

J. SYKULSKI

ANALYSE TRIDIMENSIONNELLE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LE SYSTÈME DES CONDUCTEURS PARALLÈLES FINIS EN VOISINAGE DES ÉCRANS CONDUCTIFS MASSIFS SEMI-INFINIS**R é s u m é**

On a exposé l'analyse du champ électromagnétique dans le système des conducteurs parallèles finis en voisinage des écrans conductifs massifs, semi-infinis. En se servant de la transformation Fourier doublée, on a obtenu des formules intégrales pour les grandeurs qui caractérisent le champ. On a présenté les calculs numériques de la tension du champ magnétique et du flux dans la cuve du transformateur triphasé. Les résultats des calculs ont été comparés avec la répartition du champ obtenu.

J. SYKULSKI

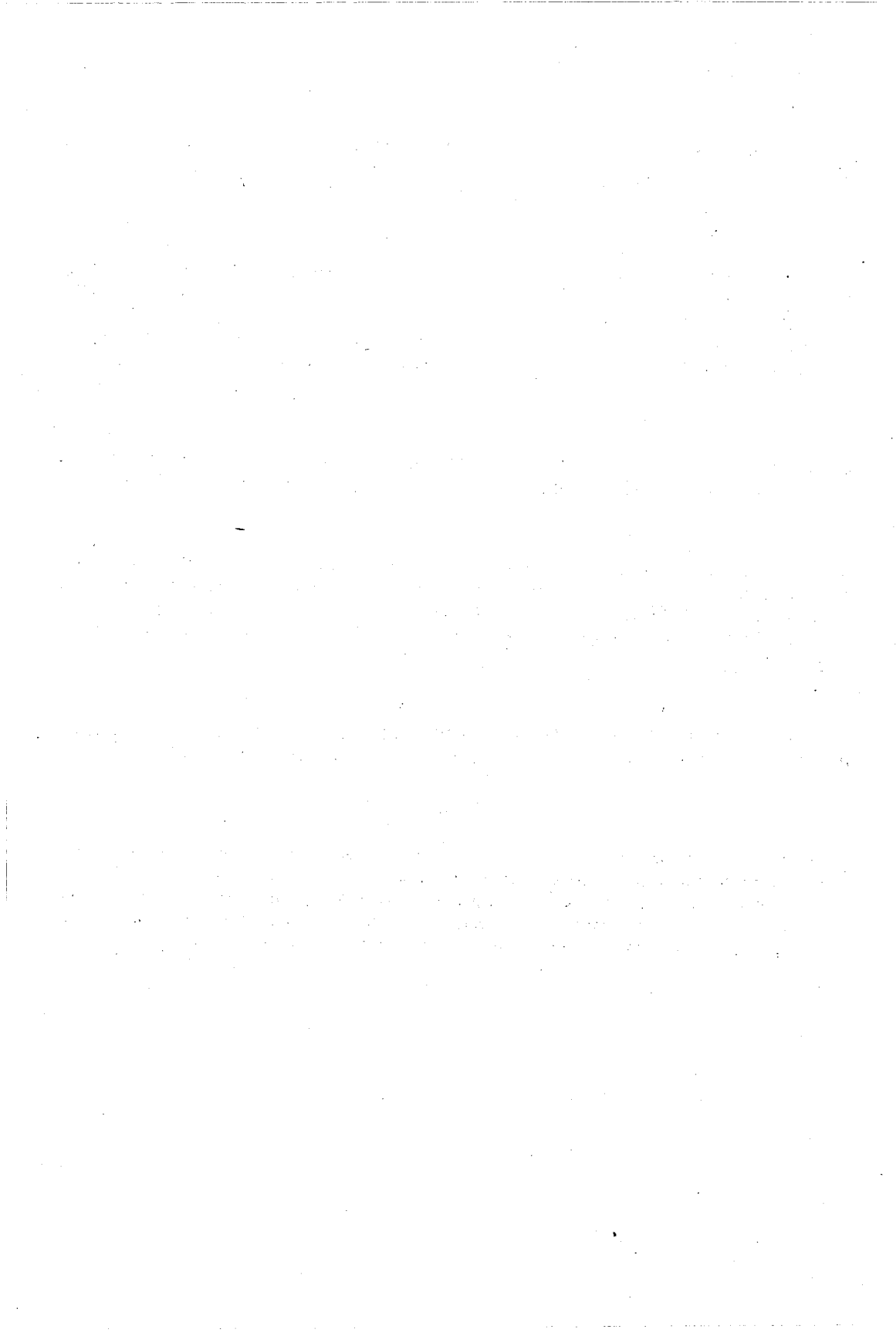
DREIDIMENSIONALE ANALYSE EINES ELEKTROMAGNETISCHEN FELDES ENDLICHLANGER SCHIENENLEITER IN DER NÄHE MASSIVER, LEITENDER HALBRÄUME**Z u s a m m e n f a s s u n g**

Es wird die Analyse eines elektromagnetischen Feldes paralleler endlichlanger Schienenleiter in der Nähe passiver, leitender Halbräume durchgeführt. Mittels der Fourier-Doppel-Transformation wurden Integrationsformeln für Feldgrößen gewonnen. Digitalberechnungen des magnetischen Feldes und des Flusses im Transformatorkessel sind mit Ergebnissen der Experimentalversuche verglichen worden.

Я. СЫКУЛЬСКИ

ТРЕХМЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ СИСТЕМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ РЕЛЬСОВЫХ ПРОВОДОВ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ ВБЛИЗИ ПРОВОДЯЩИХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ**Р е з ю м е**

Описано электромагнитное поле системы параллельных рельсовых проводов конечной длины вблизи проводящих полупространств. При помощи двухкратной трансформации Фурье выведены интегральные формулы позволяющие рассчитать на ЭВМ значения магнитного поля рассеяния. Представлены распределения напряженности магнитного поля и потока в баке трехфазного трансформатора полученные по измерениям и по приведенным в статье формулам.



Symulacja cyfrowa układu przekształtnikowego współpracującego z indukcyjną maszyną prądu przemiennego

WALDEMAR SMOŁUCH (LUBLIN)

Instytut Przetwarzania i Użytkowania Energii Elektrycznej Politechniki Lubelskiej

Otrzymano 8.11.1979

W pracy przedstawiono symulację cyfrową układu przekształtnikowego współpracującego z indukcyjną maszyną prądu przemiennego. Modelowanie układu przeprowadzono za pomocą metody topologicznej analizy obwodów w oparciu o model maszyny indukcyjnej w jej naturalnych osiach. Zmienną konfigurację obwodów będącą wynikiem działania zaworów, opisuje macierz przekształceń T . Równanie stanu dla dowolnej konfiguracji otrzymuje się przekształcając, za pomocą macierzy T , równania oczkowe otrzymane dla stanu przewodzenia wszystkich zaworów układu. Przedstawione w pracy wyniki obliczeń numerycznych układu asynchronicznej kaskady zaworowej w stanach nieustalonych i ustalonych są zgodne z wynikami pomiarów układu modelowego.

1. WSTĘP

Ujęcie w jednolitym zamkniętym układzie równań zjawisk fizycznych występujących w złożonych układach przekształtnikowych wymaga zastosowania topologicznej metody analizy obwodów. Metody te pozwalają uniknąć szeregu istotnych uproszczeń, stosowanych przy innych metodach analizy układów przekształtnikowych i uwzględnić rzeczywiste wartości parametrów obwodów. Przetwornik elektromechaniczny najdogodniej jest wtedy przedstawić w jego naturalnych współrzędnych fazowych [7, 10]. Taki model maszyny umożliwia określenie w każdym kroku obliczeń numerycznych, chwilowych wartości napięć i prądów gałęziowych, co upraszcza istotnie określenie funkcji logicznych opisujących stan przewodzenia zaworów.

Opracowana przez autora i przedstawiona w [8] metoda topologiczna umożliwia tworzenie równań stanu dla dowolnej konfiguracji obwodów będących wynikiem działania zaworów układu. Stosując macierz strukturalną obwodów zwaną przez [4] „macierzą przekształceń” T można otrzymać równanie stanu dla kolejnych konfiguracji obwodów dzięki podaniu w [8] ogólnych zasad umożliwiających określenie wyrazów tej macierzy.

Autorzy w [3, 11, 12] korzystali z macierzy przekształceń T w celu formowania równań dla kolejnych konfiguracji obwodów, lecz analizowali pojedyncze mostki prostownicze: trójfazowe [11, 12] lub jednofazowy [3], dla których wyrazy macierzy można ustalić przed rozpoczęciem obliczeń, gdyż znane są wszystkie stany pracy tych układów.

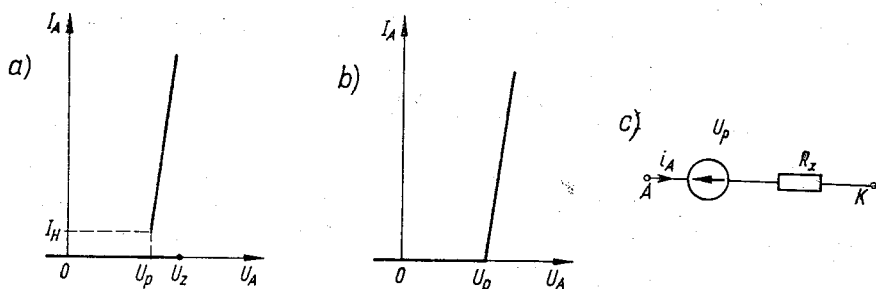
W niniejszej pracy przedstawiono symulację cyfrową złożonego układu przekształtnikowego jakim jest asynchroniczna kaskada zaworowa. Analizowany układ przedstawiony jest za pomocą grafu wyjściowego utworzonego dla fikcyjnego stanu, gdy przewodzą wszystkie zawory układu. Macierz $\underline{T}$, której wyrazy określone są w procesie obliczeń numerycznych w zależności od wartości funkcji logicznych zaworów, przekształca kontrgradientnie macierze elementów oczek. Pozwala to otrzymać wektor stanu dla aktualnej konfiguracji obwodów asynchronicznej kaskady. Ponieważ macierz przekształceń $\underline{T}$ jest operatorem działającym na macierze elementów oczek, dlatego też jako zmienne stanu przyjęto: prądy i_{OL} oczek zawierających indukcyjności, napięcia oczkowe u_{oc} na pojemnościach odpowiednich obwodów oraz prędkość kątową Ω i kąt położenia wirnika θ

2. FORMOWANIE RÓWNAŃ STANU UKŁADU PRZEKSZTAŁNIKOWEGO WSPÓŁPRACUJĄCEGO Z INDUKCYJNĄ MASZYNĄ PRĄDU PRZEMIENNEGO

2.1. Tworzenie grafu wyjściowego układu

Graf wyjściowy układu tworzy się dla stanu przewodzenia wszystkich zaworów. Dla tego przypadku podaje się również wyjściowy układ równań. W celu określenia grafu wyjściowego elektromechanicznego systemu przekształtnikowego należy elementy półprzewodnikowe oraz przetwornik elektromechaniczny przedstawić jako elementy gałęziowe grafu.

W opracowanej metodzie topologicznej zakładającej zmienną konfigurację obwodów układu, możliwe jest zastosowanie dwuodcinkowej aproksymacji charakterystyki statycznej dla stanu przewodzenia zaworów. Wymagane natomiast jest przyjęcie nieskończonej wartości rezystancji dynamicznej w stanie blokowania. Aproksymacje rzeczywistej charakterystyki statycznej tyrystora, przedstawionej na rys. 1, można zamodelować na EMC



Rys. 1. Aproksymacje rzeczywistych charakterystyk statycznych zaworów: a) tyrystora, b) diody, c) gałąź grafu z zaworem o aproksymacji wg a) i b).

uwzględniając również minimalną wartość napięcia przełączającego tyrystor u_z . Napięcie to występuje w wyrażeniu funkcji logicznej, a wartość napięcia polaryzacji przepustowej u_p w postaci SEM w gałęzi grafu. W przypadku diody przyjęto w obydwu przypadkach wartość napięcia u_p . W przyjętych modelach nie uwzględniono parametrów obwodu bramkowego, włączenia zaworów z powodu przekroczenia krytycznej stromości narastania napięcia anodowego oraz ładunku przejściowego.

Model maszyny asynchronicznej zbudowano w oparciu o następujące założenia upraszczające:

- obwód magnetyczny jest liniowy i nie występują straty w stali,
- w stojanie i wirniku znajdują się uzwojenia symetrycznie rozmieszczone i przesunięte o kąt $2/3\pi$,
- rozkład pola magnetycznego w szczeliny silnika jest sinusoidalny.

Zgodnie z powyższymi założeniami można przedstawić równania fazowe indukcyjnej maszyny asynchronicznej we współrzędnych naturalnych, których rozwiązanie metodami numerycznymi nie przedstawia większych trudności [7].

Jako początek układu współrzędnych nieruchomych przyjęto oś magnetyczną pasma uzwojenia fazy A stojana, jako początek układu współrzędnych wirujących — oś magnetyczną pasma uzwojenia fazy a wirnika. Chwilowe położenie początków obu układów współrzędnych określa kąt przestrzenny Θ lub odpowiadający mu kąt fazowy $\gamma = p\Theta$. Równanie fazowe maszyny asynchronicznej przyjmie postać

$$\underline{u}_f = \underline{R}_f \underline{i}_f + \frac{d}{dt} \underline{\psi}_f, \quad (1)$$

$$J \frac{d^2 \Theta}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Theta} (\underline{i}_f^T \underline{\psi}_f) + M(\Theta) \quad (2)$$

przy założeniu

$$\underline{\psi}_f = \underline{L}_f(\Theta) \underline{i}_f; \quad M(\Theta) = M = \text{const},$$

i wykonaniu różniczkowania $\underline{\psi}_f$, otrzymuje się:

$$\underline{u}_f = \underline{R}_f \underline{i}_f + \underline{L}_f \frac{d}{dt} \underline{i}_f + \frac{d}{dt} \Theta \frac{\partial}{\partial \Theta} \underline{L}_f \underline{i}_f, \quad (3)$$

$$J \frac{d^2 \Theta}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Theta} (\underline{i}_f^T \underline{L}_f \underline{i}_f) + M, \quad (4)$$

gdzie:

$\underline{u}_f = \begin{bmatrix} \underline{u}^s \\ \underline{u}^r \end{bmatrix}$ — wektor napięć fazowych stojana i wirnika silnika o wymiarze $n = 6$,

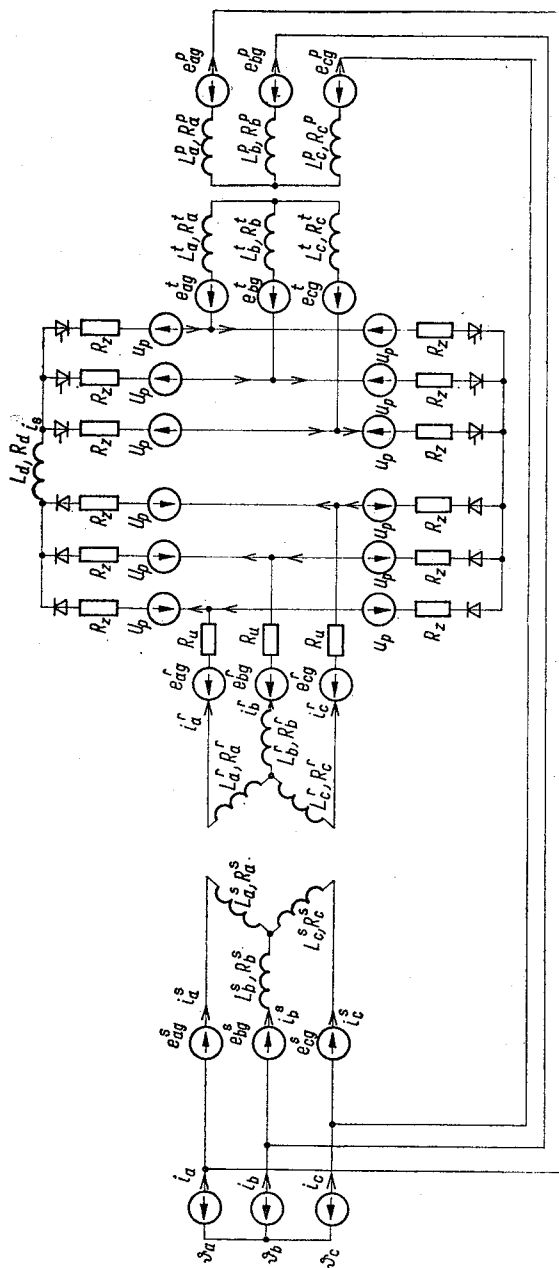
$\underline{i}_f = \begin{bmatrix} \underline{i}^s \\ \underline{i}^r \end{bmatrix}$ — wektor prądów fazowych silnika o wymiarze $n = 6$,

$\underline{L}_f = \begin{bmatrix} \underline{L}^{ss} & \underline{L}^{sr} \\ \underline{L}^{rs} & \underline{L}^{rr} \end{bmatrix}$ — macierz indukcyjności fazowych silnika o wymiarze $n \times n$,

$\underline{L}^{sr} = (\underline{L}^{rs})^T$ — macierz indukcyjności wzajemnych stojan-wirnik,

$$\underline{L}^{sr} = M_M \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \cos\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right) & \cos(\gamma) & \cos\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right) & \cos(\gamma) \end{bmatrix},$$

M_M — wartość maksymalna indukcyjności wzajemnej stojan-wirnik,



Rys. 2. Schemat zastępczy układu asynchronicznej kaskady zaworowej

$$\underline{L}^{ss} = \begin{bmatrix} L_W^s + L_M^s, & -0,5L_M^s, & -0,5L_M^s \\ -0,5L_M^s, & L_M^s + L_M^s, & -0,5L_M^s \\ -0,5L_M^s, & -0,5L_M^s, & L_W^s + L_M^s \end{bmatrix} \text{ macierz indukcyjności fazowych stojana,}$$

L_W^s — indukcyjność rozproszenia fazy uzwojenia stojana,

L_M^s — indukcyjność wzajemna między uzwojeniami stojana,

$\underline{L}^{rr}$ — macierz indukcyjności fazowych wirnika,

$\underline{R}_f = \text{diag}(R_a^s, R_b^s, R_c^s, R_a^r, R_b^r, R_c^r)$ — macierz rezystancji fazowych silnika.

Po wykonaniu w równaniach (3) i (4) różniczkowania można je przedstawić w postaci:

$$\underline{u}_f = \underline{R}_f \underline{i}_f + \underline{L}_f \frac{d}{dt} \underline{i}_f + \frac{d\Theta}{dt} \underline{L}_r \underline{i}_f, \quad (5)$$

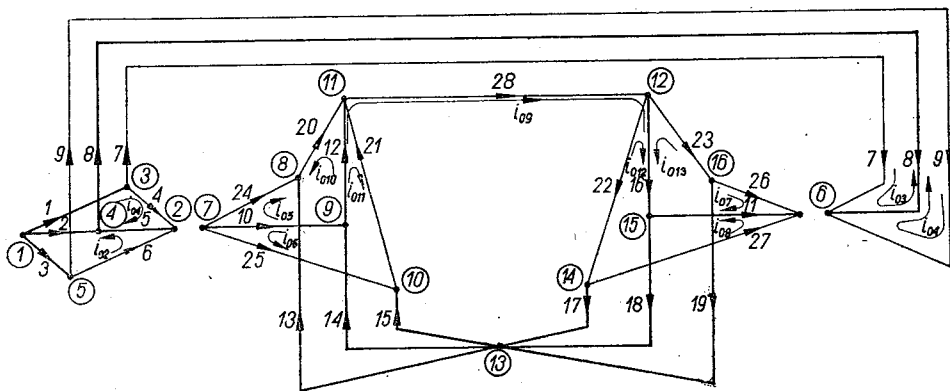
$$J \frac{d^2\Theta}{dt^2} = \frac{1}{2} (\underline{i}_f^T \underline{L}_r \underline{i}_f) + M, \quad (6)$$

gdzie:

$$\underline{L}_r = \begin{bmatrix} 0 & \underline{L}_r^{sr} \\ \underline{L}_r^{rs} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{L}_r^{sr} = (\underline{L}_r^{rs})^T = -M_M \begin{bmatrix} \sin(\gamma), & \sin\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right), & \sin\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right) \\ \sin\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right), & \sin(\gamma), & \sin\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \sin\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right), & \sin\left(\gamma + \frac{4}{3}\pi\right), & \sin(\gamma) \end{bmatrix}.$$

Uwzględniając powyższe modele zaworów oraz maszyny indukcyjnej można przedstawić topologię układu za pomocą grafu wyjściowego. Fazowe indukcyjności silnika uwzględnia się jako elementy gałęziowe grafu. Wszystkie indukcyjności wzajemne danej fazy przedstawia się na schemacie zastępczym w postaci tzw. gałęziowych zależnych źródeł napięciowych [2]. Dla analizowanego układu asynchronicznej kaskady zaworowej o schemacie połączeń jak na rys. 2, graf wyjściowy przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Graf wyjściowy układu kaskady z zaznaczonymi prądami oczkowymi oraz drzewem grafu

2.2. Równanie stanu układu asynchronicznej kaskady zaworowej

Równania stanu układu zostały wyznaczone w oparciu o graf wyjściowy odwzorowujący topologię układu. Dla rozpatrywanego układu jako zmienne stanu przyjęto: prądy i_{OL} oczek zawierających indukcyjności, napięcia oczkowe u_{oc} na pojemnościach odpowiednich obwodów, prędkość kątową Ω oraz kąt położenia wirnika maszyny θ .

Wyrazy macierzy przekształceń $\underline{T}$, determinujące kolejne konfiguracje obwodów układu przekształtnikowego, są zależne od wartości funkcji logicznych opisujących stan przewodzenia zaworów. Funkcje logiczne dla przedstawionych na rys. 1 modeli, zostały opracowane na podstawie [1, 9] po modyfikacjach mających na celu szybsze ich określenie w procesie obliczeń numerycznych.

Funkcja opisująca stan przewodzenia tyrystora ma postać:

$$F^* = \neg i_T^* \wedge u_z^* \wedge i_B^* \vee i_T^*, \quad (7)$$

gdzie:

i_T^* — anodowy prąd tyrystora większy od prądu podtrzymania (w zapisie binarnym),

u_z^* — najmniejsze napięcie anodowe tyrystora, przy którym można go już wyzwolić prądem bramki,

i_B^* — wyzwalający impuls bramkowy.

Stan przewodzenia diody opisuje funkcja

$$F^* = \neg i_D^* \wedge u_D^* \vee i_D^*, \quad (8)$$

gdzie u_D^* , i_D^* — napięcie i prąd anodowy diody.

W celu wyznaczenia funkcji logicznych zaworów danych zależnościami (7) i (8) należy w dyskretnej chwili czasu określić: napięcia na gałęziach z nieprzewodzącymi zaworami, prądy w gałęziach z przewodzącymi zaworami oraz chwilę generowania impulsu bramkowego. Za pomocą funkcji logicznych eliminuje się z grafu wyjściowego gałęzie z nieprzewodzącymi zaworami, redukując kolumny w kompletnej macierzy incydencji węzłowych $\underline{A}_k$. Algorytmy obliczeń funkcji oraz eliminacji gałęzi grafu podane zostały w [6, 8].

Podczas pracy układu przekształtnikowego może wystąpić graf niespójny. Dla tego przypadku funkcje logiczne należy wyznaczyć na podstawie układu równań dla grafu wyjściowego, przyjmując dla grafu częściowego odwzorowującego obwód z zaworami $i_{OL} = 0$. Jest to równoznaczne z przyjęciem nieskończonej impedancji dla zaworów. Napięcia na nieprzewodzących gałęziach z zaworami będą wtedy częścią odpowiednich SEM fazowych sieci lub indukowanych w gałęziach grafu częściowego ze źródłami napięciowymi.

Wyrazy macierzy $\underline{T}$ zostały określone za pomocą twierdzenia 3, zawartego wraz z dowodem w [8]. Aby wykorzystać twierdzenie 3 do wyznaczenia macierzy $\underline{T}$ należy przekształcić kompletną macierz incydencji węzłowych $\underline{A}_k$ grafu częściowego do postaci macierzy oczkowej $\underline{C}$ grafu po zmianie konfiguracji obwodów. Macierz strukturalną $\underline{C}$ otrzymuje się redukując w macierzy $\underline{A}_k$ zerowe kolumny i wiersze odpowiadające nieprzewodzącym zaworom. Otrzymaną po redukcji macierz incydencji węzłowej $\underline{A}$ przekształca się do postaci macierzy $\underline{C}$ za pomocą zależności

$$\underline{C} = [- (\underline{A}_z^{-1} \cdot \underline{A}_c)^T \mathbf{1}], \quad (9)$$

gdzie:

$\underline{A} = (\underline{A}_z, \underline{A}_c)$ — macierz incydencji węzłowych o wymiarach $n \times k$, $n = w - 1$,
 $k = m + n$,

w — liczba wierzchołków grafu,

k — liczba gałęzi grafu,

$\underline{A}_z$ — macierz incydencji zbioru gałęzi drzewa grafu o wierzchołkach $n \times n$,

$\underline{A}_c$ — macierz incydencji zbioru gałęzi zamykających drzewo grafu o wymiarach
 $n \times m$,

$\underline{1}$ — macierz jednostkowa o wymiarach $m \times m$,

$\underline{C}$ — macierz incydencji oczkowych o wymiarach $\mu' \times k$,

μ' — liczba oczek niezależnych po zmianie konfiguracji obwodów.

W oparciu o powstałą macierz $\underline{C}$ należy określić zdefiniowaną w [8], zmodyfikowaną macierz incydencji oczkowych $\underline{C}_m$. Zgodnie z definicją macierz $\underline{C}_m$ zawiera te wyrazy macierzy $\underline{C}$, które w grafie wyjściowym należą do zbioru gałęzi zamykających. Dokonując dla grafu zredukowanego transpozycji $\underline{C}_m$ otrzymuje się macierz przekształceń

$$\underline{T} = \underline{C}_m^T. \quad (10)$$

Kolejne stany układu czyli drzewa grafu po zmianie konfiguracji obwodów wyznacza macierz przekształceń. Macierz $\underline{T}$ powoduje wyeliminowanie zbioru gałęzi z nieprzewodzącymi zaworami z grafu wyjściowego, pozwala to na dostosowanie liczby równań stanu do aktualnego wymiaru wektora stanu i zmniejszenie liczby równań podlegających numerycznemu całkowaniu. Taki opis układu pozwala na bazie jednego układu równań przedstawić wszystkie stany pracy rozpatrywanej asynchronicznej kaskady zaworowej.

Wyjściowe równania układu asynchronicznej kaskady przedstawiono w oparciu o dodatkowe założenia upraszczające:

- wartość parametrów R , L wszystkich faz silnika i transformatora jest stała i niezmienna przy zmianie poślizgu silnika,
- charakterystyki statyczne zaworów zostały zlinearyzowane w części przewodzącej z uwzględnieniem napięcia polaryzacji przepustowej i jest jednakowa we wszystkich fazach,
- w transformatorze falownika pominięto składową czynną prądu stanu jałowego oraz założono, że uzwojenia tej samej fazy transformatora są sprzężone magnetycznie natomiast uzwojenia różnych faz są jedynie skojarzone w układ trójfazowy.

Równania równowagi elektrycznej w postaci równań oczkowych dla grafu z rys. 3 oraz równanie równowagi mechanicznej, dla aktualnej konfiguracji obwodów układu przekształtnikowego, mają postać:

$$e_{on} = \underline{L}_{on} \frac{d}{dt} i_{on} + \underline{Z}_{on} i_{on} + u_{ocn}, \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt} u_{ocn} = \underline{S}_{on} i_{on}, \quad (12)$$

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{1}{2} (\underline{i}_{on}^T \underline{L}_{orn} \underline{i}_{on}) + M. \quad (13)$$

Wprowadzając podział na dwie klasy oczek: opisanych równaniami różniczkowymi lub algebraicznymi, klasyfikując je po zbadaniu elementów głównej przekątnej macierzy $\underline{L}_{on}$, wektory i macierze występujące w równaniu (11) ÷ (13) przyjmują postać:

$$\underline{i}_{on} = \begin{bmatrix} \underline{i}^I \\ \underline{i}^{II} \end{bmatrix} - \mu' - \text{wymiarowy wektor prądów oczkowych},$$

$$\underline{e}_{on} = \underline{T}^T \underline{e}_o = \begin{bmatrix} \underline{e}^I \\ \underline{e}^{II} \end{bmatrix} - \mu' - \text{wymiarowy wektor źródłowych napięć oczkowych},$$

$\underline{T}$ — macierz przekształceń o wymiarach $\mu \times \mu'$

μ — liczba oczek niezależnych przed zmianą konfiguracji układu,

μ' — liczba oczek niezależnych po zmianie konfiguracji,

$$\underline{L}_{on} = \underline{T}^T \underline{L}_o \underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{L}_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \text{macierz indukcyjności oczkowych o wymiarach } \mu' \times \mu',$$

$$\underline{Z}_{on} = \underline{T}^T \underline{Z}_o \underline{T} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{bmatrix} - \text{macierz rezystancji wraz z reaktancjami wzajemnymi oczek o wymiarach } \mu' \times \mu',$$

$$\underline{Z}_o = \underline{L}_{or} + \underline{R}_o - \text{macierz rezystancji i reaktancji wzajemnych oczek grafu wyjściowego o wymiarach } \mu \times \mu,$$

$$\underline{L}_{orn} = \underline{T}^T \underline{L}_{or} \underline{T} - \text{wydzielona macierz oczkowych indukcyjności wzajemnych o wymiarach } \mu' \times \mu',$$

$$\underline{S}_{on} = \underline{T}^T \underline{S}_o \underline{T} - \text{macierz elastancji oczkowych o wymiarach } \mu' \times \mu',$$

$$\underline{u}_{ocn} = \underline{T}^T \underline{u}_{oc} - \mu' - \text{wymiarowy wektor napięć oczkowych}.$$

Zakładając, że macierz $\underline{L}_{on}$ jest niecosobliwa oraz pomijając wpływ pojemności tyristorowych filtrów przepięciowych na pracę układu, po przekształceniach otrzymano równanie stanu asynchronicznej kaskady zaworowej dla grafu wyjściowego z rys. 3:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [i^I] &= [A_{11}] [i^I] + [B_{11}, B_{12}] \begin{bmatrix} \underline{e}^I \\ \underline{e}^{II} \end{bmatrix}, \\ \frac{d}{dt} \Omega &= \frac{1}{J} \left\{ M + \frac{1}{2} ([i^I]^T [\underline{L}_{orn}] [i^I]) \right\}, \\ \frac{d}{dt} \Theta &= \Omega, \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie:

$$\underline{A}_{11} = \underline{L}_{11}^{-1} \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{22}^{-1} \underline{Z}_{21} - \underline{L}_{11}^{-1} \underline{Z}_{11},$$

$$\underline{B}_{11} = \underline{L}_{11}^{-1},$$

$$\underline{B}_{12} = -\underline{L}_{11}^{-1} \underline{Z}_{12} \underline{Z}_{22}^{-1}.$$

Układ równań (14) opisuje stan przewodzenia wszystkich zaworów układu. Dla tego przypadku macierz przekształceń $\underline{T}$ jest macierzą jednostkową o wymiarach $\mu \times \mu$. Macierze i wektory elementów oczek grafu wyjściowego układu asynchronicznej kaskady przyjmują wtedy wartości:

$$\underline{e}_o = \underline{e}_{on} = \begin{bmatrix} \underline{e}^I \\ \underline{e}^{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_b \\ V_c - V_b \\ V_a - V_b \\ V_c - V_b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\underline{i}_o = \underline{i}_{on} = \begin{bmatrix} \underline{i}^I \\ \underline{i}^{II} \end{bmatrix} = (i_{01}, i_{02}, i_{03}, i_{04}, i_{05}, i_{06}, i_{07}, i_{08}, i_{09}, i_{010}, i_{011}, i_{012}, i_{013})^T, \quad (16)$$

$$\underline{Z}_o = \underline{Z}_{on} = \begin{bmatrix} 2R_s & R_s & 0 & 0 & z_{15} & z_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_s & 2R_s & 0 & 0 & z_{25} & z_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2R_p & R_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_p & 2R_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z_{51} & z_{52} & 0 & 0 & z_{55} & z_{56} & 0 & 0 & R_z & 2R_z & R_z & 0 & 0 \\ z_{61} & z_{62} & 0 & 0 & z_{65} & z_{66} & 0 & 0 & R_z & R_z & 2R_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{77} & z_{78} & R_z & 0 & 0 & R_z & 2R_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & z_{87} & z_{88} & R_z & 0 & 0 & 2R_z & R_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_z & R_z & R_z & R_z & z_{99} & 2R_z & 2R_z & 2R_z & 2R_z \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2R_z & R_z & 0 & 0 & 2R_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_z & 2R_z & 0 & 0 & 2R_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_z & 2R_z & 2R_z & 0 & 0 & 4R_z & 2R_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2R_z & R_z & 2R_z & 0 & 0 & 2R_z & 4R_z \end{bmatrix}$$

gdzie:

$$z_{15} = z_{51} = z_{26} = z_{62} = 3M_M \Omega \sin(\gamma),$$

$$z_{25} = z_{52} = -3M_M \Omega \sin\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi\right),$$

$$z_{16} = z_{61} = -3M_M \Omega \sin\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right),$$

$$z_{55} = z_{66} = -2(R_r + R_z + R_u),$$

$$z_{56} = z_{65} = -(R_r + R_z + R_u),$$

$$z_{78} = z_{87} = -(R_t + R_z),$$

$$z_{77} = z_{88} = -2(R_t + R_z),$$

$$z_{99} = R_d + 4R_z,$$

R_s, R_r — rezystancje fazowe uzwojeń stojana i wirnika silnika,

R_p, R_t — rezystancje fazowe uzwojenia pierwotnego i wtórnego transformatora falownika,

R_d — rezystancja dławika,

R_z — rezystancja dynamiczna w stanie przewodzenia diody i tyrystora,

R_u — rezystancja przejścia szczotki — pierścień wirnika;

$$\underline{L}_0 = \underline{L}_{on} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & 0 & 0 & l_{15} & l_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 & l_{25} & l_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{33} & l_{34} & 0 & 0 & l_{37} & l_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{43} & l_{44} & 0 & 0 & l_{47} & l_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{51} & l_{52} & 0 & 0 & l_{55} & l_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_{61} & l_{62} & 0 & 0 & l_{65} & l_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{73} & l_{74} & 0 & 0 & l_{77} & l_{78} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{83} & l_{84} & 0 & 0 & l_{87} & l_{88} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_d & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

gdzie:

$$l_{11} = l_{22} = 2L_w^s + 3L_M^s,$$

$$l_{12} = l_{21} = L_w^s + 1,5L_M^s,$$

$$l_{33} = l_{44} = 2(L_w^p - L_M^p),$$

$$l_{34} = l_{43} = L_w^p + L_M^p,$$

$$l_{55} = l_{66} = 2(L_w^r - L_M^r),$$

$$l_{56} = l_{65} = L_w^r - L_M^r,$$

$$l_{37} = l_{48} = l_{73} = l_{84} = 2M_T,$$

$$l_{38} = l_{47} = l_{74} = l_{83} = M_T,$$

$$l_{77} = l_{88} = 2(L_w^t + L_M^t),$$

$$l_{78} = l_{87} = L_w^t + L_M^t,$$

$$l_{15} = l_{51} = l_{26} = l_{62} = -3M_M \cos(\gamma),$$

$$l_{25} = l_{52} = 3M_M \cos\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi\right),$$

$$l_{16} = l_{61} = 3M_M \cos\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi\right),$$

L_w^p, L_w^t — indukcyjności rozproszenia faz uzwojenia pierwotnego i wtórnego transformatora,

L_M^p — indukcyjność główna fazy uzwojenia pierwotnego transformatora,

L_M^t — indukcyjność główna fazy uzwojenia wtórnego transformatora,

M_T — indukcyjność wzajemna transformatora,

L_d — indukcyjność dławika.

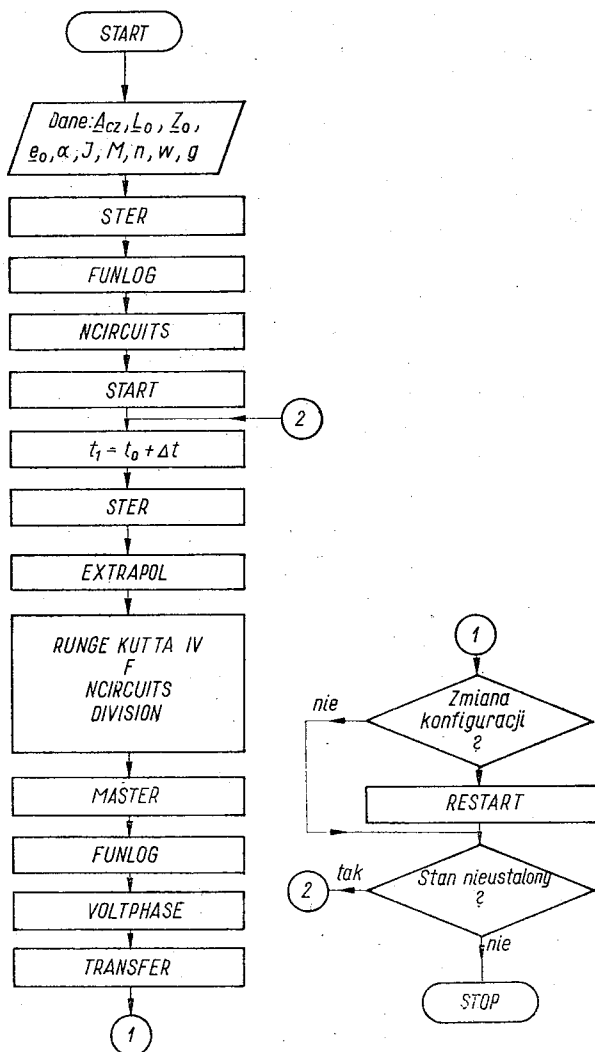
3. ALGORYTM ROZWIĄZANIA RÓWNAŃ STANU KASKADY

Schemat blokowy algorytmu rozwiązania równań stanu asynchronicznej kaskady przedstawia rys. 4. Program KASKADA napisany jest w języku Algol 1900 dla maszyn serii Odra 1300.

Z uwagi na zmienną wielkość wektora stanu, wynikającą ze zmian konfiguracji obwodów oraz niestacjonarność i nieliniowość równań stanu, zastosowano metodę Runge-Kutty IV [5] z krokiem całkowania równym 10^{-4} s. Wprowadzono zmianę długości kroku całkowania w przypadkach ustalania czasu przewidywanej zmiany konfiguracji oraz po każdej jej zmianie.

Danymi wejściowymi do programu są:

a. elementy gałęziowe grafu wyjściowego,



Rys. 4. Schemat blokowy algorytmu programu KASKADA

- b. macierz incydencji węzłowych A_{cz} podgrafu G' , zawierającego gałęzie z zaworami,
 - c. numery gałęzi zawierających zawory oraz indukcyjności,
 - d. kąt wysterowania tyrystorów α ,
 - e. liczba cykli, gałęzi oraz węzłów grafu wyjściowego,
 - f. wartość momentu oporowego M oraz bezwładności J ,
 - g. wielkości związane z prawidłowym funkcjonowaniem procedury Runge-Kutty IV.
- Nadawanie wartości początkowych odbywa się w procedurze START.

Do określenia wyrazów macierzy przekształceń T służą procedury: STER, FUNLOG, VOLTPHASE oraz TRANSFER. W procedurze STER dla tyrystorów mostka falownika (pracującego w układzie 6T) formowane są w postaci zmiennej boolowskiej impulsy bramkowe. Chwilę generowania impulsów określa wartość kąta wysterowania falownika α .

W procedurze VOLTPHASE obliczane są wartości indukowanych SEM fazowych wirnika i transformatora falownika oraz napięcia na gałęziach podgrafu z nieprzewodzącymi zaworami. Na podstawie wartości chwilowych napięć określa się w zapisie binarnym napięcie anodowe zaworów.

Procedura FUNLOG oblicza funkcje logiczne zaworów opisane zależnościami (7), (8).

