rys. 9 wypadkowy stosunek tłumienia linii współosiowej z dielektrykiem teflonowym do tłumienia równoważnej jej konstrukcyjnie współosiowej linii powietrznej z podporami. Podobnie jak i przebiegi na rys. 4, przebiegi na rys. 9 odnoszą się do linii o impedancjach falowych $Z_o = 50\ \Omega$ i zawierających przewody pokryte srebrem.

Przedstawiona na rys. 9 zależność $K_w = f(f_g)$ dotyczy konstrukcyjnie równoważnych linii współosiowych o ściśle określonych parametrach. Na podstawie uzyskanych przez autora zależności, stosunkowo łatwo można wykonać podobne wykresy dla linii o innych



Rys. 9. Wypadkowy stosunek tłumień równoważnych konstrukcyjnie współosiowych linii opóźniających

parametrach. Niezależnie od konkretnych parametrów linii, zależność $K_w = f(f_g)$ należy interpretować następująco: jeżeli współosiowa linia powietrzna z podporami wykazuje częstotliwość graniczną f_g, to tłumienie równoważnej jej konstrukcyjnie linii współosiowej z dielektrykiem stałym, przy częstotliwości f_g, wyniesie $3K_w$ dB. Przykładowo, jeżeli częstotliwość graniczna linii współosiowej z dielektrykiem powietrznym o podanych wyżej parametrach oraz średnicy dielektryka $D = 10$ mm wynosi $f_g = 3$ GHz, to przy tej wartości częstotliwości tłumienie równoważnej jej konstrukcyjnie linii współosiowej z dielektrykiem teflonowym wyniesie 13,2 dB.

Można zatem stwierdzić, że współosiowa linia opóźniająca z dielektrykiem powietrznym zawierająca nawet 100 podpór charakteryzuje się zdecydowanie szerszym pasmem przenoszenia, aniżeli równoważna jej konstrukcyjnie linia z dielektrykiem teflonowym. Przewaga współosiowej linii powietrznej z podporami nad linią z dielektrykiem teflonowym jest tym większa, im wyższa jest częstotliwość graniczna i średnica dielektryka.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzona analiza porównawcza znanych typów linii przesyłowych, w aspekcie zastosowania ich do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego, prowadzi do następujących wniosków.

1. Tłumienie symetrycznej linii paskowej jest kilkakrotnie większe od konstrukcyjnie równoważnej linii współosiowej i dla linii z dielektrykiem powietrznym zawiera się w gra-

nicach od 2,5 do 6 razy, w zależności od stosunku średnic D/d linii współosiowej i stosunku $D/2t$ średnicy zewnętrznej linii współosiowej do grubości folii linii paskowej, przy czym ze wzrostem tych stosunków tłumienie to rośnie.

2. Tłumienie linii współosiowej wypełnionej najkorzystniejszym z dostępnych dielektryków jakim jest teflon jest wielokrotnie większe od równoważnej konstrukcyjnie współosiowej linii powietrznej bez podpór i przykładowo dla linii o średnicach zewnętrznych $D = 10$ mm zawiera się w granicach od 3,2 razy przy częstotliwości 1 GHz do 10,4 razy przy częstotliwości 10 GHz.

3. W celu uniknięcia promieniowania na zewnątrz i wynikłych stąd strat energii, ekran zewnętrzny współosiowej linii powietrznej powinien być lity.

4. Współosiowa linia powietrzna wymaga zastosowania szeregu podpór dielektrycznych przewodu wewnętrznego linii. W związku z tym należy dokonać doboru odpowiednio skompensowanej podpory, tak aby wartość współczynnika odbicia od jednej podpory w całym paśmie przenoszenia linii była jak najmniejsza. Przy zapewnieniu wartości współczynnika odbicia od jednej podpory równej 0,1%, wpływ nawet stu podpór na wypadkowe tłumienie linii wynosi zaledwie 1 dB. Po uwzględnieniu wpływu podpór, stosunek tłumienia współosiowej linii opóźniającej wypełnionej teflonem do tłumienia równoważnej jej konstrukcyjnie współosiowej linii powietrznej z podporami przewodu wewnętrznego ulega zmniejszeniu. Niemniej jednak, przy przyjętych wyżej parametrach podpory, jest on w dalszym ciągu dość znaczny i przykładowo dla linii o parametrach podanych w p. 2 zawiera się w granicach od 2,7 razy przy częstotliwości 1 GHz do 7,5 razy przy częstotliwości 10 GHz.

5. Wniosek końcowy sprowadza się zatem do stwierdzenia, że spośród rozpatrzonych typów linii przesyłowych, optymalną linią do opóźniania sygnałów elektrycznych jest współosiowa linia powietrzna z litym ekranem i przewodem wewnętrznym umieszczonym na odpowiednio skompensowanych podporach teflonowych.

LITERATURA

1. J. Baranowski, *Synchroskopy stroboskopowe szerokopasmowe*, Praca zbiorowa, WNT, 1972.
2. G. W. Gliebowicz, I. P. Kowaliew, *Szirokopołosnyje linii pieriedaczi impulsnych signałow*, Sowiet. Radio, 1973.
3. H. Howe, *Stripline circuit design*, Artech, 1973.
4. A. Kraus, *Reflection coefficient curves of compensated discontinuities on coaxial lines and the determination of the optimum dimensions*, Jurnal Brit. IRE, February, 1960, pp. 137—152, Part 2, May, 1962, pp. 365—371.
5. R. Litwin, M. Suski, *Technika mikrofalowa*, WNT, 1972.
6. R. Litwin, *Teoria pola elektromagnetycznego*, WNT, 1968.
7. N. S. Nahman, *Some examples of transmission line models, analyses and their time domain respons*, Conference N 7, Ecole d'ote du tregor, Session 1978.
8. N. S. Nahman, *A discussion on the transient analysis of coaxial cables considering high-frequency losses*, IRE Transactions on circuit theory, vol. CT-9, No 2, June 1962, pp. 144—152.
9. M. Panecki, E. Pelzner, Z. Puzewicz, *Podstawy teorii i konstruowania linii paskowych*, PWN, W-wa 1968.
10. *Instruction manual, Compact dual trace sampling oscilloscope PM 3400*, Philips, 1972.
11. *Instruction menual, 7M11 50 ohm delay line*, Tektronix, Inc., 1969.

B. GOŁAJ

ANALYSIS OF PROPERTIES OF DELAY LINES FOR SAMPLING OSCILOSCOPES PART 1 — ANALYSIS OF DELAY PROPERTIES OF WIDE-BAND TRANSMISSION LINES

Summary

The article consists of two parts. Theoretical analyses of delay properties of wide-band transmission lines are given in the first part. Evaluations and selection criteria of transmission lines for delay electrical signals in the subnanosecond range have been determined as a result of these analyses.

Properties of a new type of delay line called by the author the bifilar delay line are discussed in the second part of the article. A construction pronciple and performance manner of the bifilar delay line and results of experiments are inserted in this part. Moreover a short evaluation of modern delay lines constructions intended for sampling osciloscopes has been presented.

B. GOŁAJ

ANALYSE DES PROPRIÉTÉS DES LIGNES DE RETARD UTILISÉES DANS LA TECHNIQUE D'ÉCHANTILLONNAGE À OSCILLOSCOPE I. ANALYSE DES PROPRIÉTÉS DE RETARD DES LIGNES À LARGE BANDE DE TRANSPORT D'ÉNERGIE

Résumé

L'article se compose de deux parties. Dans la première partie on a analysé les propriétés des lignes à large bande de transport d'énergie. A la suite de cette analyse on a formulé les critères d'estimation et de choix du type des lignes de retard des signaux électriques de l'ordre de subnano-seconde.

Dans le seconde partie de l'article on a traité les propriétés d'un nouveau genre de lignes de retard, nommé par l'auteur, ligne de retard bifilaire. On a présenté le principe de construction, le mode d'exécution et les résultats des assais expérimentaux d'un modèle de cette ligne. On a donné en plus une brève estimation à échelle mondiale des solutions de construction des lignes de retard utilisées dans la technique d'échantillonnage à oscilloscope.

B. GOŁAJ

ANALYSE AUF EIGENSCHAFTEN DER IN OSZILOSKOPISCHER PRÜFTECHNIK ANGEWANDTEN VERZÖGERNDEN LINIEN TEIL I — ANALYSE AUF EIGENSCHAFTEN VON BREITBÄNDIGEN VERZÖGERNDEN ÜBERTRAGUNGSLINIEN

Zusammenfassung

Der Artikel besteht aus zwei Teilen. Im ersten Teil wurde eine theoretische Analyse der Verzögerungseigenschaften von breitbändigen Übertragungslinien durchgeführt. Im Ergebnis dieser Analyse wurden Kriterien zur Beurteilung und Wahl der Linientypen zur Verzögerung von elektrischen Signalen des Subnanosekundenbereiches formuliert.

Im zweiten Teil des Artikels wurden die Eigenschaften eines neuen Typs der Verzögerungslinien erörtert, die der Autor die verzögernde Bifilarlinie benannt hat. Es wurden das Konstruktionsprinzip, die Ausführungsweise sowie Versuchsergebnisse am Modell dieser linie angeführt. Darüber hinaus wurde eine krze Beurteilung des Weltniveaus der Konstruktionslösungen von den in oszilographischer Prüftechnik angewandten Verzögerungslinien gebracht.

Б. Галай

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ЛИНИИ ЗАДЕРЖКИ ДЛЯ СТРОБОСКОПИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЯ. ЧАСТЬ I

Р е з ю м е

Статья состоит из двух частей.

В первой части приведен теоретический анализ свойств запаздывания в широкополосных линиях передачи. В результате этого анализа определены критерия оценки и выбора линии передачи для задержки электрических сигналов субнаносекундного диапазона.

Во второй части обсуждены свойства нового типа линии задержки, называемой автором бифилярной линией задержки. Приведены основы конструкции, способ изготовления такой линии, а также результаты экспериментальных исследований. Кроме того приведена краткая оценка мирового уровня конструкции линии задержки предназначенных для стробоскопического осциллографирования.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 425—440

621.317.75

Analiza właściwości linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej Część II. Analiza właściwości bifilarnej linii opóźniającej

BOGDAN GOŁAJ (WARSZAWA)

Centralny Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Aparatury Badawczej i Dydaktycznej

Otrzymano 30.10.1978

Artykuł składa się z dwóch części. W pierwszej części przeprowadzono teoretyczną analizę właściwości opóźniających szerokopasmowych linii przesyłowych. W wyniku tej analizy sformułowano kryteria oceny i wyboru typu linii do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego.

W drugiej części artykułu omówiono właściwości nowego typu linii opóźniającej, nazwanej przez autora, bifilarną linią opóźniającą. Podano zasadę konstrukcji, sposób wykonania oraz wyniki badań doświadczalnych modelu tej linii. Ponadto przedstawiono krótką ocenę światowego poziomu rozwiązań konstrukcyjnych linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej.

1. WPROWADZENIE

Linia opóźniająca, zarówno w oscyloskopie klasycznym jak i w oscyloskopie próbkującym, jest tym podzespołem, który umożliwia pomiary i obserwację przednich zboczy sygnałów impulsowych, bez potrzeby dysponowania odpowiednimi sygnałami wyzwalającymi podstawę czasu, wyprzedzającymi badany sygnał o określoną wartość czasu. W obydwu przypadkach jest to podzespół, który przenosi pełne pasmo częstotliwości. Z tego względu, szczególnie w oscyloskopach próbkujących, spełnienie wszystkich wymagań odnośnie parametrów technicznych linii opóźniającej jest niezmiernie trudne. Trudności budowy linii opóźniających o paśmie powyżej 3 GHz są tak duże, że budowa ich staje się nieopłacalna. Z tego powodu, nawet czołowi producenci oscyloskopów próbkujących, jak np. Hewlett-Packard, nie wyposażają w linie opóźniające swoich oscyloskopów o paśmie powyżej 1 GHz [13], natomiast Tektronix [11] i Philips [10] — o paśmie powyżej 2 GHz.

Jedynym dotychczas rozwiązaniem linii opóźniającej, stosowanym w oscyloskopach próbkujących przez przodujące firmy światowe, jest linia kablowa. Linia taka wykonana jest w postaci odcinka kabla współosiowego o odpowiedniej długości, zależnej od wymaganej wartości opóźnienia i od właściwości opóźniających użytego dielektryka. W zakresie częstotliwości do 3 GHz i wymaganych opóźnieniach rzędu kilkudziesięciu nanosekund, wymagane długości odcinków kabla współosiowego mogą dochodzić nawet do kilkunastu metrów, przy jednocześnie dość znacznych średnicach zewnętrznych tego kabla rzędu

6÷15 mm. Kable te są wykonywane w stosunkowo niewielkich ilościach na specjalne zamówienia firm produkujących oscyloskopy próbkujące, tak że nie są one ogólnie dostępne na rynku.

Na terenie Zakładu Doświadczalnego Zapisu Magnetycznego przy Zakładach Radiowych im. M. Kasprzaka były prowadzone przez autora prace związane z opracowaniem paskowych linii opóźniających. W wyniku tych prac opracowano dwukanałową płaską linię paskową [2, 4], która z powodzeniem została zastosowana w produkcji seryjnej konwertera próbkującego typ: PB-1100 o paśmie przenoszenia 1 GHz. Ponadto opracowano i wykonano prototypy paskowej linii zwijanej przeznaczonej do oscyloskopu próbkującego typ: OS-1515 o paśmie przenoszenia 1,5 GHz [3].

Dotychczasowe rozwiązania konstrukcyjne linii opóźniających w oparciu o linie przesyłowe, zarówno współosiowe jak i paskowe, nie zapewniają jednak pożądanych parametrów technicznych.

W I części niniejszego artykułu została przeprowadzona szczegółowa analiza podstawowych typów linii przesyłowych w aspekcie wykorzystanie ich do opóźniania sygnałów elektrycznych zakresu subnanosekundowego. Wyniki tej analizy umożliwiły budowę nowego typu linii opóźniającej o zdecydowanie korzystniejszych parametrach technicznych od dotychczasowych rozwiązań w tym zakresie. Linia ta, nazwana przez autora bifilarną linią opóźniającą, w odróżnieniu od linii kablowych posiada szereg zalet. Do najważniejszych z nich należy zaliczyć:

a) małe wymiary i ciężar w porównaniu z liniami kablowymi przy jednocześnie korzystniejszej wartości granicznej częstotliwości pasma przenoszenia,
b) łatwa, prosta i tania technologia wykonania,
c) konstrukcja uniwersalna przeznaczona do wszechstronnego zastosowania w technice pomiarowej,
d) konstrukcja modułowa o stałym opóźnieniu umożliwiająca konstruowanie linii o opóźnieniach będących wielokrotnością opóźnienia tego modułu.

Celem niniejszej, II części artykułu jest przedstawienie zasady konstrukcji, sposobu wykonania oraz właściwości bifilarnej linii opóźniającej.

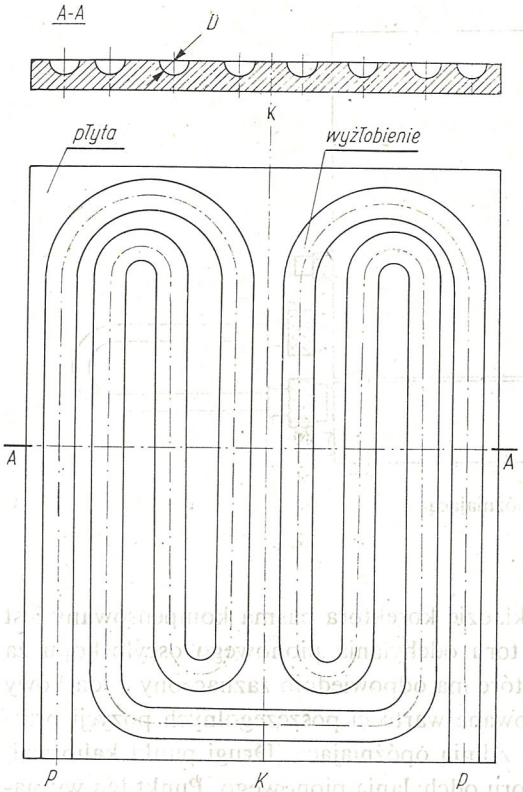
2. OPIS KONSTRUKCJI BIFILARNEJ LINII OPÓŹNIAJĄCEJ

Zasada konstrukcji bifilarnej linii opóźniającej została przedstawiona na rys. 1 i rys. 2, na których przedstawiono widok linii z góry oraz przekrój poprzeczny złącza przewodu wewnętrznego linii [5].

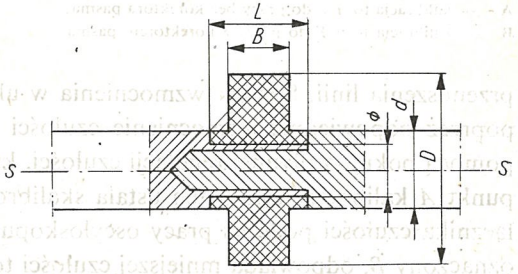
Linia utworzona jest z dwóch identycznych płyt wykonanych metodą wtrysku z tworzywa dającego się łatwo metalizować. Na każdej z płyt znajduje się ciągłe wyżłobienie o przekroju półokręgu, w którym umieszczone są odpowiednio skompensowane podpory przewodu wewnętrznego linii. Ekran zewnętrzny przewodu wewnętrznego linii zostaje utworzony po złożeniu dwóch takich płyt tak, że płaszczyzny, w których leżą wyżłobienia ściśle do siebie przylegają tworząc ciągły i jednorodny kanał o przekroju okręgu. Umieszczony wewnątrz tego kanału przewód linii jest podparty w szeregu miejsc podporami

dielektrycznymi, których rozmiary są tak dobrane, że nieciągłości impedancji falowej powstałe w miejscach umieszczenia podpór dielektrycznych są skompensowane.

Jedną formę dla obydwu połówek ekranu zewnętrznego linii oraz maksymalne wykorzystanie powierzchni płyty uzyskano dzięki specyficznemu poprowadzeniu wyżłobienia



Rys. 1. Połowa ekranu zewnętrznego bifilarnej linii opóźniającej



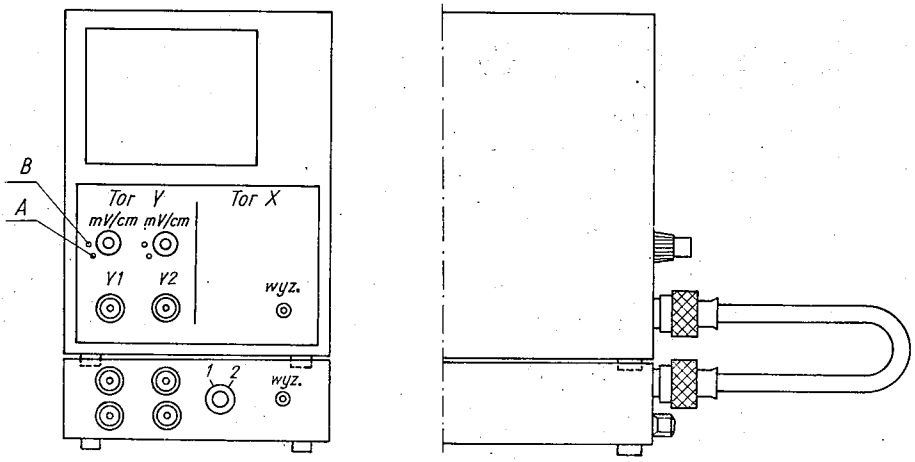
Rys. 2. Złącze przewodu wewnętrznego bifilarnej linii opóźniającej

na płycie w kształcie dwóch bifilarnych spirali, antysymetrycznych względem osi przechodzącej przez geometryczny środek płyty i równoległej względem jej bocznych krawędzi. Wykonana tą technologią linia będzie zawierała pakiet składający się z kilku (np. z ośmiu) płyt. Wspomniany pakiet linii umieszczony jest w obudowie zewnętrznej o wymiarach zewnętrznych, które są identyczne z odpowiednimi wymiarami np. oscyloskopu próbkującego. Bifilarna linia opóźniająca stanowi więc konstrukcyjnie niezależny podzespół.

Konstrukcja linii bifilarnej umożliwia ustawienie na niej oscyloskopu tak, że w rezultacie zostaje utworzona zwarta i jednolita konstrukcja oscyloskopu z linią opóźniającą. Zestaw zawierający oscyloskop z linią opóźniającą przedstawiony jest na rys. 3 w widoku od strony płyty czołowej oraz w widoku z boku [6].

Podczas pracy oscyloskopu z linią opóźniającą część badanego sygnału zostaje podana poprzez przełącznik kanałów do gniazda wyjściowego sygnału wyzwalania, a następnie poprzez krótki odcinek linii współosiowej — do gniazda wejściowego układu wyzwalania

zewnętrznego znajdującego się w torze odchylania poziomego oscyloskopu. Badany sygnał po przejściu przez linię doprowadzony zostaje do gniazda wejściowego toru odchylania pionowego oscyloskopu. Na wejściu linii znajduje się korektor pasma, który kosztem niewielkiego (około 15%) spadku wzmocnienia poprawia i rozszerza charakterystykę



Rys. 3. Zestaw oscyloskopu próbkującego z linią opóźniającą
A — kalibracja toru *Y* do pracy bez korektora pasma,
B — kalibracja toru *Y* do pracy z korektorem pasma

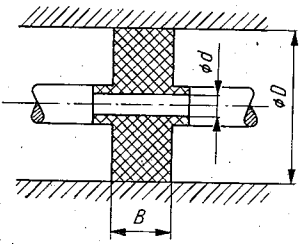
przenoszenia linii. Spadek wzmocnienia w układzie korektora pasma kompensowany jest poprzez odpowiednie wzmocnienie czułości toru odchylania pionowego oscyloskopu za pomocą pokrętła płynnej regulacji czułości, które ma odpowiednio zaznaczony dodatkowy punkt *A* kalibracji. Punkt ten ustala skalibrowane wartości poszczególnych pozycji przełącznika czułości podczas pracy oscyloskopu z linią opóźniającą. Drugi punkt kalibracji, oznaczony *B*, odpowiada mniejszej czułości toru odchylania pionowego. Punkt ten wyznacza skalibrowane wartości poszczególnych pozycji przełącznika czułości podczas pracy oscyloskopu bez linii opóźniającej.

3. PODPORA PRZEWODU WEWNĘTRZNEGO

Z uwagi na konieczność zastosowania znacznej liczby (stu lub więcej) podpór przewodu wewnętrznego linii bifilarnej, należy starannie dobrać rodzaj podpory oraz materiał, z którego podpora ma być wykonana. Zagadnienia te zostały szczegółowo omówione w pracy [8]. Z przytoczonych we wspomnianej pracy przykładach najlepsze efekty uzyskuje się przyjmując za materiał teflon, którego względna przenikalność elektryczna $\varepsilon = 1{,}98 \div 2{,}05$, a jego tangens kąta stratności jest stały w zakresie częstotliwości do 10 GHz [7]. Należy przypuszczać, że jeszcze lepsze rezultaty można uzyskać dla teflonu spienionego. Teflon spieniony stanowi bowiem strukturę silnie porowatą zawierającą liczne pęcherzyki powietrza. W związku z tym należy oczekiwać, że tangens kąta stratności teflonu spienionego będzie mniejszy od teflonu zwykłego.

Dla omówionego wyżej rozwiązania konstrukcyjnego bifilarnej linii opóźniającej, najkorzystniejsze pod względem technicznym jest przyjęcie podpory, której kształt został przedstawiony na rys. 4.

Z przytoczonych w pracy [8] wykresów wynika, że przy starannym wykonaniu podpory z teflonu, współczynnik odbicia od jednej podpory może być mniejszy od 0,1% w zakresie



Rys. 4. Podpora przewodu wewnętrznego bifilarnej linii opóźniającej

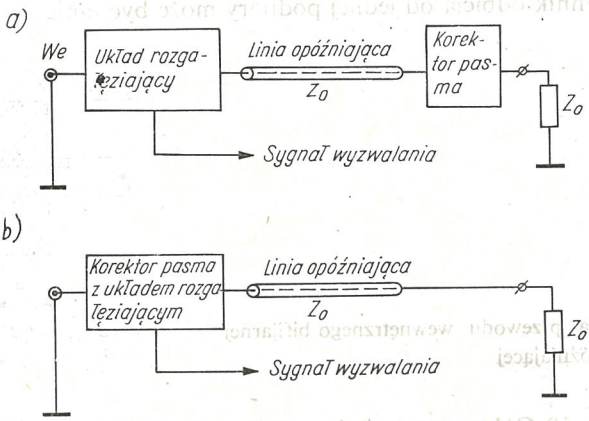
częstotliwości aż do 10 GHz, przy średnicy dielektryka $D = 8$ mm. Pomimo stosunkowo niskiej wartości współczynnika odbicia od jednej podpory, konieczność zastosowania około stu lub więcej podpór, może spowodować znaczny wzrost wypadkowego współczynnika odbicia. Wartość tego współczynnika wpływa na tłumienie linii i wpływ ten może być porównywalny z efektem naskórkowości. Szczegółowa analiza wpływu podpór na tłumienie linii została przeprowadzona w I części niniejszego artykułu. Na podstawie uzyskanych wyników tej analizy należy stwierdzić, że nawet dla stu podpór o wartościach współczynnika odbicia od jednej podpory równych 0,1%, współczynnik tłumienia wywołany efektem odbiciowym od tych podpór, przy granicznej częstotliwości pasma przenoszenia linii, wynosi zaledwie 1 dB. Oznacza to, że częstotliwość graniczna pasma przenoszenia współosiowej linii powietrznej z podanymi wyżej podporami osiąga taką wartość, przy której tłumienie w przewodach linii wywołane efektem naskórkowości powoduje spadek charakterystyki przenoszenia linii o 2 dB w stosunku do sygnałów małej częstotliwości.

4. KOREKTOR PASMA I UKŁAD WYZWALANIA

W liniach opóźniających, ze względu na sprzężenie stałoprądowe, nie zachodzi konieczność korekcji charakterystyki przenoszenia od strony sygnałów małej częstotliwości. Natomiast, niezależnie od rodzaju konstrukcji linii, konieczność taka zachodzi od strony sygnałów wielkiej częstotliwości. Układ korekcji pasma jest zazwyczaj czwórnikiem zawierającym elementy *RLC*, który może być umieszczony na wejściu lub wyjściu linii. Obie te możliwości przedstawiono schematycznie na rys. 5.

Dla określenia wielkości stopnia korekcji pasma wprowadza się tzw. współczynnik podziału sygnału wejściowego. Dla linii, która nie zawiera żadnego układu korektora pasma, współczynnik podziału wynosi 1:1. Oznacza to, że amplituda sygnału na wyjściu linii obciążonej rezystancją równą impedancji falowej tej linii jest równa amplitudzie sygnału wejściowego. W zależności od stopnia korekcji współczynnik podziału rośnie

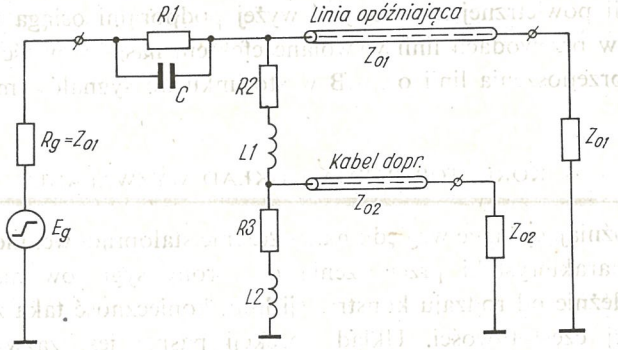
i może zawierać się w granicach od 1:1,05 do 1:2, [10, 11]. Oznacza to, że ze wzrostem współczynnika podziału sygnału wejściowego amplituda sygnału wyjściowego odpowiednio maleje. Oprócz korektora pasma, na wejściu linii niezbędny jest układ rozgałęziający,



Rys. 5. Linia opóźniająca z korektorem pasma
a) korektor pasma na wyjściu linii,
b) korektor pasma na wejściu linii

wydzielający sygnał wyzwalania, który pobiera zazwyczaj $1 \div 2\%$ energii sygnału badanego. Ta ilość pobranej energii odpowiada $10 \div 20\%$ amplitudy sygnału wejściowego.

Podobnie jak poprzednio, można wprowadzić współczynnik podziału w odniesieniu do sygnału wyzwalania. Przy przyjętych granicach $1 \div 2\%$ poboru energii sygnału wejściowego, współczynnik podziału sygnału wyzwalania zawiera się w granicach od 1:10 do



Rys. 6. Korektor pasma z układem wyzwalania

1:5. Jest rzeczą zrozumiałą, że układ taki wtrącony w tor przesyłowy linii będzie ograniczał pasmo przenoszenia oraz wprowadzał zniekształcenia badanych sygnałów. Z tego względu najkorzystniejszym rozwiązaniem jest połączenie korektora pasma i układu wydzielającego sygnał wyzwalania w jeden wspólny układ umieszczony na wejściu linii. Przykład takiego rozwiązania przedstawiono na rys. 6.

Dla zapewnienia poprawnej pracy tego układu, należy zapewnić spełnienie następujących warunków stałoprądowych:

$$Z_{o1} = (R3||Z_{o2}+R2)||Z_{o1}+R1, \tag{1}$$

$$A_s = \frac{(R3||Z_{o2}+R2)||Z_{o1}}{R1+(R3||Z_{o2}+R2)Z_{o1}}, \tag{2}$$

$$A_w = \frac{A_s(R3||Z_{o2})}{R2+R3||Z_{o2}}, \tag{3}$$

gdzie:

symbol || oznacza równoległe połączenie odpowiednich rezystorów,

A_s — współczynnik podziału badanego sygnału,

A_w — współczynnik podziału sygnału wyzwalania.

Układ tych równań należy rozwiązać względem $R1$, $R2$ i $R3$ przy założeniu określonych wartości Z_{o1}, Z_{o2} oraz A_s i A_w, przy czym najczęściej $Z_{o1} = Z_{o2}$. Elementy reaktancyjne LC dobiera się zazwyczaj eksperymentalnie, przy czym kondensator C powinien być bezindukcyjny i bezstratny w rozpatrywanym zakresie częstotliwości, a cewki $L1$ i $L2$ — o możliwie dużej dobroci. Rezystor $R1$ powinien mieć jak najmniejszą indykcyjność, natomiast rezystory $R2$ i $R3$ — jak najmniejszą pojemność.

5. BADANIA DOŚWIADCZALNE

Przedmiotem badań są następujące modele linii opóźniających oraz kable współosiowe:

a) model bifilarnej linii opóźniającej oznaczonej typem KB-6601, której konstrukcja została opracowana przez autora i przedstawiona w p. 2 niniejszego artykułu,

b) model linii paskowej zwijanej z dielektrykiem teflonowym typ OS-1515, której konstrukcja została opracowana przez autora i opisana w [3],

c) kabel współosiowy z dielektrykiem polietylenowym typ GR-874-R20 firmy General Radio o średnicy zewnętrznej 9,5 mm,

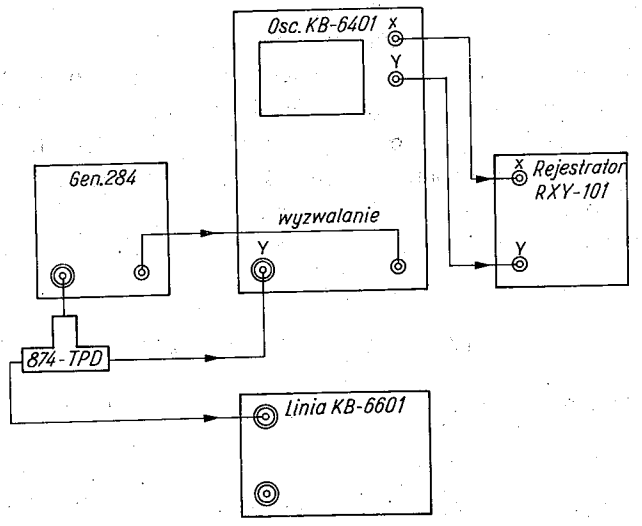
d) kabel współosiowy z dielektrykiem polietylenowym produkcji krajowej typ WL 50-2,25/ /7,25 o średnicy zewnętrznej 10,3 mm.

Należy podkreślić, że przeprowadzone badania dotyczą modelu linii bifilarnej. Model ten, w odróżnieniu od opisu zamieszczonego p. 2 niniejszego artykułu, został wykonany z płyt aluminiowych o wymiarach $220 \times 8 \times 300$, na których zostały wyfrazowane odpowiednie wyżłobienia o przekroju półokręgu i promieniu równym 4,5 mm. Na każdej z płyt o powyższych rozmiarach łączna długość wyżłobienia wynosi około 6 metrów. Kanał o przekroju okręgu i o średnicy 9 mm stanowiący ekran przewodu wewnętrznego linii został utworzony po złożeniu dwóch takich identycznych płyt. Cała linia utworzona jest z czterech płyt i zapewnia opóźnienie ok. 40 ns. Przewód wewnętrzny linii umieszczony został na 84 skompensowanych podporach teflonowych. Wykonanie modelowe techniką frezowania, przy braku odpowiedniego oprzyrządowania, nie pozwoliło osiągnąć takich tolerancji i dokładności wykonania, jakie są możliwe do osiągnięcia metodą wtrysku. Pomimo to, osiągnięta wartość granicznej częstotliwości pasma przenoszenia bifilarnej

linii opóźniającej jest kilkakrotnie większa od analogicznej wartości częstotliwości kabla współosiowego o średnicy zewnętrznej 10,3 mm i długości zapewniającej to samo opóźnienie co i linia bifilarna.

Zakres badań obejmuje pomiary mające na celu określenie następujących parametrów elektrycznych linii:

a) czasu opóźnienia,
b) wartości impedancji falowej,
c) nierównomierności impedancji falowej,
d) czasu narastania,
e) granicznej częstotliwości pasma przenoszenia.



Rys. 7. Układ do pomiaru parametrów linii metodą reflektometryczną

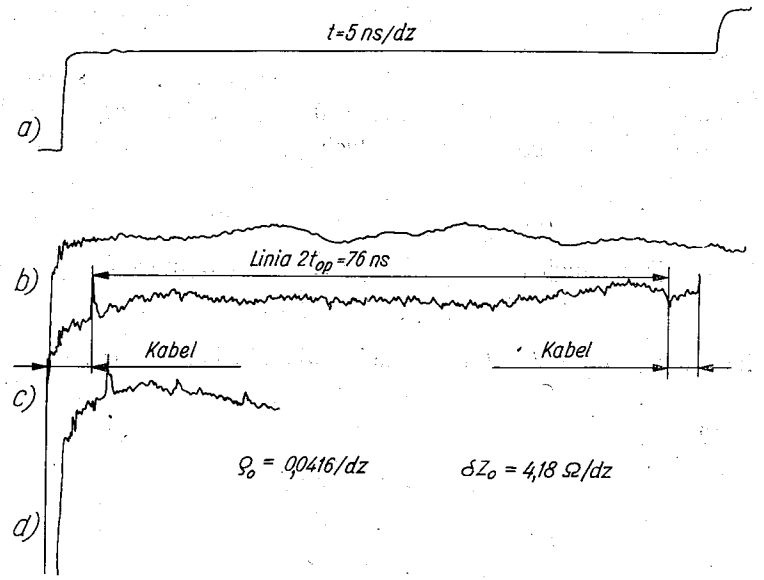
Trzy pierwsze parametry określono metodą reflektometrii czasowej w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 7. W układzie tym zastosowano następującą aparaturę pomiarową:

1) generator impulsowy f-my TEKTRONIX typ 284 o czasie narastania $t_r \leqslant 70$ ps i rezystancji wewnętrznej 50 Ω,
2) prototyp oscyloskopu próbującego typ KB-6401 o paśmie 3,5 GHz prod. krajowej (COBRABiD),
3) rejestrator XY typ RXY-101 prod. krajowej (ZDEMP),
4) trójnik mocy typ 874-TPD o paśmie 9 GHz f-my General Radio.

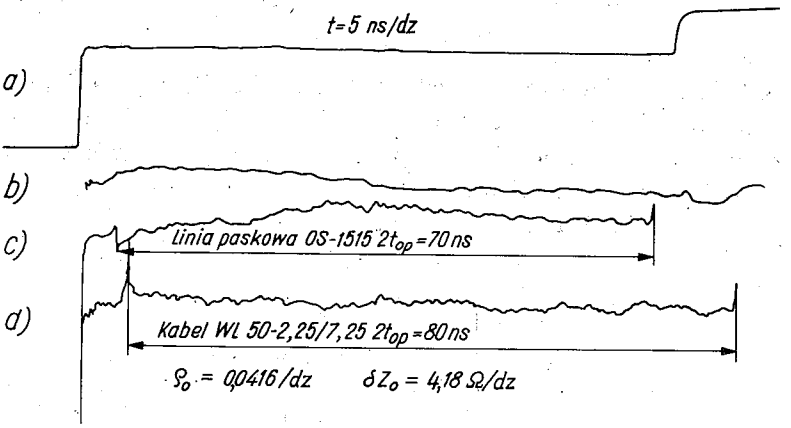
Wyniki pomiarów metodą reflektometryczną przedstawiono na rys. 8 i rys. 9.

Na rysunku 8 poszczególne przebiegi reprezentują sobą:

a) odpowiedź reflektometryczną bifilarnej linii opóźniającej KB-6601 przy czułości odchylania pionowego 50 mV/cm,
b) impuls sterujący z generatora typ 284 przy czułości odchylania pionowego 2,5 mV/cm,
c) odpowiedź reflektomatyczną linii KB-6601 przy czułości odchylenia pionowego 2,5 mV/cm,



Rys. 8. Wyniki pomiarów metodą reflektometryczną bifilarnej linii opóźniającej i kabla GR 874-R20
a) odpowiedź linii bifilarnej przy czułości 50 mV/cm, b) impuls sterujący przy czułości 2,5 mV/cm,
c) odpowiedź linii bifilarnej przy czułości 2,5 mV/cm, d) odpowiedź kabla GR 874-R20 przy czułości 2,5 mV/cm



Rys. 9. Wyniki pomiarów metodą reflektometryczną linii paskowej zwijanej OS-1515 i kabla WL 50-2,25/7,25
a) odpowiedź linii paskowej przy czułości 50 mV/cm, b) impuls sterujący przy czułości 2,5 mV/cm, c) odpowiedź linii paskowej przy czułości 2,5 mV/cm, d) odpowiedź kabla przy czułości 2,5 mV/cm

d) odpowiedź reflektometryczną kabla GR-874-R20 przy czułości odchylenia pionowego 2,5 mV/cm.

Podobnie na rys. 9 poszczególne przebiegi reprezentują sobą:

a) odpowiedź reflektometryczną linii opóźniającej OS-1515 przy czułości odchylania pionowego 50 mV/cm,

b) impuls sterujący z generatora typ 284 przy czułości odchylania pionowego 2,5 mV/cm,

c) odpowiedź reflektometryczną linii opóźniającej OS-1515 przy czułości odchylania pionowego 2,5 mV/cm,

d) odpowiedź reflektometryczną kabla WL 50-2,25/7,25 przy czułości odchylania pionowego 2,5 mV/cm.

Przebiegi b), c) i d) są zatem dwudziestokrotnie wzmocnione w stosunku do przebiegu a). Ponieważ współczynnik odbicia od wartości 0 do wartości 1 daje na przebiegach a) odchylenie 12 mm, wobec tego dla pozostałych przebiegów:

$$\varrho_o = \frac{1}{12 \cdot 20} = 0{,}00416/\text{mm}. \tag{4}$$

Nierównomierność impedancji falowej δZ_o wyraża się następująco

$$\delta Z_o = Z_l - Z_o \tag{5}$$

gdzie Z_l — impedancja falowa w tym punkcie linii, dla którego jest określana wartość δZ_o.

Zgodnie z [9]

$$Z_l = Z_o \frac{1+\varrho_o}{1-\varrho_o}. \tag{6}$$

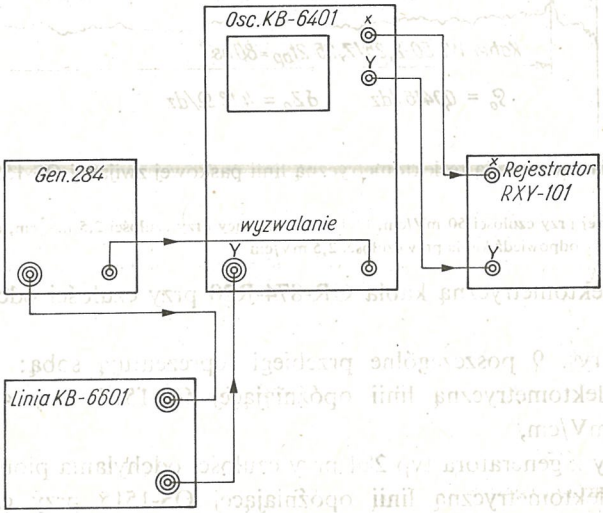
Stąd

$$\delta Z_o = Z_o \left(\frac{1+\varrho_o}{1-\varrho_o} - 1 \right) \ [\Omega/\text{dz}]. \tag{7}$$

Obliczona wartość δZ_o, dla przebiegów b), c) i d) z rys. 8 i z rys. 9, wynosi zatem

$$\delta Z_o = \pm 0{,}418 \ [\Omega/\text{mm}],$$

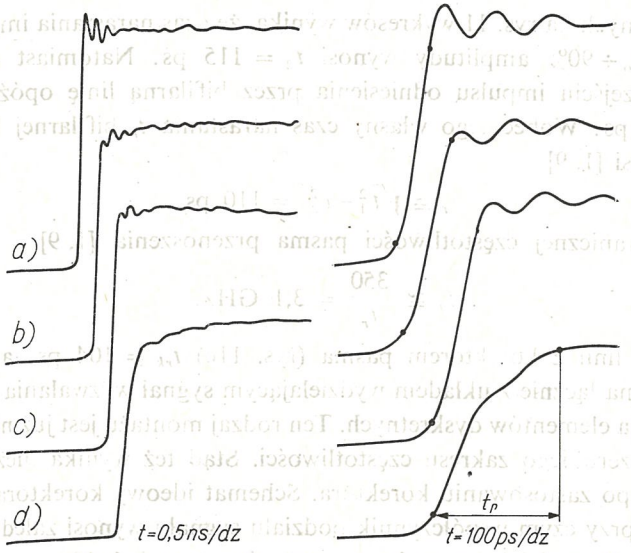
co stanowi zaledwie 0,84% wartości impedancji falowej Z_o. Z przedstawionych wykresów wynika, że nierównomierność impedancji falowej linii KB-6601, pomimo zastosowania 84 podpór przewodu wewnętrznego linii, nie przekracza 1% i jest niewiększa aniżeli kabla GR-874-R20A. Podobne wartości nierównomierności impedancji falowej występują dla linii paskowej OS-1515 i kabla WL 50-2,25/7,25.



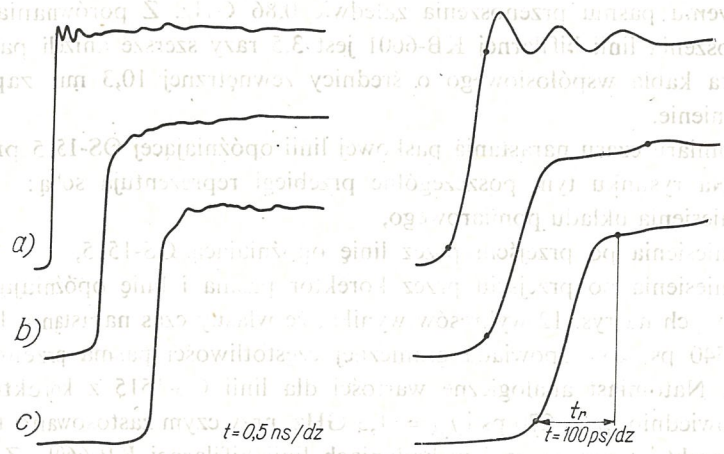
Rys. 10. Układ do pomiaru czasu narastania

Pomiaru czasów narastania dokonano w układzie pomiarowym przedstawionym na rys. 10 wykorzystując tę samą aparaturę. Wyniki pomiarów czasu narastania bifilarnej linii opóźniającej KB-6601 oraz kabla WL 50-2,25/7,25 przedstawiono na rys. 11, natomiast linii paskowej OS-1515 na rys. 12. Przebiegi zdjęto przy dwóch szybkościach podstawy czasu oscyloskopu: 0,5 ns/cm (przebiegi z lewej strony) oraz 100 ps/cm (przebiegi z prawej strony).

Na rys. 11 poszczególne przebiegi reprezentują sobą:



Rys. 11. Wyniki pomiarów czasu narastania bifilarnej linii opóźniającej i kabla WL 50-2,25/7,25
a) impuls odniesienia układu pomiarowego, b) impuls odniesienia po przejściu przez linię bifilarną, c) impuls odniesienia po przejściu przez linię bifilarną i korektor pasma, d) impuls odniesienia po przejściu przez kabel współosiowy WL 50-2,25/7,25 o długości zapewniającej to samo opóźnienie co i linia bifilarna



Rys. 12. Wyniki pomiarów czasu narastania linii opóźniającej paskowej zwijanej OS-1515
a) impuls odniesienia układu pomiarowego, b) impuls odniesienia po przejściu przez linię paskową, c) impuls odniesienia po przejściu przez linię paskową i korektor pasma

a) impuls odniesienia układu pomiarowego, którego czas narastania obejmuje własne czasy narastania generatora 284, kabla doprowadzającego i oscyloskopu próbkującego KB-6401,
b) impuls odniesienia po przejściu przez linię opóźniającą KB-6601,
c) impuls odniesienia po przejściu przez korektor pasma i linię opóźniająco KB-6601,
d) impuls odniesienia po przejściu przez kabel WL 50-2,25/7,25 produkcji krajowej o średnicy zewnętrznej 10,3 mm i długości zapewniający takie samo opóźnienie jak i linia KB-6601.

Z przedstawionych na rys. 11 wykresów wynika, że czas narastania impulsu odniesienia na poziomie $10\% \div 90\%$ amplitudy wynosi $t_2 = 115$ ps. Natomiast analogiczny czas narastania po przejściu impulsu odniesienia przez bifilarną linię opóźniającą KB-6601 wynosi $t_1 = 160$ ps. Wobec tego własny czas narastania t_r bifilarnej linii opóźniającej KB — 6601 wynosi [1, 9]

$$t_r \cong \sqrt{t_1^2 - t_2^2} = 110 \text{ ps}, \tag{8}$$

co odpowiada granicznej częstotliwości pasma przenoszenia [1, 9]

$$f_g \cong \frac{350}{t_r} = 3{,}1 \text{ GHz}. \tag{9}$$

Analogicznie dla linii z korektorem pasma (rys. 11c) $t_{rk} = 104$ ps, a $f_{gk} = 3{,}4$ GHz.

Korektor pasma łącznie z układem wydzielającym sygnał wyzwalania został wykonany techniką lutowania elementów dyskretnych. Ten rodzaj montażu jest już niestety niewystarczający dla tak szerokiego zakresu częstotliwości. Stąd też wynika nieznaczna poprawa czasu narastania po zastosowaniu korektora. Schemat ideowy korektora został przedstawiony na rys. 6, przy czym współczynnik podziału sygnału wynosi zaledwie 1:1,15, natomiast współczynnik podziału sygnału wyzwalania wynosi 1:10.

Na rys. 11d, dla porównania, przedstawiono impuls odniesienia po przejściu przez odcinek kabla współosiowego WL 50-2,25/7,25 zapewniający to samo opóźnienie co i linia KB-6601. Własny czas narastania tego odcinka kabla wynosi aż 405 ps, co odpowiada trzydecybelowemu pasmu przenoszenia zaledwie 0,86 GHz. Z porównania wynika, że pasmo przenoszenia linii bifilarnej KB-6601 jest 3,5 razy szersze aniżeli pasmo przenoszenia odcinka kabla współosiowego o średnicy zewnętrznej 10,3 mm zapewniającego to samo opóźnienie.

Wyniki pomiaru czasu narastania paskowej linii opóźniającej OS-1515 przedstawiono na rys. 12. Na rysunku tym poszczególne przebiegi reprezentują sobą:
a) impuls odniesienia układu pomiarowego,
b) impuls odniesienia po przejściu przez linię opóźniającą OS-1515,
c) impuls odniesienia po przejściu przez korektor pasma i linię opóźniającą OS-1515.

Z przedstawionych na rys. 12 wykresów wynika, że własny czas narastania linii OS-1515 wynosi $t_r = 540$ ps, co odpowiada granicznej częstotliwości pasma przenoszenia $f_g = 0{,}65$ GHz. Natomiast analogiczne wartości dla linii OS-1515 z korektorem pasma wynoszą odpowiednio $t_{rk} = 270$ ps i $f_{gk} = 1{,}3$ GHz, przy czym zastosowano tutaj ten sam egzemplarz korektora pasma co i w badaniach linii bifilarnej KB-6601. Z porównania wartości granicznych częstotliwości pasma przenoszenia linii bifilarnej KB-6601 i linii paskowej OS-1515 wynika, że pasmo przenoszenia linii bifilarnej jest blisko pięciokrotnie

Tablica 1

Zestawienie wyników pomiarów

Typ	RG 393	WL 50-2,25/7,25	OS-1515	KB-6601
Firma	Habia	Polska	ZDZM	COBRABiD
Rodzaj	kabel współosiowy	kabel współosiowy	paskowa zwijana	współosiowa powietrzna
Dielektryk	teflon	polietylen	teflon	powietrze
Średnica dielektryka	7,2 mm	7,25 mm	4,2 mm*)	9 mm
Średnica zewnętrzna	9,5 mm	10,3 mm	4,6 mm**)	11 mm
Powierzchnia przekroju dielektryka	40,1 mm^2	41,3 mm^2	63 mm^2	63,6 mm^2
Impedancja falowa	$50\Omega \pm 5\%$	$50\Omega \pm 5\%$	$50\Omega \pm 5\%$	$50\Omega \pm 1\%$
Opóźnienie	40 ns	40 ns	35 ns	40 ns
Czas narastania bez korekcji	290 ps	405 ps	540 ps	110 ps
Częstotliwość graniczna bez korekcji	1,2 GHz	0,86 GHz	0,65 GHz	3,1 GHz

*) grubość dielektryka, **) grubość zewnętrzna linii

szersze aniżeli linii paskowej, przy czym należy podkreślić, że powierzchnie przekrojów poprzecznych dielektryków obydwu linii są do siebie bardzo zbliżone. Powierzchnia przekroju poprzecznego dielektryka linii KB-6601 wynosi bowiem $S_w = 63{,}6$ mm^2, natomiast linii paskowej OS-1515 — $S_p = 4{,}2 \times 15 = 63$ mm^2.

Zestawienie wyników pomiarów przedstawiono w tablicy 1. W tablicy tej, obok wyników pomiarów kabla WL 50-2,25/7,25, linii paskowej zwijanej OS-1515 i modelu linii bifilarnej KB-6601, zamieszczono dla porównania dane katalogowe kabla teflonowego RG 393 firmy Habia, produkującej kable teflonowe na najwyższym poziomie światowym. Na podstawie danych katalogowych [12] i zamieszczonych tam wykresów autor określił graniczną częstotliwość pasma przenoszenia tego kabla dla długości zapewniającej opóźnienie 40 ns. Kabel ten o średnicy zewnętrznej 10,1 mm i długości 8,3 metra posiada częstotliwość graniczną zaledwie 1,2 GHz. Częstotliwości graniczne kabla produkcji krajowej WL 50-2,25/7,25 z dielektrykiem polietylenowym oraz linii paskowej zwijanej OS-1515 z dielektrykiem teflonowym są wyraźnie niższe od kabla RG 393. Natomiast częstotliwość graniczna linii bifilarnej KB-6601 jest zdecydowanie wyższa, blisko trzykrotnie w odniesieniu do kabla RG 393.

Na podstawie przedstawionych wyników pomiarów oraz danych katalogowych kabli współosiowych można zatem stwierdzić, że najkorzystniejsze parametry techniczne zapewnia linia bifilarna według konstrukcji zaproponowanej przez autora. Jednocześnie linia taka wykonana technologią zaproponowaną przez autora zapewnia niskie koszty wytwarzania oraz małe rozmiary i ciężar.

6. WNIOSKI KOŃCOWE

O jakości linii opóźniającej i jej wysokim poziomie technicznym decyduje następująca korelacja parametrów technicznych: duża wartość częstotliwości granicznej pasma przenoszenia przy jednocześnie dużym opóźnieniu, minimalnych rozmiarach i małym ciężarze. Ponadto pożądane są małe wartości współczynników podziału: badanego sygnału i sygnału wyzwalania. Przytoczone wymagania wzajemnie się wykluczają. Stąd zachodzi konieczność odpowiedniego doboru i optymalizacji określonych parametrów. Powszechne stosowanie w oscyloskopowej technice próbkującej kabli współosiowych jako linii opóźniających nie jest korzystnym rozwiązaniem. Do czasu opracowania nowych konstrukcji i technologii wykonania linii opóźniających lub odkrycia nowych materiałów dielektrycznych, postęp w tej dziedzinie nie zostanie osiągnięty. Nawet wysokiej jakości kable współosiowe z dielektrykiem teflonowym nie są w stanie zapewnić korzystnych parametrów technicznych linii opóźniających. Przedstawiona w niniejszym artykule nowa konstrukcja współosiowej linii bifilarnej stanowi próbę w poszukiwaniach innych, korzystniejszych rozwiązań aniżeli linie kablowe. Nowa konstrukcja linii opóźniającej, w porównaniu z powszechnie stosowanymi, drogimi i trudno dostępnymi liniami kablowymi posiada szereg zalet. Przede wszystkim jest prosta i tania zapewniając jednocześnie możliwość osiągnięcia najkorzystniejszych parametrów technicznych. Na podstawie przeprowadzonych badań modelu tej linii, wykonanego niezbyt dokładną techniką frezowania, można oczekiwać, że po dopracowaniu technologii wykonania metodą wtrysku oraz zastosowaniu korektora pasma o współczynniku podziału 1:2 wykonanego techniką cienkowarstwową, powinno się uzyskać dwukanałową linię opóźniającą o opóźnieniu 60 ns/kanał i paśmie przenoszenia $5 \div 6$ GHz, przy czym rozmiary i masa zaledwie w granicach: $220 \times 70 \times 300$ mm i około 3,5 kg.