Procedura TRANSFER służy do określenia liczby oczek, macierzy incydencji oczkowych C oraz macierzy przekształceń T układu po zmianie konfiguracji obwodów. Przekształcając zredukowaną macierz incydencji węzłowych A układu zgodnie z (9) oblicza się wyrazy macierzy C . Zmodyfikowaną macierz C_m otrzymuje się umieszczając w niej tylko te wyrazy macierzy C , które w grafie wyjściowym należą do zbioru gałęzi zamykających. Macierz przekształceń T jest określona jako transpozycja macierzy C_m .

Formowanie równań stanu odbywa się w procedurze NCIRCUITS, DIVISION oraz F. W NCIRCUITS powstają równania oczkowe dla aktualnej konfiguracji obwodów, a w DIVISION dokonuje się podziału na dwie klasy oczek. W procedurze F wchodzącej jako parametr do procedury RK-IV, określa się równanie stanu układu asynchronicznej kaskady zaworowej.

W procedurze EXTRAPOL ustala się, które z wartości prądów lub napięć gałęzi z zaworami znalazły się w przedziale przed zmianą konfiguracji aby dokładnie określić czas jej zmiany. Przewidywany czas zmiany wyznacza się w procedurze MASTER i dla tego czasu dodatkowo wywołuje się procedurę RK-IV. W niej również obliczone są prądy oczkowe, gałęziowe i napięcia na gałęziach z zaworami oraz otrzymuje się wydruki tych wielkości.

Przed wywołaniem procedury RESTART, gdzie nadawane są wartości początkowe dla nowej konfiguracji, wywołana jest procedura FUNLOG. Obliczenia kontynuowane są w pętli aż do osiągnięcia zadanej wartości czasu.

4. PORÓWNANIE WYNIKÓW OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH Z OTRZYMANYMI PRZEBIEGAMI OSCYLOGRAFICZNYMI

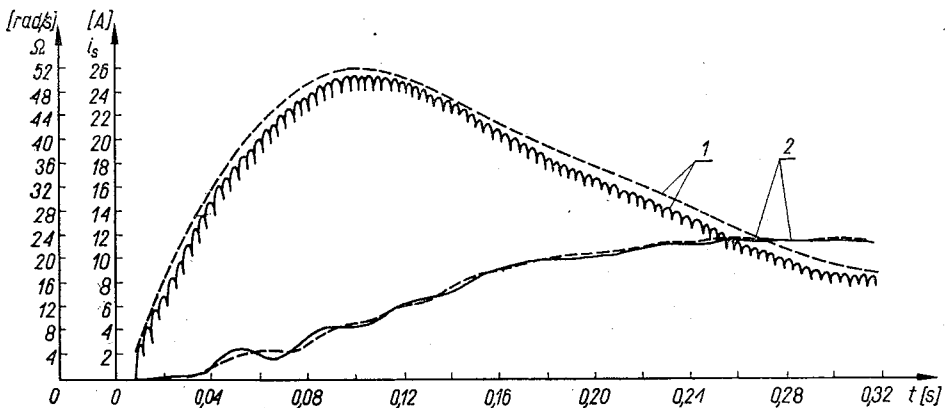
Badania przeprowadzono dla układu asynchronicznej kaskady zaworowej o schemacie zastępczym z rys. 2. Układ modelowy składa się z następujących elementów:

- a. indukcyjnego silnika pierścieniowego o danych: $P = 2,2 \text{ kW}$, $I_1 = 13/7,6 \text{ A}$, $U = 380/220 \text{ V}$, $n = 690 \text{ obr/min}$, $U_2 = 62 \text{ V}$,

- b. transformatora falownika o danych: $S = 11,6$ kVA, $I_1 = 30,3$ A, $U = 380/127$ V,
 c. dławika gładzącego o danych: $L_d = 52$ mH, $R_d = 60$ m Ω .

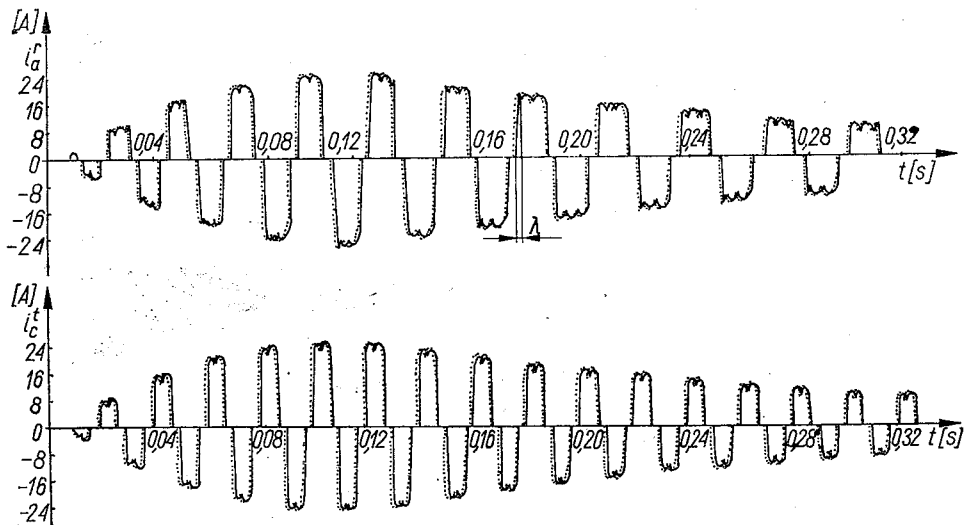
W celu weryfikacji obliczeń numerycznych wektora stanu kaskady wykonano oscylogramy dla przypadku rozruchu układu z momentem oporowym proporcjonalnym do prędkości kątowej. Rozruch wykonano za pomocą skokowej zmiany kąta α falownika.

Porównanie wyników obliczeń numerycznych z otrzymanymi przebiegami oscylograficznymi przedstawiają rys. 5, 6, 7. Największa różnica między wartościami obliczonymi



Rys. 5. Rozruch układu kaskady dla skokowej zmiany kąta wysterowania $\alpha = 2,45$ rad i momencie oporowym w stanie ustalonym $M = 9$ Nm

1. $i_s = f(t)$ przebieg pomierzony i obliczony prądu wyprostowanego w obwodzie wirnika,
 2. $\Omega = f(t)$ przebieg pomierzonej i obliczonej prędkości kątowej wirnika,
- charakterystyka pomierzona, ——— charakterystyka obliczona

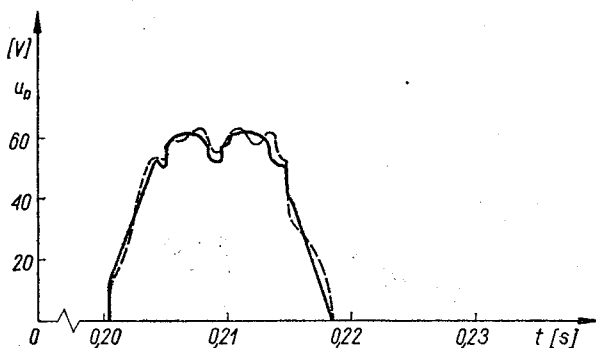


Rys. 6. Rozruch układu kaskady dla skokowej zmiany kąta wysterowania $\alpha = 2,45$ rad i momencie oporowym w stanie ustalonym $M = 9$ Nm

- a) Przebiegi pomierzone i obliczone prądu fazy a wirnika $i_a = f(t)$, b) Przebiegi pomierzone i obliczone prądu fazy c transformatora falownika $i_c = f(t)$, charakterystyka pomierzona, ——— charakterystyka obliczona, λ — kąt komutacji mostka diodowego wirnika

a pomierzonymi w stanach nieustalonych nie przekroczyła 15%, a w stanie ustalonym 5% wartości pomierzonej.

Główną przyczyną rozbieżności otrzymanych wyników jest niedokładność w określeniu wartości kąta α . W badanym układzie, regulacja prędkości od zera do ustalonej przy pomiarze odbywa się w małym zakresie zmian kąta α , od 2,39 rad do 2,51 rad. Wynika to



Rys. 7. Napięcie wsteczne na diodzie mostka diodowego w stanie ustalonym
 $\alpha = 2,45$ rad, $M = 9$ Nm

z nie optymalnego dopasowania napięcia wtórnego transformatora falownika do napięcia wirnika silnika. Stąd dokładność skalowania impulsatora stanowi w dużej mierze o dokładności obliczeń. Niedokładności w wyznaczaniu parametrów uzwojeń silnika, transformatora oraz dławika mają również wpływ na przebieg charakterystyk obliczonych. Źródłem błędów w otrzymanych charakterystykach może być niedokładne ustalenie położenia wirnika względem stojana w chwili startu.

Uwzględniając przyczyny rozbieżności między obliczeniami a doświadczeniem można przyjąć, że wyniki pomiarów na modelu pokrywają się z wystarczającą dokładnością z obliczeniami na EMC.

5. UWAGI I WNIOSKI KOŃCOWE

Przeprowadzona symulacja cyfrowa i uzyskane wyniki badań eksperymentalnych układu przekształtnikowego współpracującego z indukcyjną maszyną prądu przemiennego pozwalają na wyciągnięcie szeregu istotnych wniosków, podanych niżej.

1. W oparciu o wyprowadzoną macierz przekształceń $\underline{T} = \underline{C}_m^T$ można formować równania stanu złożonego układu przekształtnikowego jakim jest asynchroniczna kaskada zaworowa, dla dowolnej konfiguracji obwodów i różnych stanów pracy.

2. Występujące w zapisie funkcje logicznej (7) wyrażenie boolowskie impulsu bramkowego można uzależnić od współrzędnych wektora stanu, co pozwala na wprowadzenie sprzężeń zwrotnych w układzie.

3. Opis pracy silnika asynchronicznego za pomocą równań w naturalnych fazach współrzędnych umożliwia bezpośrednie określenie chwilowych wartości napięć i prądów gałęziowych. Taka procedura ułatwia również przeprowadzenie analizy harmoniczných

prądów i napięć oraz upraszcza istotnie określenie funkcji logicznych opisujących stan przewodzenia zaworów.

4. Obliczenia oparte o przyjęty wektor stanu asynchronicznej kaskady zaworowej w stanach nieustalonych wykazały zgodność z pomiarami oscylograficznymi. Dobrą zbieżność wyników uzyskano pomijając szereg dotychczas stosowanych założeń upraszczających. W szczególności opracowana metoda pozwala uwzględnić:

- a. rzeczywistą wartość rezystancji i reaktancji silnika oraz transformatora,
- b. indukcyjności wzajemne silnika,
- c. rzeczywistą wartość impedancji dławika w obwodzie prądu stałego,
- d. aproksymację dwuodcinkową charakterystyk statycznych zaworów dla stanu przewodzenia.

W zakończeniu należy stwierdzić, że opracowana metoda topologiczna jest metodą ogólną, która może być stosowana do analizy energoelektronicznych układów w stanach ustalonych i nieustalonych. Realizacja algorytmów tej metody na EMC nie stwarza istotnych trudności z punktu widzenia wykorzystania pamięci i czasu obliczeń.

LITERATURA

1. W. C. Beattie, N. Monteith, *Digital modelling of a thyristor*, Proc. IEE, No 7, 1973.
2. D. A. Calahan, *Computer aided network design*, Mc. Graw Hill, New Y. 1968.
3. N. K. De, A. K. Chattopadhyay, *Modelling an SCR bridge DC motor drive*, IEEE Trans. Ind. Electron. Instrum, Vol. IECI-22, May 1978.
4. G. Kron, *Tensor analysis of networks*, J. Wiley, N. Y. 1949.
5. A. Ralston, *Wstęp do analizy numerycznej*, PWN, Warszawa 1975.
6. G. N. Revankar, *Topological approach to thyristor-circuit analysis*, Proc. IEE, No 11, 1973.
7. A. K. Sarker, G. J. Berg, *Digital simulation of three-phase induction motors*, IEEE Trans. PAS, No 6/7, 1970.
8. W. Smółuch, *Cyfrowe modelowanie układów przekształtnikowych*. Rozprawy Elektrotechniczne. Z. 1, 1977.
9. H. Tunia, B. Winiarski, *Podstawy energoelektroniki*, WNT, Warszawa 1975.
10. D. C. White, H. H. Woodson, *Electromechanical energy conversion*, J. Wiley, N. Y. 1959.
11. S. Williams, J. Smith, *Fast digital computation of 3-phase thyristor bridge circuits*, Proc. IEE, No 7, 1973.
12. S. Williams, J. Smith, *Prediction of performance of asynchronous generator (transformer) bridge-converter instalations*, Proc. IEE, No 11, 1975.

W. SMÓLUCH

DIGITAL SIMULATION OF THYRISTOR CONVERTER COLLABORATING WITH AC MACHINE

Summary

The paper presents the digital simulation of SCR connected with an ac machine. Modeling of the system was executed with the method of the topological analysis of the circuits. The ac machine is described in the direct three-phase axis representation. The changes of the configuration of the system are described with matrix **T**. The state equations for every configuration are given by the transformation with the matrix **T** of the mesh equations which have been counted for the state when all switches were on. The results of the numerical solutions of thyristor asynchronous cascade in the steady and dynamic states agree with experimental results.

W. SMOLUCH

SIMULATION DIGITAL D'UN CONVERTISSEUR STATIQUE QUI COLLABORE AVEC LE MOTEUR ASYNCHROME

Résumé

Dans l'étude on a présenté la simulation digital du convertisseur statique qui collabore avec le moteur asynchrone. Le modelage du système est fait avec la méthode topologique de l'analyse des circuits dans le modèle de la machine asynchrone dans ses axes naturels. Les configurations des circuits, variant sous l'influence du fonctionnement des vannes, sont décrites par la matrice T . L'équation d'état, pour chaque configuration, peut être obtenue par la conversion des équations de maille fermée pour l'état de conduction quand toutes les vannes sont fermées. La conversion est possible grâce à la matrice T . Les résultats des calculs numériques pour la cascade asynchrone des régimes permanent et transitoire coïncident avec les résultats de mesures.

W. SMOLUCH

DIGITALSIMULATION EINES MIT EINER INDUKTIVEN WECHSELSTROMMASCHINE ZUSAMMENARBEITENDEN STROMRICHTERSYSTEMS

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurde die Digitalsimulation eines mit einer induktiven Wechselstrommaschine zusammenarbeitenden Stromrichtersystems dargestellt. Die Modellierung des Systems wurde mittels der topologischen Methode für Kreisanalyse in Anlehnung an ein Modell einer Induktionsmaschine in ihren natürlichen Achsen durchgeführt. Die veränderliche Kreisanordnung, die Ergebnis der Stromrichterwirkung besteht, wird mittels der Transformationsmatrix T beschrieben.

Die Zustandsgleichung für beliebige Anordnung wird gewonnen, indem Maschengleichungen mittels Matrix T transformiert werden. Diese Maschengleichungen sind für die Zustandsgleichung aller Stromrichter dieses Kreises gewonnen worden. Die hier betrachteten Ergebnisse numerischer Berechnungen für das System der untersynchronen Stromrichteraskade in stationären und nichtstationären Zuständen stimmen mit den Meßergebnissen des Modellsystems überein.

В. СМОЛУХ

ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ РАБОТАЮЩЕЙ СОВМЕСТО С МАШИНОЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Резюме

Представлено цифровое моделирование преобразовательной системы работающей с машиной переменного тока. Моделирование системы проведено с помощью топологического метода анализа цепи на основе модели машины переменного тока в её естественных осях. Конфигурацию цепей, изменяющуюся из за работы вентилей определяет матрица преобразований T . Уравнение состояния произвольной конфигурации получаются при помощи матрицы T , преобразующей уравнения контурных токов полученных для состояния в котором все вентили схемы открыты. Представленные в работе результаты расчёта на ЦВМ переходных процессов и установившимся состоянии асинхронного вентильного каскада совпадают с результатами экспериментальных измерений.

Szumy typu $1/f$ w cienkich polikrystalicznych warstwach półprzewodnikowych

EDMUND Z. PAWLAK (WARSZAWA)

*Instytut Technologii Elektronowej Politechniki Warszawskiej**Otrzymano 23.8.1979*

W artykule przedstawiono prace różnych autorów nad modelami szumów typu $1/f$ w krzemie typu n . Rozważano również pochodzenie szumów typu $1/f$ w warstwach cienkich. Stwierdzono, że zależą od fluktuacji przewodzących elektronów. Wskazuje na to zależność napięcia tych szumów od hallowskiej ruchliwości nośników. W dalszej części pracy poruszony został problem wpływu dwóch typów barier potencjału, istniejących w niektórych warstwach (np. InSb) na wielkość napięcia szumów typu $1/f$.

1. WSTĘP

W ostatnich latach ukazało się ponad 50 prac naukowych na temat zjawiska szumów typu $1/f$ w półprzewodnikach i metalach. Świadczy to o dużym zainteresowaniu problemem fizycznego pochodzenia tych szumów. Pomimo rozpatrywania zjawiska z różnych punktów widzenia, w dalszym ciągu nie znajduje się zadowalającego rozwiązania jego istoty [1].

2. KIERUNKI BADAŃ SZUMÓW

Hooge [2] wyróżnia trzy tendencje w badaniach szumów $1/f$. Są to:

- prace nad opisem matematycznym ich właściwości oraz tworzeniem teoretycznych modeli zgodnych z opisem matematycznym,
- interpretacja wyników pomiarów w oparciu o empiryczną zależność (Hooge [6]) i wykazanie jej uniwersalności, oraz
- propozycje różnych modeli opartych o zjawiska fizyczne.

Studia nad opisem matematycznym właściwości szumów $1/f$ przeprowadzane są na ogół bez wnikania w istotę fizyczną zjawiska. Związane z tym modele oparte są najczęściej na kształcie impulsów. Dlatego często wielu autorów proponuje nierealny model fizyczny, jako realizację zaproponowanego matematycznego [3, 4]. Klasycznym przykładem takich rozważań jest praca Zaklikiewicza [5].

Drugi kierunek badań zmierza do interpretacji wyników w myśl wspomnianej zależności Hooga, wyrażonej równaniem

$$\langle (\Delta R/R)^2 \rangle = \alpha \Delta f / N f, \quad (1)$$

gdzie: R jest rezystancją próbki, f — częstotliwością, Δf — szerokością pasma, α — stałą bezwymiarową o wartości $2 \cdot 10^{-3}$ oraz N — całkowitą liczbą wolnych nośników.

Dokładność pomiarów nie pozwala na określenie, czy współczynnik α ma wartość stałą dla wszystkich materiałów, czy też zależy od ich rodzaju. Praktycznym efektem wynikającym z zależności (1) jest to, że jeśli $N < 10^{13}$, to szumy $1/f$ są łatwo mierzalne powyżej szumów termicznych w zakresie częstotliwości $1 \text{ Hz} \div 10 \text{ kHz}$.

Ostatnimi czasy opublikowano wiele wyników, które udowodniły poprawność zależności (1) dla szumów typu $1/f$ cienkich polikrystalicznych warstw półprzewodnikowych. Również wyniki badań szumów implantowanych warstw krzemu były z dużą poprawnością interpretowane za pomocą tej zależności przez Bilgera i in. [7].

Zgodność wyników eksperymentalnych z zależnością (1) dotyczy w pierwszym rzędzie struktur jednorodnych. Próbkę o bardziej skomplikowanej strukturze wielu badaczy dzieli na małe części i każdą rozpatruje jako jednorodną, do której stosuje się zależność (1). Następnie przez całkowanie wyrażenia $\langle (\Delta R/R)^2 \rangle$ można, w szeregu przypadków, otrzymać szum typu $1/f$ całej badanej struktury. Nie dotyczy to jednak wszystkich niejednorodnych struktur.

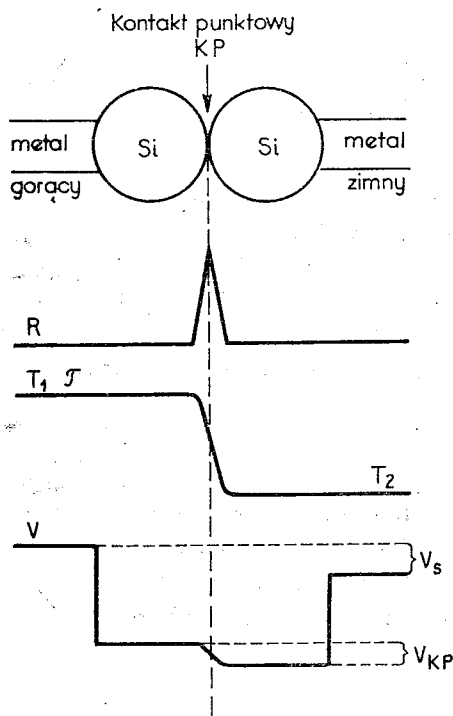
Podstawowym, dyskutowanym ciągle problemem jest odpowiedź na pytanie: czy szum typu $1/f$ zawsze towarzyszy przewodnictwu elektrycznemu? Inaczej, czy prąd wywołuje szumy, czy też szumy występują w strukturach zawsze a prąd umożliwia jedynie ich pomiar? Powszechnie przyjmuje się, że szum typu $1/f$ jest fluktuacją przewodnictwa. Powstają jednak dalsze pytania co fluktuuje: koncentracja nośników czy ich ruchliwość? W odpowiedzi na tak postawione pytanie można przytoczyć wyniki prac szeregu autorów, którzy przeprowadzali eksperymenty z elektronami i dziurami w półprzewodnikach, badając szumy związane z napięciem termoelektrycznym. Najnowsze badania szumu w zjawisku termoelektrycznym przeprowadził Kleinpenning [8] używając do eksperymentu urządzenia (ogniwa termoelektrycznego), w którym próbki identycznego półprzewodnika, jedna gorąca a druga zimna, skrzyżowane są tak, że posiadają kontakt punktowy. Schemat takiego urządzenia pokazany jest na rys. 1. Badania przeprowadził on dla samoistnego germanu oraz niesamoistnych — germanu i krzemu typu n i p , stosując różnice temperatur między 20°C a 70°C . Ujawnił on szumy typu $1/f$ o małych wartościach w próbkach niesamoistnych. Analizę zjawiska przeprowadził dzieląc pasma walencyjne i przewodnictwa na bardzo wąskie podpasma z koncentracjami $p(E)$ i czasami relaksacji $\tau(E)$; E jest tu kinetyczną energią nośników ładunku. Kleinpenning rozpatrzył trzy przypadki, zakładając kolejno fluktuacje całkowitej liczby nośników (Δp), fluktuacje nośników między podpasma-
mi energetycznymi w pasmie przewodnictwa ($\Delta p(E)$) i fluktuacje ruchliwości w podpas-
mach ($\Delta \mu(E)$).

W pierwszym modelu założono, że fluktuacje koncentracji swobodnych nośników ładunku w pasmie przewodnictwa (Δp) są bezpośrednią przyczyną szumów $1/f$, a model odpowiada użytemu przez Mc Whortera i in., którzy rozważali szum $1/f$ jako szum pochodzący od zjawiska rekombinacyjno-generacyjnego.

W modelu drugim zakłada się, że całkowita liczba swobodnych nośników w pasmie przewodnictwa pozostaje stała, ale fluktuują one między podpasma-
mi energii ($\Delta p(E)$) w tym pasmie $\langle (\Delta p(E))^2 \rangle \propto p(E)$. Chociaż średnia wartość $\mu(E)$ nie zmienia się, to średnia wartość ruchliwości zmienia się według zależności

$$\langle \mu \rangle = \frac{1}{p} \int_0^{\infty} p(E) \mu(E) dE. \quad (2)$$

Model trzeci zakłada, że szumy $1/f$ są generowane przez fluktuacje ruchliwości ($\Delta\mu(E)$) swobodnych nośników. Koncentracje w podpasmach są stałe, a ruchliwość we wszystkich podpasmach fluktuuje niezależnie.



Rys. 1. Schemat urządzenia dla badania szumów w zjawiskach termoelektrycznych [6]

R — rezystancja ogniwa, T — temperatura, V_s — napięcie termoelementu, V_{KP} — napięcie w punkcie kontaktowym; jest ono równe $-(V_{Me-Si(T_1)} + V_{Me-Si(T_2)})$

Dla każdego podpasma, o energii E , $E+dE$, zastosowano zależność (1), która w tym przypadku ma postać

$$\frac{\langle (\Delta\mu(E)dE)^2 \rangle}{(\mu(E)dE)^2} = \frac{\alpha}{p(E)dE} \frac{\Delta f}{f}. \quad (3)$$

Podstawiając Δp , $\Delta p(E)$ lub $\Delta\mu(E)$ do wyrażenia na prąd Kleinpenning otrzymał wartość przyrostu siły termoelektrycznej ogniwa. Dobrą zgodność z wynikami eksperymentalnymi znaleziono tylko dla fluktuacji ruchliwości (model trzeci). Stąd konkluzja, że szum typu $1/f$ jest fluktuacją ruchliwości elektronów w półprzewodnikach.

Trzeci kierunek badań obejmuje konstrukcję modeli fizycznych szumów typu $1/f$. Najbardziej popularnym jest model Mc Whortera wyjaśniający szum typu $1/f$ jako szum rekombinacyjno-generacyjny pochodzący od pułapek na powierzchni półprzewodnika.

Najnowsze modele oparte są na fluktuacji temperatury. Wykorzystywany jest tu fakt, że właściwości fizyczne materiału, zależne od temperatury, fluktuują z widmem takim samym z jakim fluktuuje temperatura.

Müller [9, 10] opracował model szumu typu $1/f$ dla struktur niejednorodnych w złączu $p-n$. Temperatura złącza fluktuuje a wraz z nią płynący przez to złącze prąd. Zakres stałych czasowych Müller określił dzieląc złącze na podzłącza. Częstotliwości, które ograniczają widmo przez najdłuższą i najkrótszą stałą czasową, odpowiadają całemu złączu i najmniejszemu podzłączu. Model oparty na fluktuacji temperatury dla próbek jednorodnych opracował Clark [11, 12, 13].

Fluktuację temperatury określa zależność

$$\langle (\Delta T/T)^2 \rangle = kC_v, \quad (4)$$

gdzie C_v — jest pojemnością cieplną.

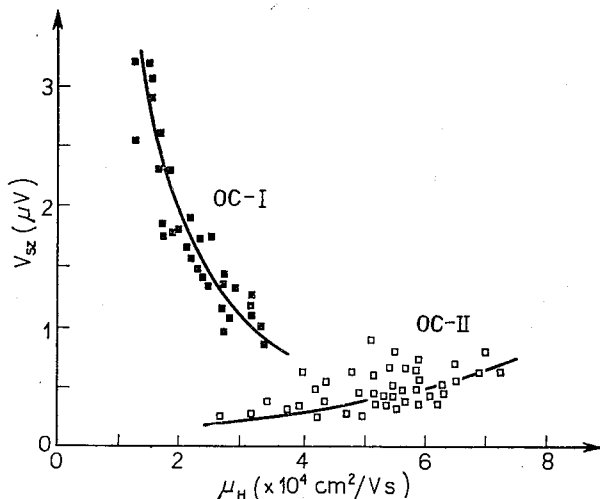
Szumy rezystancji dane są natomiast przez równanie

$$\langle (\Delta R)^2 \rangle_f = (\partial R / \partial T)^2 \langle (\Delta T)^2 \rangle_f. \quad (5)$$

Widmo fluktuacji temperatury określił Clark z równań dyfuzji ciepła. Dla trójwymiarowej dyfuzji widmo to ma cztery zakresy, dla których moc jest proporcjonalna do pulsacji ω^0 , $\ln \omega^{-1}$, $\omega^{-1/2}$ i $\omega^{-2/3}$, zaś dla jednowymiarowej do pulsacji $\omega^{-1/2}$ i $\omega^{-2/3}$. Według tej teorii metale o niskich współczynnikach temperaturowych rezystancji powinny mieć małą wartość szumu typu $1/f$. Clark potwierdził to doświadczalnie badając cienkie warstwy manganu, w których nie wykrył szumów typu $1/f$.

3. SZUMY WARSTW CIENKICH

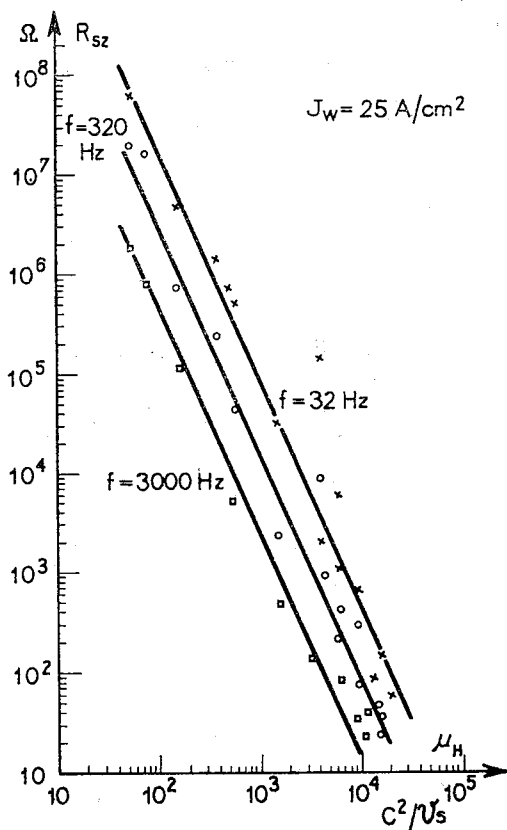
Interesująco przedstawiają się najnowsze wyniki badań i interpretacje szumów $1/f$ w niektórych cienkich polikrystalicznych warstwach półprzewodnikowych. Szumy w zewnętrznej części półprzewodników, pochodzące od stanów powierzchniowych, są eksperymentalnie opisane i wyjaśnione. We wnętrzu warstw półprzewodnikowych nie były one



Rys. 2. Zależność pomiędzy napięciem szumów a ruchliwością hallowską w warstwach InSb o grubości $d = 2 \pm 0,1 \mu\text{m}$ w temperaturze pokojowej

Oznaczenia: OC — I: warstwy wygrzewane w temperaturze 753 K w atmosferze Ar; OC — II: warstwy poddane rekrytalizacji metodą mikrotopienia strefowego [16]

wyjaśnione ze względu na ich małą moc a również na to, że charakterystyki prądowe są bardzo silnie zależne od technologii wykonania warstw. Wyniki eksperymentalne i poglądy w tym zakresie przedstawione zostały w pracach [14, 15, 16, 17]. Wykazano w nich, że napięcie szumów typu $1/f$ (lub ich równoważna rezystancja) zależą od hallowskiej ruchliwości nośników (rys. 2 i 3). Wyniki te dowodzą, że szumy typu $1/f$ pochodzą od fluktuacji



Rys. 3. Zależność pomiędzy równoważną rezystancją szumów a ruchliwością hallowską w warstwach $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x=0,1$) o grubości $d = 1,5 \pm 0,1 \mu\text{m}$ w temperaturze pokojowej

Częstotliwości pomiarów $f = 32, 320, 3000 \text{ Hz}$ są mniejsze od częstotliwości f_0 , przy której następuje przejście szumu typu $1/f$ w widmo szumu cieplnego [17]

przewodzących elektronów. Wielkość napięcia szumów odpowiada fluktuacjom napięcia w warstwach i stąd fluktuacje prądu muszą być proporcjonalne do średniej wartości stałej Halla $\langle R_H \rangle$, tj. do odwrotności średniej wartości koncentracji elektronów $\langle n \rangle$.

Względne fluktuacje napięcia, prądu i koncentracji elektronów powiązane są zależnością

$$\frac{\langle (\Delta V)^2 \rangle}{\langle V \rangle^2} = \frac{\langle (\Delta J)^2 \rangle}{\langle J \rangle^2} = \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle}{\langle n \rangle^2}. \quad (6)$$

Jeżeli przyjąć, że fluktuacja elektronów $\langle (\Delta n)^2 \rangle$ jest równa $\alpha \langle n \rangle$ i jeśli współczynnik proporcjonalności niewiele różni się dla poszczególnych badanych próbek, to wówczas równanie (6) musi być równe $\frac{\alpha}{\langle n \rangle}$. Stała wartość współczynnika α gwarantuje, że fluktuacja

napięcia (prądu) obliczona z równania (6) jest odwrotnie proporcjonalna do $\langle n \rangle$. Przy obliczaniu $\langle (\Delta n)^2 \rangle$ we wnętrzu warstwy musi być brana pod uwagę liczba dziur, w pełni

zjonizowanych donorów i akceptorów oraz stanów pułapkowych. Jeśli N oznacza liczbę neutralnych pułapek w objętości warstwy, z których t jest zajęta przez elektrony, to warunek zachowania ładunku można zapisać w postaci

$$n + t + N_A = p + N_D. \quad (7)$$

Średnie wielkości $\langle n \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle t \rangle$ mogą być wyznaczone z równań Boltzmana i Fermi-Diraca. Z obliczeń swobodnej energii i entropii fluktuacja koncentracji nośników Δn może być przedstawiona w postaci

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle = \frac{\langle p \rangle + \langle t \rangle (1 - \langle t \rangle / N)}{\langle n \rangle + \langle p \rangle + \langle t \rangle (1 + \langle t \rangle / N)} \langle n \rangle. \quad (8)$$

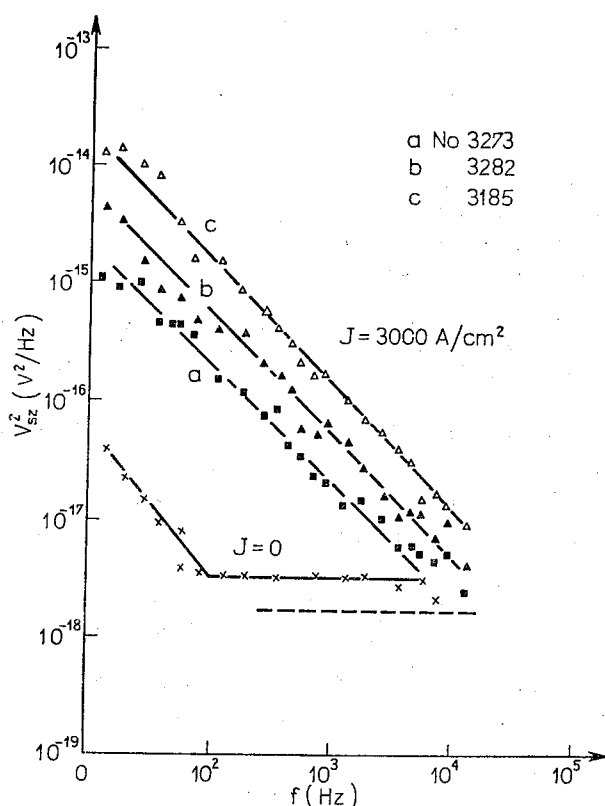
Wykorzystując równania (7) i (8) współczynnik α można zapisać w postaci

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m}{\langle n \rangle - n} \right), \quad (9)$$

przy czym $2m = N_D - N_A - 2\langle t \rangle (1 + \langle t \rangle / 2N)$ i jest zależne od koncentracji nośników $\langle n \rangle$ i $\langle p \rangle$. Jeżeli $(\langle n \rangle + \langle p \rangle) > \langle t \rangle$, to α przybiera wartości od 1 do 0.

W wypadku granicznym, gdy

$$|N_D - N_A| \gg 2\langle t \rangle (1 - \langle t \rangle / 2N),$$



Rys. 4. Widma szumów warstw InSb o grubości $d = 2 \pm 0,1 \mu\text{m}$ w temperaturze pokojowej
Próbki oznaczone a, b, c odpowiadają kolejno ruchliwościom od najwyższej do najniższej [14]

wówczas

$$\frac{2\alpha - 1}{1 - \alpha} = \frac{N_A - N_D}{\langle n \rangle}. \quad (10)$$

Jeśli $N_D - N_A > 0$, wówczas α jest mniejsze od $1/2$.

Furierowskie widmo fluktuacji, zgodnie z teorią Mc Whortera, jest opisane zależnością

$$S(f) = \frac{\alpha N_{ef}}{\langle n \rangle} \frac{1}{f}, \quad (11)$$

gdzie N_{ef} — efektywna liczba pułapek.

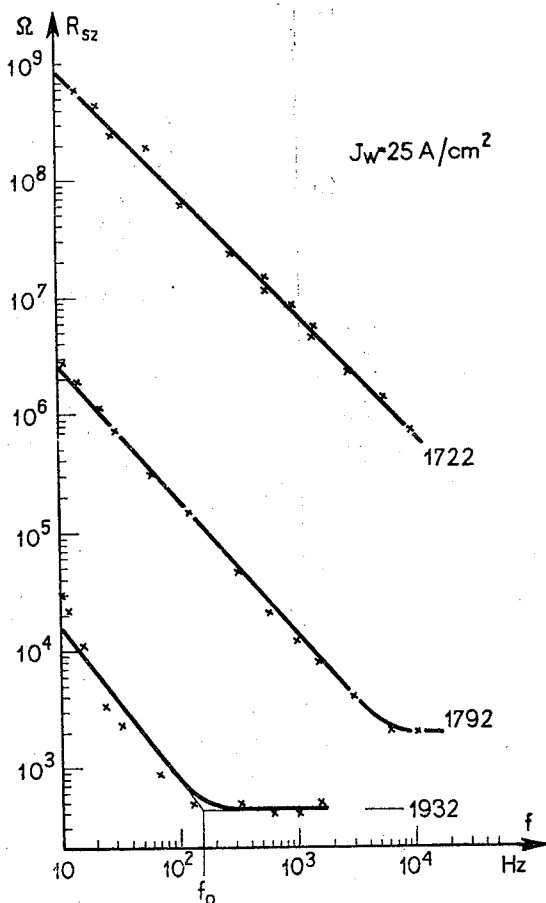
Napięcie szumu w badanych warstwach można zapisać w postaci

$$V_{sz} = K(\alpha N_{ef})^{1/2} q(eR_H)^{1/2} J \left(\int_{f_1}^{f_2} df/f \right)^{1/2}, \quad (12)$$

gdzie: f_1 i f_2 — częstotliwości, określające granice mierzonego zakresu, J — wartość prądu.

Napięcie szumów V_{sz} jest liniowo zależne od napięcia polaryzacji badanych próbek przy stałym prądzie. Zależy ono silnie od μ_H .

Na rys. 4 i 5 zostały przedstawione widma szumów warstw InSb i $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x = 0,1$).



Rys. 5. Widma szumów warstw $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$ ($x = 0,1$) o grubości $d = 1,50 \pm 1 \mu\text{m}$ w temperaturze pokojowej

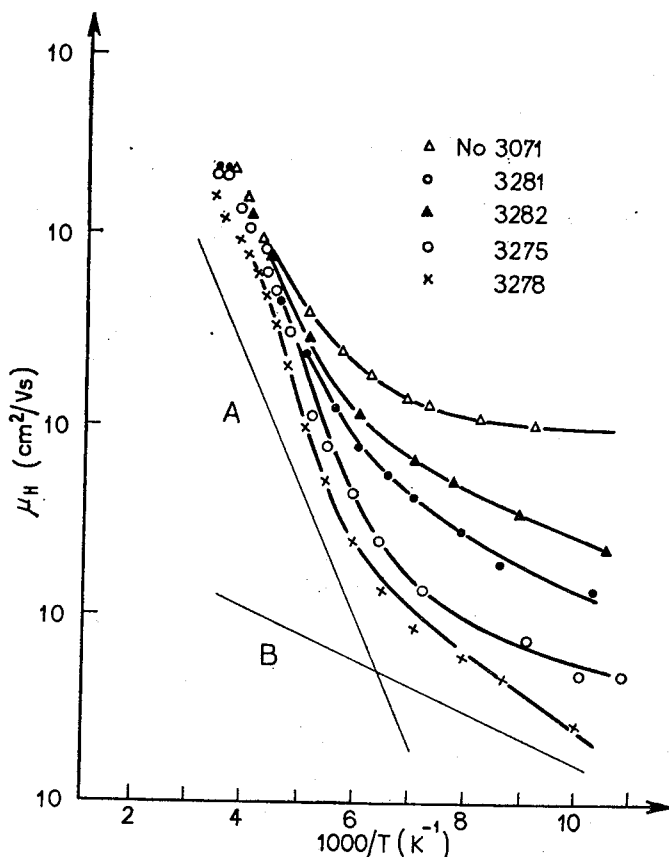
Warstwy parowane mają podłoża o coraz wyższej temperaturze: $T_p = 293 \text{ K}$ (1722); 423 K (179); 493 K (1932) [17]

W zakresie częstotliwości 10 Hz ÷ 10 kHz ujawniono szum typu 1/f. Łatwo wykazać, że przy stałym prądzie, dla badanych typów warstw, istnieje liniowa zależność V_{sz} od iloczynu $\varrho(R_H)^{1/2}$, gdzie ϱ jest rezystywnością próbki. Dlatego stosunek zredukowanego sygnału do szumu jest niezależny od prądu zasilającego i w warunkach słabego pola magnetycznego H jest proporcjonalny do $\mu_H H / (R_H)^{1/2}$. Praktycznie sygnał odpowiada napięciu Halla, a szumy są wyliczone z równania (12).