W porównaniu z dotychczas stosowanymi liniami kablowymi, linia ta stanowiłaby znaczny postęp, zarówno pod względem technicznym jak i ekonomicznym.

LITERATURA

1. J. Baranowski, *Synchroskopy stroboskopowe szerokopasmowe*, Praca zbiorowa, WNT, 1972.
2. B. Gołaj, *Sampling adaptor DC to 1 GHz type: PB-1100*, Electronic equipment, No 1, 1975.
3. B. Gołaj, K. Gmaj, *Sposób wykonania paskowej linii opóźniającej i urządzenie do wykonania tej linii*, Zgłoszenie pat. PRL, Nr P-184154, 1975.
4. B. Gołaj, M. Cybulski, *Szerokopasmowa linia opóźniająca*, Patent PRL, Nr 89293, 1976.
5. B. Gołaj, *Współosiowa linia opóźniająca*, Patent PRL, Nr 103849, 1979.
6. B. Gołaj, *Zestaw oscyloskopu próbkującego*, Zgłoszenie pat. PRL, Nr P-197567, 1976.

7. G. W. Gliebowicz, I. P. Kowaliew, *Szirokopołosnyje linii pieriedaczi impulsnych signałow*, Sowiet. Radio, 1973.
8. A. Kraus, *Reflection coefficient curves of compensated discontinuities on coaxial lines and the determination of the optimum dimensions*, Jurnal Brit. IRE, February, 1960, pp. 137—152; Part 2, Jurnal Brit. IRE, May, 1962, pp. 365—371.
9. J. A. Strickland, *Time-domain reflectometry measurement*, Tektronix, 1970.
10. *Instruction manual, Compact dual trace sampling oscilloscope PM 3400*, Philips, 1972.
11. *Instruction manual, 7M11 50 ohm delay line*, Tektronix, Inc., 1969.
12. *Teflon coaxial cables*, Habia catalog, 1977.
13. *Electronic instruments and systems*, Hewlett-Packard catalog, 1979.

B. GOŁAJ

ANALYSIS OF PROPERTIES OF DELAY LINES FOR SAMPLING OSCILOSCOPES PART 2 — AN ANALYSIS OF PROPERTIES OF A BIFILAR DELAY LINE

Summary

The article consists of two parts. Theoretical analyses of delay properties of wide-band transmission lines are given in the first part. Evaluations and selection criteria of transmission lines for delay electrical signals in the subnanosecond range have been determined as a result of these analyses.

Properties of a new type of delay line called by the author the bifilar delay line are discussed in the second part of the article. A construction principle and performance manner of the bifilar delay line and results of experiments are inserted in this part. Moreover a short evaluation of modern delay lines constructions intended for sampling osciloscopes has been presented.

B. GOŁAJ

ANALYSE DES PROPRIÉTÉS DES LIGNES DE RETARD UTILISÉES DANS LA TECHNIQUE D'ÉCHANTILLONNAGE A OSCILLOSCOPE II. ANALYSE DES PROPRIÉTÉS DE LA LIGNE DE RETARD BIFILAIRE

Résumé

L'article se compose de deux parties. Dans la première partie on a analysé les propriétés des lignes à large bande de transport d'énergie. A la suite de cette analyse on a formulé les critères d'estimation et de choix du type des lignes de retard des signaux électriques de l'ordre de subnano-seconde.

Dans le seconde partie de l'article on a traité les propriétés d'un nouveau genre de lignes de retard, nommé par l'auteur, ligne de retard bifilaire. On a présenté le principe de construction, le mode d'exécution et les résultats des essais expérimentaux d'un modèle de cette ligne. On a donné en plus une brève estimation à échelle mondiale des solutions de construction des lignes de retard utilisées dans la technique d'échantillonnage à oscilloscope.

B. GOŁAJ

ANALYSE AUF EIGENSCHAFTEN DER IN OSZILOSKOPISCHER PRÜFTECHNIK ANGEWANDTEN VERZÖGERNDEN LINIEN TEIL II — ANALYSE AUF EIGENSCHAFTEN EINER VERZÖGERNDEN BIFILARLINIE

Zusammenfassung

Der Artikel besteht aus zwei Teilen. Im ersten Teil wurde eine theoretische Analyse der Verzögerungseigenschaften von breibändigen Übertragungslinien durchgeführt. Im Ergebnis dieser Analyse wurden

Kriterien zur Beurteilung und Wahl der Linientypen zur Verzögerung von elektrischen Signalen des Subnanosekundenbereiches formuliert.

Im zweiten Teil des Artikels wurden die Eigenschaften eines neuen Typs der Verzögerungslinie erörtert, die der Autor die verzögernde Bifilarlinie benannt hat. Es wurden das Konstruktionsprinzip, die Ausführungsweise sowie Versuchsergebnisse am Modell dieser Linie angeführt. Darüber hinaus wurde eine kurze Beurteilung des Weltniveaus der Konstruktionslösungen von den in oszilographischer Prüftechnik angewandten Verzögerungslinien gebracht.

Б. ГАЛАЙ

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ЛИНИИ ЗАДЕРЖКИ ДЛЯ СТРОБОСКОПИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЯ. ЧАСТЬ II

Р е з ю м е

Статья состоит из двух частей.

В первой части приведен теоретический анализ свойств запаздывания в широкополосных линиях передачи. В результате этого анализа определены критерия оценки и выбора линии передачи для задержки электрических сигналов субнаносекундного диапазона.

Во второй части обсуждены свойства нового типа линии задержки, называемой автором бифилярной линией задержки. Приведены основы конструкции, способ изготовления такой линии, а также результаты экспериментальных исследований. Кроме того приведена краткая оценка мирового уровня конструкции линии задержки предназначенных для стробоскопического осциллографирования.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 441—462

621.385.2

Wpływ kształtu modulacji diody elektroluminescencyjnej na wielkość sygnału użytecznego

MICHAŁ REZULSKI (WARSZAWA)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej

Otrzymano 16.11.1978

Sygnałem użytecznym emitowanym przez diodę elektroluminescencyjną (*DEL*) pracującą w linii optoelektronicznej z odbiorem selektywnym jest składowa podstawowa wytworzonej mocy świetlnej. Wielkość jej zależy przy ustalonym wykorzystaniu energetycznym *DEL* od kształtu okresowego przebiegu prądu modulującego. Miarą doboru kształtu modulacji do parametrów *DEL* może być wskaźnik wykorzystania mocy ε definiowany jako stosunek składowej podstawowej mocy promieniowanej do mocy nominalnej diody. Wykazano, że graniczna wartość ε wynosi 2. Znaleziono zależność wartości ε od współczynnika wypełnienia przy modulacji prostokątnej i trapezowej. Przeprowadzono analizę przydatności powyższych modulacji do pracy z odbiorem selektywnym na przykładzie *DEL* typu CQYP-19 oraz porównano wyniki z uzyskiwanymi przy modulacji sinusoidalnej. Przedyskutowano wpływ częstotliwości sygnału na wielkość ε. Podano metody doboru kształtu prądu w *DEL* dla uzyskania maksymalnej mocy użytecznej przy pracy z odbiorem selektywnym.

Praca wykonana w ramach problemu węzłowego nr 06.3 pt. „Rozwój produkcji urządzeń laserowych i elektroluminescencyjnych"

1. WSTĘP

W wielu zastosowaniach linii optoelektronicznych sygnałem użytecznym jest fala ciągła. Dotyczy to takich zastosowań linii, jak bariery i kurtyny świetlne, czujniki zbliżeniowe, dalmierze optoelektroniczne, mierniki średnic, czytniki kodów i wiele innych. Odbiór sygnału w takich liniach jest z reguły selektywny, a więc właściwym sygnałem użytecznym jest składowa podstawowa (sinusoidalna) modulacji promieniowania źródła o częstotliwości co najmniej kilka kHz. Nie oznacza to jednak, że światło wysyłane przez nadajnik musi być modulowane przebiegiem sinusoidalnym. Jak wykazano dalej, modulacja sinusoidalna zastosowana w linii optoelektronicznej z odbiorem selektywnym nie jest optymalnym rozwiązaniem ze względu na poziom sygnału użytecznego. W pracy rozpatrzono możliwość zastosowania w takiej linii modulacji impulsowej. Stwierdzono istotną zależność poziomu sygnału użytecznego od współczynnika wypełnienia przebiegu modulującego. Jak się okazuje, wielkość tego współczynnika można dobrać tak, aby uzyskać poziom sygnału użytecznego znacznie wyższy niż przy modulacji sinusoidalnej.

Z przeprowadzonej analizy modulacji prostokątnej i trapezowej wynika, że kształt impulsów modulacji ma znacznie mniejszy wpływ na poziom sygnału użytecznego niż

współczynnik wypełnienia tych impulsów. Istotnym ograniczeniem zastosowania modulacji impulsowej mogą być natomiast właściwości częstotliwościowe nadajnika. Należy podkreślić, że problem optymalizacji kształtu modulacji światła pod kątem uzyskania jak największej mocy użytecznej jest szczególnie istotny obecnie, kiedy to w liniach optoelektronicznych stosuje się powszechnie diody elektroluminescencyjne (DEL). Diody te są szybkie, niezawodne i tanie, ale jednocześnie — przy obecnym poziomie technologii — wykazują niską sprawność energetyczną i małą moc wyjściową.

WYKAZ OZNACZEŃ

a, b, x, ξ — liczby rzeczywiste,
$\delta(t)$ — funkcja Diraca,
ε — wskaźnik wykorzystania mocy *DEL*,
ε_{max} — maksymalny wskaźnik wykorzystania mocy,
f — częstotliwość prądu zmiennego,
$f(t), \varphi(t)$ — funkcja zmiennej t,
I_m — maksymalne dopuszczalne natężenie prądu stałego *DEL*,
$I_{max}, I'_{max}, I''_{max}$ — amplituda prądu zmiennego,
I_p, I_{p1}, I_{p2} — amplituda składowej podstawowej prądu zmiennego,
I_{sk} — wartość skuteczna prądu zmiennego,
I_0 — wartość średnia prądu zmiennego,
I_2 — amplituda drugiej harmonicznej prądu zmiennego,
$i(t), i_1(t), i_2(t)$ — natężenie prądu zmiennego,
k — współczynnik wypełnienia impulsów prądu,
k_{opt} — optymalny współczynnik wypełnienia,
$\varkappa$ — współczynnik kształtu prądu zmiennego,
n — liczba naturalna,
P — moc składowej podstawowej promieniowania *DEL*,
P_d — moc wydzielona w *DEL*,
P_{nom} — nominalna moc promieniowania *DEL*,
p — współczynnik pochylenia impulsu trapezowego,
$p_d(t)$ — moc chwilowa wydzielana w *DEL*,
r — nachylenie charakterystyki statycznej *DEL*,
T — okres prądu zmiennego,
t — czas,
t_n — czas narastania,
U_k — napięcie kolana charakterystyki statycznej *DEL*.

2. MOŻLIWOŚCI I GRANICE OPTYMALIZACJI KSZTAŁTU PRĄDU W DIODZIE ELEKTROLUMINESCENCYJNEJ

Dioda elektroluminescencyjna w użytecznym przedziale warunków pracy wykazuje prawie liniową zależność mocy wypromieniowanej P od płynącego prądu I [1]. W szczególności, jeśli przez DEL jest przepuszczany maksymalny dopuszczalny prąd stały I_m, to

będzie ona emitować moc nominalną P_{nom}. Wielkość I_m i P_{nom} określają katalogowe granice możliwości energetycznych DEL.

W linii optoelektronicznej pracującej na fali ciągłej DEL zasilana jest prądem zmiennym $i(t)$ o okresie T znacznie krótszym od stałej czasu nagrzewania złącza. Jeśli tak dobierze się natężenie prądu $i(t)$, aby w złączu wydzieliła się taka sama moc jak przy przepływie prądu stałego I_m, to DEL będzie maksymalnie wykorzystana energetycznie. Jednak moc składowej P emitowanego w tej sytuacji promieniowania będzie w ogólnym przypadku różna od P_{nom}. Stosunek mocy P do mocy nominalnej P_{nom} przyjęto w tej pracy traktować jako wskaźnik wykorzystania mocy DEL ε. Tak więc

$$\varepsilon = \frac{P}{P_{nom}}. \tag{1}$$

Ponieważ stosunek mocy emitowanych przez DEL jest równy stosunkowi wartości średnich prądu, więc

$$\varepsilon = \frac{I_p}{I_m}, \tag{2}$$

gdzie przez I_p należy rozumieć amplitudę składowej podstawowej prądu $i(t)$ płynącego przez DEL w sytuacji, gdy moc wydzielana w złączu jest taka sama jak przy przepływie maksymalnego dopuszczalnego prądu stałego I_m.

Wartość wskaźnika ε zależy od kształtu prądu modulującego płynącego przez DEL na skutek działania dwóch mechanizmów:

a) kształt prądu decyduje bezpośrednio o wartości jego składowej podstawowej I_p,

b) kształt prądu określa dopuszczalną wartość średnią I_0 prądu, przy której w danej DEL wydzieli się taka sama moc, jak przy przepływie prądu stałego I_m.

W związku z powyższym wzór (2) wygodnie jest przedstawić następująco

$$\varepsilon = \frac{I_p}{I_o}\frac{I_o}{I_m} \tag{3}$$

przy czym czynniki $\frac{I_p}{I_o}$ i $\frac{I_o}{I_m}$ opisują odpowiednio wymienione wyżej zjawiska.

Pierwszy czynnik we wzorze (3) oznacza stosunek składowej podstawowej I_p do wartości średniej I_o. Dla konkretnego kształtu przebiegu okresowego prądu $i(t)$ wartości I_p oraz I_o można policzyć korzystając ze wzorów Fouriera [2]:

$$I_p = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt, \tag{4}$$

$$I_o = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt, \tag{5}$$

gdzie T jest okresem prądu $i(t)$.

Wartość stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ wyniesie więc

$$\frac{I_p}{I_o} = 2\frac{\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt}{\int_0^T i(t)\,dt}. \tag{6}$$

Biorąc pod uwagę, że funkcja $i(t)$ ma stały znak w przedziale całkowania (prąd diody nie zmienia kierunku), można zastosować do wzoru (6) uogólnione twierdzenie o wartości średniej [3], które mówi, że

$$\int_a^b f(t)\varphi(t)\,dt = f(\xi)\int_a^b \varphi(t)\,dt, \tag{7}$$

gdzie ξ jest pewną liczbą z przedziału (a, b).

Ostatecznie, podstawiając $\varphi(t) = i(t)$, $f(t) = \cos\frac{2\pi}{T}t$, $a = 0$, $b = T$ otrzymano

$$\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt = \cos\frac{2\pi}{T}\xi\int_0^T i(t)\,dt, \tag{8}$$

czyli, zgodnie ze wzorami (6) i (8)

$$\frac{I_p}{I_o} = 2\cos\frac{2\pi}{T}\xi. \tag{9}$$

Ze wzoru (9) wynika, że maksymalna wartość stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ wynosi 2. Kształt prądu $i(t)$, który zapewni maksymalny stosunek $\frac{I_p}{I_o}$ można w związku z tym znaleźć rozwiązując równanie

$$I_p = 2I_o, \tag{10}$$

czyli, po podstawieniu (4) i (5)

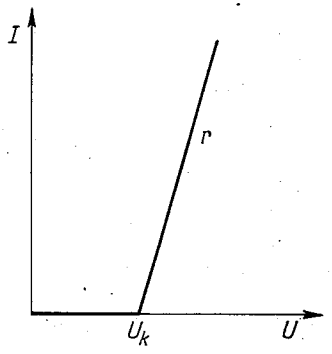
$$\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt = \int_0^T i(t)\,dt. \tag{11}$$

Rozwiązaniem równania (11) jest funkcja Diraca

$$i(t) = \delta(t). \tag{12}$$

A więc dla uzyskania maksymalnego stosunku $\frac{I_p}{I_o} = 2$ należałoby ukształtować prąd DEL w postaci ciągu impulsów Diraca powtarzanych z okresem T. Dla innych kształtów prądu $i(t)$ stosunek $\frac{I_p}{I_o}$ będzie mniejszy. Minimalna wartość stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ wynosi 0. Przypadek taki, zgodnie z (6), ma miejsce, jeśli prąd $i(t)$ jest stały w funkcji czasu.

Drugi czynnik we wzorze (3) oznacza stosunek wartości średniej I_o prądu $i(t)$ do wartości maksymalnego prądu stałego I_m, przy założeniu tej samej mocy wydzielonej w DEL w obu przypadkach. Stosunek $\frac{I_o}{I_m}$ zależy od kształtu prądu $i(t)$ oraz od kształtu charakterystyki statycznej DEL. W pracy tej przyjęto uproszczenie charakterystyki statycznej DEL, na zasadzie pokazanej na rys. 1. W ten sposób charakterystykę statyczną można opisać



Rys. 1. Uproszczona charakterystyka statyczna DEL

podając dwie wielkości: napięcie kolana U_k i nachylenie r. Jeśli przez DEL o danym U_k i r płynie maksymalny dopuszczalny prąd stały I_m, wtedy moc P_d wydzielona w diodzie wyniesie

$$P_d = U_k I_m + r I_m^2. \tag{13}$$

Z kolei przepływ prądu zmiennego $i(t)$ spowoduje wydzielenie mocy chwilowej $p_d(t)$, przy czym

$$p_d(t) = U_k i(t) + r i^2(t). \tag{14}$$

Ponieważ prąd $i(t)$ posiada okres T, więc można policzyć moc średnią

$$P_d = \frac{1}{T}\int_0^T p_d(t)\,dt = U_k I_o + r I_{sk}^2, \tag{15}$$

gdzie I_o i I_{sk} są odpowiednio wartością średnią i skuteczną prądu $i(t)$.

Podstawiając współczynnik kształtu prądu $\varkappa$ określony jako stosunek tych wartości

$$\varkappa = \frac{I_{sk}}{I_o} \tag{16}$$

dostaje się wzór na moc wydzieloną w DEL przy przepływie prądu $i(t)$

$$P_d = U_k I_o + r\varkappa^2 I_o^2. \tag{17}$$

Porównując stronami (13) i (17) uzyskano równanie

$$r\varkappa^2 I_o^2 + U_k I_o - U_k I_m - r I_m^2 = 0. \tag{18}$$

Rozwiązanie tego równania pozwala na znalezienie zależności określającej stosunek $\frac{I_o}{I_m}$

$$\frac{I_o}{I_m} = \frac{1}{2r\varkappa^2}\sqrt{\frac{U_k^2}{I_m^2} + \frac{4r\varkappa^2 U_k}{I_m} + 4r^2\varkappa^2} - \frac{U_k}{2rI_m\varkappa^2}. \tag{19}$$

Wartość tego stosunku może się zmieniać od 0 do 1, zależnie od wielkości U_k, r, I_m określających DEL oraz współczynnika $\varkappa$ określającego kształt prądu. W szczególności dla $U_k = 0$ wartość stosunku $\frac{I_o}{I_m} = \frac{1}{\varkappa}$; dla $r \to 0$ $\frac{I_o}{I_m} \to 1$. Współczynnik $\varkappa$, którego wartość może zmieniać się w zależności od kształtu $i(t)$ w granicach od 1 do $+\infty$, również wywiera silny wpływ na stosunek $\frac{I_o}{I_m}$. I tak dla $\varkappa = 1$ stosunek $\frac{I_o}{I_m} = 1$, zaś dla $\varkappa \to \infty$ $\frac{I_o}{I_m} \to 0$ bez względu na parametry DEL.

Podsumowując wpływ obu czynników występujących we wzorze (3) na wielkość wskaźnika wykorzystania mocy ε można stwierdzić co następuje.

a) Wartość stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ dana wzorem (6) zależy tylko od kształtu przebiegu $i(t)$ oraz może zmieniać się w granicach od 0 do 2, przy czym wartości 0 odpowiada przypadek prądu stałego, a wartości 2 graniczny przypadek modulacji ciągiem delt Diraca.

b) Wielkość stosunku $\frac{I_o}{I_m}$ dana wzorem (19) zależy od kształtu przebiegu $i(t)$ oraz od parametrów DEL (U_k, r, I_m). Wartość tego stosunku może zmieniać się od 0 do 1, przy czym wartość 0 odpowiada granicznemu przypadkowi modulacji ciągiem delt Diraca ($\varkappa \to \infty$), a wartość 1 przypadkowi prądu stałego ($\varkappa = 1$).

c) Ponieważ każdy z czynników występujących w wyrażeniu na ε osiąga swoje maksimum dla takiej modulacji, dla której drugi spada do minimum, istnieje możliwość optymalizacji.

Jak wynika z powyższych rozważań oraz ze wzoru (3), granicą możliwości optymalizacji kształtu prądu $i(t)$ jest wartość $\varepsilon = 2$.

3. MODULACJA SINUSOIDALNA 100%

W przypadku modulacji sinusoidalnej z głębokością 100% prąd $i(t)$ płynący przez diodę można wyrazić wzorem

$$i(t) = \frac{1}{2} I_{max}\left(1 - \cos\frac{2\pi}{T}t\right), \tag{20}$$

gdzie I_{max} jest amplitudą a T okresem prądu, jak to pokazano na rys. 2.

Składowa podstawowa I_p takiego przebiegu wynosi

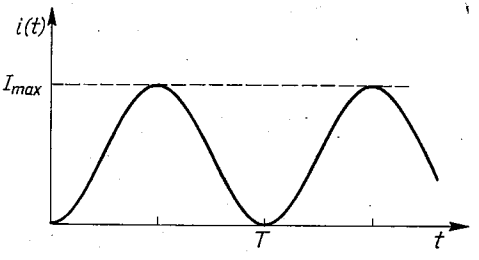
$$I_p = \frac{1}{2} I_{max}, \tag{21}$$

również wartość średnia

$$I_o = \frac{1}{2} I_{max}, \tag{22}$$

a zatem stosunek

$$\frac{I_p}{I_o} = 1. \tag{23}$$



Rys. 2. Modulacja sinusoidalna 100%

Wartość skuteczną I_{sk} prądu $i(t)$ danego wzorem (20) można obliczyć następująco

$$I_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)\,dt}, \tag{24}$$

skąd wiadomo, że wynosi ona

$$I_{sk} = \sqrt{\frac{3}{8}}\, I_{max}. \tag{25}$$

Współczynnik kształtu $\varkappa$ dla tego przebiegu określony wzorem (16) wynosi zgodnie z (25) i (22)

$$\varkappa = \sqrt{\frac{3}{2}}. \tag{26}$$

Ostatecznie, korzystając ze wzoru (19) uzyskuje się następujące wyrażenie na stosunek wartości średniej I_o do wartości maksymalnej prądu stałego I_m

$$\frac{I_o}{I_m} = \frac{1}{3r} \sqrt{\frac{U_k^2}{I_m^2} + 6r^2 + \frac{6rU_k}{I_m}} - \frac{U_k}{3rI_m}, \tag{27}$$

gdzie r, U_k, I_m są parametrami DEL określonymi w rozdziale 2.

Przykładowo, dla DEL typu CQYP-19 o $I_m = 0{,}3$ A, $r = 1\ \Omega$, $U_k = 1{,}1$ V, stosunek I_o do I_m obliczony według (27) wynosi dla modulacji sinusoidalnej 100%

$$\frac{I_o}{I_m} = 0{,}92. \tag{28}$$

Na podstawie (28), (23) i (3) można dla rozpatrywanej diody obliczyć wartość wskaźnika wykorzystania mocy ε przy modulacji sinusoidalnej 100%. Wynosi ona

$$\varepsilon = 0{,}92. \tag{29}$$

Wyniki obliczeń wartości ε przy modulacji sinusoidalnej 100% wykonanych dla innych DEL emitujących podczerwień zgromadzono w tablicy 1. Parametry diod pochodzą z katalogów [4, 5, 6].

Tablica 1

Wskaźnik wykorzystania mocy ε przy modulacji sinusoidalnej 100% dla różnych DEL

	DEL	I_m [mA]	U_k [V]	r [Ω]	ε
1	CQX 18	60	1,1	2,5	0,95
2	CQY 18	100	1,1	1	0,96
3	CQYP 19	300	1,1	1	0,92
4	CQY 31	100	1,1	1,5	0,95
5	CQY 33	100	1,1	0,5	0,98
6	CQY 36	50	1,1	0,5	0,99
7	CQY 38H	250	1,1	0,5	0,96
8	CQY 57	100	1,1	1	0,96
9	CQY 78	230	1,1	1	0,93
10	CQY 99	150	1,1	1,5	0,94

Jak wynika z powyższych obliczeń i przykładów modulacja sinusoidalna o głębokości 100% charakteryzuje się wskaźnikiem wykorzystania mocy ε poniżej 1, co wynika głównie z niskiej wartości ilorazu $\frac{I_p}{I_o}$ dla sinusoidy (23). Biorąc pod uwagę, że graniczna wartość ε wynosi 2 (rozdz. 2), należy uznać modulację sinusoidalną za nieefektywną w liniach optoelektronicznych pracujących z odbiorem selektywnym.

4. MODULACJA PROSTOKĄTNA

Modulacja prostokątna DEL polega na ukształtowaniu prądu $i(t)$ płynącego przez złącze tak, aby

$$i(t) = \begin{cases} I_{max}, & nT \leqslant t < (n+k)T, \\ 0, & (n+k)T \leqslant t < (n+1)T, \end{cases} \tag{30}$$

gdzie k jest współczynnikiem wypełnienia, T okresem, a $n = 0, 1, 2, \ldots$

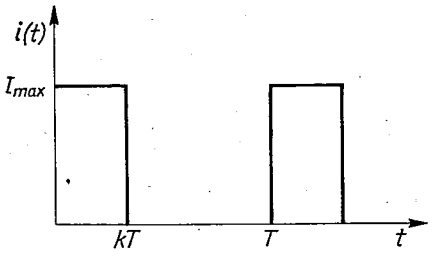
Wykres prądu $i(t)$ opisanego wzorem (30) pokazano na rys. 3.

Stosunek składowej podstawowej I_p do wartości średniej I_o dla takiego przebiegu obliczony w oparciu o wzór (6) wynosi

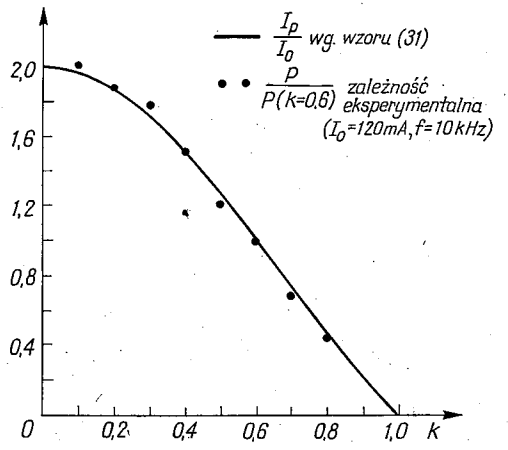
$$\frac{I_p}{I_o} = 2\operatorname{sinc} k^{1)}. \tag{31}$$

[1] $\operatorname{sinc} x = \dfrac{\sin \pi x}{\pi x}$.

Jak wynika ze wzoru (31) wartość stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ dla przebiegu $i(t)$ danego wzorem (30) zależy od współczynnika wypełnienia k. Zakres zmienności funkcji (31) obejmuje wartości od 0 do 2, przy czym wartości 0 odpowiada $k = 1$ (prąd stały), a do wartości 2 funkcja dąży w granicy gdy $k \to 0$. Wykres zależności (31) przedstawiono linią ciągłą na rys. 4. Na tym samym rysunku podano eksperymentalną zależność mocy użytecznej P wypromieniowanej przez DEL od współczynnika wypełnienia k. Dla lepszego zobrazowania rezulta-



Rys. 3. Modulacja prostokątna o współczynniku wypełnienia k



Rys. 4. Zależność $\frac{I_p}{I_o}$ w funkcji k przy modulacji prostokątnej

tów moc P unormowano względem wartości uzyskanej przy $k = 0{,}6$, która odpowiada przypadkowi $\frac{I_p}{I_o} = 1$. Pomiary wykonano z DEL typu CQYP-19 na fali prostokątnej prądu o częstotliwości $f = 10$ kHz, regulowanej amplitudzie I_{max} i współczynniku wypełnienia k, utrzymując wartość średnią prądu $I_o = 120$ mA. Jako wskaźnik użytecznej mocy wypromieniowanej wykorzystano mikrowoltomierz selektywny współpracujący z fotodiodą krzemową typu BPYP 30.

Dla wyznaczenia zależności wskaźnika ε od k należy znaleźć zależność $\frac{I_o}{I_m}(k)$ obliczoną dla prądu (30) wg wzoru (19). Ponieważ w tym przypadku, zgodnie z (24) i (30)

$$I_{sk} = \sqrt{k}\, I_{max} \tag{32}$$

oraz

$$I_o = kI_{max}, \tag{33}$$

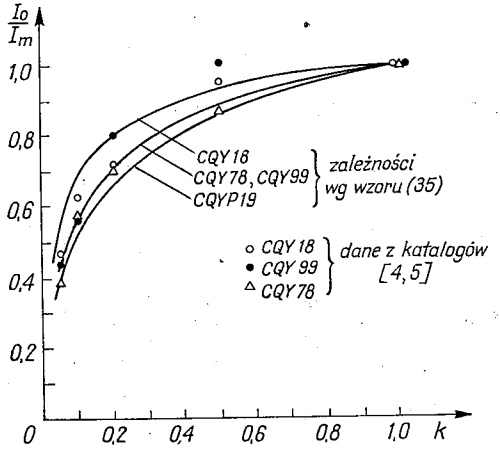
to współczynnik kształtu $\varkappa$ prądu (30) wynosi według (16)

$$\varkappa = \frac{1}{\sqrt{k}}. \tag{34}$$

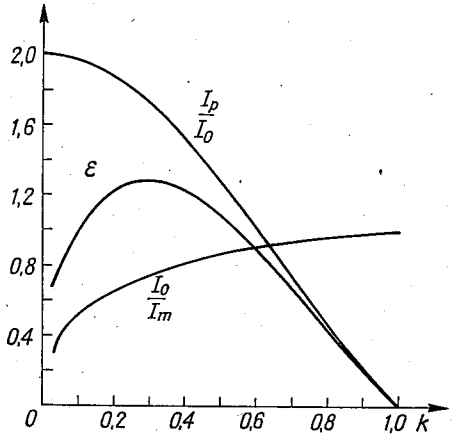
Zatem, biorąc pod uwagę (34) i (19) uzyskano następujące wyrażenie na stosunek wartości średniej I_o prądu prostokątnego do wartości maksymalnej I_m prądu stałego

$$\frac{I_o}{I_m} = \frac{k}{2r}\sqrt{\frac{U_k^2}{I_m^2} + \frac{4r^2}{k} + \frac{4rU_k}{kI_m}} - \frac{kU_k}{2rI_m}. \tag{35}$$

Wartość $\frac{I_o}{I_m}$ zależy nie tylko od współczynnika wypełnienia k, ale także od parametrów DEL (U_k, I_m, r). Na rys. 5 przedstawiono wykresy zależności $\frac{I_o}{I_m}$ w funkcji k, obliczone wg wzoru (35) dla kilku DEL o parametrach U_k, r, I_m wg tablicy 1. Punktami oznaczono wartości stosunku $\frac{I_o}{I_m}$ podawane przez producentów tych diod [4, 5] jako maksymalne dla



Rys. 5. Zależność $\frac{I_o}{I_m}$ w funkcji k przy modulacji prostokątnej dla kilku DEL



Rys. 6. Zależności ε, $\frac{I_p}{I_o}$ oraz $\frac{I_o}{I_m}$ w funkcji k obliczone dla DEL typu CQYP-19 przy modulacji prostokątnej

impulsów prostokątnych o długości 10 μs przy różnych współczynnikach wypełnienia k.

Obliczenie zależności $\varepsilon(k)$ polega zgodnie z (3) na pomnożeniu funkcji danych wzorami (31) i (35). W wyniku otrzymano następujące wyrażenie na wskaźnik wykorzystania mocy przy modulacji prostokątnej

$$\varepsilon = \frac{\sin \pi k}{\pi r}\left(\sqrt{\frac{U_k^2}{I_m^2} + \frac{4r^2}{k} + \frac{4rU_k}{kI_m}} - \frac{U_k}{I_m}\right). \tag{36}$$

Na rys. 6 przedstawiono zależność $\varepsilon(k)$ obliczoną wg (36) dla DEL CQYP-19 łącznie z odpowiednimi wykresami $\frac{I_p}{I_o}$ i $\frac{I_o}{I_m}$. Analizując zależność wskaźnika wykorzystania mocy ε od współczynnika wypełnienia k daną wzorem (36) można stwierdzić istnienie maksimum ε dla pewnej wartości $k = k_{opt}$ zależnej od parametrów DEL (U_k, r, I_m). Przykładowo dla

diody CQYP-19, zgodnie z wykresem na rys. 6 $k_{opt} = 0{,}3$ i odpowiadające mu $\varepsilon_{max} = 1{,}27$. Dla pozostałych trzech DEL ujętych w wykresach na rys. 5 odpowiednie wartości ε_{max} są większe a k_{opt} mniejsze, co wynika bezpośrednio z kształtu charakterystyki $\frac{I_o}{I_m}$ oraz zależności (3) i (31). Wartości liczbowe k_{opt} i ε_{max} dla tych diod umieszczono w tablicy 2.

Tablica 2

Optymalny współczynnik wypełnienia k_{opt} i maksymalny wskaźnik wykorzystania mocy ε_{max} przy modulacji prostokątnej dla kilku DEL

	DEL	k_{opt}	ε_{max}
1	CQY 18	0,2	1,5
2	CQY 78	0,28	1,34
3	CQY 99	0,28	1,34
4	CQYP 19	0,3	1,27

Z powyższych rozważań wynika, że modulacja prostokątna umożliwia uzyskanie wyższego wskaźnika wykorzystania mocy ε niż modulacja sinusoidalna, a co za tym idzie większej mocy użytecznej. Należy podkreślić, że fala prostokątna symetryczna ($k = 0{,}5$) nie jest w ogólnym przypadku optymalnym rozwiązaniem ze względu na moc użyteczną. Optymalna wartość współczynnika k jest z reguły mniejsza od 0,5 i można ją dobrać stosownie do parametrów DEL.

5. MODULACJA TRAPEZOWA

Kształt prądu $i(t)$ płynącego przez DEL przy modulacji trapezowej można opisać w obrębie jednego okresu T następująco:

$$i(t) = \begin{cases} \frac{I_{max}}{pT} t & , \quad 0 \leqslant t < \min(p, k)T, \\ I_{max} & , \quad \min(p, k)T \leqslant t < kT, \\ \frac{I_{max}}{pT} [\min(2k, k+p)T - t], & \quad kT \leqslant t < \min(2k, k+p)T, \\ 0 & , \quad \min(2k, k+p)T \leqslant t < T, \end{cases} \tag{37}$$

gdzie k jest współczynnikiem wypełnienia, T okresem, natomiast $p < 1-k$ jest współczynnikiem pochylenia zbocza definiowanym jako stosunek czasu narastania (opadania) do okresu. Warunek $p < 1-k$ wyklucza przypadki, w których prąd $i(t)$ nie opada do zera przed końcem okresu.

Aby przebieg prądu opisany wzorem (37) zachował kształt ściśle trapezowy, pokazany linią ciągłą na rys. 7, konieczne jest, aby

$$p < \min(k, 1-k), \tag{38}$$

czyli dla ustalonego p

$$p < k < 1-p \tag{39}$$

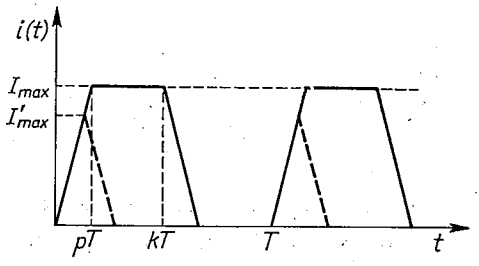
pozostały przypadek

$$k \leqslant p < 0{,}5 \tag{40}$$

odpowiada ciągowi impulsów trójkątnych o amplitudzie I'_{max} wynoszącej

$$I'_{max} = \frac{k}{p} I_{max}. \tag{41}$$

Sytuację taką, opisaną warunkiem (40), zaznaczono na rys. 7 linią przerywaną.



Rys. 7. Modulacja trapezowa o współczynniku wypełnienia k i współczynniku pochylenia p

Obliczenia wskaźnika wykorzystania mocy ε w funkcji k wykonano dla dwóch przypadków określonych wzorami (39) i (40). Wartość średnia I_o prądu $i(t)$ wynosi zgodnie z (5) i (37)

$$I_o = \begin{cases} kI_{max}, & p < k < 1-p, \\ \dfrac{k^2}{p} I_{max}, & k \leqslant p < 0{,}5. \end{cases} \tag{42}$$

Wartość skuteczna I_{sk} prądu $i(t)$ obliczona według (24) i (37) wynosi

$$I_{sk} = \begin{cases} I_{max} \sqrt{k - \dfrac{1}{3}p}, & p < k < 1-p, \\ I_{max} \dfrac{k}{p} \sqrt{\dfrac{2k}{3}}, & k \leqslant p < 0{,}5. \end{cases} \tag{43}$$

Na podstawie (16), (42) i (43) można obliczyć współczynnik kształtu $\varkappa$ prądu $i(t)$. Wynosi on

$$\varkappa = \begin{cases} \dfrac{1}{k} \sqrt{k - \dfrac{1}{3}p}, & p < k < 1-p, \\ \sqrt{\dfrac{2}{3k}}, & k \leqslant p < 0{,}5. \end{cases} \tag{44}$$

Stosunek wartości średniej I_o prądu $i(t)$ do wartości maksymalnego prądu stałego I_m można policzyć w oparciu o wzory (19) i (44). W zakresie $k \leqslant p < 0{,}5$ należy uwzględnić spadek wartości średniej I_o wywołany spadkiem wartości maksymalnej zgodnie z (41).

Można to zrobić przyjmując w tym zakresie zależność,

$$\frac{I_o}{I_m} = \frac{I_o}{I_m}(k=p)\frac{k}{p}. \tag{45}$$

Ostatecznie otrzymano następujące wyrażenie dla modulacji trapezowej

$$\frac{I_o}{I_m} = \begin{cases} \dfrac{k^2}{2r\left(k-\frac{1}{3}p\right)}\sqrt{\dfrac{U_k^2}{I_m^2}+\dfrac{4rU_k}{kI_m}-\dfrac{4rU_kp}{3k^2I_m}+\dfrac{4r^2}{k}-\dfrac{4r^2p}{3k^2}}+ \\ \dfrac{3k}{4r}\sqrt{\dfrac{U_k^2}{I_m^2}+\dfrac{8rU_k}{3pI_m}+\dfrac{8r^2}{3p}}+ \\ \qquad -\dfrac{U_kk^2}{2rI_m\left(k-\frac{1}{3}p\right)}, \quad p<k<1-p, \\ \qquad -\dfrac{3kU_k}{4rI_m}, \quad k\leqslant p<0{,}5. \end{cases} \tag{46}$$

Stosunek składowej podstawowej I_p przebiegu $i(t)$ do jego wartości średniej I_o, obliczony wg wzoru (6), wynosi, jak to pokazano w Dodatku

$$\frac{I_p}{I_o} = \begin{cases} 2\operatorname{sinc}k\operatorname{sinc}p, & p<k<1-p \\ 2\operatorname{sinc}^2k, & k\leqslant p<0{,}5. \end{cases} \tag{47}$$

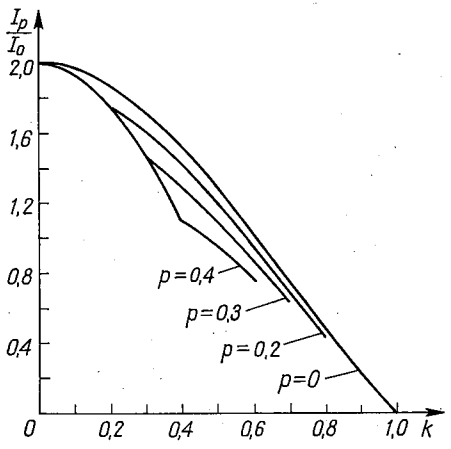
Na podstawie (3), (46) i (47) można więc napisać, że wskaźnik wykorzystania mocy ε w przypadku modulacji DEL prądem trapezowym wynosi

$$\varepsilon = \begin{cases} \dfrac{k^2\operatorname{sinc}k\operatorname{sinc}p}{r\left(k-\frac{1}{3}p\right)}\left(\sqrt{\dfrac{U_k^2}{I_m^2}+\dfrac{4rU_k}{kI_m}-\dfrac{4rU_kp}{3k^2I_m}+\dfrac{4r^2}{k}-\dfrac{4r^2p}{3k^2}}-\dfrac{U_k}{I_m}\right), \\ \qquad\qquad p<k<1-p, \\ \dfrac{3k\operatorname{sinc}^2k}{2r}\left(\sqrt{\dfrac{U_k^2}{I_m^2}+\dfrac{8rU_k}{3pI_m}+\dfrac{8r^2}{3p}}-\dfrac{U_k}{I_m}\right), \quad k\leqslant p<0{,}5. \end{cases} \tag{48}$$

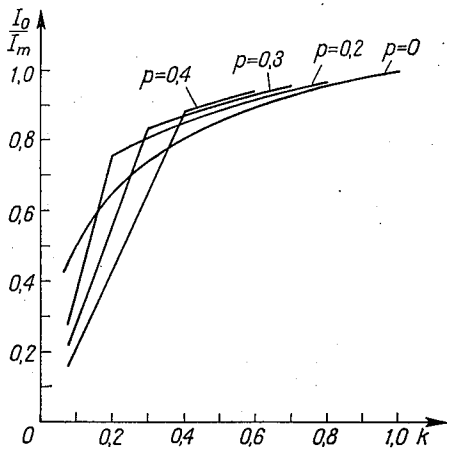
Na rys. 8 pokazano wykresy stosunku $\frac{I_p}{I_o}$ w funkcji współczynnika wypełnienia k dla kilku wartości współczynnika p, według zależności (47). Natomiast na rys. 9 umieszczono analogiczne wykresy stosunku $\frac{I_o}{I_m}$ według zależności (46) obliczone dla DEL typu CQYP-19 (parametry U_k, r, I_m wg tablicy 1). Rys. 10 z kolei przedstawia kompletną zależność $\varepsilon(k)$ wg wzoru (48) dla tej samej DEL typu CQYP-19, również dla kilku wartości współczynnika pochylenia p.

Analizując wykresy zależności wskaźnika wykorzystania mocy ε od współczynnika k można stwierdzić, że modulacja trapezowa daje efekty zbliżone do modulacji prostokątnej,

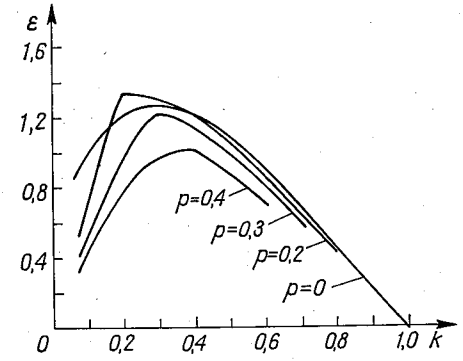
o ile współczynnik pochylenia p nie jest zbyt duży. Dla większych wartości p zaznacza się wyraźne obniżenie maksimum wskaźnika wykorzystania mocy ε_{max} i przesunięcia k_{opt} w stronę większych wartości. Zależności $\varepsilon_{max}(p)$ i $k_{opt}(p)$ obliczone dla DEL typu CQYP-19 pokazano na rys. 11.



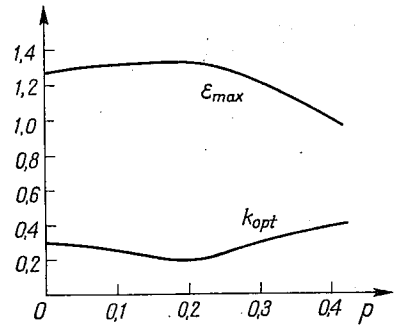
Rys. 8. Zależność $\frac{I_p}{I_o}$ w funkcji k przy modulacji trapezowej dla różnych wartości p



Rys. 9. Zależność $\frac{I_o}{I_m}$ w funkcji k przy modulacji trapezowej obliczona dla kilku wartości p dla DEL typu CQYP-19



Rys. 10. Zależność ε w funkcji k przy modulacji trapezowej obliczona dla kilku wartości p dla DEL typu CQYP-19



Rys. 11. Zależność ε_{max} i k_{opt} w funkcji p przy modulacji trapezowej dla DEL typu CQYP-19

6. PORÓWNANIE RÓŻNYCH RODZAJÓW MODULACJI DEL

Porównanie przeprowadzone dla DEL typu CQYP-19 obejmuje modulację prostokątną, trapezową i sinusoidalną wg obliczeń z poprzednich rozdziałów. W tablicy 3 zamieszczono wartości optymalnego współczynnika wypełnienia k_{opt} przy czterech rodzajach

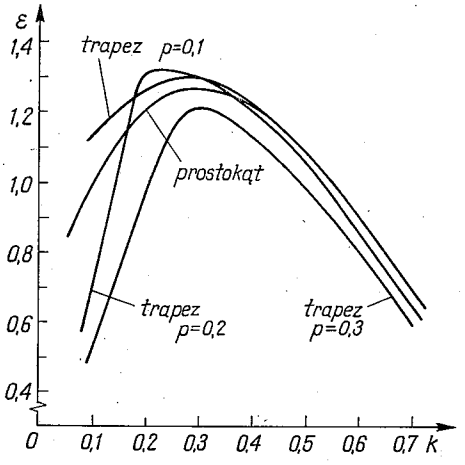
Tablica 3

Porównanie różnych rodzajów modulacji prądu DEL typu CQYP-19

rodzaj modulacji		prostokąt	trapez $p = 0,1$	trapez $p = 0,2$	trapez $p = 0,3$	sinus 100%
k_{opt}		0,3	0,27	0,2	0,3	—
ε	$k = 0,5$	1,09	1,09	1,06	0,98	0,92
	$k = k_{opt}$	1,27	1,30	1,32	1,22	
P [mW]	$k = 0,5$	1,6	1,6	1,6	1,5	1,4
	$k = k_{opt}$	1,9	2	2	1,8	

modulacji oraz odpowiednią wartość wskaźnika wykorzystania mocy ε dla $k = 0,5$ oraz $k = k_{opt}$. Podano również wartości mocy składowej podstawowej sygnału promieniowanego P (mocy użytecznej) uzyskiwanej z diody w rozpatrywanych przypadkach. Moc P obliczono wg wzoru (1) wiedząc, że moc nominalna DEL typu CQYP-19 wynosi [6] $P_{nom} = 1,5$ mW.

Z porównania wynika nieopłacalność stosowania modulacji sinusoidalnych w liniach optoelektronicznych pracujących z selektywnym odbiorem sygnału. Przeciętny zysk na mocy użytecznej obliczony dla czterech rodzajów modulacji ujętych w tablicy 3 przy $k = k_{opt}$ w porównaniu ze stuprocentową modulacją sinusolidalną wynosi 39%. Oznacza



Rys. 12. Porównanie charakterystyk wskaźnika wykorzystania mocy ε w funkcji współczynnika wypełnienia k dla różnych rodzajów modulacji w DEL typu CQYP-19

to na przykład możliwość zwiększenia zasięgu linii o ok. 18% bez zmiany pozostałych jej parametrów. Można przy tym zauważyć, że wielkość współczynnika wypełnienia impulsów prądu ma bardziej znaczący wpływ na wykorzystanie mocy DEL niż sam kształt tych impulsów. Do zilustrowania tego zjawiska na rys. 12 zestawiono charakterystyki wskaźnika

wykorzystania mocy ε w funkcji współczynnika wypełnienia k dla modulacji prostokątnej i trzech przypadków modulacji trapezowej obliczone w poprzednich rozdziałach dla DEL typu CQYP-19.

7. MODULACJA DEL W ZAKRESIE WYŻSZYCH CZĘSTOTLIWOŚCI

Uzyskanie żądanego kształtu prądu płynącego przez DEL, obliczonego zgodnie z metodami podanymi w poprzednich rozdziałach, jest możliwe tylko z pewnym przybliżeniem, zależnym od własności częstotliwościowych DEL.

W rozdziale tym rozpatrzono przypadek modulacji prostokątnej przy różnych częstotliwościach. Przyjęto, że niedoskonałość częstotliwościowa DEL polega na skończonej szybkości narastania impulsu prądu wywołanego pobudzeniem falą prostokątną. Jako parametr określający własności częstotliwościowe DEL najwygodniej przyjąć często podawany przez producentów [4, 5] czas narastania T_n odpowiedzi impulsowej prądu o amplitudzie I_m (maksymalny dopuszczalny prąd stały).

Jeśli założymy, że impuls prądu narasta liniowo oraz że czas opadania jest równy czasowi narastania, to prąd płynący przez DEL przy pobudzeniu prostokątnym będzie miał kształt trapezowy, taki jak na rys. 7. Można przy tym ułożyć proporcję

$$\frac{t_n}{I_m} = \frac{pT}{I_{max}}, \tag{49}$$

z której otrzymuje się, po uwzględnieniu wzoru (42), że

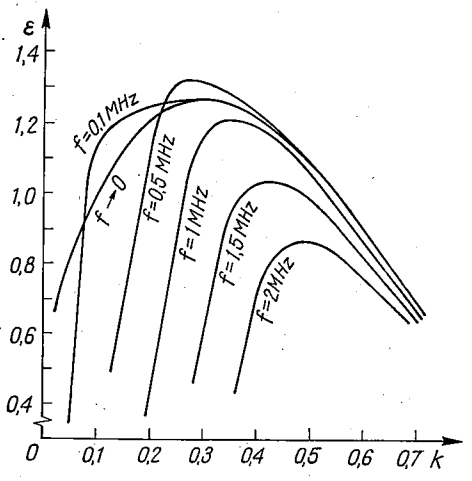
$$p = \frac{I_o}{I_m}(k)\frac{t_n}{kT}. \tag{50}$$

Z podstawienia (50) do (46) wynika, że charakterystyka $\frac{I_o}{I_m}(k)$ jest dana funkcją uwikłaną, w której parametrem jest okres modulacji T. Można zaproponować następujący przybliżony sposób obliczenia tej charakterystyki: dla danego k oblicza się p wg wzoru (50) podstawiając $\frac{I_o}{I_m} = 1$, następnie $\frac{I_o}{I_m}$ obliczone wg wzoru (46) podstawia się do (50), obliczone p wykorzystuje się we wzorze (46) itd., aż do uzyskania zadowalającej dokładności. Jeśli znane są już charakterystyki $\frac{I_o}{I_m}(k)$, to obliczenie p wg wzoru (50) umożliwia znalezienie charakterystyki $\frac{I_p}{I_o}(k)$ według wzoru (47) i ostatecznie zależności wskaźnika wykorzystania mocy $\varepsilon(k)$ według (3).

Taką metodą obliczono charakterystyki wykorzystania mocy przy modulacji prostokątnej dla DEL typu CQYP-19 przy różnych częstotliwościach. Są one umieszczone na rys. 13. Dane DEL CQYP-19, odczytane z katalogu [6] wynoszą $I_m = 0{,}3$ A, $r = 1\ \Omega$, $U_k = 1{,}1$ V. Wartość czasu narastania przyjęto jako $t_n = 100$ ns, co odpowiada częstotliwości granicznej ok. 4 MHz. Analizując wykresy zamieszczone na rys. 13 można stwier-

dzić, że wartość maksymalna wskaźnika wykorzystania mocy ε generalnie maleje ze wzrostem częstotliwości sygnału, przy czym już dla częstotliwości wynoszącej połowę częstotliwości granicznej spadek ten osiąga ok. 70%. Jednocześnie można zaobserwować stopniowe przesuwanie się wartości k_{opt} aż do wartości $k = 0{,}5$.

Z powyższych rozwiązań wynika, że częstotliwość sygnału ma istotny wpływ na wielkość wskaźnika wykorzystania mocy uzyskaną w procesie modulacji prostokątnej. Metody



Rys. 13. Zależność ε w funkcji k przy modulacji prostokątnej obliczona dla różnych częstotliwości sygnału w DEL typu CQYP 19

doboru współczynnika wypełnienia i obliczania mocy użytecznej przedstawione w rozdziale 4 można stosować z wystarczającą dokładnością tylko do częstotliwości kilka razy mniejszych od częstotliwości granicznej DEL. Dla częstotliwości powyżej połowy częstotliwości granicznej można przyjąć dla większości DEL optymalną wartość współczynnika wypełnienia $k_{opt} = 0{,}5$. W rozstrzygnięciu przypadków wątpliwych pomocne mogą być metody analizy podane w tym rozdziale.

8. WNIOSKI

Podsumowując wyniki uzyskane w poprzednich rozdziałach można potwierdzić celowość stosowania modulacji niesinusoidalnych w liniach optoelektronicznych pracujących z odbiorem selektywnym. Jeżeli wziąć pod uwagę zarówno zysk na mocy użytecznej emitowanego przez DEL promieniowania, jak też stopień komplikacji modulatora diody, to należy uznać, że najbardziej odpowiednim kształtem prądu jest ciąg impulsów prostokątnych. Amplituda tych impulsów oraz ich współczynnik wypełnienia powinny być dobrane stosownie do parametrów DEL i częstotliwości pracy. Dla częstotliwości sygnału powyżej kilku kHz a poniżej 20% częstotliwości granicznej DEL dobór współczynnika k i amplitudy impulsów I_{max} można wykonać według metod podanych w rozdziale 4. Przykładowe obliczenia wykonane w tym rozdziale dla kilku typowych DEL wykazały zwiększenie mocy użytecznej sygnału o $40 \div 50\%$ w porównaniu z pełną modulacją sinusoidalną. Przy częstotliwościach sygnału powyżej 20% częstotliwości granicznej DEL dobór współ-

czynnika k i amplitudy I_{max} należy prowadzić z uwzględnieniem skończonej szybkości narastania prądu w diodzie. Można to wykonać metodą zaproponowaną w rozdziale 7. Przy częstotliwościach sygnału rzędu połowy częstotliwości granicznej DEL i wyższych, optymalna wartość współczynnika wypełnienia k praktycznie wynosi 0,5, a zysk na mocy użytecznej w porównaniu z modulacją sinusoidalną staje się pomijalny.

Ogólnie oceniając możliwości i efekty doboru kształtu prądu w diodach świecących należy stwierdzić, że zastosowanie impulsowej modulacji prostokątnej w liniach optoelektronicznych pracujących z odbiorem selektywnym jest całkowicie uzasadnione.

DODATEK

OBLICZENIA STOSUNKU AMPLITUDY SKŁADOWEJ PODSTAWOWEJ DO WARTOŚCI ŚREDNIEJ FALI TRÓJKĄTNEJ I TRAPEZOWEJ

Przebieg okresowy prądu $i(t)$ będącego parzystą funkcją czasu można rozłożyć na składowe zgodnie z zasadą szeregu Fouriera [2]

$$i(t) \to I_o + I_p \cos\frac{2\pi}{T}t + I_2 \cos\frac{4\pi}{T}t + \ldots, \tag{51}$$

przy czym I_o jest wartością średnią, I_p amplitudą składowej podstawowej, I_2 amplitudą drugiej harmonicznej itd., a T okresem. Wartość amplitudy składowej podstawowej I_p wynosi [2]

$$I_p = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt, \tag{52}$$

natomiast wartość średnią I_o można obliczyć [2] wg wzoru

$$I_o = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt. \tag{53}$$

Dla fali trójkątnej prądu, przedstawionej na rys. 14, mamy zatem

$$I_p = \frac{2}{T}\int_0^T i(t)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt = \frac{4}{T}\int_{-kT}^0 I_{max}\left(\frac{t}{kT}+1\right)\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt =$$

$$= \frac{2I_{max}}{k\pi T}\left[\frac{T}{2\pi}\cos\frac{2\pi}{T}t + t\sin\frac{2\pi}{T}t\right]_{-kT}^0 + \frac{2}{\pi}I_{max}\left[\sin\frac{2\pi}{T}t\right]_{-kT}^0 =$$

$$= \frac{2I_{max}}{k\pi^2}\sin^2 k\pi = 2kI_{max}\,\mathrm{sinc}^2 k \tag{54}$$

oraz

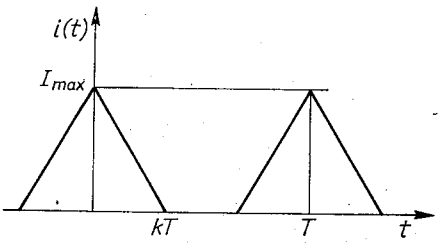
$$I_o = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_{-kT}^0 I_{max}\left(\frac{t}{kT}+1\right)dt = kI_{max}. \tag{55}$$

Na podstawie (54) i (55) można stwierdzić, że dla fali trójkątnej o współczynniku wypełnienia k

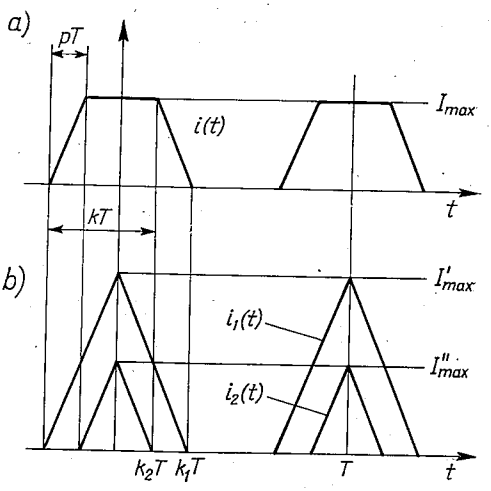
$$\frac{I_p}{I_o} = 2\mathrm{sinc}^2 k. \tag{56}$$

Dla fali trapezowej prądu $i(t)$ przedstawionej na rys. 15a wartość średnia I_o wynosi

$$I_o = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\,dt = kI_{max}. \tag{57}$$



Rys. 14. Fala trójkątna prądu o współczynniku wypełnienia k i okresie T



Rys. 15. Fala trapezowa prądu o współczynniku wypełnienia k, współczynniku pochylenia p i okresie T (a) oraz metoda jej syntezy z dwu fal trójkątnych (b)

W celu obliczenia wartości składowej podstawowej I_p skorzystano z cechy addytywności rozkładu Fouriera i możliwości syntezy fali trapezowej $i(t)$ z dwu fal trójkątnych $i_1(t)$ oraz $i_2(t)$ przedstawionych na rys. 15b. W ten sposób

$$I_p = I_{p1} - I_{p2}, \tag{58}$$

jeśli

$$i(t) = i_1(t) - i_2(t). \tag{59}$$

Aby spełniona była zależność (59) konieczne jest, aby

$$k_1 = \frac{k+p}{2}, \tag{60}$$

$$k_2 = \frac{k-p}{2}, \tag{61}$$

$$I'_{max} = I_{max}\frac{k+p}{2p}, \tag{62}$$

$$I''_{max} = I_{max}\frac{k-p}{2p}. \tag{63}$$

W tej sytuacji na podstawie (54) można napisać, że

$$I_{p1} = 2\frac{k+p}{2}I_{max}\frac{k+p}{2p}\operatorname{sinc}^2\frac{k+p}{2} = \frac{2I_{max}}{p\pi^2}\sin^2\pi\frac{k+p}{2} \tag{64}$$

oraz analogicznie

$$I_{p2} = \frac{2I_{max}}{p\pi^2}\sin^2\pi\frac{k-p}{2}. \tag{65}$$

A więc zgodnie z (64), (65) i (58) otrzymano

$$I_p = \frac{2I_{max}}{p\pi^2}\sin\pi k\sin\pi p, \tag{66}$$

skąd, po uwzględnieniu (57), uzyskano żądaną zależność dla fali trapezowej

$$\frac{I_p}{I_o} = 2\operatorname{sinc}k\operatorname{sinc}p. \tag{67}$$

LITERATURA

1. C. H. Gooch, *Przyrządy elektroluminescencyjne ze złączem p-n*, WNT, 1977.
2. R. Bracewell, *The Fourier Transform and Its Applications*, Mc Graw-Hill Book Co., 1965.
3. K. Kuratowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy. Funkcje jednej zmiennej*, PWN, 1977.
4. *Optoelektronik Halbleiter*, Siemens, 1975/76.
5. *Optoelektronische Bauelemente*, Telefunken, 1977.
6. *Elementy półprzewodnikowe UNITRA*, tom 1, część 2, WEMA, 1974.

M. REZULSKI

ELECTROLUMINESCENT DIODE MODULATION SHAPE INFLUENCE ON EFFECTIVE SIGNAL VALUE

Summary

A fundamental component of light power is the electroluminescent diode (*LED*) effective signal when used in an optoelectronic system with a selective receiver. Emitted power fundamental component depends on modulation current periodic shape in the state of determined *LED*'s exploitation. Power ratio ε defined as the quotient of emitted power fundamental component and *LED*'s nominal power may be a measure of current modulation shape adjustment to *LED*'s parameters. It has been prooved, that the limiting value of ε is 2. Expression for ε as a function of duty cycle coefficient in the terms of rectangular and trapezial modulation are calculated. The usability of given modulations for selective detection is analysed for a specific *LED* type CQYP-19. The above results and the ones obtained with sine modulation are confronted. Signal frequency effect on ε value is discussed. *LED*'s current shape selection methods for maximize effective power received selectively are given.

M. REZULSKI

INFLUENCE DE LA FORME DE MODULATION D'UNE DIODE ÉLECTROLUMINESCENTE SUR LA GRANDEUR DU SIGNAL UTILE

Résumé

Le signal utile émis par une diode électroluminescente (*DEL*), travaillant dans une ligne optoélectronique avec réception sélective, s'exprime par la composante fondamentale de la puissace lumineuse produite. La grandeur de cette composante, pour utilisation énergétique déterminée *DEL*, dépend de la forme du parcours périodique du courant modulant. La mesure de l'adaptation de la forme de modulation aux paramètres *DEL* peut être l'indice d'utilisation de la puissance ε, défini comme relation entre la composante fondamentale de puissance rayonnée et la puissance nominale de la diode. On a montré que la valeur limite ε égale 2. On a trouvé la dépendance entre la valeur ε et le coefficient de remplissage pour la modulation rectangulaire et trapézoïdale. On a analysé l'utilité des modulations ci-dessus décrites pour le travail avec réception sélective sur l'exemple *DEL* du type COYP-19 et on a comparé les résultats avec ceux obtenus pour la modulation sinusoïdale. On a traité l'influence de la fréquence du signal sur la grandeur ε. On a donné les méthodes du choix de la forme du courant à *DEL* pour obtention de la puissance utile maximale dans le travail avec réception sélective.

M. REZULSKI

EINFLUß DER MODULATIONSFORM EINER ELEKTROLUMINESZENZDIODE AUF DIE GRÖßE DES GEBRAUCHSSIGNALS

Zusammenfassung

Die Grundkomponente der erzeugten Lichtstärke ist das Gebrauchssignal, das durch die in der optoelektronischen mit selektiver Abnahme arbeitenden Lumineszenzdiode (*DEL*) emittiert wird. Ihre Größe hängt unter festgesetzter energetischer Ausnutzung der *DEL* von der Form des periodischen Verlaufs des Modulationsstromes ab. Ein Maß für die Wahl der Modulationsförm den *DEL*-Parametern entsprechend kann der Leistungsfaktor ε sein, der als das Verhältnis der Grundkomponente der Strahlungsstärke hinsichtlich der Normalleistung der Diode definiert wird. Es wurde nachgewiesen, daß der ε-Grenzwert 2 beträgt. Die Abhängigkeit des ε-Wertes von dem Füllkoeffizienten bei viereckiger und trapezischer Modulation wurde erkannt. Im weiteren wurde die Anwendbarkeitsanalyse obiger Modulationen für den Einsatz mit selektiver Abnahme am Beispiel einer *DEL* Typ CQYP-19 durchgeführt, und die Ergebnisse wurden mit denjenigen verglichen, die bei der sinusoidalen Modulation gewonnen werden. Der Einfluß der Signalfrequenz auf die ε-Größe wurde diskutiert. Es wurden Methoden für die Wahl der Stromform in *DEL* zwecks Gewinnung einer Maximalnutzleitung beim Einsatz mit selektiver Abnahme angeführt.

М. РЕЗУЛЬСКИ

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ МОДУЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНЦИОННОГО ДИОДА НА ВЕЛИЧИНУ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА

Резюме

Полезным сигналом эмитированным электролюмисценционным диодом (ЭЛД) работающим в оптически-электронной линии с селективным приемом является основная составляющая генерированной световой энергии. Ее значение при определенном неизменном энергитическом использовании ЭЛД зависит от формы периодического пробега тока модуляции. Качество подбора формы модуляции к параметрам ЭЛД можна определить коэффициентом использования мощности ε

дефиниированным как отношение основной составляющей световой энергии к номинальной мощности диода. Доказано, что предельное значение $\varepsilon = 2$. Определена зависимость значения ε от коэффициента заполнения при прямоугольной и трапециональной модуляции. Приведен анализ пригодности этих форм модуляции к работе с селективным приемом на примере ЭЛД типа CQYP-19, а его результаты сравнены с получаемыми при синусоидальной модуляции. Продискутировано влияние частоты сигнала на значение ε. Поданы методы подбора формы пробега тока в ЭЛД с целью получения максимальной полезной мощности при работе с селективным приемом.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 463—492

621.375.826

Lasery wieloheterozłączowe

WŁODZIMIERZ NAKWASKI (ŁÓDŹ)

Instytut Fizyki Politechniki Łódzkiej

MACIEJ BUGAJSKI (WARSZAWA)

Instytut Technologii Elektronowej przy NPCP

Otrzymano 10.1.1979

Przedmiotem niniejszej pracy są lasery wieloheterozłączowe zwane w skrócie laserami LGR (*localized gain region lasers*). Dzielą się one na dwie klasy przyrządów: 1) lasery LOC (*large optical cavity lasers*) o jak największej mocy promieniowania, przeznaczone głównie do pracy impulsowej oraz 2) lasery 5-warstwowe o jak najniższych gęstościach prądu progowego, przeznaczone do pracy z falą ciągłą.

Rozwój konstrukcji laserów złączowych doprowadził do otrzymania przyrządów cechujących się w krańcowych przypadkach albo dużą mocą promieniowania w impulsie — do 4 W z pojedynczego lasera, albo małymi wartościami gęstości prądu progowego przy pracy z falą ciągłą — $j_{th} = 500$ A/cm^2; obie wartości w temperaturze pokojowej.

1. WPROWADZENIE

Głównymi zadaniami stojącymi przed konstruktorami laserów złączowych w początkowym okresie ich rozwoju było otrzymanie laserów pracujących w temperaturze pokojowej oraz cechujących się małymi prądami progowymi. Jest to zupełnie zrozumiałe, zważywszy na fakt, że pierwsze lasery złączowe (lasery homozłączowe) mogły pracować tylko w bardzo niskich temperaturach (najwyższa temperatura otoczenia, w której laser ten pracował z falą ciągłą wynosiła 202,5 K [1]), a szacowane teoretycznie gęstości prądów progowych sięgały wartości $(3 \div 5) \cdot 10^4$ A/cm^2 [2] (300 K).

Opanowanie technologii struktur heterozłączowych (lasery mono- i biheterozłączowe) pozwoliło dokonać ogromnego kroku naprzód. Otrzymano wydajne źródła promieniowania laserowego pracujące w temperaturze pokojowej, a nawet znacznie wyższej [3 ÷ 6]. Dalszy jednak postęp wymagał konstruowania przyrządów wielowarstwowych i wielozłączowych, znacznie bardziej skomplikowanych od dotychczasowych.

Początkowy rozwój konstrukcji laserów złączowych, obejmujący okres od zbudowania pierwszych laserów homozłączowych GaAs poprzez lasery monoheterozłączowe GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ (lasery SH) do laserów biheterozłączowych (GaAl)As (lasery DH) został opisany w poprzedniej pracy jednego z autorów [7]. Opis ten był uzupełniony prezentacją

najnowszych konstrukcji prostych laserów heterozłączowych-laserów DH z niedomieszkowanym obszarem czynnym oraz laserów z liniowymi heterozłączami. Przedmiotem niniejszego artykułu są lasery wieloheterozłączowe, tzw. lasery LGR, stanowiące istotny postęp w porównaniu z poprzednimi. W przygotowaniu są dwie następne prace, zamykające cykl artykułów o konstrukcjach laserów złączowych, a traktujące o laserach paskowych [8] oraz o laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym [9].

SPIS WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

d — grubość obszaru czynnego,
E_G — szerokość przerwy energetycznej,
ΔE_G — zmiana szerokości przerwy energetycznej,
g — wzmocnienie,
g_{th} — progowa wartość wzmocnienia laserowego,
h — stała Plancka,
I — gęstość mocy promieniowania laserowego,
I_{max} — maksymalna gęstość mocy rozkładu promieniowania w rezonatorze,
j — gęstość prądu zasilającego,
j_{th} — gęstość prądu progowego,
j_{s5} — najniższa wartość gęstości prądu progowego symetrycznych laserów 5-warstwowych,
j_{A5} — najniższa wartość gęstości prądu progowego asymetrycznych laserów 5-warstwowych,
l_r — średnia odległość defektów zaburzenia grubości obszaru czynnego,
L — długość rezonatora,
n — współczynnik załamania,
N_A — koncentracja domieszek akceptorowych,
N_D — koncentracja domieszek donorowych,
Δn — zmiana współczynnika załamania,
R — współczynnik odbicia zwierciadeł rezonatora,
T — temperatura,
x, y — zawartości molowe AlAs odpowiednio w warstwach $Al_xGa_{1-x}As$ i $Al_yGa_{1-y}As$,
Δx — skokowa zmiana molowej zawartości AlAs na heterozłączu,
α — współczynnik absorpcji,
$\bar{\alpha}$ — współczynnik absorpcji netto,
α_{bb} — współczynnik absorpcji międzypasmowej,
α_{fc} — współczynnik absorpcji na swobodnych nośnikach,
α_{kr} — współczynnik strat krawędziowych,
β — stała wzmocnienia,
η_i — wewnętrzna sprawność kwantowa,
η_d — zewnętrzna różniczkowa sprawność kwantowa.

Γ — współczynnik, określający efektywność ograniczenia pola elektromagnetycznego w obszarze czynnym,
λ — długość fali promieniowania,
ν — częstotliwość fali promieniowania,
$\theta_{1/2}$ — szerokość połówkowa charakterystyki kierunkowej promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej do złącza w obszarze dalekiego pola.

2. DEGRADACJA RAPTOWNA

Jak już wspomniano we wprowadzeniu, początkowy rozwój laserów złączowych polegał na konstruowaniu przyrządów laserujących przy coraz niższym prądzie progowym. Dokonywano tego ograniczając pole elektromagnetyczne i nośniki prądu w jak najcieńszej warstwie centralnej, będącej zarówno obszarem czynnym, jak i rezonatorem. W strukturze takiej, jak się okazało, ograniczenie promieniowania jest dużo mniej efektywne niż nośników, wnikało więc ono do warstw sąsiednich zwiększając straty dyfrakcyjne. Lasery tego typu, w których bardzo cienki obszar czynny zajmował efektywnie tylko część rezonatora, cechowały się stosunkowo niskimi wartościami prądu progowego [10]. Jednakże z powodu wysokich strat dyfrakcyjnych było to tylko rozwiązanie połowiczne.

Najpoważniejszym zjawiskiem ograniczającym możliwość dalszego zwężania obszaru rezonatora była degradacja raptowna (*catastrophic degradation*), polegająca na nagłym pogorszeniu właściwości lasera głównie na skutek zniszczenia zwierciadeł rezonatora Fabry-Perot [11 ÷ 13][1]. Spowodowane ono zostało przekroczeniem przez gęstość mocy wyjściowej tzw. progu degradacji, który dla GaAs wynosi w temperaturze 300 K około 10^7 W/cm^2 [2] [11, 18]. Przy takiej mocy zniszczenie płaszczyzn zwierciadlanych zachodzi w wyniku powstających w krysztale naprężeń piezoelektrycznych. Według ostatnio opublikowanej pracy I. Ladany'ego i in. [20] pokrycie zwierciadeł warstwą Al_2O_3 o grubości równej połowie długości fali pozwala w pewnym stopniu uniknąć zniszczenia zwierciadeł.

Drugą przyczyną raptownej degradacji jest gwałtowny spadek wzmocnienia w obszarze czynnym oraz rozpraszanie fal elektromagnetycznych w rezonatorze spowodowane wewnętrznymi zmianami kryształu związanymi z tzw. defektami typu ciemnych linii (*dark line defects*) [21 ÷ 25]. Natura degradacji raptownej nie jest dotychczas dokładnie poznana i należy przypuszczać, że składa się na nią jeszcze cały szereg różnych zjawisk, wywołujących podobny skutek[3]. Na przykład wzrost temperatury będący wynikiem absorpcji

---

[1] Degradacja raptowna jest zjawiskiem ograniczającym maksymalną moc emitowanego promieniowania w impulsie. Dla pracy z falą ciągłą bardziej istotny jest inny rodzaj degradacji zwany degradacją stopniową (*gradual degradation*) [14, 15], polegający na stopniowym wzroście prądu progowego lasera podczas pracy [16, 17]. Przyczyną tego zjawiska jest najprawdopodobniej pojawienie się centrów rekombinacji niepromienistej wewnątrz lub w pobliżu obszaru czynnego.

[2] Jest to wartość maksymalnej dopuszczalnej mocy promieniowania przy pracy impulsowej. Wartość tego parametru dla pracy z falą ciągłą jest mniej więcej o rząd wielkości mniejsza i wynosi $1{,}1 \cdot 10^6$ W/cm^2 [19].

[3] Czytelnikowi pragnącemu bliżej zapoznać się z zagadnieniem degradacji w laserach złączowych można polecić pierwszy w języku polskim cykl artykułów na ten temat napisanych przez M. Osińskiego [26 ÷ 28].

promieniowania na niejednorodnościach sieci krystalicznej może spowodować mniejscowe stopienie ścianek kryształu [29]. Inną przyczyną może być efekt optoakustyczny [12, 30], w którym promieniowanie elektromagnetyczne wytwarza falę akustyczną, wywołującą miejscowe ogrzanie kryształu. Jeszcze inną przyczyną może być zjawisko „powielania optycznego" (*optical avalanche model*) [31].

Raptowna degradacja laserów złączowych zahamowała na pewien czas ich rozwój, polegający na zmniejszaniu grubości warstwy centralnej, będącej zarówno obszarem czynnym, jak i wnęką rezonansową. Z drugiej strony dotychczas zbudowane lasery cechowały się stosunkowo niskimi mocami emitowanego promieniowania, gdyż duży wzrost ich pobudzenia doprowadzał do przekroczenia granicy ww. degradacji i w efekcie zniszczenia przyrządu.

Naturalnym więc następnym etapem rozwoju konstrukcji laserów złączowych było zbudowanie nowej klasy tych przyrządów, w których wyżej wymienione efekty nie byłyby odczuwalne tak dotkliwie. Były to zaproponowane przez H. F. Lockwooda i in. [32], a następnie przez G. H. B. Thompsona [33] i I. Hayashiego [34] lasery wieloheterozłączowe, zwane w skrócie laserami LGR[4], pod którą to nazwą rozumiemy całą rodzinę laserów, w których obszar czynny stanowi tylko część wnęki rezonansowej.

Ze względu na przeznaczenie i konstrukcję lasery LGR dzielą się na dwa rodzaje: lasery LOC[5] — cechujące się dużymi wartościami mocy promieniowania i lasery 5 — warstwowe — o małych prądach progowych. Widać więc już w tym przypadku, że dalszy rozwój konstrukcji laserów złączowych nie będzie zachodził jednotorowo, a różnorodność nowych konstrukcji jest ściśle uwarunkowana szerokimi możliwościami ich zastosowania. Wspomniano już o tym we wprowadzeniu. Trzeba jednak jeszcze dodać, że wielotorowy rozwój tych konstrukcji byłby widoczny znacznie wcześniej, gdyby uwzględniono lasery złączowe o paskowej geometrii kontaktów, opisane w osobnej pracy [8].

3. LASERY LOC

3.1. Budowa i właściwości laserów LOC

Pierwszy laser złączowy z dużą wnęką rezonansową (LOC) został skonstruowany przez H. F. Lockwooda i in. [32] w roku 1970. Budowę tego lasera wyjaśnia rys. 1, pokazujący również zmiany szerokości przerwy energetycznej i współczynnika załamania w poszczególnych jego warstwach.

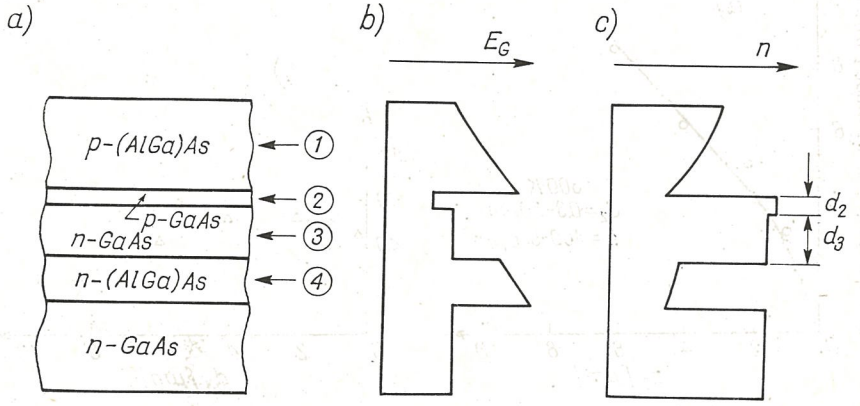
Rekombinacja w laserach LOC występuje w skompensowanej warstwie *2*, *p*-GaAs, o grubości d_2. Świadczy o tym rozkład pola elektromagnetycznego w strefie bliskiej tego lasera poniżej progu oraz jego widmo promieniowania spontanicznego, którego maksimum przypada dla energii $h\nu$ (300 K) $\simeq$ 1,31 eV ($\lambda \approx$ 946 nm). Emisja promieniowania tak

[4] LGR laser — *localized gain region laser*. W niektórych pracach lasery te noszą też nazwę laserów SCH — *separate-confinement heterostructure lasers*.

[5] Lasery LOC — *large optical cavity lasers*. Noszą one też niekiedy nazwę laserów *N-n-p-P*, gdzie przez duże litery (*N* lub *P*) oznaczono odpowiednio materiał o szerszej przerwie energetycznej typu *n* i *p*, a przez małe litery — analogicznie materiał o wąskiej przerwie. Kolejność liter wskazywała na kolejność poszczególnych warstw.

niskoenergetycznego może być w tym przypadku spowodowana jedynie przejściami między stanami w ogonie pasma przewodnictwa i w pasmie akceptorowym (Si) w silnie domieszkowanym, kompensowanym arsenku galu typu p.

Wnękę rezonansową stanowi natomiast obszar zawarty między heterozłączami, czyli warstwy *2* (p-GaAs) i *3* (n-GaAs). Wzmocnienie promieniowania elektromagnetycznego występuje więc tylko w części rezonatora — warstwie *2* — stanowiącej obszar czynny.



Rys. 1. Laser złączowy z dużą wnęką optyczną (LOC) [32]: a) konstrukcja, b) zmiany szerokości przerwy energetycznej E_G, c) zmiany współczynnika załamania n

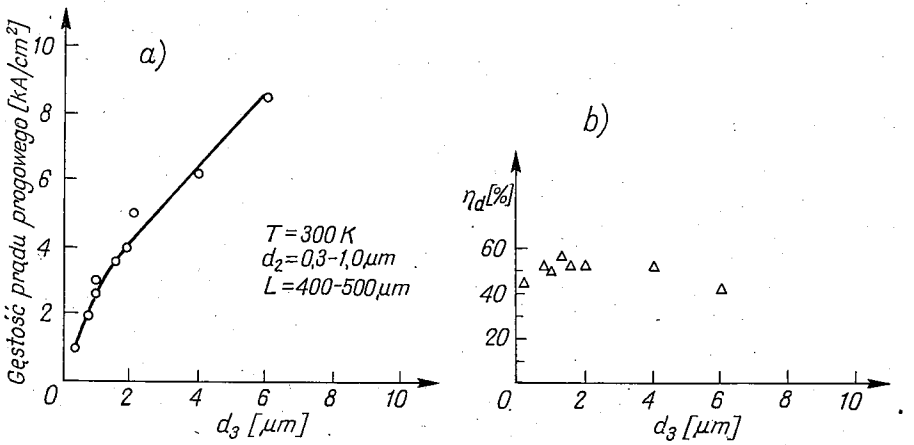
Pole elektromagnetyczne jest ograniczone w znacznie większym obszarze niż nośniki. Powoduje to zmniejszenie gęstości mocy wyjściowej na zwierciadłach rezonatora i dzięki temu znaczny wzrost wartości progu degradacji raptownej dla tych przyrządów w porównaniu ze zwykłymi laserami heterozłączowymi. Mogą więc one pracować przy większych prądach zasilania i w związku z tym emitować promieniowanie o większej mocy.

Próg degradacji raptownej wyraża się zwykle jako maksymalną dopuszczalną moc promieniowania P_d [W/cm] generowanego w laserze o jednostkowej szerokości rezonatora. W laserach monoheterozłączowych wynosi ona $P_d = (400 \div 800)$ W/cm [36], zaś dla laserów biheterozłączowych znacznie spada i zmienia się w zależności od grubości obszaru czynnego od 100 W/cm do 400 W/cm [37]. Widać z tego porównania, że chociaż lasery biheterozłączowe cechują się niskimi wartościami prądów progowych i mogą pracować z falą ciągłą w temperaturze pokojowej, to jednak lasery monoheterozłączowe znacznie bardziej od nich nadają się na źródła impulsowego promieniowania koherentnego o większej mocy. Nie można więc ich traktować tylko jako pewien etap rozwoju konstrukcji laserów złączowych. Znajdują one zastosowanie także i obecnie, szczególnie przy uwzględnieniu ich dodatkowej zalety, jaką jest mało skomplikowana technologia otrzymywania.

Wartość progu degradacji raptownej dla laserów LOC jest znacznie większa niż dla laserów SH i DH i wynosi przykładowo dla lasera z rezonatorem o grubości 7 μm $P_d \simeq$ $\simeq$ 2000 W/cm [32]. Są więc one lepszymi źródłami promieniowania większej mocy niż zwykłe lasery heterozłączowe.

Gęstości prądów progowych dla pracy impulsowej w temperaturze pokojowej laserów LOC zmieniają się w granicach $(1700 \div 8600)$ A/cm^2 [38] zależnie od grubości obszaru

czynnego. Są więc one większe niż dla laserów DH. Nie jest to jednakże istotna wada laserów z dużą wnęką rezonansową, ponieważ zostały one, jak już wspomnieliśmy, skonstruowane z myślą o jak największej mocy promieniowania, a nie jak najmniejszym prądzie progowym. Zależność gęstości prądu progowego laserów LOC od grubości d_3 warstwy *3* pokazano na rys. 2a. Grubość obszaru czynnego d_2 badanych laserów zmieniała się w gra-



Rys. 2. Zależność gęstości prądu progowego (a) i różniczkowej zewnętrznej sprawności kwantowej η_d (b) od grubości d_3 warstwy *3* w laserach LOC [39]

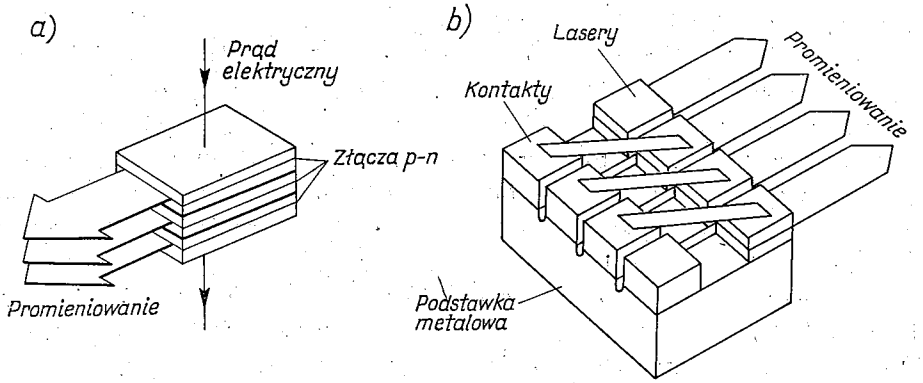
nicach (0,3÷1,0) μm przy najbardziej typowej wartości $d_2 = 0{,}5$ μm, zaś ich długość $L = (400 \div 500)$ μm.

Gęstość prądu progowego zgodnie z rys. 2a rośnie ze wzrostem grubości warstwy *3* prawie liniowo. Jest to zgodne z naszymi przewidywaniami: w miarę zwiększenia się grubości warstwy *3* obszar czynny stanowi przecież coraz mniejszą część wnęki rezonansowej. Wynika stąd następny istotny wniosek: przy konstruowaniu tych laserów należy unikać nadmiernego zmniejszenia grubości warstwy *2*, ponieważ w celu utrzymania tej samej wartości gęstości prądu progowego trzeba wtedy w efekcie zmniejszyć także grubość warstwy *3*. Prowadzi to zaś, jak wiadomo, do obniżenia wartości progu degradacji raptownej i w efekcie do zmniejszenia mocy promieniowania. Nadmierne zwiększenie grubości warstwy *2* również zwiększa gęstość prądu progowego na skutek zmniejszenia gęstości rekombinujących nośników we większym obszarze czynnym. Należy więc w tym przypadku wybrać wartość optymalną, którą wydaje się być właśnie $d_2 \simeq 0{,}5$ μm.

Ze względu na możliwie największą moc promieniowania trzecim, obok gęstości prądu progowego i granicy degradacji raptownej, najważniejszym parametrem opisującym działanie laserów LOC jest zewnętrzna różniczkowa sprawność kwantowa η_d. Wyraża ona stosunek mocy promieniowania stymulowanego otrzymywanego z lasera do mocy dostarczonej ze źródła prądu pomniejszonej o moc progową, tj. minimalną moc niezbędną do rozpoczęcia akcji laserowej.

Zależność η_d od grubości warstwy *2* pokazano na rys. 2b. Zauważmy, że jej wartość jest stosunkowo wysoka ($\eta_d = (40 \div 60)\%$) i jest niemal niezależna od d_3. W celu wyjaśnienia tego zjawiska rozpatrzmy straty absorpcyjne promieniowania w rezonatorze, czyli

w warstwach *2* i *3*. Warstawa *2* jest obszarem czynnym, czyli wzmocnienie promieniowania w tej warstwie przewyższa straty. Natomiast warstwa *3* jest obszarem biernym. Absorpcja międzypasmowa w tej warstwie jest nieznaczna, ponieważ energia promieniowania laserowego emitowanego w silnie domieszkowanym, kompensowanym obszarze *p*-GaAs jest o $30 \div 50$ meV niższa od krawędzi absorpcji międzypasmowej materiału warstwy *2*, którym jest niekompensowany GaAs typu *n*. Z tego względu występuje tam tylko absorpcja na swobodnych nośnikach i na niedoskonałościach sieci krystalicznej. Dla koncentracji 10^{18} cm^{-3} wynosi ona $\alpha_3 \simeq 6$ cm^{-1} [39]. Stosunkowo niska dobroć rezonatora powoduje jednakże pewne zwiększenie energii promieniowania laserowego i co za tym idzie zwiększenie współczynnika absorpcji w warstwie *3* do wartości $\alpha_3 \simeq 10$ cm^{-1}. Właśnie ta niska wartość współczynnika absorpcji w warstwie *3* jest przyczyną słabej zależności zewnętrznej różniczkowej sprawności kwantowej od grubości tej warstwy. Jest to okoliczność niezwykle korzystna, ponieważ pozwala budować lasery z dużą wnęką rezonansową (typowa wartość $d_2 + d_3 \simeq 7\mu$m) o co prawda stosunkowo dużym prądzie progowym, niemniej jednakże,



Rys. 3. Połączenia laserów: a) stos laserowy wykonany z trzech przyrządów, b) połączenie szeregowe czterech laserów

dzięki dużym wartościom progu degradacji raptownej i η_d, o stosunkowo dużej mocy emitowanego promieniowania. Na przykład J. T. O'Brien i in. [40] skonstruowali lasery LOC, cechujące się mocami promieniowania w impulsie (100 ns, 1 kHz) powyżej 4 W. Należy jeszcze zwrócić uwagę na fakt, iż w warstwie *3* pożądana jest niska koncentracja domieszek. Maleje wówczas zarówno absorpcja na swobodnych nośnikach, jak i na niedoskonałościach sieci krystalicznej.

W celu dalszego zwiększenia mocy promieniowania laserowego stosuje się łączenie laserów złączowych w stosy (rys. 3a), szeregi (rys. 3b) lub rozwiązanie kombinowane. Wykorzystuje się w tym przypadku niskie wartości napięcia zasilania, wymaganego dla tych przyrządów (dioda *p-n*). Dużą moc promieniowania uzyskuje się zwiększając znacznie amplitudę impulsów prądu przy nieco tylko zwiększonej wartości napięcia. Z tego względu można lasery łączyć np. w stosy (rys. 3a), układając je praktycznie jeden na drugim i zasilając wspólnym prądem. Wadą takiego rozwiązania jest pogarszanie się właściwości cieplnych tych przyrządów, spowodowane wzrostem ich oporności termicznych. Alternatywną

konstrukcją jest tzw. połączenie szeregowe (rys. 3b). Cechuje się ono jednakże znacznym zwiększeniem rozbieżności promieniowania w płaszczyźnie złącza. Kompromisowym rozwiązaniem jest połączenie kombinowane — szeregowe połączenie stosów laserowych.

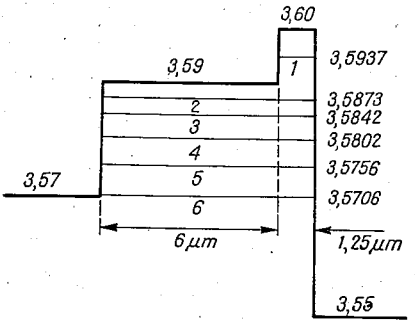
Konstrukcja typu LOC była stosowana również do budowy laserów pracujących w temperaturze pokojowej z falą ciągłą. Otrzymane przyrządy cechowały się gęstością prądu progowego j_{th} (300 K) $\simeq$ 2600 A/cm^2, a przy zasilaniu prądem o gęstości $j =$ $=$ 3600 A/cm^2 emitowały promieniowanie o mocy 40 mW [39].

3.2. Selekcja modów w laserach LOC [6)]

Jedną z osobliwości laserów złączowych jest to, że jeżeli konstrukcja lasera dopuszcza pojawienie się w emitowanym promieniowaniu modów wyższych rzędów, są one z reguły faworyzowane [42]. Lasery homozłączowe, monoheterozłączowe i biheterozłączowe o cienkim obszarze czynnym pracują zwykle na modach najniższych rzędów. Jest to zgodne z prostym, trójwarstwowym modelem lasera złączowego [43÷45], w którym rezonator zbudowany jest w materiale jednorodnym o stałej zespolonej przenikalności dielektrycznej. Prąd progowy obliczony według tego modelu jest najniższy dla modu podstawowego.

Jednakże badanie widm promieniowania laserów biheterozłączowych ze stosunkowo grubym obszarem czynnym oraz laserów LOC wykazało, że preferowane są w nich mody wyższych rzędów [32, 42]. Jest to sprzeczne nie tylko z powyższym modem trójwarstwowym, ale także z szacunkową analizą strat, ponieważ zwiększenie rzędu modu promieniowania powoduje większe wnikanie do biernych warstw sąsiednich — rosną więc straty dyfrakcyjne.

Jedynym wytłumaczeniem powyższych faktów może być przyjęcie niejednorodnego rozkładu współczynnika wzmocnienia we wnęce rezonansowej. J. K. Butler [46] podzielił myślowo rezonator na dwa obszary o różnych współczynnikach wzmocnienia. Przyczyny takiego podziału mogą być dwojakiego rodzaju: 1) inwersja obsadzeń może występować tylko w części wnęki rezonansowej (w przypadku, gdy długość drogi dyfuzji elektronów L_e w GaAs typu p jest mniejsza od grubości rezonatora) i 2) współczynnik absorpcji na noś-

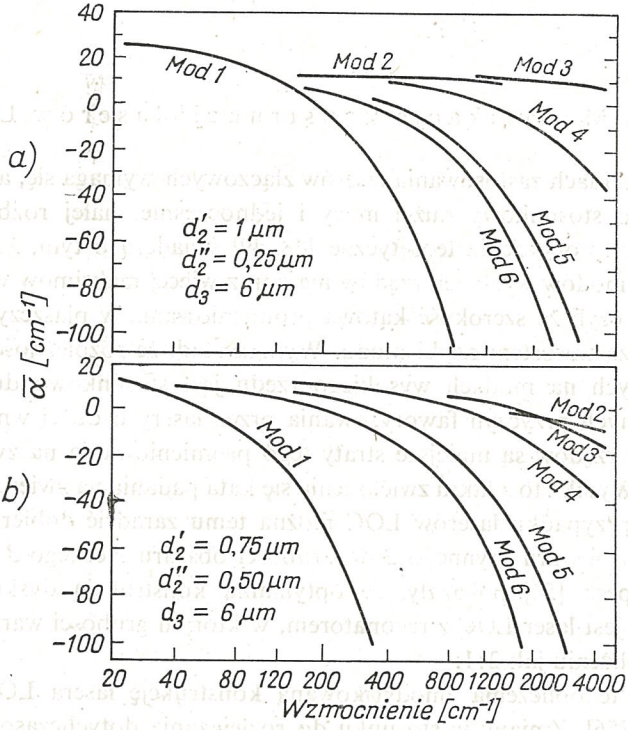


Rys. 4. Przebieg zmian współczynnika załamania i lokalizacja modów promieniowania w rezonatorze lasera LOC [46]

[6)] Dokładniej elektromagnetyczną teorią promieniowania laserów złączowych zajął się M. Osiński w pracy [41].

nikach swobodnych może się zmieniać w obszarze czynnym w miarę oddalania się od heterozłącza p-GaAs/p-$Al_xGa_{1-x}As$ z powodu zmian koncentracji domieszek.

Przebieg zmian współczynnika załamania w rezonatorze lasera LOC przedstawiono na rys. 4. Pokazuje on również lokalizację poszczególnych modów promieniowania, wyznaczoną przez obszar, w którym wartość efektywnego współczynnika załamania (przedstawionego po prawej stronie rysunku) dla rozchodzącej się w nim płaskiej fali elektromagnetycznej jest mniejsza od współczynnika załamania materiału rezonatora, a większa od współczynników załamania materiałów warstw sąsiednich [47]. Z rys. 4 widać, że zasięg modu najniższego rzędu ogranicza się tylko do cienkiego obszaru czynnego, tj. skompensowanego, silnie domieszkowanego GaAs typu p. Z identyczną sytuacją mieliśmy już do czynienia w laserze monoheterozłączowym. Dlatego zwykle mod ten nazywa się modem CC[7]. Lasery LOC pracujące na modzie CC wykazują bardzo podobne właściwości do laserów SH — podobne rozkłady bliskiego i dalekiego pola, podobne wartości prądu progowego i sprawności kwantowych.



Rys. 5. Zależność $\bar{\alpha}$ współczynnika absorpcji netto (straty we wszystkich obszarach oprócz strat na zwierciadłach minus współczynnik wzmocnienia rozważanego modu) w rezonatorach laserów LOC od wzmocnienia w warstwie czynnej dla poszczególnych modów rezonansowych [46].
Zgodnie z modelem J. K. Butlera warstwa *2* została podzielona na dwa obszary o różnych współczynnikach wzmocnienia i grubościach d_2' i d_2'', $d_2' + d_2'' = d_2$

[7] CC laser — *close confinement laser* — jest to często używana w literaturze anglosaskiej nazwa lasera monoheterozłączowego (lasera SH).

Wzbudzenie modów wyższych rzędów powoduje rozciągnięcie pola elektromagnetycznego na cały rezonator (warstwy *2* i *3*). Właściwości lasera LOC w tym przypadku są bardzo podobne do właściwości laserów DH z szeroką wnęką rezonansową.

Rys. 5 przedstawia zależność współczynnika absorpcji netto $\bar{\alpha}$ (absorpcja minus wzmocnienie) w rezonatorach laserów LOC od wzmocnienia w warstwie czynnej. Przy wzroście wzmocnienia krzywa odpowiadająca modowi podstawowemu pierwsza osiągnie próg akcji laserowej, tj. przekroczy oś odciętych $\alpha - g = 0$. Dalszy wzrost wzmocnienia w obszarze czynnym daje w efekcie ujemny współczynnik absorpcji netto, co równa się wzmacnianiu promieniowania rozchodzącego się w rezonatorze.

Następnym modem osiągającym próg akcji laserowej jest mod najwyższego możliwie rzędu. Jest to zgodne z przytoczonymi wcześniej obserwacjami eksperymentalnymi. Widać więc, że model J. K. Butlera przewiduje obserwowaną w laserach LOC selekcję modów. Zauważmy, że lokalne zniszczenie zwierciadeł rezonatora w warstwie *2* spowoduje znaczny wzrost strat modu podstawowego na zwierciadłach i w efekcie wzbudzania się jedynie modów wyższych rzędów. Pole w strefie bliskiej będzie wtedy bardziej równomiernie rozłożone.

3.3. Modyfikacje konstrukcji laserów LOC

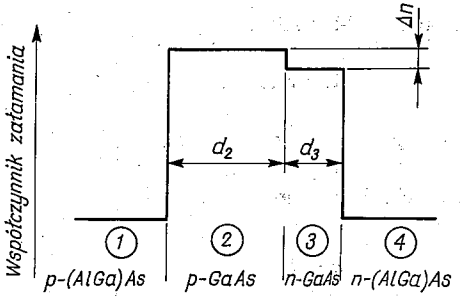
W wielu przykładach zastosowania laserów złączowych wymaga się, aby emitowały one promieniowanie o stosunkowo dużej mocy i jednocześnie małej rozbieżności kątowej. Z drugiej zaś strony obliczenia teoretyczne [48, 49] świadczą o tym, że pole elektryczne w strefie dalekiej modów wyższych rzędów ma coraz więcej maksimów wzdłuż osi prostopadłej do złącza, czyli że szerokość kątowa promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej do złącza rośnie ze wzrostem rzędu modu. Wynika stąd, że rozbieżność promieniowania laserów pracujących na modach wysokiego rzędu jest stosunkowo duża [50].

Jedną z głównych przyczyn faworyzowania przez lasery o dużej wnęce rezonansowej modów wyższych rzędów są mniejsze straty tego promieniowania na zwierciadłach rezonatora [51 ÷ 53]. Wynika to z faktu zwiększenia się kąta padania na zwierciadła ze wzrostem rzędu modu. W przypadku laserów LOC można temu zaradzić dobierając odpowiednio stosunek grubości obszaru czynnego *2* do grubości obszaru biernego *3* rezonatora. Obliczenia J. E. Rippera [54] pokazały, że optymalną konstrukcją dyskryminującą mody wyższych rzędów jest laser LOC z rezonatorem, w którym grubości warstw *2* i *3* mają się do siebie w przybliżeniu jak 2:1.

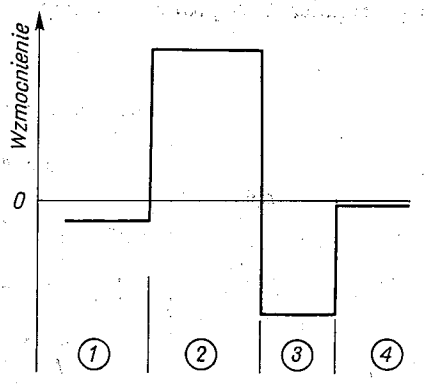
W oparciu o te obliczenia zmodyfikowaną konstrukcję lasera LOC zaproponowali T. L. Paoli i in. [56]. Zmiany w stosunku do rozwiązania dotychczasowego polegały na zmniejszeniu grubości rezonatora do wartości $d_2 + d_3 \simeq 2$ μm oraz zmianie stosunku grubości warstw *2* i *3* zgodnie z wynikiem ww. obliczeń. Okazało się, że w takim laserze (rys. 6) dominującym modem promieniowania stał się rzeczywiście mod podstawowy.

B. W. Hakki [57] zbadał za pomocą fotoluminescencji rozkład bliskiego pola opisanej struktury, a D. C. Krupka [55] dokonał jej dokładnej analizy teoretycznej. Doprowadziło to do sformułowania dwóch istotnych wniosków: 1) na granicy między warstwami *2* i *3* powinna istnieć tylko nieznaczna ($\Delta n \simeq 0{,}04$) nieciągłość współczynnika załamania,

powodująca ograniczenie w obszarze czynnym głównie modu podstawowego, 2) współczynnik strat w warstwie biernej nie powinien być zbyt mały (rys. 7), ponieważ zmniejsza on efektywnie wzmocnienie modów wyższego rzędu. Wzrost strat w warstwie *3* tylko nieznacznie wpływa na wartość prądu progowego modu podstawowego. Zaproponowano więc wykonanie warstwy czynnej *2* z GaAs typu *p* ($p \simeq 4 \cdot 10^{17}$ cm^{-3}), a warstwy biernej *3* z $Al_xGa_{1-x}As$ typu *n* o małej zawartości aluminium ($x \simeq 0{,}035$) lecz większej niż w obszarze czynnym koncentracji domieszek $n' \simeq 4 \cdot 10^{18}$ cm^{-3}. Warstwa $Al_xGa_{1-x}As$ o nieco większej niż GaAs-*p* szerokości przerwy energetycznej ($\Delta E_G \simeq 40$ meV) będzie jednocześnie zapobiegać ewentualnej ucieczce dziur z obszaru czynnego. Laser o takiej konstrukcji nosi nazwę lasera *P-p-n'-N*. Obliczone wartości współczynnika wzmocnienia w warstwie czynnej g_p, współczynnika strat α_n i wzmocnienia g dla poszczególnych modów zostały



Rys. 6. Zmiany współczynnika załamania w obszarze zmodyfikowanego lasera LOC [55]



Rys. 7. Rozkład wzmocnienia w obszarze zmodyfikowanego lasera LOC [55]

Tablica 1

Obliczone wartości współczynników wzmocnienia i absorpcji dla poszczególnych modów lasera P-n-n'-N [55]

Rząd modu	g_p [cm^{-1}]	g [cm^{-1}]	α_n [cm^{-1}]	Uwagi
1	31,5	30,0	30,0	
2	31,5	24,5	28,6	$d_2 = 1{,}4$ μm
3	31,5	12,2	26,5	
4	31,5	13,0	22,7	$d_3 = 0{,}6$ μm
5	31,5	14,7	17,1	
1	30,6	30,0	30,0	
2	30,6	27,7	28,7	
3	30,6	20,2	27,2	$d_2 = 2$ μm
4	30,6	4,6	27,1	
5	30,6	15,9	23,5	$d_3 = 1$ μm
6	30,6	11,4	20,4	
7	30,6	13,3	15,2	
8	30,6	9,2	14,4	

podane w tablicy 1. Widać z niej dla obydwóch rozpatrywanych przypadków znaczne uprzywilejowanie modu podstawowego, co jest zgodne z powyżej przedstawionym wywodem, przy czym laser z rezonatorem o grubości $d_2+d_3 \simeq 2$ μm jest nieco lepszy.

Druga równolegle stosowana metoda dyskryminacji modów wyższego rzędu została zaproponowana przez B. W. Hakkiego i C. J. Hwanga [58]. Polega ona na pokryciu zwierciadeł rezonatora specjalną antyodbiciową powłoką, składającą się z warstw ZnS i Al_2O_3 o bardzo dokładnie dobranych grubościach. Powoduje ona gwałtowny wzrost strat na zwierciadłach przy przekroczeniu pewnej założonej wartości kąta padania, który jak wiadomo rośnie ze zwiększeniem rzędu modu. Skonstruowane przez cytowanych autorów lasery cechowały się stosunkowo dużymi wartościami mocy w impulsie, $P_p \simeq 0{,}7$ W (100 ns), przy znacznie mniejszych w porównaniu ze zwykłymi laserami LOC wartościach kąta rozbieżności promieniowania.

Tablica 2

Porównanie selekcji modów w laserach P-n-n'-N i ADH

Rząd modu	Laser *P-p-n'-N*			Laser ADH		
	g_p	g	α_n	g_p	g	α_n
—	cm^{-1}	cm^{-1}	cm^{-1}	cm^{-1}	cm^{-1}	cm^{-1}
—	$d_2 = 1{,}4$ μm, $d_3 = 0{,}6$ μm			$d = 1{,}4$ μm		
1	31,5	30,0	30,0	31,6	30,0	30,0
2	31,5	24,5	28,6	31,6	22,1	28,5
—	$d_2 = 2$ μm, $d_3 = 1$ μm			$d = 2$ μm		
1	30,6	30,0	30,0	30,6	30,0	30,0
2	30,6	27,7	28,7	30,6	27,7	28,9
3	30,6	20,2	27,2	30,6	12,3	28,4

Zauważmy jeszcze, że zarówno nośniki, jak i pole elektromagnetyczne pożądanego modu podstawowego są ograniczone jedynie w warstwie *2*. Widać stąd, że warstwa *4* ($Al_xGa_{1-x}As$ typu *n*) jest w zasadzie już niepotrzebna. Pomijając ją powróciliśmy niespodziewanie do nieco zmodyfikowanej konstrukcji lasera biheterozłączowego noszącego nazwę lasera ADH[8]. Laser ADH wykazywać będzie nieco większe wartości prądu progowego z powodu trochę większego przenikania pola elektromagnetycznego modu podstawowego do obszaru biernego. Będzie to jednakże z nawiązką wynagradzane znacznie prostszą technologią otrzymywania. Porównania efektywności selekcji modów wyższego rzędu w przypadku laserów ADH i *P-p-n'-N* dokonano w tablicy 2. Z przedstawionych w niej wartości liczbowych wynika, że laser ADH pod tym względem jest co najmniej tak dobry, jak laser *P-p-n'-N*.