Dotychczas właściwości elektryczne cienkich warstw polikrystalicznych analizowane są w oparciu o model bariery potencjału, w którym elektrony przewodzące są rozpraszane przez pojedynczy typ bariery związanej z granicami krystalitów. W oparciu o taki model analizowano również zależności rezystancji szumów typu 1/f od barier potencjału. W pracy [15] zależność taką określono równaniem

$$R_{sz} = K J_f^a f^{-b} N_B^c \exp\left(\frac{\Phi_c}{kT}\right), \quad (13)$$

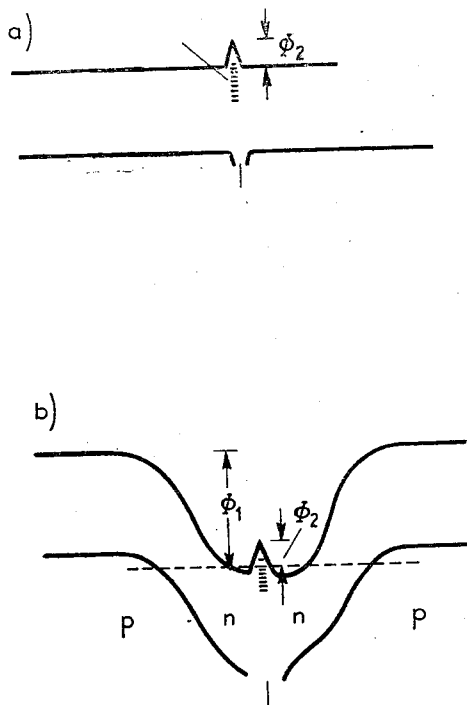
gdzie: K , a , b , c — stałe, N_B jest liczbą barier na jednostkę długości, Φ — wysokością bariery, J_f — gęstością prądu polaryzacji.



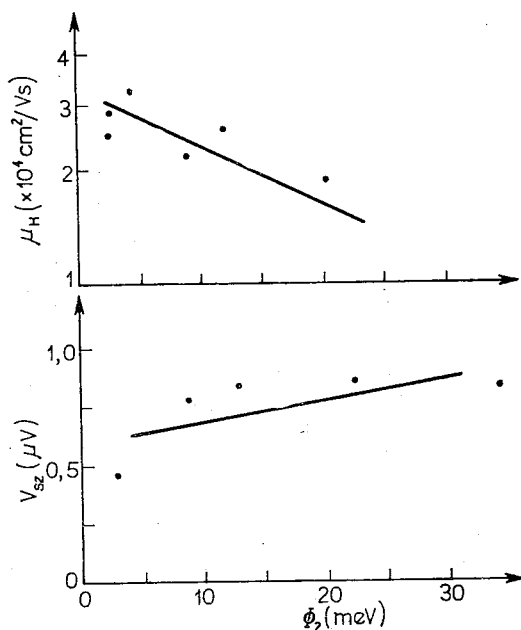
Rys. 6. Zależności temperaturowe ruchliwości μ_H dla wygrzewanych warstw InSb typu n o grubości $d = 2 \pm 0,1 \mu\text{m}$

Nachylenie krzywych jest przybliżone za pomocą prostych A i B [14]

Teorie rozpraszania przez pojedynczy typ bariery okazały się jednak niewystarczające dla wyjaśnienia właściwości przewodzenia elektrycznego niektórych warstw w szerokim zakresie temperatur. Przykładem mogą być warstwy InSb, dla których zależności temperaturowe ruchliwości hallowskiej przedstawiono na rys. 6. Warstwy te wykazują wyraźnie dwa typy przewodnictwa (proste A i B). Wyjaśnienie przewodnictwa tych warstw w temperaturze powyżej 150 K okazało się niemożliwe za pomocą pojedynczej bariery potencjału. Shigeta i in. [14] badając przewodnictwo warstw InSb typu n wykazali eksperymentalnie istnienie dwóch typów barier potencjału. Jeden typ to tzw. „duże” bariery (Φ_1), które są porównywalne do barier złącza p - n , drugi — to „małe” bariery (Φ_2) związane z granicami międzykrystalowymi. Schematycznie bariery te przedstawione zostały na rys. 7.



Rys. 7. Schematyczne przedstawienie struktury pasm warstw InSb w pobliżu granicy krystalotów [14]



Rys. 8. Korelacja pomiędzy ruchliwością hallowską μ_H a wysokością bariery potencjału Φ_2 oraz napięciem szumów V_{sz} a Φ_2 w warstwach InSb [14]

Gradient linii $\mu_H = f(\Phi_2)$ jest równy $1/kT$, $T = 300 \text{ K}$

Badania szumów tych warstw w temperaturze pokojowej ujawniły istnienie szumu typu $1/f$. Powstało pytanie w jakich warunkach i jaki wpływ na wartość napięcia szumów posiadają obydwie typy barier? Wykazano, że „małe” bariery są efektywne nawet w temperaturze pokojowej, mają wpływ na ruchliwość nośników i na wielkość szumów typu $1/f$. Natomiast bariery typu złącza p - n są nieefektywne w temperaturze pokojowej i nie mają wpływu na szum warstw w tej temperaturze. Dlatego wykazywano istnienie jedynie korelacji pomiędzy Φ_2 a napięciem szumów bądź, jak w przypadku zależności (13), równoważną rezystancją szumów. Wraz ze wzrostem wysokości bariery potencjału Φ_2 i jedno-

czesnym zmniejszeniem wartości ruchliwości hallowskiej zwiększa się wartość V_{sz} w temperaturze pokojowej. Dla warstw InSb pokazano te zależności na rys. 8. Fakt ten wskazuje na to, że szum typu $1/f$ powstaje w głębi materiału i jest przypisywany szumowi objętościowemu. Ponieważ przewodnictwo elektronowe dominuje w temperaturze pokojowej, to szum spowodowany jest fluktuacją elektronów. Szum warstw typu p jest większy niż szum warstw typu n . Dowodzi to, że pułapki wytwarzające szumy są liczniejsze w warstwach typu p . Jakkolwiek ogólnie uważa się, że szum typu $1/f$ spowodowany jest przez ośrodki pułapkowe z różnymi energiami zatrzymywania (oczywiście w ograniczonym zakresie tej energii), to dotychczas nie podano żadnego związku apriori pomiędzy gęstościami tych pułapek wytwarzających szumy a wysokością bariery potencjału Φ_2 .

4. PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono przegląd fizykalnego ujęcia szumów typu $1/f$. Między innymi wskazano na istnienie dwóch teorii szumów warstw cienkich, jednej opierającej się na istnieniu pojedynczej bariery potencjału i drugiej, rozważającej szumy przy założeniu istnienia dwóch typów barier. Należy stwierdzić, że wyjaśnienie istoty szumów typu $1/f$ jest nadal sprawą otwartą nie tylko w odniesieniu do modeli fizycznych.

LITERATURA

1. A. Kusy, Problemy teoretyczne szumów typu $1/f$, Rozprawy Elektrotechniczne, 24 (1978), 715—734.
2. F. N. Hooge, $1/f$ noise, Physica, 83B (1976), 14—23.
3. J. K. E. Tunaley, Some Stochastic Processes Yielding a $f^{-\nu}$ Type of Spectral Density, J. Appl. Phys., 43 (1972), 4777—83.
4. B. K. Jones and J. O. Francis, Harmonic generation in $1/f$ noise, J. Phys. D8 (1975), 1937.
5. A. Zaklikiewicz, Badanie zjawiska szumów $1/f$ w wybranych typach diod półprzewodnikowych, Prace ITE, III, 58 (1970).
6. F. N. Hooge, Discussion of recent experiments of $1/f$ noise, Physica, 60 (1972), 130.
7. H. R. Bilger, J. L. Tandom, H. A. Nicdet, Excess noise measurements in ion-implanted silicon resistors, Solid-State Electr., 17 (1974), 599.
8. Th. G. H. Kleinpenning, $1/f$ noise in thermo EMF of intrinsic and extrinsic semiconductors, Physica, 77 (1974), 78.
9. O. Müller, J. Pest, Thermal Feedback in Power Semiconductor Devices, IEEE Trans. Electr. Dev., ED17 (1970), 770.
10. O. Müller, A Formula for $1/f$ —Flicker Noise in p - n Junctions. Calculating Flicker Noise in p - n Junctions Diodes, Arch. Elektr., Übertr. 28 (1974), 429, 450.
11. J. Clarke, R. F. Voss, $1/f$ Noise from Thermal Fluctuations in Metal Films, Phys. Rev. Lett. 33 (1974), 24.
12. J. Clarke, G. Hawkins, Low Frequency Noise in Josephson Junctions. Low Frequency Noise in Superconducting Sn Films at the Transition Temperature, IEEE Transactions on Magnetics, MAG 11 (1975), 841, 845.
13. J. Clarke, T. Y. Hsiag, Low-Frequency Noise in Thin Films at the Superconducting, Phys. Rev. Lett., 34 (1975), 1217.
4. J. Shigetain., Noise and electrical transport properties of polycrystalline InSb thin films, J. Appl. Phys., 47 (1976), 621.

15. E. Pawlak i in., *Correlation between the structure and the $1/f$ noise of thin polycrystalline $Cd_xHg_{1-x}Te$ ($x = 0,1$) films*, Electr. Tech., 10, 4 (1977), 45—52.
16. N. Kotera i in., *Electrical properties of InSb thin films in low noise Hall generators on a ferrite substrate*, Thin Solid Films, 36 (1976), 483—485.
17. E. Pawlak, *Struktura i właściwości szumowe cienkich polikrystalicznych warstw $Cd_xHg_{1-x}Te$ ($x = 0,1$) w zakresie małych częstotliwości*, Zesz. Nauk. PW Elektronika, 32 (1977).

E. Z. PAWLAK

 $1/f$ NOISE IN THIN POLYCRYSTALLINE SEMICONDUCTOR LAYERS

Summary

Investigations of $1/f$ noise models in n -type silicon conducted by several authors have been presented in this paper. Next, sources of $1/f$ noise in thin layers have been considered. The dependence of these sources on free electron fluctuations has been stated. The dependence of noise voltage on Hall carriers mobility confirms this statement. The problem of influence of two types of potential barriers, existing in certain layers (eg. InSb) on $1/f$ noise voltage has been discussed in the next part of this paper.

E. Z. PAWLAK

BRUITS DU TYPE $1/f$ DANS DES COUCHES POLYCRISTALLINES MINCES DES SEMI-CONDUCTEURS

Résumé

La publication présente d'abord les travaux de divers auteurs consacrés aux modèles de bruit du type $1/f$ dans Si de forme n . Ensuite on examine la provenance des bruits du type $1/f$ dans des couches minces. On constate qu'ils dépendent de la fluctuation des électrons conduits, ainsi que l'indique la dépendance de l'intensité de ces bruits de la mobilité „Hall” des porteurs de charge. Dans la suite on aborde le problème de l'influence de deux types de „potentiel barrier”, existant dans certaines couches (p.ex. InSb), sur l'amplitude de la tension des bruits du type $1/f$.

E. Z. PAWLAK

 $1/f$ -RAUSCHEN BEI DÜNNEN POLYKRISTALLISCHEN HALBLEITER-SCHICHTEN

Zusammenfassung

Es werden Arbeiten verschiedener Autoren betreffs Modelle des $1/f$ -Rauschens in n -Silicium diskutiert. Das Entstehen des $1/f$ -Rauschens in dünnen Schichten wird ebenfalls untersucht. Es wurde festgestellt, daß dieses von der Fluktuation der geleiteten Elektronen abhängig ist, was durch die Abhängigkeit deren Spannung von der Hall'schen Beweglichkeit der Ladungsträger bestätigt wird. Im weiteren Teil der vorliegenden Bearbeitung wird das Problem des Einflusses von zwei Arten der in einigen Schichten (z. B. InSb) auftretenden Potentialsperren auf den Nert der Spannung des $1/f$ -Rauschens diskutiert.

Э. З. ПАВЛЯК

ШУМЫ ТИПА $1/f$ В ТОНКИХ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

Резюме

Приведены работы разных авторов над моделями шумов типа $1/f$ в кремнии n -типа.

Приведены также соображения относительно происхождения шумов типа $1/f$ в тонких пленках. Установлено, что они зависят от флуктуации проводящих электронов. На это указывает зависимость напряжения шумов от холловской подвижности носителей.

Далее в статье затронута проблема влияния двух типов барьеров потенциала, существующих в некоторых пленках (напр: $InSb$), на величину напряжения шумов типа $1/f$.

Nieulotne pamięci półprzewodnikowe

DANIEL TOLLIK (GDAŃSK), BOGDAN WILAMOWSKI (GDAŃSK),
WIESŁAW KORDALSKI (GDAŃSK)

Institut Technologii Elektronicznej Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 9.8.1979

W pracy omówiono zasadę działania elementów nieulotnych pamięci półprzewodnikowych, ze szczególnym uwzględnieniem fizycznych mechanizmów występujących w czasie zapisu i kasowania informacji. Na podstawie analizy zjawisk i konstrukcji różnych rozwiązań elementów pamięci wyciągnięto wnioski odnośnie ich parametrów funkcjonalnych i zastosowań. Przedyskutowano kierunki i perspektywy rozwoju elementów nieulotnych pamięci.

1. WSTĘP

Szybki i wszechstronny rozwój technologii krzemowych układów monolitycznych dokonał przewrotu w konstrukcji komputerów, w tym także pamięci. Dotychczas stosowane pamięci magnetyczne zostały w dużej mierze wyparte przez pamięci półprzewodnikowe, w tym pamięci odczyt/zapis o swobodnym dostępie (RAM). Zaletami pamięci półprzewodnikowych RAM są: większa szybkość działania, większa gęstość upakowania i niższe koszty produkcji, natomiast najpoważniejszą wadą jest całkowity zanik informacji w przypadku wyłączenia zasilania. Jednym ze stosowanych rozwiązań tego problemu jest bateryjne zasilanie bloku pamięci, o ile pamięć ta wykonana jest techniką I^2L lub CMOS charakteryzującymi się bardzo małymi poborami prądu ze źródła zasilania. Najbardziej perspektywicznym rozwiązaniem są jednak nieulotne pamięci półprzewodnikowe (ang. NVSM — *Non-Volatile Semiconductor Memory*) wykonywane według zmodyfikowanych technologii MOS, które są obecnie przedmiotem intensywnych badań prowadzonych w wielu ośrodkach. Ostatnio opracowano szereg nowych wersji konstrukcyjnych pamięci nieulotnych SIMOS [1], EEFAMOS [2], MNSOS [3], MTOS [4] oraz udoskonalono znane wcześniej rozwiązania jak: MNOS [5], MAOS [6], DIFMOS [7].

Istotne różnice pomiędzy poszczególnymi strukturami pamięciowymi polegają na wykorzystywaniu różnych metod programowania informacji oraz różnych typów warstwy, do której wprowadzony jest ładunek, zwanej dalej warstwą pamięci (ang. *memory layer*). Z różnic tych wynikają różne wartości parametrów funkcjonalnych NVSM, a te z kolei bezpośrednio determinują rozmaite możliwości zastosowań. Przedmiotem niniejszej pracy jest analiza i porównanie właściwości oraz parametrów NVSM.

2. ZASADA DZIAŁANIA NVSM

Zasada działania NVSM polega na kontrolowanej zmianie napięcia progowego V_{Th} tranzystora polowego z wielowarstwową strukturą bramki, co w ogólności uzyskuje się przez zmianę momentu ładunku zgromadzonego w warstwie pamięci struktury. Zależność napięcia progowego od rozkładu przestrzennego ładunku $q_i(x)$ ilustruje definicja

$$V_{Th} = V_{FB} + 2\Phi_F - \frac{Q_B}{C_o}, \quad (1)$$

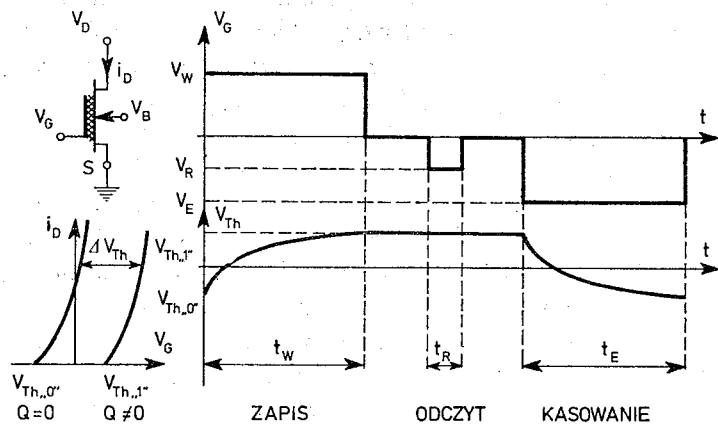
gdzie

$$V_{FB} = \frac{W_{MS}}{q} - \frac{Q_{SS}}{C_o} + \frac{1}{\epsilon_i} \int_0^{d_i} q_i(x)(d_i - x) dx.$$

W powyższych wyrażeniach użyto następujących oznaczeń: V_{FB} — napięcie płaskich pasm struktury, Φ_F — potencjał Fermiego w podłożu, Q_B — ładunek domieszek w obszarze zubożonym pod kanałem, C_o — pojemność warstwy SiO_2 , W_{MS} — różnica prac wyjścia metal-półprzewodnik, Q_{SS} — ładunek stanów powierzchniowych na granicy Si-SiO_2 , ϵ_i , d_i — stała dielektryczna i grubość warstwy pamięci.

Pamiętanie bitu informacji w NVSM polega na zaprogramowaniu dwóch różnych wartości napięcia progowego: $V_{Th,0}$ i $V_{Th,1}$, którym odpowiadają dwa stabilne w czasie stany logiczne (rys. 1). Nieulotność jest zdolnością struktury do przechowywania wprowadzonej informacji (konkretnego poziomu V_{Th}) przez długi okres czasu bez poboru energii ze źródła zasilania i stanowi kluczowy problem NVSM.

Struktury NVSM poddawane są następującym typowym operacjom (rys. 1).



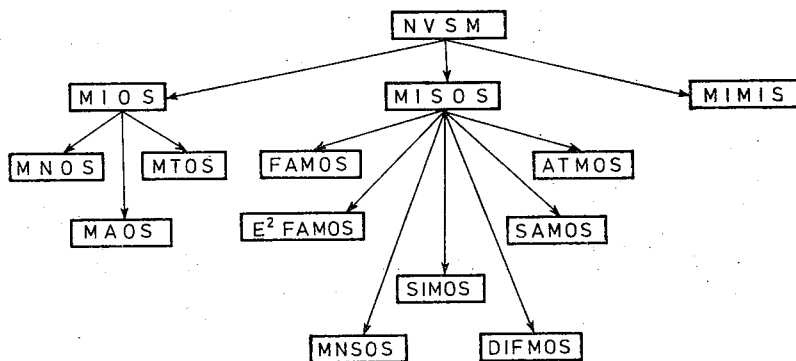
Rys. 1. Zasada programowania struktur nieulotnych pamięci półprzewodnikowych

a) Zapis informacji (zapis „1”) — przesunięcie napięcia $V_{Th,0}$ o wartości ΔV_{Th} do $V_{Th,1}$ przez wprowadzenie ładunku elektrycznego do warstwy pamięci. Operacja ta jest wymuszona przez pole elektryczne wywołane impulsem napięcia o amplitudzie V_w i czasie trwania t_w . Gromadzący się w warstwie pamięci ładunek wytwarza pole hamujące, które redukuje wartość prądu ładującego, tj. zmniejsza szybkość przyrostu ładunku i prowadzi do nasycenia się charakterystyki $V_{Th}(t)$.

b) Kasowanie informacji (zapis „0”) — przesunięcie wartości napięcia progowego od $V_{Th,1}$ do $V_{Th,0}$ przez usunięcie lub skompensowanie ładunku zmagazynowanego w warstwie pamięci. Operacja ta jest wymuszona polem elektrycznym wywołanym przez impuls napięcia o odpowiedniej polaryzacji V_E i czasie trwania t_E lub promieniowaniem elektromagnetycznym o dostatecznie wysokiej energii.

c) Odczyt informacji — detekcja aktualnego stanu logicznego elementu (wartości V_{Th}) polegająca na podaniu napięć drenu V_D i bramki V_G oraz kontroli prądu drenu i_D tranzystora (rys. 1). Amplituda impulsu odczytu V_R i czas odczytu t_R powinny być odpowiednio małe, aby nie wpływały na zawartość odczytywanej komórki pamięci.

Jak już wspomniano poszczególne rozwiązania NVSM różnią się między innymi rodzajem warstwy pamięci. W pamięciach typu MIOS: MNOS [8÷10], MAOS [6÷11], MTOS [4] ładunek gromadzi się w centrach pułapkowych zlokalizowanych w objętości dielektryka i na międzypowierzchni SiO_2 — dielektryk, w pamięciach MISOS (FAMOS [12], DIFMOS [7], ATMOS [13], SIMOS [1], SAMOS [14]) — w cienkiej warstwie polikrystalicznego półprzewodnika otoczonej izolatorem (bramka pływająca, odizolowana elektrycznie — ang. *floating gate*), zaś w strukturach MIMIS [15] ładunek jest magazynowany w bardzo cienkiej warstwie metalu lub monoatomowych wysepkach metalicznych umieszczonych w dielektryku struktury bramki. Na rys. 2 przedstawiono schematycznie podział NVSM oparty o sformułowane wyżej kryterium.



Rys. 2. Podział NVSM według kryterium rodzaju warstwy pamięci

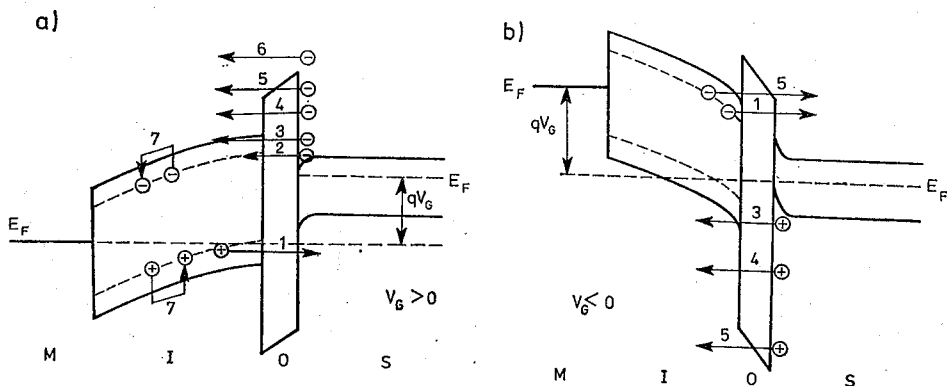
3. ZAPIS I KASOWANIE INFORMACJI W NVSM

Opracowanie nowych konstrukcji NVSM wiąże się ściśle z badaniem i optymalizacją fizycznych metod wprowadzania i usuwania ładunku elektrycznego w strukturach zawierających dielektryk na podłożu półprzewodnikowym. Poniżej omówiono pokrótce najważniejsze mechanizmy transportu nośników występujące przy zapisie i kasowaniu informacji.

A. *Tunelowanie nośników przez barierę potencjału podłoża — dielektryk* [8÷10, 16, 17]. Prąd tunelowy jest silną funkcją wartości natężenia pola elektrycznego w dielektryku oraz grubości i w zależności od spadku napięcia na warstwie dielektryka dominują różne jego składowe. Ze względu na wyższą barierę potencjału Si— SiO_2 dla dziur niż elektronów i większą masę efektywną dziur, proces tunelowania dziur jest mniej efektywny. Rysunek 3

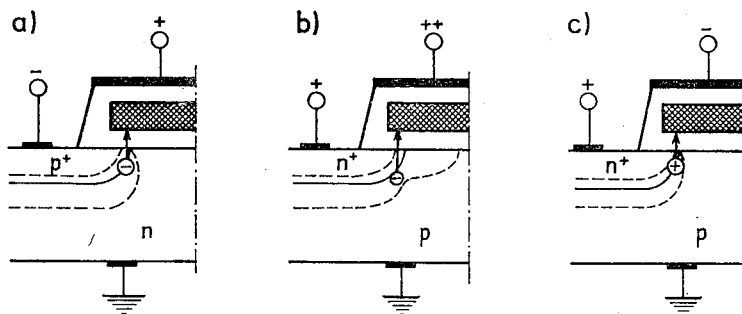
ilustruje na modelu pasmowym struktury MIOS możliwe mechanizmy tunelowania dla zapisu i kasowania informacji.

B. Lawinowe wstrzykiwanie „gorących” nośników ze złącza p-n [3, 7, 12, 14, 18÷20]. Generacja wysokoenergetycznych nośników następuje przy występowaniu zjawiska przebiegu lawinowego w złączu p-n pod strukturą MIS. „Gorące” nośniki przedostają się do



Rys. 3. Model pasmowy struktury MIOS dla operacji zapisu a) ($V_G > 0$) i kasowania b) ($V_G < 0$) prądem tunelowym

1 — tunelowanie z pułapek [9], 2 — tunelowanie do pułapek [9, 17], 3 — zmodyfikowane tunelowanie Fowlera-Nordheima [10], 4 — tunelowanie bezpośrednie [16, 17], 5 — tunelowanie Fowlera-Nordheima [8, 16], 6 — prąd „gorących” nośników [12, 19], 7 — prąd Poola-Frenkla [3, 21]



Rys. 4. Mechanizm lawinowego wstrzykiwania „gorących” elektronów (a, b) i dziur (c) ze złącza p-n do warstwy pamięci [19]

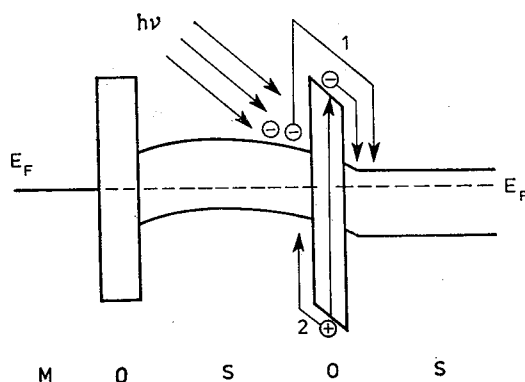
warstwy pamięci ponad barierę potencjału Si—SiO₂. Z powodu znacznie silniejszego pułapkowania dziur niż elektronów w SiO₂, proces iniekcji dziur jest mniej efektywny. Łatwo zauważyć, porównując rys. 4a i 4b, że bardziej efektywnym injektorem elektronów jest złącze p⁺-n niż p-n⁺, co wynika z występowania obszaru jonizacji o dużej wartości pola elektrycznego bezpośrednio przy powierzchni podłoża [13]. Analogicznie można uzasadnić, że efektywniejszym injektorem dziur jest złącze p-n⁺ (rys. 4c).

C. Nielawinowe wstrzykiwanie „gorących” elektronów z podłoża [1, 13, 18, 20]. „Gorące” elektrony są przyspieszane w obszarze zubożonym utworzonym pod bramką struktury

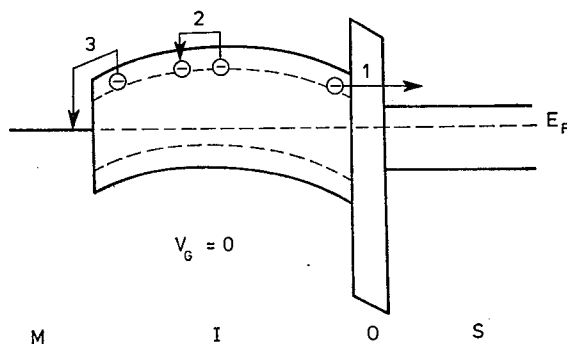
i po osiągnięciu odpowiednio dużej energii pokonują barierę potencjału Si—SiO₂ i gromadzą się w warstwie pamięci. Źródłem tych elektronów może być zarówno złącze $p-n^+$ (podłoże-warstwa epitaksjalna w strukturze ATMOS [13]) spolaryzowane w kierunku przewodzenia, jak i prąd kanału (w strukturze SIMOS [1]). Oba te rozwiązania pozwalają zrealizować elementy z kanałem typu n , które ze względu na większą ruchliwość elektronów niż dziur cechują się większą szybkością działania (krótszym czasem dostępu).

D. Lawinowe wstrzykiwanie elektronów z warstwy pamięci do podłoża [2]. Jeśli warstwa pamięci jest wykonana z materiału o dużej rezystywności, np. z polikrystalicznego samodzielnego krzemu, to napięcie polaryzujące bramkę może wywołać zjawisko jonizacji zderzeniowej zainicjowane przez zgromadzone w tej warstwie elektrony. „Gorące” elektrony są usuwane przez pole elektryczne do podłoża, co wykorzystano w pamięciach EEFAMOS [2] do kasowania informacji.

E. Mechanizm Poola-Frenkla [3, 8 ÷ 9, 21]. Jest to prąd aktywacji termicznej nośników z pułapek w dielektryku do pasma przewodnictwa (w przypadku elektronów) lub walencyjnego (w przypadku dziur) wspomaganą polem elektrycznym (rys. 3). Efekt ten wyko-



Rys. 5. Absorpcja promieniowania: 1 — ultrafioletowego i 2 — rentgenowskiego w strukturze pamięci NVSM [12]



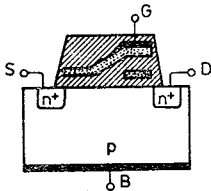
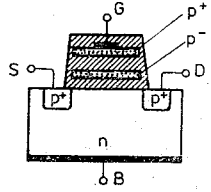
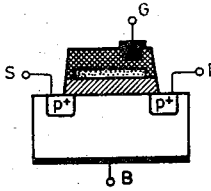
Rys. 6. Procesy prowadzące do ulotności informacji w NVSM na przykładzie pamięci MIOS [9]

1 — prąd tunelowania z pułapek do podłoża, 2 — prąd Poola-Frenkla, 3 — prąd upływu do elektrody bramki

Tablica 1

Podstawowe struktury i metody programowania NVSM

Nazwa	Struktura	Zapis	Kasowanie
MIOS Metal-Isolator Oxide-Semiconductor		tunelowanie „A” (rys. 3a)	tunelowanie „A” (rys. 3b)
MIMIS Metal-Isolator Metal-Isolator Semiconductor		tunelowanie „A” (rys. 3a)	tunelowanie „A” (rys. 3b)
FAMOS Floating-gate-Avalan- che — injection-MOS		lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów „B” (rys. 4a)	absorpcja promienio- wania „F” (rys. 5)
SAMOS Stacked-gate-Avalan- che — injection-MOS		lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów „B” (rys. 4a)	absorpcja promienio- wania „F” (rys. 5) lub tunelowanie do bramki „A” (rys. 3a)
DIFMOS Dual-Injector- Floating-gate-MOS		lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów „B” (rys. 4a)	lawinowe wstrzykiwa- nie dziur „B” (rys. 4c)
ATMOS Adjustable-Threshold- -MOS		nielawinowe wstrzyki- wanie elektronów „C”	lawinowe wstrzykiwa- nie dziur „B” (rys. 4c)

SIMOS Stacked-gate-Injection- -MOS		nielawinowe wstrzyki- wanie elektronów „C”	lawinowe wstrzykiwa- nie dziur „B” (rys. 4c)
EEFAMOS Electrically-Erasable- -FAMOS		lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów „B” (rys. 4a)	lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów do pod- łoża „D”
MNSOS Metal-Nitride-Semi- conductor-Oxide-Semi- conductor		lawinowe wstrzykiwa- nie elektronów „B” (rys. 4a)	mechanizm Poola- -Frenkla „E” (rys. 3a)



rzystano w pamięciach MNSOS [3] do kontrolowanego usuwania ładunku do dodatnio spolaryzowanej elektrody bramki.

F. Absorbacja promieniowania elektromagnetycznego o wysokiej energii [12, 14]. Kwanty promieniowania ultrafioletowego posiadają dostateczną energię do wzbudzenia elektronów zgromadzonych w warstwie pamięci i umożliwiają ich przejście ponad barierę potencjału Si—SiO₂ do podłoża. Promieniowanie rentgenowskie posiada energię zdolną do wywołania generacji par elektron-dziura w warstwie SiO₂. Pole elektryczne w tlenku krzemu wspomaga transport wygenerowanych nośników: elektronów do podłoża a dziur do warstwy pamięci. Oba te mechanizmy, zilustrowane na rys. 5, wykorzystuje się do kasowania informacji w pamięciach, w których kasowanie metodami elektrycznymi jest niemożliwe (FAMOS) lub mało efektywne (SAMOS).

Opisane powyżej procesy fizyczne wykorzystywane są do sterowania przepływem ładunku w strukturach pamięciowych. Niestety, niektóre z nich — głównie A, E i F, występują także samorzutnie przy $V_G = 0$, prowadząc w konsekwencji do częściowej ulotności informacji. Ilustruje to na przykładzie struktury MIOS rys. 6.

W tablicy 1 zestawiono szereg rozwiązań NVSM, uwzględniając strukturę fizyczną oraz metody zapisu i kasowania. Z analizy konstrukcji i metod programowania można wnioskować o parametrach funkcjonalnych poszczególnych struktur NVSM oraz możliwościach ich zastosowań.

4. PARAMETRY NVSM

Do najistotniejszych parametrów funkcjonalnych NVSM należą: czas zapisu t_w i kasowania t_E , amplituda impulsu zapisu V_w i kasowania V_E , nieulotność oraz reprogramowalność. Czas zapisu i kasowania są to czasy trwania impulsów napięć programujących, które wywołują pożądane przesunięcie napięcia progowego ΔV_{Th} . Wielkość tych czasów (tj. szybkość działania) związana jest z poziomem napięć V_w i V_E , geometrią elementu (grubości poszczególnych warstw) i głównym mechanizmem transportu ładunku. Zwiększenie amplitud V_w i V_E oznacza oczywiście skrócenie czasów t_w i t_E . Stosowanie grubych warstw SiO_2 utrudnia przepływ ładunku i wydłuża czasy programowania. Zwiększenie grubości warstwy pamięci ułatwia rozptył wprowadzonego ładunku, tzn. zmniejsza jego moment (zależność 1) i w konsekwencji również wydłuża czasy t_w i t_E .

Wymagania nieulotności pamięci i dużej szybkości programowania są ze sobą sprzeczne. W celu zwiększenia szybkości w pamięciach typu MIOS stosuje się ultracienkie ($< 50 \text{ \AA}$) warstwy SiO_2 [16, 17] a ładunek w warstwie pamięci lokuje się bezpośrednio przy granicy SiO_2 [22]. Rozwiązanie to ułatwia jednak spontaniczny zanik tego ładunku i zwiększa ulotność. Optymalizacja konstrukcji NVSM polega więc między innymi na kompromisie pomiędzy szybkością i nieulotnością.

Reprogramowalność NVSM jest to wytrzymałość struktury na wielokrotne poddawanie jej cyklom: zapis-kasowanie. Jest ona ograniczona degradacją właściwości struktury, która objawia się zmniejszeniem i przesunięciem w kierunku ujemnych napięć uzyskiwanego „okienka” ΔV_{Th} oraz zwiększeniem ulotności [23 ÷ 26]. Uważa się, że przyczyną ograniczonej krotkości programowania jest indukowanie stanów powierzchniowych na granicy Si-SiO_2 [23, 24] i wzrost konduktywności dielektryka (pamięci MIOS [25, 26]). Dokładne zbadanie tych zjawisk i ich wyeliminowanie pozwoli na rozszerzenie zastosowań NVSM.

Innym bardzo ważnym parametrem pamięci jest koszt wytwarzania w przeliczeniu na 1 bit. Jest on funkcją powierzchni zajmowanej przez komórkę pamięci, złożoności procesu technologicznego i stosowanej w nim aparatury.

Do chwili obecnej opracowano wiele różnych wersji konstrukcyjnych pamięci nieulotnych. Porównanie ich parametrów umożliwia tablica 2. Można zauważyć, że najszyb-

Podstawowe parametry NVSM

Tablica 2

Element	Zapis		Kasowanie		Nieulotność	Reprogramowalność
	V_w	t_w	V_E	t_E		
MNOS	30 V	10 μs	-30 V	1 ms	~1 rok	10^8
FAMOS	-40 V	1 ms	—	10^2 s	>1 rok	brak danych
ATMOS	40 V	10 ms	-60 V	1 s	>1 rok	~50
DIFMOS	40 V	50 ms	-40 V	50 ms	~1 rok	10^5
SAMOS	30 V	20 μs	-70 V	100 ms	>10 lat	10^2
MNSOS	-25 V	1 ms	30 V	10^3 s	>10 lat	10^4

szymi strukturami są pamięci MNOS, zaś największą nieulotnością charakteryzują się pamięci SAMOS i MNSOS.

Wybór mechanizmów zapisu i kasowania informacji jest, w świetle rozważań z rozdziału 3, ważnym czynnikiem określającym szybkość działania pamięci. Wynika to między innymi z nierównoważności warunków transportu elektronów i dziur (różne wysokości bariery Si—SiO₂, różne szybkości pułapkowania w SiO₂ oraz różne ruchliwości nośników w podłożu), powodującej że przemieszczenie ładunku ujemnego wiąże się z potencjalnie większą szybkością działania. Łatwo również uzasadnić, że kasowanie metodą naświetlania jest procesem wolniejszym niż kasowanie metodami elektrycznymi. Potwierdza to analiza tablic 1 i 2.

Z tablicy 2 widać ponadto, że stosowane obecnie wartości napięć V_W i V_E rzędu $\pm 30 \div \pm 70$ V są niedogodne zarówno z powodu swej wielkości jak i przeciwnej polaryzacji.

5. WNIOSKI

Badania nad ulepszeniem konstrukcji struktur NVSM mają na celu zwiększenie szybkości działania, zwielokrotnienie reprogramowalności i zmniejszenie ich ulotności. Jednoczesne spełnienie tych wymagań nie jest możliwe na obecnym poziomie wiedzy i technologii. W zależności od przeznaczenia pamięci wykorzystuje się optymalizowane w różny sposób konstrukcje i różne mechanizmy działania.

W pamięciach typu RAM ulotność jest zagadnieniem drugorzędnym, ważna jest szybkość działania i reprogramowania. Do pamięci tych najbardziej przydatne są struktury MIOS (głównie MNOS) z ultracienkimi warstwami SiO₂. Istotnym problemem jest ograniczenie amplitudy impulsów odczytu, gdyż w przypadku cienkich warstw SiO₂ i płytkiej lokalizacji ładunku w warstwie pamięci, impulsy odczytu o znacznej amplitudzie mogłyby modyfikować rozkład ładunku, ograniczając tym samym krotność odczytu informacji.

W pamięciach typu EEROM (ang. *Electrically Erasable ROM*) czas zapisu i kasowania informacji nie jest tak ważny jak czas odczytu. Zagadnieniem kluczowym jest nieulotność. Najbardziej perspektywiczne w tym względzie są struktury typu MISOS i MIOS. Celowe jest zwiększenie grubości warstwy SiO₂, co wydłuża czas programowania i narzuca duże amplitudy V_W i V_E , ale jednocześnie zwiększa nieulotność.

Pamięci typu EROM (ang. *Erasable ROM*) powinny się charakteryzować dużą szybkością odczytu informacji, która rośnie ze zmniejszaniem długości kanału tranzystora. Ważne jest też zapewnienie odpowiednio małej ulotności. Najkorzystniejsze do tych zastosowań są struktury FAMOS i SAMOS, które są kasowane promieniowaniem elektromagnetycznym.

Stan wiedzy i poziom technologii NVSM nie są jeszcze dzisiaj zadowalające. Dla pełniejszej optymalizacji konstrukcji i technologii wymagane jest bliższe poznanie zjawisk fizycznych występujących w strukturach NVSM. Ważnym zagadnieniem jest opanowanie metody kontroli rozkładu pułapek i ładunku w warstwie pamięci w celu polepszenia reprogramowalności tych struktur. Można również oczekiwać wprowadzania innych

materiałów dielektrycznych o dużej wartości względnej przenikalności dielektrycznej ϵ_i i małej konduktywności σ_i , oraz skonstruowanie pamięci wykorzystujących kombinowane metody transportu ładunku.