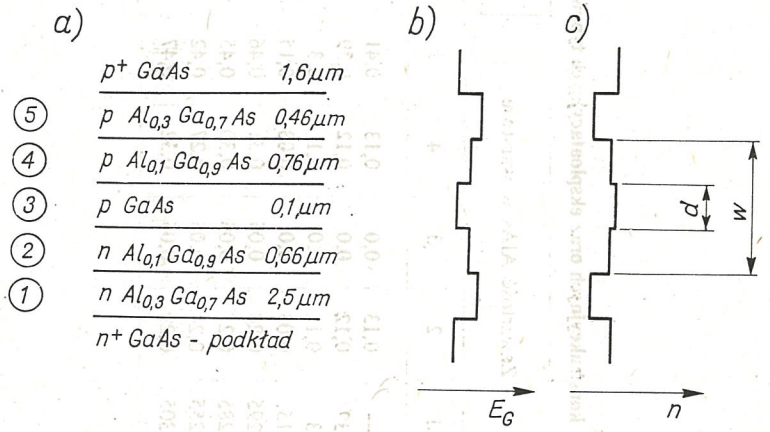
[8] laser ADH — *asymmetric double-heterostructure laser.*

4. LASERY 5-WARSTWOWE [9)]

4.1. Symetryczne lasery 5-warstwowe

Dalszy postęp w dążeniu do zmniejszenia wartości gęstości prądu progowego laserów złączowych można było osiągnąć biorąc pod uwagę dwa fakty [34, 59]: 1) ograniczenie nośników jest bardziej efektywne niż ograniczenie pola elektromagnetycznego, 2) wzmocnienie zależy superliniowo od prądu [60, 61] (patrz: Dodatek). W ten sposób łatwo można zrealizować oddzielne ograniczenie nośników w małej, wybranej części rezonatora. Pozwala to na osobną optymalizację rozmiarów obszaru czynnego (umożliwiającą zmniejszenie prądu progowego) i rozmiarów rezonatora (zapewniającą żądany rozkład pola elektromagnetycznego i odpowiednią dyskryminację modów).

W celu ograniczenia nadmiernej penetracji pola elektromagnetycznego do warstw biernych dodaje się do powyższej konstrukcji jeszcze dwa zewnętrzne heterozłącza, których odległość wyznacza grubość rezonatora. Powstaje w ten sposób symetryczny laser 5-warstwowy (rys. 8) o obszarze czynnym wykonanym z reguły z arsenku galu, o dwóch mniej



Rys. 8. Symetryczny laser 5-warstwowy [62]: a) konstrukcja, b) zmiany szerokości przerwy energetycznej w jego obszarze, c) zmiany współczynnika załamania

więcej równej grubości warstwach otaczających ten obszar wykonanych z $Al_xGa_{1-x}As$ i dwóch dodatkowych z $Al_yGa_{1-y}As$, gdzie $y > x$. Konstrukcja ta może też zawierać oczywiście i inne warstwy dodawane chociażby ze względu na łatwość wykonywania kontaktów. Nie wpływają one jednak na zasadę działania lasera, stąd też nosi on nazwę lasera 5-warstwowego (*5-layer laser*).

Warunek pozwalający osobno optymalizować rozkład nośników i pola elektromagnetycznego w laserze 5-warstwowym jest ściśle określony przez rozmiary obszaru czynnego i rodzaj ograniczających go heterozłącz. Skokowa zmiana zawartości aluminium na tych heterozłączach powinna być wystarczająco duża, aby zapewnić efektywne ograniczenie nośników w obszarze czynnym. Warunek ten staje się krytyczny dla laserów o bardzo wąskich obszarach czynnych i dużych prądach progowych. Z drugiej strony obszar czynny

[9)] Lasery te nazywane są niekiedy laserami 4-heterozłączowymi (*four-heterojunction lasers*).

Tablica 3

Wartości parametrów konstrukcyjnych oraz eksploatacyjnych typowych laserów 5-warstwowych

L	Grubości warstw [μm]			d [μm]	w [μm]	Zawartość AlAs w warstwie					L [μm]	j_{th} (300 K) [A/cm²]	η_d [%]	η_l [%]	$\Theta_{1/2}$ [deg]	Literatura
P	2	3	4			1	2	3	4	5						
1	—	—	—	0,04	0,44	—	0,13	0,0	0,13	0,41	500	575	26	58	55	[63]
2	0,22	0,095	0,45	0,095	0,765	0,39	0,12	0,0	0,12	0,39	1030	650	32	77	51	[64]
3	0,66	0,1	0,76	0,1	1,52	0,3	0,1	0,0	0,1	0,3	704	1200	38	77	34	[62]
4	2,0	0,5	1,2	0,5	3,7	0,15	0,03	0,0	0,03	0,15	—	13000	—	—	17	[65]
5	1,4	0,09	0,10	0,09	1,59	0,295	0,28	0,05	0,31	0,46	530	500	26	61	19—37	[66]
6	0,81	0,08	0,10	0,08	0,99	0,285	0,27	0,05	0,30	0,45	530	630	25	62	15—25	[66]
7	0,80	0,08	0,04	0,08	0,92	0,255	0,24	0,05	0,27	0,42	530	920	24	65	12—21	[66]
8	0,60	0,07	0,06	0,07	0,73	0,305	0,29	0,05	0,32	0,47	530	970	33	66	17	[66]

powinien być wystarczający wąski, aby uniknąć nadmiernego zaburzenia rozkładu pola elektromagnetycznego w rezonatorze. Warunek ten staje się trudniejszy do spełnienia w przypadku, gdy skokowe zmiany zawartości aluminium na heterozłączach są duże.

Jak widać, oba powyższe warunki są ze sobą sprzeczne. Niemniej osobna optymalizacja jest teoretycznie możliwa nawet w laserach cechujących się nadzwyczaj wąskimi obszarami czynnymi o grubościach $d < 300$ Å pod warunkiem zastosowania dużej skokowej zmiany zawartości aluminium na obu heterozłączach $\Delta x > 0{,}25$.

W praktyce przyrządy tego rodzaju są bardzo trudne do realizacji powszechnie stosowaną metodą epitaksjalnego wzrostu warstw z fazy ciekłej (LPE). Z tego względu niekiedy stosuje się rozwiązanie kompromisowe. W przyrządach z szerokim rozkładem pola optycznego kompromis ten urzeczywistnia się kosztem efektywności ograniczenia nośników w obszarze czynnym. Skokowe zmiany zawartości aluminium na obu heterozłączach są mniejsze niż w zwykłych laserach DH. Zewnętrzne heterozłącza (ograniczające rezonator lasera) będą miały wtedy dodatkowe zadanie — ograniczenie ucieczki nośników.

Pierwsze symetryczne lasery 5-warstwowe zostały wykonane w 1973 roku przez G. H. B. Thompsona i P. A. Kirkby'ego [63] oraz M. B. Panisha i in. [64]. Wymiary poszczególnych warstw oraz dane eksploatacyjne tych laserów podano w tablicy 3 odpowiednio w pozycjach 1 i 2. Zgodnie z przewidywaniami lasery te w porównaniu z najlepszymi laserami biheterozłączowymi cechują się niższymi wartościami gęstości prądów progowych. Najlepszy pod tym względem z nich miał w temperaturze pokojowej prąd progowy o gęstości j_{s5} (300 K) = 575 A/cm^2. Grubość obszaru czynnego tego lasera wynosiła tylko 400 Å, a grubość rezonatora optycznego 0,45 μm.

Technologia otrzymywania powyższych struktur wielowarstwowych została przedstawiona przez G. H. B. Thompsona i P. A. Kirkby'ego w pracy [67]. Zastosowana przez nich aparatura zapewniała bardzo małą szybkość chłodzenia próbki podczas wzrostu warstwy, równą 0,2°C/min, co umożliwiło otrzymywanie w sposób kontrolowany warstw o grubości 400 Å.

Cytowani autorzy podali również sformułowany na podstawie eksperymentów wzór, określający wartość gęstości prądu progowego w funkcji grubości obszaru czynnego i innych parametrów lasera[10]:

$$j_{th} = Ad + \frac{BW_{ef}}{k}\left[\alpha + \frac{1}{L}\ln\left(\frac{1}{R}\right)\right], \tag{2}$$

gdzie efektywna grubość rezonatora W_{ef} dla danego modu i stała skupienia k dla obszaru czynnego dane są odpowiednio wzorami:

$$W_{ef} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I\,dz}{I_{max}}, \tag{3}$$

$$k = \int_{d} \frac{I\,dz}{I_{max}\,d}, \tag{4}$$

[10] Inną, podobną zależność na prąd progowy, wyprowadzoną z kolei teoretycznie, podano w Dodatku.

I — gęstość mocy promieniowania laserowego,
I_{max} — maksymalna gęstość mocy w rozkładzie promieniowania w rezonatorze,
dz — elementarny odcinek w kierunku prostopadłym do złącza.

Wartości stałych A i B są dobierane dla danego typu lasera. W przypadku lasera DH o obszarze czynnym domieszkowanym germanem o koncentracji $5 \cdot 10^{17}$ cm^{-3} są one na przykład równe $A_{DH} = (5000 \pm 500)$ A/cm^2 μm i $B_{DH} = (40 \pm 10)$ A/cm^2, natomiast dla symetrycznego lasera 5-warstwowego $A_{s5} = 5800$ A/cm^2 μm i $B_{s5} = 25$ A/cm^2. Małe różnice wartości stałych A i B w obu typach laserów oznaczają, że działanie warstwy czynnej w laserze 5-warstwowym jest równie dobre, jak w laserze biheterozłączowym o szerszym obszarze czynnym. Stanowi to dodatkowe potwierdzenie słuszności przewidywań teoretycznych.

5-warstwowe lasery G. H. B. Thompsona i P. A. Kirkby'ego [67] wykonane z tej samej próbki cechowały się gęstościami progowymi różniącymi się średnio o ± 15 A/cm^2. Wartość ta odpowiada zmianie średniej grubości obszaru czynnego nie większej niż ca 25 Å lub zmianie grubości rezonatora nie większej niż 0,05 μm, ewentualnie zmianie skokowej różnicy zawartości aluminium na heterozłączach nie większej niż 3%. Powyższe wyniki oznaczają, że bliskość heterozłącza nie pogarsza działania cienkich warstw czynnych, np. w wyniku rekombinacji niepromienistej oraz że stosowana przez autorów pracy [67] technologia otrzymywania tych cienkich warstw zapewnia wystarczająco dobrą ich jakość.

4.2. Wpływ zaburzeń grubości rezonatora na prąd progowy laserów 5-warstwowych

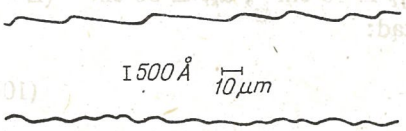
W laserach złączowych pole elektromagnetyczne w rezonatorze jest nieustannie osłabiane w wyniku reabsorpcji i rozpraszania promieniowania. Oba te procesy powodują zmniejszenie zewnętrznej różniczkowej sprawności kwantowej i wzrost gęstości prądu progowego. Reabsorpcja promieniowania w rozpatrywanych przyrządach wynika głównie z absorpcji na swobodnych nośnikach, wprowadzonych do rezonatora w wyniku domieszkowania materiału lub wstrzykiwanych do niego.

G. H. B. Thompson i in. [68] badali heterozłączowe lasery (GaAl)As/GaAs, w których absorpcja na swobodnych nośnikach powinna być znacznie zmniejszona. Obszary czynne tych laserów były bardzo wąskie i pole elektromagnetyczne mogło przenikać do warstw sąsiednich wykonanych z materiału bardzo słabo domieszkowanego ($< 5 \cdot 10^{17}$ cm^{-3}). Były to opisane powyżej lasery 5-warstwowe oraz tzw. lasery DH *leaky*, również umożliwiające swobodne przenikanie pola elektromagnetycznego poza obszar czynny. Będzie o nich mowa w następnym podrozdziale 4.3.

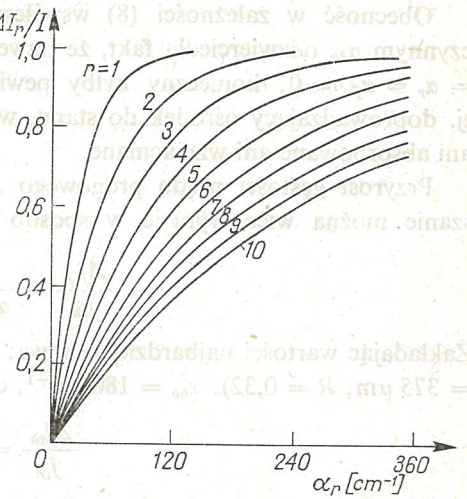
Współczynnik absorpcji na swobodnych nośnikach dla powyższych konstrukcji powinien być mniejszy niż 5 cm^{-1}. Pomiary wykazywały jednakże znacznie większe straty absorpcyjne — $(10 \div 18)$ cm^{-1}. Mogły być one jedynie wynikiem jakiegoś nieuwzględnionego do tej pory procesu rozpraszania. Cytowani autorzy rozpatrzyli w tym charakterze ewentualne rozpraszanie na zaburzeniach grubości rezonatora lasera. Analiza teoretyczna oparta na metodzie opisanej przez D. Marcusego [69] wykazała, że zaburzenia te nawet

o niewielkiej amplitudzie 100 Å dadzą znaczne dodatkowe straty promieniowania → $\rightarrow \alpha_d \simeq 12\ \mathrm{cm}^{-1}$.

Przypuszczenie o udziale w stratach promieniowania tego dodatkowego procesu rozpraszania zostało potwierdzone przez pomiary fotoluminescencyjne heterostruktur (AlGa)As przeprowadzone przez F. R. Nasha i in. [70]. Wykazały one na licznych fotografiach zamieszczonych w tej pracy, że rezonatory laserów DH cechują się często znacznymi zmianami grubości o amplitudzie do 500 Å (rys. 9).



Rys. 9. Zmiany grubości obszaru czynnego laserów DH [70].
Widać charakterystyczne, tarasowe zaburzenia. Periodyczność takiej tarasowej struktury może się zmieniać od 10 μm do 50 μm, a wysokość uskoków może osiągnąć wartość do 500 Å



Rys. 10. Zależność stosunku mocy promieniowania rozproszonego na defektach pokazanych na rys. 9 do mocy całkowitej od współczynnika obsorpcji α_r dla różnych liczb r [70]

Zakładając równomierny rozkład strat promieniowania wynikających z rozproszenia na powyższych defektach na odcinku l_r, będącym średnią odległością między tymi defektami, można stosunek gęstości mocy promieniowania rozproszonego w tym procesie ΔI_r do całkowitej gęstości mocy I wyrazić w sposób następujący [70]:

$$\frac{\Delta I_r}{I} = 1 - \exp(-\alpha_r l_r) \tag{5}$$

gdzie α_r — współczynnik strat optycznych powstałych w wyniku rozproszenia promieniowania na rozpatrywanych defektach.

Przyjmując, że na całą długość rezonatora L przypada r takich identycznych defektów

$$L = r l_r \tag{6}$$

otrzymujemy wyrażenie opisujące współczynnik strat α_r

$$\alpha_r = \frac{r}{L} \ln\left(\frac{1}{1 - \Delta I_r / I}\right). \tag{7}$$

Wzór (7) przedstawiono graficznie na rys. 10.

Gęstość prądu progowego j_{th} jest proporcjonalna do

$$j_{th} \sim \alpha_{kr}+\alpha_r+\Gamma(\alpha_{fc}+\alpha_{bb}), \tag{8}$$

gdzie: α_{kr} — współczynnik strat krawędziowych wynikający z emisji części promieniowania na zewnątrz przyrządu, α_{fc} — współczynnik absorpcji na swobodnych nośnikach w obszarze czynnym, a Γ — współczynnik określający efektywność ograniczenia pola elektromagnetycznego w obszarze czynnym, tj. mówiący jaka część energii tego pola jest skupiona w powyższym obszarze.

Obecność w zależności (8) współczynnika absorpcji międzypasmowej w obszarze czynnym α_{bb} odzwierciedla fakt, że nawet gdyby pozostałe straty były pomijalne: $\alpha_{kr} = \alpha_r = \alpha_{fc} = 0$, konieczny byłby pewien prąd zasilania neutralizujący tę absorpcję, tj. doprowadzający ośrodek do stanu, w którym promieniowanie nie byłoby efektywnie ani absorbowane ani wzmacniane.

Przyrost gęstości prądu progowego Δj_{th} spowodowany przez rozpatrywane rozpraszanie można więc wyrazić w sposób następujący:

$$\frac{\Delta j_{th}}{j_{th}} = \frac{\alpha_r}{\alpha_{kr}+\Gamma(\alpha_{fc}+\alpha_{bb})}. \tag{9}$$

Zakładając wartości najbardziej typowe: $\Gamma = 0{,}44$, $\alpha_{fc} \simeq 10\ \mathrm{cm}^{-1}$, $\alpha_{kr} \simeq 30\ \mathrm{cm}^{-1}$ ($L = 375\ \mu\mathrm{m}$, $R = 0{,}32$), $\alpha_{bb} = 180\ \mathrm{cm}^{-1}$, otrzymamy stąd:

$$\frac{\Delta j_{th}}{j_{th}} = \frac{\alpha_r}{114\ \mathrm{cm}^{-1}}. \tag{10}$$

Obliczone za pomocą wzoru (10) przyrosty gęstości prądu progowego wynikające z rozpraszania promieniowania na zaburzeniach grubości rezonatora wynoszą dla typowych konstrukcji laserów heterozłączowych o wąskim obszarze czynnym od kilkudziesięciu do kilkuset procent.

4.3. Metody uzyskania małej rozbieżności promieniowania laserów złączowych

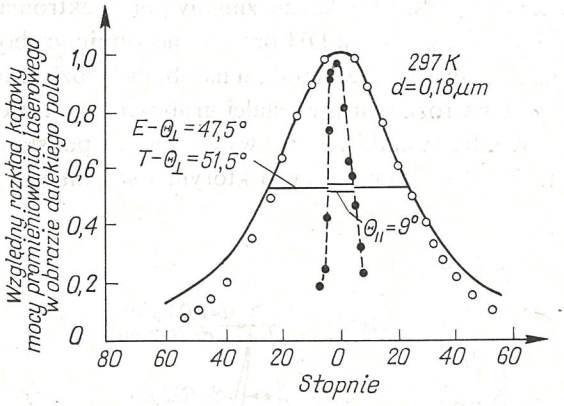
Promieniowanie elektromagnetyczne wychodzące z lasera złączowego na zewnątrz ulega ugięciu na szczelinie. Ugięcie to jest tym większe im mniejsza jest grubość szczeliny, czyli wnęki rezonansowej (zakładając idealne ograniczenie promieniowania w rezonatorze). Ze względu na kolimację promieniowania laserowego zależy nam na jego małej rozbieżności. Nie zapewni nam tego zwykły wzrost grubości rezonatora, ponieważ zwykle faworyzowane są wówczas mody wyższych rzędów, o czym już wspomniano przy omawianiu laserów LOC.

Rząd dominującego modu można określić na podstawie obrazu dalekiego promieniowania lasera w strefie dalekiej: dla modu podstawowego charakterystyka ma jeden listek, dla modów wyższych rzędów rząd modu m jest dany zależnością: $m = 2+$liczba niskoenergetycznych maksimów charakterystyki między dwoma głównymi listkami.

Miarą rozbieżności promieniowania laserowego jest kąt $\theta_{1/2}$, mierzony jako szerokość połówkowa charakterystyki kierunkowej promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej

do złącza w obszarze dalekiego pola. W płaszczyźnie złącza rozbieżność promieniowania jest znacznie mniejsza, co dla laserów DH obrazuje rys. 11. Nie będziemy się więc nią zajmować w dalszej części tego podrozdziału.

Pierwsze lasery biheterozłączowe o małej grubości obszaru czynnego (a więc i rezonatora) cechowały się dużymi wartościami kąta $\theta_{1/2}$, dochodzącymi nawet do 80°. Późniejsze



Rys. 11. Względny rozkład kątowy mocy promieniowania laserowego w strefie dalekiej typowego lasera DH z obszarem czynnym o grubości 0,18 μm

Linie ciągłe i przerywane obrazują rozkłady obliczone teoretycznie, a kółka puste i zaczernione rozkłady wyznaczone eksperymentalnie odpowiednio w płaszczyźnie prostopadłej do złącza i w płaszczyźnie złącza [71]

badania pokazały, że zmniejszenie rozbieżności promieniowania można uzyskać przez osłabienie efektu falowodowego, na przykład drogą redukcji skokowej zmiany zawartości aluminium na heterozłączach ograniczających obszar czynny [10] lub konstruując lasery z bardzo wąskimi obszarami czynnymi z $Al_xGa_{1-x}As$ [37].

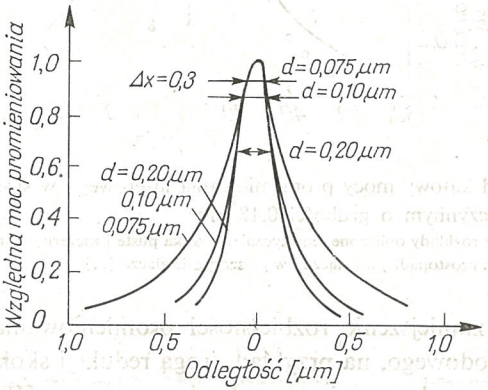
Niekiedy stosuje się również inne bardziej skomplikowane metody. Na przykład A. R. Goodwin i in. [72] skonstruowali tzw. laser GOC[11)], w którym rozbieżność promieniowania została znacznie zredukowana do wartości $\theta_{1/2} = 10°$ drogą celowego wprowadzenia gradientu zawartości aluminium w czasie wzrostu warstwy obszaru czynnego. Najprawdopodobniej gradient ten, tym razem przypadkowo, był również przyczyną nienormalnie niskiej wartości kąta $\theta_{1/2} = 8°$ w laserze Ž. I. Alferova i in. [73].

Inną metodę pozwalającą zmniejszyć wartość $\theta_{1/2}$ zaproponowali ostatnio T. Fukui i in. [74]. Dzięki wyrafinowanej technologii otrzymali oni obszar czynny lasera DH o zmieniającej się stożkowo grubości między oboma zwierciadłami lasera. Grubość jego wynosiła przy jednym zwierciadle 0,2 μm, a przy drugim 1,2 μm. Dalszym krokiem rozwoju tej konstrukcji powinno być pokrycie zwierciadła w miejscu o najwęższym obszarze czynnym warstwą całkowicie odbijającą. Wówczas promieniowanie elektromagnetyczne wychodziłoby przez stosunkowo grubą szczelinę (1,2 μm), co zmniejszyłoby jego rozbieżność, a mała grubość obszaru czynnego przy drugim zwierciadle zapewniałaby odpowiednio duże wzmocnienie. Pierwsze dane eksperymentalne laserów DH o zmiennej grubości

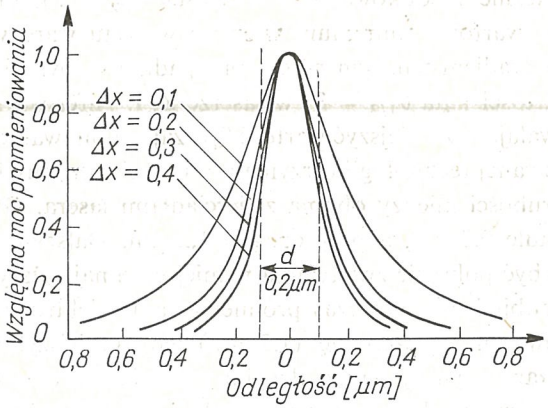
[11)] GOC laser — *graded optical cavity laser.*

obszaru czynnego (od 0,5 μm do 1,0 μm) były bardzo zachęcające: szerokość połówkowa w obszarze dalekiego pola charakterystyki promieniowania emitowanego przez zwierciadło, przy którym $d = 0{,}5$ μm — $\theta_{1/2} \simeq 50°$, a przez zwierciadło przeciwne ($d = 1{,}0$ μm) — $\theta_{1/2} \simeq 38°$.

Najprostszym sposobem zmniejszenia kąta $\theta_{1/2}$ w laserach DH bez nadmiernego wzrostu j_{th} jest umożliwienie w sposób kontrolowany przenikania promieniowania poza bardzo cienki obszar czynny. Rys. 12 pokazuje zmiany pola elektromagnetycznego w płaszczyźnie prostopadłej do złącza w laserze DH przy zmniejszaniu grubości obszaru czynnego d i stałej skokowej zmianie zawartości aluminium na obu heterozłączach $\Delta x = 0{,}3$. Rys. 13 ilustruje z kolei zmiany tego rozkładu przy stałej grubości obszaru czynnego $d = 0{,}2$ μm i malejącej wartości Δx. Oba rysunki zostały wykonane na podstawie obliczeń opartych na prostym modelu trójwarstwowym lasera, o którym wspomniano już przy okazji oma-

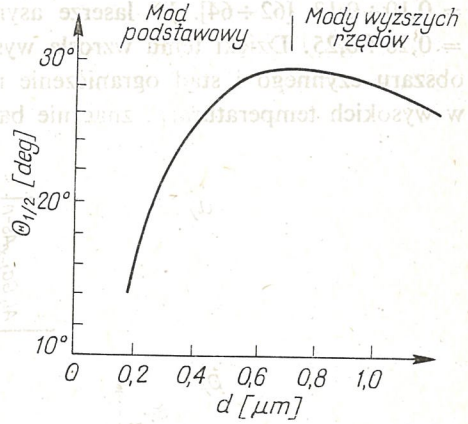


Rys. 12. Rozkłady pola elektromagnetycznego w płaszczyźnie prostopadłej do złącza w laserze DH przy stałej skokowej zmianie zawartości aluminium na obu heterozłączach $\Delta x = 0{,}3$ i różnych wartościach grubości obszaru czynnego [48]



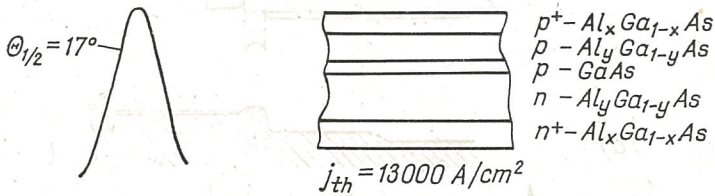
Rys. 13. Rozkłady pola elektromagnetycznego w płaszczyźnie prostopadłej do złącza w laserze DH przy stałej grubości obszaru czynnego $d = 0{,}2$ μm i różnych skokowych zmianach zawartości aluminium na heterozłączach [71]

wiania selekcji modów w laserach LOC. Na rysunkach tych widać wyraźny wzrost penetracji pola elektromagnetycznego do obszarów biernych zarówno przy zmniejszaniu d, jak i Δx. Laser biheterozłączowy wykorzystujący ten efekt, tj. taki laser, w którym obszar czynny zajmuje efektywnie tylko część wnęki rezonansowej, nosi nazwę lasera DH *leaky* [10]. Cechuje się on znacznym zmniejszeniem rozbieżności promieniowania, $\theta_{1/2} = 20° \div 25°$ ($d = 0{,}25$ μm, $\Delta x \simeq 0{,}08$) przy wciąż stosunkowo niskiej wartości gęstości prądu progowego, j_{th} (300 K) = 1400 A/cm². Obliczoną teoretycznie zależność kąta $\theta_{1/2}$ dla tego lasera od grubości obszaru czynnego d pokazano na rys. 14.



Rys. 14. Zależność wartości szerokości połówkowej charakterystyki promieniowania w obszarze dalekiego pola w płaszczyźnie prostopadłej do złącza lasera DH *leaky* od grubości obszaru czynnego [10]

Dodatkowe zewnętrzne heterozłącza stanowią następne udoskonalenie tej konstrukcji, ponieważ przeciwstawiają się niekontrolowanemu, nadmiernemu rozprzestrzenianiu się promieniowania. W laserze tego typu o budowie przedstawionej na rys. 15 uzyskano $\theta_{1/2} = 17°$. W ten sposób starając się poprawić charakterystykę dalekiego pola promieniowania lasera doszliśmy w efekcie do lasera 5-warstwowego, który był konstrukcją optymalną również ze względu na jak najniższy prąd progowy. Wartości $\theta_{1/2}$, obok wartości gęstości prądów progowych, wewnętrznej η_i i zewnętrznej przyrostowej η_d sprawności kwantowych i innych parametrów podano dla różnych laserów 5-warstwowych w tablicy 3.

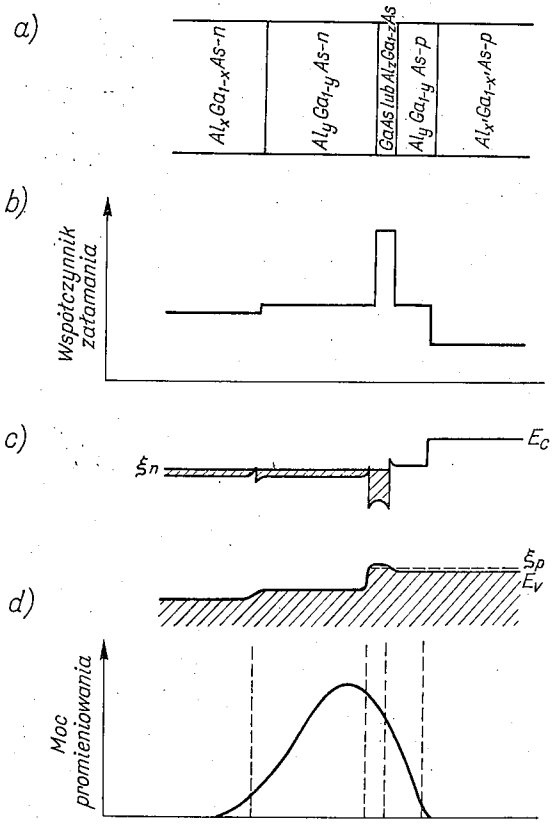


Rys. 15. Symetryczny laser 5-warstwowy konstrukcji H. F. Lockwooda i H. Kressela [65] o niskiej wartości kąta rozbieżności promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej do złącza
Wymiary i inne dane konstrukcyjne tego lasera podano w tablicy 4 pod pozycją 4

4.4. Asymetryczne lasery 5-warstwowe

Niedawno G. H. B. Thompson i in. [66, 75] zaproponowali modyfikację konstrukcji lasera 5-warstwowego. Nowy laser, noszący nazwę asymetrycznego lasera 5-warstwowego, cechował się znacznie lepszym ograniczeniem nośników w obszarze czynnym oraz mniej zaburzonym rozkładem pola elektromagnetycznego w rezonatorze. Konstrukcja tego lasera wraz z wykresem zmian współczynnika załamania, modelem pasmowym i rozkładem pola elektromagnetycznego została pokazana na rys. 16.

W zrealizowanych do tej pory rozwiązaniach laserów 5-warstwowych skokowa zmiana zawartości aluminium na heterozłączach ograniczających obszar czynny wynosiła $\Delta x = 0{,}10 \div 0{,}13$ [62÷64]. W laserze asymetrycznym podniesiono ją do wartości $\Delta x = 0{,}20 \div 0{,}25$. Dzięki temu wzrosła wysokość barier potencjału, będących krawędziami obszaru czynnego i stąd ograniczenie nośników w tym obszarze stało się, szczególnie w wysokich temperaturach, znacznie bardziej efektywne.

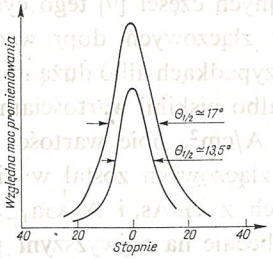


Rys. 16. Asymetryczny laser 5-warstwowy [66]: a) konstrukcja, b) wykres zmian współczynnika załamania w obszarze lasera, c) model pasmowy (Zakreślono stany zajęte przez elektrony. Przez E_c i E_v oznaczono krawędzie odpowiednio pasma przewodnictwa i pasma walencyjnego, ξ_n i ξ_p — położenia quasi-poziomów Fermiego dla elektronów i dziur), d) rozkład pola elektromagnetycznego w obszarze lasera

Drugą modyfikacją wprowadzoną w laserach nowego typu było asymetryczne umieszczenie obszaru czynnego w rezonatorze. Dzięki temu rozkład promieniowania elektromagnetycznego (rys. 16d) przybrał również postać asymetryczną, co, jak się okazało, ułatwia rozprzestrzenianie się tego promieniowania poza obszar czynny. Pozwoliło to, nawet przy stosunkowo dużych wartościach $\Delta x = 0{,}25$, na zwiększenie grubości obszaru czynnego bez nadmiernego zaburzenia rozkładu pola elektromagnetycznego w rezonatorze. Jest to zaś jak wiadomo warunek konieczny na otrzymanie lasera o małej rozbieżności promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej do złącza. Możliwość zwiększenia grubości warstwy czynnej ułatwia też znacznie proces wytwarzania laserów tego typu za pomocą powszechnie stosowanej epitaksji z fazy ciekłej (LPE).

Wartość skokowej zmiany zawartości aluminium na heterozłączu 1/2 (rys. 16b), będącym lewostronną granicą rezonatora, jest dobrana ze względu na pożądaną selekcję modów. Krytyczny kąt odbicia od tej powierzchni jest mniejszy niż kąty propagacji wszystkich modów poprzecznych z wyjątkiem modu podstawowego. W ten sposób zrealizowano pracę jednomodową tego lasera.

Wymiary oraz wartości molowych zawartości aluminium w poszczególnych warstwach typowych rozwiązań asymetrycznych lasera 5-warstwowego przedstawiono razem z innymi laserami 5-warstwowymi w tablicy 3 w pozycjach 5÷8. Tam też podano wartości najważniejszych parametrów eksploatacyjnych — gęstości prądów progowych, połówkowe szerokości charakterystyk promieniowania w obrazie dalekiego pola, wewnętrzne i różniczkowe zewnętrzne sprawności kwantowe i inne. Zwraca szczególnie uwagę najniższa znana do tej pory z literatury wartość gęstości prądu progowego, $j_{A5} = 500$ A/cm^2. Innym



Rys. 17. Kątowe rozkłady mocy promieniowania w obszarze dalekiego pola w płaszczyźnie prostopadłej do złącza typowych asymetrycznych laserów 5-warstwowych [66]

wartościowym osiągnięciem jest stosunkowo mała rozbieżność promieniowania w płaszczyźnie prostopadłej do złącza w tych laserach — $\theta_{1/2} = 13° \div 17°$ (rys. 17) przy wciąż niewielkich wartościach gęstości prądu progowego, nadal poniżej 1000 A/cm^2. Fakt ten jest spowodowany ułatwionym rozprzestrzenieniem się pola elektromagnetycznego poza obszar czynny.

Następnym etapem rozwoju konstrukcji laserów złączowych przeznaczonych do pracy z falą ciągłą powinien być według sugestii cytowanych autorów zmodyfikowany laser 5-warstwowy. Skokowa zmiana zawartości aluminium na heterozłączach wewnętrznych byłaby w nim, podobnie jak w laserze asymetrycznym, stosunkowo duża, $\Delta x = 0{,}25 \div 0{,}30$, a grubość obszaru czynnego zostałaby zmniejszona do wartości poniżej $d = 300$ Å. Należy

przypuszczać, że taki laser cechowałby się znacznie niższymi wartościami gęstości prądu progowego. Niestety na obecnym etapie rozwoju metod wytwarzania laserów złączowych zrealizowanie takiej konstrukcji jest jeszcze niemożliwe.

5. PODSUMOWANIE

W poprzedniej pracy [6] przedstawiono początkowy rozwój konstrukcji laserów złączowych, obejmujący okres od otrzymania pierwszych laserów homozłączowych GaAs w 1962 roku, poprzez lasery monoheterozłączowe GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ do laserów biheterozłączowych (GaAl)As. Przedmiotem niniejszego artykułu były lasery LGR, dzielące się na dwie klasy przyrządów: 1) lasery LOC — o jak największej mocy promieniowania, przeznaczone głównie do pracy impulsowej, oraz 2) lasery 5-warstwowe — o jak najniższych gęstościach prądu progowego przeznaczone do pracy z falą ciągłą.

Struktura laserów 5-warstwowych zapewnia oddzielne ograniczenie nośników i pola elektromagnetycznego, co umożliwia niezależne optymalizowanie konstrukcji ze względu na jak najniższy prąd progowy (wymiary obszaru czynnego) i ze względu na jak najbardziej korzystny rozkład kierunkowy promieniowania wychodzącego z lasera (wymiary rezonatora). Potencjalnie ważnym zastosowaniem tej konstrukcji jest ewentualna realizacja bardziej skomplikowanych struktur, w których sprawą niezwykłej wagi jest utrzymywanie wstrzykiwanych nośników daleko od obszaru o dużej koncentracji pułapek z jednoczesnym umożliwieniem oddziaływania z tym obszarem pola elektromagnetycznego. Doczekało się to już zastosowania w laserach z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym (lasery DFB), które będą przedmiotem jednej z kolejnych części [9] tego cyklu.

Rozwój konstrukcji laserów złączowych doprowadził do otrzymania przyrządów cechujących się w krańcowych przypadkach albo dużą mocą promieniowania w impulsie — do 4 W z pojedynczego lasera, albo niskimi wartościami gęstości prądu progowego przy pracy z falą ciągłą — $j_{th} = 500$ A/cm^2, obie wartości w temperaturze pokojowej.

Rozwój konstrukcji laserów złączowych został w niniejszej pracy przedstawiony na przykładzie laserów zbudowanych z GaAs i $Al_xGa_{1-x}As$. Technologia otrzymywania warstw z tych materiałów stoi obecnie na najwyższym poziomie i z tego między innymi względu lasery wykonane z powyższych materiałów mają znaczenie dominujące. Ostatnio zaczyna się zauważać znaczny wzrost zainteresowania innymi półprzewodnikami, buduje się lasery złączowe z coraz to innych materiałów, często bardzo skomplikowanych, 3- a nawet 4-składnikowych. Niemniej rozwój konstrukcji laserów zbudowanych z nowych materiałów przebiega podobnie (może tylko trochę szybciej), jak rozwój konstrukcji laserów z GaAs i $Al_xGa_{1-x}As$. Możnaby powiedzieć, że konstruktorzy, wykorzystujący nowe materiały, poruszają się wcześniej już wytyczoną, dobrze sprawdzoną drogą — drogą rozwoju konstrukcji laserów z GaAs i $Al_xGa_{1-x}As$. Z tego względu zdecydowaliśmy się pokazać rozwój tylko tych laserów sądząc, że i dalsze modyfikacje konstrukcji laserów z nowych materiałów będą podobne.

Kolejne części niniejszego cyklu zajmować się będą laserami paskowymi [8] i laserami z rozłożonym sprzężeniem zwrotnym [9]. Całość obejmuje w ten sposób rozwój wszystkich podstawowych konstrukcji laserów złączowych.

DODATEK

OKREŚLENIE ZALEŻNOŚCI PRĄDU PROGOWEGO W LASERZE 5-WARSTWOWYM OD GRUBOŚCI OBSZARU CZYNNEGO [65]

W danej temperaturze gęstość prądu progowego j_{th} jest funkcją grubości d i długości L obszaru czynnego, grubości wnęki rezonansowej w, poziomu domieszkowania i współczynnika odbicia R od zwierciadeł. Wzmocnienie g_{th} wymagane do osiągnięcia progu akcji laserowej wyraża się wzorem

$$g_{th} = \alpha_L + \frac{1}{L} \ln\left(\frac{1}{R}\right), \tag{D1}$$

gdzie α_L jest efektywnym współczynnikiem absorpcji, wyrażającym sumę wszystkich strat promieniowania w obszarze czynnym (na swobodnych nośnikach, na niedoskonałościach sieci krystalicznej i rozpraszanie) z wyjątkiem absorpcji międzypasmowej.

Wzmocnienie g w danym materiale jest z kolei funkcją gęstości wstrzykniętych nośników n

$$g \sim \Gamma n^b, \tag{D2}$$

gdzie $b \geqslant 1$, a współczynnik Γ określa efektywność ograniczenia pola elektromagnetycznego w obszarze czynnym.

Gęstość wstrzykniętych nośników dla progu akcji laserowej jest wprost proporcjonalna do gęstości prądu progowego

$$n \sim \frac{j_{th}}{d}. \tag{D3}$$

Pomijając wpływ miejsca umieszczenia obszaru czynnego we wnęce rezonansowej na rozkład pola elektromagnetycznego można w przybliżeniu określić wartość współczynnika Γ, czyli sprecyzować, jaka część promieniowania jest efektywnie wzmacniana

$$\Gamma \simeq \frac{d}{W}. \tag{D4}$$

Biorąc pod uwagę zależności (D2), (D3) można stąd napisać

$$g_{th} \sim \Gamma \left(\frac{j_{th}}{d}\right)^b. \tag{D5}$$

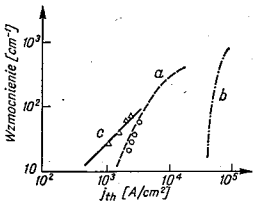
Elementarne przekształcenia powyższej proporcjonalności (D5), przy uwzględnieniu (D1) i (D4), prowadzą do ostatecznej postaci szukanej zależności

$$j_{th} \sim W^{1/b} d^{(1-1/b)} \left(\alpha_L + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}\right)^{1/b}. \tag{D6}$$

Jest oczywiste, że jeśli parametr $b = 1$, wtedy j_{th} przy stałym współczynniku absorpcji wzrasta liniowo ze wzrostem grubości wnęki rezonansowej w. Jednakże jeśli $b > 1$, wtedy przy stałej wartości w staje się możliwe zmniejszenie j_{th} przez zmniejszenie grubości obszaru czynnego d.

Zależność współczynnika wzmocnienia od gęstości wstrzykiwanych nośników zależy od poziomu domieszkowania i od stopnia kompensacji materiału obszaru czynnego.

Obliczenia teoretyczne [76] przewidują, że w temperaturze pokojowej wraz ze zmniejszeniem koncentracji domieszek wartość b będzie rosła od ~ 1 do ~ 3. Pokazano to na rys. 18 dla słabo domieszkowanego materiału (międzypasmowa rekombinacja bez zasady zachowania quasipędu oraz uwzględniająca tę zasadę) i dla silnie domieszkowanego materiału. Rysunek wykazuje dobrą zgodność krzywych teoretycznych z pomiarami



Rys. 18. Zależności współczynnika wzmocnienia od gęstości prądu progowego dla laserów złączowych GaAs obliczone teoretycznie: a — międzypasmowa rekombinacja z uwzględnieniem zasady zachowania quasi-pędu, b — międzypasmowa rekombinacja nie uwzględniająca zasady zachowania quasi-pędu, c — rekombinacja z udziałem stanów w ogonach pasm, bez uwzględnienia zasady zachowania quasi-pędu [76]

Trójkąciki i kółeczka oznaczają punkty pomiarowe otrzymane przez H. Kressela i H. F. Lockwooda [77] odpowiednio dla silnie i słabo domieszkowanego p-GaAs

H. Kressela i H. F. Lockwooda [77]. Dla silnie domieszkowanego niemal skompensowanego p-GaAs:Si ($N_D+N_A = 10^{19}$ cm^{-3}, $p \simeq 5 \cdot 10^{17}$ cm^{-3}) parametr $b \simeq 1$, podczas gdy dla bardzo słabo domieszkowanego n-GaAs ($N_A+N_D = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ cm^{-3}, $n \simeq 2 \cdot 10^{16}$ cm^{-3}) parametr $b \simeq 3$.

W laserach 5-warstwowych stosuje się jako materiał obszaru czynnego arsenek galu słabo domieszkowany, dla którego $b > 1$. Dzięki temu zgodnie z zależnością (D6) można zmniejszyć wartość gęstości prądu progowego j_{th} zmniejszając grubość obszaru czynnego przy stałej grubości wnęki rezonansowej.

Podziękowanie. Autorzy pragną gorąco podziękować doc. dr hab. Bohdanowi Mroziewiczowi za interesujące uwagi dotyczące treści niniejszego artykułu.

LITERATURA

1. J. C. Dyment, L. A. d'Asaro, *Continuous operation of GaAs junction lasers on diamond heat sinks at 200°K*, Appl. Phys. Lett., **11**, 9, 1967, 292—294.
2. I. Hayashi, M. B. Panish, *GaAs-$Ga_xAl_{1-x}As$ heterostructure injection lasers which exhibit low thresholds at room temperature*, J. appl. Phys., **41**, 1, 1970, 150—163.
3. H. T. Minden, R. Premo, *High-temperature GaAs single heterojunction laser diodes*, J. appl. Phys., **45**, 10, 1974, 4520—4527.
4. A. R. Goodwin, J. R. Peters, M. Pion, G. H. B. Thompson, J. E. A. Whiteaway, *Threshold temperature characteristics of double heterostructure $Ga_{1-x}Al_xAs$ lasers*, J. appl. Phys., **46**, 7, 1975, 3126—3131.
5. I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy, S. Sumski, *Junction lasers which operate continuously at room temperature*, Appl. Phys. Lett., **17**, 3, 1970, 109—111.

6. Ž. I. Alfërov, V. M. Andreev, P. G. Eliseev, I. Z. Pinsker, E. L. Portnoj, *Inežkcionnyj geterolazer, rabotajuščij pri temperature* **163**°*C*, Fizika i Tech. Poluprovod., **4**, 12, 1970, 2388—2389.
7. W. Nakwaski, *Rozwój konstrukcji laserów homo- i heterozłączowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, **26**, 1, 1980.
8. W. Nakwaski, *Lasery paskowe*, Rozprawy Elektrotechniczne, w przygotowaniu.
9. M. Bugajski, W. Nakwaski, *DFB Lasers*, Rozprawy Elektrotechniczne, w przygotowaniu.
10. H. Kressel, J. K. Butler, F. Z. Hawrylo, H. F. Lockwood, M. Ettenberg, *Mode guiding in symmetrical (AlGa) As-GaAs heterojunction lasers with very narrow active region*, RCA Review, **32**, 3, 1971, 393—401.
11. H. Kressel, H. Mierop, *Catastrophic degradation in GaAs injection lasers*, J. appl. Phys., **38**, 13, 1967, 5419—5421.
12. M. Ettenberg, H. S. Sommers, Jr, H. Kressel, H. F. Lockwood, *Control of facet damage in GaAs laser diodes*, Appl. Phys. Lett., **18**, 12, 1971, 571—573.
13. B. W. Hakki, F. R. Nash, *Catastrophic failure in GaAs double-heterostructure injection lasers*, J. appl. Phys., **45**, 9, 1974, 3907—3912.
14. H. Kressel, N. E. Byer, *Physical basis of noncatastrophic degradation in GaAs injection lasers*, Proc. IEEE, **57**, 1, 1969, 25—33.
15. I. Ladany, H. Kressel, *Influence of device fabrication parameters on gradual degradation of (AlGa) As cw laser diodes*, Appl. Phys. Lett., **25**, 12, 1974, 708—710.
16. D. H. Newman, S. Ritchie, *Gradual degradation of GaAs double-heterostructure lasers*, IEEE J. Quant. Electron., *QE*-**9**, 2, 1973, 300—305.
17. S. O.' Hara, *The degradation of semiconductor light-emitting diodes, high-radiance lamps and lasers*, J. Phys. D: Appl. Phys., **10**, 1977, 409—430.
18. N. G. Basov, A. Z. Grasiuk, V. F. Efimkov, I. G. Zubarev, V. A. Katulin, Ju. M. Popov, *Semiconductor lasers using optical pumping*, Proc. Intern. Conf. Phys. Semicond, Kyoto 1966, J. Phys. Soc. Jap., **27**, Suppl., 1966, 277—282.
19. N. Chinone, R. Ho, O. Nakada, *Limitations of power outputs from continuously operating GaAs-$Ga_{1-x}Al_xAs$ double-heterostructure lasers*, J. appl. Phys., **47**, 2, 1976, 785—786.
20. I. Ladany, M. Ettenberg, H. F. Lockwood, H. Kressel, *Al_2O_3 half-wave films for long-life cw lasers*. Appl. Phys. Lett., **30**, 2, 1977, 87—88.
21. P. Petroff, R. L. Hartman, *Rapid degradation phenomenon in heterojunction GaAlAs-GaAs lasers*, J. appl. Phys., **45**, 9, 1974, 3899—3903.
22. R. Ito, H. Nakashima, S. Kishino, O. Nakada, *Degradation sources in GaAs-AlGaAs double-heterostructure lasers*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-11**, 7, 1975, 551—556.
23. J. Matsui, K. Ishida, Y. Nanichi, *Rapid degradation in double-heterostructure lasers. I. Proposal of a new model for the directional growth of dislocation networks*, Japan. J. appl. Phys. **14**, 10, 1975, 1555—1560.
24. Y. Nannihi, J. Matsui, K. Ishida, *Rapid degradation in double-heterostructure lasers. II. Semiquantitative analyses on the propagation of dark line defects*, Japan. J. appl. Phys., **14**, 10, 1975, 1561—1568.
25. B. Monemar, G. R. Woolhouse, *Observation and analysis of very rapid optical degradation of GaAs /GaAlAs DH laser material*, Appl. Phys. Lett., **29**, 9, 1976, 605—607.
26. M. Osiński, *Degradacja półprzewodnikowych laserów złączowych. I. Stopniowa degradacja laserów homozłączowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, **23**, 2, 1977, 409—431.
27. M. Osiński, *Degradacja półprzewodnikowych laserów złączowych. II. Stopniowa degradacja laserów biheterozłączowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, w przygotowaniu.
28. M. Osiński, *Degradacja półprzewodnikowych laserów złączowych. III. Degradacja gwałtowna*, Rozprawy Elektrotechniczne, w przygotowaniu.
29. D. A. Shaw, P. R. Thornton, *Catastrophic degradation in GaAs laser diodes*, Solid-State Electronics, **13**, 7, 1970, 919—924.
30. R. Y. Chiao, C. H. Townes, B. P. Stoicheff, *Stimulated Brillouin scattering and coherent generation of intense hypersonic waves*, Phys. Rev. Lett., **12**, 21, 1964, 592—595.

31. S.M. Sze, G. Gibbons, *Avalanche breakdown voltages of abrupt and linearly graded p-n junctions in Ge*, Si, *GaAs, and GaP*, Appl. Phys. Lett., **8**, 5, 1966, 111—113.
32. H. F. Lockwood, H. Kressel, H. S. Sommers, Jr., F. Z. Hawrylo, *An efficient large optical cavity injection laser*, Appl. Phys. Lett., **17**, 11, 1970, 499—502.
33. G. H. B. Thompson, British Patent 1263835 (1972) — według [35].
34. I. Hayashi, U. S. Patent 3691476 (1972) — według [35].
35. P. R. Selway, A. R. Goodwin, G. H. B. Thompson, *Heterostructure injection lasers*, Festkörperprobleme, **14**, 1974, 119—152.
36. H. Kressel, H. Nelson, H. Z. Hawrylo, *Control of optical losses in p-n junction lasers by use of a heterojunction: theory and experiment*, J. appl. Phys., **41**, 5, 1970, 2019—2031.
37. P. A. Kirkby, G. H. B. Thompson, *High peak power from (GaAl)As-GaAs double-heterostructure injection lasers*, Appl. Phys. Lett., **22**, 12, 1973, 638—640.
38. H. Kressel, H. F. Lockwood, F. Z. Hawrylo, *Low-threshold LOC GaAs injection lasers*, Appl. Phys. Lett., **18**, 2, 1971, 43—45.
39. H. Kressel, H. F. Lockwood, F. Z. Hawrylo, *Large-optical-cavity (AlGa)As-GaAs heterojunction laser diode: threshold and efficiency*, J. appl. Phys., **43**, 2, 1972, 561—567.
40. J. T. O'Brien, E. Fisher, R. Glicksman, *A large optical cavity (LOC) laser diode for communications applications*, Report ECOM-0062-3.
41. M. Osiński, *Elektromagnetyczna teoria promieniowania laserów złączowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, **20**, 2, 1974, 331—358.
42. N. E. Byer, J. K. Butler, *Optical field distribution in close-confined laser structures*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-6**, 6, 1970, 291—296.
43. A. L. McWhorter, H. J. Zeigler, B. Lax, *Theory of semiconductor maser of GaAs*, J. appl. Phys., **34**, 1, 1963, 235—236.
44. A. Yariv, R. C. C. Leite, *Dielectric-waveguide mode of light propagation in p-n junctions*, Appl. Phys. Lett., **2**, 3, 1963, 55—57.
45. A. L. McWhorter, *Electromagnetic theory of the semiconductor junction laser*, Solid-State Electronics ,**6**, 5, 1963, 417—423.
46. J. K. Butler, *Theory of transverse cavity mode selection in homojunction and heterojunction semiconductor diode lasers*, J. appl. Phyd., **42**, 11, 1971, 4447—4457.
47. W. W. Anderson, *Mode confinement and gain in junction lasers*, IEEE J. Quant. Electron, **QE-1**, 6, 1965, 228—236.
48. M. B. Panish, *Heterostructure injection lasers*, Proc. IEEE, **64**, 10, 1976, 1512—1540.
49. M. M. Antonoff, *Angular distribution of radiation from GaAs injection lasers*, J. appl. Phys., **35**, 12, 1964, 3623—3624.
50. H. Kressel, J. K. Butler, H. S. Sommers, Jr., *High-order transverse cavity modes in heterojunction diode lasers*, Appl. Phys. Lett., **17**, 9, 1970, 403—406.
51. F. K. Reinhart, I. Hayashi, M. B. Panish, *Mode reflectivity and wavequide properties of double-heterostructure injection lasers*, J. appl. Phys., **42**, 11, 1971, 4466—4479.
52. T. Ikegami, *Reflectivity of mode at facet and oscillation mode in double-heterostructure injection lasers*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-8**, 6, 1972, 470—476.
53. E. I. Gordon, *Mode selection in GaAs injection lasers resulting from Fresnel reflection*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-9**, 7, 1973, 772—776.
54. J. E. Ripper, dane nieopublikowane, według [55].
55. D. C. Krupka, *Selection of modes perpendicular to the junction plane in GaAs large-cavity double-heterostructure, lasers*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-11**, 7, 1975, 390—400.
56. T. L. Paoli, B. W. Hakki, B. I. Miller, *Zero-order transverse mode operation of GaAs double-heterostructure lasers with thick waveguides*, J. appl. Phys., **44**, 3, 1973, 1276—1280.
57. B. W. Hakki, *Near-field emission from GaAs double-heterostructure laser mirrors*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-11**, 4, 1975, 149—154.
58. B. W. Hakki, C. J. Hwang, *Mode control in GaAs large-cavity double-heterostructure lasers*, J. appl. Phys., **45**, 5, 1974, 2168—2173.

59. G. H. B. Thompson, P. A. Kirkby, *(GaAl)As lasers with a heretostructure for optical confinement and additional heterojunctions for extreme carrier confinement*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-9**, 2, 1973, 311—318.
60. E. Pinkas, B. I. Miller, I. Hayashi, P. W. Foy, *GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ double heterostructure lasers-Effects of doping on lasing characteristics of GaAs*, J. appl. Phys., **43**, 6, 1972, 2827—2835.
61. P. R. Selway, A. R. Goodwin, *The properties of double heterostructure lasers with very narrow active regions*, J. Phys. D: Appl. Phys., **5**, 5, 1972, 904—914.
62. H. C. Casey, Jr., M. B. Panish, W. O. Schlosser, T. L. Paoli, *GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ heterostructure laser with separate optical and carrier confinement*, J. appl. Phys., **45**, 1, 1974, 322—333.
63. G. H. B. Thompson, P. A. Kirkby, *Low threshold-current density in 5-layer-heterostructure (GaAl) As/GaAs localised-gain-region injection lasers*, Electronics Lett., **9**, 13, 1973, 295—296.
64. M. B. Panish, H. C. Casey, Jr., S. Sumski, P. W. Foy, *Reduction of threshold current density in GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ heterostructure lasers by separate optical and carrier confinement*, Appl. Phys. Lett., **22**, 11, 1973, 590—591.
65. H. F. Lockwood, H. Kressel, *Multiple layer (AlGa)As-GaAs heterojunction laser diodes: synthesis and mode control*, J. Cryst. Growth, **27**, 1, 1974, 97—105.
66. G. H. B. Thompson, G. D. Henshall, J. E. A. Whiteaway, P. A. Kirkby, *Narrow-beam five-layer (GaAl)As/GaAs heterostructure lasers with low threshold and high peak power*, J. appl. Phys,. **47**, 4, 1976, 1501—1514.
67. G. H. B. Thompson, P. A. Kirkby, *Liquid phase epitaxial growth of six-layer GaAs/(GaAl) As structures for injection lasers with 0,04 μm thick centre layer*, J. Cryst. Growth, **27**, 1974, 70—85.
68. G. H. B. Thompson, P. A. Kirkby, J. E. A. Whiteaway, *The analysis of optical scattering in double-heterostructure and five-layer heterostructure (GaAl)As/GaAs injection lasers*, IEEE J. Quant. Electron., *QE*-**11**, 7, 1975. 481—488.
69. D. Marcuse, *Mode conversion caused by surface imperfections of a dielectric slab waveguide*, Bell Syst. Techn. J., **48**, 10, 1969, 3187—3215.
70. F. R. Nash, W. R. Wagner, R. L. Brown, *Threshold current variations and optical scattering losses in (Al, Ga)As double-heterostructure lasers*, J. appl. Phys., **47**, 9, 1976, 3992—4005.
71. H. C. Casey, Jr., M. B. Panish, J. L. Merz, *Beam divergence of the emission from double-heterostructure injection lasers*, J. appl. Phys., **44**, 12, 1973, 5470—5475.
72. A. R. Goodwin, R. G. Persons, G. D. Henshall, ESSDERC Conference, Munich 1973, Dane nieopublikowane, według [38].
73. Ž. I. Alfërov, V. M. Andreev, F. A. Gimmel'farb, L. M. Dolginov, Ju. A. Žitkov, L. D. Lubov, E. L. Portnoj, V. G. Trofim, M. K. Trukan, E. G. Ševčenko, *Prostranstvennoe raspredelenie izlučenija inžekcionnych lazerov s geteroperechodami v sisteme AlAs-GaAs pri komnatnoj temperature*, Fiz. Tech. Poluprovod., **4**, 9, 1970, 1697—1703.
74. T. Fukui, K. Wakita, Y. Horikoshi, *Taper growth of GaAs-AlGaAs layers by wipingless LPE*, Japan. J. appl. Phys., **16**, 6, 1977, 1043—1044.
75. G. H. B. Thompson, G. D. Henshall, J. E. A. Whiteaway, P. A. Kirkby, *Narrow beam five layer heterostructure lasers*, Electronic Engineering, **48**, 586, 1976, 41—47.
76. F. Stern, *Gain-current relation for GaAs lasers with n-type and undoped active layers*, IEEE J. Quant. Electron., **QE-9**, 2, 1973, 290—294.
77. H. Kressel, H. F. Lockwood, *Lasing transitions in p-n-n (AlGa)As-GaAs heterojunction lasers*, Appl. Phys. Lett., **20**, 4, 1972, 175—177.

W. NAKWASKI, M. BUGAJSKI

LGR LASERS

Summary

LGR lasers (localized gain region lasers) are the subject of the present work. They can be classifield as follows: 1) LOC lasers (large optical cavity lasers) — with maximum output, preferable for pulsed operation and 2) five-layer lasers — with minimum threshold current densities, for continuous wave operation.

The development of the construction of laser diodes has led to devices characterized in extreme cases by: either large pulse outputs — to 4 W in a single laser, or low values of threshold current densities for continuous operation — $j_{th} = 500$ A/cm^2; both values are at room temperature.

W. NAKWASKI, M. BUGAJSKI

LASERS À MULTIPLES HÉTÉROJONCTIONS

Résumé

L' objet de cet ouvrage sont les lasers à multiples hétérojonctions, nommés en abreviation lasers LGR (*localized gain region lasers*). On en distingue deux classes d'appareils: 1) lasers LOC (*large optical cavity lasers*), à la puissance de rayonnement la plus forte, destinés à un traveil d'impulsion, et 2) lasers à 5 couches aux densités de courant de seuil les plus faibles, destinés au travail à onde continue.

L'évolution de la construction des lasers à jonction a mené à l'obtention des appareils caractérisés, dans les cas extrêmes, ou bien par une forte puissance de rayonnement dans l'impulsion — atteignant par un seul laser 4 W, ou par des faibles valeurs de densité du courant de seuil pour le travail à onde cintinue — $j_{th} = 500$ A/cm^2, les deux valeurs à température ambiante à l'intérieur.

W. NAKWASKI, M. BUGAJSKI

MEHRVERBINDUNGS-HETEROLASER: LGR-LASER

Zusammenfassung

Mehrverbindungs-Heterolaser, Kurzbezeichnung: LGR-Laser (*localized gain region lasers*) bilden den Gegenstand dieses Aufsatzes. Sie werden in zwei Klassen von Vorrichtungen eingeteilt: 1) LOC-Laser (*large optical cavity lasers*) mit möglichst großer Strahlungsleistung, vor allem für Impulsbetrieb bestimmt, 2) fünfschichtige Laser mit Minimalschwellenstromdichte, für kontinuierlichen Betrieb bestimmt.

Die Entwicklung der Konstruktion von Injektionslasern führte zur Gewinnung von Vorrichtungen, die sich im extremen Fall entweder durch große Leistung der Impulsstrahlung bis zu 4 W im einzelnen Laser charakterisieren, oder auch durch einen kleinen Wert der Schwellenstromdichte während kontinuierlichen Betriebs — $j_{th} = 500$ A/cm^2. Beide Werte beziehen sich auf die Raumtemperatur.

В. НАКВАСКИ, М. БУГАЙСКИ

LGR-ЛАЗЕРЫ

Резюме

Рассматриваются LGR-лазеры (*localized gain region lasers*). Эти лазеры подразделяются на два класса приборов: 1) LOC-лазеры (*large optical cavity lasers*) с максимальной мощностью излучения, предназначенные главным образом к импульсной работе, 2) пятислойные лазеры с минимальной плотностью порогового тока, предназначенные к беспрерывной работе.

Развитие конструкции инжекционных лазеров привело к получению приборов отличающихся в крайных случаях большой мощностью излучения в импульсе — до 4 вт с отдельного лазера, или же низкими значениями плотности порогового тока, во время беспрерывной работы — $j_{th} =$ $= 500$ А/см^2 (оба значения в комнатной температуре).

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 493—510

621.372.6

Synteza filtrów bezstratnych o wielu wejściach i wielu wyjściach obciążonych impedancjami zespolonymi

MARCELI URUSKI (WROCŁAW)

Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 15.1.1979

W pracy rozważa się następujące zagadnienie. Zadana jest diagonalna macierz rezystancji $\mathbf{R}_1$ i rzeczywista dodatnia, diagonalna macierz impedancji $\mathbf{Z}_2$ (s) oraz macierz $\mathbf{W}$ (ω^2). Jakie są warunki na to, aby istniał bezstratny układ $(n+m)$-wejściowy, który włączony pomiędzy impedancje $\mathbf{R}_1$ i $\mathbf{Z}_2$ będzie posiadał macierz wzmocnień skutecznych mocy równą zadanej macierzy $\mathbf{W}$.

Posługując się pojęciem macierzy rozproszenia znormalizowanej względem impedancji zespolonej podano warunki konieczne i wystarczające istnienia układu $(n+m)$-wejściowego, realizującego zadaną macierz wzmocnień skutecznych mocy $\mathbf{W}$.

1. WSTĘP

Przy zagadnieniu szerokopasmowego dopasowania generatora o rzeczywistej impedancji wewnętrznej do zespolonego obciążenia rozważa się następujący problem. Dane są rezystancja R_1 i rzeczywista dodatnia impedancja $Z_2(s)$ oraz funkcja $W(\omega^2)$. Jakie są warunki na to, aby istniał odwracalny lub nieodwracalny, bezstratny czwórnik, który włączony pomiędzy impedancje R_1 i $Z_2(s)$ będzie posiadał wzmocnienie skuteczne mocy równe funkcji $W(\omega^2)$?

Zagadnienie to zostało po raz pierwszy postawione przez Bodego [1] i kompletnie rozwiązane przez Fano [2]. W 1964 r. Youla [3] opierając się na pojęciu macierzy rozproszenia znormalizowanej względem zespolonej impedancji [4] przedstawił alternatywną metodę rozwiązania tego problemu. W metodzie tej wykorzystuje się bezpośrednio impedancję $Z_2(s)$, stąd też jest ona prostsza od metody Fano, w której impedancję $Z_2(s)$ zastępuje się czwórnikowym układem Darlingtona.

W niniejszej pracy podjęto próbę uogólnienia metody Youli na przypadek układu nieodwracalnego posiadającego wiele wejść i wiele wyjść. Rozważa się następujące zagadnienie. Zadana jest diagonalna macierz rezystancji $\mathbf{R}_1$ i rzeczywista, dodatnia diagonalna macierz impedancji $\mathbf{Z}_2(s)$ oraz macierz $\mathbf{W}(\omega^2)$. Jakie własności muszą posiadać macierze $\mathbf{Z}_2(s)$ i $\mathbf{W}(\omega^2)$, aby istniał bezstratny układ $(n+m)$-wejściowy, który włączony pomiędzy impedancje $\mathbf{R}_1$ i $\mathbf{Z}_2(s)$ będzie posiadał macierz wzmocnień skutecznych mocy równą zadanej macierzy $\mathbf{W}(\omega^2)$?

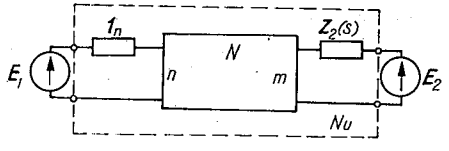
Na podstawie danych $\mathbf{Z}_2(s)$ i $\mathbf{W}(\omega^2)$ oraz posługując się pojęciem macierzy rozproszenia znormalizowanej względem impedancji zespolonej bezstratnego, nieodwracalnego układu wielowejściowego skonstruujemy klasę paraunitarnych macierzy rozproszenia $\mathbf{\Sigma}(s)$. Następnie korzystając z warunków fizycznej realizowalności macierzy rozproszenia w bezstratnym, nieodwracalnym układzie wielowejściowym podamy warunki konieczne i wystarczające dla $\mathbf{W}(\omega^2)$ i $\mathbf{Z}_2(s)$ takie, że przynajmniej jedna z macierzy $\mathbf{\Sigma}(s)$ jest realizowalna. Realizując tę macierz otrzymamy bezstratny, nieodwracalny układ sterowany generatorami o rezystancjach wewnętrznych $\mathbf{R}_1$, obciążony impedancjami $\mathbf{Z}_2(s)$ oraz mający zadaną macierz wzmocnień skutecznych mocy $\mathbf{W}(\omega^2)$.

Oznaczenia

s — zmienna (pulsacja) zespolona,
ω — pulsacja,
$\tilde{\mathbf{Y}}$ — transpozycja macierzy $\mathbf{Y}$,
$\mathbf{Y}^*$ — sprzężenie macierzy $\mathbf{Y}$,
$\mathbf{Y}_*(s) = \mathbf{Y}(-s)$,
$\mathbf{A} \geqslant 0$ — macierz dodatnio półokreślona,
$\mathbf{1}_n$ — macierz jednostkowa stopnia n,
$\mathbf{1}_{q,n} = (\mathbf{1}_q; \overset{n-q}{\mathbf{0}})q$, $q(n-q)$ — liczba wierszy (kolumn) macierzy $\mathbf{0}$,
$\mathrm{col}(x_1, \ldots, x_n)$ — macierz kolumnowa o elementach $x_1, \ldots, x_n$,
$\mathrm{diag}(x_1, \ldots, x_n)$ — macierz diagonalna o elementach $x_1, \ldots, x_n$.

2. ZESPOLONA NORMALIZACJA MACIERZY ROZPROSZENIA. WARUNKI REALIZOWALNOŚCI MACIERZY ROZPROSZENIA

Rozważmy skupiony, liniowy, stacjonarny, bezstratny układ N (rys. 1) współpracujący ze źródłami napięciowymi o jednostkowych rezystancjach wewnętrznych (n wejść) oraz ze źródłami napięciowymi o impedancjach wewnętrznych $\mathbf{Z}_2(s)$[1] będących funkcjami



Rys. 1. Bezstratny układ N sterowany generatorami o zespolonych i rzeczywistych impedancjach wewnętrznych

rzeczywistymi dodatnimi (m wejść). Macierz rozproszenia $\mathbf{S}_N(s)$ układu N znormalizowana względem impedancji

$$\mathbf{Z}_0(s) = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_2(s) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}_2(s) = \mathrm{diag}[Z_2^{(1)}(s) \ldots Z_2^{(m)}(s)] \tag{1}$$

[1] Zakładamy, że $\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{2*} \not\equiv 0$.

ma postać

$$\mathbf{S}_N(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{G}_*^{-1}(s) - 2\mathbf{G}(s)\mathbf{Y}_u(s)\mathbf{G}(s), \tag{2}$$

gdzie:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_2(s) \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$$2\mathbf{G}_2(s)\mathbf{G}_{2*}(s) = \mathbf{Z}_2(s) + \mathbf{Z}_{2*}(s), \tag{4}$$

przy czym $\mathbf{G}_2(s)$ jest macierzą diagonalną analityczną w półpłaszczyźnie Re $s > 0$ i zawierającą wszystkie zera $(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_{2*})$ leżące w obszarze Re $s \geqslant 0$; $\mathbf{Y}_u(s)$ jest macierzą admitancyjną układu uzupełnionego N_u(rys. 1).

Macierz rozproszenia $\mathbf{S}_N(s)$ bezstratnego układu N posiada następujące własności [5]:

a) $\mathbf{S}_N(s)$ składa się z elementów będących rzeczywistymi funkcjami wymiernymi (tzn. funkcjami o rzeczywistych współczynnikach),

b) elementy $\mathbf{S}_N(s)$ są funkcjami analitycznymi w półpłaszczyźnie Re $s \geqslant 0$,

c) $\tilde{\mathbf{S}}_{N*}(s)\mathbf{S}_N(s) = \mathbf{1}_{n+m}$.

Powyższe własności są konieczne lecz niewystarczające na to, aby $\mathbf{S}_N(s)$ była macierzą rozproszenia znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_o(s)$ bezstratnego układu N. Warunki konieczne i wystarczające przedstawia następujące twierdzenie.

Twierdzenie 1 [5]. $\mathbf{S}_N(s)$ jest macierzą rozproszenia znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_o(s)$ bezstratnego układu N wtedy i tylko wtedy, gdy:

1) $\tilde{\mathbf{S}}_N^*(j\omega)\mathbf{S}_N(j\omega) = \mathbf{1}_{n+m}$,

2) macierz $\mathbf{Y}_u(s) = \frac{1}{2}\mathbf{G}^{-1}(s)\,[\mathbf{G}(s)\mathbf{G}_*^{-1}(s) - \mathbf{S}_N(s)]\mathbf{G}^{-1}(s)$

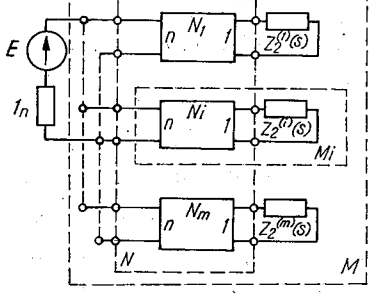
składa się z elementów będących funkcjami analitycznymi w półpłaszczyźnie Re $s > 0$,

3) elementy macierzy

$$\mathbf{B}(s) = \{\mathbf{1}_{n+m} - [\mathbf{Z}_o(s) - \mathbf{1}_{n+m}]\mathbf{Y}_u(s)\}\,[\mathbf{Z}_o(s) + \mathbf{1}_{n+m}]$$

mają co najwyżej jednokrotne bieguny na osi $j\omega$ oraz macierz residuów w tych biegunach jest nieujemnie określona.

Powyższe twierdzenie wykorzystamy przy ustalaniu warunków realizowalności macierzy wzmocnień skutecznych mocy bezstratnego układu wielowejściowego sterowanego źródłami



Rys. 2. Układ filtru obciążonego impedancjami zespolonymi

napięciowymi o rzeczywistych impedancjach wewnętrznych i obciążonego dwójnikami, których funkcje impedancji są rzeczywiste dodatnie. Schemat blokowy rozważanego układu filtru wielowejściowego przedstawiono na rys. 2. Idea metody syntezy takiego

filtru polega na wyznaczeniu macierzy admitancji wejściowej $\mathbf{Y}_i(s)$ układu M_i ($i = 1, \ldots, m$), a następnie na zrealizowaniu $\mathbf{Y}_i(s)$ w postaci bezstratnego układu N_i obciążonego rzeczywistą dodatnią impedancją $Z_2^{(i)}(s)$ $(i = 1, \ldots, m)$.

Przedstawmy impedancję obciążenia $Z_2^{(i)}(s)$ w postaci

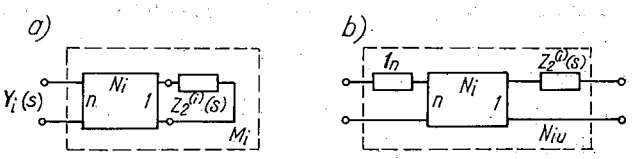
$$Z_2^{(i)}(s) = \frac{P_i}{D_i} = \frac{\hat{P}_i \check{P}_i}{\hat{D}_i \check{D}_i}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{5}$$

gdzie P_i, D_i są wielomianami zmiennej s, przy czym „$\hat{}$" oznacza wielomian mający tylko zera na osi $j\omega$, a „$\check{}$" oznacza wielomian nie posiadający zer na osi $j\omega$.

Część parzysta funkcji $Z_2^{(i)}(s)$

$$Ev Z_2^{(i)}(s) = \frac{1}{2}[Z_2^{(i)}(s) + Z_{2*}^{(i)}(s)], \quad i = 1, \ldots, m \tag{6a}$$

jest nieujemna dla $s = j\omega$. Stąd jej zera leżące na osi $j\omega$ muszą być parzystej krotności. Możliwa więc jest faktoryzacja



Rys. 3. a) Model syntezy macierzy admitancyjnej $\mathbf{Y}_i(s)$, b) układ uzupełniony

$$Ev Z_2^{(i)}(s) = \frac{\pm \hat{P}_i^2 \hat{D}_i^2 \hat{H}_i^2 \check{H}_i \check{H}_{i*}}{\hat{D}_i \hat{D}_{i*} \check{D}_i \check{D}_{i*}} = \varepsilon_i \frac{\hat{P}_i^2 \hat{H}_i^2 \check{H}_i \check{H}_{i*}}{\check{D}_i \check{D}_{i*}}, \tag{6b}$$

$$\varepsilon_i = \begin{cases} +1, \text{ gdy } \hat{P}_i \hat{H}_i \text{ jest wielomianem parzystym,} \\ -1, \text{ gdy } \hat{P}_i \hat{H}_i \text{ jest wielomianem nieparzystym,} \end{cases} \quad i = 1, \ldots, m,$$

gdzie $\check{H}_i$, $\check{D}_i$ są wielomianami Hurwitza nie mającymi zer na osi $j\omega$, a $\hat{P}_i$, $\hat{H}_i$ są wielomianami posiadającymi zera tylko na osi $j\omega$.

Porównując (6a) z (4) widzimy, że

$$Ev Z_2^{(i)} = G_2^{(i)} G_{2*}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m \tag{7}$$

oraz zgodnie z zasadą faktoryzacji prawej strony (4)

$$G_2^{(i)} = \frac{\hat{P}_i \hat{H}_i \check{H}_{i*}}{\check{D}_i}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{8}$$

Niech $\mathbf{Y}_i$ będzie macierzą admitancji wejściowej układu M_i (rys. 3a). Obliczmy

$$\mathbf{S}_{11}^{\prime(i)} = (\mathbf{1}_n + \mathbf{Y}_i)^{-1}(\mathbf{1}_n - \mathbf{Y}_i), \quad i = 1, \ldots, m.$$

Wówczas zagadnienie realizacji macierzy $\mathbf{Y}_i$ w bezstratnym układzie N_i obciążonym impedancją $Z_2^{(i)}$ jest równoważne zagadnieniu realizacji w układzie N_i macierzy rozproszenia

$$\mathbf{S}^{\prime(i)} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11}^{\prime(i)} & \mathbf{S}_{12}^{\prime(i)} \\ \mathbf{S}_{21}^{\prime(i)} & \mathbf{S}_{22}^{\prime(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m \tag{9}$$

znormalizowanej względem

$$\mathbf{Z}_o^{(i)} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & Z_2^{(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{10}$$

Macierz $\mathbf{S}'^{(i)}$ będzie macierzą rozproszenia układu N_i znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_o^{(i)}$, jeśli na podstawie $\mathbf{S}_{11}'^{(i)}$ można tak dobrać pozostałe jej elementy, że $\mathbf{S}'^{(i)}$ spełnia warunki twierdzenia 1. Możemy więc sformułować następujący lemat.

Lemat 1. Macierz admitancji $\mathbf{Y}_i$ posiada realizację w układzie M_i, gdy macierz $\mathbf{S}'^{(i)}$ spełnia warunki twierdzenia 1 dla

$$\mathbf{Z}_o = \mathbf{Z}_o^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_2^{(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

$$\mathbf{Y}_u = \mathbf{Y}_u^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

przy czym $\mathbf{Y}_u^{(i)}$ jest macierzą admitancyjną układu uzupełnionego N_{iu} (rys. 3b).

3. WARUNKI REALIZOWALNOŚCI MACIERZY WZMOCNIEŃ SKUTECZNYCH MOCY

Przyjmijmy, że

$$W(\omega^2) = (w_{kl}), \quad k = 1, \ldots, m, \quad l = 1, \ldots, n \tag{11}$$

jest zadaną macierzą o ograniczonych elementach

$$0 \leqslant w_{kl} \leqslant 1, \quad k = 1, \ldots, m, \quad l = 1, \ldots, n. \tag{12}$$

Ponieważ funkcja $w_{kl}(\omega^2)$ jest nieujemna i ograniczona, to podstawiając $-s^2 = \omega^2$ możemy zapisać ją w postaci

$$w_{kl}(-s^2) = \Theta_{kl}(s)\Theta_{kl*}(s), \quad k = 1, \ldots, m, \quad l = 1, \ldots, n, \tag{13}$$

gdzie Θ_{kl} jest funkcją analityczną w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s \geqslant 0$.

Utwórzmy teraz macierz

$$\mathbf{S}_{21} = (\Theta_{kl}), \quad k = 1, \ldots, m, \quad l = 1, \ldots, n. \tag{14}$$

Jeśli (w_{kl}) ma być macierzą wzmocnień skutecznych mocy bezstratnego układu N (rys. 2), czyli

$$w_{kl}(\omega^2) = \frac{P_k}{P_{ldys}}, \quad k = 1, \ldots, m, \quad l = 1, \ldots, n,$$

gdzie P_k jest mocą czynną wydzieloną na impedancji $Z_2^{(k)}(j\omega)$ a P_{ldys} jest dysponowaną mocą generatora E_l, wtedy (Θ_{kl}) musi być podmacierzą paraunitarnej macierzy rozproszenia $\mathbf{S}_N$ znormalizowanej względem $\mathbf{Z}_o$ układu N, tj. [6]

$$\mathbf{S}_N = \begin{pmatrix} \overset{n}{\mathbf{S}_{11}} & \overset{m}{\mathbf{S}_{12}} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix}_m^n, \quad \mathbf{S}_{21} = (\Theta_{kl}), \tag{15}$$

przy czym

$$\tilde{\mathbf{S}}_{11*}\mathbf{S}_{11} = \mathbf{1}_n - \tilde{\mathbf{S}}_{21*}\mathbf{S}_{21} \tag{15a}$$

oraz

$$\mathbf{1}_n - \mathbf{S}_{21}^*(j\omega)\,\mathbf{S}_{21}(j\omega) \geqslant 0. \tag{15b}$$

Posługując się metodą faktoryzacji Gausa [6], ze związku (15a), przy warunku (15b), można wyznaczyć rzeczywistą ograniczoną macierz rozproszenia $\mathbf{S}_{11}$ stopnia n[2] (znormalizowaną względem $\mathbf{1}_n$) układu M (rys. 2). Znajomość $\mathbf{S}_{11}$ pozwala obliczyć macierz admitancji wejściowej $\mathbf{Y}(s)$ układu M[3]

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{1}_n + \mathbf{S}_{11})^{-1}(\mathbf{1}_n - \mathbf{S}_{11}). \tag{16}$$

Niech $\mathbf{S}_{21} = \mathrm{col}(\mathbf{S}_{21}^{(1)} \ldots \mathbf{S}_{21}^{(i)} \ldots \mathbf{S}_{21}^{(m)})$.
Wówczas zależność

$$\mathbf{Y}_i + \tilde{\mathbf{Y}}_{i*} = \frac{1}{2}(\mathbf{1}_n + \tilde{\mathbf{Y}}_*)\,\tilde{\mathbf{S}}_{21*}^{(i)}\,\mathbf{S}_{21}^{(i)}(\mathbf{1}_n + \mathbf{Y}), \quad i = 1, \ldots, m, \tag{17}$$

umożliwia określenie części parzystej macierzy admitancyjnej $\mathbf{Y}_i$ a następnie macierzy admitancyjnej $\mathbf{Y}_i$ [9]. Zatem rzeczywista ograniczona macierz rozproszenia znormalizowana względem $\mathbf{1}_n$ układu M_i (rys. 3a) przyjmie postać

$$\mathbf{S}_{11}'^{(i)} = (\mathbf{1}_n + \mathbf{Y}_i)^{-1}(\mathbf{1}_n - \mathbf{Y}_i) \equiv \frac{1}{g^{(i)}}\mathbf{K}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{18}$$

gdzie $g^{(i)}$ jest wielomianem będącym najmniejszą wspólną wielokrotnością mianowników elementów macierzy $\mathbf{S}_{11}'^{(i)}$.

Można teraz, posługując się metodą Belevitcha [6], skonstruować paraunitarną macierz rozproszenia $\mathbf{S}'^{(i)}$ taką, że jej elementem (1,1) jest rzeczywista ograniczona macierz $\mathbf{S}_{11}'^{(i)}$, tj.

$$\mathbf{S}'^{(i)} = \frac{1}{g^{(i)}}\begin{pmatrix} \overset{n}{\mathbf{K}^{(i)}} & \overset{1}{\mathbf{J}_{22}^{(i)}} \\ \mathbf{J}_{21}^{(i)} & \mathbf{J}_{22}^{(i)} \end{pmatrix}_1^n, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{19}$$

gdzie $J_{22}^{(i)}$ jest skalarem, gdyż rząd $(1_n - \tilde{\mathbf{S}}_{11*}'^{(i)}\mathbf{S}_{11}'^{(i)}) = 1$.

Zgodnie z tą metodą elementy macierzy $\mathbf{S}'^{(i)}$ wyznaczamy z następujących równości:

$$g_*^{(i)}g^{(i)}\mathbf{1}_n - \tilde{\mathbf{K}}_*^{(i)}\mathbf{K}^{(i)} = \tilde{\mathbf{J}}_{21*}^{(i)}\mathbf{J}_{21}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{20a}$$

$$g^{(i)}g_*^{(i)}\mathbf{1}_n - \mathbf{K}^{(i)}\tilde{\mathbf{K}}_*^{(i)} = \mathbf{J}_{12}^{(i)}\tilde{\mathbf{J}}_{12*}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{20b}$$

$$J_{22}^{(i)}\tilde{\mathbf{J}}_{12*}^{(i)} + \mathbf{J}_{21}^{(i)}\tilde{\mathbf{K}}_*^{(i)} = \mathbf{0}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{20c}$$

Oznaczmy

$$\mathbf{Y}_i = \frac{\mathbf{A}_i}{B_i}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{21}$$

gdzie $\mathbf{A}_i$ (B_i) jest macierzą wielomianową (wielomianem).

Ponieważ rząd $(\mathbf{Y}_i + \tilde{\mathbf{Y}}_{i*}) = 1$, możliwa jest następująca faktoryzacja

$$\frac{1}{2}(\mathbf{A}_i B_{i*} + B_i \tilde{\mathbf{A}}_{i*}) = \tilde{\mathbf{F}}_{i*}\mathbf{F}_i, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{22}$$

---

[2] Jeśli rząd $[\mathbf{1}_n - \tilde{\mathbf{S}}_{21}^*(j\omega)\mathbf{S}_{21}(j\omega)] = q < n$, wtedy $\mathbf{S}_{11}$ należy lewostronnie pomnożyć przez $\tilde{\mathbf{I}}_{q,n}$.

[3] Jeśli det $(1_n + \mathbf{S}_{11}) \equiv 0$, wówczas można zastosować przekształcenie ortogonalne do macierzy $\mathbf{S}_{11}$, w wyniku którego otrzymuje się macierz $\mathbf{S}_{11}$ taką, że det $(1_p + \mathbf{S}_{11}) \not\equiv 0$ [6].

przy czym $\mathbf{F}_i$ jest wierszową macierzą wielomianową zawierającą elementy różne od zera dla Re $s > 0$.

Podstawiając (21) do (18) otrzymujemy

$$\mathbf{S}_{11}^{\prime(i)} = (B_i\mathbf{1}_n+\mathbf{A}_i)^{-1}(B_i\mathbf{1}_n-\mathbf{A}_i) = \frac{\mathbf{M}_i\mathbf{L}_i}{g^{(i)}}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{23}$$

gdzie:

$$(B_i\mathbf{1}_n+\mathbf{A}_i)^{-1} = \frac{\mathbf{M}_i}{g^{(i)}}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

$$B_i\mathbf{1}_n-\mathbf{A}_i = \mathbf{L}_i, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Porównując (23) z (18) zauważamy, że [4] $\mathbf{K}^{(i)} = \mathbf{M}_i\mathbf{L}_i$ oraz $\mathbf{M}_i\,(B_i\mathbf{1}_n+\mathbf{A}_i) = g\mathbf{1}_n$. Podstawiając $\mathbf{K}^{(i)}$ oraz $g\mathbf{1}_n$ do (20a) i (20b) i uwzględniając (22) otrzymamy

$$4\tilde{\mathbf{M}}_{i*}\tilde{\mathbf{F}}_{i*}\mathbf{F}_i\mathbf{M}_i = \tilde{\mathbf{J}}_{21*}^{(i)}\mathbf{J}_{21}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{24a}$$

$$4\mathbf{M}_i\tilde{\mathbf{F}}_{i*}\mathbf{F}_i\tilde{\mathbf{M}}_{i*} = \mathbf{J}_{12}^{(i)}\tilde{\mathbf{J}}_{12*}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{24b}$$

Stąd

$$\mathbf{J}_{21}^{(i)} = 2\eta_i\mathbf{F}_i\mathbf{M}_i, \quad i = 1, \ldots, m, \quad \eta_i = \pm 1, \tag{25a}$$

$$\mathbf{J}_{12}^{(i)} = 2\mu_i\mathbf{M}_i\tilde{\mathbf{F}}_{i*}, \quad i = 1, \ldots, m, \quad \mu_i = \pm 1, \tag{25b}$$

oraz z równania (20c)

$$J_{22}^{(i)} = -\eta_i\mu_i\mathbf{J}_{21}^{(i)}\tilde{\mathbf{K}}_*^{(i)}(\tilde{\mathbf{J}}_{12*}^{(i)})^{-1} = -\eta_i\mu_i\mathbf{F}_i\mathbf{M}_i\tilde{\mathbf{L}}_{i*}\mathbf{F}_i^{-1}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{25c}$$

gdzie $\mathbf{F}_i^{-1}$ jest analityczną w obszarze Re $s > 0$ prawostronną odwrotnością $\mathbf{F}_i$, tj. $\mathbf{F}_i\mathbf{F}_i^{-1} = 1$.

Mając wyznaczone elementy macierzy $\mathbf{S}^{\prime(i)}$ utwórzmy nową macierz

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(i)} = \frac{1}{g^{(i)}}\begin{pmatrix} \mathbf{K}^{(i)} & \Phi_{12}^{(i)}\mathbf{J}_{12}^{(i)} \\ \dfrac{\check{H}_{i*}}{\check{H}_i}\Phi_{21}^{(i)}\mathbf{J}_{21}^{(i)} & \dfrac{\check{H}_{i*}}{\check{H}_i}\Phi_{12}^{(i)}\Phi_{21}^{(i)}\mathbf{J}_{22}^{(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{26}$$

gdzie $\Phi_{12}^{(i)}$, $\Phi_{12}^{(i)}$ są dowolnymi[5] paraunitarnymi funkcjami stałego modułu, a $\check{H}_i$, $\check{H}_{i*}$ są wielomianami licznika części parzystej $Z_2^{(i)}$ (zal. (6)). Macierz $\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}$ jest również macierzą paraunitarną.

Z uwagi na to, że $\Phi_{12}^{(i)}$, $\Phi_{21}^{(i)}$, $\dfrac{\check{H}_{i*}}{\check{H}_i}$ są funkcjami stałego modułu układy opisane macierzami $\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}$ oraz $\mathbf{S}^{\prime(i)}$ realizują identyczne charakterystyki wzmocnień skutecznych i mają równe admitancje wejściowe. Zażądamy więc, aby $\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}$ było macierzą rozproszenia bezstratnego układu N_i (rys. 3b) znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_0^{(i)}$, tj. aby $\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}$ spełniało następujące warunki (lemat 1).

Warunek 1. $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}^{(i)*}(j\omega)\,\boldsymbol{\Sigma}^{(i)}(j\omega) = \mathbf{1}_{n+1}; \quad i = 1, \ldots, m.$

---

[4] Iloczyny $\mathbf{M}_i$ i $\mathbf{L}_i$ oraz $\mathbf{M}_i$ i $(B_i\mathbf{1}_n+\mathbf{A}_i)$ są przemienne.

[5] Zakładamy, że $\Phi_{12}^{(i)}$, $\Phi_{21}^{(i)}$ są analityczne w obszarze Re $s \geqslant 0$.

Warunek 2. Macierz admitacyjna układu N_{iu}

$$\mathbf{Y}_u^{(i)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\mathbf{1}_n & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & (G_2^{(i)})^{-1}\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}\mathbf{1}_n & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & G_2^{(i)}(G_{2*}^{(i)})^{-1}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\mathbf{\Sigma}_{11}^{(i)} & \mathbf{\Sigma}_{12}^{(i)}\\ \mathbf{\Sigma}_{22}^{(i)} & \mathbf{\Sigma}_{22}^{(i)}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\mathbf{1}_n & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & (G_2^{(i)})^{-1}\end{pmatrix}$$

powinna być analityczna w półpłaszczyźnie Re $s > 0$, ($\mathbf{\Sigma}_{pr}^{(i)}$ są elementami macierzy $\mathbf{\Sigma}^{(i)}$).

Warunek 3. Macierz

$$\mathbf{B}^{(i)} = \left[\begin{pmatrix}\mathbf{1}_n & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & 1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & Z_2^{(i)}-1\end{pmatrix}\mathbf{Y}_u^{(i)}\right]\begin{pmatrix}2\cdot\mathbf{1}_n & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & Z_2^{(i)}\end{pmatrix}$$

posiada co najwyżej jednokrotne bieguny na osi $j\omega$ o nieujemnie określonej macierzy residuów.

Niech $\mathbf{y}_{kl}^{(i)}$ będą elementami macierzy $\mathbf{Y}_u^{(i)}$, tj.

$$\mathbf{Y}_u^{(i)} = \begin{matrix}\overset{n}{}\\ \end{matrix}\begin{matrix}\overset{1}{}\\ \end{matrix}\begin{pmatrix}\mathbf{y}_{11}^{(i)} & \mathbf{y}_{12}^{(i)}\\ \mathbf{y}_{21}^{(i)} & \mathbf{y}_{22}^{(i)}\end{pmatrix}\begin{matrix}n\\ 1\end{matrix}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{27}$$

Podstawiając do wyrażenia określającego $\mathbf{Y}_u^{(i)}$ (warunek 2) zależności (8) i (26) otrzymujemy:

$$\mathbf{y}_{11}^{(i)} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{1}_n - \frac{\mathbf{K}^{(i)}}{g^{(i)}}\right), \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{28a}$$

$$\mathbf{y}_{12}^{(i)} = -\frac{\check{D}_i\Phi_{12}^{(i)}}{2g^{(i)}\hat{H}_i\hat{P}_i\check{H}_{i*}}\mathbf{J}_{12}^{(i)}, \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{28b}$$

$$\mathbf{y}_{21}^{(i)} = -\frac{\check{D}_i\Phi_{21}^{(i)}}{2g^{(i)}\hat{H}_i\hat{P}_i\check{H}_i}\mathbf{J}_{21}^{(i)}, \qquad i = 1, \ldots, m, \tag{28c}$$

$$\mathbf{y}_{22}^{(i)} = \frac{d_i - \varepsilon_i J_{22}^{(i)}\Phi_{12}^{(i)}(g^{(i)})^{-1}\Phi_{21}^{(i)}}{2d_i G_2^{(i)}G_{2*}^{(i)}}, \quad d_i = \frac{\check{D}_{i*}}{\check{D}_i}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{28d}$$

Ponieważ $g^{(i)}$ jest wielomianem Hurwitza nie mającym zer na osi $j\omega$, to $\mathbf{y}_{11}^{(i)}$ jest analityczne w półpłaszczyźnie Re $s \geqslant 0$. Element $y_{22}^{(i)}$ może posiadać bieguny w obszarze Re $s \geqslant 0$. Bieguny te są wywołane zerami mianownika $y_{22}^{(i)}$, gdyż d_i oraz $J_{22}^{(i)}/g^{(i)}$ są ograniczone w półpłaszczyźnie Re $s \geqslant 0$. W celu ustalenia krotności tych biegunów wprowadzimy następujące określenie.

Określenie 1 [3]. Zera funkcji

$$\lambda^{(i)}(s) = \frac{EvZ_2^{(i)}}{Z_2^{(i)}}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{29}$$

w półpłaszczyźnie Re $s \geqslant 0$ mające krotności k_i nazwiemy zerami transmisji stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$.

Podstawiając (6b) i (5) do (29) mamy

$$\lambda^{(i)}(s) = \varepsilon_i\frac{\hat{P}_i\hat{H}_i^2\check{H}_i\check{H}_{i*}\hat{D}_i}{\check{P}_i\check{D}_{i*}}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{30}$$

Oznaczając mianownik $y_{22}^{(i)}$ przez

$$f^{(i)}(s) = 2d_iG_2^{(i)}G_{2*}^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{31}$$

i podstawiając (6b) do (31) otrzymujemy

$$f^{(i)}(s) = 2\varepsilon_i \frac{\hat{P}_i^2 \hat{H}_i^2 \check{H}_i \check{H}_{i*}}{\check{D}_i^2}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{32}$$

Porównując teraz $\lambda^{(i)}(s)$ z $f^{(i)}(s)$ zauważamy, że[6]:

— każde zero transmisji $s_o^{(i)}$ ($\operatorname{Re} s_o^{(i)} \geqslant 0$) stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności k_i funkcji $y_{22}^{(i)}$, jeśli $Z_2^{(i)}(s_o^{(i)}) \neq 0$ i $|Z_2^{(i)}(s_o^{(i)})| \neq \infty$;

— każde zero transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności k_i+1 funkcji $y_{22}^{(i)}$, jeśli $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = 0$ (dla $k_i = 0$, $y_{22}^{(i)}$ nie posiada bieguna na osi $j\omega$);

— każde zero transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności k_i-1 funkcji $y_{22}^{(i)}$, jeśli $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| = \infty$ (dla $k_i = 0$, $y_{22}^{(i)}$ nie posiada bieguna na osi $j\omega$).

Macierz $y_{21}^{(i)}$ jest analityczna w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s > 0$, natomiast macierz $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$ będzie również analityczna w tej półpłaszczyźnie, jeśli każdy element macierzy $\tilde{\mathbf{F}}_{i*}$ zawiera wszystkie zera wielomianu $\check{H}_{i*}$ o krotnościach co najmniej równych krotnościom zer wielomianu $\check{H}_{i*}$. Obie macierze $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$ i $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ mogą posiadać bieguny na osi $j\omega$. Porównując $\lambda^{(i)}(s)$ z mianownikami $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$ i $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ stwierdzamy, że zera transmisji leżące na osi $j\omega$ są biegunami macierzy $y_{12}^{(i)}$ oraz $y_{21}^{(i)}$ (oczywiście przy założeniu, że liczniki i mianowniki $y_{12}^{(i)}$ i $y_{21}^{(i)}$ nie mają wspólnych czynników). I tak:

— każde zero transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności $\frac{k_i}{2}$ macierzy $y_{21}^{(i)}$ i $y_{12}^{(i)}$, jeśli $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) \neq 0$ i $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| \neq \infty$;

— każde zero transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności $\frac{k_i+1}{2}$ macierzy $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ i $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$, jeśli $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = 0$;

— każde zero transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$ jest biegunem o krotności $\frac{k_i-1}{2}$ macierzy $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ i $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$, jeśli $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| = \infty$.

Mając na uwadze powyższe rozważania zera transmisji można podzielić na cztery klasy [3]:

klasa I — zawiera zera transmisji leżące w półpłaszczyźnie $\operatorname{Re} s > 0$;

klasa II — zawiera zera transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$, przy czym $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) \neq 0$ oraz $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| \neq \infty$;

klasa III — zawiera zera transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$, przy czym $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = 0$;

klasa IV — zawiera zera transmisji $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$, przy czym $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| = \infty$.

Możemy teraz przystąpić do ustalenia zależności, przy których będą spełnione warunki 1, 2 oraz 3. Zwykle wyraża się je za pomocą współczynników rozwinięcia elementów macierzy $\mathbf{Y}_u^{(i)}(s)$ w szereg potęgowy [3].

Niech $s_o^{(i)}$ ($\operatorname{Re} s_o^{(i)} \geqslant 0$) będzie zerem transmisji stopnia k_i impedancji $Z_2^{(i)}$. Ponieważ d_i, $\varepsilon_i J_{22}^{(i)} \Phi_{12}^{(i)} \Phi_{21}^{(i)} (g^{(i)})^{-1}$ oraz $f^{(i)}$ są ograniczone w obszarze $\operatorname{Re} s \geqslant 0$, to możemy zapisać

[6] Zakładamy, że licznik $y_{22}^{(i)}$ oraz $f^{(i)}$ nie mają wspólnych czynników.

$$d_i = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j^{(i)}(s-s_o^{(i)})^j, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{33a}$$

$$\frac{\varepsilon_i J_{22}^{(i)} \Phi_{12}^{(i)} \Phi_{21}^{(i)}}{g^{(i)}} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j^{(i)}(s-s_o^{(i)})^j, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{33b}$$

$$f^{(i)} = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma_j^{(i)}(s-s_o^{(i)})^j, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{33c}$$

Przypadek I. $s_o^{(i)}$ jest zerem transmisji stopnia k_i klasy I. Wówczas

$$\gamma_j^{(i)} = 0, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i-1, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Z warunku 2 wynika, że $y_{22}^{(i)}$ musi być analityczne w obszarze Re $s > 0$. Stąd licznik $y_{22}^{(i)}$ musi posiadać zero o krotności co najmniej k_i w punkcie $s = s_o^{(i)}$. Zatem

$$\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i-1, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{34}$$

Ponadto warunek 2 wymaga, aby również $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$ było analityczne w półpłaszczyźnie Re $s > 0$. Z postaci $\mathbf{y}_{12}^{(i)}$ (zal. (28b)) wynika, że $s_o^{(i)}$ powinno być zerem $\tilde{\mathbf{F}}_{i*}$ stopnia co najmniej k_i.

Przypadek II. $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ jest zerem transmisji stopnia k_i klasy II. Z warunku 3 mamy

$$\mathbf{B}^{(i)} = \begin{pmatrix} 2 \cdot \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ 2(1-Z_2^{(i)})\mathbf{y}_{21}^{(i)}\mathbf{1}_n & (Z_2^{(i)}+1)\,[1+(1-Z_2^{(i)})y_{22}^{(i)}] \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{35}$$

Macierz $\mathbf{B}^{(i)}$ może posiadać co najwyżej jednokrotne bieguny $j\omega_o^{(i)}$ o nieujemnie określonej macierzy residuów. Ponieważ $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| \neq \infty$, to punkt $j\omega_o^{(i)}$ może być jednokrotnym biegunem $y_{22}^{(i)}$ oraz $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$, lecz z uwagi na nieujemnie określoną macierz residuów w tym biegunie, $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ musi być analityczne w punkcie $j\omega_o^{(i)}$. Stąd $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ musi mieć zero o krotności co najmniej $\frac{k_i}{2}$. Skoro $y_{22}^{(i)}$ może posiadać jednokrotny biegun, to

$$\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i-2, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{36}$$

przy czym residuum w tym biegunie jest równe

$$r^{(i)} = \frac{\alpha_p^{(i)} - \beta_p^{(i)}}{\gamma_{p+1}^{(i)}}, \quad p = k_i-1, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{37}$$

Residuum elementu (2,2) macierzy $\mathbf{B}^{(i)}$ wynosi

$$\{1-[Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})]^2\}r^{(i)} \geqslant 0.$$

Ponieważ $j\omega_o^{(i)}$ jest zerem transmisji $Z_2^{(i)}$, to $\mathrm{Re}[Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})] = 0$, czyli $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = jx^{(i)}$. Zatem

$$1-[Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})]^2 = 1+(x^{(i)})^2 > 0$$

i stąd musi być

$$r^{(i)} \geqslant 0. \tag{38}$$

Przypadek III. $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ jest zerem transmisji stopnia k_i klasy III. Podobnie jak w przypadku II macierz $\mathbf{B}^{(i)}$ ma postać (35) i z uwagi na nieujemnie określoną macierz

residuów $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ nie może posiadać bieguna w punkcie $j\omega_o^{(i)}$. Stąd $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ musi mieć zero o krotności co najmniej $\frac{k_i+1}{2}$.

Analogicznie do przypadku II mamy

$$\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i-1, \quad i = 1, \ldots, m \tag{39}$$

oraz

$$r^{(i)} = \frac{\alpha_p^{(i)}-\beta_p^{(i)}}{\gamma_{p+1}^{(i)}} \geqslant 0, \quad p = k_i, i = 1, \ldots, m, \tag{40}$$

gdyż $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = 0$.

Przypadek IV. $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ jest zerem transmisji stopnia k_i klasy IV. Macierz $\mathbf{B}^{(i)}$ ma nadal postać (35). Ponieważ $Z_2^{(i)}$ posiada biegun w punkcie $j\omega_o^{(i)}$, to $\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ w tym punkcie nie może mieć bieguna. Stąd $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ musi posiadać zero o krotności co najmniej $\frac{k_i-1}{2}$.

Z kolei z nieujemnie określonej macierzy residuów wynika, że macierz $2(1-Z_2^{(i)})\mathbf{y}_{21}^{(i)}$ nie może zawierać bieguna $j\omega_o^{(i)}$. Zatem w rozkładzie

$$\mathbf{y}_{21}^{(i)} = \sum_{p=0}^{\infty} \Gamma_p^{(i)}(s-j\omega_o^{(i)})^p, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{41}$$

musi być

$$\Gamma_o^{(i)} = \mathbf{0}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{42}$$

Zatem $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ musi posiadać zero w punkcie $j\omega_o^{(i)}$ o krotności co najmniej $\frac{k_i+1}{2}$.

Dalej, funkcja

$$b_{22}^{(i)} = (Z_2^{(i)}+1)\,[1+(1-Z_2^{(i)})y_{22}^{(i)}], \quad i = 1, \ldots, m$$

musi mieć jednokrotny biegun $j\omega_o^{(i)}$ o nieujemnym residuum. Ponieważ $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| = \infty$, to $y_{22}^{(i)}$ powinno w punkcie $j\omega_o^{(i)}$ posiadać zero. Stąd

$$\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i-1, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{43}$$

Wówczas

$$\operatorname*{res}_{s=j\omega_o^{(i)}} b_{22}^{(i)} = a^{(i)}(1-a^{(i)}c^{(i)}) \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{44}$$

gdzie

$$a^{(i)} = \operatorname*{res}_{s=j\omega_o^{(i)}} Z_2^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

$$c^{(i)} = \frac{\alpha_p^{(i)}-\beta_p^{(i)}}{\gamma_{p-1}^{(i)}}, \quad p = k_i, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Ponieważ $a^{(i)} \geqslant 0$, to z nierówności (44) wynika

$$a^{(i)}c^{(i)} \leqslant 1, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{45}$$

Na podstawie powyższych rozważań możemy przedstawić twierdzenie o warunkach koniecznych i wystarczających realizowalności macierzy wzmocnień skutecznych mocy w układzie bezstratnego filtru wielowejściowego sterowanego generatorami o jednostkowych rezystancjach wewnętrznych i obciążonego impedancjami $Z_2^{(i)}$ (rys. 2).

Twierdzenie 2. Dane są macierze $\mathbf{S}_{21}$, $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{i*}$ określone wzorami (14), (25a), (22) oraz funkcje $d_i, f_i, \varepsilon_i \Phi_{12}^{(i)} \Phi_{21}^{(i)} J_{22}^{(i)}/g^{(i)}$ zdefiniowane zależnościami (28d), (32), (25c). Istnieją bezstratne układy N_i $(i = 1, \ldots, m)$ obciążone impedancjami $Z_2^{(i)}$ $(i = 1, \ldots, m)$, realizujące macierz wzmocnień skutecznych mocy $\mathbf{W}(\omega^2)$ wtedy i tylko wtedy, gdy:

1) $\mathbf{1}_n - \tilde{\mathbf{S}}_{21}^*(j\omega)\mathbf{S}_{21}(j\omega) \geqslant 0$;

2) dla każdego zera transmisji $s_o^{(i)}$ stopnia k_i współczynniki rozwinięcia w szereg potęgowy $d_i(s)$, $\varepsilon_i J_{22}^{(i)}(s)\ \Phi_{12}^{(i)}\Phi_{21}^{(i)}[g^{(i)}(s)]^{-1}$, $f^{(i)}(s)$ $(i = 1, \ldots, m)$ spełniają następujące warunki.

I. Jeśli $\operatorname{Re} s_o^{(i)} > 0$, to

$$\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}, \quad j = 0, 1, \ldots, k_i - 1, \quad i = 1, \ldots, m$$

oraz $s_o^{(i)}$ powinno być zerem $\tilde{\mathbf{F}}_{i*}$ stopnia co najmniej k_i.

II. Jeśli $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$, $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) \neq 0$ i $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| \neq \infty$, to $\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}$, $j = 0, 1, \ldots, k_i - 2$, $i = 1, \ldots, m$,

$$r^{(i)} = \frac{\alpha_p^{(i)} - \beta_p^{(i)}}{\gamma_{p+1}^{(i)}} \geqslant 0, \quad p = k_i - 1, \quad i = 1, \ldots, m$$

oraz $j\omega_o^{(i)}$ powinno być zerem $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ stopnia co najmniej $k_i/2$, $i = 1, \ldots, m$.

III. Jeśli $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ i $Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)}) = 0$, to $\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}$, $j = 0, 1, \ldots, k_i - 1$, $i = 1, \ldots, m$,

$$r^{(i)} = \frac{\alpha_p^{(i)} - \beta_p^{(i)}}{\gamma_{p+1}^{(i)}} \geqslant 0, \quad p = k_i, \quad i = 1, \ldots, m$$

oraz $j\omega_o^{(i)}$ powinno być zerem $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ stopnia co najmniej $(k_i + 1)/2$, $i = 1, \ldots, m$.

IV. Jeśli $s_o^{(i)} = j\omega_o^{(i)}$ i $|Z_2^{(i)}(j\omega_o^{(i)})| = \infty$, to $\alpha_j^{(i)} = \beta_j^{(i)}$, $j = 0, 1, \ldots, k_i - 1$, $i = 1, \ldots, m$,

$$[\operatorname{res}_{s=j\omega_o^{(i)}} Z_2^{(i)}(s)] \frac{\alpha_p^{(i)} - \beta_p^{(i)}}{\gamma_{p-1}^{(i)}} \leqslant 1, \quad p = k_i, \quad i = 1, \ldots, m,$$

oraz $j\omega_o^{(i)}$ powinno być zerem $\mathbf{J}_{21}^{(i)}/g^{(i)}$ stopnia co najmniej $(k_i + 1)/2$, $i = 1, \ldots, m$.