LITERATURA

1. A. Scheibe, H. Schulte, *Technology of a new n-channel one-transistor EAROM-cell called SIMOS*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, pp. 600—606.
2. H. C. Card, *Electrically erasable FAMOS memory structure using avalanche injection from floating gate*, Electronics Letters, Sept. 1978, vol. 14, No. 20, pp. 674—676.
3. C. A. Neugebauer, J. F. Burgess, L. Stein, *Electrically erasable buried-gate nonvolatile Read-Only Memory*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 613—618.
4. R. L. Angle, H. F. Talley, *Electrical and charge storage characteristics of the tantalum oxide-silicon dioxide devices*, IEEE Trans. on Electron Devices, Nov. 1978, vol. ED-25, No. 11, pp. 1277—1283.
5. P. C. Y. Chen, *Threshold-alterable Si-gate MOS devices*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 584—586.
6. D. Kahng, J. R. Brews, W. J. Sundburg, *Avalanche punch-through erase (APTE) mode in dual-dielectric charge-storage (DDC) cells*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 531—535.
7. W. M. Gosney, *DIFMOS — a floating-gate electrically erasable nonvolatile semiconductor memory technology*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 594—599.
8. D. Frohman — Bentchowsky, *The metal-nitride-oxide-silicon (MNOS) transistor — characteristics and applications*, Proc. IEEE, Aug. 1970, vol. 58, No. 8, pp. 1207—1219.
9. P. Balk, *Layered dielectrics in the MOS technology*, Solid-State Devices, 1973, pp. 51—82.
10. K. J. Lundström, C. M. Svensson, *Properties of MNOS structures*, IEEE Trans. on Electron Devices, June 1972, vol. ED-19, No. 6, pp. 826—836.
11. S. Sato, T. Yamaguchi, *Study of charge storage behavior in metal-alumina-silicon dioxide-silicon MAOS field-effect transistor*, Solid-State Electronics, April 1974, vol. 17, No. 4, pp. 367—376.
12. D. Frohman — Bentchowsky, *FAMOS — a new semiconductor charge storage device*, Solid-State Electronics, June 1974, vol. 17, No. 6, pp. 517—529.
13. J. F. Verwey, R. P. Kramer, *ATMOS — an electrically reprogrammable Read-Only Memory device*, IEEE Trans. on Electron Devices, Oct. 1974, vol. ED-21, No. 10, pp. 631—636.
14. H. Iizuka, F. Masuoka, T. Sato, M. Ishikawa, *Electrically alterable, avalanche-injection type MOS Read-Only Memory with stacked-gate structure*, IEEE Trans. on Electron Devices, April 1976, vol. ED-23, No. 4, pp. 379—387.
15. D. Kahng, S. Sze, *A floating gate and its application to memory devices*, The Bell System Technical Journal, July-Aug. 1967, vol. 46, No. 6, pp. 1288—1295.
16. J. J. Chang, *Theory of MNOS memory transistor*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 511—518.
17. A. V. Ferris-Prabhu, *Charge transfer by direct tunneling in thin-oxide memory transistors*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 524—530.
18. Y. Tarui, Y. Hayashi, K. Nagai, *Electrically reprogrammable nonvolatile semiconductor memory*, IEEE J. of Solid-State Circuits, Oct. 1972, vol. SC-7, No. 5, pp. 369—375.
19. C. Bulucea, *Avalanche injection into the oxide in silicon gate-controlled devices — I theory*, Solid-State Electronics, April 1975, vol. 18, No. 4, pp. 363—374.
20. J. F. Verwey, A. Heringa, *Avalanche injection and near avalanche injection of charge carriers into SiO₂*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 519—523.
21. K. Lehovc, A. Fedotowsky, *Charge retention of MNOS devices limited by Frenkel-Poole detrapping*, Applied Physics Letters, March 1975, vol. 32, No. 5, pp. 335—338.

22. D. Kahng, W. J. Sundburg, D. M. Boulin, J. R. Ligenza, *Interfacial dopants for dual-dielectric charge storage cells*, The Bell System Technical Journal, Nov. 1974, vol. 53, No. 9, pp. 1723—1740.
23. M. H. White, J. W. Dzimianski, M. C. Peckerar, *Endurance of thin-oxide nonvolatile MNOS memory transistors*, IEEE Trans. on Electron Devices, May 1977, vol. ED-24, No. 5, pp. 577—580.
24. K. O. Jeppson, C. M. Svensson, *Negative bias stress of MOS devices at high electric fields and degradation of MNOS devices*, J. of Applied Physics, May 1977, vol. 48, No. 5, pp. 2004—2014.
25. R. A. Williams, M. M. E. Beguwalla, *The effect of electrical conduction of Si_3N_4 on the discharge of MNOS memory transistors*, IEEE Trans. on Electron Devices, Aug. 1978, vol. ED-25, No. 8, pp. 1019—1022.
26. F. L. Schuermeyer, C. R. Young, *Endurance studies of MNOS devices*, J. of Applied Physics, Aug. 1978, vol. 49, No. 8, pp. 4556—4559.

D. TOLLIK, B. WILAMOWSKI, W. KORDALSKI
NONVOLATILE SEMICONDUCTOR MEMORIES

Summary

The principles of operation of the nonvolatile semiconductor memory elements are described. All physical mechanisms during writing and erasing are considered in detail. On the basis of the analysis of these phenomena the conclusions for applications and functional parameters of various constructions are derived. Future trends in the development of nonvolatile semiconductor memory are discussed.

D. TOLLIK, B. WILAMOWSKI, W. KORDALSKI
MÉMOIRES SEMI-CONDUCTEURS NON-VOLATILES

Résumé

On caractérise les principes de travail des mémoires semi-conducteur non-volatiles et en particulier les processus physiques qui se produisent pendant l'enregistrement et l'effacement des informations. L'analyse des effets et des constructions des dispositifs de différentes mémoires a permis de tirer les conclusions concernant les paramètres et leurs applications. On a discuté les directions et les perspectives du développement des éléments de mémoires non-volatiles.

D. TOLLIK, B. WILAMOWSKI, W. KORDALSKI
NONVOLATILE HALBLEITERSPEICHER

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag beschreibt man das Arbeitsprinzip der Elemente nonvolativer Halbleiterspeicher unter besonderer Berücksichtigung der beim Schreiben und Löschen der Information auftretenden physikalischen Prozesse. Die Analyse der Prozesse und Konstruktionen verschiedener Halbleiterelemente gestattete, die Funktionsparameter und deren Anwendung zu charakterisieren. Die Entwicklungsrichtungen und Perspektiven der nonvolatilen Halbleiterspeicher wurden diskutiert.

Д. ТОЛЛИК, Б. ВИЛЯМОВСКИ, В. КОРДАЛЬСКИ

НЕКРАТКОВРЕМЕННЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ПАМЯТИ

Резюме

Представлен принцип действия элементов некрatковременной полупроводниковой памяти. Особое внимание уделено рассмотрению физических явлений происходящих во время записи и стирания информации. На основе анализа явлений и конструкций различных элементов памяти выведены заключения относительно их функциональных параметров и возможности применения. Проанализованы направления и перспективы развития элементов некрatковременной памяти.

Wybór matematycznego modelu rozkładu prawdopodobieństwa napięć przeskoku

JAN WARZYWODA (ŁÓDŹ)

Biuro Projektowania i Realizacji Inwestycji „Chemitex”

Otrzymano 11.10.1979

W artykule przedstawiono metodę wyboru modelu matematycznego rozkładu prawdopodobieństwa napięć przeskoku. Metoda ta opiera się na analizowaniu przedziałów ufności przy zmiennym poziomie ufności. Statystyczne opracowanie wyników pomiarów wytrzymałości izolacji zewnętrznej linii napowietrznej 400 kV wykonano przy założeniu rozkładu normalnego i Weibulla.

1. CEL I ZAKRES PRACY

Podstawową charakterystyką wytrzymałości dielektrycznej izolacji odzyskującej swoje własności po przeskoku, do której doprowadza się udary napięciowe danego kształtu, biegunowości i wartości szczytowej, jest zależność pomiędzy prawdopodobieństwem przeskoku a spodziewaną wartością napięcia U . Od trafności oszacowania tego rozkładu zmiennej losowej U zależy dokładność obliczeń koordynacji izolacji. Rozkłady prawdopodobieństwa napięć przeskoku bliższe rzeczywistości pozwalają dokonywać optymalizacji doboru układów izolacyjnych. Ważną sprawą jest więc weryfikacja hipotez dotyczących tych rozkładów.

Zależność prawdopodobieństwa przeskoku izolacji zewnętrznej od wartości szczytowej uderów napięcia może na ogół być aproksymowana funkcją rozkładu normalnego. W niektórych przypadkach [4, 7] rzeczywisty rozkład $P(U)$ może być opisany funkcją charakteryzującą inne rozkłady, np. Weibulla, logarytmo-normalny zamiast rozkładu normalnego. Przedstawiona w artykule metoda pozwala na wybór modelu matematycznego rozkładu prawdopodobieństwa przeskoku $P(U)$.

2. SZACOWANIE STATYSTYCZNYCH PARAMETRÓW ROZKŁADÓW WYTRZYMAŁOŚCI DIELEKTRYCZNEJ NA PODSTAWIE WYNIKÓW PRÓB

Jedną z metod estymacji parametrów krzywej prawdopodobieństwa przeskoku w zależności od napięcia jest metoda najmniejszych kwadratów. Dzięki niej można wykreślić prostą w siatce prawdopodobieństwa, która to prosta jest liniową aproksymacją charakterystyki wytrzymałości.

W niniejszym opracowaniu do oszacowania parametrów rozkładu zastosowano metodę największej wiarygodności [1, 5]. Metoda ta oparta jest na szukaniu ekstremów funkcji wiarygodności, a częściej na szukaniu ekstremów logarytmu tej funkcji. Funkcję wiarygodności wyznacza się przy założeniu, że prawdopodobieństwo wystąpienia poszczególnych zdarzeń (przeskoków) jest opisane rozkładem dwumianowym

$$f(x_k) = \frac{m_k!}{x_k!(m_k - x_k)!} P_k^{x_k} (1 - P_k)^{m_k - x_k}. \quad (1)$$

We wzorze (1) P_k jest to prawdopodobieństwo przeskoku przy napięciu U_k , $f(x_k)$ jest to prawdopodobieństwo zaistnienia x_k przeskoków przy liczbie uderów m_k na stopień napięciowy U_k ; stosuje się M stopni napięciowych. Zakłada się, że zdarzenia nie zależą jedno od drugiego.

Następnie określa się prawdopodobieństwo zaistnienia: x_1 przeskoków przy m_1 uderach o napięciu U_1 , x_2 przeskoków przy m_2 uderach o napięciu U_2 i ... x_n przeskoków przy m_n uderach o napięciu U_M jako iloczyn prawdopodobieństwa określonych równaniem (1) uzyskując funkcję wiarygodności

$$L = \prod_{k=1}^M \frac{m_k!}{x_k!(m_k - x_k)!} P_k^{x_k} (1 - P_k)^{m_k - x_k}. \quad (2)$$

Rozkład prawdopodobieństwa P_k jest funkcją parametrów statystycznych. W przypadku rozkładu normalnego i innych rozkładów dwuparametrycznych parametrami takimi są U_{50} i σ . Parametry te wyznacza się w ten sposób, że funkcja L nazywana funkcją wiarygodności osiąga maksimum. Jeżeli funkcja L nie jest ujemna, to łatwiej jest przy szukaniu ekstremów operować jej logarytmem

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial U_{50}} = \frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma} = 0. \quad (3)$$

Warunek maksymalnego prawdopodobieństwa [5] dla rozkładu normalnego ma postać:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial U_{50}} = \sum_{k=1}^M \frac{x_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} \frac{\partial P_k}{\partial U_{50}} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma} = \sum_{k=1}^M \frac{x_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} \frac{\partial P_k}{\partial \sigma} = 0. \quad (5)$$

We wzorach (4) i (5) $\frac{\partial P_k}{\partial U_{50}}$ oraz $\frac{\partial P_k}{\partial \sigma}$ są następujące:

$$\frac{\partial P_k}{\partial U_{50}} = -\frac{z_k}{\sigma}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \sigma} = -\frac{z_k Y_k}{\sigma}. \quad (7)$$

Wartości P , z , Y przy k -tym poziomie napięcia określa się z równań:

$$P_k = \int_{-\infty}^k z dY, \quad (8)$$

$$z_k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{Y_k^2}{2} \right], \quad (9)$$

$$Y_k = \frac{U_k - U_{50}}{\sigma}. \quad (10)$$

We wzorach (8), (9), (10) oznaczono:

Y_k — standaryzowana zmienna losowa U_k ,

z_k — gęstość rozkładu zmiennej losowej Y_k ,

P_k — prawdopodobieństwo przeskoku przy napięciu U_k .

Uwzględniając równania (6)÷(10) można przekształcić równania (4) i (5) następująco:

$$S_1 = \sum_{k=1}^M \frac{X_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} z_k = 0, \quad (11)$$

$$S_2 = \sum_{k=1}^M \frac{X_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} z_k Y_k = 0. \quad (12)$$

Rozwiązanie równań (11) i (12) nie może być uzyskane bezpośrednio, ponieważ P_k , z_k , Y_k są w złożonej zależności od U_{50} i σ . Równania te można rozwiązać prostą metodą iteracji. Algorytm obliczeń dokładnie został opisany w publikacji [5].

W wyniku obliczeń na maszynie cyfrowej uzyskuje się:

U_{50} — napięcie przeskoku odpowiadające prawdopodobieństwu 50%,

σ — odchylenie standardowe,

h — współczynnik niejednorodności,

$\varepsilon_{U_{50}}$ — przedziały ufności dla 50% napięcia przeskoku,

ε_{σ} — przedziały ufności dla odchylenia standardowego,

ε_{U_B} — przedziały ufności dla napięć przy danym prawdopodobieństwie.

Warunek maksymalnego prawdopodobieństwa przy założeniu rozkładu Weibulla ma następującą postać [1, 4, 7]:

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial U_0} = \sum_{k=1}^M \frac{X_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} \frac{\partial P_k}{\partial U_0} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial U_1} = \sum_{k=1}^M \frac{X_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} \frac{\partial P_k}{\partial U_1} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \nu} = \sum_{k=1}^M \frac{X_k - m_k P_k}{P_k(1 - P_k)} \frac{\partial P_k}{\partial \nu} = 0. \quad (15)$$

We wzorach (13), (14), (15) wielkości U_0 , U_1 , ν są parametrami rozkładu Weibulla.

Przeprowadzając analogiczne rozumowanie jak w przypadku rozkładu normalnego możemy uzyskać rozwiązanie ww. równań. W wyniku obliczeń na maszynie cyfrowej uzyskuje się U_o , U_1 , ν oraz przedziały ufności.

3. METODA WYBORU STATYSTYCZNEGO ROZKŁADU PRAWDOPODOBIEŃSTWA NAPIĘĆ PRZESKOKU

W zaproponowanej przez Browna [1] metodzie obróbki wyników eksperymentalnych, współczynnik niejednorodności h sygnalizował o niepoprawności uzyskanych danych z badań. Autor uwzględnił go przy wyznaczaniu przedziałów ufności ε_{UB} , poszerzając je według zależności

$$\varepsilon'_{UB} = \varepsilon_{UB} \sqrt{h}. \quad (16)$$

Rozumowanie przeprowadzone przez G. Browna [1] jest błędne. W przypadku, gdy wyznaczona wartość statystyki χ^2 jest większa od oczekiwanej wielkości χ^2 , wyznaczonej z tablic dla danej liczby stopni swobody ξ , wówczas należy odrzucić hipotezę dotyczącą weryfikowanego rozkładu statystycznego. W następnym etapie, zgodnie z zasadami statystyki matematycznej, należy przyjąć hipotezę alternatywną lub weryfikować inne rozkłady statystyczne bliższe rozkładowi rzeczywistego napięć przeskoku. Natomiast poszerzanie przedziałów ufności zgodnie z zależnością (16) jest wyjściem kompromisowym, błędnym z punktu widzenia statystyki matematycznej.

Proponowana metoda wyboru rozkładu prawdopodobieństwa napięć przeskoku opiera się na przyjmowaniu przykładowo dwóch rozkładów statystycznych i sprawdzeniu, który z nich jest bardziej dokładnym modelem matematycznym. W pierwszym etapie obliczeń, weryfikacja odbywa się za pomocą testów statystycznych. Jeżeli jedną z hipotez należy odrzucić, wówczas do obliczeń przyjmuje się tę drugą. W teorii statystyki matematycznej nie podaje się natomiast metody wyboru modelu matematycznego rozkładu $P(U)$, gdy dla obu rozkładów nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy na danym poziomie ufności.

W niniejszej pracy autor proponuje wprowadzić pojęcia: krytyczny poziom ufności oraz skrajny poziom ufności.

— Krytyczny poziom ufności α_{kr} jest to taka wartość poziomu ufności α , przy której współczynnik niejednorodności równy jest jedności

$$h = 1.$$

— Skrajny poziom ufności α_s jest to taka wartość poziomu ufności α , przy której wyznaczony przedział ufności będzie przebiegał przez najbardziej oddalony od dystrybuanty punkt uzyskany z badań.

Na rysunku 1 przedstawiono algorytm obliczeń według proponowanej metody wyboru rozkładu prawdopodobieństwa napięć przeskoku. W programie analizowany jest zarówno krytyczny poziom ufności jak i skrajny poziom ufności.

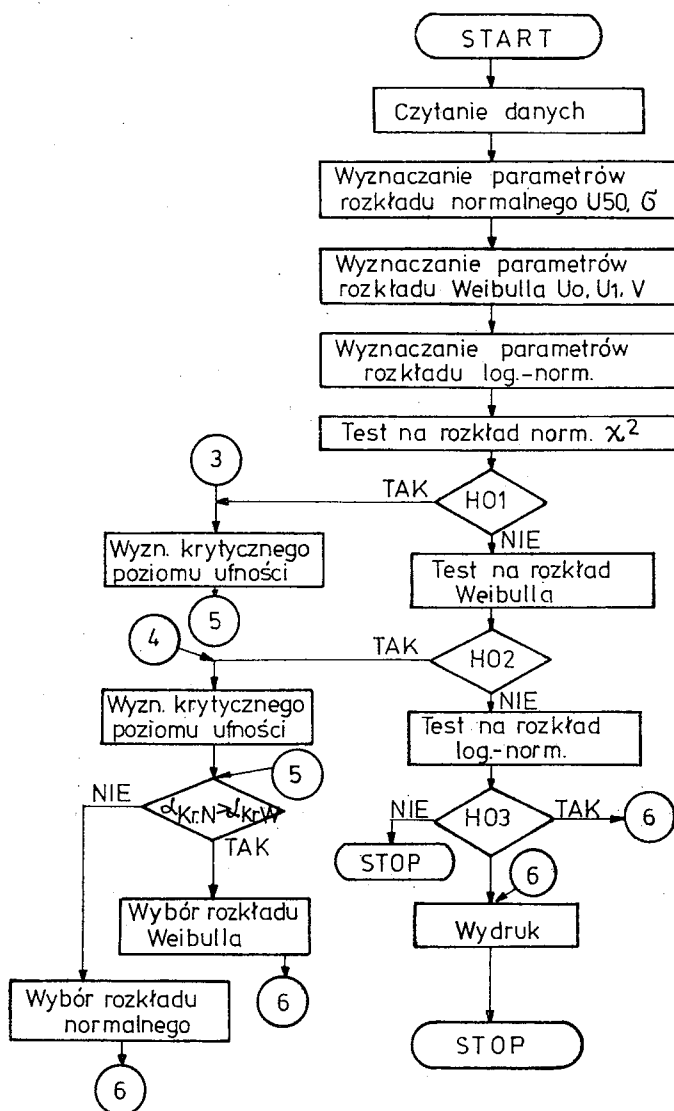
Proponowana jest następująca procedura:

1. określenie krytycznego poziomu ufności dotyczącego przedziałów ufności dla napięć lub prawdopodobieństw; niższy poziom ufności α_{kr} decyduje o wyborze danego rozkładu statystycznego;

2. określenie skrajnego poziomu ufności α_s ; niższy poziom ufności α_s decyduje o wyborze danego rozkładu statystycznego.

Przedstawiona metoda może być stosowana przy założeniu dowolnych rozkładów statystycznych.

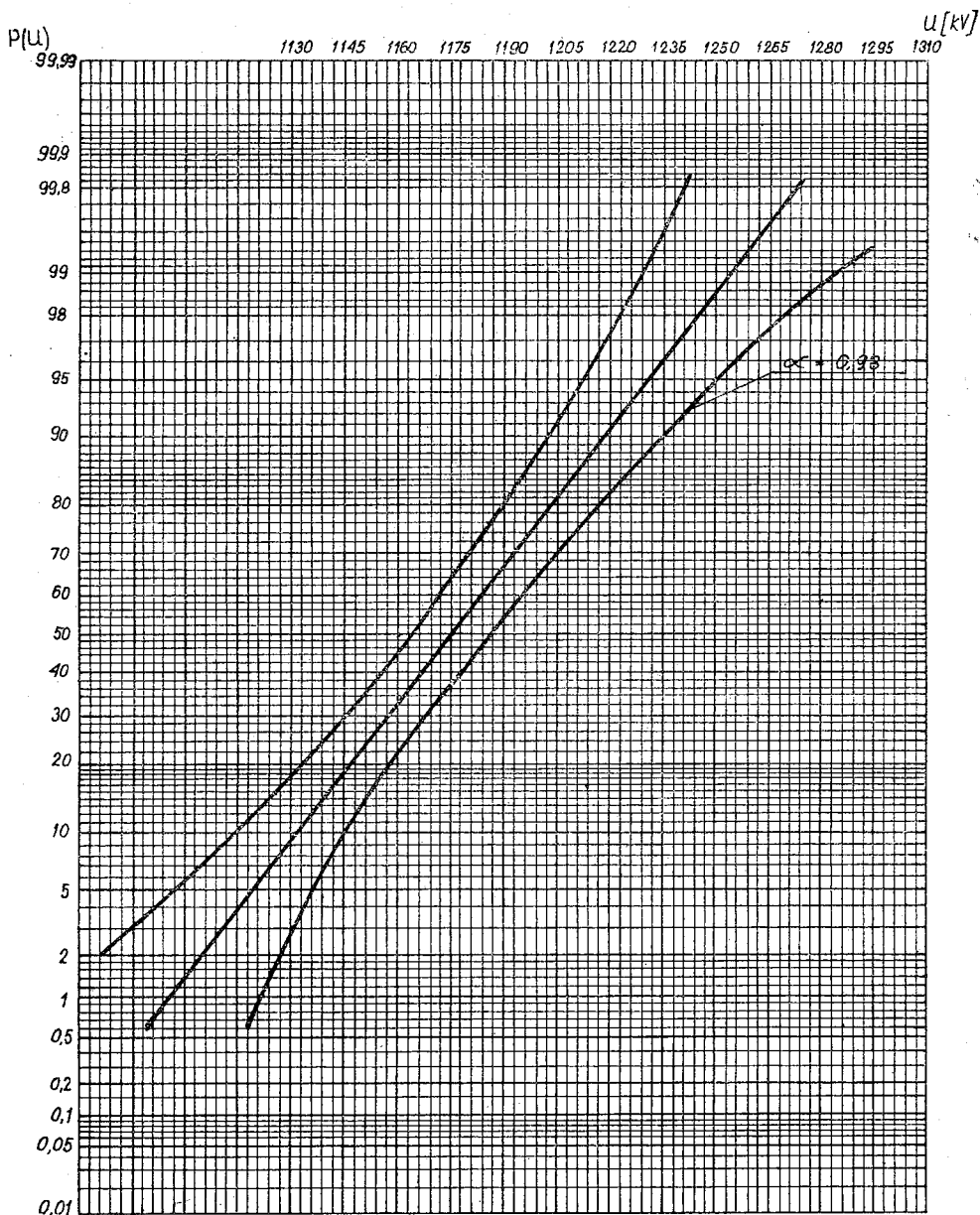
W tablicy 1 znajdują się wyniki badań napięciem uderowym łączeniowym układu izolacyjnego fazy górnej słupa z izolacją typu ŁPV z izolatorami kołpakowymi szklanymi typu PS-16B, linii napowietrznej 400 kV. Statystyczne opracowanie tych wyników przeprowadzono przy założeniu rozkładu normalnego oraz Weibulla. Rozkład Weibulla jako rozkład ekstremalny znajduje coraz więcej zastosowań [4, 7], szczególnie przy badaniu



Rys. 1. Algorytm obliczeń

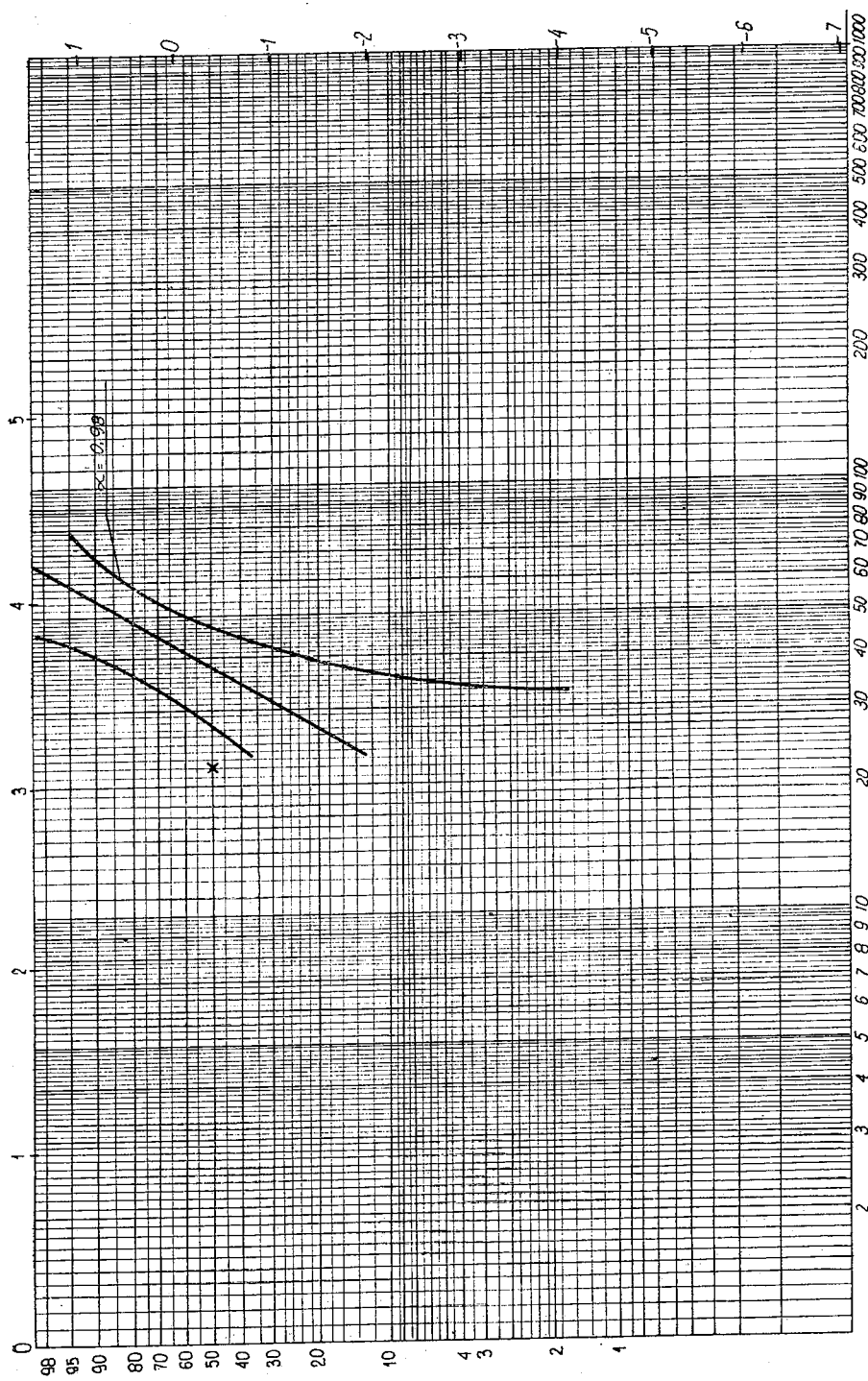
izolacji nieregenerującej się. Na rysunku 2 przedstawiono przedziały ufności przy założeniu rozkładu normalnego odpowiadające skrajnemu poziomowi ufności α_s

$$\alpha_s = 0,98.$$



Rys. 2. Rozkład prawdopodobieństwa napięć przeskoku oraz przedziały ufności, przy założeniu rozkładu normalnego

$$U_{50} = 1175,6 \text{ kV}_m, \sigma = 34 \text{ kV}_m$$



Rys. 3. Rozkład prawdopodobieństwa napięć przeskoku oraz przedziały ufności, przy założeniu rozkładu Weibulla
 $U_0 = 1138 \text{ kV}_m$, $U_1 = 1180 \text{ kV}_m$, $v = 33$

Natomiast na rysunku 3 wykreślono przedziały ufności przy założeniu rozkładu Weibulla odpowiadające poziomowi ufności $\alpha = 0,98$. Z rysunku widać, że w przypadku tym nie jest to skrajny poziom ufności. Wynika stąd, że rozkład normalny jest dokładniejszym modelem matematycznym.

Tablica 1

Wyniki badań napięciem udarowym łączeniowym układu izolacyjnego fazy górnej słupa z izolacją typu ŁPV z izolatorami kolpakowymi szklanymi typu PS-16B

Kształt udar i jego biegunowość	Spodziewana wartość szczytowa napięcia	Liczność -serii	Liczba przeskoków	Warunki otoczenia
—	kV		—	—
+	1165	20	10	$b = 760 \text{ Tr}$ $w = 11,25 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$ $t = 20^\circ\text{C}$
	1185	20	12	
	1208	20	15	
	1158	20	5	
	1180	20	13	
	1180	20	12	
	1170	20	3	
	1142	20	3	
	1140	20	4	
	1165	20	7	
	1155	20	5	
	1160	20	10	
	1185	20	12	
	1195	20	14	
	1200	20	16	
	1210	20	18	

4. ZAKOŃCZENIE

Proponowana przez G. Browna [1] metoda opracowania wyników pomiarów wytrzymałości izolacji zewnętrznej pozwala oszacować parametry rozkładu $P(U)$ wraz z ich przedziałami ufności. Przedstawiona w artykule metoda wyboru modelu matematycznego, który dokładnie opisuje rzeczywisty rozkład prawdopodobieństwa napięć przeskoku opiera się na analizowaniu przedziałów ufności przy zmiennym poziomie ufności. Wprowadzone pojęcia krytyczny i skrajny poziom ufności pozwalają ująć ilościowo sprawę weryfikowania hipotez statystycznych.

Opracowany na maszynie matematycznej Odra 1305 algorytm zastosowany przez autora może być wykorzystany do prac związanych z badaniem wytrzymałości układów izolacji zewnętrznej [5, 6], niezbędnych dla optymalizacji wymiarów tej izolacji oraz koordynacji jej poziomu z poziomami współpracujących układów izolacyjnych.

LITERATURA

1. G. Brown, *Method of Maksimum Likelihood Applied to the Analysis of Flashover Data*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1969, nr 12.
2. R. Kosztaluk, *Koncepcja koordynacji izolacji układów przesyłowych 750 kV*, Archiwum Elektrotechniki, z. 1, 1979.
3. R. Kosztaluk, *Wytrzymałość elektryczna długich łańcuchów izolatorów*, Archiwum Elektrotechniki, z. 3, 1977.
4. F. Mosiński, *O statystycznej obróbce wyników pomiaru wytrzymałości udarowej izolacji nieregenerującej się*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1976, nr 3
5. F. Mosiński, J. Warzywoda, *Statystyczne opracowanie wyników pomiarów wytrzymałości izolacji zewnętrznej*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, z. 45, 1975.
6. J. Warzywoda, *Metoda obliczania ryzyka przeskoku elektrycznego w liniach napowietrznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1980, z. 3.
7. D. R. Winge, *Maksimum Likelihood Estimation of the Parameters of the Weibull Distribution by Modified Quasilinearisation*, IEEE Trans. on Reliability, vol. R-21, nr 2, 1972, pp. 89—93.
8. T. Suzuki, *Analysis of Variance of Flashover Voltage in Insulation Test*, Electrical Engineering in Japan, 1971, nr 3.

J. WARZYWODA

SELECTION OF MATHEMATICAL MODEL
OF DISTRIBUTION OF FLASH-OVER VOLTAGE PROBABILITY

Summary

The article deals with the mathematical model for the distribution probability function of the insulation. In the method confidence limits for the insulation of the 400 kV overhead line was made assuming normal and Weibull distribution.

J. WARZYWODA

CHOIX DU MODÈLE MATHÉMATIQUE DE RÉPARTITION
DE LA PROBABILITÉ DES TENSIONS DE CONTOURNEMENT

Résumé

On décrit la méthode du choix du modèle mathématique de répartition de la probabilité des tensions de contournement. La méthode est basée sur l'analyse des intervalles de confiance pour niveau de confiance variable. L'élaboration statistique des résultats de mesures de la résistance d'isolement extérieure de la ligne aérienne de 400 kV a été faite pour la répartition normale et la répartition de Weibull.

J. WARZYWODA

WÄHLMETHODE FÜR EIN MATHEMATISCHES MODELL DER
WAHRSCHEINLICHKEITSVERTEILUNG VON ÜBERSCHLAGSSPANNUNGEN

Zusammenfassung

Invorliegenden Aufsatz wurde eine Methode für die Wahl der mathematischen Wahrscheinlichkeitsverteilung von Überschlagnsspannungen erwogen. Diese Methode beruht auf der Analyse der Zuverlässigkeitsintervalle beim variablen Zuverlässigkeitsniveau. Die statische Bearbeitung von Me Ergebnissen bezüglich der Isolationsfestigkeit der Freiluftaußenlinie 400 kV wurde unter der Voraussetzungeiner Normalverteilung und der Weibull-Verteilung durchgeführt.

Я. ВАЖИВОДА

ИЗБРАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПРОБОЯ ИЗОЛЯЦИИ

Резюме

Представлен метод избрания математической модели распределения вероятности пробоя изоляций. Метод рассматривает пределы надежности. Статическая разработка результатов измерений прочности наружной изоляций воздушной линий 400 кв проведена при предположении распределений Гаусса и Вайбулла.

Porównanie możliwości obliczeniowych mikroprocesorów i procesorów minikomputerów

MAREK DOMAŃSKI (POZNAŃ), RYSZARD STASIŃSKI (POZNAŃ)

Institut Elektroniki Politechniki Poznańskiej

Otrzymano 23.4.1979

W pracy porównuje się 10 mikroprocesorów i 3 procesory minikomputerów (PDP 11/45, Mera 400 i Mera 300). Dla każdego z badanych procesorów napisano 7 programów, stanowiących bloki często pojawiające się w programach użytkowych, a szczególnie w służących do sterowania. Istota pracy polega na porównaniu procesorów pod względem długości programów w pamięci, ich czasów wykonywania oraz liczb rozkazów w rozpatrywanych programach. Zestawione też zostały charakterystyczne parametry poszczególnych procesorów ze szczególnym uwzględnieniem tych, które są istotne dla programisty. Na podstawie otrzymanych wyników wyciągnięto wnioski co do możliwości każdego z procesorów w różnych rodzajach zadań oraz podano stosunki średnich długości programów, prędkości oraz liczb rozkazów dla różnych zestawów programów.

1. WSTĘP

Postęp technologiczny w układach wysokiej skali integracji doprowadził do pojawienia się tak złożonych elementów elektronicznych, jak procesory cyfrowe (mikroprocesory). Tak wielka koncentracja funkcji w jednym — czasem kilku elementach, otwiera niezwykle możliwości w projektowaniu i budowie układów sterowania, a w pewnym stopniu także w przetwarzaniu danych. Niniejsza praca stawia sobie za cel prezentację mikroprocesorów od strony ich możliwości programowych. Ponieważ w warunkach polskich mikroprocesory są mało znane, podczas gdy istnieje pewne doświadczenie w programowaniu jednostek centralnych minikomputerów, prezentacja ta została dokonana na zasadzie porównania obu klas procesorów między sobą.

Porównania dokonano mając na względzie użycie procesorów jako podzespołu sterującego dość złożonymi urządzeniami. A. Osborne określa ten obszar zastosowań jako wykorzystanie procesorów dla potrzeb techniki przetwarzania i regulacji (*process and control engineering*) [1]. Umieszczenie minikomputera w układzie tego typu jest na ogół sprawą problematyczną — z jednej strony często nie wykorzystuje się w pełni jego oprogramowania, z drugiej stanowi on istotny składnik kosztów produktu końcowego. Mikrokomputery są tu dobrą alternatywą. Porównywane są niektóre cechy sprzętowe procesorów: przede wszystkim te, które są ważne dla programisty — tablica 1 — jak długość (w bajtach), czas działania i zwięźłość (ilość instrukcji assemblera) siedmiu programów testowych, napisanych dla każdego z rozpatrywanych procesorów — tablice 2, 3 i rysunki 1, 2.

2. DOBÓR I CHARAKTERYSTYKI PROCESORÓW

Dobór mikroprocesorów wynika z zakresu ich zastosowań — według A. Osborne'a najistotniejszym składnikiem kosztów w naszym przypadku są koszty rozwojowe systemu, a więc przy doborze należało przede wszystkim zwracać uwagę na wybór ułatwień projektowych [1]. Składają się na nie: układy specjalne, dostosowane do współpracy z danym mikroprocesorem, gotowe mikrokomputery, istniejące oprogramowanie itp. Brano też pod uwagę rozpowszechnienie każdego z mikroprocesorów. Zdecydowano na koniec, że, ze względu na porównywalność wyników nie będą brane pod uwagę mikroprocesory zbyt prymitywne, nie bardzo nadające się na jednostki centralne większych systemów mikrokomputerowych. Powyższym warunkom odpowiadają: 8080/8085, 6800, 6502, LSI-11, 2650, 8048 (z zastrzeżeniem, że ma małą pamięć RAM), a ostatnio także 9900 (od [1] do [9]). Uwzględniono też pewne cechy specyficzne, jak technologia CMOS-1802 oraz dostępność — dotyczy to produkowanego w NRD U808 D. Minikomputery są reprezentowane przez dwie polskie konstrukcje: MERA 300 i MERA 400, oraz PDP 11/45, jeden z najpopularniejszych minikomputerów na świecie.

Przejdźmy do bliższego omówienia tablicy 1. Dane do niej pochodzą z list instrukcji (pozyce od [29] do [42]) oraz z [2, 3, 4, 10]. Rozpatruje się w niej cechy konstrukcyjne wspólne dla mikroprocesorów i procesorów minikomputerów. Kluczowym parametrem jest tu wprowadzony przez autorów wskaźnik: liczba instrukcji $\times$ ilość sposobów adresowania, będący ważoną sumą po operacjach, przy czym wagą danej operacji jest ilość odpowiadających jej sposobów adresowania (podobny wskaźnik zastosowano przy porównaniu 8080, Z-80 i Z8000 w [22]). Należy zwrócić uwagę, że w opisach niektórych mikroprocesorów jako różne traktuje się te same sposoby adresowania, ale odnoszące się do różnych rejestrów. Autorzy konsekwentnie nie dokonują takich rozróżnień. Uzupełnieniem powyższego wskaźnika od strony cech listy instrukcji jest ilość akumulatorów, a od strony sposobów adresowania — ilość rejestrów służących adresowaniu. Powyższe parametry dość dobrze charakteryzują stopień złożoności struktury wewnętrznej procesora, a więc pośrednio jego możliwości jak i cenę.

Oto uzupełniania charakterystyk poszczególnych mikroprocesorów. Dane pochodzą głównie z [4].