4. SYNTEZA BEZSTRATNEGO UKŁADU N_i $(i = 1, \ldots, m)$

Problem syntezy układu filtru wielowejściowego (rys. 2) polega na zrealizowaniu układu bezstratnego N_i $(i = 1, \ldots, m)$ opisanego macierzą rozproszenia $\Sigma^{(i)}$ $(i = 1, \ldots, m)$ znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_o^{(i)}$ $(i = 1, \ldots, m)$. Realizację macierzy $\Sigma^{(i)}$ można zastąpić realizacją macierzy rozproszenia $\Sigma_1^{(i)}$ znormalizowanej względem $\mathbf{1}_{n+1}$.

Korzystając ze związku między $\Sigma^{(i)}$ oraz $\Sigma_1^{(i)}$ [5] otrzymujemy

$$\mathbf{1}_{n+1} - \frac{1}{2}(\mathbf{Z}_o^{(i)} + \mathbf{1}_{n+1})(\mathbf{G}^{(i)})^{-1}[\mathbf{G}^{(i)}(\mathbf{G}_*^{(i)})^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}^{(i)}](\mathbf{G}^{(i)})^{-1} =$$

$$= \boldsymbol{\Sigma}_1^{(i)}\left\{\mathbf{1}_{n+1} - \frac{1}{2}(\mathbf{Z}_o^{(i)} - \mathbf{1}_{n+1})(\mathbf{G}^{(i)})^{-1}[\mathbf{G}^{(i)}(\mathbf{G}_*^{(i)})^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}^{(i)}](\mathbf{G}^{(i)})^{-1}\right\}, \quad i = 1, \ldots, m, \quad (46)$$

gdzie

$$\mathbf{G}^{(i)} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_2^{(i)} \end{pmatrix}, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Uwzględniając, że

$$\mathbf{Y}_u^{(i)} = \frac{1}{2}(\mathbf{G}^{(i)})^{-1}[\mathbf{G}^{(i)}(\mathbf{G}_*^{(i)})^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}^{(i)}](\mathbf{G}^{(i)})^{-1}, \quad i = 1, \ldots, m,$$

zależność (46) przyjmuje postać

$$\mathbf{1}_{n+1} - (\mathbf{Z}_o^{(i)} + \mathbf{1}_{n+1})\mathbf{Y}_u^{(i)} = \boldsymbol{\Sigma}_1^{(i)}[\mathbf{1}_{n+1} - (\mathbf{Z}_o^{(i)} - \mathbf{1}_{n+1})\mathbf{Y}_u^{(i)}], \quad i = 1, \ldots, m.$$

Stąd

$$\boldsymbol{\Sigma}_1^{(i)} = [\mathbf{1}_{n+1} - (\mathbf{Z}_o^{(i)} + \mathbf{1}_{n+1})\mathbf{Y}_u^{(i)}][\mathbf{1}_{n+1} - (\mathbf{Z}_o^{(i)} - \mathbf{1}_{n+1})\mathbf{Y}_u^{(i)}]^{-1}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{47}$$

Z twierdzenia 2 wynika, że jeśli spełnione są warunki tego twierdzenia, wówczas istnieje bezstratny układ N_i, opisany macierzą rozproszenia $\Sigma^{(i)}$ znormalizowaną względem $\mathbf{Z}_o^{(i)}$. Musi więc także istnieć rzeczywista, ograniczona, paraunitarna macierz rozproszenia $\Sigma_1^{(i)}$ znormalizowana względem $\mathbf{1}_{n+1}$. Zatem realizacja macierzy rozproszenia $\Sigma^{(i)}$ sprowadza się do realizacji w układzie N_i reaktancyjnej macierzy admitancji[7)]

$$\mathbf{Y}^{(i)} = (\mathbf{1}_{n+1} + \boldsymbol{\Sigma}_1^{(i)})^{-1}(\mathbf{1}_{n+1} - \boldsymbol{\Sigma}_1^{(i)}), \quad i = 1, \ldots, m. \tag{48}$$

W szczególnym przypadku, gdy $\det \mathbf{Y}_u^{(i)} \neq 0$, to z zależności (48) otrzymujemy

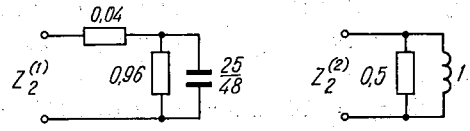
$$\mathbf{Y}^{(i)} = [(\mathbf{Y}_u^{(i)})^{-1} - \mathbf{Z}_o^{(i)}]^{-1}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{49}$$

Macierz admitancyjną $\mathbf{Y}^{(i)}$ można zrealizować np. w układzie żyratorowo-pojemnościowym [7, 8] lub w innych układach [6].

5. PRZYKŁAD

Zbadamy możliwość realizacji macierzy wzmocnień skutecznych mocy

$$\tilde{\mathbf{W}}(\omega^2) = \left(\frac{1+0{,}01\omega^2}{1+\omega^2}, \frac{0{,}99\omega^2}{1+\omega^2}\right)$$



Rys. 4. Impedancje obciążenia posiadające zera transmisji $s_0^{(1)} = 10$ i $s_0^{(2)} = 0$

w układzie przedstawionym na rys. 2. Impedancje obciążenia $Z_2^{(1)}$, $Z_2^{(2)}$ pokazano na rys. 4. Rezystancja wewnętrzna źródła $R = 1$.

Ponieważ

$$Z_2^{(1)} = \frac{0{,}02s+1}{0{,}5s+1}, \quad Z_2^{(2)} = \frac{0{,}5s}{s+0{,}5},$$

to

$$EvZ_2^{(1)} = \frac{1-0{,}01s^2}{1-0{,}25s^2}, \quad EvZ_2^{(2)} = \frac{-0{,}5s^2}{0{,}25-s^2}$$

[7)] Patrz przypis [3)].

i na podstawie (6b), (28d), (32) i (30)

$$\hat{P}_1 = \hat{H}_1 = 1, \quad \check{H}_1 = 0{,}1s+1, \quad \check{D}_1 = 0{,}5s+1, \quad \varepsilon_1 = 1,$$

$$d_1 = \frac{1-0{,}5s}{1+0{,}5s}, \quad f^{(1)} = 2\frac{1-0{,}01s^2}{(1+0{,}5s)^2},$$

$$\lambda^{(1)} = \frac{1-0{,}01s^2}{(0{,}02s+1)(1-0{,}5s)}, \tag{1P}$$

oraz

$$\hat{P}_2 = s, \quad \hat{H}_2 = 1, \quad \check{H}_2 = 1/\sqrt{2}, \quad \check{D}_2 = s+0{,}5, \quad \varepsilon_2 = -1,$$

$$d_2 = \frac{0{,}5-s}{0{,}5+s}, \quad f^{(2)} = \frac{-s^2}{(s+0{,}5)^2},$$

$$\lambda^{(2)} = \frac{-s}{0{,}5-s}. \tag{2P}$$

Z (1P) i (2P) obliczamy zera transmisji leżące w obszarze Re $s \geqslant 0$. Impedancja $Z_2^{(1)}$ posiada zero transmisji $s_0^{(1)} = 10$, stopnia pierwszego, klasy I. Impedancja $Z_2^{(2)}$ posiada zero transmisji $s_0^{(2)} = 0$, stopnia pierwszego, klasy III. Muszą więc być spełnione warunki punktu I i III twierdzenia 2.

Z zależności (13) i (14)

$$\tilde{\mathbf{S}}_{21} = \left(\frac{1\pm 0{,}1s}{1+s}, \frac{\pm\sqrt{0{,}99}s}{1+s}\right) \equiv (S_{21}^{(1)}, S_{21}^{(2)}).$$

Podstawiając powyższe do (15a) otrzymujemy $S_{11*}S_{11} = 0$. Zatem $S_{11} = 0$ i z (16), $Y = 1$. Z kolei na podstawie (17) wyznaczamy EvY_1 i EvY_2, a następnie znajdujemy

$$Y_1 = \frac{0{,}01s+1}{s+1}, \quad Y_2 = \frac{0{,}99s}{s+1}.$$

Z (22) i (23) mamy $F_1 = 0{,}1s+1$, $g^{(1)} = 1{,}01s+2$, $M_1 = 1$, $L_1 = 0{,}99s$ oraz $F_2 = \sqrt{0{,}99}s$, $g^{(2)} = 1{,}99s+1$, $M_2 = 1$, $L_2 = 0{,}01s+1$. Widzimy więc, że $s_0^{(1)} = 10$ i $s_0^{(2)} = 0$ są zerami wielomianów, odpowiednio, F_{1*} i F_2.

W dalszym ciągu, z równania (25c) otrzymujemy $J_{22}^{(1)} = 0{,}99\eta_1\mu_1 s$ i $J_{22}^{(2)} = \eta_2\mu_2(0{,}01s-1)$.

Dla $s_0^{(1)} = 10$, szeregi potęgowe (33) mają postacie

$$d_1 = -\frac{2}{3} + \ldots, \quad \varepsilon_1 \frac{J_{22}^{(1)}}{g^{(1)}} \Phi_{12}^{(1)}\Phi_{21}^{(1)} = \frac{9}{11}\eta_1\mu_1\Phi_{12}^{(1)}(10)\Phi_{21}^{(1)}(10) + \ldots$$

Zgodnie z warunkiem twierdzenia 2 musi zachodzić równość

$$-\frac{2}{3} = \frac{9}{11}\eta_1\mu_1\Phi_{12}^{(1)}(10)\Phi_{21}^{(1)}(10). \tag{3P}$$

Konieczne więc jest wybranie paraunitarnej funkcji nie równej tożsamościowo jedności. W rozważanym przypadku wystarczy przyjąć $\eta_1\mu_1 = -1$ oraz

$$\Phi_{12}^{(1)}(s) \equiv 1, \quad \Phi_{21}^{(1)} = \frac{s-x_1}{s+x_1}, \quad x_1 = x_1^* > 0. \tag{4P}$$

Podstawiając (4P) do (3P) i wyznaczając x_1, otrzymujemy $x_1 = 50/49$. Zatem warunki twierdzenia 2 są spełnione, jeśli

$$\eta_1\mu_1 = -1, \quad \Phi_{12}^{(1)} \equiv 1 \text{ i } \Phi_{21}^{(1)} = (s-50/49)/(s+50/49).$$

Niech

$$\Phi_{12}^{(2)} = \sum_{z=1}^{l} \frac{s-x_z}{s+x_z^*}, \quad \Phi_{21}^{(2)} = \sum_{z=1}^{t} \frac{s-y_z}{s+y_z^*},$$

$$\operatorname{Re} x_z \geqslant 0, \quad \operatorname{Re} y_z \geqslant 0.$$

Wówczas dla $s_0^{(2)} = 0$, szeregi potęgowe (33) przyjmują postacie

$$d_2 = 1-4s+\ldots, \quad j^{(2)} = -4s^2+\ldots,$$

$$\varepsilon_2 \frac{J_{22}^{(2)}}{g^{(2)}} \Phi_{12}^{(2)}\Phi_{21}^{(2)} = \eta_2\mu_2\left[(-1)^{l+t}-2(-1)^{l+t}\left(1+\sum_{z=1}^{l}\operatorname{Re} x_z^{-1}+\sum_{z=1}^{t}\operatorname{Re} y_z^{-1}\right)s+\ldots\right]. \quad (5P)$$

Zgodnie z warunkami twierdzenia 2 (pkt. III) musi zachodzić

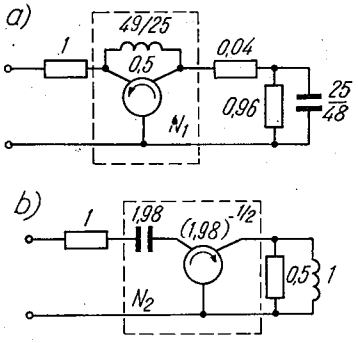
$$1 = \eta_2\mu_2(-1)^{l+t}$$

oraz

$$r^{(2)} = \frac{-4+2\eta_2\mu_2(-1)^{l+t}\left(1+\sum_{z=1}^{l}\operatorname{Re} x_z^{-1}+\sum_{z=1}^{t}\operatorname{Re} y_z^{-1}\right)}{-4} \geqslant 0. \quad (6P)$$

Podstawiając (5P) do (6P) i przyjmując $x_z = -x_z^*$, $y_z = -y_z^*$ widzimy, że $r^{(2)} = 0{,}5 > 0$. Tak więc wybierając $\eta_2\mu_2 = 1$ i $\Phi_{12}^{(2)}(s) = \Phi_{21}^{(2)} = 1$ spełniamy warunki twierdzenia 2.

Synteza układów N_1 i N_2 polega na realizacji macierzy rozproszenia (zal. (26))



Rys. 5. a) układ N_1 opisany macierzą rozproszenia $\mathbf{\Sigma}^{(1)}$;
b) układ N_2 opisany macierzą rozproszenia $\mathbf{\Sigma}^{(2)}$

$$\mathbf{\Sigma}^{(1)} = \frac{1}{1{,}01s+2}\begin{pmatrix} 0{,}99s & 2\mu_1(1-0{,}1s) \\ 2\eta_1(1-0{,}1s)\dfrac{s-50/49}{s+50/49} & -0{,}99s\dfrac{(1-0{,}1s)(s-50/49)}{(1+0{,}1s)(s+50/49)} \end{pmatrix}, \quad \eta_1\mu_1 = -1$$

oraz

$$\mathbf{\Sigma}^{(2)} = \frac{1}{1{,}99s+1}\begin{pmatrix} 0{,}01s+1 & -2\sqrt{0{,}99}\mu_2 s \\ 2\sqrt{0{,}99}\eta_2 s & 0{,}01s-1 \end{pmatrix}, \quad \eta_2\mu_2 = 1.$$

Łatwo sprawdzić, że $\det \mathbf{Y}_u^{(1)} \neq 0$ i $\det \mathbf{Y}_u^{(2)} \neq 0$. Wobec tego z (49) otrzymujemy

$$\mathbf{Y}^{(1)} = \frac{25}{49s}\begin{pmatrix} 1 & -\mu_1 \\ \eta_1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -0{,}5\mu_1 \\ 0{,}5\eta_1 & 0 \end{pmatrix}$$

oraz

$$\mathbf{Z}^{(2)} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1{,}98s} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{\mu_2}{\sqrt{1{,}98}} \\ \dfrac{\eta_2}{\sqrt{1{,}98}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Realizację tych macierzy dla $\eta_1 = -1$, $\mu_1 = 1$, $\eta_2 = \mu_2 = 1$ pokazano na rys. 5. Łącząc układy N_1 i N_2 w sposób przedstawiony na rys. 2 otrzymujemy układ realizujący zadaną macierz wzmocnień skutecznych mocy $\mathbf{W}(\omega^2)$.

6. UWAGI KOŃCOWE

Posługując się zespoloną normalizacją macierzy rozproszenia przedstawiono warunki konieczne i wystarczające realizowalności macierzy $\mathbf{W}(\omega^2)$ jako macierzy wzmocnień skutecznych mocy bezstratnego, nieodwracalnego układu wielowejściowego, obciążonego impedancjami zespolonymi $\mathbf{Z}_2(s)$ (twierdzenie 2).

Uzyskane w pracy wyniki stanowią teoretyczną podstawę do rozwiązania problemu szerokopasmowego dopasowania rzeczywistych rezystancji $\mathbf{R}_1$ do zespolonych impedancji $\mathbf{Z}_2$ za pomocą bezstratnego, nieodwracalnego układu wielowejściowego. Mogą więc być wykorzystane do projektowania żyratorowo-pojemnościowych zwrotnic elektrycznych obciążonych zespolonymi impedancjami.

W szczegółowych problemach praktycznych, dla konkretnych charakterystyk częstotliwościowych i impedancji obciążeń, sprawdzenie warunków dopasowania polega na rozwiązaniu pewnego układu nieliniowych równań algebraicznych. Rozwiązania te zwykle otrzymuje się metodami numerycznymi. Jednakże dla impedancji obciążeń zawierających jeden lub dwa elementy reaktancyjne istnieje możliwość analitycznego rozwiązania problemu.

LITERATURA

1. H. W. Bode, *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*, Van Nostrand, New Jersey 1945.
2. R. M. Fano, *Theoretical limitation on the broadband matching of arbitrary impedances*, J. Franklin Inst., vol. 249, January, 1950, s. 57—83 i February, 1950, s. 139—154.
3. D. C. Youla, *A new theory of broadband matching*, IEEE Trans., CT-11, nr 1, 1964, s. 30—50.
4. D. C. Youla, *On scattering matrices normalized to complex port numbers*, Proc. IRE, vol. 49, July, 1961, s. 1221.
5. M. R. Wohlers, *Lumped and Distributed Passive Networks*, Academic Press, New York 1969.
6. R. W. Newcomb, *Linear Multiport Synthesis*, Mc Graw-Hill, New York 1966.
7. M. S. Piekarski, *Synteza bezstratnych układów scalonych metodą przestrzeni stanów*, Arch. Elektrot., t. XXV, z. 2, 1976, s. 343—357.

8. R. Drahokaupil, M. S. Piekarski, *Minimalna synteza bezstratnych n-wrotników*, I Krajowe Sympozjum Nauk Radiowych, URSI, luty, 1975, s. 147—149.
9. M. Uruski, *Synteza układów filtrów pasywnych o wielu wejściach i wielu wyjściach*, Arch. Elektrot., t. XXVII, z. 3, 1978, s. 613—625.

M. URUSKI

SYNTHESIS OF PASSIVE NETWORKS WITH MULTI-INPUTS AND MULTI-OUTPUTS TERMINATED BY COMPLEX IMPEDANCES

Summary

The paper deals with the following problem. A diagonal resistance matrix $\mathbf{R}_1$, whose elements are the internal impedances of the generators, and a diagonal positive real rational matrix $\mathbf{Z}_2(s)$, whose elements are the loads and a real rational matrix $\mathbf{W}(\omega^2)$ are given. Under what conditions does there exist a lossless n-port which, when inserted between impedances $\mathbf{R}_1$ and $\mathbf{Z}_2$, will realize the given matrix W as the transducer power gain matrix? By using the concept of scattering representation of lossless n-port with complex normalization, the necessary and sufficient constraints on the power gain matrix are established for the existence of a lumped, nonreciprocal lossless n-port which realizes the desired matrix W as the transducer power gain matrix.

M. URUSKI

SYNTHÈSE DES FILTRES *N*-POLES NON DISSIPATIFS À IMPÉDANCES COMPLEXES DE CHARGE

Résumé

Dans l'article on analyse le problème suivant. Il est donné une matrice diagonale de résistance $\mathbf{R}_1$, une matrice diagonale d'impédance $\mathbf{Z}_2(s)$ et une matrice $\mathbf{W}(\omega^2)$. Quelles sont les conditions indispensables pour qu'existe le circuit d'entrée $(n+m)$ non dissipatif, qui branché entre les impédances $\mathbf{R}_1$ et $\mathbf{Z}_2$ ait la matrice d'amplification de puissance égale à la matrice donnée W.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'existe le circuit demandé sont obtenues à l'aide de scottering matrice normée par l'impédance complexe.

M. URUSKI

SYNTHESE VON VERLUSTFREIEN FILTERN MIT MEHREREN MIT KOMPLEXEN IMPEDANZEN BELASTETEN EIN-UND AUSGÄNGEN

Zusammenfassung

In der Arbeit wird fo lgendes Problem erwogen. Gegeben sind: eine diagonale Widerstandsmatrix $\mathbf{R}_1$, eine reelle, positive, diagonale Impedanzmatrix $\mathbf{Z}_2(s)$ und eine Matrix $\mathbf{W}(\omega^2)$. Welchen Bedingungen haben die Matrixen $\mathbf{Z}_2$ und W zu entsprechen, damit ein verlustfreies System mit $(n+m)$ Eingängen bestehen kann, das beim Einschalten zwischen die Impedanzen $\mathbf{R}_1$ und $\mathbf{Z}_2$ eine Matrix der effektiven Leistungsverstärkungen $\mathbf{W}(\omega^2)$ besitzen wird, die der gegebenen Matrix W gleich ist.

Unter Anwendung des Begriffs einer auf die komplexe Impedanz normierten Streumatrix wurden notwendige und ausreichende Bedingungen für das Bestehen einer $(n+m)$-eingängigen Schaltung angeführt, die die angegebene Matrix W der effektiven Leistungsverstärkungen realisiert.

М. УРУСКИ

СИНТЕЗ МНОГОПОЛЮСНЫХ ФИЛЬТРОВ БЕЗ ПОТЕРЬ С КОМПЛЕКСНЫМИ НАГРУЗКАМИ

Р е з ю м е

Представлено решение следующей задачи. Пусть заданы следующие матрицы: диагональная матрица сопротивлений $\mathbf{R}_1$ — диагональная положительная и вещественная матрица полных сопротивленей $\mathbf{Z}_2(s)$ и матрица $\mathbf{W}(\omega^2)$.

Требуется найти условия существования $(n+m)$-полюсника без потерь, который включёный между источники сигнала с внутренными сопротивлениями $\mathbf{R}_1$ и косплексными нагрузками $\mathbf{Z}_2$ будет осуществлять матрицу $\mathbf{W}(\omega^2)$ как матрицу действующих усилений мощности.

Пользуясь понятем нормированной матрицы рассеяния к комплексным инпедансам представлены необходимые и достаточные условия существования $(n+m)$-полюсника реализующего матрицу $\mathbf{W}$.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 511—523

621.372.542.2

Filtr dolnoprzepustowy o wypukłej charakterystyce tłumieniowej w paśmie przepustowym i o maksymalnym asymptotycznym tłumieniu

CZESŁAW MICHALIK (WROCŁAW), MARIAN S. PIEKARSKI (WROCŁAW)

Instytut Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 9.12.1978

W pracy przedstawiono nową klasę dolnoprzepustowych filtrów wielomianowych o wypukłej charakterystyce tłumieniowej w paśmie przepustowym i o maksymalnym tłumieniu przy wybranej częstotliwości pasma zaporowego. Udowodniono pewien ogólny warunek konieczny dla funkcji filtracji tych filtrów oraz podano metodę jej określenia w przypadku gdy za kryterium aproksymacyjne przyjmuje się maksymalne asymptotyczne tłumienie.

Porównano także właściwości filtru o wypukłej charakterystyce tłumieniowej i o maksymalnym asymptotycznym tłumieniu z właściwościami filtrów Butterwortha i Halperna. Filtry tego typu mają lepszą selektywność niż filtry Butterwortha i lepszą charakterystykę fazy niż filtry Halperna.

1. WSTĘP

Charakterystyka tłumieniowa filtru Butterwortha z zerami transmitancji w nieskończoności, ma — jak wiadomo — stosunkowo słabe właściwości selektywne. Dla uzyskania dużych tłumień w paśmie zaporowym wymagany jest wysoki stopień n tych filtrów, co wiąże się z koniecznością użycia dużej liczby elementów. Z drugiej strony filtr ten ma stosunkowo niezłą charakterystykę fazową. Także właściwości impulsowe filtru Butterwortha są w wielu zastosowaniach korzystne.

W latach 1958/59 A. Papoulis [1, 2, 3] oraz M. Fukada [4] chcąc polepszyć właściwości filtracyjne filtru Butterwortha wprowadzili filtry o monotonicznej charakterystyce tłumieniowej w paśmie przepustowym (*PP*) z zerami transmitancji w nieskończoności. Żądali oni monotonicznej charakterystyki tłumieniowej w *PP* i jednocześnie maksymalizowali nachylenie charakterystyki tłumieniowej przy $\omega = 1$. Filtry otrzymane przez A. Papoulisa i M. Fukadę nazywane są w literaturze filtrami typu L i często są mylone z filtrami Legendre'a [5].

Dalsze rozwinięcie prac A. Papoulisa i M. Fukady nastąpiło w 1969 r., kiedy to Halpern [6] wprowadził wielomiany monotoniczne. Halpern podał również inne rozwiązanie, a mianowicie zamiast maksymalizacji nachylenia charakterystyki tłumieniowej przy $\omega = 1$ maksymalizował on asymptotyczne tłumienie, tj. tłumienie dla wielkich częstotliwości. Filtry wprowadzone przez Halperna nazywane są filtrami typu H.

Rakovicz [7] natomiast żądając monotonicznej charakterystyki tłumieniowej w *PP* minimalizował całkowite straty mocy w tymże paśmie. Filtry te nazywane są filtrami *L.S.M.*

Ponadto [8] Djurich wykazał, że filtry Halperna mają największą selektywność ze wszystkich filtrów o monotonicznej charakterystyce tłumieniowej w *PP*. Selektywność tę rozumiał on jako całkowitą moc odbitą w paśmie zaporowym (*PZ*). Wykazano [9], że charakterystyka tłumieniowa filtrów monotonicznych ma dla n parzystego $n/2-1$, a dla n nieparzystego $(n-2)/2$ punktów przegięcia w *PP*. Zatem charakterystyka ta ma charakter „schodkowy".

Celem niniejszej pracy jest wprowadzenie nowej klasy filtrów zwanych dalej filtrami typu *W*. Filtry te mają wszystkie zera transmitancji w nieskończoności, wypukłą charakterystykę tłumieniową w *PP* i maksymalne asymptotyczne tłumienie. Porównanie własności tych filtrów z filtrami Halperna i Butterwortha wskazuje, że filtry tego typu mają lepszą selektywność niż filtry Butterwortha i jednocześnie lepszą charakterystykę fazy niż filtry Halperna.

2. POSTAWIENIE I ROZWIĄZANIE PROBLEMU APROKSYMACYJNEGO

Charakterystykę tłumieniową filtru można przedstawić w postaci

$$T^2 = 1+\varepsilon\psi(\omega^2) = 1+\varepsilon h(\omega), \tag{1}$$

gdzie $\psi(\omega^2)$ jest funkcją charakterystyczną filtru zwaną często funkcją filtracji, a $\varepsilon > 0$ jest parametrem określającym tolerancję tłumienia w *PP*.

W dalszych rozważaniach, bez zmniejszania ogólności rozważań, przyjmuje się $\varepsilon = 1$. Z punktu widzenia syntezy filtrów interesujący jest następujący problem aproksymacyjny: spośród wielomianów parzystych stopnia $2n$ względem ω, spełniających warunki

1° $h(0) = 0$,

2° $h(\omega)|_{\omega=1} = 1$ (normalizacja),

3° $h''(\omega) \geqslant 0$ w przedziale $-1 \leqslant \omega \leqslant 1$ (wypukłość),

znaleźć taki wielomian, którego nachylenie przy $\omega = \omega_0 \geqslant 1$ osiąga wartość maksymalną, tzn.

4° $h'(\omega)|_{\omega=\omega_0\geqslant 1} = M_{max}$.

Tak postawiony problem aproksymacyjny nie był dotychczas rozwiązany i wykorzystywany do celów syntezy filtrów.

Na wstępie wykazany zostanie pewien ogólny warunek konieczny dla wielomianu spełniającego warunki 1°, 2°, 3°, 4°, słuszny dla dowolnej wartości $\omega_0 \geqslant 1$.

T w i e r d z e n i e. Wielomian optymalny $h''(\omega)$, tzn. spełniający warunki 1°, 2°, 3° i 4° jest kwadratem wielomianu parzystego lub nieparzystego, którego wszystkie zera leżą w przedziale $-1 < \omega < 1$.

Dowód. Wielomian $h''(\omega)$ jest wielomianem parzystym stopnia $2n-2$; spełnienie warunku 3° wymaga, aby jego zera (o ile takie występują) w przedziale $-1 < \omega < 1$ były parzystej krotności. Zatem wielomian można przedstawić w postaci

$$h''(\omega) = V^2(\omega)q(\omega), \tag{2}$$

gdzie $V^2(\omega)$ ma tylko zera parzystej krotności w przedziale $-1 < \omega < 1$ i $q(\omega)$ — wielomian parzysty nie mający zer w przedziale $-1 < \omega < 1$ oraz taki, że

$$q(\omega) > 0 \quad \text{dla} \quad -1 < \omega < 1. \tag{3}$$

Pokażemy teraz przez doprowadzenie do sprzeczności, że spełnienie warunków 1°, 2°, 3° i 4° wymaga, aby $h''(\omega)$ miał postać

$$h''(\omega) = V^2(\omega),$$

przy czym $V(\omega)$ jest wielomianem parzystym lub nieparzystym stopnia $n-1$, tzn., że stopień $q(\omega)$ musi być równy zeru.

Niech wielomian $V^2(\omega)q(\omega)$ będzie wielomianem optymalnym, tzn. spełniającym założenia 1°, 2°, 3°, 4° i niech stopień wielomianu $q(\omega)$ jest równy $2k \neq 0$. Warunki 2°, 3° i 4° możemy zapisać w postaci

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^1 d\omega \int_0^{\omega} V^2(x)q(x)dx = 1, \\ &\int_0^{\omega_0} V^2(x)q(x)dx = M_{max}, \\ &\text{oraz} \\ &q(x) > 0 \quad \text{dla} \quad -1 < x < 1. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Łatwo zauważyć, że przez odpowiedni dobór stałej a^2 można zawsze spełnić warunek

$$\int_0^{\omega_0} V^2(x)(a^2-x^2)dx = 0. \tag{5}$$

Mogą teraz wystąpić dwa przypadki.

I przypadek, gdy $a^2 \leqslant 1$. Konstruujemy nowy wielomian

$$G(x) = V^2(x)q_1(x),$$

gdzie $q_1(x) = A[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)]$, $A > 0$ i $\varepsilon > 0$ jest dostatecznie małe, aby wielomian $q_1(x)$ pozostawał wielomianem dodatnim w przedziale $-1 < x < 1$.

Zgodnie z założeniem wielomian $q(x)$ jest wielomianem co najmniej stopnia drugiego, toteż stopień wielomianu $q_1(x)$ nie ulega zmianie. Spełnienie warunku normalizacyjnego $\int_0^1 d\omega \int_0^{\omega} G(x)dx = 1$ wymaga, aby zachodziła zależność

$$A \int_0^1 d\omega \int_0^{\omega} V^2(x)[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)]dx = A\left[1-\varepsilon \int_0^1 d\omega \int_0^{\omega} V^2(x)(a^2-x^2)dx\right] = 1.$$

Ponieważ funkcja

$$F(\omega) = \int_0^{\omega} V^2(x)(a^2-x^2)dx$$

jest nieujemna w przedziale $0 \leqslant \omega \leqslant 1$, więc z równania

$$A\left[1-\varepsilon\int_0^1 F(\omega)d\omega\right]=1$$

wynika, że $A > 1$.

Nowy wielomian $G(x)$ daje lepsze nachylenie przy $\omega = \omega_o$, gdyż uwzględniając (5) mamy

$$A\int_0^{\omega_0} V^2(x)[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)]dx = AM_{max} > M_{max}.$$

Jest to sprzeczne z założeniem, że wielomian $V^2(x)q(x)$ jest wielomianem optymalnym. Zatem stopień $2k$ wielomianu $q(x)$ jest równy zeru, a stałą zawsze można włączyć do wielomianu $V(x)$.

II przypadek, gdy $a^2 > 1$. W tym przypadku nowy wielomian $G(x)$ o postaci

$$G(x) = V^2(x)q_2(x),$$

gdzie

$$q_2(x) = A[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)+\varepsilon(a^2-1)], \quad A > 0$$

i $\varepsilon > 0$ jest dostatecznie małe aby wielomian $q_2(x)$ pozostawał wielomianem dodatnim w przedziale $-1 < x < 1$, ma stopień równy stopniowi wielomianu $q(x)$. Spełnienie warunku normalizacyjnego 2° wymaga, aby zachodziła zależność

$$A\int_0^1 d\omega\int_0^{\omega} V^2(x)[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)+\varepsilon(a^2-1)]dx =$$

$$= A\left[1-\varepsilon\int_0^1 d\omega\int_0^{\omega} V^2(x)(1-x^2)dx\right]=1.$$

Ponieważ funkcja

$$F(\omega) = \int_0^{\omega} V^2(x)(1-x^2)dx$$

jest nieujemna w przedziale $0 \leqslant \omega \leqslant 1$, więc z równania

$$A\left[1-\varepsilon\int_0^1 F(\omega)d\omega\right]=1$$

wynika, że $A > 1$. Nowy wielomian $G(x)$ daje także lepsze nachylenie przy $\omega = \omega_o$, gdyż uwzględniając (5) mamy

$$A\int_0^{\omega_0} V^2(x)[q(x)-\varepsilon(a^2-x^2)+\varepsilon(a^2-1)]dx =$$

$$= AM_{max}+A(a^2-1)\int_0^{\omega_0} V^2(x)dx > AM_{max} > M_{max}.$$

Zatem i w tym przypadku przeczy to założeniu, że stopień $2k$ wielomianu $q(x)$ jest różny od zera (c.b.d.o.).

Ostatecznie możemy stwierdzić, że jeśli wielomian $h(\omega)$ ma największe nachylenie przy $\omega = \omega_o \geqslant 1$ i jednocześnie jest wypukły w przedziale $-1 \leqslant \omega \leqslant 1$, wtedy druga pochodna tego wielomianu $h''(\omega)$ jest kwadratem pewnego wielomianu parzystego lub nieparzystego.

Tak więc problem sprowadza się do znalezienia takiego wielomianu $V_{n-1}(x)$, dla którego całka

$$\int_0^{\omega_0} V_{n-1}^2(x)\,dx \tag{6}$$

osiąga wartość maksymalną przy dodatkowym warunku

$$\int_0^1 \left[\int_0^{\omega} V_{n-1}^2(x)\,dx\right] d\omega = 1. \tag{7}$$

Rozwiązanie analityczne tak postawionego problemu przy dowolnej $\omega_o \geqslant 1$ jest bardzo skomplikowane[1]. Stosunkowo proste szczególne rozwiązanie otrzymamy, jeśli $\omega_o \to \infty$, tzn. będziemy żądać, aby funkcja tłumieniowa była wypukła w przedziale $-1 \leqslant \omega \leqslant 1$ i miała największe asymptotyczne tłumienie. Maksymalizacja asymptotycznego tłumienia, tzn. maksymalizacja wyrażenia (6) przy $\omega_o \to \infty$ sprowadza się do maksymalizacji współczynnika stojącego przy najwyższej potędze wielomianu $V(x)$ przy warunku normalizacyjnym (7). Do rozwiązania tak postawionego problemu można użyć przesuniętych wielomianów ortogonalnych Jacobiego [10] o postaci

$$G_n(p, q, x) = \frac{(n+q-1)!}{(2n+p-1)!} \sum_{m=0}^{n} (-1)^m \binom{n}{m} \frac{(2n+p-1-m)!}{(n+q-1-m)!} x^{n-m} \tag{8}$$

z funkcją wagi $(1-x)^{p-q}x^{q-1}$. Powyższe wielomiany są ortogonalne w sensie:

$$\int_0^1 (1-x)^{p-q}x^{q-1} G_n(p, q, x) G_m(p, q, x)\,dx = \begin{cases} \dfrac{n!\,\Gamma(n+q)\Gamma(n+p)\Gamma(n+p-q+1)}{\Gamma(2n+p)\Gamma^2(2n+p)}, & n = m, \\ 0, & n \neq m. \end{cases} \tag{9}$$

Całkując przez części, warunek normalizacyjny (7) możemy zapisać również w postaci

$$\int_0^1 (1-x) V_{n-1}^2(x)\,dx = 1. \tag{10}$$

Porównując wzory (10) i (9) dochodzimy do wniosku, że interesujące nas wielomiany otrzymamy przyjmując $q = 1$ i $p = 2$; wówczas

$$\int_0^1 (1-x) G_n(2, 1, x) G_m(2, 1, x)\,dx = \begin{cases} \dfrac{(n!)^4(n+1)}{2[(2n+1)!]^2}, & n = m, \\ 0, & n \neq m, \end{cases} \tag{11}$$

[1] Autorzy prowadzą pracę nad numerycznym rozwiązaniem tego problemu.

gdzie

$$G_n(2,1,x) = \frac{n!}{(2n+1)!}\sum_{m=0}^{n}(-1)^m\binom{n}{m}\frac{(2n+1-m)!}{(n-m)!}x^{n-m}. \tag{12}$$

Siedem pierwszych wielomianów $G_n(2,1,x)$ przedstawiono w tablicy 1. Dowolny wielomian $V_{n-1}(x)$ możemy teraz przedstawić w postaci kombinacji liniowej ortogonalnych wielomianów $G_{n-i}(2,1,x)$

$$V_{n-1}(x) = a_{n-1}G_{n-1} + a_{n-2}G_{n-2} + \ldots + a_0 G_0. \tag{13}$$

Współczynniki a_i wielomianu optymalnego muszą być dobrane w ten sposób, aby:
— spełnić warunek normalizacyjny (10),
— uzyskać wielomian $V_{n-1}(x)$ parzysty lub nieparzysty,
— otrzymać maksymalny współczynnik a_{n-1}.

Tablica 1

Ortogonalne wielomiany $G_n(2,1,x)$

n	$G_n(2,1,x)$
0	1
1	$x-\frac{1}{3}$
2	$x^2-\frac{4}{5}x+\frac{1}{10}$
3	$x^3-\frac{9}{7}x^2+\frac{3}{7}x-\frac{1}{35}$
4	$x^4-\frac{16}{9}x^3+x^2-\frac{4}{21}x+\frac{1}{126}$
5	$x^5-\frac{25}{11}x^4+\frac{20}{11}x^3-\frac{20}{33}x^2+\frac{5}{66}x-\frac{1}{462}$
6	$x^6-\frac{36}{13}x^5+\frac{75}{26}x^4-\frac{200}{143}x^3+\frac{45}{143}x^2-\frac{4}{143}x+\frac{1}{1716}$

Ogólnie powyższy problem możemy zapisać: $a_{n-1} \to \max$ przy warunkach

$$1 = \sum_{i=0}^{n-1}\frac{(i!)^4(i+1)}{2[(2i+1)!]^2}a_i^2, \tag{14}$$

$$0 = \sum_{i=1}^{2k}(-1)^i\left[\frac{(n-i)!}{(n-2k)!}\right]^2\frac{(2n-2k+1-i)!}{(2n+1-2i)!(2k-i)!}a_{n-i}, \tag{15}$$

dla $k = 1, 2, \ldots, m = \text{entier}\,[n/2]$.

Do rozwiązania tego problemu skorzystajmy z metody nieoznaczonych czynników Lagrange'a. W tym celu wygodnie jest posłużyć się funkcją o postaci

$$\Phi(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{1+m}) =$$

$$= a_{n-1} + \lambda_1 \left(\sum_{i=0}^{n-1} \frac{(i!)^4 (i+1)}{2[(2i+1)!]^2} a_i^2 - 1 \right) =$$

$$+ \lambda_{k+1} \left(\sum_{i=1}^{2k} (-1)^i \left[\frac{(n-i)!}{(n-2k)!} \right]^2 \frac{(2n-2k+1-i)!}{(2n+1-2i)!(2k-i)!} a_{n-i} \right)$$

$(k = 1, 2, \ldots, m)$.

Rozwiązanie powyższego problemu sprowadza się do znalezienia ekstremum funkcji Φ. Warunek na ekstremum ma postać

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_i} = 0, \quad i = 0, \ldots, n-1,$$

oraz (16)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_i} = 0, \quad i = 1, \ldots, 1+m.$$

Rozwiązanie układu równań (16) nie nastręcza poważniejszych trudności. Przez podstawienie

$$a_i \lambda_1 = a_i' \tag{17}$$

układ równań (16) przechodzi w układ równań liniowych z $n+m$ niewiadomymi o postaci

$$Bx = E, \tag{18}$$

gdzie:

$$x = [a_0', \ldots, a_{n-1}', \lambda_2, \ldots, \lambda_{m+1}]^t,$$

$$E = [\underbrace{0, \ldots, 0, -1}_{n-1}, 0, 0, \ldots, 0]^t,$$

a macierz B jest symetryczną macierzą o elementach określonych następująco:

$$b_{i+1,i+1} = \frac{(i!)^4 (i+1)}{[(2i+1)!]^2}, \quad i = 0, \ldots, n-1, \tag{19}$$

$$b_{n+k,n+1-i} = b_{n+1-i,n+k} = (-1)^i \left[\frac{(n-i)!}{(n-2k)!} \right]^2 \frac{(2n-2k+1-i)!}{(2n+1-2i)!(2k-i)!}, \tag{20}$$

$i = 1, \ldots, 2k$ dla każdego $k = 1, \ldots, m$, oraz wszystkie pozostałe elementy macierzy B są równe zeru. Zatem macierz B można przedstawić w postaci macierzy klatkowej

$$B = \begin{bmatrix} A & C \\ C^T & 0 \end{bmatrix},$$

gdzie A jest macierzą diagonalną wymiaru $n \times n$, a C jest macierzą prostokątną wymiaru $n \times m$. Ponadto macierz C jest macierzą maksymalnego rzędu, gdyż z (20) wynika, że

kolumny tej macierzy są liniowo niezależne. Zatem zgodnie z [11] wyznacznik macierzy B

$$\det B = \det A \det(0 - C^T A^{-1} C) \neq 0.$$

Tak więc zawsze istnieje jednoznaczne rozwiązanie układu równań (18). Po znalezieniu nieznanego wektora x wyznaczamy λ_1 z równania

$$\lambda_1^2 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(i!)^4(i+1)}{2[(2i+1)!]^2} a_i'^2,$$

a następnie znajdujemy z równania (17) interesujące nas współczynniki a_i. Znając współczynniki a_i, funkcję $\psi(\omega^2)$ obliczamy jako

$$\psi(\omega^2) = \int_0^{\omega} dx \int_0^{x} \left(\sum_{i=0}^{n-1} a_i G_i(y) \right)^2 dy.$$

Sześć pierwszych funkcji $\psi(\omega^2)$ obliczonych przez dokładne rozwiązanie układu równań liniowych (18) przedstawiono w tablicy 2.

Tablica 2

Funkcje filtracji obliczone dokładnie dla n = 2÷7

n	$\psi(\omega^2)$
2	ω^4
3	$\frac{1}{7}(12\omega^6 - 10\omega^4 + 5\omega^2)$
4	$\frac{1}{133}(525\omega^8 - 784\omega^6 + 392\omega^4)$
5	$\frac{1}{4781}(48020\omega^{10} - 97650\omega^8 + 68832\omega^6 - 17670\omega^4 + 3249\omega^2)$
6	$\frac{1}{22553}(636804\omega^{12} - 1638560\omega^{10} + 1565058\omega^8 - 671440\omega^6 + 130691\omega^2)$
7	$\frac{1}{3435963319}(284483651760\omega^{14} - 878408349000\omega^{12} + 1054992370068\omega^{10} - 617908201950\omega^8 + 181523822116\omega^6 - 23536904300\omega^4 + 2289574625\omega^2)$

Opracowanie prostego programu na m.c. pozwoliło obliczyć funkcję filtracji dla wyższych stopni n. W dodatku do pracy w tablicy 3 przedstawiono funkcję filtracji filtrów wypukłych o maksymalnym asymptotycznym tłumieniu aż do trzynastego stopnia włącznie.

Funkcję tłumienia $T(s)$ potrzebną w dalszej fazie projektowania filtru dla wybranego ε można wyznaczyć przeprowadzając faktoryzację wyrażenia

$$T(s)T(-s) = 1 + \varepsilon\psi(-s^2)$$

jedną ze znanych metod numerycznych.

Tablica 3

Funkcje filtracji obliczone numerycznie dla n = 2÷13

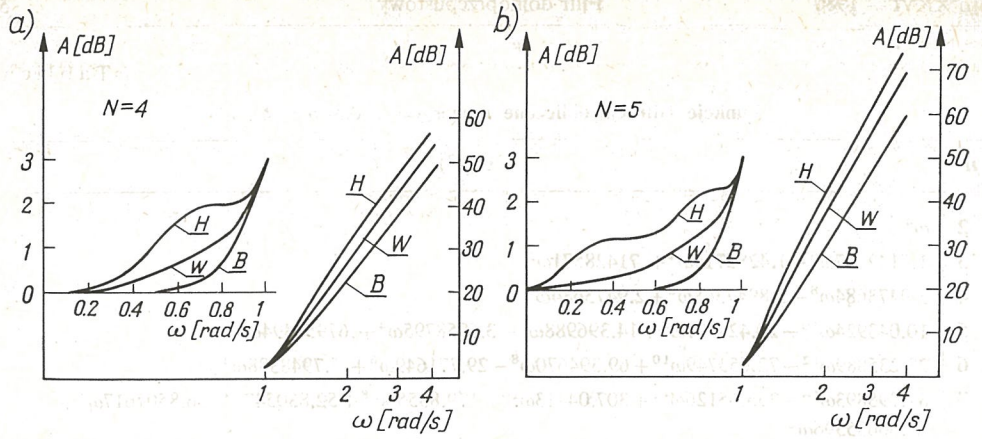
n	$\psi(\omega^2)$
2	ω^4
3	$1.7142857\omega^6 - 1.4285714\omega^4 + .71428571\omega^2$
4	$3.9473684\omega^8 - 5.8947368\omega^6 + 2.9473684\omega^4$
5	$10.043924\omega^{10} - 20.424597\omega^8 + 14.396988\omega^6 - 3.6958795\omega^4 + .67956494\omega^2$
6	$28.235889\omega^{12} - 72.653749\omega^{10} + 69.394670\omega^8 - 29.771649\omega^6 + .5.7948388\omega^4$
7	$82.795893\omega^{14} - 255.65126\omega^{12} + 307.04413\omega^{10} - 179.83550\omega^8 + 52.830547\omega^6 - 6.8501617\omega^4 + + .66635596\omega^2$
8	$255.39262\omega^{16} - 920.80521\omega^{14} + 1338.6577\omega^{12} - 1002.8907\omega^{10} + 410.59381\omega^8 - 89.475747\omega^6 + + 9.5275967\omega^4$
9	$806.27240\omega^{18} - 3316.1360\omega^{16} + 5647.4742\omega^{14} - 5144.5857\omega^{12} + 2702.6902\omega^{10} - 822.04017\omega^8 + + 137.55032\omega^6 - 10.884624\omega^4 - .65940239\omega^2$
10	$2624.8431\omega^{20} - 12134.533\omega^{18} + 23724.222\omega^{16} - 25524.634\omega^{14} + 16471.878\omega^{12} - 6517.3824\omega^{10} + + 1550.9910\omega^8 - 208.52216\omega^6 + 14.137628\omega^4$
11	$8671.4119\omega^{22} - 44462.417\omega^{20} + 98038.347\omega^{18} - 121554.13\omega^{16} + 93019.951\omega^{14} - 45389.065\omega^{12} + + 14089.809\omega^{10} - 2692.5006\omega^8 + 294.73561\omega^6 - 15.793609\omega^4 + .6551061\omega^2$
12	$29245.006\omega^{24} - 164764.17\omega^{22} + 404737.13\omega^{20} - 568873.46\omega^{18} + 504690.64\omega^{16} - 294093.77\omega^{14} + + 113551.91\omega^{12} - 28620.227\omega^{10} + 4524.3664\omega^8 - 416.04336\omega^6 + 19.619849\omega^4$
13	$99631.222\omega^{26} - 611431.11\omega^{24} + 1654835.3\omega^{22} - 2598964.4\omega^{20} + 2622206.9\omega^{18} - 1777408.0\omega^{16} + + 822334.86\omega^{14} - 258600.11\omega^{12} + 54024.182\omega^{10} - 7163.0900\omega^8 + 556.16592\omega^6 - 21.573054\omega^4 + + .65218476\omega^2$

3. PORÓWNANIE WŁAŚCIWOŚCI FILTRU WYPUKŁEGO O MAKSYMALNYM ASYMPTOTYCZNYM TŁUMIENIU Z FILTRAMI HALPERNA I BUTTERWORTHA

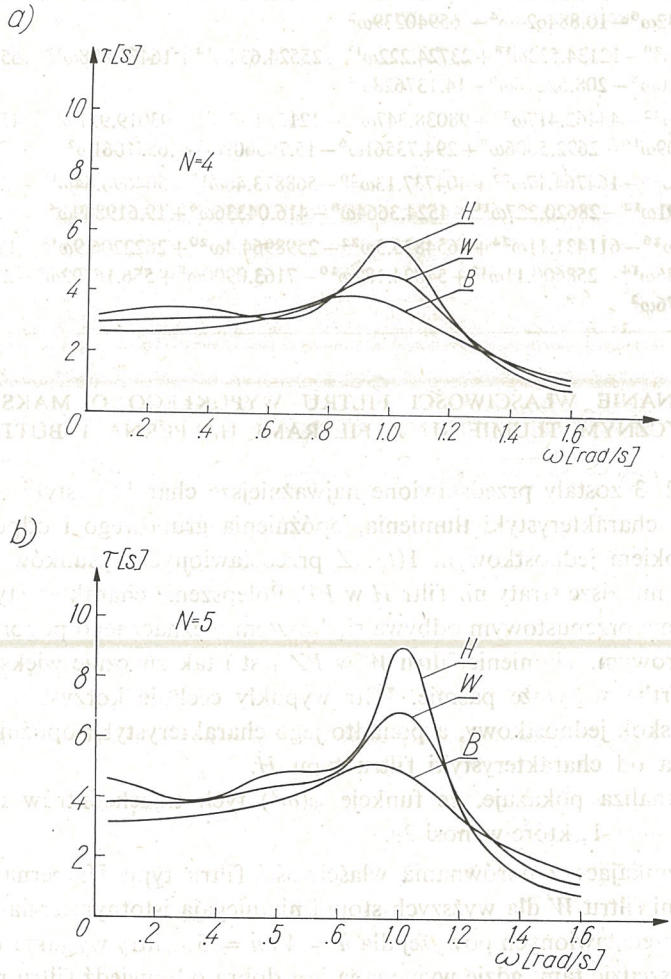
Na rys. 1, 2, 3 zostały przedstawione najważniejsze charakterystyki opisujące właściwości filtru, tj. charakterystyki tłumienia, opóźnienia grupowego i odpowiedź filtru na pobudzenie skokiem jednostkowym $1(t)$. Z przedstawionych rysunków wynika, że filtr wypukły W ma mniejsze straty niż filtr H w PP. Polepszenie charakterystyki tłumieniowej filtru W w paśmie przepustowym odbywa się kosztem nieznacznego pogorszenia tłumienia w paśmie zaporowym. Tłumienie filtru W w PZ jest i tak znacznie większe od tłumienia filtru Butterwortha w tymże paśmie. Filtr wypukły cechuje korzystna charakterystyka odpowiedzi na skok jednostkowy, a ponadto jego charakterystyka opóźnienia grupowego jest dużo lepsza od charakterystyki filtru typu H.

Dokładna analiza pokazuje, że funkcje $\psi(\omega^2)$ tych trzech filtrów mają jednakowe nachylenie przy $\omega = 1$, które wynosi $2n$.

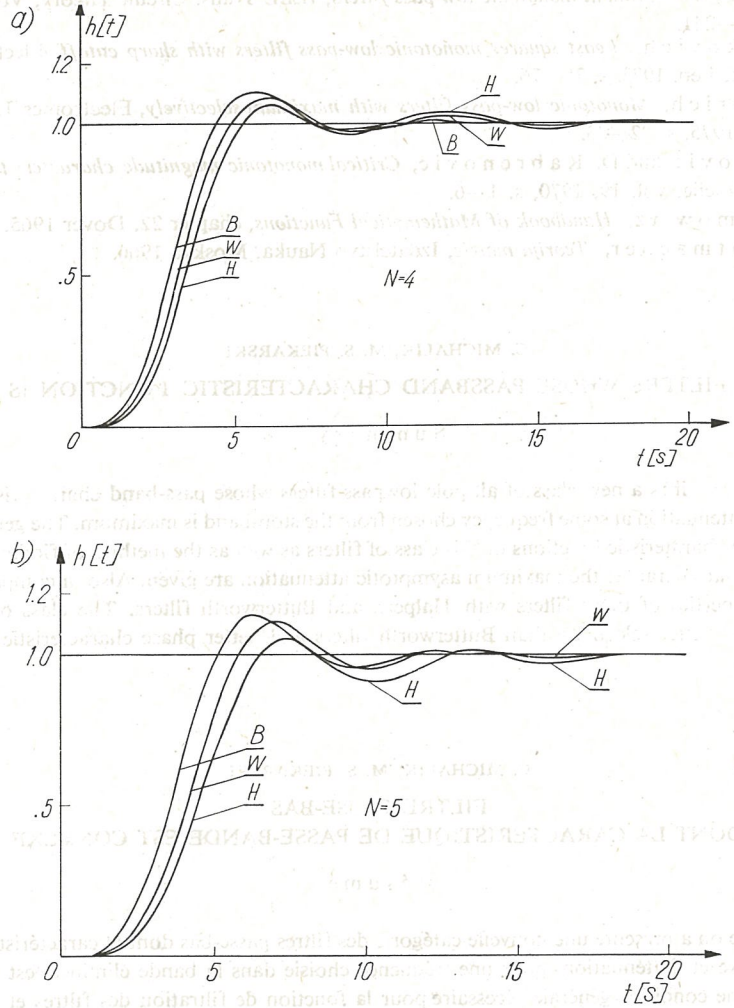
Wnioski wynikające z porównania właściwości filtru typu Halperna i Butterwortha z właściwościami filtru W dla wyższych stopni nie ulegają istotnym zmianom w stosunku do wniosków przedstawionych powyżej dla $n = 4$ i $n = 5$. Filtry wypukłe W mogą znaleźć zastosowanie wszędzie tam, gdzie wymagana jest dobra odpowiedź filtru na skok jednostkowy i niezła charakterystyka fazowa przy jednoczesnej dużej selektywności filtru.



Rys. 1. Charakterystyka tłumienia: a) stopień filtru $N = 4$, b) stopień filtru $N = 5$



Rys. 2. Charakterystyka grupowego opóźnienia: a) stopień filtru $N = 4$, b) stopień filtru $N = 5$



Rys. 3. Odpowiedź filtru na pobudzenie skokiem jednostkowym $1(t)$: a) stopień filtru $N = 4$, b) stopień filtru $N = 5$

B — filtr Butterwortha, H — filtr Halperna, W — filtr opisywany w pracy

LITERATURA

1. A. Papoulis, *Optimum filters with monotonic response*, Proceedings of the IRE, vol. 46, March 1958, s. 606—609.
2. A. Papoulis, *On monotonic response filters*, Proceedings of the IRE, vol. 47, Feb. 1959, s. 332—333.
3. A. Papoulis, *A new class of filters*, National IRE Convention Record, pt. 2, 1958, s. 42—47.
4. M. Fukada, *Optimum filters of even orders with monotonic response*, IRE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-6, Sept. 1959, s. 277—281.
5. Y. H. Ku and M. Drubin, *Network synthesis using Legendre and Hermite polynomials*, J. Franklin Inst., Vol. 273, Feb. 1962, s. 138—157.

6. H. Halpern, *Optimum monotonic low-pass filters*, IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-16, May 1969, s. 240—241.
7. B. D. Rakovich, *Least squares monotonic low-pass filters with sharp cutoff*, Electronics Letters, Vol. 9, No 4, Feb. 1973, s. 75—76.
8. B. M. Djurich, *Monotonic low-pass filters with maximum selectively*, Electronics Letters, Vol. 11, No 4, Feb. 1975, s. 82—83.
9. V. Jovanovic and D. Rabrenovic, *Critical monotonic magnitude characteristic* (in Serbian), Telekomunikacije, vol. 19, 1970, s. 1—6.
10. M. Abramowitz, *Handbook of Mathematical Functions*, chapter 22, Dover 1965.
11. F. R. Gantmacher, *Teorija matric*, Izdatelstvo Nauka, Moskva 1966.

C. MICHALIK, M. S. PIEKARSKI

LOW-PASS FILTERS WHOSE PASSBAND CHARACTERISTIC FUNCTION IS CONVEX

Summary

This paper describes a new class of all-pole lowpass filters whose pass-band characteristic function is convex and the attenuation at some frequency chosen from the stop-band is maximum. The general necessary condition for the charateristic functions of this class of filters as well as the method of finding the characteristic functions that guarantee the maximum asymptotic attenuation are given. Also, a comparison is made between the properties of those filters with Halpern and Butterworth filters. The class of filters under consideration has better selectivity than Butterworth filters and better phase characteristic than Halpern filters.

C. MICHALIK, M. S. PIEKARSKI

FILTRE PASSE-BAS DONT LA CARACTÉRISTIQUE DE PASSE-BANDE EST CONVEXE

Résumé

Dans l'étude on a présenté une nouvelle catégorie des filtres passe-bas dont la caractéristique de passe-bande est convexe et l'atténuation, pour une fréquence choisie dans la bande éliminée, est maximale. On a donné aussi une condition générale nécessaire pour la fonction de filtration des filtres et on a défini la méthode de déterminer cette fonction lorsque pour critère d'approximation on prend une atténuation maximale asymptotique.

La comparaison des propriétés des filtres ci-dessus proposés avec des filtres de Butterworth et de Halpern montre que ces filtres ont une meilleure sélectivité que les filtres de Butterworth et une meilleure caractéristique de phase que les filtres de Halpern.

C. MICHALIK, M. S. PIEKARSKI

TIEFPASSFILTER MIT KONVEXER DÄMPFUNGSCHARAKTERISTIK IM DURCHLASSBEREICH UND MIT MAXIMALER ASYMPTOTISCHER DÄMPFUNG

Zusammenfassung

Es wurde eine neue Filterklasse mit konvexer Dämpfungscharakteristik im Durchlassbereich mit Nullstellen der Übertragungs-funktion im Unendlichen und mit maximaler Dämpfung bei einer im Sperrbereich ausgewählten Frequenz dargestellt. Man hat eine allgemeine Notwendingkeitsbedingung für

die Übertragungsfunktion solcher Filter und auch eine Bestimmungsmethode solcher Übertragungsfunktion dargestellt und zwar im Falle, wenn als Aproximations-kriterium eine maximale asymptotische Dämpfung angenommen wird. Man hat auch die Eigenschaften eines Filters mit konvexer Dämpfungscharakteristik im Durchlassbereich mit den Eigenschaften eines Butterworth- und Halpernfilters verglichen. Solche Filter zeichnen sich durch bessere Selektivität als Butterworthfilter und bessere Phasencharakteristik als Halpernfilter aus.

Ч. МИХАЛИК, М. С. ПЕКАРСКИ

ФИЛЬТР НИЖНИХ ЧАСТОТ С ВЫПУКЛОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ В ПРОПУСКНОМ ДИАПАЗОНЕ И МАКСИМАЛЬНЫМ АССИМПТОТИЧЕСКИМ ЗАТУХАНИЕМ

Р е з ю м е

Представлен новый класс полиномиальных нижнечастотных фильтров с выпуклой характеристикой затухания в полосе пропускания и максимальным затуханием при избранной частоте в полосе задерживания. Доказано некоторые общее необходимое условие для функции фильтрации этих фильтров. Представлен метод определения этой функции при принятии в качестве критерия аппроксимации максимального ассимптотического затухания. Сравнены тоже свойства фильтра с выпуклой характеристикой затухания и с максимальным ассимптотическим затуханием со свойствами фильтров Баттерворта и Галперна. Селективность таких фильтров лучша чем фильтров Баттерворта и одновременно фазовая характеристика лучше чем фильтров Галперна.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 525—540

621.395.3

Metodologia wstępnego szacowania liczby central telefonicznych w sieciach wielocentralowych typu miejskiego

TADEUSZ NOWICKI (WARSZAWA), WIESŁAW STAŃCZAK (WARSZAWA)

Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk

Otrzymano 15.1.1979

Artykuł jest poświęcony zagadnieniu określania liczby central telefonicznych w sieci typu miejskiego. Jest to jedno z szeregu ważnych zagadnień rozważanych w trakcie projektowania sieci telefonicznej. Autorzy omawiają ogólne aspekty projektowania sieci telefonicznej. Potem formułują podstawowe założenia i ograniczenia zadania. Na ich podstawie charakteryzują ogólny model zagadnienia. Rozpatrzenie struktury kosztów i przyjmowanej geometrii prowadzi do wyodrębnienia czterech modeli szczegółowych. Są one sprowadzane do układu dwóch równań z dwoma niewiadomymi. Ich rozwiązanie daje szukaną liczbę central w sieci.

1. WSTĘP

Trudno jest sobie wyobrazić sprawne administrowanie i operatywne sterowanie procesami zachodzącymi we współczesnym państwie o nowoczesnej gospodarce bez wykorzystania sieci telekomunikacyjnej. Wszelkie rodzaje telekomunikacji z teleinformatyką traktowaną jako jej najnowocześniejsza gałąź, zaspokajają dążenie do komunikowania się na odległość.

Bez obawy popełnienia błędu można stwierdzić, że telekomunikacja stymuluje rozwój gospodarczy kraju. Zachodzi też proces odwrotny. Rozwój gospodarczy państwa powoduje wzrost potrzeb na różnego rodzaju usługi telekomunikacyjne. Ścisły dowód tej tezy przeprowadzony na gruncie teorii przepływów międzygałęziowych (*input-output analysis*) można znaleźć w jednej z prac Dudzińskiego [3]. Z wymienionych wyżej względów daje się odczuć potrzeba ciągłej rozbudowy i modernizacji sieci łączności.

W obecnej chwili sieć telefoniczna jest dominującym pod względem ilościowym składnikiem sieci telekomunikacyjnej. Należy przewidywać, że ten stan rzeczy trwać będzie jeszcze bardzo długo. Sąd ten jest oparty na obserwacji niemalejącej dynamiki rozwoju sieci telefonicznej, której metodologia projektowania jest zagadnieniem ważnym z punktu widzenia praktyki.

Obecnie prace idą w dwóch kierunkach. Jeden z nich, popularnie zwany programowaniem rozwoju sieci, ma na celu uwidocznienie dynamizmów zachodzących w trakcie rozbudowy instalacji. Drugi nurt zajmuje się projektowaniem sieci dla ustalonej chwili czasu. Można go nazwać podejściem statycznym.

Dobry projekt zapewnia możliwie najmniejszy koszt całej instalacji. Muszą być ponadto spełnione wszystkie ograniczenia wynikające z konieczności zaspokojenia zapotrzebowania na usługi łączności. Trzeba tu także pamiętać o stworzeniu odpowiednich warunków technicznych niezbędnych dla prawidłowego funkcjonowania instalacji. Są to trzy główne aspekty brane pod uwagę w trakcie planowania sieci telefonicznej [5, 6, 10].

Jednym z podstawowych składników sieci telefonicznej jest sieć typu miejskiego. W chwili obecnej metodologia projektowania sieci strefowej polega na rozbiciu postępowania na kilka etapów. W jednym z nich wyznacza się liczbę central telefonicznych pracujących w tej sieci. Sposoby określania tego parametru są właśnie tematem tej pracy.

Prezentowane tu wyniki są oparte na nowo wprowadzonym modelu zagadnienia. Stanowi on udoskonalenie opisów, które doprowadziły do otrzymania dwóch równań omawianych w poprzedniej pracy autorów [6]. Wszystkie, wspomniane tu modele powstały w wyniku wieloletniej współpracy z Instytutem Łączności w Miedzeszynie. Z tego względu autorzy składają podziękowania pracownikom tej placówki za konstruktywne uwagi wypowiadane w trakcie wielokrotnych dyskusji.

2. OGÓLNE UWAGI O METODOLOGII PROJEKTOWANIA SIECI

Jak już o tym wspomniano w poprzednim rozdziale, postępowanie prowadzące do otrzymania projektu statycznego wielocentralowej sieci typu miejskiego składa się z kilku części. Fakt, że w skład takiej sieci wchodzi duża ilość współpracujących ze sobą elementów, jest przyczyną, iż optymalizacji dokonuje się w kilku krokach. Działanie sieci ma charakter złożony. Wiąże się to z dwoma czynnikami. O pierwszym z nich stanowi przypadkowość występowania kolejnych zgłoszeń abonentów. Ich najlepsza realizacja jest zadaniem stojącym przed siecią. Drugi czynnik stanowi duża ilość różnego rodzaju sprzężeń zwrotnych zachodzących między poszczególnymi blokami funkcyjnymi instalacji. Ich występowanie warunkuje prawidłowe działanie sieci. Ponieważ, dodatkowo, sieć telefoniczna ma jeden cel funkcjonowania, to można ją uważać za typowy przykład wielkiego systemu. Jak wiadomo, dokładne opisanie działania i optymalizacja wielkiego systemu zazwyczaj nie są możliwe w ramach jednego modelu.

Wymieni się teraz główne etapy postępowania. Omawianą metodę pierwszy zaproponował Y. Rapp [8]. W pierwszym etapie procedury optymalizacyjnej szacuje się liczbę central koniecznych dla sprawnego funkcjonowania sieci. Metodologia postępowania w tym przypadku jest właśnie tematem artykułu. W drugim etapie dokonuje się wstępnego umiejscowienia w terenie urządzeń komutacyjnych. W trzecim określa się obszary obsługi poszczególnych central. Inaczej mówiąc, rejonizuje się sieci miejscowe. Czwarty etap ma na celu ponowne wyznaczenie położenia centrów komutacyjnych. Jego wnikliwą analizę umieszczono w poprzedniej pracy autorów [6]. W piątym etapie oblicza się koszt sieci i porównuje z ewentualnymi, poprzednio uzyskanymi wynikami. Etapy o numerach od trzeciego do piątego składają się na jedną pętlę iteracji. Pętle wykonywane są wielokrotnie. Dzieje się tak dopóty, dopóki kilka kolejnych rozwiązań nie będzie się charakteryzowało podobnym kosztem. Wówczas postępowanie przerywa się, uważając uzyskane tą drogą rozwiązanie za optymalne.

Praktyka wykazuje [1, 2, 7, 8, 9], że opisana metodologia projektowania sieci wielocentralowej daje dobre rezultaty. Co prawda, można się spotkać z uwagami, że postępowanie w trakcie wykonywania niektórych etapów jest jeszcze niezbyt dobrze opracowane [2]. Dokładniejsze omówienie tych zagadnień autorzy umieścili w swej poprzedniej pracy [6].

Obecnie przystąpi się do opisania metodologii postępowania w trakcie wykonywania pierwszego etapu.

3. OPIS ZAGADNIENIA

Koszt K_s budowy sieci wielocentralowej można obliczyć posługując się zależnością [4, 5, 6, 8, 10]

$$K_s = K_c + K_a + K_M, \tag{1}$$

przy czym:

K_c — nakłady poniesione na instalację i wyposażenie central,

K_a — koszt linii łączących abonentów z właściwymi dla nich centrami komutacyjnymi,

K_M — nakłady związane z budową i wyposażeniem sieci międzycentralowej.

W pracy [6] wykazano, że nawet w przypadku przyjęcia bardzo przybliżonego modelu zagadnienia każdy z trzech członów prawej strony równości (1) jest uzależniony od liczby central telefonicznych pracujących w sieci. Liczbę tę, w dalszym tekście, oznaczać się będzie literą t. Oczywiście, że zachodzą i inne uwarunkowania. Są one jednakże rozpatrywane w dalszych etapach procedury optymalizacyjnej omówionej w poprzednim rozdziale [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. W niniejszej pracy będzie się dążyć do rozwiązania zagadnienia

$$K_s = K_s(t) \to \min, \tag{2}$$

przy pewnych, omówionych dalej, ograniczeniach. Warto zauważyć, że pisząc $K_s(t)$ miało się na celu wyraźne podkreślenie faktu, że jedyną zmienną wyznaczoną z modelu stanowi ilość central t. Ograniczenia zadania zapisanego za pomocą wzoru (2) wynikają z warunków koniecznych dla sprawnego technicznie funkcjonowania sieci. Dane wyjściowe stanowi znajomość obszaru obsługiwanego przez sieć wielocentralową, liczba jej abonentów oraz koszty. Strukturze kosztów poświęcono jeden z następnych rozdziałów pracy.

Głównymi ograniczeniami warunkującymi technicznie sprawne funkcjonowanie sieci wielocentralowej są stopień jakości obsługi oraz jakość transmisji. Pierwszy parametr uwzględni się w wyprowadzonym modelu uzależniając koszty połączeń od natężenia przepływającego przez nie ruchu w Godzinie Największego Ruchu. Drugi czynnik znajdzie odzwierciedlenie w odpowiednim doborze kosztów poszczególnych urządzeń pracujących w sieci. Tak więc, z formalnego punktu widzenia otrzyma się zadanie przedstawione w postaci wzoru (2), przy czym w zagadnieniu ograniczenia nie będą występowały w sposób jawny.

4. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA MODELU

Rozdział ten poświęci się omówieniu podstawowych założeń wyprowadzanego modelu. Ich wnikliwa analiza pozwoli na przeformułowanie zagadnienia. Uczyni się to na końcu bieżącego rozdziału. Dalsze, dodatkowe i bardziej szczegółowe założenia zostały umieszczone w kolejnych częściach pracy.

Jak już zauważono poprzednio, przystępując do projektowania sieci wielocentralowej należy znać przede wszystkim dwa parametry. Pierwszym z nich jest obszar geometryczny G zajmowany przez strefę. Drugi stanowi liczba przyszłych abonentów sieci. Oznaczy się ją literą N. Model najwygodniej jest wyprowadzać w oparciu o założenie, że obszar obsługiwany przez sieć ma kształt prostokąta. W praktyce nie jest to nigdy spełnione. Zanurzy się więc figurę geometryczną G w prostokącie P. Innymi słowy, traktując zarówno P jak i G jako zbiory punktów, zażąda się spełnienia następującej relacji teoriomnogościowej

$$G \cap P = G. \tag{3}$$

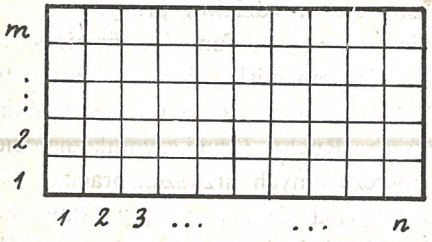
Oczywiście, najlepiej jest dobrać taki prostokąt P, aby jego pole powierzchni S było bliskie polu powierzchni figury G. Zapewni to większą dokładność wyprowadzanego modelu. Dalsze rozważania prowadzić się będzie uwzględniając jedynie prostokąt P. Stanowi to pierwsze przybliżenie wprowadzane do modelu.

Z kolei zakłada się, że wszyscy abonenci są równomiernie rozmieszczeni w prostokącie P. Jest to drugie przybliżenie. Oczywiście, założenie to dotyczy tylko pierwszego, rozpatrywanego w tym artykule, etapu tworzenia statycznego projektu sieci wielocentralowej. W dalszych krokach [1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10] uwzględnia się rzeczywisty rozkład abonentów.

Trzecie założenie mówi, że nie bierze się pod uwagę rzeczywistej długości połączeń. Wielkość tę zastępuje się odległością geometryczną. Mogą tu zajść dwa przypadki. Uwzględniając geometrię euklidesową, długość połączenia między punktami $\langle x_1, y_1 \rangle$ i $\langle x_2, y_2 \rangle$ jest dana przez wartość wyrażenia

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}. \tag{4}$$

Powyższy wzór znajduje zastosowanie przy opisie terenów słabo zabudowanych, na przykład o charakterze wiejskim [4, 6, 10]. Ponadto, możliwe jest użycie i innej miary odległości. Nosi ona nazwę metryki miejskiej lub taksówkowej. Stanowi ona dobre przybliżenie odległości w terenie silnie zurbanizowanym [1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Przykładem



Rys. 1. Podział na kwadraty prostokąta przedstawiającego obszar obsługiwany przez sieć

takiego obszaru może być nowoczesne miasto o regularnym, prostokątnym planie ulic. W metryce miejskiej odległość między wspomnianymi uprzednio punktami wyniesie

$$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|. \tag{5}$$

Czwarte założnie głosi, że obszar obsługi każdej z central ma kształt takiego samego prostokąta. Wszystkie wspomniane prostokąty nie zachodzą na siebie i w sumie wypełniają figurę P. Jest to następne uproszczenie wprowadzone do modelu. Przykład omawianej sytuacji przedstawiono na rysunku 1.

Przypuszcza się, że jeden z boków prostokąta P zawiera n boków prostokątów stanowiących obszary obsługi, drugi zaś, odpowiednio, m. Zachodzi oczywista zależność:

$$mn = t. \tag{6}$$

Pozwala ona na formalne zastąpienie modelu jednoparametrowego przedstawionego za pomocą wzoru (2) modelem dwuparametrowym. Teraz, rozpatrywane zagadnienie przybierze postać

$$K_s = K_s(m, n) \to \min. \tag{7}$$

W dalszej części pracy rozpatrywać się będzie właśnie to ostatnie zagadnienie. Stanowi to istotną różnicę w stosunku do modeli prezentowanych w [4, 6, 8]. Odmienność nie ma tu tylko charakteru formalnego. Takie postawienie zadania pozwoli na uzyskanie dokładniejszego opisu zagadnienia. W rezultacie, otrzymane wyniki będą bardziej użyteczne w praktyce. Co prawda kosztem, którym trzeba zapłacić za tę modyfikację, będzie tu większa złożoność algorytmu obliczeniowego. Jednakże, w ocenie autorów, procedura obliczeniowa nie będzie jeszcze zbyt złożona.

5. STRUKTURA KOSZTÓW

W modelu wyróżni się trzy rodzaje kosztów. Pierwszy z nich odnosi się do samych central. Drugi rodzaj kosztów dotyczy połączeń między centralą a właściwym do niej abonentem. Trzeci związany jest z siecią połączeń międzycentralowych [7].

Można uważać, że w skład kosztów odnoszących się do centrów komutacyjnych wchodzą dwa człony. Jeden z nich reprezentuje nakłady związane z koniecznością odkupienia lub wzniesienia budynku przeznaczonego na pomieszczenie sprzętu wchodzącego w skład wyposażenia centrali. Z dobrym przybliżeniem można wnosić, że jest on stały. Drugi człon nazwie się kosztem własnym centrali. Odnosi się on do montażu wyposażenia i samego wyposażenia centrali. W pierwszym przybliżeniu można zakładać, że rośnie on w sposób liniowy wraz ze zwiększaniem się natężenia ruchu obsługiwanego przez rozpatrywane centrum komutacyjne. Na marginesie warto zauważyć, że w pracach [1, 2, 6, 8, 9] i ten rodzaj nakładów był rozpatrywany jako stały. Wobec tego koszt K_{ci} związany z i-tą centralą, $i = 1, 2, \ldots, t$ da się przybliżyć przez wyrażenie

$$K_{ci} = K_{1i}A_i + K_{2i}, \tag{8}$$

gdzie:

A_i — natężenie ruchu obsługiwanego w Godzinie Największego Ruchu przez i-tą centralę, $i = 1, 2, \ldots, t$,

K_{1i}, K_{2i} — stałe dla i-tej centrali, $i = 1, 2, \ldots, t$.

Odnośnie kosztów związanych z przyłączeniem abonenta do centrali będzie się zakładać, że zależą one jedynie od długości łącza. Współczynnik proporcjonalności oznaczy się symbolem b_a.

Pozostał jeszcze do omówienia trzeci rodzaj kosztów. Związany jest on z siecią połączeń międzycentralowych. Zależy on nie tylko od długości połączenia l, ale także od ilości łączy z w rozpatrywanej wiązce. Można napisać, że wysokość nakładów związanych

z budową bezpośredniego połączenia między dwoma centralami wynosi [7, 8]

$$b_1 z+(b_2 z+b_3)l, \tag{9}$$

przy czym: b_1, b_2, b_3 — stałe.

Wartość parametru z zależy od natężenia ruchu przenoszonego przez wiązkę w Godzinie Największego Ruchu i od przyjmowanego stopnia jakości obsługi. Do jego oszacowania może posłużyć wiele zależności. W tej pracy użyje się możliwie najprostszego wzoru [4, 6, 7, 8]

$$z = \gamma A+\beta, \tag{10}$$

gdzie:

A — natężenie ruchu podawanego na wiązkę w Godzinie Największego Ruchu,

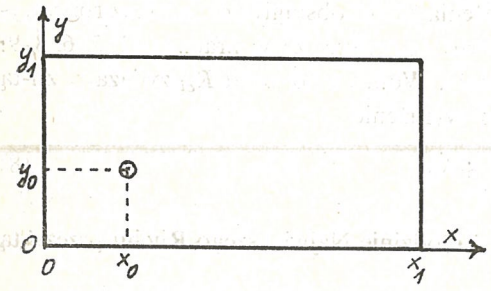
γ, β — stałe współczynniki.

Wobec tego, ostateczna wersja wzoru opisującego wysokość nakładów ponoszonych w związku z instalowaniem pojedynczego połączenia międzycentralowego będzie następująca

$$(b_1+b_2 l)(\gamma A+\beta)+b_3 l. \tag{11}$$

6. KOSZT SIECI MIEJSCOWEJ K_a

Zgodnie z założeniami wprowadzonymi w rozdziale 4 obszar obsługiwany przez pojedynczą centralę, zwany inaczej obszarem sieci miejscowej, ma charakter prostokąta. Abonenci są w nim rozmieszczeni w sposób równomierny. Wobec tego centrala jest umiejscowiona w środku geometrycznym tego prostokąta. Przyjmie się, że boki omawianej figury mają długość, odpowiednio, x_1, y_1. Na wstępie rozpatrzy się nieco ogólniejszy problem. Jego rozwiązanie zostanie także wykorzystane w rozdziale 7. Założy się, że centrum komutacyjne umieszczone jest w punkcie o współrzędnych $\langle x_0, y_0\rangle$, $0 \leqslant x_0 \leqslant x_1$, $0 \leqslant y_0 \leqslant y_1$.



Rys. 2. Usytuowanie głównego centrum komutacyjnego

Rozpatrywaną sytuację pokazano schematycznie na rysunku 2. Średnią długość połączeń l, w przypadku przyjęcia metryki taksówkowej, można obliczyć korzystając z zależności

$$\bar{l} = \frac{1}{x_1 y_1}\int_0^{y_1}\int_0^{x_1}(|x-x_0|+|y-y_0|)\,dx\,dy. \tag{12}$$

Po wykonaniu operacji całkowania i po przeprowadzeniu przekształceń natury algebraicznej otrzyma się

$$\bar{l} = \frac{x_1^2 - 2x_0x_1 + 2x_0^2}{2x_1} + \frac{y_1^2 - 2y_0y_1 + 2y_0^2}{2y_1}. \tag{13}$$

Wobec tego, gdy centrala umiejscowiona jest w środku geometrycznym, to

$$\bar{l} = \frac{x_1 + y_1}{4}. \tag{14}$$

Wprowadza się teraz nowe oznaczenia. Długość boku prostokąta P podzieloną na n części zapisze się za pomocą symbolu a_n. Analogicznie, przez a_m oznaczy się długość drugiego boku. Stosunek

$$k = \frac{a_m}{a_n} \tag{15}$$

nazwie się współczynnikiem kształtu. Jest on niezmiennikiem rozpatrywanego zagadnienia. Teraz można napisać:

$$\bar{l} = \frac{\sqrt{S}}{4} \frac{\frac{m}{\sqrt{k}} + n\sqrt{k}}{mn}, \tag{16}$$

przy czym przyjęto, iż $nx_1 = a_n$, $my_1 = a_m$. Wobec tego, koszt sieci miejscowej, w przypadku mierzenia odległości zgodnie ze wzorem (5), wyniesie

$$K_a = \frac{Nb_a\sqrt{S}}{4nm}\left(\frac{m}{\sqrt{k}} + n\sqrt{k}\right). \tag{17}$$

W przypadku przyjęcia za obowiązującą geometrii euklidesowej średnia długość połączenia dana jest wzorem

$$\bar{l} = \frac{1}{x_1y_1}\int_0^{y_1}\int_0^{x_1}\sqrt{\left(x - \frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{y_1}{2}\right)^2}\,dx\,dy. \tag{18}$$

Po wykonaniu wszystkich operacji, wzór (18) przekształca się do postaci

$$\bar{l} = \frac{1}{6}\left\{\sqrt{x_1^2+y_1^2} + \frac{1}{4}\left[\frac{x_1^2}{y_1}\ln\left(\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2}+y_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}-y_1}\right) + \frac{y_1^2}{x_1}\ln\left(\frac{\sqrt{x_1^2+y_1^2}+x_1}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}-x_1}\right)\right]\right\}. \tag{19}$$

Po skorzystaniu z zależności (15) można więc podać następujący wzór na obliczanie kosztów związanych z siecią miejscową

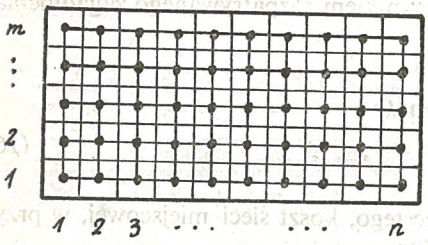
$$K_a = \frac{Nb_a\sqrt{S}}{6mn}\left\{\sqrt{\frac{m^2}{k}+kn^2} + \frac{1}{4}\left[\frac{m^2}{nk\sqrt{k}}\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{m^2}{k}+kn^2}+n\sqrt{k}}{\sqrt{\frac{m^2}{k}+kn^2}-n\sqrt{k}}\right)+\right.\right.$$

$$+\frac{n^2k\sqrt{k}}{m}\ln\left(\frac{\sqrt{\frac{m^2}{k}+kn^2}+\frac{m}{\sqrt{k}}}{\sqrt{\frac{m^2}{k}+kn^2}-\frac{m}{\sqrt{k}}}\right)\Bigg]\Bigg\}. \tag{20}$$

Jest rzeczą oczywistą, że odnosi się on do miary długości wyrażonej za pomocą wzoru (4).

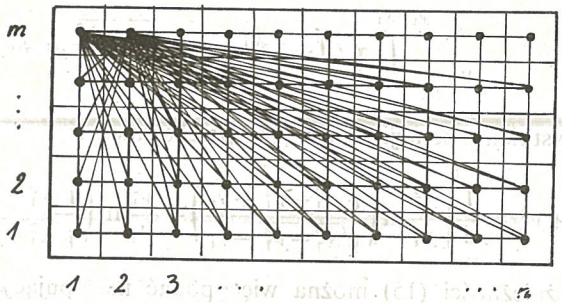
7. KOSZT SIECI POŁĄCZEŃ MIĘDZYCENTRALOWYCH O STRUKTURZE WIELOBOCZNEJ

Wprowadzi się tu dodatkowe założenie mówiące, że połączenia międzycentralowe przebiegają równolegle do boków prostokąta P. Rozpatrywaną sytuację w sposób schematyczny pokazano na rysunku 3. To ostatnie założenie nie jest podyktowane li tylko wygodą obliczeniową. Otóż taki sposób łączenia ułatwia alternatywne sterowanie przepływem



Rys. 3. Schemat połączeń międzycentralowych w sieci

strumienia ruchu i jednocześnie pozwala na wyrównanie obciążeń poszczególnych wiązek w rozpatrywanej sieci. Zachodzi tu, jak łatwo zauważyć, zlewanie się poszczególnych, cząstkowych strumieni ruchu w większe przepływy. Jak wiadomo, stwarza to możliwość lepszego wykorzystania łączy w wiązkach. Efekt ten występowałby w dużo mniejszym stopniu, gdyby założyć geometrię euklidesową. Łatwo to zauważyć, rozpatrując kolejny



Rys. 4. Schemat niektórych połączeń międzycentralowych biegnących po najkrótszej drodze

rysunek o numerze 4. Przedstawiono na nim schemat połączeń w rozważanej sieci, przy założeniu, że biegną one po najkrótszej drodze. Ponadto, rozpatrując rysunki 3 i 4 można spostrzec, że w przypadku połączeń biegnących jedynie równolegle do boków prostokąta P zmniejsza się koszt robocizny związanej z instalowaniem poszczególnych kabli.

Zgodnie z przyjętymi założeniami, sieć połączeń międzycentralowych składa się z $(n-1)m$ odcinków biegnących równolegle do boku prostokąta P o długości a_n oraz z $(m-1)n$ odcinków równoległych do drugiego boku. A zatem łączną długość całej sieci międzycentralowej daje wartość wyrażenia

$$(n-1)m\frac{a_m}{n}+(m-1)n\frac{a_m}{m}. \tag{21}$$

Po skorzystaniu z zależności (15) wzór (21) przekształca się do postaci

$$l=\sqrt{S}\left[\left(\frac{m}{\sqrt{k}}+n\sqrt{k}\right)-\left(\frac{m}{n\sqrt{k}}+\frac{n\sqrt{k}}{m}\right)\right]. \tag{22}$$

Przejdzie się teraz do modelu ciągłego. Średnią długość drogi $\bar{l}$ między dowolnym punktem prostokąta P o współrzędnych x_0, y_0 otrzymuje się po podstawieniu do wzoru (13) a_n zamiast x_1 oraz a_m zamiast y_1

$$\bar{l}=\frac{a_n^2-2x_0a_n+2x_0^2}{2a_n}+\frac{a_m^2-2y_0a_m+2y_0^2}{2a_m}, \tag{23}$$

przy czym przyjęto, że: $0\leqslant x_0\leqslant a_n$, $0\leqslant y_0\leqslant a_m$. Wobec tego, średnia długość drogi dla dowolnie zlokalizowanego punktu w obszarze prostokąta P wyniesie

$$\bar{J}=\frac{1}{a_ma_n}\int_0^{a_m}\int_0^{a_n}\bar{l}\,dx_0\,dy_0. \tag{24}$$

Po wykonaniu operacji całkowania otrzyma się

$$\bar{J}=\frac{a_m+a_n}{3}=\frac{\sqrt{S}}{3}\left(\sqrt{k}+\frac{1}{\sqrt{k}}\right). \tag{25}$$

A zatem, średnia długość wiązek, w których wędruje ruch wygenerowany w obszarze danej centrali, wynosi $\bar{J}$. W związku z tym, dla obliczenia średniego obciążenia pojedynczej wiązki należy pomnożyć natężenie ruchu wychodzącego z pojedynczej centrali przez $\bar{J}t$, a następnie podzielić przez średnią długość połączenia w rozważanej sieci. Pierwszą z wymienionych przed chwilą wielkości, wyznaczoną w Godzinie Największego Ruchu, oznaczy się symbolem Y. Można napisać

$$Y=\frac{Nh\alpha}{t}, \tag{26}$$

przy czym:

α — średnie natężenie ruchu generowane przez jednego abonenta w Godzinie Największego Ruchu,

h — tak zwany współczynnik asymetrii centrali.

Współczynnik asymetrii centrali jest wartością odwrotności stosunku natężenia ruchu generowanego w obszarze obsługiwanym przez omawiane centrum komutacyjne do tej części natężenia wspomnianego ruchu, która jest kierowana na zewnątrz.

Liczbę wszystkich połączeń w sieci międzycentralowej daje wzór

$$(n-1)m+(m-1)n. \tag{27}$$

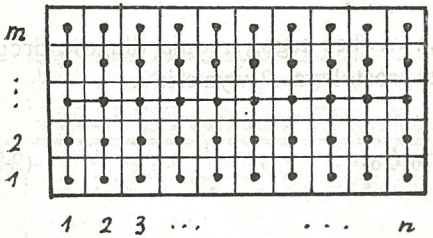
A zatem, średnią długość połączenia można otrzymać dzieląc wartość wyrażenia danego wzorem (22) przez wartość obliczoną na podstawie wzoru (27). W rezultacie otrzymuje się

$$A = \frac{Nh\alpha}{3}\left(\sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}}\right)\frac{2mn-(m+n)}{\left(\frac{m}{\sqrt{k}}+n\sqrt{k}\right)-\left(\frac{m}{n\sqrt{k}}+\frac{n\sqrt{k}}{m}\right)}. \tag{28}$$

Do obliczenia K_M należy więc skorzystać ze wzoru (11), przy czym A i l są dane, odpowiednio, zależnościami (28) i (22).

8. KOSZT SIECI POŁĄCZEŃ MIĘDZYCENTRALOWYCH O STRUKTURZE GWIAŹDZISTEJ

Na wstępie rozpatrzy się wariant zakładający geometrię taksówkową. Struktura połączeń w rozpatrywanym przypadku została przedstawiona na rysunku 5. Jeśli centrala



Rys. 5. Zakładana struktura połączeń w sieci

główna jest umiejscowiona w prostokącie o współrzędnych $\langle x, y\rangle$, to długość łączy można wyznaczyć ze wzoru

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{a_m}{m}|i-x|+\frac{a_n}{n}|j-y|\right). \tag{29}$$

Można zakładać, że główne urządzenie komutacyjne jest umieszczone blisko geometrycznego środka prostokąta P. Jeśli n jest nieparzyste, to

$$\sum_{i=1}^{n}\left|i-\frac{n+1}{2}\right| = \frac{n^2-1}{4}. \tag{30}$$

Jeśli zaś n jest liczbą parzystą, to wówczas

$$\sum_{i=1}^{n}\left|i-\frac{n}{2}\right| = \frac{n^2}{4}. \tag{31}$$

Obydwa rozpatrywane przypadki są jednakowo prawdopodobne. A zatem, do dalszych rozważań można przyjąć wartość uśrednioną, czyli

$$\frac{2n^2-1}{8}. \tag{32}$$

W takim razie

$$\bar{l} = \frac{\sqrt{S}}{8}\left(\frac{2n^2-1}{m}\sqrt{k} + \frac{2m^2-1}{n\sqrt{k}}\right). \tag{33}$$

Strukturę połączeń w wariancie zakładającym geometrię euklidesową pokazano na rysunku 6. Z tych samych powodów, o których mówiono w poprzednim rozdziale, nie zostanie ona tutaj uwzględniona.

Wielkość A można oszacować korzystając ze wzoru:

$$A = 2Y. \tag{34}$$

Koszt sieci połączeń międzycentralowych oblicza się zgodnie z wyrażeniem (11), podstawiając zamiast A i l wartości wyliczone na podstawie zależności, odpowiednio, (34) i (33).

9. KOSZT URZĄDZEŃ KOMUTACYJNYCH

Ponieważ założono, że każda z central obsługuje tę samą ilość abonentów, to można przypuścić, że każda z nich jest tego samego typu. Wobec tego zamiast użytych uprzednio we wzorze (8) współczynników K_{1i}, K_{2i} można wprowadzić, odpowiednio, K_1 i K_2. Są one takie same dla każdej centrali. Ponadto, każde urządzenie komutacyjne w Godzinie Największego Ruchu obsługuje zgłoszenia o natężeniu

$$\frac{N\alpha}{t}, \tag{35}$$

pochodzące z jej własnego obszaru. Dochodzi do tego natężenie ruchu generowane przez abonentów z innych sieci miejscowych. Wynosi ono

$$\frac{hN\alpha}{t}. \tag{36}$$

Reasumując zatem, mamy

$$K_c = K_1(1+h)N\alpha + K_2 mn. \tag{37}$$

10. MODELE PROBLEMU

Zanim przytoczy się ostateczną postać modeli rozpatrywanego problemu wprowadzi się nowe oznaczenia. Pierwotnie użyta symbolika miała ułatwiać interpretację wyprowadzanych wzorów. Kontynuowanie zapisów za jej pomocą prowadzi jednak do zbyt długich i skomplikowanych wyrażeń. Dlatego w tym rozdziale zdecydowano się na wprowadzenie nowej symboliki:

$$B = Nhb_1\alpha\gamma,$$

$$C = \sqrt{k} + \frac{1}{\sqrt{k}},$$

$$D = \sqrt{S}(b_2\beta + b_3),$$

$$E = K_1(1+h)N\alpha + b_1\beta,$$

$$G = \frac{Nb_a\sqrt{S}}{2},$$

$$H = Nhb_2\sqrt{S}\,\alpha\gamma.$$

Powyższe wzory wprowadzają nowe stałe zagadnienia. Ponadto przyjmie się, iż:

$$\frac{m}{\sqrt{k}} = x,$$

$$n\sqrt{k} = y.$$

Oczywiście, analogicznie jak poprzednio

$$xy = t. \tag{38}$$

A zatem, problem (7) przeformułowuje się do postaci:

$$K_s(x, y) \to \min. \tag{39}$$

Zdefiniuje się też następujące funkcje:

$$F_A(x, y) = x + y - \frac{x\sqrt{k}}{y} - \frac{y}{x\sqrt{k}}, \tag{40}$$

$$F_w(x, y) = \sqrt{x^2+y^2} + \frac{1}{4}\left[\frac{x^2}{y}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y}\right) + \frac{y^2}{x}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x}\right)\right]. \tag{41}$$

Rozpatrzy się teraz sieci o gwiaździstej strukturze połączeń międzycentralowych. W przypadku przyjęcia za obowiązującą geometrii taksówkowej, całkowity koszt instalacji można oszacować korzystając ze wzoru

$$\frac{2B}{xy} + \frac{1}{8}\left(\frac{2H}{xy} + D\right)\left(\frac{2y^2-k}{kx} + \frac{2x^2k-1}{y}\right) + \frac{G}{2}\frac{x+y}{xy} + K_2xy + E. \tag{42}$$

Po obliczeniu pochodnych cząstkowych względem, odpowiednio, x i y otrzymuje się następujący układ równań:

$$\frac{1}{8}(2Hx + Dx^2y)\left(\frac{k-2y^2}{kx^2} + \frac{4kx}{y}\right) + K_2x^2y^2 - \frac{Gy}{2} - \frac{1}{4}H\left(\frac{2y^2-k}{kx} + \frac{2x^2k-1}{y}\right) = 2B, \tag{43}$$

$$\frac{1}{8}(2Hy + Dxy^2)\left(\frac{4y}{kx} + \frac{1-2x^2k}{y^2}\right) + K_2x^2y^2 - \frac{Gx}{2} - \frac{1}{4}H\left(\frac{2y^2-k}{kx} + \frac{2x^2k-1}{y}\right) = 2B. \tag{44}$$

Po jego rozwiązaniu względem x i y z zależności (38) otrzymuje się liczbę central.

W przypadku geometrii euklidesowej koszt instalacji określa wyrażenie

$$\frac{2B}{xy}+\frac{1}{8}\left(\frac{2H}{xy}+D\right)\left(\frac{2y^2-k}{kx}+\frac{2x^2k-1}{y}\right)+\frac{G}{3}\frac{F_w(x,y)}{xy}+K_2xy+E. \tag{45}$$

Po zróżniczkowaniu dostaje się układ równań:

$$\frac{1}{8}(2Hx+Dx^2y)\left(\frac{k-2y^2}{kx^2}+\frac{4kx}{y}\right)+K_2xy-\frac{G}{3}F_w(x,y)+$$

$$+\frac{Gx}{3}\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial x}-\frac{1}{4}H\left(\frac{2y^2-k}{kx}+\frac{2x^2k-1}{x}\right)=2B, \tag{46}$$

$$\frac{1}{8}(2Hy+Dxy^2)\left(\frac{4y}{kx}+\frac{1-2x^2k}{y^2}\right)+K_2xy-\frac{G}{3}F_w(x,y)+$$

$$+\frac{Gy}{3}\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial y}-\frac{1}{4}H\left(\frac{2y^2-k}{kx}+\frac{2x^2k-1}{y}\right)=2B, \tag{47}$$

przy czym, zachodzą zależności:

$$\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial x}=\frac{x}{2\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{1}{4}\left[\frac{2x}{y}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{2y^2}{x\sqrt{x^2+y^2}}-\frac{y^2}{x^2}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x}\right)\right], \tag{48}$$

$$\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial y}=\frac{y}{2\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{1}{4}\left[\frac{2y}{x}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+x}{\sqrt{x^2+y^2}-x}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{2x^2}{y\sqrt{x^2+y^2}}-\frac{x^2}{y^2}\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}+y}{\sqrt{x^2+y^2}-y}\right)\right]. \tag{49}$$

Liczbę central można oszacować ze wzoru (38) po rozwiązaniu układu równań (46) i (47) przy wykorzystaniu zależności (48) i (49).

Pozostały jeszcze do rozpatrzenia przypadki, w których sieć połączeń międzycentralowych ma strukturę wieloboku. Jeśli mierzy się odległość zgodnie ze wzorem (5), to całkowity koszt instalacji przedstawia wyrażenie

$$\frac{BC}{3}\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A(x,y)}+\frac{HC}{3}\left(2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}\right)+$$

$$+DF_A(x,y)+K_2xy+\frac{G}{2}\frac{x+y}{xy}+E. \tag{50}$$

Po zróżniczkowaniu otrzymuje się:

$$\frac{BC}{3}\left[\frac{2y-\sqrt{k}}{F_A(x,y)}-\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A^2(x,y)}\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial x}\right]+$$

$$+\frac{HC}{3}(2y-\sqrt{k})+D\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial x}+K_2y=\frac{G}{2x^2} \tag{51}$$

oraz

$$\frac{BC}{3}\left[\frac{2x-\frac{1}{\sqrt{k}}}{F_A(x,y)}-\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A^2(x,y)}\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial y}\right]+$$

$$+\frac{HC}{3}\left(2x-\frac{1}{\sqrt{k}}\right)+D\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial y}+K_2x=\frac{G}{2y^2}, \tag{52}$$

gdzie:

$$\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial x}=1-\frac{y}{x^2\sqrt{k}}+\frac{\sqrt{k}}{y}, \tag{53}$$

$$\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial y}=1-\frac{x\sqrt{k}}{y^2}+\frac{1}{x\sqrt{k}}. \tag{54}$$

Szukaną liczbę central otrzymuje się ze wzoru (38) po rozwiązaniu układu równań (51) i (52), przy uwzględnieniu zależności (53) i (54).

Wyrażenie na całkowity koszt instalacji przy przyjęciu za obowiązującą miary odległości danej wzorem (4) przybierze postać

$$\frac{BC}{3}\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A(x,y)}+\frac{HC}{3}\left(2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}\right)+$$

$$+DF_A(x,y)+K_2xy+\frac{G}{3}\frac{F_w(x,y)}{xy}+E. \tag{55}$$

Postępując analogicznie jak dotychczas otrzymuje się następujący układ równań:

$$\frac{BC}{3}\left[\frac{2y-\sqrt{k}}{F_A(x,y)}-\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A^2(x,y)}\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial x}\right]+\frac{HC}{3}\left(2y-\sqrt{k}\right)+$$

$$+D\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial x}+K_2y+\frac{G}{3xy}\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial x}=\frac{G}{3x^2y}F_w(x,y), \tag{56}$$

$$\frac{BC}{3}\left[\frac{2x-\frac{1}{\sqrt{k}}}{F_A(x,y)}-\frac{2xy-x\sqrt{k}-\frac{y}{\sqrt{k}}}{F_A^2(x,y)}\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial y}\right]+\frac{HC}{3}\left(2x-\frac{1}{\sqrt{k}}\right)+$$

$$+D\frac{\partial F_A(x,y)}{\partial y}+K_2x+\frac{G}{3xy}\frac{\partial F_w(x,y)}{\partial y}\frac{G}{3xy^2}F_w(x,y), \tag{57}$$

przy czym pochodne cząstkowe dane są wzorami, odpowiednio, (48), (49), (53) i (54). Z układu równań (56) i (57) należy wyznaczyć x i y. Następnie, ze wzoru (38) wylicza się t.

11. PODSUMOWANIE

Rozważane w tym artykule zagadnienie dotyczące szacowania liczby central telefonicznych w sieci wielocentralowej typu miejskiego jest problemem bardzo istotnym przy projektowaniu sieci łączności. Dlatego też dąży się do wyprowadzenia coraz lepszych opisów problemu i podania narzędzi pozwalających na ich rozwiązanie. Świadectwem tego jest chociażby duża liczba publikacji poświęconych temu tematowi. Niektóre z nich przedstawiono w spisie literatury. Zdaniem autorów zaproponowana tu nowa metoda rozwiązywania tego zadania nadaje się, po zaprogramowaniu na maszynę cyfrową, do wykorzystania w praktyce.

LITERATURA

1. M. Anderberg, T. Fried, A. Rudberg, *Optimization of Exchange Locations and Boundaries in Local Telephone Networks*, materiały 7th ITC, 1973, Doc. 427.
2. G. Bretschneider, E. Goldbrunner, *Ein Beitrag zur Bestimmung der wirtschaftlich optimalen Lage von Ortsvermittlungsstelen mit Hilfe von Datenverarbeitungsanlangen*, NTZ, nr 8, 1966.
3. Z. Dudziński, *Współzależność między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej*, Prace Instytutu Łączności, nr 4, 1965.
4. W. Majewski, *Telefoniczne sieci miejscowe i okręgowe. Podstawy teoretyczne*, WKiŁ, Warszawa 1964.
5. T. Nowicki, W. Stańczak, *O optymalnym umiejscowieniu odosobnionej telefonicznej centrali miejskiej*, Prace IOiK, z. 15, 1975.
6. T. Nowicki, W. Stańczak, *Wybrane aspekty optymalizacji konfiguracji telefonicznej sieci strefowej*, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 1, 1977.
7. Y. Rapp, *The Economic Optimum in Urban Telephone Network Problems*, Ericsson Technics, nr 49, 1950.
8. Y. Rapp, *Planning of Exchange Networks*, Ericsson Technics, nr 2, 1962.
9. M. E. de Salamanca, J. Zulueta, *Computer Aids to Network Planning in Urban Areas*, Electrical Communication ITT, nr 3, 1971.
10. F. Seredyński, W. Stańczak, *O optymalnej alokacji odosobnionej, wiejskiej centrali telefonicznej*, Prace IOiK, z. 1, 1974.

T. NOWICKI, W. STAŃCZAK

METHODOLOGY FOR PRELIMINARY ESTIMATION OF NUMBER OF TELEPHONE EXCHANGES IN URBAN MULTIEXCHANGE NETWORK

Summary

The paper is devoted to the determination of the number of telephone exchanges in an urban network. This is one of important questions considered while designing a telephone network. The authors describe the general aspects of a telephone network design. Further, they formulated basic assumptions and bounds of the problem considered. According to these assumptions the general model of the problem was characterized. The examination of cost structures and of the assumed geometry led to four particular models. These models were reformulated to a system of two equations with two unknown variables. Their solution gives us the needed number of exchanges in a network.

T. NOWICKI, W. STAŃCZAK

METODOLOGIE D'ESTIMATION PRÉLIMINAIRE DU NOMBRE DE CENTRAUX TÉLÉPHONIQUES DANS LES RÉSEAUX À NOMBREUX CENTRAUX DU TYPE URBAIN

Résumé

L'article est consacré au problème de la détermination du nombre de centraux téléphoniques dans le réseau du typee urbain. Cela constitue un des problèmes importans délibérés lors de l'établissement du projet du réseau téléphonique. Les auteurs présentent les aspects généraux d'un tel projet. Ensuite ils formulent des principes fondamentaux et des restrictions et ce n'est que sur cette base qu'ils caractérisent le modèle général du problème. L'examen de la structure des coûts et de la géometrie admise aboutit à distinguer quatre modèles détaillés qui sont réprésentés sous forme de deux équations à deux inconnues. La résolution de ces équations définit le nombre cherché de centraux du réseau.

T. NOWICKI, W. STAŃCZAK

METHODOLOGIE DER VOREINSCHÄTZUNG DER ZAHL DER TELEFONZENTRALEN IM NETZ MIT MEHREREN ZENTRALEN STÄDTISCHEN TYPS

Zusammenfassung

Der Artikel behandelt das Problem der Bestimmung der Zahl der Telefonzentralen im Netz städtischen Typs. Dies ist ein der zahlreichen wichtigen Probleme, die während des Projektierens eines Telefonnetzes erwogen werden müssen. Die Autoren des Artikels erörtern die allgemeinen Aspekte des Projektierens von Telefonnetzen. In Anlehnung daran charakterisieren sie das allgemeine Modell für dieses Problem. Die Erwägungen hinsichtlich der Kostenstruktur und die vorausgesetzte Geometrie führen zur Aussonderung von 4 Einzelmodellen. Sie werden in der Form von 2 Gleichungen mit 2 Unbekannten ausgelegt. Die Lösung dieser Gleichungen ergibt die gesuchte Zahl der Telefonzentralen im Netz.

Т. НОВИЦКИ, В. СТАНЬЧАК

МЕТОДОЛОГИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ ТЕЛЕФОННЫХ СТАНЦИЙ В ГОРОДСКОЙ СЕТИ

Резюме

Статья посвящена вопросу определения числа телефонных станций в сети города. Это один из важнейших вопросов при проектировании телефонной сети. Обсуждены общие проблемы проектирования телефонной сети. Определены главные предположения и ограничения задачи. На их основе характеризована общая модель формулированной проблемы. Анализ стоимости и принятой геометрии сети ведет к выделению четырех подробных моделей. Они сводятся к системе двух уравнений с двумя неизвестными. Решение уравнений определяет число телефонных станции в сети.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE 1980, 26, z. 2, ss. 541—547

621.394.9

Matrix Inversion Algorithm for Adaptive Cyclic Equalization

KRZYSZTOF WESOŁOWSKI (POZNAŃ)

Instytut Elektroniki Politechniki Poznańskiej

The paper received 28.12.1978

An matrix inversion algorithm for adaptive equalization of a data transmission channel is presented. It relates to $(N \times N)$-signal autocorrelation matrices $(N = 2^K,\ 2^K \cdot 3,\ 2^K \cdot 5)$ which are symmetric and circulant when the periodic pseudorandom data training sequence of the length N is used. The number of required operations to obtain suboptimum settings of the equalizer is shown for a few values N.

1. INTRODUCTION

High speed data transmission over telephone channels is possible if adaptive equalizers [2] are applied in data modems. Usually they are realized in the form of a transversal filter with variable tap gains. The tap gains of the equalizer are adaptively adjusted to eliminate intersymbol interference. Several algorithms for optimum tap gains settings have been studied extensively. Many iterative methods, in particular several gradient algorithms, are known at present.

Matrix inversion may be one of the problems of adaptive equalization. Noniterative calculation [1] of the tap gains of the equalizer can require this operation.

The algorithm described below relates to the N-tap equalizer with $N = 2^K$, $N = 2^K \cdot 3$ or $N = 2^K \cdot 5$ $(K = 1, 2 \ldots)$. The channel properties first of all the effective impulse response time are usually not known a priori so the algorithm can find the application for rather a large class of channels.

2. THE PROBLEM FORMULATION

Let us consider the baseband PAM system model depicted in Fig. 1. $h(t)$ is the channel impulse response which comprises the transmitting filter, the telephone channel and receiving filter. Let us denote for the equalizer:

$\{h_i\}$ — the sequence of the channel impulse response samples,
$\{u_k\}$ — the data symbol sequence which is stationary with zero mean,
$\{n_k\}$ — the Gaussian, additive noise samples with zero mean,
$\{x_k\}$ — the input signal sequence given by the formula

$$x_k = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} h_i u_{k-i} + n_k,$$

$c = [c_{-K_1}, \ldots, c_{K_2}]^T$ — the tap gains vector, $K_1+K_2+1 = N$, T — denotes transpose
$\{y_k\}$ — the output signal sequence given by the formula:

$$y_k = \sum_{j=-K_1}^{K_2} c_j x_{k-j}$$

e_k — the output error related to the ideal data reference u_k

$$e_k = y_k - u_k$$

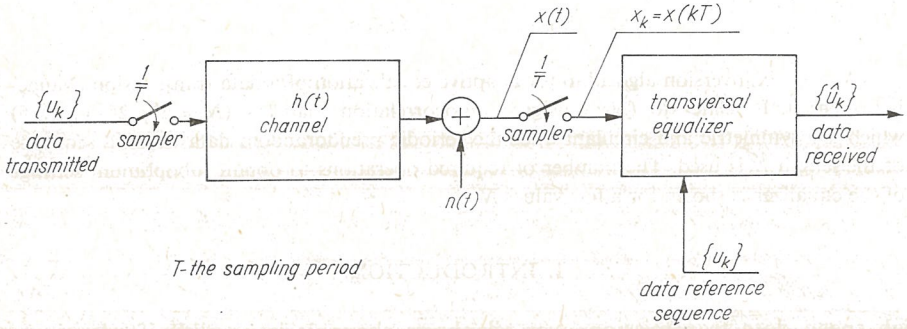


Fig. 1. The baseband PAM system model

$\mathbf{A} = (a_{ij})_{N\times N}$ — the signal autocorrelation matrix where

$$a_{ij} = a_{ji} = a_{|i-j|} = E[x_{k-i}x_{k-j}], \quad i,j = -K_1, \ldots, K_2,$$

$E[\cdot]$ denotes expectation,
$\mathbf{v} = [v_{-K_1}, \ldots, v_{K_2}]^T$ — the vector with elements $v_i = E[u_k x_{k-i}]$.