- 8080: poza Intelem wytwarzany przez: Advanced Micro Devices (AMD), Mitsubishi, National Semiconductor (NS), Nippon Electric Company (NEC), Siemens, Philips (Signetics), Texas Instruments (TI). Wersje zegarowe: 2 MHz, 2,5 MHz, 3 MHz, zewnętrzny zegar dwutaktowy. Jest to prawdopodobnie najbardziej rozpowszechniony mikroprocesor 8-bitowy na świecie [8].
- 8085: wytwarzany też przez: AMD, NEC, Siemens. Wersje zegarowe: 3 MHz i 5 MHz, wewnętrzny zegar. Z punktu widzenia programisty różni się od 8080 jedynie dwoma nowymi rozkazami.
- U808D: dokładny odpowiednik 8008 firmy Intel, który to mikroprocesor jest pierwowzorem 8080. Wymaga dwufazowego zegara 500 kHz [23].
- 8048: wytwarzany też przez: AMD, NEC, Philips (Signetics). Mikrokomputer z procesorem, pamięciami: 1k słów ROM, 64 słowa RAM i licznikiem programowalnym w jednej strukturze (w tablicy 1 podano obszary ROM i RAM, jakie

mógłby zaadresować procesor). Zegar wewnętrzny 6 MHz. Pojawiło się już kilka odmian tego mikrokomputera — najciekawszą jest 8041 — mikrokomputer przystosowany do pracy jako uniwersalne urządzenie peryferyjne w większych systemach. Interesujący jest też 8049 — z podwójnymi pamięciami ROM i RAM, a to ze względu na szybszą 11 MHz wersję zegarową. Wersje z EPROM mają w oznaczeniu 7 na drugim miejscu, na przykład 8748.

- 6800: wytwarzany też przez: American Microsystems, Fairchild, Fujitsu, Hitachi, Thomson/Sescosem. Wersje zegarowe: 1 MHz, 1,5 MHz, 2 MHz; zewnętrzny zegar dwufazowy. Jest on popularny w Europie Zachodniej [9]. Jego ważniejsze odmiany to 6808 z zegarem wewnętrznym, 6802 ze 128 słowami RAM i mikrokomputer 6801. Procesor 6801 jest nieco szybszy niż 6800 i ma 10 dodatkowych instrukcji, w tym mnożenie binarne i dodawanie słów 16-bitowych [21].
- 6502: wytwarzany też przez Rockwell i Synertek. Wersje zegarowe: 1 MHz i 2 MHz, zegar wewnętrzny. Istnieje cały wachlarz odmian tego mikroprocesora — z punktu widzenia programisty różniących się jedynie obszarem adresowania, w tym mikrokomputer Rockwell 6500/1.
- 8080, 8085, 8048 mogą współpracować z tymi samymi pamięciami i — w większości wypadków — urządzeniami wejścia/wyjścia. To samo dotyczy 6800 i 6502.
- 2650: wytwarzany też przez Advanced Memory Systems (Intersil) i NS. Wersje zegarowe 1,25 MHz, 1,5 MHz, 2 MHz; jednofazowy zegar zewnętrzny.
- 1802: wytwarzany też przez: Hughes, Solid State Scientific. Zegar wewnętrzny 6,4 MHz przy 10 V zasilania. Istnieje mikrokomputer — 1804. Ma on dodatkowe instrukcje, w tym arytmetykę BCD, a technologia CMOS/SOS daje mu nieco większą szybkość — zegar 8 MHz.
- 9900: wytwarzany też przez American Microsystems. Wersje zegarowe 3 MHz i 4 MHz dokładnie 4,17 MHz, czterofazowy zegar zewnętrzny. Najciekawszą odmianą jest niewątpliwie pierwszy 16-bitowy mikrokomputer scalony: 9940. W jego liście instrukcji brak czterech rozkazów 9900, ale za to jest dodawanie i odejmowanie BCD [24, 25]. Ważne są też dwie uproszczone pseudo-16-bitowe 8-bitowa zewnętrzna szyna danych wersje 9900: 9980 i 9981. 9900 stanowi jednostkę centralną 990/4 — mikrokomputerowej wersji minikomputera 990/10.
- LSI-11: jest to mikrokomputer, zbudowany na bazie mikroprogramowalnego mikroprocesora firmy Western Digital MCP-1600. LSI-11 ma niemal identyczną listę instrukcji, co PDP-11/45 [26, 27]; w postaci produktu końcowego obudowany i z konsolą nosi nazwę PDP-11/03.

3. WYNIKI PROGRAMÓW TESTUJĄCYCH PROCESORY

Podane wyżej charakterystyki techniczne obrazują przede wszystkim złożoność układów poszczególnych procesorów, a więc — w pewnym przybliżeniu — także ich efektywność. W celu uzyskania bardziej efektywnych oszacowań pisze się dla porównywanych procesorów programy testujące, lub zestawia się charakterystyki istniejącego oprogramowania. Oczywiście także i te metody obciążone są brakami: programy testujące abstrahują od

konkretnego rozwiązania urządzenia, w którym zainstalowano procesor, jak i jego oprogramowania jako całości. Z kolei na wynikach porównania istniejącego oprogramowania mogą silnie zaważyć uwarunkowania niezależne od cech procesora — na przykład złożoność systemu operacyjnego. Programy testujące uwypuklają jednak pewne szczególne cechy listy instrukcji, systemu adresowania czy architektury procesora, które można — zachowując właściwą rezerwę — przypisać badanemu procesorowi.

Zanim przejdziemy do omówienia programów testujących, należy się kilka słów wyjaśnienia odnośnie zasad, jakimi się kierowano przy ich pisaniu.

— Wszystkie programy pisano dla podstawowych odmian procesorów. Oznacza to, że dla mikroprocesorów brano zawsze najwolniejsze wersje zegarowe. Są one podstawowe w tym sensie, że — z wyjątkiem 9900 i oczywiście 1802 — mogą współpracować ze standardowymi pamięciami NMOS o czasie dostępu około 450 ns. Czasy dla PDP-11/45 liczone dla wersji z pamięcią bipolarną o czasie dostępu 300 ns, a dla MERY 400 — z pamięcią ferrytową o długości cyklu 1100 ns i czasie dostępu 600 ns.

— Przy pisaniu programów starano się przede wszystkim minimalizować ich długość. Takie postępowanie uzasadnione jest faktem, że w seryjnie produkowanych układach sterowania koszt pamięci może mieć znaczny wpływ na koszt całego urządzenia. W paru przypadkach odstąpiono od tej zasady, gdyż niewielkie skrócenie programu było związane ze znacznym wydłużeniem jego czasu wykonywania.

— Programy mają postać jak najbardziej ogólną. Niedozwolone były manipulacje naruszające funkcje podzespołów procesorów. Nie czyniono też upraszczających założeń co do umiejscowienia danych w pamięci.

W celu jak największego przybliżenia się do sytuacji występującej w układach sterowania, programy testujące wybrano w ten sposób, by ilustrowały następujące operacje procesora.

A. Działania arytmetyczne.

1. Dodawanie binarne (nazwa w tabelach: +BIN) — składniki i suma 32-bitowe, dane adresowane są bezpośrednio.
2. Dodawanie dziesiętne (w tabelach: +DEC) — składniki i suma 8-cyfrowe, wyrażone w kodzie BCD. Dane są adresowane bezpośrednio.
3. Mnożenie binarne (w tabelach: *BIN) — czynniki 16-bitowe, iloczyn 32-bitowy. Dane adresowane są bezpośrednio.

B. Działania związane z procesami sterowania.

4. Obsługa programowa przerwania (w tabelach: POLL) — szukane jest urządzenie zewnętrzne o najwyższym priorytecie, żądające przerwania. Odpowiada mu jeden z 16 bitów rejestru o znanym programiście adresie, przy czym bity są uszeregowane według priorytetów urządzeń. Każdemu bitowi odpowiada jednocześnie jedna pozycja w tablicy adresów programów obsługi przerwania.
5. Skok na podstawie wartości bitu (w tabelach: SKOK) — program równoważny jest makrorozkazowi: „wywołanie podprogramu pod warunkiem, że dany bit słowa pamięci jest równy jedności”. Słowo pamięci i podprogram adresowane są bezpośrednio.

C. Współpraca z otoczeniem.

6. Transfer bloku danych (w tabelach: TRANS) — blok danych o długości dziesięciu bajtów jest przesyłany do nowego miejsca w pamięci. Adresy źródłowy jak i przeznaczenia znane są programiście.
7. Szukanie nagłówka (w tabelach: NAGŁ) — szukany jest element stosu danych lub podprogram określony trzybajtową etykietą. Następujący po niej bajt nagłówka wskazuje adres kolejnego elementu stosu lub podprogramu. Stos zamyka jednobajtowa etykieta, oznaczająca jego koniec. Adres etykiety wzorcowej jak i pierwszego nagłówka znane są programiście.

Przy obliczaniu czasów działania programów z rozgałęzieniami zakładano równe prawdopodobieństwa warunkujących je zdarzeń, z wyjątkiem programu siódmego, gdzie takie założenie nie ma sensu. Dla przykładu przedstawiony został sposób liczenia czasu dodawania binarnego dla 8080:

Etykiety:	Rozkazy asemblera:	Ilość bajtów:	Czas w μs :	Objaśnienia:
	ANA B	1	2	Wyzerowanie bitu przeniesienia C
	MVI D,4	2	3,5	Ustawienie licznika pętli
	LXI B,N1	3	5	Załadowanie dwóch par rejestrów
	LXI H,N2	3	5	wskaźnikowych adresami danych
LOOP:	LDAX B	1	$3,5 \times 4$	Przesłanie kolejnego bajtu argumentu do akumulatora
	ADC M	1	$3,5 \times 4$	Dodanie z przeniesieniem do drugiego argumentu
	MOV M,A	1	$3,5 \times 4$	Przesłanie wyniku do pamięci
	INX B	1	$2,5 \times 4$	Zwiększenie o 1 wskaźników pamięci
	INX H	1	$2,5 \times 4$	
	DCR D	1	$2,5 \times 4$	Zmniejszenie licznika pętli o 1
	JNZ LOOP	3	5×4	Powtórzenie pętli, jeśli licznik pętli $\neq 0$

Pętla wykonywana jest czterokrotnie, łączny czas wykonywania programu wynosi $107,5 \mu s$. Program wymaga napisania 11 rozkazów, które po translacji przez assembler zajmują 18 bajtów pamięci.

Należy wyjaśnić, że żaden z programów testujących nie został uruchomiony. Wydaje się jednak, że ewentualne błędy tym spowodowane będą miały charakter drugorzędny i nie powinny istotnie wpłynąć na wyniki, gdyż programy są proste, a do tego niektóre z nich powstały w oparciu o oprogramowanie firmowe. Zresztą testowanie programów na tak bogatym zestawie procesorów — nawet jeśli wykonalne — jest wysoce kłopotliwe, o czym świadczy praca [11].

Parametry poszczególnych programów dla różnych procesorów zebrane są w tablicy 2. Tablica 3 i powstałe w oparciu o nią rysunki 1 i 2 uzyskano z tablicy 2 przez odniesienie wszystkich zawartych w niej wyników do danych dla 8080. Następnie obliczono odpowiednie średnie arytmetyczne. Rubrykę „średnia bez +DEC i *BIN” wprowadzono ze względu na to, że procesory 16-bitowe mają sprzętowe mnożenie binarne nie posiadając

Tablica 2

Długości programów, czasy ich wykonywania i liczby rozkazów w badanych programach dla poszczególnych procesorów

Pierwsza liczba dla każdego programu i każdego procesora podaje długość programu w pamięci w bajtach, druga czas wykonywania programu w μs , trzecia liczbę rozkazów w programie.

Processor	+ BIN	+ DEC	*BIN	POLL	SKOK	TRANS	NAGŁ
8080	18/108/11	19/117/12	50/961/39	31/192/19	18/35,5/8	16/222/9	54/830/33
8085	18/76,3/11	19/78,3/12	50/655/39	31/128/19	18/23/8	16/142/9	54/564/33
U808D	25/1548/24	70/6376/47	54/7890/44	40/1740/26	21/333/13	22/2904/15	80/6112/49
8048	16/107/12	17/117/13	56/835/49	22/95/15	8/17,5/5	12/165/8	45/815/37
6800	36/52/12	40/60/16	36/753/18	20/271/9	10/14,5/4	30/408/14	42/733/20
6502	24/110/12	26/114/14	54/850/22	25/252/11	10/11,5/4	11/141/5	55/500/28
2650	15/156/6	16/185/7	51/1205/24	28/262/15	17/48/6	12/276/5	75/2232/35
1802	25/52,5/21	62/306/43	56/1190/50	38/227/29	19/25/13	21/175/16	49/603/37
9900	18/26/42	66/269/25	16/42/4	20/118/7	12/14,3/4	14/93/4	34/381/13
LSI 11	14/32,2/5	108/520/42	38/1020/14 (z EA:14/67,1/5)	20/116/7	12/15,6/3	16/69/5	44/721/17
PDP 11/45	14/5,25/5	108/58,2/41	14/7,05/5	20/14,7/7	12/2,25/3	16/18,7/5	44/106/17
MERA 400	12/15,1/3	68/225/27	12/17,5/3	22/74,5/9	16/14/6	20/55,7/7	42/295/18
MERA 300	32/185/23	101/652/82	71/1998/64	49/160/38	9/18/7	24/311/17	70/1908/62

Uwaga: Zamieszczone w tablicy czasy są wielkościami przeciętnymi.

Tabela 3

Długości programów, liczby rozkazów i czasy wykonywania programów w stosunku do mikroprocesora INTEL 8080

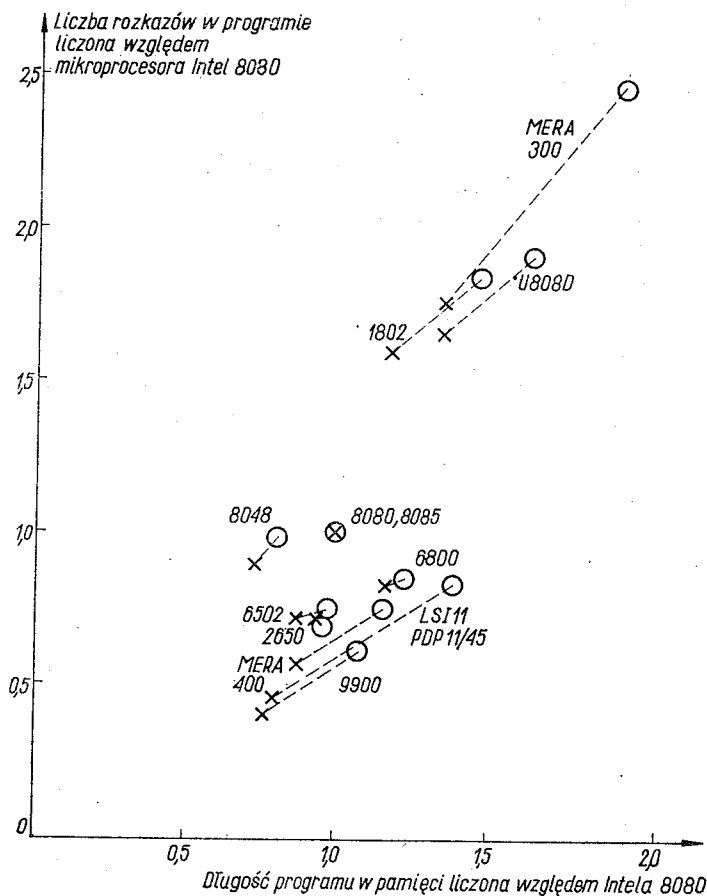
Procesor	Średnie wartości dla:				
	programów arytmetycznych	programów związanych ze sterowaniem	programów współpracy z otoczeniem	wszystkich programów	wszystkich programów oprócz + DEC i *BIN
8085	1,00/0,68/1,00	1,00/0,66/1,00	1,00/0,67/1,00	1,00/0,67/1,00	1,00/0,67/1,00
U808D	2,05/25,6/2,41	1,23/9,22/1,50	1,43/22,2/1,57	1,63/16,8/1,91	1,34/11,0/1,66
8048	0,96/0,95/1,14	0,57/0,49/0,71	0,79/0,85/1,00	0,80/0,78/0,98	0,72/0,73/0,90
6800	1,61/0,59/0,96	0,60/0,91/0,48	1,33/1,44/1,08	1,24/0,92/0,86	1,17/1,04/0,84
6502	1,25/0,95/0,93	0,68/0,81/0,54	0,85/0,62/0,70	0,97/0,82/0,75	0,88/0,77/0,71
2650	0,89/1,42/0,58	0,92/1,35/0,77	1,07/2,02/0,81	0,95/1,57/0,70	0,96/1,64/0,74
1802	1,92/1,47/2,26	1,15/0,94/1,58	1,11/0,74/1,45	1,46/1,10/1,83	1,18/0,77/1,59
9900	1,60/0,86/0,85	0,66/0,51/0,42	0,76/0,44/0,42	1,08/0,64/0,61	0,76/0,43/0,41
LSI-11 (zEA)	2,23/1,61/1,36	0,66/0,52/0,37	0,90/0,57/0,54	1,39/1,00/0,84	0,78/0,50/0,46
PDP 11/45	2,23/0,17/1,36	0,66/0,07/0,37	0,90/0,08/0,54	1,39/0,12/0,84	0,78/0,07/0,46
MERA400	1,50/0,70/0,86	0,80/0,39/0,61	1,03/0,36/0,68	1,16/0,49/0,74	0,87/0,30/0,57
MERA300	2,84/3,12/3,52	1,04/0,67/1,44	1,40/1,89/1,88	1,91/2,06/2,45	1,34/1,36/1,75

Dane w postaci liczba 1 / liczba 2 / liczba 3 wyrażają: liczba 1 — względną długość programów w pamięci, liczba 2 — względny czas wykonywania tych programów, liczba 3 — względną liczbę rozkazów w programie.

Wszystkie te liczby zostały obliczone jako stosunki odpowiednich wielkości dla danego procesora do tych wielkości dla mikroprocesora Intel 8080.

arytmetyki BCD, podczas gdy część 8-bitowych ma arytmetykę BCD przy braku rozkazu mnożenia. Ujmując problem ogólniej: dla procesorów typowych minikomputerów charakterystyczne jest rozbudowanie arytmetyki binarnej, podczas gdy dla mikroprocesorów rozkazy upraszczające projektowanie systemu. Dlatego też niektórzy autorzy nie używają określenia „mikroprocesor” dla jednostek o słowie danych dłuższym niż 8 bitów (na przykład [28] — „miniprocessory”).

Pod względem długości programów najmniej korzystnie wypadają procesory prymitywne: MERA 300, U808D i 1802, najlepiej zaś 8048, a w dalszej kolejności: 6502, 2650 i 8080/8085. Należy jednak zaznaczyć, że adres danych w 8048 nigdy nie jest dłuższy niż jeden bajt. Jednobajtowa adresacja jest możliwa także w 6800, 6502 i 2650 i stosowanie jej skraca programy o kilka ÷ kilkanaście procent. Ciekawie przedstawia się sytuacja dla procesorów 16-bitowych: zależnie od tego czy bierze się pod uwagę programy dodawania dziesiętnego czy nie, wypadają one albo lepiej albo gorzej od mikroprocesorów 6502, 2650 i 8080/8085 (patrz rys. 1). Pośrednio wynika to z faktu, że dysproporcje w długości programów dla poszczególnych procesorów nie są na ogół duże. Dzieje się tak, gdyż w parze



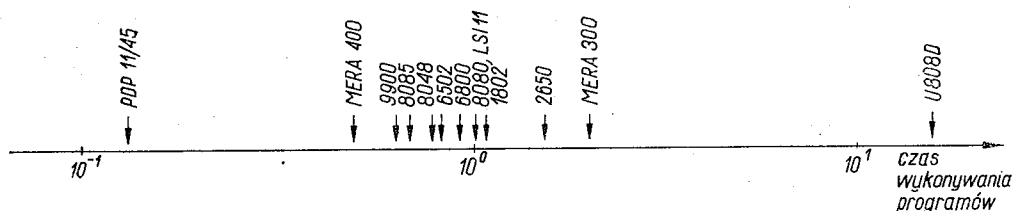
Rys. 1. Porównanie procesorów pod względem długości programów i trudności programowania

- o — dla wszystkich siedmiu programów,
- x — dla pięciu programów (bez +DEC i *BIN)

ze wzrostem ilości instrukcji, sposobów adresowania i rejestrów służących adresowaniu muszą zwiększać się formaty instrukcji.

Tezę tę potwierdza analiza zwięzłości programów; MERA 300, U808D i 1802 wypadają jeszcze bardziej niekorzystnie niż poprzednio, a — jeśli pominąć dodawanie dziesiętne i mnożenie binarne — dominacja procesorów 16-bitowych staje się absolutna. Jednak jeśli nie pominiemy tych programów, 2650 ustępuje tylko 9900, a 6502 jeszcze ponadto MERZE 400.

Przy porównywaniu procesorów pod względem szybkości (rys. 2) należy zachować dużą ostrożność — wykonywanie wielu programów dałoby się znacznie przyspieszyć



Rys. 2. Porównanie procesorów pod względem prędkości

Czas wykonywania programów przez mikroprocesor Intel 8080 przyjęto równy 1,0. Względne czasy dla poszczególnych procesorów obliczono jako średnie dla wszystkich siedmiu programów

kosztem ich wydłużenia. Z całą pewnością można jednak powiedzieć, że U808D jest pod tym względem najgorszy, a PDP 11/45 najlepszy. Szybkość nie jest także najmocniejszą stroną MERY 300 i 2650 — w przeciwieństwie do MERY 400.

Podsumowując — z pewnym przybliżeniem można przyjąć, że możliwości mikroprocesorów 8-bitowych mieszczą się w granicach nałożonych przez jednostki centralne MERY 300 i MERY 400. MERA 400 ustępuje im jedynie w dodawaniu dziesiętnym i niekiedy w programach skok na podstawie wartości bitu i transfer bloku danych. MERA 300 z kolei okazuje się nadspodziewanie dobra w grupie programów związanych ze sterowaniem. Jeśli chodzi o porównanie szybkości — MERA 400 jest wprawdzie średnio dwa do trzy razy szybsza od 8080, ale przecież większość mikroprocesorów ma szybsze wersje. Na przykład zbliżone możliwości będą mieć 8085 z zegarem 5 MHz, czy 6502 — z 2 MHz.

Wśród jednostek 16-bitowych MERA 400 wyróżnia się w programach arytmetycznych, gdzie jest lepsza nawet od bardzo oszczędnego 9900, podczas gdy w innych raczej ustępuje. Pod względem szybkości zajmuje pozycję pośrednią między PDP 11/45 a LSI-11 (czyli PDP 11/03) i zbliżoną do szybszej 4 MHz wersji 9900. Sytuacja zmieniłaby się, gdyby do porównania wzięto najnowsze bardzo skomplikowane mikroprocesory, jak Intel 8086, Zilog Z8000 czy pseudo-32-bitowy Motorola 68000. Według danych firmy Intel, programy 8086 zajmują $0,75 \div 0,90$ tego obszaru, co dla 8080 i wykonują się w $0,08 \div 0,14$ ich czasu wykonywania [12, 13]. Z8000 jest o około 30% „efektywniejszy” [14] i z kolei ustępuje 68000 pod względem szybkości [15].

Dostępne w literaturze porównania możliwości mikroprocesorów mają najczęściej charakter reklamowy i związane są z kampaniami propagującymi 6800, 6502 i 9900/9940.

Według materiałów firmy Motorola, 6800 jest mikroprocesorem szybszym od 8080 przeciętnie o $8 \div 20\%$ [16]. Wyniki naszej pracy w zasadzie nie negują tego twierdzenia,

jednak okazuje się, że na ogół dzieje się to kosztem długości programów. Drugi wniosek — procesory 8080 i 6800 różnią się na tyle, że ogólne porównania są dla ich potencjalnego użytkownika mało przydatne. 6800 jest bardzo dobry w programach związanych ze sterowaniem, szybki i nieoszczędny w arytmetyce, a ustępuje w programach działających na strukturach danych. Zbliżone wyniki uzyskano w pracach [11] i [17]. W [11] liczone jak w tablicy 3 średnie z trzech programów arytmetyki binarnej (dodawanie 8- i 16-bitowe, mnożenie 8-bitowe) wynoszą 1,08/0,56/0,85, z dwóch programów wysyłania danych przez urządzenia wejścia/wyjścia — w jednym wysyła się blok danych — 1,81/1,16/1,69, razem: 1,37/0,80/1,18. W [17] przedstawiono wyniki siedmiu programów: dwóch dość nietypowych arytmetycznych: dodawanie wektorów o wymiarze $N = 20$ z dokładnością 8- i 16-bitową — średnie: 1,67/1,49/1,34, szukanie znaku i transfer 64 znaków — drugi z programów zapewne identyczny z TRANS — 1,52/1,42/1,34, przesuwanie o pięć bitów w prawo, przesyłanie znaku z modemu na monitor i współpraca z komputerem — program bardzo podobny do POLL — 0,83/0,74/0,63, co daje razem 1,26/1,15/1,03. Różnice między 6800 a wzorowanym na nim 6502 wynikają z faktu, że 6800 ma z jednej strony dwa akumulatory i dłuższą listę instrukcji, z drugiej — słabą strukturę adresowania. Miało to zapewne wpływ na różnicę pomiędzy wynikami w [17] a w [11] i niniejszej pracy. Wydaje się, że na tej zamianie lepiej wyszedł jednak 6502, choć może nie aż do tego stopnia, jak usiłuje to dowieść firma Synertek [18]. Słabą strukturę adresowania ma także 8080 (8085), jednakże posiada za to bardzo oszczędny sposób adresowania — przez wskaźnik (pointer). Polega on na tym, że dana jest adresowana nie wprost przez rozkaz, a przez zawartość rejestru, do którego się rozkaz odwołuje. Jest to podstawowy sposób adresowania w prostych procesorach (U808D, 1802, 8048, z pewną modyfikacją MERA 300). We wszystkich przypadkach przyczynia się on do tego, że programy są krótsze, niż by to wynikało z ich złożoności. Interesujący jest fakt, że 8080 (8085) jest dobry w programach arytmetycznych, a słaby w związanych ze sterowaniem. 8041 (8048) stanowi tu dla niego znakomite uzupełnienie. Zwracają też uwagę bardzo dobre — z wyjątkiem szybkości — parametry 2650, choć i w jego przypadku odnosi się wrażenie, że bardziej nadaje się on do operowania na słowach, niż na bitach.

Pozostają nam jeszcze zestawienia: 9940 a 8080 [15, 24] i 9900 a 8080 i 6800 [11, 17]. Z porównaniem tym wiąże się zagadnienie ogólniejsze — procesory 16- a 8-bitowe. Zarówno z artykułów przeglądowych [1, 6], z prac [11, 17], jak i niniejszej wynika, że generalnie procesory 8-bitowe ustępują 16-bitowym, ale istnieją specyficzne sytuacje, w których tak nie jest. Średnie dla 9900 z [11] wynoszą: programy arytmetyczne 0,88/0,59/0,49, ale dla obydwu dodawań programy są dłuższe, niż dla 8080, a w dodawaniu 8-bitowym 6800 jest lepszy pod każdym względem. Jak się okazuje, podanie w [17] programów arytmetycznych wymagających bardziej złożonego adresowania pozwoliło ukryć tę słabą stronę 9900 (0,78/0,61/0,31, przy średnich dla wszystkich programów 0,81/0,61/0,45). Dla odmiany jednak 6800 góruje tu całkowicie w programie przesyłania znaku z modemu na monitor, a w szukaniu znaku zarówno 8080, jak i 6800 są oszczędniejsze, jeśli chodzi o pamięć. Jeśli zajrzemy do wyników programu dodawania BCD w [19, 24] dla 9940, stwierdzimy, że mimo specjalnego rozkazu odpowiednie stosunki wynoszą: 1,20/0,92/0,73, gdy dla wszystkich sześciu programów: 0,75/0,60/0,46 (9940 jest nieco wolniejszy od 9900).

W najnowszych procesorach 16-bitowych dąży się do usunięcia powyższych manka-

mentów: wyposaża się je w kompletną arytmetykę BCD, a nawet arytmetykę na znakach ASCII. W przypadku 6809 następcą 6800 i 8086 następcą 8080 posunięto się jeszcze dalej: zachowany jako podstawowy 8-bitowy format instrukcji 6809 jest pseudo-16-bitowy. Listy instrukcji obu mikroprocesorów mają ciekawą cechę: mianowicie część rozkazów ma skrócone wersje — o takim formacie, jak dla 8080 i 6800 [20, 21]. W ten sposób spróbowano pogodzić zwiększoną ilość kodów operacyjnych z oszczędnością pamięci. Krótki format instrukcji ma jeszcze jeden aspekt: przy rozkazach jednobajtowych 8086 pobiera z pamięci dwie instrukcje naraz. To, jak i wewnętrzny stos, który pozwala mu magazynować sześć bajtów programu wprzód powoduje, że mimo większej szybkości czas dostępu do pamięci w systemie minimalnym jest podobny jak w mikroprocesorach 8-bitowych i wynosi 425 ns [12]. Ma to znaczenie ze względu na koszt pamięci.

Inaczej postąpiono w przypadku Z8000 i 68000: klarowne architektury, względnie krótkie listy instrukcji assemblera, mała ilość odmian formatów instrukcji — wszystko to ułatwia pracę programiście i ma znaczenie przede wszystkim w systemach o bogatym oprogramowaniu. Przy porównywaniu z procesorami 8-bitowymi, Z8000 i 68000 będą się broniły przede wszystkim efektywnością swoich instrukcji, co, jak stwierdzono powyżej, nie zawsze musi oznaczać, że będą one „lepsze”.

Powyższe tendencje konstrukcyjne są spowodowane ewolucją cen układów wielkiej skali integracji, a w szczególności mikroprocesorów: jesienią 1978 TMS 9900 kosztował mniej więcej tyle, ile dwa lata wcześniej mikroprocesor 8-bitowy, jego z kolei miejsce w drabinie cen zajął 8086 [4]. Można się więc spodziewać, że na początku lat osiemdziesiątych możliwe stanie się zaprojektowanie układu kosztującego tyle, co tani mikrokomputer 8-bitowy, o potencjalnych możliwościach minikomputera ogólnego zastosowania.

LITERATURA

1. F. Brown, *The big chip in triangle*, Electronics Weekly, November, 9, 1977, s. 2.
2. R. H. Cushman, *Fourth annual microprocessor directory*, R. H. Cushman, *First annual microcomputer support chip directory*, P. G. Schreier, *Third annual microcomputer systems directory* EDN, November 20, 1977, nr 21, s. 44, 91, 104.
3. *Microprocessor data manual*: D. Bursky, *Microprocessor selection guide*, E. Gellender, *Microprocessor fundamentals*, *Microprocessor data pages*, Electronic Design, October, 11, nr 21, s. 55, 74, 82.
4. *Microprocessor data manual II: Microprocessor selection guide*, *Microprocessor data pages*, Electronic Design, October, 11, 1977, nr 21, s. 54 i 70.
5. *Microcomputer data manual*: D. Bursky, N. Bodley, *Microcomputer selection guide*, D. Bursky, M. Schlinder, *Microcomputer data pages*, D. Bursky, *Appendix*, Electronic Design, May 24, 1978, nr 11, s. 66, 82, 208.
6. *Microprocessor — a special issue: Chips and boards. Software. Design aids. Testing. Applications*, Electronics International, April 15, 1976, nr 8, s. 78, 104, 114, 125, 134.
7. *Microcomputers families expand. Part 1*: R. P. Capece, *The new chips*, Electronics International-December 8, 1977, s. 89. *Part 2*: R. P. Capece, *The new boards*, Electronics International, December, 22, 1977, nr 26, s. 65.
8. H. Lihén, *Les 100 microprocesseurs, leurs circuits périphériques et leur memoirs*, Electronique et Applications Industrielles, 15.V.1978, nr 253, s. 13.
9. P. Gebler, *Product focus: microprocessors*, Electronic Engineering, June 1977, nr 593, s. 117.
10. D. Bursky, D. Barnes, *Choosing a microprocessor by its capabilities is a growing „family affair”*, Electronic Design, July 15, 1977, nr 14, s. 26.

11. B. K. Penney, *The implications of microprocessor architecture on speed, programming and memory size*, The Radio and Electronic Engineer, November 1977, nr 11, s. 533.
12. B. J. Katz, S. P. Morse, W. P. Pohlman, B. W. Revenel, *8086 microcomputer bridges the gap between 8- and 16-bit designs*, Electronics International, February 16, 1978, nr 4, s. 99.
13. A. Alexy, *Get microcomputer features at ten times the 8080 speed*, Electronic Design, September 27, 1978, nr 18, s. 60.
14. *Mostek to make Intel's 8086*, Electronics International, November 23, 1978, nr 24, s. 46.
15. D. Bursky, *Motorola 68000 16-bit microprocessor*, Electronic Design, July, 19, 1978, nr 15, s. 28.
16. K. Badźmirowski, J. Pieńkoś, W. Piestrzyński, K. Bugajska, *Mikroprocesory LSI-MOS*, PIE, seria: Informacje, studia, przyczynki, Warszawa 1976.
17. A. Lofthus, D. Ogden, *16-bit processor performs like microcomputer*, Electronics International, May 27, 1976, s. 99.
18. *12-test benchmark study results show how three microprocessors stack up*, EDN, November 20, 1977, nr 21, s. 19.
19. *Einchip — Mikrokomputer mit 16-k-bit-EPROM/PROM*, Elektronik, nr 7, 1977, s. 95.
20. *8086 — 16bit—HMOS microcomputer*, materiały firmy Intel, June 1978.
21. M. Wiles, Fuad Musa, T. F. Ritter, J. Boney, T. Gunter, *Compatibility cures growing pains of microcomputer family*, Electronics International, February, 2, 1978, nr 3, s. 95.
22. Shima Masatoshi, *Two versions of 16-bit chip span microprocessor, minicomputer needs*, Electronics International, December 21, 1978, nr 26, s. 81.
23. M. Hohne, *Der mikroprozessor U808D*, Radio Fernsehen Elektronik, Teil 1, nr 5, 1977, s. 145, Teil, 2, nr 6, 1977, s. 187.
24. J. D. Bryant, R. Longley, *16-bit microcomputer is seeking a big bite of low-cost controller tasks*, Electronics International, June 23, 1977, nr 13, s. 118.
25. P. Gebler, *The TMS 9940 a product preview*, Electronic Engineering, June 1977, nr 593, s. 101.
26. *LSI 11, PDP 11/03 processor handbook*, Digital Equipment Corporation, 1975.
27. *PDP 11/04/44/45/55 processor handbook*, Digital Equipment Corporation, 1975.
28. J. Kalisz, *Cyfrowe układy scalone w technice systemowej*, Wydawnictwo MON, Warszawa 1977, Pozycje, z których korzystano przy pisaniu programów:
8080, 8085, 8048:
29. *Component data catalogue 1978*, Intel Corporation.
8080:
30. *Assembler — Programmiersprache, System SAB 8080, Datenbuch 1976/1977*, Siemens.
31. *Mikroprozessor Bausteine, System SAB 8080*, Siemens 1976.
32. *Mikrocomputer system manual*, Intel 1975.
8085:
33. J. Wharton, *Serielle Datenübertragung — besonderer Vorteil der Serie MCS-85*, Nota aplikacyjna, Vogel Verlag, Würzburg, luty — marzec 1978.
8048:
34. L. Goss, H. Raphael, *Simplify your next microcomputer*, Electronic Design, July 19, 1977, nr 15, s. 64.
U808D: poz. 23.
6800:
35. *MC 6800 system reference and data sheets*, Motorola, 1975.
36. *SFF 96800 microcomputer system design data*, Thomson — Sescosem.
6502:
37. *R 6500 data sheets*, Rockwell International Co., August 1977.
2650:
38. *Signetics integrated circuits 1976*, Signetics oraz materiały f-my Signetics: *Mikroprocessor 2650*.
1802:
39. A. Young, *Getting to know the Cosmac*, Electronic Design, October 25, 1976, nr 22.

9900:

40. *TMS 9900 microprocessor data manual*, Texas Instruments, November 1975.

LSI 11: poz. 26.

Mera 300:

41. *Momik 8b; zasady działania*, cz. I. Mera, Warszawa 1972.

Mera 400:

42. *Informacja o systemie Mera 400*, Mera, Warszawa 1977.

PDP 11/45: poz. 27.

M. DOMAŃSKI, R. STASIŃSKI

COMPARISON OF COMPUTATIONAL ABILITIES OF MICROPROCESSORS AND MINICOMPUTER PROCESSORS

Summary

Ten microprocessors and three minicomputer processors (PDP11/45, Mera 400, Mera 300) are compared. Seven programs which are often used as blocks, especially in complex devices control are written for each examined processor. The lengths in memory, instructions numbers and execution times are compared. Some characteristic features of respective processors are confronted, especially those important from the programmer's point of view. Some conclusions about the abilities of various processors in various kinds of jobs are made. Average proportions of lengths, execution times and instructions numbers for various groups of programs and various processors are given.

M. DOMAŃSKI, R. STASIŃSKI

COMPARAISON D'EFFICACITÉ DE QUELQUES MICROPROCESSEURS ET PROCESSEURS MINICALCULATEURS

Résumé

Dans l'étude on compare dix microprocesseurs et trois processeurs des minicalculateurs (PDP 11/45, MERA 300 et MERA 400). Pour chaque processeur on a décrit sept programmes typiques pour les applications de commande. On compare les paramètres de ces programmes pour les divers processeurs, à savoir: longueur en octets, nombre d'instructions, temps d'exécution. On confronte aussi quelques propriétés de ces processeurs, particulièrement celles qui sont utiles pour les programmeurs. Les résultats des comparaisons ont servi de base pour tirer des conclusions sur l'efficacité de chaque processeur. On a donné aussi les rapports des moyennes des paramètres des programmes, classés en quelques groupes.

M. DOMAŃSKI, R. STASIŃSKI

VERGLEICH DER EFFEKTIVITÄT DER MIKROPROZESSOREN UND DER MINIKOMPUTERPROZESSOREN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurden 10 Mikroprozessoren und 3 Minikomputerprozessoren (PDP11/45, MERA 400 und MERA 300) miteinander verglichen. Für jeden der untersuchten Prozessoren wurden 7 Programme aufgestellt, die oft bei Gebrauchsprogrammen Anwendung finden, insbesondere bei Steueraufgaben. Der Hauptzweck der Bearbeitung ist der Vergleich von Prozessoren hinsichtlich der Programmlängen im Speicher, der Ausführungszeiten sowie der Befehlswahlen in den untersuchten Programmen. Es wurden im weiteren charakteristische Merkmale der einzelnen Prozessoren zusammengestellt, wobei die für den Programmisten wesentlichen Parameter hervorgehoben worden sind. Aufgrund der Ergebnisse wurden Schlüss-

bezüglich der Eignung der jeweiligen Prozessors für verschiedenartige Aufgaben gezogen, und auf die Verhältnisse zwischen mittleren Programmlängen, Geschwindigkeiten und Befehlszahlen für verschiedene Programmsätze eingegangen.

М. ДОМАНЬСКИ, Р. СТАСИНЬСКИ

СРАВНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МИКРОПРОЦЕССОРОВ И ПРОЦЕССОРОВ МИНИ — ЭВМ

Р е з ю м е

Сравнены десять микропроцессоров и при мини — ЭВМ (PDP11/45, Мера 400 и Мера 300). Для каждого исследованного процессора написано 7 программ, часто используемых в программах управления. Сравнены размеры программ в памяти, числа команд и время их исполнения. Составлены также характеристические свойства отдельных процессоров, с особенным учетом важных с точки зрения программиста. На основании полученных результатов сформулированы выводы о возможностях различных процессоров в разных видах задач, а также показаны пропорции средних размеров программ, скоростей и чисел команд для различных процессоров.

Optymalizacja parametrów mikrowiązki elektronowej

HENRYK SZYMAŃSKI (WROCŁAW)

Instytut Technologii Elektronowej Politechniki Wrocławskiej

Otrzymano 9.7.1979

Poprawa parametrów urządzeń z mikrowiązką elektronową możliwa jest na drodze optymalizacji kąta rozwarcia wiązki. Dalszy postęp dokonuje się poprzez minimalizację aberracji elektronooptycznych. Zagadnienie to dyskutowane jest na przykładzie mikroskopów elektronowych: transmisyjnego i analizującego i mikroobrabiaarki elektronowiązkowej.