Several criteria can be used for achieving the best tap gains vector $\mathbf{c}^*$. The mean square error $E[e_k^2]$ is one of them. Then adaptive equalizer minimizes with respect to $\mathbf{c}$ the expression [1]

$$E[e_k^2] = \mathbf{c}^T\mathbf{A}\mathbf{c} - 2\mathbf{c}^T\mathbf{v} + E[u_k^2] \tag{1}$$

$E[e_k^2]$ obtains its unique minimum for $\mathbf{c}^*$ satisfying the equation

$$\mathbf{A}\mathbf{c}^* = \mathbf{v}. \tag{2}$$

Then

$$\mathbf{c}^* = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v} \tag{3}$$

c^* can be determined after estimation of $\mathbf{A}$ and $\mathbf{v}$ directly from the equation (2) or (3). When the periodical data training sequence of the length N is used [3] $\mathbf{A}$ becomes Toeplitz, symmetric and circulant. All these properties allow to apply for $N = 2^K$, $2^K \cdot 3$, $2^K \cdot 5$ ($K = 1, 2, \ldots$) the effective matrix inversion algorithm. Calculations are related only to the first row of matrices $\mathbf{A}$ and $\mathbf{A}^{-1}$ because $\mathbf{A}^{-1}$ retains the properties of $\mathbf{A}$.

3. DESCRIPTION OF THE ALGORITHM

The idea of this algorithm lies in finding the M-element sequence (for $N = 2^K$ $M = K$, for $N = 2^K \cdot 3$ $M = K+1$ and for $N = 2^K \cdot 5$ $M = K+2$) of matrices $\{\mathbf{A}_i\}$ getting sparse and satisfying the equation

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_1 \cdot \ldots \cdot \mathbf{A}_M = \alpha \mathbf{I} \tag{4}$$

where $\mathbf{I}$ is the identity matrix and $\alpha \neq 0$. Then

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\alpha} \mathbf{A}_1 \cdot \ldots \cdot \mathbf{A}_M. \tag{5}$$

Let us consider the algorithm for $N = 2^K$. The matrix $\mathbf{A}_1 = (a_{ij}^{(1)})_{N \times N}$ will be described by the formula

$$a_{ij}^{(1)} = (-1)^{i+j} a_{ij}. \tag{6}$$

The product of the matrices $\mathbf{A}$ and $\mathbf{A}_1$ gives the matrix $\mathbf{P}_1 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_1$ which retains the properties of $\mathbf{A}$ and has $N^2/2$ zero-elements. In the first step of the algorithm $N/4+1$ several elements $p_{ij}^{(1)}$ of the first row of $\mathbf{P}_1$ should be calculated. During the l-th step the calculation of $N/2^{l+1}+1$ several elements of the matrix $\mathbf{P}_l = \mathbf{P}_{l-1}\mathbf{A}_l$ is required. They are necessary for finding the next matrix $\mathbf{A}_{l+1}$ given by the formula:

$$\mathbf{A}_{l+1} = (m \cdot p_{ij}^{(l)})_{N \times N},$$

$$m = \begin{cases} -1 \text{ for } j = [i+2^{l-1}(2n-1)] \bmod N, & n = 1, \ldots, N/2^l, \\ 1 \text{ elsewhere.} \end{cases} \tag{7}$$

In the last step the α coefficient is determined by the same procedure. Next $\mathbf{A}^{-1}$ is calculated using the expression (5). The calculation is limited to $N/2+1$ elements in the first row of each product $\mathbf{A}_1 \cdot \ldots \cdot \mathbf{A}_i$ because of its properties. It is also possible to calculate succesive products $\mathbf{A}_1 \cdot \ldots \cdot \mathbf{A}_i$ during the calculation of the matrix $\mathbf{A}_{i+1}$. It yields to decreasing of the amount of the storage needed.

As an example the (4×4)-matrix $\mathbf{A}$ is considered

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b & c & b \\ b & a & b & c \\ c & b & a & b \\ b & c & b & a \end{bmatrix}.$$

The succesive steps are as follows:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a & -b & c & -b \\ -b & a & -b & c \\ c & -b & a & -b \\ -b & c & -b & a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_1 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & 0 & p_{13}^{(1)} & 0 \\ 0 & p_{11}^{(1)} & 0 & p_{13}^{(1)} \\ p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} & 0 \\ 0 & p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} \end{bmatrix},$$

where: $p_{11}^{(1)} = a^2 - 2b^2 + c^2$, $p_{13}^{(1)} = 2(ac - b^2)$;

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & 0 & -p_{13}^{(1)} & 0 \\ 0 & p_{11}^{(1)} & 0 & -p_{13}^{(1)} \\ -p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} & 0 \\ 0 & -p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} \end{bmatrix},$$

then: $\mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{A}_2 = \alpha \mathbf{I}$, where $\alpha = (p_{11}^{(1)})^2 - (p_{13}^{(1)})^2$.

The matrix $\mathbf{A}^{-1}$ is then expressed by the formula

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\alpha}\begin{bmatrix} a & -b & c & -b \\ -b & a & -b & c \\ c & -b & a & -b \\ -b & c & -b & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{11}^{(1)} & 0 & -p_{13}^{(1)} & 0 \\ 0 & p_{11}^{(1)} & 0 & -p_{13}^{(1)} \\ -p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} & 0 \\ 0 & -p_{13}^{(1)} & 0 & p_{11}^{(1)} \end{bmatrix}.$$

Let $N = 2^K \cdot 3$. The algorithm is changed in the step of the calculation of α. From the previous step the matrix $\mathbf{P}_{M-1}$ is obtained with three non-zero elements in each row. Elements lying outside the main diagonal are equal. Let us denote them as b. When the element lying on the main diagonal is also denoted as a a following formula for $\mathbf{A}_M = (a_{ij}^{(M)})_{N\times N}$ can be formed

$$a_{ij}^{(M)} = \begin{cases} a+b & \text{for} \quad i = j, \\ m \cdot b & \text{for} \quad i \neq j, \end{cases} \tag{8}$$

where

$$m = \begin{cases} -1 & \text{for} \quad j = (i+nN/3) \bmod N, \quad n = 1, 2, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Then $\alpha = a^2 - b^2 + ab$.

For $N = 2^K \cdot 5$ after K steps the matrix $\mathbf{P}_K$ with five non-zero elements in each row is obtained. In the $K+1$-st step all non-zero elements lying outside the main diagonal are equalized. In the $K+2$-nd step α is found. If for instance $N = 10$ ($K = 1$) the first row of $\mathbf{P}_K$ is

$$[a \;\; 0 \;\; b \;\; 0 \;\; c \;\; 0 \;\; c \;\; 0 \;\; b \;\; 0].$$

If $\mathbf{A}_{K+1}$ is chosen a matrix with the first row

$$[-a+b+c \;\; 0 \;\; b \;\; 0 \;\; c \;\; 0 \;\; c \;\; 0 \;\; b \;\; 0]$$

it results in the matrix $\mathbf{P}_{K+1} = \mathbf{P}_K \cdot \mathbf{A}_{K+1}$ with the first row

$$[a_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0].$$

In the next step the matrix $\alpha\mathbf{I}$ is obtained when $\mathbf{P}_{K+1}$ is multiplied by $\mathbf{A}_{K+2}$ with the first row

$$[-3b_1 + a_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0 \;\; b_1 \;\; 0].$$

Table 1 shows the number of operations required for the calculations of $\mathbf{A}^{-1}$ for $N = 10, 12, 16$. Table 2 shows the number of operations needed for finding c^* from (3)

Table 1

The number of operations required for the matrix inversion algorithm described above

	$N=10$	$N=12$	$N=16$
multiplications	72	81	191
add./subtr.	62	81	154
divisions	6	7	9

Table 2

The number of operations needed for calculation of the vector c* using method (I) and (II)

	$N = 10$		$N = 12$		$N = 16$	
	I	II	I	II	I	II
multiplications	132	170	165	252	335	464
add./subtr.	152	157	213	237	394	445
divisions	6	17	7	21	9	29

using the method described above (I) and Butler's and Cantoni's [1] method (II). The latter method is more general because it allows to apply any pseudorandom data reference sequence and the arbitrary length of the equalizer. On the other hand the method (I) can be applied in fast start-up equalization [3]. It can be seen that for these particular cases when $N = 2^K$, $2^K \cdot 3$, $2^K \cdot 5$ the method (I) needs fewer multiplications and divisions than the method (II). A certain number of multiplications by 2 has not been taken into account in Table 1 because such multiplications in microprocessor implementation of the adaptive equalizer are only a shift operation for a microprocessor.

The storage needed for the operation of the algorithm can be the next part of comparison of the method (I) and (II). The first method requires $3N+1$ locations of the storage [1]. The requirements of the method described in this paper can be different and depends on the complexity of the microprocessor program realizing this algorithm but it is of the same order. According to equation (7) the elements of $\mathbf{A}_{l+1}$ and $\mathbf{P}_l$ ($l = 1, \ldots, M-1$) have the same absolute values and some of them have opposite signs. It allows to use the same locations for storing them. If all the elements of the first row of matrices $\mathbf{A}_l$ and $\mathbf{P}_l$ ($l = 1, \ldots, M$) are stored, $3N$ locations for the inversion of the matrix $\mathbf{A}$ and N locations for the vector $\mathbf{v}$ are needed. Futher reduction of the amount of the storage can be achieved reminding that only $N/2+1$ elements are different in the first rows of matrices $\mathbf{A}$ and $\mathbf{A}_1$.

Certain problem exists in a „good" estimation of the elements of the matrices $\mathbf{A}$ and $\mathbf{v}$. Mueller and Spaulding discuss in [3] the choice of the training sequence which has a big influence on the proper estimation. The pseudorandom sequence of the length $N = 2^L - 1$ ($L = 1, 2, \ldots$) is the best choice for the operation of the equalizer but the length of the cyclic equalizer is then practically limited to 15 or 31. The sequence of the form $\underbrace{100 \ldots 0}_{N}$ has also very good spectral properties but unfortunately it has a low power as compared with the pseudorandom sequence. Nevertheless such a sequence is suggested for estimating the elements of matrices $\mathbf{A}$ and $\mathbf{v}$ when $N = 2^K \cdot 2^K \cdot 3$ or $2^K \cdot 5$. The simulation program shows that if the signal to noise ratio (SNR) is sufficiently high (about 30 dB) quite good performance of the equalizer can be achieved after the estimation during one period of the training sequence. The longer time of the estimation does not give significantly better results. Table 3 illustrates the results achieved for the transmission system

Table 3

The mean square error $E[e_k^2]$ after five simulation runs (Q — number of samples x_k taken for the estimation, N = 20, α_0 = 0,1, β = 2, SNR = 30 dB)

Q	$E[e_k^2]$ [dB]				
	1	2	3	4	5
20	−24.0	−25.2	−25.2	−24.6	−23.6
40	−24.4	−24.7	−24.7	−25.1	−24.0
60	−24.4	−25.8	−25.7	−25.4	−24.5

modeled according to Fig. 1. A channel model is chosen with the raised cosined amplitude response with the roll-off factor α_o and the parabolic group delay characteristic with the delay βT seconds for the frequency $f_N = 1/2T$ Hz [2] (T is the transmitted symbol period).

REFERENCES

1. P. Butler, A. Cantoni, *Noniterative Automatic Equalization*, IEEE Transactions on Communications, vol. COM-23, No. 6, pp. 621—633.
2. R. W. Lucky, J. Salz, E. J. Weldon, Jr., *Principles of Data Communication*, New York, Mc Graw-Hill, 1968.
3. K. H. Mueller, D. A. Spaulding, *Cyclic Equalization — A New Rapidly Converging Equalization Technique for Synchronous Data Communication*, BSTJ, 1975, vol. 54, No. 2, pp. 369—406.

K. WESOŁOWSKI

ALGORYTM ODWRACANIA MACIERZY W ZASTOSOWANIU DO KOREKCJI ADAPTACYJNEJ

Streszczenie

W artykule przedstawiono algorytm odwracania macierzy mogący znaleźć zastosowanie w korekcji adaptacyjnej kanału transmisji danych. Odnosi się on do macierzy autokorekcji sygnału o wymiarze $N \times N$ ($N = 2^K$, $N = 2^K \cdot 3$, $N = 2^K \cdot 5$), która w przypadku zastosowania okresowego pseudoprzypadkowego ciągu próbnego o długości N jest symetryczna i cyrkulacyjna. Dla kilku długości korektora transwersalnego przedstawiono ilości działań potrzebnych do obliczenia jego suboptymalnych nastaw.

K. WESOŁOWSKI

APPLICATION D'UN ALGORITHME D'INVERSION DES MATRICES À L'ÉGALISATION AUTOADAPTIVE

Résumé

Dans l'étude on a présenté un algorithme d'inversion des matrices dont on peut se servir dans l'égalisation des canaux des télécommunications. Cet algorithme s'adapte à l'inversion des matrices symétriques

et circulaires de dimensions $N \times N$ ($N = 2^K$, $2^K \cdot 3$, $2^K \cdot 5$) — c'est le cas de la matrice d'autocorrélation de la séquence d'entraînement qui est pseudo-accidentelle et a la période N. On a aussi présenté pour quelques valeurs de N, l'évolution du nombre d'opérations nécessaires pour calculer les coefficients de l'égaliseur.

K. WESOŁOWSKI

ALGORITHMUS DER MATRIZENUMKEHRUNG FÜR ADAPTIVE LEISTUNGSENTZERRUNG

Zusammenfassung

Im vorliegenden Aufsatz wurde ein Algorithmus der Matrizenumkehrung für die adaptive Leistungsentzerrung dargestellt. Dieses Algorithmus bezieht sich auf die Matrix der Autokorrelation des Signals mit Dimension $N \times N$ ($N = 2^K$, $2^K \cdot 3$, $2^K \cdot 5$). Wenn die Probefolge beim Entzerrer periodisch und pseudozufällig mit der Periode N ist, so wird die Matrix symmetrisch und zirkulär sein.

Es wurde die Anzahl der für die Berechnung der suboptimalen Koeffizienten des Entzerrers benötigten Rechen-operationen für einige N-Werte bestimmt.

К. ВЕСОЛОВСКИ

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ ДЛЯ АДАПТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ

Резюме

Приведен алгоритм вычисления обратной матрицы, который может быть применён в адаптивной коррекции канала передачи данных. Этот алгоритм относится к матрице автокорреляции сигнала размеров $N \times N$ ($N = 2^K$, $2^K \cdot 3$, $2^K \cdot 5$), которая является симметричной и „циркуляционной", если применена квазислучайная последовательность символов с периодом N.

Для некоторых размеров корректора N указано количество операции требуемых для вычислений его субоптимальных коэффициентов.

pracujących z nimi nadajników. Ze względu na niekontrolowany dostęp użytkowników do kanału i przechwytywanie sygnałów związane z przestrzennym ich rozmieszczeniem, analizowaną sieć można zaliczyć do systemów z priorytetami zewnętrznymi pracującymi z przerwaniami. Szersze rozważania na ten temat można znaleźć w monografii Seidlera [3].

Zauważmy jednak [2], że proponowany priorytet nie ma charakteru bezwzględnego. Wśród końcówek o jednakowej mocy nadajników żadna operacja mocą nie zmieni ich wzajemnego uprzywilejowania w warunkach transmisji pakietów do odbiornika centralnego.

Jak wykazano w [2], w przypadku współpracy w sieci końcówek o mocach nadajników równych odpowiednio P_1 i P_2, $P_1 > P_2$, odbiornik odbiera sygnał wysłany przez końcówkę o mocy P_1 umieszczoną w odległości r_1 identycznie jak sygnał wysłany przez końcówkę o mocy P_2 umieszczoną w odległości r_2 wyrażonej wzorem:

$$r_2 = F_t\left[\frac{P_1}{P_2} f_t(r_1)\right], \tag{1a}$$

gdzie:

$$F_t(u) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad u \geqslant f_t(0), \\ f_t^{-1}(u) & \text{dla} \quad u < f_t(0), \end{cases} \tag{1b}$$

zaś f_t jest nazywana funkcją tłumienia i opisuje zmniejszanie mocy sygnału ze wzrostem odległości od nadajnika.

Zależność (1a) jest podstawą przy analizie zmian priorytetu w funkcji mocy nadajnika końcówki. Obecnie przystąpimy do zasadniczych rozważań związanych z badaniem priorytetu końcówki w sieci.

2. WPŁYW MOCY NADAJNIKA KOŃCÓWKI NA WARUNKI JEJ DOSTĘPU DO ODBIORNIKA CENTRALNEGO

Przyjmijmy, dla naszych rozważań, model sieci zaproponowany przez Gaardera w [4] (patrz też np. [5], [6]). Założymy, że duża liczba końcówek rozmieszczonych wokół odbiornika centralnego nadaje niezależnie pakiety informacji. Parametry końcówek w sieci opiszemy za pomocą gęstości zajętości $g(r)$ i obciążenia $s(r)$ kanału [2]. Rozważymy wyróżnioną, pojedynczą końcówkę umieszczoną w odległości r_j od odbiornika centralnego. Końcówka ta generuje swoje pakiety niezależnie, w momentach czasu tworzących punktowy proces Poissona. Intensywność strumienia pakietów pierwotnych i retransmitowanych na jednostkę czasu trwania pakietu (średnia zajętość kanału) jest dla rozważanej końcówki równa g_j. Przyjmiemy poza tym, że wybrana końcówka pracuje niezależnie od wszystkich pozostałych końcówek w sieci, dysponujących nadajnikami o jednakowej mocy. Moc nadajnika rozważanej końcówki jest w ogólności różna od mocy nadajników pozostałych końcówek w sieci.

Jak wykazano w pracy [2], operowanie mocą zastępczą sprowadza współczynnik przechwytywania p wszystkich końcówek współpracujących w sieci do jednakowej wartości. W dalszej analizie interesować nas będzie jedynie przechwytywanie sygnałów od pozostałych końcówek w sieci przez sygnały wysyłane z rozważanej końcówki. Wzajemne przechwytywanie sygnałów wysyłanych przez pozostałe końcówki w sieci jest, z punktu widzenia

przeprowadzanych rozważań, sprawą drugorzędną. Wobec powyższego, dla uproszczenia możemy przyjąć, że przy współczynniku przechwytywania $p > 1$ w miejsce końcówki umieszczonej w odległości r_j od odbiornika rozważamy końcówkę znajdującą się w odległości r_j' wyrażającej się następująco:

$$r_j' = pr_j, \quad p > 1. \tag{2}$$

Bezpośrednim skutkiem tego typu podejścia jest przyjęcie całkowitego przechwytywania ($p = 1$) sygnałów nadawanych z pozostałych końcówek w sieci przez sygnały nadawane z końcówki rozważanej.

Określimy najpierw, dla rozważanej końcówki, prawdopodobieństwo P_p poprawnego odbioru pakietu przy założeniu, że jej nadajnik dysponuje mocą równą mocy nadajników pozostałych końcówek w sieci. W tym przypadku można wykazać (patrz np. [2]), że

$$P_p = \exp\left[-\alpha \int_0^{pr_j} g(u)\,du\right] = \exp\left[-\alpha \int_0^{r_j'} g(u)\,du\right], \tag{3}$$

gdzie:

$\alpha = \begin{cases} 1 \text{ dla sieci z kanałem synchronicznym,} \\ 2 \text{ dla sieci z kanałem asynchronicznym [6].} \end{cases}$

Wykorzystując zależność (3), uzyskujemy dla rozważanej końcówki średnie obciążenie kanału na jednostkę czasu trwania pakietu w postaci:

$$s_j^* = g_j \exp\left[-\alpha \int_0^{r_j'} g(u)\,du\right] \tag{4a}$$

oraz średnie opóźnienie transmisji pakietu (patrz np. [2], [4], [5])

$$d_j^* = \frac{g_j}{s_j^*} = \exp\left[\alpha \int_0^{r_j'} g(u)\,du\right]. \tag{4b}$$

Parametry s_j^* i d_j^* określone zależnościami (4a) i (4b) będą stanowiły w dalszych rozważaniach punkt odniesienia wykorzystywany przy analizie priorytetu wybranej końcówki. Względem ich wartości oceniać będziemy zmiany priorytetu końcówki spowodowane zmianą mocy jej nadajnika.

Przeprowadzimy teraz analizę przy założeniu, że moc nadajnika końcówki rozważanej jest mniejsza od mocy nadajników pozostałych końcówek w sieci. W tym celu oznaczmy przez x stosunek mocy nadajnika wybranej końcówki do mocy nadajników pozostałych końcówek sieci. Wykorzystując zależność (1a) oraz (2) możemy stwierdzić [2], że sygnał wysłany przez rozważaną końcówkę będzie przez odbiornik centralny odbierany tak, jak sygnały z pozostałych końcówek sieci umieszczonych w odległości r_j^* będącej rozwiązaniem równania

$$r_j' = F_t\left[\frac{f_t(r_j^*)}{x}\right]. \tag{5}$$

Na podstawie zależności (5) odległość r_j^* można wyrazić przez

$$r_j^* = F_t[x f_t(r_j')]. \tag{6}$$

Zgodnie z uzasadnionym wcześniej modelem przechwytywania całkowitego, pakiet wysłany z rozważanej końcówki nie może być odebrany poprawnie w przypadku interferencji z pakietami wysłanymi przez wszystkie pozostałe końcówki umieszczone w odległości mniejszej niż r_j^*. Natomiast pakiety z rozważanej końcówki będą odebrane poprawnie w przypadkach interferencji z pakietami wysłanymi przez wszystkie pozostałe końcówki umieszczone dalej od odbiornika niż w odległości r_j^*.

Wobec powyższego, możemy dla wybranej końcówki określić średnie obciążenie kanału na jednostkę czasu trwania pakietu

$$s_j(x) = g_j \exp\left[-\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right], \tag{7a}$$

$$0 < x < 1,$$

i średnie opóźnienie transmisji pakietu

$$d_j(x) = \exp\left[\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right], \tag{7b}$$

$$0 < x < 1.$$

Przeanalizujmy przypadek, w którym moc nadajnika rozważanej końcówki jest większa od mocy nadajników pozostałych końcówek współpracujących w sieci. W tej sytuacji, wykorzystując zależność (1a) nietrudno stwierdzić [2], że odbiornik centralny będzie odbierał pakiety od wybranej końcówki tak samo, jak pakiety od pozostałych końcówek sieci umieszczonych w odległości r_j^*,

$$r_j^* = F_t[xf_t(r'_j)]. \tag{8}$$

Zauważmy, że wybrana końcówka posiada (z punktu widzenia odbiornika — patrz [2]) swoje odpowiedniki w zakresie mocy tylko wtedy, gdy

$$xf_t(r'_j) \leqslant f_t(0). \tag{9}$$

Oznacza to, że dla stosunku mocy

$$x_m = \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)} \tag{10}$$

rozważana końcówka traktowana jest przez odbiornik jako końcówka najbliższa. Dalszy wzrost mocy nadajnika tej końcówki nie powoduje więc polepszenia warunków transmisji jej pakietów.

Przeprowadzając analizę poprawności odbioru pakietów nadawanych przez wybraną końcówkę, otrzymujemy dla niej średnie obciążenie kanału na jednostkę czasu trwania pakietu w postaci:

$$s_j(x) = g_j \exp\left[-\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right], \tag{11a}$$

$$1 < x \leqslant \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)}.$$

Średnie opóźnienie transmisji pakietu wynosi w tym przypadku

$$d_j(x) = \exp\left[\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right], \tag{11b}$$

$$1 < x \leqslant \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)}.$$

Analiza zależności (7a), (7b) i (11a), (11b) pozwala stwierdzić, że niezależnie od wartości stosunku mocy nadajników x, średnie obciążenie kanału $s_j(x)$ wynosi dla wybranej końcówki

$$s_j(x) = g_j \exp\left\{-\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right\}, \tag{12a}$$

$$0 < x \leqslant \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)},$$

zaś średnie opóźnienie transmisji pakietu $d_j(x)$ ma dla wybranej końcówki postać:

$$d_j(x) = \exp\left\{\alpha \int_0^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du\right\}, \tag{12b}$$

$$0 < x \leqslant \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)}.$$

Dla stworzenia możliwości porównania zmian warunków transmisji pakietów nadawanych przez rozważaną końcówkę wprowadzimy pojęcie miary względnego jej uprzywilejowania. Niech miarą uprzywilejowania wybranej końcówki, oznaczaną przez $mp(x)$, będzie stosunek średniego obciążenia kanału dla stosunku mocy x do średniego obciążenia kanału w sieci z końcówkami o jednakowych mocach nadajników:

$$mp(x) = \frac{s_j(x)}{s_j^*}. \tag{13}$$

Zauważmy, że odwrotność zdefiniowanego miernika jest miarą zmian średniego opóźnienia transmisji pakietu przy zmianach mocy nadajnika rozważanej końcówki.

W naszym przypadku, na podstawie zależności (4a) i (11a), miarę zmiany uprzywilejowania wybranej końcówki można określić jako:

$$mp(x) = \exp\left\{-\alpha\left[\int_{0+}^{F_t[xf_t(r'_j)]} g(u)\,du - \int_0^{r'_j} g(u)\,du\right]\right\}, \quad 0 < x \leqslant \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)}. \tag{14}$$

Tłumienie występujące w kanale powoduje, że funkcje F_t i f_t są ściśle malejącymi funkcjami swoich argumentów. Wobec tego dla każdego

$$x_1 < x_2, \quad x_1, x_2 \in \left\langle 0, \frac{f_t(0)}{f_t(r'_j)} \right\rangle$$

zachodzi:

$$F_t[x_1 f_t(r'_j)] < F_t[x_2 f_t(r'_j)]. \tag{15}$$

Ponieważ gęstość zajętości kanału jest nieujemna oraz zachodzi nierówność (15), z zależności (14) wynika, że miara uprzywilejowania jest ściśle rosnącą funkcją stosunku mocy nadajnika wybranej końcówki do mocy nadajników pozostałych końcówek sieci. Oznacza to polepszenie warunków transmisji pakietów wysyłanych przez rozważaną końcówkę wraz ze wzrostem mocy jej nadajnika. Dla stosunku mocy $x = 1$, $F_t[xf_t(r'_j)] = r'_j$, czyli $mp(1) = 1$. W ten sposób zmniejszenie mocy nadajnika wybranej końcówki poniżej mocy pozostałych końcówek powoduje zmniejszenie jej priorytetu w porównaniu z końcówkami umieszczonymi w tej samej odległości od odbiornika centralnego. Z kolei zwiększenie mocy nadajnika rozważanej końcówki zwiększa jej priorytet w stosunku do pozostałych końcówek umieszczonych w tej samej odległości od odbiornika. Przypomnijmy jeszcze, że dla stosunku mocy nadajników $x_m = f_t(0)/f_t(r'_j)$ rozważana końcówka posiada w sieci priorytet maksymalny, czyli wszystkie wysłane przez nią pakiety będą odebrane poprawnie, niezależnie od interferencji z pakietami wysyłanymi przez pozostałe końcówki sieci. Oczywiście wzrost mocy nadajnika wybranej końcówki powyżej wartości x_m nie spowoduje dalszej poprawy warunków transmisji pakietów przez nią wysyłanych.

Na zakończenie przeprowadzonej analizy zauważmy jeszcze, że wzrost priorytetu rozważanej końcówki powoduje pogorszenie warunków transmisji pakietów dla wszystkich pozostałych końcówek sieci umieszczonych w odległości od odbiornika nie mniejszej od odległości r'_j końcówki rozważanej (por. 11.6.6 w [3]). Dla tych końcówek bowiem maleje o wartość $\exp(-\alpha g_j)$ prawdopodobieństwo prawidłowego odbioru pakietu. Tak więc zmiana priorytetu wybranych końcówek w sieci może być efektywnie wykorzystana, tzn. bez znacznego pogarszania warunków transmisji pakietów dla pozostałych końcówek, tylko dla niewielkiej liczby takich końcówek.

Dla zilustrowania przedstawionych analiz rozważymy prosty przykład wykorzystania uzyskanych wyników.

3. PRZYKŁAD

W przedstawionym przykładzie przyjmiemy następujące założenia:

— rozważamy sieć z kanałem synchronicznym, $\alpha = 1$,

— moc sygnału w kanale maleje z kwadratem odległości od nadajnika, czyli funkcja tłumienia wynosi $f_t(r) = 1/r^2$,

— dla wystąpienia efektu przechwytywania sygnałów wymagany jest stosunek ich mocy w punkcie odbioru równy około 9,6 [dB], czyli współczynnik przechwytywania wynosi $p = 3$,

— gęstość zajętości kanału dla końcówek stanowiących tło rozważań wynosi:

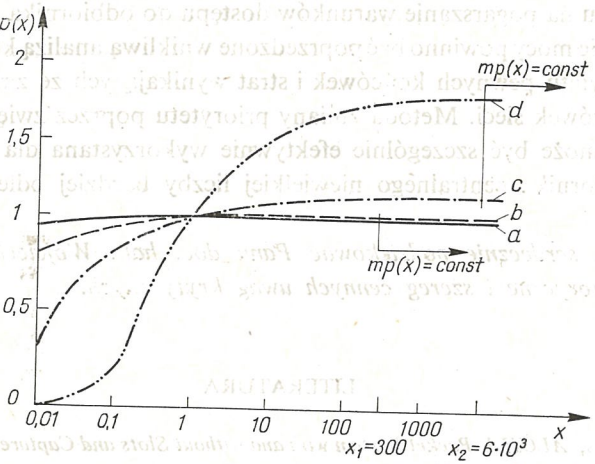
$$g(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad r \leqslant 1, \\ g_0 & \text{dla} \quad r > 1. \end{cases} \tag{16}$$

Przyjęcie gęstości zajętości kanału różnej od zera dla $r > 1$ uzasadnione jest jedynie uproszczeniem rozważań. Przy założonej postaci funkcji tłumienia, kanał dla $r \in (0, 1)$ wykazywałby właściwości wzmacniające. Z tego względu przyjęto zerową wartość zajętości kanału dla odległości z przedziału $(0, 1)$.

Przy uczynionych powyżej założeniach miara uprzywilejowania wybranej końcówki $mp(x)$ określona jest następująco:

$$mp(x) = \exp\left[g_0 pr_j\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right], \quad 0 < x \leqslant pr_j. \tag{17}$$

Zmianę priorytetu końcówki w funkcji mocy jej nadajnika przedstawiono na rys. 1. Rysunek wykonano dla dwóch wartości zajętości kanału g_0, równych odpowiednio 10^{-4} i $2 \cdot 10^{-5}$ pakietów na jednostkę czasu trwania pakietu z jednostki długości oraz dla dwóch wartości odległości rozważanej końcówki od odbiornika centralnego równych 10^2 i $2 \cdot 10^3$



Rys. 1. Wzrost średniego obciążenia kanału dla wybranej końcówki w funkcji stosunku mocy jej nadajnika do mocy nadajników pozostałych końcówek sieci

Poszczególne wykresy otrzymano dla następujących danych: a — $g_0 = 2 \cdot 10^{-5}$, $r_j = 10^2$, b — $g_0 = 10^{-4}$, $r_j = 10^2$, c — $g_0 = 2 \cdot 10^{-5}$, $r_j = 2 \cdot 10^3$, d — $g_0 = 10^{-4}$, $r_j = 2 \cdot 10^3$

jednostek długości. Z rysunku tego wynika, że ze wzrostem mocy nadajnika końcówki monotonicznie rośnie jej priorytet. Wykresy a i b oraz c i d wskazują, że przyrost priorytetu istotnie zależy od gęstości zajętości kanału wnoszonej przez pozostałe końcówki sieci. Przy dużych wartościach gęstości zajętości priorytet rozważanej końcówki jest stosunkowo niski i szybko rośnie ze wzrostem mocy jej nadajnika. Analiza wykresów a i c oraz b i d wskazuje na wyraźny wpływ odległości rozważanej końcówki od odbiornika na jej priorytet. Końcówki umieszczone bliżej odbiornika (patrz odpowiednio a i b) posiadają, niezależnie od wartości zajętości wnosznej przez pozostałe końcówki sieci, priorytet wyższy od końcówek umieszczonych dalej od odbiornika (patrz odpowiednio c i d).

Okazuje się, że jeżeli moc nadajnika rozważanej końcówki jest równa mocy nadajników pozostałych końcówek sieci, czyli $x = 1$, jej uprzywilejowanie jest takie samo jak pozostałych końcówek sieci umieszczonych w jednakowej odległości. Dla stosunku mocy nadajników końcówek większego od odpowiednio $x_1 = 300$ i $x_2 = 6000$ uprzywilejowanie wybranej końcówki jest maksymalne i nie ulega dalszemu zwiększeniu.

Należy jeszcze zaznaczyć, że przebieg zmian średniego opóźnienia transmisji pakietów dla wybranej końcówki w funkcji mocy jej nadajnika ma charakter zgodny z odwrotnością

przytoczonej zależności. Przy wzroście mocy nadajnika rozważanej końcówki, średnie opóźnienie transmisji jej pakietów maleje monotonicznie. Analiza średniego opóźnienia prowadzi zresztą do wniosków podobnych do uzyskanych powyżej.

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone rozważania wskazują jednoznacznie na możliwość poprawiania warunków dostępu końcówek do odbiornika centralnego przez zwiększenie mocy ich nadajników. Zgodnie z przewidywaniami przedstawionymi w pracy [2], moc nadajnika końcówki może kształtować jej priorytet względem pozostałych końcówek współpracujących w sieci. Jednak ze względu na pogarszanie warunków dostępu do odbiornika dla pozostałych końcówek, zwiększenie mocy powinno być poprzedzone wnikliwą analizą korzyści wynikających ze wzrostu priorytetu pewnych końcówek i strat wynikających ze zmniejszenia priorytetu pozostałych końcówek sieci. Metoda zmiany priorytetu poprzez zwiększenie mocy nadajnika końcówki, może być szczególnie efektywnie wykorzystana dla poprawy warunków dostępu do odbiornika centralnego niewielkiej liczby bardziej odległych końcówek.

Autor pragnie serdecznie podziękować Panu doc. hab. Wojciechowi Sobczakowi za konsultacje merytoryczne i szereg cennych uwag krytycznych.

LITERATURA

1. L. G. Roberts, *ALOHA Packet System with and without Slots and Capture*, Computer Communication Review, vol. 5, 1975, pp. 28—42.
2. A. Kozłowski, *Analiza sieci typu ALOHA z uwzględnieniem przestrzennego rozmieszczenia urządzeń końcowych o różnych mocach nadajników*, Rozprawy Elektrotechniczne, zeszyt 1, 1980.
3. J. Seidler, *Systemy przesyłania informacji cyfrowych*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1976.
4. N. T. Gaarder, *Some Notes on ALOHA Channel with Capture*, NIC-≠ 16753 Packet Radio Temporary, Note-≠ 60, Menlo Park, California 1973.
5. N. Abramson, *The Troughput of Packet Broadcasting Channels*, IEEE Transaction on Communication, vol. COM-25, 1975, pp. 117—128.
6. A. Kozłowski, *Metody analizy wielodostępowych systemów teleinformatycznych wykorzystujących kanał radiowy w schemacie dostępu niekontrolowanego*, Rozprawy Elektrotechniczne, zeszyt 3, 1978.

A. KOZŁOWSKI

PRIORITIES OF TERMINALS IN SLOTTED AND UNSLOTTED ALOHA SYSTEMS

Summary

In ALOHA-type systems radio channels are used. In a radio channel with random access, if complete or partial interference of messages originating at different terminals takes place, the central station can correctly receive only the strongest signal. In this paper, the above mentioned effect, called the capture effect, is taken into account for the analysis of probability that the packet from a given terminal will be correctly received. For this purpose the terminal priority, as a measure of relative ranking of terminals in the analysed system, is introduced. This priority is a function of the distance from terminal to the central station and of its transmitter power.

A. KOZŁOWSKI

PRIORITÉS DES TERMINAUX À ACCÈS INCONTRÔLÉ À LA VOIE RADIOÉLECTRIQUE DU RÉSEAU TÉLÉINFORMATIQUE

Résumé

Dans les réseaux téléinformatiques sont utilisées souvent des voies radioélectriques à différentes manières d'accèc à la voie. Dans la voie radioélectriques à accès incontrôle, dans le cas de superposition (interférence) complète ou partielle des signaux transmettant les informations des différents terminaux, le récepteur peut recevoir correctement le signal qui possède au point de réception la puissance la plus forte. Dans l'article cet effet (dit effet d'interception des signaux) a été pris en considération dans l'analyse de la probabilité de réception correcte du faisceau émis par un terminal choisi. Pour cette raison on a introduit la priorité du terminal, comme mesure de privilège relatif dans le réseau étudié. Cette priorité dépend de la distance entre le terminal et le récepteur et de la puissance dont dispose son émetteur. Les délibérations analytiques ont été illustrées par un simple exemple de la mise en profit les relations obtenus.

A. KOZŁOWSKI

VORRANGIGE ENDVORRICHTUNGEN MIT UNKONTROLLIERTEM ZUGANG ZUM RUNDFUNKKANAL DES TELEINFORMATIONSNETZES

Zusammenfassung

Bei vielen Anwendungsweisen der teleinformativen Netze werden Rundfunkkanäle mit verschiedenen Zugangslösungen zu den Kanälen genutzt. Im Rundfunkkanal mit unkontrolliertem Zugang kann das Empfangsgerät im Falle einer völligen oder Teilinterferenz der Signale, die aus verschiedenen Endvorrichtungen Informationen übertragen, nur dasjenige Signal richtig abnehmen, das im Abnahmepunkt die größte Leistung besitzt. Im vorliegenden Artikel wurde dieses Phänomen (unter der Bezeichnung: Effekt des Signalübergreifens) bei der Wahrscheinlichkeitsanalyse der rechtmäßigen Abnahme eines über eine gewählte Endvorrichtung entsandten Pakets berücksichtigt. Zu diesem Zweck wurde die vorrangige Endvorrichtung als Maß für die relative Bevorzugung im erörterten Netz eingeführt. Dieser Vorrang ist von der Entfernung der Endvorrichtung von den Empfängergerät und auch von der Leistungs-fähigkeit seines Senders abhängig.

Die analytischen Erwägungen sind mit einem einfachen Beispiel für die Ausnutzung der gewonnenen Abhängigkeiten belegt worden.

А. КОЗЛОВСКИ

ПРИОРИТЕТЫ КОНЕЧНЫХ УСТРОЙСТВ СО СЛУЧАЙНЫМ ДОСТУПОМ К РАДИОКАНАЛУ

Резюме

Приведен анализ приоритетов одного из конечных устройств работающего в системе использующей радиоканал со случайным доступом. Приоритет конечного устройства, определяемый вероятностью правильного приёма пакета в центральном приемнике зависит непосредственно от мощности её передатчика.

Используя понятие эквивалентной мощности получены аналитические зависимости, дающие возможность оценки приоритета конечного устройства по сравнению с приоритетам остальных устройств в взависимости от мощности её передатчика.

Аналитические выводы иллюстрирует простой пример их применения.

TREŚĆ

Z. Kuśmierek: Składowa bierna mocy niesinusoidalnego prądu przemiennego i jej pomiar . 287
Z. Kuśmierek: Wpływ wyższych harmonicznych na dokładność pomiaru mocy biernej prądu przemiennego 297
M. Stabrowski, J. Sikora: Niektóre problemy numerycznej analizy rozkładu pola elektromagnetycznego w silniku elektrycznym o ruchu złożonym 307
M. Dems: Poprawa charakterystyk dynamicznych silnika synchronicznego na drodze sterowania optymalnego z kwadratowym wskaźnikiem jakości 321
A. Patyk: Analiza przydatności modeli matematycznych maszyny synchronicznej do modelowania analogowego 337
P. Jezierski: Przybliżony sposób wyznaczania strat w płycie stalowej nieekranowanej i ekranowanej przy wzbudzeniu trójfazowym 355
Z. Kowalski, W. F. Łastowski, J. Jagiełło: Problems Concerning Simulation Investigations of Ship Power Systems 371
A. Szatkowski: Metody jakościowej analizy nieliniowych autonomicznych układów elektronicznych 383
B. Gołaj: Analiza właściwości linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej. Część I. Analiza właściwości opóźniających szerokopasmowych linii przesyłowych 403
B. Gołaj: Analiza właściwości linii opóźniających stosowanych w oscyloskopowej technice próbkującej. Część II. Analiza właściwości bifilarnej linii opóźniającej 425
M. Rezulski: Wpływ kształtu modulacji diody elektroluminescencyjnej na wielkość sygnału użytecznego 441
W. Nakwaski, M. Bugajski: Lasery wieloheterozłączowe 463
M. Uruski: Synteza filtrów bezstratnych o wielu wejściach i wielu wyjściach obciążonych impedancjami zespolonymi 493
C. Michalik, M. S. Piekarski: Filtr dolnoprzepustowy o wypukłej charakterystyce tłumieniowej w pasmie przepustowym i o maksymalnym asymptotycznym tłumieniu 511
T. Nowicki, W. Stańczak: Metodologia wstępnego szacowania liczby central telefonicznych w sieciach wielocentralowych typu miejskiego 525
K. Wesołowski: Matrix Inversion Algorithm for Adaptive Cyclic Equalization 541
A. Kozłowski: Priorytety urządzeń końcowych o niekontrolowanym dostępie do radiowego kanału sieci teleinformatycznej 549

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

Z. Kuśmierek: A Reactive Component of Non-Sinusoidal A. C. Power and Its Measurement 295
Composante réactive de puissance du courant alternatif non sinusoïdal et sa mesure 295
Passive Leistungskomponente des nichtsinusoidalen Wechselstromes und dessen Bemessung . 295
Z. Kuśmierek: The Effect of Higher Harmonics on Accuracy of Measurement of A. C. Reactive Power 305
Influence des composantes harmoniques supérieures sur la précision de mesure de la puissance réactive du courant alternatif 305
Einfluss der oberen Harmonischen auf die Messgenauigkeit der passiven Leistung des Wechselstromes 305

M. Stabrowski, J. Sikora: Some Problems of Numerical Field Analysis in Electric Motor with Composite Motion 320
Analyse numérique de la répartition du champ électromagnétique dans un moteur électrique à marche composée 320
Numerische Analyse der Feldverteilung im elektrischen Motor mit resultierender Bewegung . 320

M. Dems: Improvement of Dynamic Characteristics of Synchronous Motor Using Optimal Control Method with Quadratic Performance Index 335
Correction des caractéristiques dynamiques du moteur synchrone par le contrôle optimal avec critère quadratique de qualité 335
Verbesserung der dynamischen Charakteristiken eines Synchronmotors mittels Optimalsteuerung unter Berücksichtigung der quadratischen Gütezahl 336

A. Patyk: Analysis of Usefulness of Synchronous Machine Mathematical Models for Analog Simulation 352
Analyse de l'utilité des modèles mathématiques de la machine synchrone à modélisation analogue 352
Brauchbarkeitsanalyse mathematischer Modelle von Synchronmaschinen zum Analogmodellieren 353

P. Jezierski: Estimation of Losses in an Unshielded and Shielded Steel Plate by Three-Phase Excitation 369
Calcul approximatif des pertes dans une plaque d'acier sans ou avec écran en cas de l'excitation triphasée 369
Angenäherte Ermittlung von Verlusten in einer nicht abgeschirmten und einer abgeschirmten Stahlplatte bei dreiphasiger Erregung 369

Z. Kowalski, W. F. Łastowski, J. Jagiełło: Problemy związane z badaniami symulacyjnymi okrętowych zespołów energetycznych 379
Problèmes liés aux essais de simulation des ensembles énérgetiques navals 380
Probleme, die mit Simulationsprüfungen von energetischen Schiffsbauaggregaten zusammenhängen 380

A. Szatkowski: Methods of Qualitative Analysis of Nonlinear Autonomous Networks . . . 400
Méthodes d'analyse qualitative des systèmes non linéaires 400
Methoden für qualitative Analysen der nichtlinearen autonomen Systeme 400

B. Gołaj: Analysis of Properties of Delay Lines for Sampling Osciloscopes. Part 1. Analysis of Delay Properties of Wide-Band Transmission Lines 423
Analyse des propriétés des lignes de retard utilisées dans la technique d'échantillonnage à oscilloscope. I. Analyse des propriétés de retard des lignes à large bande de transport d'energie 423
Analyse auf Eigenschaften der in oszilloskopischer Prüftechnik angewandten verzögernden Linien. Teil I. Analyse auf Eigenschaften von breitbändigen verzögernden Übertragungslinien 423

B. Gołaj: Analysis of Properties of Delay Lines for Sampling Osciloscopes. Part 2. An Analysis of Properties of a Bifilar Delay Line 439
Analyse des propriétés des lignes de retard utilisées dans la technique d'échantillonnage à osciloscope. II. Analyse des propriétés de la ligne de retard bifilaire 439
Analyse auf Eigenschaften der in oszilloskopischer Prüftechnik angewandten verzögernden Linien. Teil II. Analyse auf Eigenschaften einer verzögernden Bifilarlinie 439

M. Rezulski: Electroluminescent Diode Modulation Shape Influence on Effective Signal Value 560
Influence de la forme de modulation d'une diode électroluminescente sur la grandeur du signal utile 560
Einfluss der Modulationsform einer Elektrolumineszenzdiode auf die Grösse des Gebrauchssignals 560

W. Nakwaski, M. Bugajski: LGR Lasers 492
Lasers à multiples hétérojonctions 492
Mehrverbindungs-Heterolaser: LGR-Laser 492
M. Uruski: Synthesis of Passive Networks with Multi-Inputs and Multi-Outputs Terminated by Complex Impedances 509
Synthèse des filtres *n*-poles non dissipatifs à impédances complexes de charge 509
Synthese von verlustfreien Filtern mit mehreren mit komplexen Impedanzen belasteten Ein- und Ausgängen 509
C. Michalik, M. S. Piekarski: Low-Pass Filters Whose Passband Characteristic Function is Convex 522
Filtre passe-bas dont la caractéristique de passe-bande est convexe 522
Tiefpassfilter mit konvexer Dämpfungscharakteristik im Durchlassbereich und mit maximaler asymptotischer Dämpfung 522
T. Nowicki, W. Stańczak: Methodology for Preliminary Estimation of Number of Telephone Exchanges in Urban Multiexchange Network 539
Métodologie d'estimation préliminaire du nombre de centraux téléphoniques dans les réseaux à nombreux centraux du type urbain 540
Methodologie der Voreinschätzung der Zahl der Telefonzentralen im Netz mit mehreren Zentralen städtischen Typs 540
K. Wesołowski: Algorytm odwracania macierzy w zastosowaniu do korekcji adaptacyjnej 546
Application d'un algorithme d'inversion des matrices à l'égalisation autoadaptive 546
Algorithmus der Matrizenumkehrung für adaptive Leistungsentzerrung 547
A. Kozłowski: Priorities of Terminals in Slotted and Unslotted ALOHA Systems 556
Priorités des terminaux à accès incontrôle à la voie radioélectrique du réseau téléinformatique 557
Vorrangige Endvorrichtungen mit unkontrollierten Zugang zum Rundfunkkanal des Teleinformationsnetzes 557

СОДЕРЖАНИЕ

З. Кусьмерэк: Реактивная составляющая мощности несинусоидального переменного тока и её измерения 296
З. Кусьмерэк: Влияние гармоник на точность измерения реактивной мощности переменного тока 306
М. Стабровски, Я. Сикора: Некоторые проблемы численного анализа электромагнитного поля в электрическом двигателе сложного движения 320
М. Демс: Улучшение динамических характеристик синхронного двигателя путём оптимального управления с квадрантным указателем качества 336
А. Патык: Анализ пригодности математических моделей синхронной машины для аналогового моделирования 353
П. Езерски: Приближенный способ определения потерь в неэкранированной и в экранированной стальной плите при трёхфазном возбуждении 370
З. Ковальски, В. Ф. Ластовски, Е. Ягелло: Проблемы имитационных исследований судовых энергетических систем 380
А. Шатковски: Метод качественного анализа автономных нелинейных электронных схем 401
Б. Галай: Анализ особенностей линии задержки для стробоскопического осциллографирования. Часть I 424
Б. Галай: Анализ особенностей линии задержки для стробоскопического осциллографирования. Часть II 440

М. Резульски: Влияние формы модуляции электролюминесценционного диода на величину полезного сигнала 560
В. Накваски, М. Бугайски: *LGR*-лазеры 492
М. Уруски: Синтез многополюсных фильтров без потерь с комплексными нагрузками 510
Ч. Михалик, М. С. Пекарски: Фильтр нижних частот с выпуклой характеристикой в пропускном диапазоне и максимальным ассимптотическим затуханием 523
Т. Новицки, В. Станьчак: Методология предварительной оценки телефонных станций в городской сети 540
К. Весоловски: Алгоритм вычисления обратной матрицы для адаптивной коррекции 547
А. Козловски: Приоритеты конечных устройств со случайным доступом к радиоканалу 557

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy opracowywaniu maszynopisów artykułów do opublikowania.

1. *Tematyka, charakter i oryginalność artykułów.* „Rozprawy Elektrotechniczne" są przeznaczone do ogłaszania prac naukowych wchodzących w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, zwłaszcza jeżeli traktują one omawiane zagadnienia w sposób możliwie kompletny i zmierzają do osiągnięcia celu informacyjno-dydaktycznego. W związku z tym publikowane prace mogą być w mniejszym lub większym stopniu pracami nieoryginalnymi, jeśli chodzi o treść w nich zawartą, co nie zwalnia Autorów od obowiązku ujęcia tematu w sposób oryginalny. Twórczy wkład Autora może polegać wówczas np. na: porównaniu opisywanych teorii, metod lub systemów, krytycznej ich ocenie, wyciągnięciu własnych wniosków co do celowości takiego lub innego działania, zastosowaniu własnej klasyfikacji zagadnień, prognostyce itp. W szczególności „Rozprawy" ogłaszają takie prace naukowe, które zawierają: analizę porównawczą teorii, metod lub systemów, syntetyczne ujęcia określonego zagadnienia naukowego, omówienie obecnego stanu wybranego działu elektrotechniki, omówienie jego postępów lub tendencji rozwojowych itp.

2. *Wymagania ogólne.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną kalkę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnienie lub pisanie atramentem albo długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyn do pisania koloru białego, formatu A-4; numeracja ciągła na wszystkich kartkach. W artykułach należy stosować Międzynarodowy Układ Jednostek SI.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelania), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami. Proponowane wyróżnienia Autor może wprowadzić do maszynopisu (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej kartce maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej kartki powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice w maszynopisie powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami, na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy

wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenia w językach obcych: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien przynajmniej podać niezbędną do wykonania tłumaczenia obcojęzyczną terminologię.

8. *Literatura.* Po zakończeniu artykułu należy podać wykaz literatury wymieniając w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

Uwagi

1. Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

2. Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

3. **Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni** pod adresem Redakcji.

4. W przypadku gdy publikacja została opracowana w ramach realizacji problemu rządowego lub węzłowego prosimy o powiadomienie Redakcji o tym, z podaniem nazwy problemu badawczego. Takie artykuły będą publikowane w pierwszej kolejności.

Cena zł 40,—

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

CZASOPISMO
ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

Warunki prenumeraty
Cena prenumeraty krajowej
półrocznie zł 80,—
rocznie zł 160,—

Prenumeratę **na kraj** przyjmują Oddziały RSW „Prasa—Książka—Ruch" oraz urzędy pocztowe i doręczyciele w terminach:
— do 25 listopada na I półrocze roku bieżącego i na cały rok następny,
— do 10 czerwca na II półrocze roku bieżącego.
Jednostki gospodarki uspołecznionej, instytucje, organizacje i wszelkiego rodzaju zakłady pracy zamawiają prenumeratę w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa—Książka—Ruch", w miejscowościach zaś, w których nie ma Oddziałów RSW — w urzędach pocztowych.
Czytelnicy indywidualni opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych i u doręczycieli.
Prenumeratę ze zleceniem wysyłki **za granicę** przyjmują RSW „Prasa—Książka—Ruch", Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w Warszawie Nr 1153-201045-139-11 — w terminach podanych dla prenumeraty krajowej.
Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zleceniodawców instytucji i zakładów pracy.
Bieżące i archiwalne numery można nabyć lub zamówić we Wzorcowni Wydawnictw Naukowych PAN-Ossolineum-PWN, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter) 00-901 Warszawa oraz w księgarniach naukowych „Domu Książki".

A subscription order stating the period of time, along with the subscriber's name and address can be sent to your subscription agent or directly to Foreign Trade Enterprise Ars Polona — Ruch, 00-068 Warszawa, 7 Krakowskie Przedmieście, P. O. Box 1001, Poland. Please send payments to the account of Ars Polona — Ruch in Bank Handlowy S. A., 7 Traugutt Street, 00-067 Warszawa, Poland.
Indeks 37483