Mikrowiązka elektronowa jest wiązką elektronową o perweancji¹⁾ $G \leq 10^{-8}P$, energii elektronów zawartej w granicach 1 ÷ 200 keV i o średnicy przekroju wiązki elektronowej w płaszczyźnie oddziaływania mniejszej od 10 μm . Wykorzystuje się ją w takich urządzeniach jak: transmisyjny mikroskop elektronowy, mikroskop analizujący, mikroobrabiaarka itp. Tendencje rozwojowe w konstrukcji urządzeń z mikrowiązką elektronową wskazują na ciągłą poprawę parametrów tych urządzeń, jak: zdolność rozdzielcza, średnica przekroju wiązki elektronowej oraz gęstość mocy wiązki elektronowej w płaszczyźnie oddziaływania. Poprawę parametrów urządzeń elektronowiązkowych przeprowadza się w oparciu o optymalizację, polegającą na doborze optymalnego kąta rozwarcia wiązki. Dalszy postęp możliwy jest na drodze minimalizacji aberracji elektronooptycznych.

W transmisyjnym mikroskopie elektronowym [1] zasadniczą rolę, decydującą o zdolności rozdzielczej tego przyrządu odgrywają następujące aberracje, zwane także błędami obrazu: aberracja sferyczna, błąd dyfrakcji, astygmatyzm osiowy i aberracja chromatyczna. Rozpatrując wpływ dwóch pierwszych błędów na zdolność rozdzielczą zwykle sumuje się promienie krążków rozproszenia aberracji sferycznej δ_{sf} i dyfrakcji δ_d . Suma ta określa tzw. teoretyczną zdolność rozdzielczą mikroskopu elektronowego i wynosi

$$\delta = \delta_{sf} + \delta_d = C_{sf} \alpha_o^3 + 0,61 \frac{\lambda}{\alpha_o}, \quad (1)$$

gdzie:

C_{sf} — stała aberracji sferycznej obiektywu,

α_o — apertura obiektywu (kąt połówkowy rozwarcia wiązki elektronowej),

λ — długość fali de Broglie'a.

Z warunku na minimum teoretycznej zdolności rozdzielczej wynika optymalna apertura obiektywu α_{opt}

¹⁾ Perweancja wiązki elektronowej definiowana jest jako stosunek prądu wiązki do napięcia przyspieszającego w potęgze 3/2. Jednostką perweancji jest 1 Pierce = $1 \text{ A/V}^{\frac{3}{2}} = 1 \text{ P}$.

$$\alpha_{opt} = \sqrt[4]{\frac{0,61\lambda}{3C_{sf}}} = B \sqrt[4]{\frac{\lambda}{C_{sf}}}. \quad (2)$$

Podstawiając wartość optymalną α_{opt} do wzoru na teoretyczną zdolność rozdzielczą δ otrzymuje się jej wartość minimalną

$$\delta = A\lambda^{3/4} \sqrt[4]{C_{sf}}, \quad (3)$$

gdzie A i B — stałe.

W szczególnych przypadkach dużego astygmatyzmu osiowego [5] wpływ jego na optymalną aperturę obiektywu może być znaczny i wtedy

$$\alpha'_{opt} = \sqrt{\frac{\Delta f_{as}}{12C_{sf}}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + 28,8 \frac{\lambda C_{sf}}{\Delta f_{as}^2}}}, \quad (4)$$

gdzie Δf_{as} — różnica astygmatyczna.

Przy optymalizacji parametrów mikrowiązki elektronowej wpływ aberracji chromatycznej na zdolność rozdzielczą mikroskopu elektronowego zwykle jest pomijany. Decyduje o tym bardzo wysoka stałość stosowanych źródeł napięciowych i prądowych $\left(\frac{\Delta U}{U} \approx 10^{-6}; \frac{\Delta I}{I} \approx 10^{-6}\right)$.

W analizującym mikroskopie elektronowym [2] wiązka elektronowa sondująca o natężeniu I_o , przy pominięciu wpływu aberracji elektrooptycznych, dana jest wzorem

$$I_o = \frac{\pi^2}{4} B d_g^2 \alpha^2, \quad (5)$$

gdzie:

B — jaskrawość elektronowa wyrzutni²⁾,

d_g — średnica wiązki sondującej (bez uwzględnienia aberracji).

W rzeczywistym układzie odwzorowującym mikroskopu analizującego należy liczyć się z wpływem na średnicę d takich aberracji jak: aberracja sferyczna, błąd dyfrakcji i aberracja chromatyczna. W konsekwencji wzrost średnicy wiązki sondującej wpływa na wielkość prądu I_o , a więc na wielkość sygnału. Pomijając wpływ aberracji chromatycznej można zoptymalizować kąt połówkowy wiązki α . W wyniku otrzymuje się zależność na maksymalny prąd wiązki sondującej

$$I_{o\max} = \frac{3\pi^2}{16} B \left[\frac{d^{8/3}}{C_{sf}^{2/3}} - 4/3(1,22\lambda)^2 \right], \quad (6)$$

gdzie d — rzeczywista średnica wiązki elektronowej sondującej.

Z dyskusji powyższego wzoru wynika, że prąd wiązki zależy silnie (prawie w 3 potęgę) od średnicy wiązki. Uzyskanie dobrej zdolności rozdzielczej mikroskopu analizującego jest więc w sprzeczności z uzyskaniem odpowiedniego prądu sygnału, rzędowo równego prądowi wiązki sondującej. Uzyskanie odpowiedniego prądu wiązki wymaga stosowania wyrzutni o dużej jaskrawości elektronowej B . Stąd to w ostatnich czasach

²⁾ $B = \frac{\partial^2 I}{\partial A \partial \omega}$ — jaskrawość elektronowa, podstawowy parametr wyrzutni równy $B \approx 10^5 \text{ A/cm}^2 \text{ srd}$ (wyrzutnia termoelektronowa) i $B \approx 10^{11} \text{ A/cm}^2 \text{ srd}$ (wyrzutnia polowa).

zastosowano w mikroskopie analizującym elektronową wyrzutnię polową. Pozwoliła ona zwiększyć jaskrawość elektronową w stosunku do jaskrawości wyrzutni termoelektronowej o czynnik 10^6 , a tym samym polepszyć zdolność rozdzielczą mikroskopu.

Optymalizacja parametrów mikrowiązki elektronowej może być również przeprowadzona w mikroobrabiarkie [3] [4]. Zagadnienie wpływu aberracji elektronooptycznych na parametry wiązki jest tutaj również istotne. Decydujący wpływ ma aberracja sferyczna. W praktyce minimalna średnica wiązki w płaszczyźnie obróbki wynosi od 10 nm do 1 μm , a koncentracja mocy osiąga wartość 10^9 W/cm^2 . Jest to jednak możliwe w warunkach optymalnych.

Uwzględniając wpływ aberracji sferycznej, średnia gęstość prądu wiązki w płaszczyźnie obróbki dana jest zależnością

$$J_{sf} = B\pi\alpha^2 \left(\frac{d}{d + \frac{1}{2} C_{sf} \alpha^3} \right)^2. \quad (7)$$

Przeprowadzając optymalizację kąta zbieżności wiązki otrzymuje się

$$\alpha_{opt} = \sqrt[3]{\frac{2d_{or}}{3C_{sf}}}, \quad (8)$$

gdzie d_{or} — rzeczywista średnica wiązki elektronowej w płaszczyźnie obróbki.

Maksymalna gęstość prądu wiązki wynosi wówczas

$$J_{sf\max} = 0,34 J_n \frac{U_a}{kT} \left(\frac{d_{or}}{C_{sf}} \right)^{2/3}, \quad (9)$$

gdzie:

J_n — gęstość prądu emisyjnego katody,

U_a — napięcie przyspieszające,

k — stała Boltzmanna, eV/K,

T — temperatura.

Stąd zależność na koncentrację mocy ma postać:

$$P_{\max} = J_{sf\max} U_a. \quad (10)$$

W przedstawionych trzech przypadkach decydujący wpływ na parametry mikrowiązki elektronowej miała aberracja sferyczna. Z dyskusji wzorów wynika, że główne parametry urządzeń przyjmują wartości optymalne przy małej wartości stałej aberracji sferycznej C_{sf} . Wniosek ten narzuca duże wymagania konstruktorom magnetycznych soczewek elektronowych, w których stała aberracji sferycznej C_{sf} zależna jest od parametrów magnetycznej soczewki elektronowej.

Podobnie jak powyżej, można zanalizować wpływ aberracji elektronooptycznych na parametry urządzeń z mikrowiązką w mikroanalizatorze rentgenowskim, dyfraktografie elektronowym itp. Zagadnienie to rozwiązywane bywa każdorazowo przy projektowaniu urządzeń pracujących z mikrowiązką elektronową.

LITERATURA

1. A. Hałas, H. Szymański, *Mikroskopy elektronowe*, WKiŁ, Warszawa 1965.
2. P. R. Thornton, *Scanning Electron Microscopy*, Chapman and Hall, Londyn 1968.
3. H. Szymański, K. Friedel, W. Słówko, *Mikroobróbka wiązką elektronową*, WNT, Warszawa 1972.
4. S. Schiller, U. Heisig, S. Panzer, *Elektronenstrahltechnologie*, VEB Verlag Technik, Berlin 1976.
5. H. Szymański, *Aberracje elektronooptyczne w urządzeniach z wiązką elektronową*, Wyd. Pol., Wrocław 1975.

H. SZYMAŃSKI

OPTIMIZATION OF ELECTRON MICROBEAM PARAMETERS

Summary

The improvement of devices using the electron microbeam is possible through optimization of the beam angle. Further progress may be achieved by decreasing of aberrations. The problem is discussed for transmission and scanning electron microscopes and for the electron beam micromachine.

H. SZYMAŃSKI

OPTIMISATION DES PARAMÈTRES DÉTERMINANT LE FAISCEAU D'ÉLECTRONS

Résumé

L'amélioration des paramètres d'une machine à faisceaux d'électrons s'effectue par l'optimisation de l'angle d'ouverture du faisceau et se continue par minimisation des aberrations électroniques optiques. Ce problème est examiné pour les microscopes électroniques à transmission ou à balayage et pour la machine de microusinage par faisceau d'électrons.

H. SZYMAŃSKI

OPTIMIERUNG DER ELEKTRONENSTRAHLPARAMETER

Zusammenfassung

Die Verbesserung der Parameter von Elektronenstrahlanlagen ist im Wege der Optimierung des Öffnungswinkels möglich. Ein weiterer Fortschritt wird durch die Minimalisierung der Abbildungsfehler erreicht. Das Problem wird am Beispiel der Elektronenmikroskope (Durchstrahlungselektronenmikroskop, Rastermikroskop) und Mikrobearbeitungsanlagen diskutiert.

Х. ШИМАНЬСКИ

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННОГО МИКРОПУЧКА

Резюме

Улучшение параметров устройств с электронным микропучком возможно методом оптимизации апертурного угла пучка. Дальнейший успех можно получить путем минимализации электроннооптических aberrаций. Эта проблема показана на примерах электронных микроскопов: просвечивающего и анализирующего, а также электроннолучевого устройства для микрообработки.

Optymalizacja konstrukcji przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości

ZDZISŁAW PERKOWSKI (WARSZAWA)

Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Przemysłu Kablowego „Energokabel”

Otrzymano 18.10.1979

W pracy przedstawiono potwierdzoną przez eksperyment metodykę obliczania własności transmisyjnych giętkich przewodów współosiowych oraz przeanalizowano możliwość optymalizacji konstrukcji takich przewodów z punktu widzenia ich własności transmisyjnych. Analizę wspomnianej możliwości oparto na związku impedancji wewnętrznej oplotu z drutów z jego parametrami konstrukcyjnymi, natomiast związek ten uzyskano w wyniku zastosowania opracowanej przez autora i przedstawionej w pracach [8, 10, 17] metody modelowania pola elektromagnetycznego quasi-stacjonarnego przewodów telekomunikacyjnych za pomocą źródeł liniowych.

Ponadto praca zawiera krótką charakterystykę własności sprzężeniowych giętkich przewodów współosiowych oraz możliwości optymalizacji konstrukcji tego rodzaju przewodów z punktu widzenia ich własności sprzężeniowych. Wspomnianą charakterystykę oparto w głównej mierze na wynikach badań opublikowanych w pracy [11].

1. WSTĘP

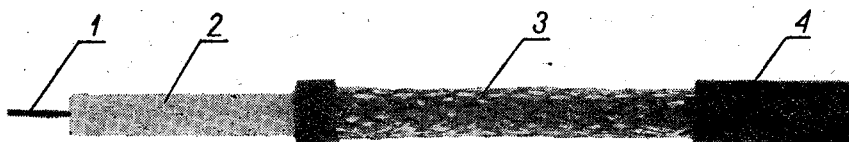
Przewody¹⁾ wielkiej częstotliwości są to przewody telekomunikacyjne, przystosowane do transmisji sygnałów elektrycznych wielkiej częstotliwości między podzespołami urządzeń elektronicznych, lub między kompletnymi urządzeniami. Przesyłanie tego rodzaju sygnałów, będących z reguły nośnikami informacji, odbywa się za pośrednictwem pola elektromagnetycznego przemieszczającego się wzdłuż przewodu, czyli fali elektromagnetycznej. Rozchodzeniu się fali elektromagnetycznej w przewodzie towarzyszy natomiast pochłanianie części jej energii, wydzielającej się w postaci ciepła zarówno w wykonanych z materiału przewodzącego żyłach, jak też w izolacji przewodu, a ponadto — przenikanie

¹⁾ Od Redakcji. Autor stosuje termin „przewód” w znaczeniu „drogi energii elektrycznej”, a więc w znaczeniu toru (elektrycznego, telekomunikacyjnego), a nie w znaczeniu „drogi prądu elektrycznego”, jak — zdaniem Redakcji — być powinno. W wyniku takiego stanowiska konstrukcja złożona z 2 przewodów — jednego w kształcie wydrążonego walca, a drugiego w kształcie walca pełnego, umieszczonego współosiowo wewnątrz pierwszego przewodu — nazywana jest w artykule konsekwentnie „przewodem współosiowym”, a nie *torem współosiowym*. Zwracając niniejszym uwagę Czytelnika na tę okoliczność Redakcja postanowiła honorować terminy przyjęte przez Autora, jak to zresztą zwykle czyni w podobnych przypadkach, wychodząc z założenia, że za treść artykułu główną odpowiedzialność ponosi zawsze Autor.

części wspomnianej energii do otoczenia. Zespół własności przewodu, w pełni determinujących transmisję fali elektromagnetycznej wzdłuż przewodu, określa się mianem własności transmisyjnych, podczas gdy zespół takich cech przewodu, które w pełni charakteryzują przenikanie części energii fali z przewodu do otoczenia, albo w kierunku przeciwnym, otrzymał nazwę własności sprzężeniowych.

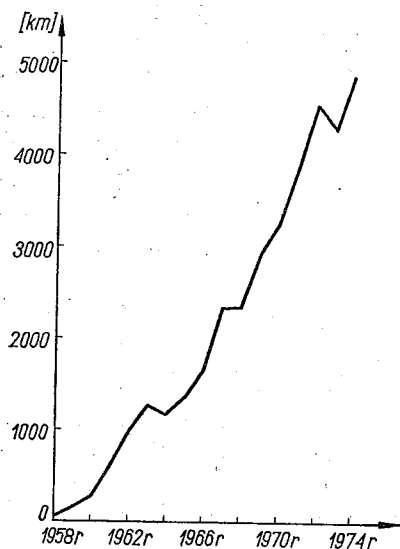
Podstawowe funkcje przewodu wielkiej częstotliwości sprowadzają się do przekazania sygnału z jednego do drugiego podzespołu lub urządzenia z możliwie najmniejszymi zniekształceniami i stratami energii sygnału, a także zabezpieczenie przed przenikaniem przenoszonego sygnału do otoczenia oraz ochrona przed wnikaniem do wnętrza przewodu zakłóceń pochodzących z tego otoczenia. O sposobie realizacji pierwszej z wymienionych funkcji decydują własności transmisyjne konkretnego przewodu, natomiast stopień wypełniania pozostałych funkcji zależy wyłącznie od własności sprzężeniowych.

W zakresie wielkich częstotliwości najkorzystniejsze własności transmisyjne i sprzężeniowe, gwarantujące najwłaściwszą realizację wszystkich wymienionych funkcji, można uzyskać jedynie w przypadku przewodów współosiowych o żyłach jednolitych. Przewody takie są jednak bardzo sztywne i nie nadają się do wykonywania połączeń, narażonych na wielokrotne zginanie. Tego rodzaju połączenia są wykonywane za pomocą przewodów współosiowych giętkich, których żyły wewnętrzne wykonywane są najczęściej w postaci wielodrutowych skrętek, natomiast żyły zewnętrzne — w postaci symetrycznych opłotów z drutów (rys. 1). Przewody współosiowe giętkie — o żyłach wielodrutowych — ustę-



Rys. 1. Budowa giętkiego przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości

1 — żyła wewnętrzna, 2 — izolacja, 3 — żyła zewnętrzna o postaci symetrycznego opłotu z drutów, 4 — powłoka



Rys. 2. Produkcja przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości w Polsce w latach 1958—1974.

pują przewodom o żyłach jednolitych zarówno pod względem własności transmisyjnych, jak i własności sprzężeniowych, jednakże ich zastosowanie podyktowane jest koniecznością. Dynamiczny wzrost ilości wytwarzanego sprzętu elektronicznego sprawia, że produkcja giętkich przewodów współosiowych w Polsce podwaja się co cztery lata, o czym świadczą dane uwidocznione na rys. 2.

Badania wykazały, że własności transmisyjne i sprzężeniowe giętkich przewodów współosiowych zależą w poważnym stopniu od konstrukcji przewodów oraz że istnieją możliwości optymalizacji konstrukcji, tak z punktu widzenia własności transmisyjnych, jak i z punktu widzenia własności sprzężeniowych. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie uzyskanych przez jej autora najnowszych rezultatów badań nad optymalizacją konstrukcji giętkich przewodów współosiowych na tle szerszej problematyki analizy własności takich przewodów. Prezentowane wyniki badań nie wyczerpują w pełni zasygnalizowanej problematyki, jednakże ich zastosowanie w praktyce przyniosło już przemysłowi kablowemu wymierne korzyści gospodarcze.

2. WŁASNOŚCI TRANSMISYJNE PRZEWODÓW

2.1. Quasi-stacjonarny model transmisji. Parametry jednostkowe

Ścisła analiza własności przewodu, decydujących o warunkach rozchodzenia się fal elektromagnetycznych wzdłuż przewodu, określanych mianem własności transmisyjnych, powinna być oparta na równaniach pola elektromagnetycznego. Przeprowadzenie takiej analizy przy wykorzystaniu równań Maxwella, z uwzględnieniem strat energii w żyłach przewodu i jego izolacji oraz konkretnych warunków brzegowych, nie byłoby jednak rzeczą prostą, a ponadto wykorzystanie skomplikowanych rezultatów analizy w praktyce byłoby utrudnione. Z tych względów powszechne zastosowanie znalazła uproszczona metoda analizy własności transmisyjnych przewodów, zaproponowana w 1857 roku przez Kirchhoffa.

Podstawowe idee wspomnianej metody wyprowadził Kirchhoff z rozwijającej się w owym czasie teorii obwodów o stałych skupionych, zaliczanych do obwodów o polach (prądach) quasi-stacjonarnych, nazywanych krótko obwodami quasistacjonarnymi.

Zasadniczą cechą obwodów quasi-stacjonarnych są bardzo małe wymiary geometryczne tych obwodów w porównaniu z najkrótszą długością fali wytwarzanego przez nie pola elektromagnetycznego. Jeżeli przez l_{max} oznaczyć odległość dwóch najbardziej od siebie oddalonych punktów obwodu, a przez λ_{min} — najkrótszą długość fali, to sformułowany wyżej warunek można przedstawić w postaci:

$$l_{max} \ll \lambda_{min}. \quad (1)$$

Uwzględniając w przytoczonej nierówności związek między okresem T i częstotliwością f zmian czasowych periodycznego pola, prędkością fazową v_f i długością λ fali:

$$\lambda = v_f T = \frac{v_f}{f}, \quad (2)$$

otrzymuje się inną postać wspomnianego warunku:

$$\frac{l_{max}}{v_f} \ll T_{min} = \frac{1}{f_{max}}. \quad (3)$$

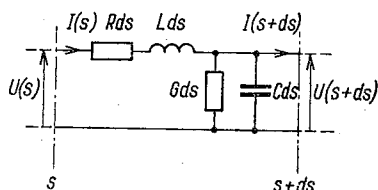
W myśl ostatniej nierówności można podać następującą definicję obwodu quasi-stacjonarnego: obwodem quasi-stacjonarnym nazywa się taki obwód, w którym czas propagacji $\frac{l_{max}}{v_f}$ pola pola elektromagnetycznego między dwoma najbardziej od siebie oddalonymi punktami obwodu jest bardzo mały w porównaniu z czasem, w którym stan pola zmienia się dostrzegalnie.

W przypadku obwodów quasi-stacjonarnych z prądami okresowymi czas propagacji pola na odległość l_{max} powinien być zatem pomijalnie mały w porównaniu z okresem zmiany składowej prądów o największej częstotliwości. Jeżeli taki warunek jest zachowany, to można w przybliżeniu założyć, że prędkość propagacji pola jest nieskończenie wielka, a wówczas wymiary poszczególnych elementów obwodu nie odgrywają żadnej roli, gdyż zjawiska zachodzące w różnych punktach obwodu mogą być uważane za synchroniczne.

Przewód wielkiej częstotliwości jest typowym obwodem niestacjonarnym, w którym czas propagacji sygnałów w kierunku wzdłużnym, równoległym do osi symetrii przewodu, może być porównywalny z okresami zmian prądu nawet przy niezbyt dużych częstotliwościach. Z tego powodu teoria obwodów quasi-stacjonarnych nie może być bezpośrednio zastosowana do analizy własności transmisyjnych przewodu.

W klasycznej teorii torów przewodowych przyjmuje się założenie, że każdy bardzo krótki w kierunku wzdłużnym odcinek przewodu może być rozpatrywany jako obwód quasi-stacjonarny. Znaczący to, że zjawiska zachodzące w dowolnym punkcie konkretnego przekroju poprzecznego przewodu mogą być uważane za synchroniczne, czyli, że największy wymiar tego przekroju jest bardzo mały w porównaniu z najkrótszą długością fali przesyłanej po przewodzie. Oznacza to także, że polu magnetycznemu, wytwarzanemu przez taki odcinek przewodu, można przyporządkować pewną skupioną indukcyjność; polu elektrycznemu, występującemu w otoczeniu żył przewodu, można przyporządkować skupioną pojemność, a straty energii elektromagnetycznej, spowodowane jej zamianą na ciepło w materiale przewodzącym oraz izolacyjnym, można przedstawić w postaci skupionych rezystancji. Modelując w ten sposób bardzo krótki odcinek przewodu otrzymuje się przedstawiony na rys. 3 układ zastępczy, w którym poszczególne własności fizyczne przewodu zostały przedstawione w postaci elementów skupionych.

Pole magnetyczne, wytwarzane przez prąd $I(s)$ w odcinku o długości ds , położonym w odległości s od początku przewodu, zastępuje w układzie z rys. 3 równoważne mu pole magnetyczne, wytwarzane przez ten sam prąd przepływający przez szeregową indukcyj-



Rys. 3. Układ zastępczy elementarnego odcinka przewodu o długości ds

ność Lds , natomiast straty na ciepło Joule'a w materiale przewodzącym reprezentuje włączona w szereg z indukcyjnością Lds rezystancja Rds .

Pole elektryczne poprzeczne, występujące we wspomnianym odcinku przewodu, jest modelowane polem elektrycznym w kondensatorze o tak dobranej pojemności Cds , żeby przepływający przez tę pojemność prąd dielektryczny był równy prądowi dielektrycznemu w rozważanym odcinku przewodu. Pojemność Cds jest włączona między żyły przewodu, ponieważ prąd dielektryczny ma kierunek prostopadły do kierunku prądu $I(s)$ przewodzonego przez żyły. O prądzie dielektrycznym zakłada się, że jest to prąd quasi-statyczny i pomija się wytwarzane przezeń pole magnetyczne.

Równolegle do pojemności Cds jest włączona konduktancja Gds tak dobrana, żeby straty energii w tej konduktancji były równe stratom dielektrycznym energii pola elektromagnetycznego w materiale izolacyjnym.

Wielkości R , L , C i G , przypadające na jednostkę długości bardzo krótkiego odcinka przewodu, nazywane są łącznie parametrami jednostkowymi lub parametrami pierwotnymi przewodu. Poszczególne parametry jednostkowe noszą następujące nazwy:

- R — rezystancja jednostkowa przewodu,
- L — indukcyjność jednostkowa przewodu,
- C — pojemność jednostkowa przewodu,
- G — upływność jednostkowa przewodu.

Charakteryzują one własności fizyczne jednostki długości bardzo krótkiego w porównaniu z długością fali — rozchodzącej się wzdłuż przewodu — odcinka tego przewodu pod warunkiem, że zmiana fazy fali na długości tego odcinka, jak również na długości równej największemu poprzecznemu wymiarowi przewodu, będzie bardzo mała. Jeżeli taki warunek jest spełniony, to w otoczeniu przewodu występuje jedynie fala elektromagnetyczna poprzeczna (typu TEM), której wektory natężenia pola elektrycznego i magnetycznego są prostopadłe do kierunku ruchu fali (brak składowych wzdłużnych wspomnianych wektorów).

Jeżeli natomiast wspomniany warunek nie jest spełniony, to powyżej tak zwanych częstotliwości krytycznych [5] w przewodzie pojawiają się fale elektromagnetyczne zawierające składowe wzdłużne natężenia pola elektrycznego (typ TM) oraz składowe wzdłużne natężenia pola magnetycznego (typ TE). Częstotliwości krytyczne są jednak tak duże, że najdłuższe fale typu TE albo TM mają długości współmierne z największymi wymiarami poprzecznymi przewodów. Warunki propagacji takich fal znacznie odbiegają od warunków propagacji fal typu TEM, ponieważ pole elektromagnetyczne jest wówczas typowym polem niestacjonarnym i składowe natężenie pola magnetycznego, wytwarzane przez prądy dielektryczne, nie są pomijalnie małe. Quasi-stacjonarny model transmisji, który daje zgodne z eksperymentem wartości parametrów transmisyjnych przewodów w przypadku fal typu TEM, nie może być wówczas stosowany.

W układzie zastępczym bardzo krótkiego odcinka przewodu (rys. 3) straty energii pola elektromagnetycznego quasi-stacjonarnego w żyłach, będące konsekwencją skończonej konduktywności materiału przewodzącego, przedstawione zostały jako straty na ciepło Joule'a wydzielające się na skupionej rezystancji Rds . Łączne straty energii w obu żyłach przewodu współosiowego są oczywiście równe sumie strat energii w każdej z żył, a zatem modelująca sumaryczne straty rezystancja skupiona R , przypadająca na jednostkę dłu-

gości bardzo krótkiego odcinka przewodu i nazywana jego rezystancją jednostkową, będzie sumą rezystancji reprezentujących straty w każdej z żył:

$$R = R_a + R_b. \quad (4)$$

Wielkości R_a i R_b w powyższym związku oznaczają odpowiednio rezystancję jednostkową żyły wewnętrznej oraz rezystancję jednostkową żyły zewnętrznej przewodu.

Dalszą konsekwencją skończonej konduktywności materiału przewodzącego jest wnikanie pola magnetycznego w głąb żył. Całkowita energia zmagazynowana w polu magnetycznym bardzo krótkiego odcinka przewodu będzie wobec tego sumą energii zmagazynowanej wewnątrz obu żył oraz energii zmagazynowanej w otoczeniu żył. Oznaczając zatem indukcyjności reprezentujące strumienie magnetyczne wewnątrz każdej z żył, o jednostkowej długości, nazywane jednostkowymi indukcyjnościami wewnętrznymi żył, przez L_a i L_b , natomiast indukcyjność jednostkową reprezentującą strumień magnetyczny w otoczeniu żył, określaną mianem indukcyjności zewnętrznej przewodu, przez L_o , indukcyjność jednostkową L przewodu można przedstawić w postaci następującej sumy:

$$L = L_o + L_a + L_b. \quad (5)$$

Określenie poszczególnych składników obu sum, (4) i (5), umożliwiając rozwiązania równań pola elektromagnetycznego, spełniające odpowiednie warunki brzegowe, wynikające z konfiguracji geometrycznej przewodu. Rozwiązania przybliżone, o bardzo dobrym stopniu dokładności, znane są jedynie w przypadku przewodu współosiowego o żyłach jednolitych. Poszukiwanie rozwiązań przybliżonych, które dawałyby rezultaty zgodne z eksperymentem w przypadku przewodów współosiowych o żyłach wielodrutowych, jest jednym z celów niniejszej pracy. Poszukiwania te odnoszą się wyłącznie do pasma częstotliwości, w którym pole elektromagnetyczne wewnątrz przewodów może być rozpatrywane jako pole quasi-stacjonarne, a fale elektromagnetyczne rozchodzące się wzdłuż przewodów są falami typu TEM.

2.2. Impedancja wewnętrzna żyły wewnętrznej

Przy transmisji sygnałów po przewodzie część energii sygnału pod postacią pola magnetycznego przenika w głąb jego żyły wewnętrznej. Energia wnikająca w materiał przewodzący ulega częściowej zamianie na ciepło, co w modelu quasi-stacjonarnym krótkiego odcinka przewodu odzwierciedla rezystancja skupiona, a częściowo jest zmagazynowana w polu magnetycznym wewnątrz żyły, co we wspomnianym modelu przedstawia się za pomocą indukcyjności skupionej. W przypadku sygnałów okresowych o pulsacji ω porcję energii wnikającą w głąb żyły wewnętrznej o jednostkowej długości w pełni determinuje jednostkowa impedancja wewnętrzna tej żyły, określona jak następuje:

$$Z_a = R_a + j\omega L_a. \quad (6)$$

Wyznaczanie tej impedancji w przypadku przewodu współosiowego sprowadza się do rozwiązania równań pola elektromagnetycznego quasi-stacjonarnego dla pojedynczej, odosobnionej żyły wewnętrznej przewodu. Rozwiązanie dla przypadku żyły jednolite o promieniu przekroju poprzecznego równym r_a , wykonanej z materiału o konduktyw-

ności σ i przenikalności magnetycznej μ_0 , można znaleźć w większości publikacji dotyczących teorii torów przewodowych. Wprowadzając zmienną pomocniczą u_a określoną związkiem

$$u_a = r_a(\omega\mu_0\sigma)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

można składowe impedancji wewnętrznej żyły wewnętrznej jednolitej o promieniu r_a przedstawić w postaci [8]:

$$R_a = R_{ao}f(u_a), \quad (8)$$

$$L_a = \frac{\mu_0}{8\pi}q(u_a), \quad (9)$$

przy czym R_{ao} jest rezystancją jednostkową tej żyły dla prądu stałego:

$$R_{ao} = \frac{1}{\pi r_a^2 \sigma}, \quad (10)$$

natomiast funkcje $f(u)$ oraz $q(u)$ wyrażają się za pośrednictwem funkcji Kelvina $\text{ber } u$ oraz $\text{bei } u$, ich pochodnych $\text{ber}'u$ oraz $\text{bei}'u$ i argumentu u w następujący sposób:

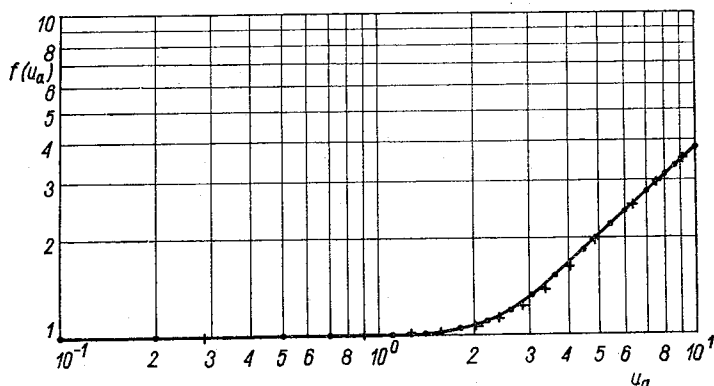
$$f(u) = \frac{u}{2} \frac{\text{ber } u \text{ bei}'u - \text{bei } u \text{ ber}'u}{(\text{ber}'u)^2 + (\text{bei}'u)^2}, \quad (11)$$

$$q(u) = \frac{4}{u} \frac{\text{ber } u \text{ ber}'u + \text{bei } u \text{ bei}'u}{(\text{ber}'u)^2 + (\text{bei}'u)^2}. \quad (12)$$

Analityczne wyznaczanie impedancji wewnętrznej żyły wewnętrznej wielodrutowej jest zagadnieniem bardzo złożonym, choć nie niemożliwym. W dostępnej literaturze technicznej nie ma jednak dostatecznie dokładnych rozwiązań tego zagadnienia.

Autor niniejszej pracy wykazał [16], że z punktu widzenia pojemności przewodu współosiowego, a także z punktu widzenia jego indukcyjności zewnętrznej, żyła wewnętrzna wielodrutowa, o promieniu r_z okręgu opisanego na jej przekroju poprzecznym, jest równoważna żyłe jednolitej o promieniu r_a określonym przez zależność:

$$r_a = k_a r_z, \quad (13)$$



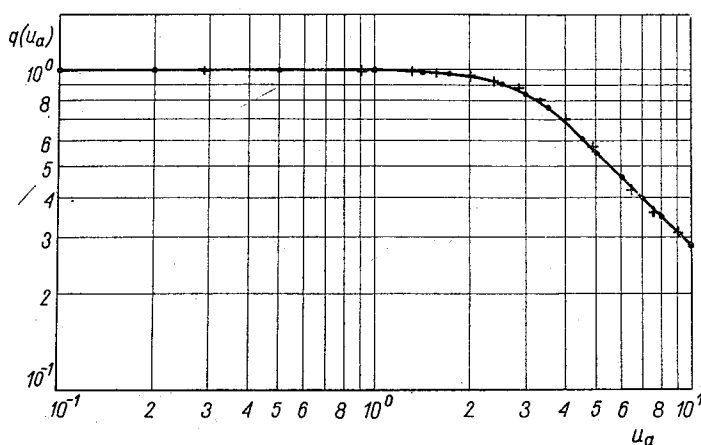
Rys. 4. Zależność od parametru u_a stosunku rezystancji żyły wielodrutowej (7 drutów miedzianych o średnicy 0,30 mm) dla prądu zmiennego do jej rezystancji dla prądu stałego

— wyniki obliczeń, + — wyniki pomiarów

w której k_a jest współczynnikiem zależnym od budowy żyły wielodrutowej. Związki umożliwiające obliczenie k_a oraz tablica wartości tego współczynnika zamieszczone są w pracach [8, 10, 16].

Badania wykonane przez autora tej pracy wykazały, że żyła wewnętrzna wielodrutowa jest równoważna żyłce jednolitej o promieniu r_a , określonym przez wyrażenie (13), także z punktu widzenia impedancji wewnętrznej. Oznacza to, że z dostateczną dla praktyki dokładnością rezystancja żyły wielodrutowej wyraża się wzorem (8), a jej indukcyjność wewnętrzna — wzorem (9), w których funkcje $f(u_a)$ i $q(u_a)$ są tożsame z funkcjami (11) i (12) argumentu u_a , określonego przez związek (7), natomiast rezystancja R_{ao} jest wypadkową rezystancją dla prądu stałego równoległego połączenia wszystkich drutów żyły wielodrutowej o jednostkowej długości.

Przykładowe wyniki wspomnianych badań uwidoczniono na rys. 4 i 5.



Rys. 5. Zależność od parametru u_a stosunku indukcyjności wewnętrznej żyły wielodrutowej (7 drutów miedzianych o średnicy 0,30 mm) do wartości maksymalnej tej indukcyjności

· — wyniki obliczeń, + — wyniki pomiarów

2.3. Impedancja wewnętrzna żyły zewnętrznej

2.3.1. Model pola magnetycznego żyły zewnętrznej o postaci opłotu

Podobnie, jak w przypadku żyły wewnętrznej, część energii sygnału przesyłanego po przewodzie wnika w głąb materiału przewodzącego żyły zewnętrznej. Dla sygnału okresowego o pulsacji ω tę część energii w pełni determinuje jednostkowa impedancja wewnętrzna tej żyły, określona zależnością:

$$Z_b = R_b + j\omega L_b. \quad (14)$$

Impedancję wewnętrzną żyły zewnętrznej jednolitej wyznaczył w oparciu o równania pola elektromagnetycznego S. A. Schelkunoff [19]. Do chwili obecnej nie opublikowano żadnych danych wskazujących na istnienie uzasadnionych teoretycznie i potwierdzonych eksperymentalnie zależności składowych impedancji wewnętrznej żyły zewnętrznej wielodrutowej od jej budowy, na co wskazują między innymi prace [2, 5, 6, 22, 23].

Żyły zewnętrzne wielodrutowe giętkich przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości wykonywane są w postaci symetrycznych oplotów z n jednakowych drutów o promieniach przekrojów poprzecznych r_o . W przypadku takich oplotów całkowita, zawsze parzysta liczba n drutów oplotu jest podzielona na parzystą liczbę m pasm, z których każde zawiera najczęściej jednakową liczbę p drutów ($n = mp$). Połowa pasm, zawierających łącznie $n/2$ drutów, nawijana jest na izolowaną żyłę wewnętrzną — pod kątem ζ względem prostopadłej do osi symetrii żyły (jest to tak zwany kąt oplotu), ze skokiem oplotu h (jest to odległość dwóch sąsiednich punktów osi symetrii tego samego drutu, zajmujących jednakowe położenie w przekroju poprzecznym oplotu, przy czym odległość tę mierzy się wzdłuż prostej równoległej do osi symetrii oplotu) — w jednym kierunku, a druga połowa pasm nawijana jest pod takim samym kątem i z jednakowym skokiem w drugim kierunku, z tym że podczas nawijania pasma jednego i drugiego kierunku przeplatają się wzajemnie (rys. 1). Po usunięciu pasm jednego kierunku otrzymuje się jedną warstwę $n/2$ drutów, zwaną obwojem. Gęstość takiej warstwy charakteryzuje tak zwany współczynnik krycia jednostronnego k_1 , równy stosunkowi części powierzchni walca — o promieniu przekroju poprzecznego r_2 równym średniemu promieniowi przekroju oplotu — zakrytej przez druty, do całkowitej powierzchni walca [8]:

$$k_1 = \frac{nr_o}{2\pi r_2 \sin \zeta} = \frac{nr_o}{h \cos \zeta}. \quad (15)$$

Występujący w ostatniej zależności kąt oplotu ζ można określić ze związku:

$$\operatorname{tg} \zeta = \frac{h}{2\pi r_2}. \quad (16)$$

Analityczne wyznaczenie impedancji wewnętrznej tak złożonej struktury geometrycznej, jaką stanowi oplot, byłoby niemożliwe bez poczynienia szeregu uproszczeń. Przede wszystkim przyjmiemy, że w jednym przekroju poprzecznym przewodu współosiowego wszystkie druty należące do pasm jednego kierunku przylegają do powierzchni zewnętrznej izolacji, podczas gdy druty pasm drugiego kierunku są odseparowane od powierzchni izolacji warstwą drutów pierwszego kierunku. Przy takim założeniu żyła zewnętrzna bardzo krótkiego odcinka przewodu współosiowego, położonego między dwoma płaszczyznami prostopadłymi do jego osi symetrii, stanowi podwójny obwód z jednakowej liczby $n/2$ identycznych drutów. Taki podwójny obwód można natomiast rozpatrywać jako dwa pojedyncze obwoje o takiej samej budowie, nawinięte z jednakowymi skokami w przeciwnych kierunkach.

Ponadto nie będziemy brać pod uwagę najbliższego otoczenia miejsc krzyżowania pasm drutów dwóch różnych kierunków, jak gdyby żyła zewnętrzna o postaci oplotu składała się wyłącznie z bardzo krótkich w kierunku osi symetrii przewodu fragmentów podwójnego obwoju. W konsekwencji przyjętych uproszczeń wystarczy zatem stworzyć model pola magnetycznego quasi-stacjonarnego wytwarzanego przez podwójny obwód.

Przystępując do analizy sformułowanego wyżej problemu przyjmiemy, że żyła zewnętrzna przewodu współosiowego, składająca się z dwóch pojedynczych, przylegających do siebie obwojów o średnim promieniu przekroju poprzecznego r_2 , nawiniętych w przeciwnych kierunkach pod jednakowym kątem ζ i z jednakowym skokiem h — każdy z $n/2$

równomiernie rozmieszczonych drutów o promieniu przekroju poprzecznego r_0 — przewodzi prąd użyteczny — I . Podział tego prądu między poszczególne druty żyły zewnętrznej należy przyjąć identyczny, jak w przypadku oplotu, co wymaga wyjaśnienia.

Badania przeprowadzone przez I. I. Grodniewa i K. J. Siergiejczuka [4], a także przez L. Krügela [7] wykazały, że własności oplotu praktycznie nie zależą od stanu powierzchni drutów i przy jednakowej budowie geometrycznej oplotu są niemal identyczne w przypadku zastosowania drutów gołych, ocynowanych, posrebrzonych, jak i polakierowanych. Rezultaty tych badań dowodzą, że w reżymie quasi-stacjonarnym prąd płynie wzdłuż drutów, a rezystancje kontaktowe między krzyżującymi się drutami o różnych kierunkach nawinięcia nie odgrywają praktycznie żadnej roli.

Konsekwencją przedstawionego stanu rzeczy jest fakt, że przy prądzie stałym rezystancja jednostkowa R_{bo} oplotu jest w przybliżeniu równa wypadkowej rezystancji równoległego połączenia wszystkich drutów wchodzących w skład oplotu o jednostkowej długości. Zakładając, że druty oplotu o promieniach przekrojów poprzecznych r_0 są wykonane z materiału przewodzącego o konduktywności σ i uwzględniając $1/\sin \zeta$ -krotne wydłużenie każdego drutu w stosunku do długości oplotu, rezystancję jednostkową oplotu dla prądu stałego można przedstawić w postaci:

$$R_{bo} = \frac{1}{n\pi r_0^2 \sigma \sin \zeta}. \quad (17)$$

Jak już wspomniano wcześniej, każdy drut oplotu — przy długości przewodu równej wielokrotności skoku oplotu — na połowie swej długości przebiega w wewnętrznej warstwie drutów, a na pozostałej długości — w zewnętrznej warstwie drutów oplotu; dzięki temu każdy drut oplotu znajduje się w identycznej sytuacji geometrycznej względem zewnętrznego pola magnetycznego. Jeżeli zatem nie ma praktycznie żadnej możliwości przepływu prądu z jednego drutu do jakiegokolwiek innego poprzez rezystancje kontaktowe, co jest faktem stwierdzonym doświadczalnie, to zgodnie z prawem indukcji elektromagnetycznej rozdział prądu przewodzonego przez symetryczny oplot pomiędzy poszczególne jego druty jest równomierny. W rozpatrywanym modelu oplotu — o postaci podwójnego obwoju z równomiernie rozmieszczonych, identycznych drutów — należy więc przyjąć, że każdy drut modelu przewodzi prąd — I/n .

Jeżeli oplot, stanowiący żyłę zewnętrzną przewodu współosiowego, przewodzi całkowity prąd użyteczny — I , skierowany przeciwnie niż równoległa do osi symetrii przewodu oś s układu współrzędnych, to żyłą wewnętrzną tego przewodu płynie prąd całkowity $+I$, skierowany zgodnie z osią s . Stosując prawo Ampere'a w przypadku takiego przewodu można się przekonać, że prąd $+I$, przewodzony przez żyłę wewnętrzną, wytwarza wewnątrz oplotu — w odległości r_2 od osi symetrii tej żyły — pole magnetyczne o natężeniu $+I$: $(2\pi r_2)$, styczne do powierzchni rozdziału obu warstw drutów i prostopadłe do osi s . Na zewnątrz przewodu — w myśl prawa Ampere'a — pole magnetyczne wytwarzane przez prąd $+I$ żyły wewnętrznej jest kompensowane przez pole magnetyczne pochodzące od prądu $-I$ płynącego po drutach oplotu.

Przy rozpatrywaniu zjawisk elektromagnetycznych zachodzących w jednolitej, cylindrycznej żyły zewnętrznej, o grubości ścianki znacznie mniejszej od promienia jej przekroju poprzecznego, powszechnie przyjmowane jest uproszczenie, polegające na pominięciu

krzywizny tego przekroju. Uproszczenie takie praktycznie nie wpływa na wyniki analizy, o czym można się przekonać porównując rezultaty, jakie uzyskał S. A. Schelkunoff [19], z ich odpowiednikami podanymi w pracach H. Kadena [6] oraz S. Ramo i J. R. Whinnery [18].

Wykorzystując metodę odwzorowań konforemnych autor tej pracy wykazał [11], że w przypadku żyły zewnętrznej wielodrutowej przewodu współosiowego można również z niewielkim błędem pominąć krzywiznę tej żyły, jak gdyby okrąg o promieniu r_2 stanowił odcinek prostej o długości $2\pi r_2$. Strukturę uzyskaną w wyniku rozwinięcia żyły wielodrutowej — płaską siatkę o szerokości $2\pi r_2$ i nieograniczonej długości — należy oczywiście traktować jako fragment struktury nieograniczonej, składającej się z przylegających do siebie identycznych pasków płaskiej siatki o szerokości $2\pi r_2$.

Jednocześnie ze zmianą geometrii żyły zewnętrznej wielodrutowej należy także zmienić geometrię pola magnetycznego, zastępując pole poprzeczne niejednorodne o natężeniu $I:(2\pi r_2)$, styczne do okręgu o promieniu r_2 , polem jednorodnym o takim samym natężeniu, stycznym do płaskiej siatki.

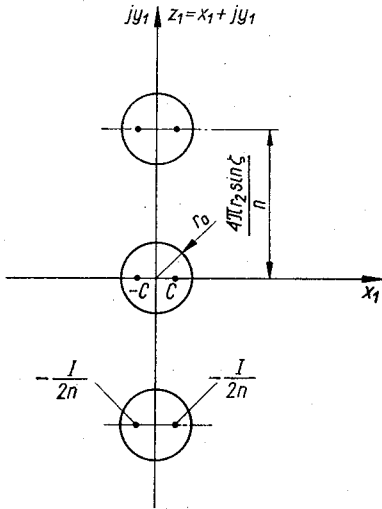
Po rozwinięciu zastępującego oplot podwójnego obwoju we wspomnianą płaską siatkę można założyć, że jej lewa strona odpowiada wnętrzu przewodu współosiowego, wobec czego w dużej odległości od siatki pole magnetyczne powinno być polem jednorodnym o natężeniu $I:(2\pi r_2)$, którego wektor jest prostopadły do osi symetrii przewodu. Po prawej stronie siatki, odpowiadającej wówczas zewnętrznemu otoczeniu przewodu, w dostatecznie dużej odległości pole magnetyczne powinno znikać.

W pierwszym etapie analizy można rozpatrywać oddzielnie pole magnetyczne warstwy wewnętrznej oraz warstwy zewnętrznej, pomijając wzajemny wpływ pola magnetycznego każdej z warstw drutów na pozostałą. Analizując pole magnetyczne wytwarzane przez wewnętrzną warstwę drutów można wybrać płaszczyznę przekroju poprzecznego tej warstwy jako płaszczyznę zmiennej zespolonej z_1 , a prostopadłą do niej oś symetrii jednego z drutów — jako oś s_1 układu współrzędnych, traktując punkt przecięcia się tej osi z płaszczyzną z_1 jako początek układu ($z_1 = 0, s_1 = 0$). Odległości śladów osi symetrii sąsiednich drutów warstwy, równomiernie rozmieszczonych wzdłuż osi y_1 , są w takim układzie współrzędnych równe $(4\pi r_2 \sin \zeta):n$ (rys. 6).

Przybliżony model matematyczny pola magnetycznego quasi-stacjonarnego, wytwarzanego przez wspomnianą warstwę drutów, można stworzyć przy wykorzystaniu opracowanej przez autora niniejszej pracy metody modelowania pola za pomocą źródeł liniowych, stosowanej z pozytywnymi rezultatami między innymi w pracach [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16] i przedstawionej w publikacjach [8, 17]. Metoda ta nadaje się do modelowania pola magnetycznego quasi-stacjonarnego w zakresie wielkich częstotliwości, w którym z uwagi na bardzo małą głębokość wnikania prądu i pola magnetycznego pod powierzchnię drutów można założyć, że prądy przewodzone przez poszczególne druty mają charakter prądów powierzchniowych. Konsekwencją takiego założenia jest brak składowej natężenia pola magnetycznego normalnej do powierzchni dowolnego drutu, w rezultacie czego ślady tych powierzchni na płaszczyźnie prostopadłej do osi symetrii drutów są liniami sił pola magnetycznego i liniami ekwipotencjalnymi potencjału wektorowego.

W pracy [11] autor wykazał, że w przypadku pojedynczej warstwy równomiernie rozmieszczonych drutów linie ekwipotencjalne wypadkowego potencjału wektorowego

są zbliżone do okręgów będących śladami drutów na płaszczyźnie z_1 (rys. 6 w pierwszej części pracy [11]) pod warunkiem, że prąd $-I/n$, przewodzony przez każdy drut, zostanie zastąpiony dwoma prądami liniowymi $-I/2n$ umiejscowionymi zgodnie z rys. 6 w punktach o odciętych $\pm c$. Wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego wszystkich prądów



Rys. 6. Przekrój poprzeczny rozwiniętej wewnętrznej warstwy drutów zastępującego opłot podwójnego obwoju na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z_1

liniowych z rys. 6, określonego mianem pola magnetycznego pierwotnego wewnętrznej warstwy drutów, będzie wówczas sumą potencjałów zespolonych poszczególnych prądów liniowych:

$$\begin{aligned}
 Z_{ow}(z_1) &= j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln(z_1 - c) + \ln \left(z_1 - c - j \frac{4\pi r_2 \sin \zeta}{n} \right) + \ln \left(z_1 - c + j \frac{4\pi r_2 \sin \zeta}{n} \right) + \right. \\
 &+ \dots + \ln(z_1 + c) + \ln \left(z_1 + c - j \frac{4\pi r_2 \sin \zeta}{n} \right) + \ln \left(z_1 + c + j \frac{4\pi r_2 \sin \zeta}{n} \right) + \dots \Big] = \\
 &= j \frac{I}{2n\pi} \left\{ 2 \ln \frac{4r_2 \sin \zeta}{n} + 4 \sum_{m=1}^{\infty} \ln \frac{4m \pi r_2 \sin \zeta}{n} + \right. \\
 &+ \ln \frac{n(z_1 - c)}{4r_2 \sin \zeta} \prod_{m=1}^{\infty} \left[1 + \left(\frac{n(z_1 - c)}{4m \pi r_2 \sin \zeta} \right)^2 \right] + \\
 &+ \ln \frac{n(z_1 + c)}{4r_2 \sin \zeta} \prod_{m=1}^{\infty} \left[1 + \left(\frac{n(z_1 + c)}{4m \pi r_2 \sin \zeta} \right)^2 \right] \Big\}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Wprowadzając zdefiniowane w następujący sposób wielkości pomocnicze:

$$a_o = \frac{nr_o}{2r_2 \sin \zeta}; \quad c_o = \frac{a_o c}{r_o} = \frac{nc}{2r_2 \sin \zeta} \quad (19)$$

oraz uwzględniając relację:

$$\text{sh } w = w \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{w^2}{m^2 \pi^2} \right), \quad (20)$$

można z dokładnością do stałej addytywnej przedstawić potencjał (18) pola magnetycznego pierwotnego wewnętrznej warstwy drutów w postaci:

$$\begin{aligned} Z_{ow}(z_1) &= j \frac{I}{4n\pi} \ln \left[4 \operatorname{sh} \frac{a_o(z_1 - c)}{2r_o} \operatorname{sh} \frac{a_o(z_1 + c)}{2r_o} \right] = \\ &= j \frac{I}{4n\pi} \ln 2 \left(\operatorname{ch} \frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o \right). \end{aligned} \quad (21)$$

Parametr c_o należy tak dobrać, ażeby odpowiednia linia ekwipotencjalna składowej urojonej Y_{ow} potencjału zespolonego Z_{ow} pola pierwotnego, równej potencjałowi wektorowemu tego pola, była możliwie najbardziej zbliżona do okręgu o promieniu r_o i środku symetrii położonym w początku układu $z_1 = 0$, ponieważ przy bardzo dużych częstotliwościach potencjał wektorowy przyjmuje wartości stałe na powierzchniach przewodzących. Można na przykład zażądać, żeby potencjał wektorowy Y_{ow} przyjmował jednakowe wartości w punktach $z_1 = r_o$ oraz $z_1 = jr_o$, a wówczas wspomniany parametr będzie określony zależnością:

$$\operatorname{ch} c_o = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} a_o + \cos a_o). \quad (22)$$

Po zróżniczkowaniu potencjału zespolonego (21) względem zmiennej z_1 otrzymuje się wielkość sprzężoną z natężeniem pola magnetycznego pierwotnego:

$$H_{ow}^*(z_1) = \frac{dZ_{ow}(z_1)}{dz_1} = j \frac{I}{8\pi r_2 \sin \zeta} \frac{\operatorname{sh} \frac{a_o z_1}{r_o}}{\operatorname{ch} \frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o}. \quad (23)$$

Pole magnetyczne pierwotne o potencjale zespolonym $Z_{ow}(z_1)$ przy dużych wartościach bezwzględnych x_1 przechodzi zatem w pole jednorodne o natężeniu równym $-I:(8\pi r_2 \sin \zeta)$ w prawej półpłaszczyźnie z_1 , podczas gdy pole wypadkowe winno tam znikać. Z tego powodu wewnętrzną warstwę drutów należy umieścić w jednorodnym, dodatkowym polu magnetycznym o natężeniu $I:(8\pi r_2 \sin \zeta)$ i o potencjale zespolonym:

$$Z_{1w}(z_1) = -j \frac{I}{4n\pi} \frac{a_o z_1}{r_o}. \quad (24)$$

Dodatkowe, zmienne w czasie pole magnetyczne o potencjale (24), skierowane prostopadle do osi drutów, wywoła pojawienie się w drutach prądów wirowych, które wytworzą w zewnętrznym otoczeniu drutów pole magnetyczne reakcji. Przy bardzo dużych częstotliwościach zmian pola wspomniane prądy wirowe mają charakter prądów powierzchniowych, jak gdyby druty były wykonane z materiału idealnie przewodzącego. W świetle pracy [11] do wyznaczenia potencjału zespolonego $Z_{2m}(z_1)$ pola reakcji pojedynczego, m -tego drutu, można wówczas wykorzystać metodę obrazów elektrycznych, która daje następujący rezultat:

$$Z_{2m}(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} \frac{a_o}{r_o} \frac{r_o^2}{z_1 - j \frac{4m\pi r_2 \sin \zeta}{n}} = j \frac{I}{4n\pi} \frac{a_o^2}{2} \frac{1}{\frac{a_o z_1}{2r_o} - jm\pi}. \quad (25)$$

Potencjał zespolony $Z_{2w}(z_1)$ pola reakcji siatki równoległych drutów nie może być równy sumie potencjałów (25) pola reakcji poszczególnych drutów, gdyż ślad pojedynczego drutu na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z_1 nie byłby wówczas linią ekwipotencjalną potencjału wektorowego $Y'_w = Y_{ow} + Y_{1w} + Y_{2w}$ wypadkowego pola magnetycznego. Ażeby otrzymać przybliżoną wartość potencjału $Z_{2w}(z_1)$ należy zmniejszyć sumę wyrażen typu (25) a_1 razy, przy czym współczynnik a_1 powinien być tak dobrany, żeby $Y_1(r_o, 0) + Y_2(r_o, 0) = 0$, bowiem wówczas odpowiednie linie ekwipotencjalne wypadkowego pola o potencjale zespolonym $Z'_w = Z_{ow} + Z_{1w} + Z_{2w}$ są najbardziej zbliżone do okręgów o promieniach a_o . Mnożąc wyrażenie (25) przez współczynnik a_1 i sumując potencjały $a_1 Z_{2m}$ pola reakcji wszystkich drutów warstwy wewnętrznej otrzymuje się rezultat:

$$Z_{2w}(z_1) = a_1 \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_{2m}(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} \frac{a_o^2 a_1}{2} \operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o}. \quad (26)$$

Sumując składowe urojone potencjału Z_{1w} pola dodatkowego i potencjału Z_{2w} pola reakcji przy $z_1 = r_o$ otrzymuje się wartość współczynnika a_1 :

$$a_1 = \frac{2}{a_o} \operatorname{th} \frac{a_o}{2}, \quad (27)$$

wobec czego potencjał zespolony Z_{2w} pola magnetycznego reakcji wszystkich drutów warstwy wewnętrznej wyraża się zależnością:

$$Z_{2w}(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2} \operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o}. \quad (28)$$

Potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego wewnętrznej warstwy drutów, równy sumie potencjałów zespolonych pola pierwotnego, pola dodatkowego i pola reakcji, wyraża się zatem zależnością:

$$Z'_w(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln 2 \left(\operatorname{ch} \frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o \right) - \frac{a_o z_1}{r_o} + a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2} \operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o} \right]. \quad (29)$$

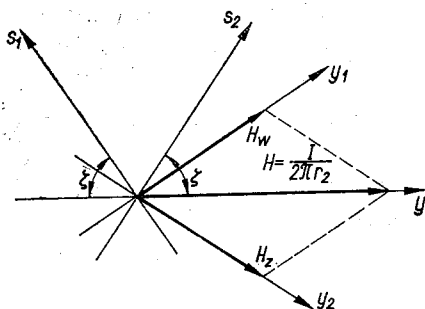
Rozpatrując z kolei pole magnetyczne wytwarzane przez zewnętrzną warstwę drutów można wybrać płaszczyznę jej przekroju poprzecznego jako płaszczyznę zmiennej zespolonej z_2 , a prostopadłą do niej oś symetrii jednego drutu — jako oś s_2 układu współrzędnych, obierając jednocześnie ślad tej osi na płaszczyźnie z_2 jako początek układu ($z_2 = 0, s_2 = 0$). Przy takim wyborze układu współrzędnych dzięki identycznej strukturze geometrycznej obu warstw otrzymuje się dla warstwy zewnętrznej sytuację tożsamą z przedstawioną na rys. 6 po zastąpieniu płaszczyzny z_1 płaszczyzną z_2 . Nie trzeba dowodzić, że potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego warstwy zewnętrznej można wówczas otrzymać z wyrażenia (29) po zastąpieniu zmiennej z_1 zmienną z_2 :

$$Z'_z(z_2) = j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln 2 \left(\operatorname{ch} \frac{a_o z_2}{r_o} - \operatorname{ch} c_o \right) - \frac{a_o z_2}{r_o} + a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2} \operatorname{cth} \frac{a_o z_2}{2r_o} \right]. \quad (30)$$

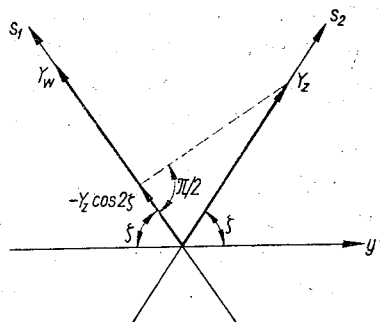
Przy dużych wartościach bezwzględnych x_2 pole magnetyczne warstwy zewnętrznej znika w prawej półpłaszczyźnie z_2 , natomiast w lewej półpłaszczyźnie z_2 przechodzi w pole jednorodne, o liniach sił równoległych do osi y_2 i o natężeniu równym $I/(4\pi r_2 \sin \epsilon)$.

Dzięki znikaniu pola magnetycznego obu warstw drutów przy dużych wartościach dodatnich $x_1 = x_2 - 2r_o$, pole wypadkowe po prawej stronie rozwiniętego podwójnego obwoju, uzyskiwane w wyniku superpozycji pól obu warstw, również znika zgodnie z jednym spośród warunków brzegowych. Nietrudno sprawdzić, że przy dużych ujemnych wartościach $x_1 = x_2 - 2r_o$ dwa wektory natężeń pól (wytwarzanych przez dwie warstwy) o identycznych modułach równych $I:(4\pi r_2 \sin \zeta)$, z których jeden ma kierunek osi y_1 , a drugi — kierunek osi y_2 , dają w wyniku superpozycji pole magnetyczne jednorodne o natężeniu $I:(2\pi r_2)$, dzięki czemu spełniony jest drugi warunek brzegowy (rys. 7).

Potencjały zespolone (29) i (30) determinują pole magnetyczne w otoczeniu obu warstw drutów pod warunkiem braku wzajemnego wpływu jednej warstwy na drugą,



Rys. 7. Superpozycja wewnętrznego pola magnetycznego obu warstw drutów rozwiniętego podwójnego obwoju



Rys. 8. Określenie składowej, równoległej do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej, potencjału wektorowego pola magnetycznego wytwarzanego przez warstwę zewnętrzną

podczas gdy w rzeczywistości oddziaływanie jednej z warstw na drugą może być bardzo silne. Zanurzenie jednej warstwy drutów w zmiennym w czasie polu magnetycznym drugiej warstwy powoduje pojawienie się w drutach pierwszej warstwy prądów wirowych, które mogą wytworzyć w otaczającej warstwę przestrzeni dodatkowe pole reakcji. Potencjał dodatkowego pola reakcji można wyznaczyć jedynie metodą kolejnych przybliżeń, gdyż pole reakcji wytwarzane przez jedną warstwę indukuje z kolei prądy wirowe w drugiej warstwie, wytwarzające na ogół dodatkowe pole reakcji drugiego rzędu itd. Wypadkowe pole reakcji znika w nieskończoności, a zatem nie wpływa na warunki brzegowe.

Ażeby zbytnio nie komplikować czytelności rezultatów rachunku ograniczymy się jedynie do pierwszego przybliżenia, to znaczy do określenia potencjału zespolonego Z_3 dodatkowego pola reakcji pierwszego rzędu. Ponadto przyjmiemy, że charakter funkcji $Z_3(z)$ jest identyczny, jak określonej zależnością (28) funkcji $Z_{2w}(z_1)$, jak gdyby pole wytwarzane przez warstwę oddziaływującą na pozostałą warstwę było polem jednorodnym. Rozpatrując zatem wpływ pola magnetycznego warstwy zewnętrznej na umieszczoną w tym polu warstwę wewnętrzną będziemy poszukiwać potencjału zespolonego dodatkowego pola reakcji tej ostatniej warstwy na pole warstwy zewnętrznej w następującej postaci:

$$Z_{3w}(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} A \operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o}. \quad (31)$$

Potencjał zespolony wypadkowego pola magnetycznego warstwy wewnętrznej, z uwzględnieniem oddziaływania warstwy zewnętrznej na wewnętrzną, będzie wówczas sumą potencjałów (29) i (31):

$$Z_w(z_1) = j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln 2 \left(\operatorname{ch} \frac{a_0 z_1}{r_0} - \operatorname{ch} c_0 \right) - \frac{a_0 z_1}{r_0} + \left(A + a_0 \operatorname{th} \frac{a_0}{2} \right) \operatorname{cth} \frac{a_0 z_1}{2r_0} \right]. \quad (32)$$

Oddziaływanie pola warstwy zewnętrznej na warstwę wewnętrzną, determinujące wartość stałej A , zależy od kąta opłotu. Dzieje się tak dlatego, że wzdłużne prądy wirowe w drutach warstwy wewnętrznej, wytwarzające w otoczeniu tej warstwy dodatkowe, poprzeczne pole reakcji, indukuje jedynie składową pola magnetycznego warstwy zewnętrznej, prostopadłą do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej. Składowa ta jest z kolei zdeterminowana przez składową potencjału wektorowego warstwy zewnętrznej $Y'_z = \operatorname{Im} Z'_z$, równoległą do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej, zgodnie z rys. 8 równą $-Y'_z \cos 2\zeta$.

Stałą A należy tak dobrać, żeby przyrost składowej potencjału wektorowego, równej $-Y'_z \cos 2\zeta$, w obrębie grubości warstwy wewnętrznej został całkowicie skompensowany przez przyrost potencjału wektorowego $\operatorname{Im} Z_{3w}$ dodatkowego pola reakcji o potencjale zespolonym (31), to znaczy:

$$Z_{3w}(r_0) - Z_{3w}(-r_0) = [Z'_z(-r_0) - Z'_z(-3r_0)] \cos 2\zeta. \quad (33)$$

Spełnienie tego warunku gwarantuje bowiem przybliżoną ekwipotencjalność powierzchni drutów warstwy wewnętrznej (stałość potencjału wektorowego na tych powierzchniach) w wypadkowym polu magnetycznym, uzyskanym w wyniku superpozycji pola obu warstw, z uwzględnieniem oddziaływania warstwy zewnętrznej na wewnętrzną.

Po podstawieniu do warunku (33) odpowiednich wartości potencjałów uzyskanych ze związków (30) i (31) uzyskuje się równanie:

$$2A \operatorname{cth} \frac{a_0}{2} = \cos 2\zeta \left[\ln \frac{\operatorname{ch} a_0 - \operatorname{ch} c_0}{\operatorname{ch} 3a_0 - \operatorname{ch} c_0} - 2a_0 + a_0 \operatorname{th} \frac{a_0}{2} \left(\operatorname{cth} \frac{3a_0}{2} - \operatorname{cth} \frac{a_0}{2} \right) \right], \quad (34)$$

z którego po wykonaniu niezbędnych przekształceń otrzymuje się wartość stałej A :

$$A = -\frac{1}{2} \cos 2\zeta \operatorname{th} \frac{a_0}{2} \left(\ln \frac{2 \operatorname{ch} 3a_0 - \operatorname{ch} a_0 - \cos a_0}{\operatorname{ch} a_0 - \cos a_0} + 4a_0 \frac{\operatorname{ch} a_0 + 1}{2 \operatorname{ch} a_0 + 1} \right). \quad (35)$$

Analizując wpływ pola magnetycznego warstwy wewnętrznej na warstwę zewnętrzną będziemy poszukiwać potencjału zespolonego dodatkowego pola reakcji warstwy zewnętrznej na pole wytwarzane przez warstwę wewnętrzną w postaci:

$$Z_{3z}(z_2) = j \frac{I}{4n\pi} B \operatorname{cth} \frac{a_0 z_3}{2r_0}. \quad (36)$$

Wypadkowy potencjał zespolony pola magnetycznego warstwy zewnętrznej wyrazi się wówczas zależnością:

$$Z_z(z_2) = j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln 2 \left(\operatorname{ch} \frac{a_0 z_2}{r_0} - \operatorname{ch} c_0 \right) - \frac{a_0 z_2}{r_0} + \left(B + a_0 \operatorname{th} \frac{a_0}{2} \right) \operatorname{cth} \frac{a_0 z_2}{2r_0} \right]. \quad (37)$$

Oddziaływanie pola warstwy wewnętrznej na warstwę zewnętrzną również zależy od kąta opłotu i analogicznie, jak poprzednio, jest całkowicie zdeterminowane przez składową potencjału wektorowego Y'_w warstwy wewnętrznej, równoległą do osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej i równą $-Y'_w \cos 2\zeta$. Stałą B dobiera się podobnie, jak poprzednio, żądając, żeby przyrost wspomnianej składowej w granicach grubości warstwy zewnętrznej został całkowicie skompensowany przez przyrost składowej urojonej potencjału zespolonego (36), co prowadzi do warunku:

$$Z_{3z}(r_o) - Z_{3z}(-r_o) = [Z'_w(3r_o) - Z'_w(r_o)] \cos 2\zeta. \quad (38)$$

Podstawiając do tego warunku odpowiednie wartości potencjałów uzyskane ze związków (29) i (36) otrzymuje się po przekształceniach następującą wartość stałej B :

$$B = -\frac{1}{2} \cos 2\zeta \operatorname{th} \frac{a_o}{2} \left(\ln \frac{\operatorname{ch} a_o - \cos a_o}{2 \operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o} + 4a_o \frac{\operatorname{ch} a_o + 1}{2 \operatorname{ch} a_o + 1} \right). \quad (39)$$

Wyrażenia (32) i (37), w których występują stałe A i B dane przez związki (35) i (39), określają w pierwszym przybliżeniu potencjały zespolone wypadkowego pola magnetycznego, wytwarzanego przez zewnętrzną i wewnętrzną warstwę drutów zastępującego opłot podwójnego obwoju, z uwzględnieniem wzajemnego wpływu jednej warstwy na drugą. W wyniku superpozycji pól wytwarzanych przez obie warstwy można zatem otrzymać pole wypadkowe w zewnętrznym otoczeniu płaskiej siatki z dwóch warstw drutów, uzyskanej po rozwinięciu podwójnego obwoju. Znajomość tego pola daje z kolei możliwość wyznaczenia impedancji wewnętrznej takiej struktury, będącej pierwszym przybliżeniem impedancji wewnętrznej opłotu z pojedynczych drutów.

2.3.2. Moc zespolona wnikaćca do wnętrza drutów żyły zewnętrznej

W świetle rozważań przytoczonych w pracy [8] moc zespolona wnikaćca do wnętrza pojedynczego drutu o promieniu przekroju poprzecznego r_o i o jednostkowej długości, umieszczonego w polu magnetycznym wielkiej częstotliwości o składowej poprzecznej natężenia $H_\varphi(r_o, \varphi)$ stycznej do powierzchni drutu, wyraża się zależnością:

$$P_{w1} = \frac{(1+j)r_o}{2\delta_i\sigma} \int_0^{2\pi} H_\varphi^2(r_o, \varphi) d\varphi, \quad (40)$$

w której

$$\delta_i = \left(\frac{2}{\omega \mu_o \sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (41)$$

jest równoważną głębokością wnikania prądu (pola magnetycznego) wielkiej częstotliwości o pulsacji ω pod powierzchnię drutu o przenikalności magnetycznej μ_o i konduktywności σ . Posługując się modelem pola magnetycznego żyły zewnętrznej o postaci opłotu, przedstawionym w poprzednim paragrafie, można znaleźć wypadkowy potencjał wektorowy tego pola $Y(r, \varphi)$ jako funkcję modułu r i argumentu φ zmiennej zespolonej z , a następnie różniczkując ten potencjał względem zmiennej r można wyznaczyć składową $H_\varphi(r, \varphi)$

natężenia pola ze związku:

$$H_{\varphi}(r, \varphi) = - \frac{\partial Y(r, \varphi)}{\partial r}. \quad (42)$$

Jeżeli za początek układu współrzędnych ($r = 0$) wybierze się ślad osi symetrii rozpatrywanego drutu, to z ostatniego wyrażenia przy $r = r_o$ otrzymuje się występującą w zależności (40) wartość $H_{\varphi}(r_o, \varphi)$ składowej stycznej natężenia pola.

Całkowitą moc zespoloną, wnijkającą do wnętrza drutów opłotu, można podzielić na kilka niezależnych składników, z których każdy można obliczać oddzielnie. Jednym z takich składników jest moc zespolona pochodząca od pola magnetycznego wewnętrznej warstwy drutów, wnijkającego do wnętrza drutów tej warstwy. Do jej obliczenia potrzebna jest znajomość potencjału zespolonego (32) pola magnetycznego warstwy wewnętrznej.

Potencjał zespolony (32) jest wypadkowym potencjałem pola wewnętrznej warstwy drutów i składa się z potencjału pola pierwotnego, z potencjału pola dodatkowego oraz z potencjału pola reakcji. W pierwszym etapie rachunku ocenimy moc wnijkającą z pola pierwotnego do wnętrza drutów warstwy wewnętrznej, a następnie — moc pochodzącą od pola dodatkowego i pola reakcji.

Zgodnie z wyrażeniem (18) potencjał pola pierwotnego jest sumą potencjałów zespolonych poszczególnych prądów liniowych, umiejscowionych w punktach płaszczyzny z_1 o współrzędnych $z'_1 = \pm c$ oraz $z''_1 = \pm c \pm j \frac{4m\pi r_2 \sin \zeta}{n}$. Na powierzchni drutu, którego oś przechodzi przez początek układu $z_1 = 0$, wartość potencjału Z_{ow} zmieni się nieznacznie po zaniedbaniu składowych rzeczywistych $\pm c$ współrzędnych z'_1 , małych w porównaniu ze składowymi urojonymi tych współrzędnych. Potencjał zespolony pola pierwotnego można wówczas przedstawić w postaci:

$$Z_{ow}(z_1) \approx j \frac{I}{4n\pi} \left[\ln(z_1^2 - c^2) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \ln \left(z_1^2 + \frac{4m^2\pi^2 r_o^2}{a_o^2} \right) \right]. \quad (43)$$

Rozwijając następnie poszczególne składniki nawiasu ostatniej relacji na szeregi potęgowe zbieżne na okręgu $|z_1| = r_o$:

$$\ln(z_1^2 - c^2) = 2 \ln z_1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{c}{z_1} \right)^{2k}, \quad (44)$$

$$\ln \left(z_1^2 + \frac{4m^2\pi^2 r_o^2}{a_o^2} \right) = 2 \ln \frac{2m\pi r_o}{a_o} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(\frac{a_o z_1}{2m\pi r_o} \right)^{2k}, \quad (45)$$

można tej relacji nadać kształt:

$$Z_{ow}(z_1) \approx j \frac{I}{4n\pi} \left[2 \ln z_1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{c}{z_1} \right)^{2k} + 4 \sum_{m=1}^{\infty} \ln \frac{2m\pi r_o}{a_o} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(\frac{a_o z_1}{2m\pi r_o} \right)^{2k} \right]. \quad (46)$$

Kładąc z kolei $z_1 = re^{j\varphi}$ i biorąc pod uwagę fakt, że potencjał wektorowy Y_{ow} jest składową urojoną potencjału zespolonego Z_{ow} , można zatem napisać:

$$Y_{ow}(r, \varphi) \approx \frac{I}{4n\pi} \left[2 \ln r - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left(\frac{c}{r} \right)^{2k} \cos 2k\varphi + \right. \\ \left. - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} \left(\frac{a_o r}{2m\pi r_o} \right)^{2k} \cos 2k\varphi \right]. \quad (47)$$

Szeregi w wyrażeniu (47) są jednostajnie zbieżne przy $c < r$ oraz przy $a_o r < 2m\pi r_o$, co w praktyce zachodzi zawsze; w związku z tym obydwa szeregi mogą być różniczkowane wyraz po wyrazie w celu wyznaczenia składowej $H_{o\varphi}(r, \varphi)$ w myśl zależności (42). Po wykonaniu odpowiednich działań składowa ta może być przedstawiona w postaci:

$$H_{o\varphi}(r, \varphi) \approx -\frac{I}{2n\pi r} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{c}{r} \right)^{2k} \cos 2k\varphi + \right. \\ \left. - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{a_o r}{2m\pi r_o} \right)^{2k} \cos 2k\varphi \right]. \quad (48)$$

Przyjmując w ostatnim wyrażeniu $r = r_o$ można uzyskany rezultat podstawić do zależności (40); występująca w niej całka będzie wówczas równa:

$$\int_0^{2\pi} H_{o\varphi}^2(r_o, \varphi) d\varphi \approx \frac{I^2}{4\pi n^2 r_o^2} \left[2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{c}{r_o} \right)^{4k} + 4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_o^2}{4km\pi^2} \right)^{2i} + \right. \\ \left. - 4 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{c_o}{2m\pi} \right)^{2k} \right], \quad (49)$$

a po uwzględnieniu związków:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{c}{r_o} \right)^{4k} = \frac{c^4}{r_o^4 - c^4}; \quad \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_o^2}{4km\pi^2} \right)^{2i} \approx \frac{a_o^4}{576}; \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{c_o}{2m\pi} \right)^{2k} \approx -\frac{c_o^2}{24}, \quad (50)$$

przyjmie kształt:

$$\int_0^{2\pi} H_{o\varphi}^2(r_o, \varphi) d\varphi \approx \frac{I^2}{2\pi n^2 r_o^2} \left[1 + \frac{c^4}{2(r_o^4 - c^4)} + \frac{a_o^4}{288} + \frac{c_o^2}{12} \right]. \quad (51)$$

Biorąc pod uwagę rezultat (51) można z zależności (40) otrzymać moc zespoloną pola pierwotnego warstwy wewnętrznej, wnikałą do pojedynczego drutu o jednostkowej długości, należącego do tej warstwy. Jest rzeczą oczywistą, że moc P_{ow} wnikałą do wszyst-

kich drutów warstwy jest $n/2$ razy większa, czyli:

$$P_{ow} \approx \frac{(1+j)I^2}{8n\pi r_o \delta_i \sigma} \left[1 + \frac{c^4}{2(r_o^4 - c^4)} + \frac{c_o^2}{12} + \frac{a_o^4}{288} \right]. \quad (52)$$

Po wykorzystaniu zależności (17) można ostatecznie napisać:

$$P_{ow} \approx \frac{(1+j)r_o I^2 R_{bo} \sin \zeta}{8 \delta_i} \left[1 + \frac{c^4}{2(r_o^4 - c^4)} + \frac{c_o^2}{12} + \frac{a_o^4}{288} \right]. \quad (53)$$

Moc zespolona P_{ow} jest mocą wnijkającą z pola pierwotnego, wytwarzanego przez wewnętrzną warstwę drutów zastępującego oplot podwójnego obwoju, do wszystkich drutów wchodzących w skład tej warstwy, o jednostkowej długości. Oprócz pola pierwotnego do wnętrza drutów warstwy wewnętrznej wnika także pole dodatkowe i pole reakcji tej samej warstwy, których potencjały zespolone wyrażają się wzorami (24), (28) i (31). Moc wnijkającą z tych pól pod powierzchnię drutów warstwy wewnętrznej obliczymy także w oparciu o związki (40) i (42).

Oznaczając sumaryczny potencjał zespolony pola dodatkowego i pola reakcji wewnętrznej warstwy drutów przez $Z_{dw}(z_1)$ można w oparciu o związki (24), (28) i (31) napisać:

$$\begin{aligned} Z_{dw}(z_1) &= Z_{1w}(z_1) + Z_{2w}(z_1) + Z_{3w}(z_1) = \\ &= -j \frac{I}{4n\pi} \left(\frac{a_o z_1}{r_o} - M \operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o} \right), \end{aligned} \quad (54)$$

przy czym

$$M = A + a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2}, \quad (55)$$

natomiast stała A jest określona przez równość (35). Przedstawiając z kolei funkcję $\operatorname{cth} \frac{a_o z_1}{2r_o}$ w postaci nieskończonej sumy ułamków prostych, wyrażeniu (54) można nadać kształt:

$$Z_{dw}(z_1) = -j \frac{I}{4n\pi} \left[\frac{a_o z_1}{r_o} - \frac{2Mr_o}{a_o z_1} - \frac{2M}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{a_o z_1}{2m\pi r_o} \right)^{2k+1} \right]. \quad (56)$$

Składowa urojona potencjału zespolonego Z_{dw}

$$\begin{aligned} Y_{dw}(r, \varphi) &= -\frac{I}{4n\pi} \left[\frac{a_o r}{r_o} \cos \varphi - \frac{2Mr_o}{a_o r} \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. - \frac{2M}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{a_o r}{2m\pi r_o} \right)^{2k+1} \cos(2k+1)\varphi \right], \end{aligned} \quad (57)$$

jest potencjałem wektorowym pola dodatkowego i pola reakcji warstwy wewnętrznej, a pochodna tej składowej względem zmiennej r przy $r = r_o$ określa składową styczną do powierzchni rozpatrywanego drutu natężenia tego pola:

$$\begin{aligned} H_{d\varphi}(r_o, \varphi) &= \frac{I}{4n\pi r_o} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) \cos \varphi + \right. \\ &\quad \left. - \frac{2M}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k (2k+1) \left(\frac{a_o}{2m\pi} \right)^{2k+1} \cos(2k+1)\varphi \right]. \end{aligned} \quad (58)$$

Nietrudno zauważyć, że występujące w ostatniej równości szeregi są ortogonalne względem szeregów widocznych w wyrażeniu (48), co oznacza możliwość niezależnego obliczenia mocy zespolonej wnikażącej do wnętrza drutów z pól o natężeniach $H_{o\varphi}$ i $H_{d\varphi}$.

Do wyznaczenia mocy zespolonej, wnikażącej z pola o natężeniu $H_{d\varphi}$ pod powierzchnię drutu, którego oś symetrii przechodzi przez punkt $z_1 = 0$ płaszczyzny z_1 , potrzebna jest znajomość występującej w wyrażeniu (40) całki z kwadratu prawej strony równania (58). Całka ta jest określona przez zależność:

$$\int_0^{2\pi} H_{d\varphi}^2(r_o, \varphi) d\varphi = \frac{I^2}{16n^2\pi^2 r_o^2} \left[\pi \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 + \right. \\ \left. - \frac{2M}{\pi} a_o \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} + \frac{4m^2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1)^2 \left(\frac{a_o}{2m\pi} \right)^{4k+2} \right], \quad (59)$$

w której występują szeregi potęgowe o następujących sumach:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} = \frac{\pi^2}{6}; \quad \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1)^2 \left(\frac{a_o}{2m\pi} \right)^{4k+2} \approx \left(\frac{a_o}{2m\pi} \right)^2; \quad \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^4} = \frac{\pi^4}{90}. \quad (60)$$

Podstawiając podane wyżej wartości sum do zależności (59) otrzymuje się ostatecznie:

$$\int_0^{2\pi} H_{d\varphi}^2(r_o, \varphi) d\varphi \approx \frac{I^2}{16n^2\pi r_o^2} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o M \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) + \frac{1}{90} a_o^2 M^2 \right]. \quad (61)$$

Uwzględnienie rezultatu (61) w wyrażeniu (40) pozwala na znalezienie mocy zespolonej, jaka przenika z pola magnetycznego o natężeniu $H_{d\varphi}$ do wnętrza pojedynczego drutu warstwy wewnętrznej. Moc zespolona P_{dw} wnikażąca z tego pola do wszystkich drutów warstwy wewnętrznej jest $n/2$ razy większa i wynosi:

$$P_{dw} \approx \frac{(1+j)I^2}{64\pi r_o \delta_i \sigma} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o M \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) + \frac{1}{90} a_o^2 M^2 \right], \quad (62)$$

lub po wprowadzeniu wielkości R_{bo} ze związku (17)

$$P_{dw} \approx \frac{(1+j)r_o I^2 R_{bo} \sin \zeta}{64 \delta_i} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o M \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) + \frac{1}{90} a_o^2 M^2 \right]. \quad (63)$$

W sposób analogiczny do przedstawionego wyżej można również obliczyć składniki mocy zespolonej pola magnetycznego warstwy zewnętrznej, wnikażącej do wnętrza drutów tej warstwy.

Porównanie potencjałów zespolonych (32) i (37) pola magnetycznego obu warstw drutów wskazuje, że poza zmiennymi niezależnymi różnią się one od siebie tylko wartościami współczynników odnoszących się do pola reakcji. Z uwagi na identyczność pól pierwotnych obu warstw moc zespolona P_{oz} pola pierwotnego warstwy zewnętrznej, wnikażąca do $n/2$ drutów tej warstwy, będzie zatem równa określonej przez związek (53) mocy P_{ow} , czyli:

$$P_{oz} \approx \frac{(1+j)r_o I^2 R_{bo} \sin \zeta}{8 \delta_i} \left[1 + \frac{c^4}{2(r_o^4 - c^4)} + \frac{c_o^2}{12} + \frac{a_o^4}{288} \right], \quad (64)$$

natomiast ze względu na analogię pól reakcji obu warstw moc zespoloną P_{dz} pola dodatkowego i pola reakcji warstwy zewnętrznej, wnikać do drutów tej warstwy, można uzyskać z wyrażenia (63) po zastąpieniu występującego w nim współczynnika M następującym współczynnikiem:

$$N = B + a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2}, \quad (65)$$

a więc:

$$P_{dz} \approx \frac{(1+j)r_o I^2 R_{bo} \sin \zeta}{64 \delta_i} \left[\left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o N \left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right) + \frac{1}{90} a_o^2 N^2 \right]. \quad (66)$$

Widniejąca w definicji (65) stała B jest dana przez związek (39).

Oprócz wyznaczonych dotychczas składników mocy zespolonej pola magnetycznego, wnikać do wnętrza drutów o jednostkowej długości, wchodzących w skład zastępującego opłot podwójnego obwoju, należy jeszcze obliczyć moc zespoloną pochodzącą z pola magnetycznego drutów warstwy wewnętrznej, a przenikającą w głąb drutów warstwy zewnętrznej oraz moc zespoloną wnikać w materiał przewodzący drutów warstwy wewnętrznej, pochodzącą z pola magnetycznego wytwarzanego przez warstwę zewnętrzną.

Przy obliczaniu mocy zespolonej pola warstwy wewnętrznej, wnikać w materiał przewodzący drutów warstwy zewnętrznej założymy, że pole to — o potencjale zespolonym (32) — może być rozpatrywane jako pole jednorodne, o natężeniu równym natężeniu pola rzeczywistego, niejednorodnego, w płaszczyźnie osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej, to jest przy $z_1 = 2r_o$. Wielkość sprzężoną $H_w^*(z_1)$ z natężeniem pola magnetycznego warstwy wewnętrznej można uzyskać przez zróżniczkowanie potencjału zespolonego (32) względem zmiennej z_1 :

$$H_w^*(z_1) = \frac{dZ_w(z_1)}{dz_1} = -j \frac{I}{8\pi r_2 \sin \zeta} \left(1 - \frac{\operatorname{sh} \frac{a_o z_1}{r_o}}{\operatorname{ch} \frac{a_o z_1}{r_o} - \operatorname{ch} c_o} + \frac{M}{2 \operatorname{sh}^2 \frac{a_o z_1}{2r_o}} \right), \quad (67)$$

w związku z czym przy $z_1 = 2r_o$ moduł natężenia H_w pola magnetycznego przyjmuje wartość:

$$|H_w(2r_o)| = \frac{IG}{4\pi r_2 \sin \zeta}; \quad (68)$$

stała G w ostatniej równości w myśl związku (67) jest określona przez zależność:

$$G = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2 \operatorname{sh} 2a_o}{2 \operatorname{ch} 2a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o} + \frac{M}{2 \operatorname{sh}^2 a_o} \right). \quad (69)$$

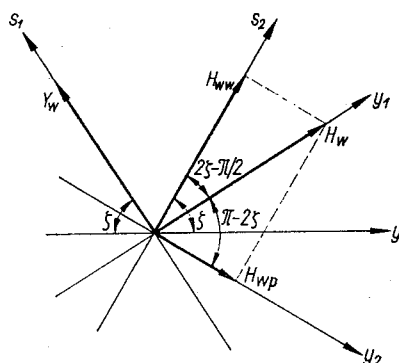
Wektor H_w o module (68) ma kierunek osi y_1 (składowa urojona zmiennej zespolonej z_1) i jest prostopadły do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej (między innymi do osi s_1). W sytuacji przedstawionej na rys. 9 wektor ten można rozłożyć na dwie składowe, z których pierwsza — składowa wzdłużna H_{ww} — o module

$$|H_{ww}| = \left| H_w(2r_o) \cos \left(2\zeta - \frac{\pi}{2} \right) \right| = \frac{IG}{2\pi r_2} \cos \zeta \quad (70)$$

jest równoległa do drutów warstwy zewnętrznej, natomiast druga — składowa poprzeczna H_{wp} — o module

$$|H_{wp}| = |H_w(2r_o)\cos(\pi-2\zeta)| = \frac{IG}{4\pi r_2} \left| \frac{\cos 2\zeta}{\sin \zeta} \right| \quad (71)$$

jest prostopadła do drutów warstwy zewnętrznej.



Rys. 9. Rozkład wektora H_w natężenia pola magnetycznego, wytwarzanego przez wewnętrzną warstwę drutów zastępującego oplot podwójnego obwoju, na składową H_{ww} , równoległą do osi symetrii drutów warstwy zewnętrznej i na składową H_{wp} , prostopadłą do drutów warstwy zewnętrznej

W świetle pracy [6] moc zespolona P_{ww1} wielkiej częstotliwości wnikać do wnętrza prostoliniowego drutu o promieniu przekroju r_o i o jednostkowej długości z jednorodnego pola wzdłużnego o natężeniu H_{ww} , jest równa:

$$P_{ww1} = (1+j) \frac{\pi r_o}{\delta_i \sigma} |H_{ww}|^2, \quad (72)$$

podczas gdy moc zespolona P_{wp1} , przenikająca pod powierzchnię takiego drutu z jednorodnego pola poprzecznego o natężeniu H_{wp} jest dokładnie dwukrotnie większa przy takim samym module natężenia pola [8]:

$$P_{wp1} = (1+j) \frac{2\pi r_o}{\delta_i \sigma} |H_{wp}|^2. \quad (73)$$

Podstawiając wartości (70) i (71) modułów natężenia pola do wyrażeń (72) i (73) otrzymuje się składowe mocy zespolonej pola magnetycznego warstwy wewnętrznej, wnikać do pojedynczego drutu warstwy zewnętrznej; składowe mocy zespolonej pola, przenikającego pod powierzchnię wszystkich drutów warstwy zewnętrznej, będą oczywiście $n/2$ razy większe, czyli:

$$P_{ww} = \frac{(1+j)n r_o}{8\pi r_2^2 \delta_i \sigma} I^2 G^2 \cos^2 \zeta = \frac{(1+j)r_o a_o^2 I^2 G^2 R_{bo} \sin \zeta}{8\delta_i} \sin^2 2\zeta, \quad (74)$$

$$P_{wp} = \frac{(1+j)n r_o}{16\pi r_2^2 \delta_i \sigma} I^2 G^2 \frac{\cos^2 2\zeta}{\sin^2 \zeta} = \frac{(1+j)r_o a_o^2 I^2 G^2 R_{bo} \sin \zeta}{4\delta_i} \cos^2 2\zeta. \quad (75)$$

Sumaryczna moc zespolona pola magnetycznego warstwy wewnętrznej, wnikać do drutów warstwy zewnętrznej, będzie więc równa:

$$P_{ww} + P_{wp} = \frac{(1+j)r_o a_o^2 I^2 G^2 R_{bo} \sin \zeta}{8\delta_i} (1 + \cos^2 2\zeta). \quad (76)$$

W identyczny sposób można obliczyć moc zespoloną pola magnetycznego warstwy zewnętrznej, wnikającego do wnętrza drutów warstwy wewnętrznej. Różniczkując potencjał zespolony (37) pola magnetycznego warstwy zewnętrznej względem zmiennej z_2 otrzymuje się wielkość sprzężoną z natężeniem tego pola:

$$H_z^*(z_2) = -j \frac{I}{8\pi r_2 \sin \zeta} \left(1 - \frac{\text{sh} \frac{a_0 z_2}{r_0}}{\text{ch} \frac{a_0 z_2}{r_0} - \text{ch} c_0} + \frac{N}{2 \text{sh}^2 \frac{a_0 z_2}{2r_0}} \right). \quad (77)$$

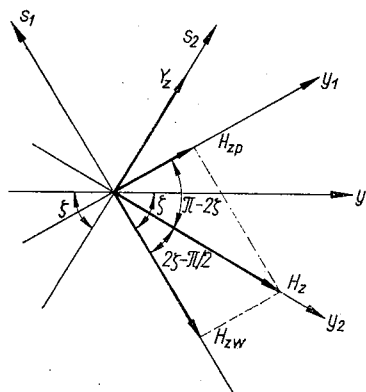
Podobnie, jak wcześniej, można założyć, że w granicach warstwy wewnętrznej ($-3r_0 \leq \text{Re} z_2 \leq -r_0$) pole warstwy zewnętrznej może być traktowane jako pole jednorodne o natężeniu

$$H_z(-2r_0) = j \frac{IF}{4\pi r_2 \sin \zeta}, \quad (78)$$

przy czym

$$F = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \text{sh} 2a_0}{2 \text{ch} 2a_0 - \text{ch} a_0 - \cos a_0} + \frac{N}{2 \text{sh}^2 a_0} \right). \quad (79)$$

Wektor H_z jest skierowany zgodnie z osią y_2 , prostopadle do drutów warstwy zewnętrznej, w związku z czym tworzy kąt $\pi - 2\zeta$ z prostopadłą do drutów warstwy wewnętrznej osią y_1 oraz kąt $\frac{3}{2} \pi - 2\zeta$ z równoległą do tych drutów osią s_1 (rys. 10). Moduły składo-



Rys. 10. Rozkład wektora H_z natężenia pola magnetycznego wytwarzanego przez zewnętrzną warstwę drutów zastępującego opłot podwójnego obwoju na składową H_{zw} , równoległą do osi symetrii drutów warstwy wewnętrznej oraz na składową H_{zp} , prostopadłą do drutów warstwy wewnętrznej

wych wektora H_z — równoległej do drutów warstwy wewnętrznej składowej H_{zw} oraz prostopadłej do nich składowej H_{zp} — będą więc określone przez związki:

$$|H_{zw}| = \left| H_z(-2r_0) \cos \left(2\zeta - \frac{\pi}{2} \right) \right| = \frac{IF}{2\pi r_2} \cos \zeta, \quad (80)$$

$$|H_{zp}| = |H_z(-2r_0) \cos(\pi - 2\zeta)| = \frac{IF}{4\pi r_2} \left| \frac{\cos 2\zeta}{\sin \zeta} \right|. \quad (81)$$

Porównanie ostatnich związków z ich odpowiednikami (70) i (71) wskazuje, że różnią się one jedynie stałymi współczynnikami F i G . Taka sama różnica wystąpi zatem w wyraże-

niach określających moce zespolone pola każdej z warstw, wnikaące do drugiej warstwy; wobec tego moc zespoloną pola warstwy zewnętrznej, wnikaącą do drutów warstwy wewnętrznej, można otrzymać z wyrażenia (76) po zastąpieniu w nim stałą G stałą F :

$$P_{zw} + P_{zp} = \frac{(1+j)r_o a_o^2 I^2 F^2 R_{bo} \sin \zeta}{8\delta_i} (1 + \cos^2 2\zeta). \quad (82)$$

Całkowita moc zespolona P , wnikaąca z pola magnetycznego quasi-stacjonarnego wielkiej częstotliwości, wytwarzanego przez przewód współosiowy z zastępującym opłot z pojedynczych drutów podwójnym obwojem, do wnętrza drutów takiego obwoju o jednostkowej długości, jest równa sumie składników P_{ow} i P_{oz} , P_{dw} i P_{dz} , P_{ww} i P_{wp} oraz P_{zw} i P_{zp} , podzielonej przez sinus kąta opłotu z uwagi na $1/\sin \zeta$ -krotnie większą długość każdego drutu od długości podwójnego obwoju:

$$P = \frac{1}{\sin \zeta} (P_{ow} + P_{oz} + P_{dw} + P_{dz} + P_{ww} + P_{wp} + P_{zw} + P_{zp}). \quad (83)$$

Uwzględniając w ostatnim wyrażeniu zależności (53), (63), (64), (66), (76) i (82) oraz fakt, że moc P jest iloczynem połowy kwadratu prądu I oraz impedancji jednostkowej Z_b rozpatrywanej żyły zewnętrznej, można ostatecznie napisać:

$$\begin{aligned} P = \frac{1}{2} I^2 Z_b \approx \frac{1}{2} I^2 (1+j) R_{bo} \left\{ \frac{r_o}{2\delta_i} \left[1 + \frac{c^4}{2(r_o^4 - c^4)} + \frac{c_o^2}{12} + \frac{a_o^4}{288} \right] + \right. \\ \left. + \frac{r_o}{32\delta_i} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 + \left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o M \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) - \frac{1}{3} a_o N \left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{90} a_o^2 (M^2 + N^2) \right] + \frac{r_o}{4\delta_i} (F^2 + G^2) (1 + \cos^2 2\zeta) \right\}. \quad (84) \end{aligned}$$

Powyższy związek umożliwia wyznaczenie składowej rzeczywistej oraz składowej urojonej jednostkowej impedancji wewnętrznej Z_b zastępującego opłot podwójnego obwoju w zakresie wielkich częstotliwości; składowe te są pierwszymi przybliżeniami odpowiednich składowych jednostkowej impedancji wewnętrznej opłotu z pojedynczych drutów.

2.3.3. Impedancja wewnętrzna opłotu z pojedynczych drutów

Zgodnie z zależnościami (84) w zakresie wielkich częstotliwości rezystancja i reaktancja wewnętrzna opłotu z pojedynczych drutów mają identyczne wartości, określone w przybliżeniu przez związek:

$$R_b = \omega L_b \approx R_{bo} \frac{r_o}{2\delta_i} \left[1 + 2D(a_o, \zeta) \right], \quad (85)$$

przy czym

$$D(a_o, \zeta) = D_1(a_o) + D_2(a_o, \zeta) + D_3(a_o, \zeta) \quad (86)$$

jest funkcją parametru a_o i kąta opłotu — o następujących składnikach:

$$D_1(a_o) = \frac{1}{4} \frac{\left\{ \frac{1}{a_o} \operatorname{arch} \left[\frac{1}{2} (\operatorname{ch} a_o + \cos a_o) \right] \right\}^4}{1 - \left\{ \frac{1}{a_o} \operatorname{arch} \left[\frac{1}{2} (\operatorname{ch} a_o + \cos a_o) \right] \right\}^4} + \frac{1}{24} \left\{ \operatorname{arch} \left[\frac{1}{2} (\operatorname{ch} a_o + \cos a_o) \right] \right\}^2 + \frac{a_o^4}{576}, \quad (87)$$

$$D_2(a_o, \zeta) = \frac{1}{32} \left[\left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right)^2 + \left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right)^2 - \frac{1}{3} a_o M \left(a_o + \frac{2M}{a_o} \right) + \right. \\ \left. - \frac{1}{3} a_o N \left(a_o + \frac{2N}{a_o} \right) + \frac{a_o^2}{90} (M^2 + N^2) \right], \quad (88)$$

$$D_3(a_o, \zeta) = \frac{1}{4} a_o^2 (F^2 + G^2) (1 + \cos^2 2\zeta), \quad (89)$$

natomiast wartości M , N , F i G są określone przez zależności (35), (39), (55), (65), (69) i (79).

Wyrażenie (85) jest sumą dwóch składników, z których pierwszy jest uwarunkowany zjawiskiem naskórkowości w pojedynczym drucie o promieniu r_o , a drugi — zjawiskiem bliskości przewodzących jednakowe prądy sąsiednich drutów, a więc wpływem pola magnetycznego, wytwarzanego przez prądy płynące po sąsiednich drutach, na rozpatrywany drut o promieniu r_o . Można się o tym przekonać, powracając do zależności (48), której pierwszy składnik jest polem magnetycznym własnym prądu I/n płynącego pojedynczym drutem, a pozostałe składniki pochodzą od prądów sąsiednich drutów lub też są uwarunkowane ich wpływem. Funkcja $D(a_o, \zeta)$ jest wobec tego miarą intensywności wpływu zjawiska bliskości na składowe impedancji wewnętrznej oplotu z pojedynczych drutów. Zależność tej funkcji od parametru a_o jest niczym więcej, jak tylko zależnością od gęstości oplotu, bowiem a_o/π jest określonym przez związek (15) współczynnikiem krycia jednostronnego (k_1) oplotu z drutów.

Autor tej pracy wykazał [8], że przy dowolnej częstotliwości jednorodnego, zewnętrznego pola magnetycznego jego wnikanie do wnętrza drutu o promieniu r_o charakteryzują następujące funkcje zdeterminowane przez mechanizm zjawiska bliskości:

$$g(u_o) = \operatorname{Re} \frac{j^{\frac{1}{2}} u_o I_1(j^{\frac{1}{2}} u_o)}{I_o(j^{\frac{1}{2}} u_o)}, \quad (90)$$

$$1 - p(u_o) = \operatorname{Re} \frac{2I_1(j^{\frac{1}{2}} u_o)}{j^{\frac{1}{2}} u_o I_o(j^{\frac{1}{2}} u_o)}, \quad (91)$$

przy czym

$$u_o = r_o (\omega \mu_o \sigma)^{\frac{1}{2}}, \quad (92)$$

$I_o(z)$ oraz $I_1(z)$ są zmodyfikowanymi funkcjami Bessela pierwszego rodzaju, zerowego i pierwszego rzędu, natomiast oznaczenia pozostałych wielkości są identyczne z poprzednio stosowanymi. Biorąc ponadto pod uwagę fakt, że mechanizm zjawiska naskórkowości

opisują funkcje $f(u)$ i $q(u)$, dane przez wyrażenia (11) i (12), można związek (85) zastąpić następującymi związkami przybliżonymi:

$$R_b \approx R_{bo} [f(u_o) + g(u_o) D(k_1, \zeta)], \quad (93)$$

$$L_b \approx \frac{\mu_o}{8n \pi \sin \zeta} \{q(u_o) + 4[1 - p(u_o)] D(k_1, \zeta)\}. \quad (94)$$

Przy bardzo dużych częstotliwościach

$$f(u_o) \approx \frac{r_o}{2\delta_i}; \quad g(u_o) \approx \frac{r_o}{\delta_i}; \quad q(u_o) \approx \frac{2\delta_i}{r_o}; \quad 1 - p(u_o) \approx \frac{\delta_i}{r_o}, \quad (95)$$

w związku z czym zamiast zależności (93) i (94) otrzymuje się wzór (85).

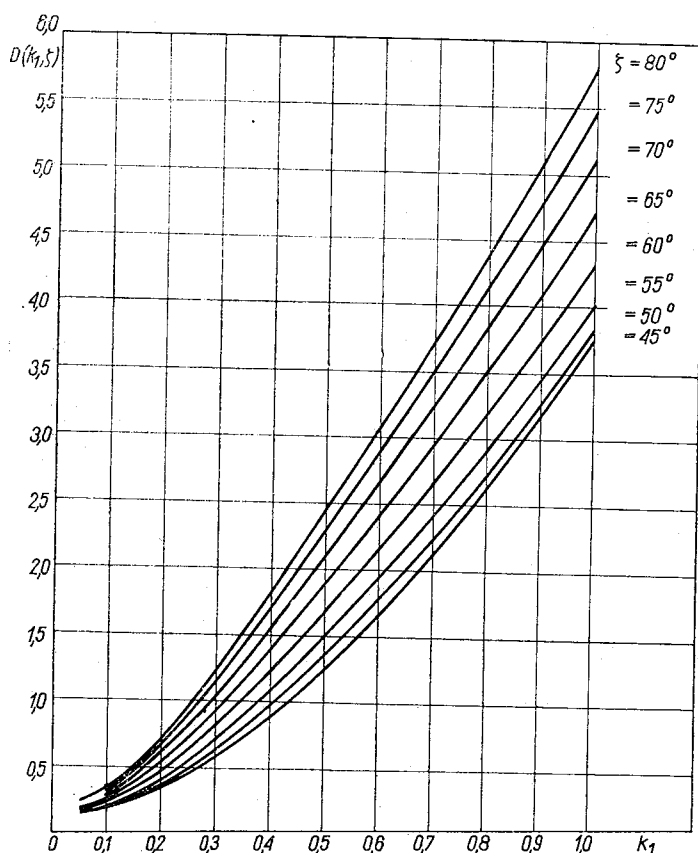
Występujące w wyrażeniach (93) i (94) funkcje $f(u)$, $q(u)$, $g(u)$ oraz $p(u)$ są stabelaryzowane, a ich wartości podane są między innymi w książkach [8, 10]. Wartości funkcji $D(k_1, \zeta)$, obliczone przy wykorzystaniu programu opracowanego przez mgr inż. Helenę Anuszewską, podane są w tablicy 1. Zależność wartości tej funkcji od współczynnika krycia jednostronnego $k_1 = \frac{a_o}{\pi}$ przy różnych wartościach kąta oplotu ζ przedstawiono na rys. 11, natomiast jej zależność od kąta oplotu ζ przy różnych wartościach k_1 uwidoczniiono na rys. 12.

Posługując się tablicami wspomnianych funkcji, bądź też odpowiednimi wykresami, można — po obliczeniu rezystancji R_{bo} oplotu dla prądu stałego ze związku (17) — wy-

Tablica 1

Wartości funkcji $D(k_1, \zeta)$

$k_1 \backslash \zeta$	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
0,05	0,13814	0,13430	0,14141	0,15633	0,17565	0,19618	0,21512	0,23025
0,10	0,17715	0,17941	0,19441	0,21867	0,24821	0,27900	0,30732	0,33000
0,15	0,24087	0,25260	0,27992	0,31878	0,36427	0,41108	0,45304	0,48846
0,20	0,32760	0,35125	0,39421	0,45170	0,51753	0,58476	0,64630	0,69567
0,25	0,43528	0,47228	0,53301	0,61175	0,70083	0,79137	0,87413	0,94049
0,30	0,56180	0,61259	0,69202	0,79334	0,90720	1,02258	1,12791	1,21233
0,35	0,70517	0,76931	0,86742	0,99154	1,13056	1,27121	1,39951	1,50228
0,40	0,86372	0,94009	1,05605	1,20240	1,36614	1,53173	1,68271	1,80361
0,45	1,03610	1,12310	1,25557	1,42303	1,61055	1,80026	1,97327	2,11179
0,50	1,22135	1,31705	1,46436	1,65149	1,86158	2,07440	2,26862	2,42417
0,55	1,41883	1,52112	1,68142	1,88666	2,11800	2,35288	2,56747	2,73946
0,60	1,62816	1,73484	1,90623	2,12798	2,37929	2,63522	2,86945	3,05737
0,65	1,84915	1,95800	2,13860	2,37532	2,64540	2,92150	3,17476	3,37821
0,70	2,08176	2,19056	2,37855	2,62881	2,91660	3,21213	3,48396	3,70268
0,75	2,32600	2,43261	2,62623	2,88872	3,19332	3,50772	3,79780	4,03165
0,80	2,58193	2,68424	2,88188	3,15544	3,47610	3,80897	4,11716	4,36613
0,85	2,84962	2,94561	3,14575	3,42936	3,76552	4,11665	4,44296	4,70717
0,90	3,12916	3,21688	3,41812	3,71094	4,06221	4,43155	4,77615	5,05585
0,95	3,42063	3,49821	3,69930	4,00062	4,36678	4,75447	5,11769	5,41325
1,00	3,72415	3,78980	3,98958	4,29886	4,67987	5,08623	5,46856	5,78048



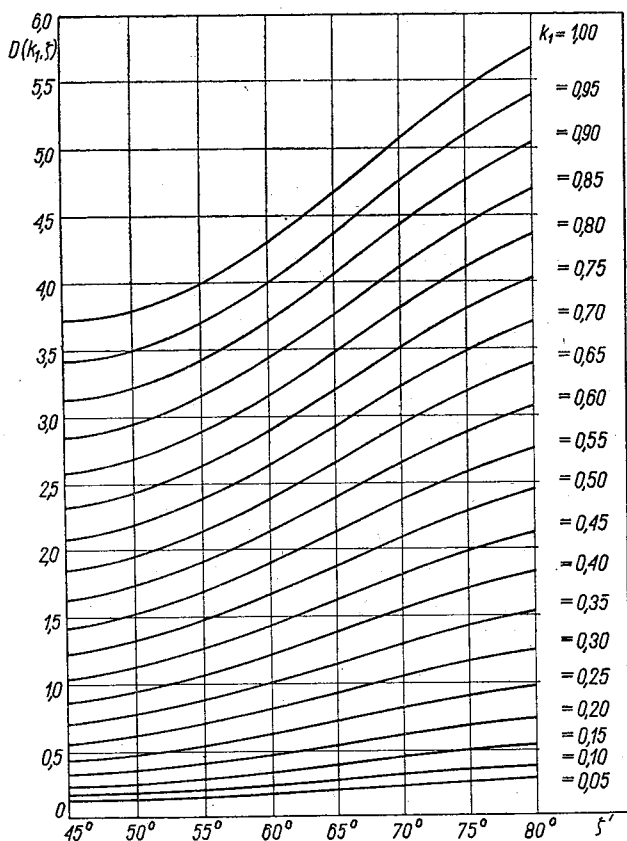
Rys. 11. Zależność wartości funkcji $D(k_1, \xi)$ od współczynnika krycia jednostronnego k_1 oplotu z drutów o przekroju kołowym przy różnych wartościach kąta oplotu ξ

znaczyć ze związków (93) i (94) przybliżone wartości rezystancji oraz indukcyjności wewnętrznej, przypadające na jednostkę długości oplotu z pojedynczych drutów przy dowolnej częstotliwości.

2.3.4. Impedancja wewnętrzna oplotu z pasm wielodrutowych

Stosowane w praktyce oploty przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości wykonywane są z reguły z przeplatających się wzajemnie pasm wielodrutowych, zawierających po kilka identycznych drutów (rys. 1). Z uwagi na przeplecenia druty w pasmie stykają się ze sobą praktycznie na całej długości, w związku z czym pasmo zachowuje się podobnie jak jednolity pasek metalowy o szerokości równej szerokości pasma. Z tego powodu impedancja wewnętrzna żyły zewnętrznej o postaci oplotu zależy od liczby drutów w pasmach.

Autor niniejszej pracy wykazał [11], że za pomocą źródeł liniowych można także modelować quasi-stacjonarne pole magnetyczne żył zewnętrznych przewodów współosiowych,



Rys. 12. Zależność wartości funkcji $D(k_1, \zeta)$ od kąta ζ opłotu z drutów o przekroju kołowym przy różnych wartościach współczynnika krycia jednostronnego k_1

zbudowanych z pasm wielodrutowych, wobec czego po skonstruowaniu modelu pola magnetycznego można wyznaczyć impedancję wewnętrzną opłotu o dowolnej liczbie p drutów w pasmach. Przy takim podejściu do analizy własności opłotów z drutów o przekroju kołowym należałoby jednak zbudować ze źródeł liniowych odrębny model dla każdej wartości p , przy czym model ten byłby tym bardziej złożony, im większa jest liczba drutów w pasmie, bowiem dla uzyskania przybliżonej ekwipotencjalności powierzchni drutów należałoby się posługiwać coraz to większą — przypadającą na jedno pasmo — liczbą źródeł liniowych, zwiększaną ze wzrostem p . W miarę wzrostu wspomnianej liczby źródeł liniowych komplikował by się także rachunek mocy zespolonej wnikażącej do wnętrza drutów, który nie jest najprostszy nawet w przypadku opłotu z pojedynczych drutów, a więc z pasm jednodrutowych ($p = 1$).

Ze względu na przedstawione trudności autor wybrał inną drogę, umożliwiającą wyznaczenie przybliżonych wartości składowych impedancji wewnętrznej opłotu o dowolnej liczbie drutów w pasmie. Podstawą tego wyboru był stwierdzony doświadczalnie fakt równoważności opłotu — o całkowitej liczbie n drutów — z pasm wielodrutowych, z których każde zawiera p identycznych drutów o promieniu przekroju poprzecznego r_0 , pew-

nemu zastępczemu opłotowi o jednakowej liczbie n takich samych, lecz pojedynczych drutów ($p = 1$), przy czym gęstość takiego zastępczego opłotu jest większa niż opłotu wyjściowego i rośnie wraz z liczbą drutów w pasmie. Przyczynę takiej zależności wyjaśnia poniższe rozumowanie.

Założmy, że powierzchnia całkowita $2\pi r_2$ rozciągnięta równolegle do osi przewodu i wyprostowanego opłotu o jednostkowej długości, zbudowanego z n drutów, została podzielona na $n/2$ jednakowych części o wielkości S . Powierzchnia cząstkowa S jest więc częścią powierzchni całkowitej, przypadającą na jeden drut pasm opłotu nawiniętych w jednym kierunku. Fragment powierzchni S o wielkości $k_1 S$ jest jej częścią zakrytą przez płaski rzut jednego drutu, natomiast pozostała część tego fragmentu — o wielkości $(1 - k_1)S$ — jest częścią prześwitu między pasmami przypadającą na jeden drut, przy czym k_1 jest współczynnikiem krycia jednostronnego opłotu. Całkowita powierzchnia jednego prześwitu między pasmami, z których każde składa się z p jednakowych, ściśle do siebie przylegających drutów, wyniesie zatem $p(1 - k_1)S$.

Fakt, że druty w pasmie ściśle do siebie przylegają, jest równoznaczny ze stwierdzeniem, że dla $p - 1$ drutów pasma współczynnik krycia jednostronnego jest równy jedności, natomiast dla jednego, zewnętrznego drutu pasma współczynnik krycia jednostronnego k_{1z} będzie równy stosunkowi powierzchni $k_1 S$, zakrytej przez płaski rzut tego drutu, do sumy tej powierzchni oraz całkowitej powierzchni $p(1 - k_1)S$ prześwitu między pasmami, czyli:

$$k_{1z} = \frac{k_1}{k_1 + p(1 - k_1)}. \quad (96)$$

Dla $p - 1$ drutów pasma rzeczywisty współczynnik krycia jednostronnego jest zatem znacznie większy od k_1 , natomiast dla jednego drutu zewnętrznego współczynnik ten jest mniejszy od k_1 .

Moc zespolona wnikająca do każdego spośród $p - 1$ drutów pasma będzie znacznie większa od mocy wnikającej do jednego drutu opłotu o takim samym współczynniku krycia jednostronnego, zbudowanego z pojedynczych drutów, podczas gdy moc wnikająca do zewnętrznego drutu pasma będzie mniejsza niż w przypadku opłotu z pojedynczych drutów. W rezultacie wypadkowa moc zespolona, przenikająca do wnętrza drutów opłotu z pasm wielodrutowych, o współczynniku krycia jednostronnego k_1 , jest większa od mocy zespolonej wnikającej do opłotu z pojedynczych drutów o takim samym współczynniku k_1 , natomiast mniejsza niż moc obserwowana w przypadku opłotu z pojedynczych drutów o współczynniku $k_1 = 1$. Opłot z pojedynczych drutów, równoważny z punktu widzenia pochłaniania energii opłotowi o współczynniku krycia jednostronnego k_1 , zbudowanemu z pasm wielodrutowych, charakteryzuje się zatem współczynnikiem krycia jednostronnego k_{1r} , większym od k_1 i mniejszym od jedności.

Badania wykonane przez autora na próbkach przewodów współosiowych z opłotami o różnej liczbie drutów w pasmach i zróżnicowanej budowie wykazały, że bardzo dobrą zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów uzyskuje się po zastąpieniu opłotu z n drutów, o pasmach zawierających po p drutów każde, opłotem z n pojedynczych, identycznych drutów, którego współczynnik krycia jednostronnego k_{1r} jest równy średniej geometrycznej wartości tego współczynnika dla wszystkich drutów pasma, natomiast kąt ζ i skok opłotu h pozostają nie zmienione. Biorąc pod uwagę, że rzeczywisty współ-

czynnik krycia jednostronnego dla $p-1$ drutów pasma jest równy jedności, a dla jednego drutu zewnętrznego współczynnik ten jest określony wzorem (96), analogiczny współczynnik k_{1r} dla równoważnego oplotu z pojedynczych drutów jest dany przez zależność:

$$k_{1r} = \sqrt[p]{\frac{k_1}{k_1 + p(1 - k_1)}} \quad (97)$$

Wartość k_{1r} będziemy nazywać równoważnym współczynnikiem krycia jednostronnego oplotu z pasm wielodrutowych.

Po zastąpieniu oplotu z pasm wielodrutowych równoważnym oplotem z pojedynczych drutów składowe impedancji takiego oplotu można określić na podstawie zależności (93) i (94), w których wielkość k_1 należy zastąpić wielkością k_{1r} :

$$R_b \approx R_{bo}[f(u_o) + g(u_o)D(k_{1r}, \zeta)], \quad (98)$$

$$L_b \approx \frac{\mu_o}{8n\pi\sin\zeta} \{q(u_o) + 4[1 - p(u_o)]D(k_{1r}, \zeta)\}. \quad (99)$$

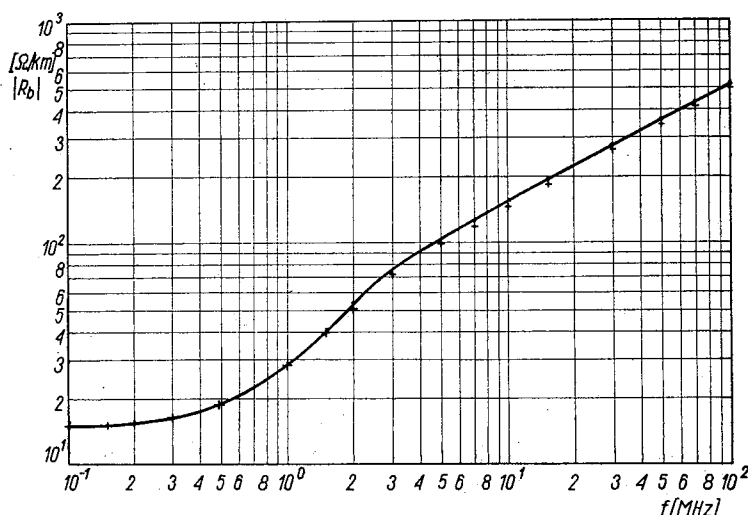
Dokładność obliczeń wielkości R_b i L_b z powyższych związków jest bardzo dobra przy dużej liczbie drutów w pasmie i nieco gorsza przy niewielkiej liczbie p . Dokładność tę charakteryzują przykładowe wyniki badań, zestawione z wynikami obliczeń, zamieszczone w tablicy 2, bądź przedstawione graficznie na rys. 13.

Tablica 2

Rezystancja jednostkowa żyły zewnętrznej przewodu współosiowego, o postaci oplotu z drutów miedzianych ($m = 16$, $p = 6$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,1$ mm, $h = 17,0$ mm, $\zeta = 52^\circ 51'$, $k_1 = 0,7013$, $k_{1r} = 0,8094$)

Często- tliwość	u_o	$\frac{R_b}{R_{bo}} \approx f(u_o) + 2,8366 g(u_o)$	R_b		Błąd względny
			Wyniki obliczeń	Wyniki pomiarów	
MHz	—	—	mΩ/m		%
0,01	0,1625	1,0001	12,75	12,47	2,2
0,02	0,2270	1,0005	12,76	12,61	1,2
0,05	0,3589	1,0029	12,79	12,62	1,3
0,10	0,5075	1,0121	12,90	12,85	0,4
0,15	0,6216	1,0320	13,16	13,07	0,7
0,20	0,7178	1,0553	13,46	13,41	0,4
0,30	0,8791	1,1166	14,24	14,60	-2,5
2,78	2,6768	5,0788	64,75	65,54	-1,2
5,60	3,7988	7,9072	100,82	101,01	-0,2
8,43	4,6601	9,8280	125,31	129,68	-3,4
11,27	5,3881	11,569	147,50	150,67	-2,1
14,10	6,0261	13,072	166,66	169,69	-1,8
16,93	6,6043	14,433	184,02	186,88	-1,5
51,02	11,4641	25,879	329,96	326,50	1,1
99,39	16,0008	36,583	466,43	458,30	1,8
199,01	22,6416	52,251	666,20	652,10	2,2
497,95	35,8148	83,331	1062,50	1036,40	2,5
999,00	50,7286	118,52	1511,10	1472,90	2,6

W tablicy 2 przytoczono wyniki obliczeń oraz wyniki pomiarów rezystancji jednostkowej opłotu z 16 pasm po 6 drutów w pasmie, uzyskane w zakresie częstotliwości od 10 kHz do 999 MHz. Pomiary próbek przewodu współosiowego z takim opłotem wykonano za pomocą trzech mierników impedancji o różnej budowie: o dekadach z rezystorów węglo-



Rys. 13. Zależność od częstotliwości rezystancji jednostkowej żyły zewnętrznej przewodu współosiowego, o postaci opłotu z drutów miedzianych ($m = 24$, $p = 3$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,0$ mm, $h = 34,9$ mm, $\zeta = 1,2252$ rad, $k_1 = 0,4567$, $k_{1r} = 0,6027$)

— wyniki obliczeń, + — wyniki pomiarów

wych (10 ÷ 300 kHz), z podgrzewanego termistora (1 ÷ 20 MHz) oraz miernika ze współosiowymi sprzęgaczami kierunkowymi (30 ÷ 1000 MHz). Dokładność pomiaru impedancji była rzędu 2%, wobec czego maksymalna różnica wartości obliczonej i zmierzonej rzędu $\pm 3\%$ świadczy o dobrej zgodności obliczeń z eksperymentem.

Na rys. 13 przedstawiono wyniki obliczeń oraz wyniki pomiarów rezystancji jednostkowej opłotu z 24 pasm po 3 druty w pasmie, nałożonego z ponad dwukrotnie dłuższym skokiem w porównaniu z opłotem poprzednim. W przypadku tego opłotu wartości obliczone rezystancji są na ogół większe od wartości zmierzonych, przy czym różnice obu rodzajów wartości nie przekraczają 5%.

Badania opłotów o różnej budowie wykazały, że w zakresie wielkich częstotliwości błędy obliczeń rezystancji jednostkowej oraz indukcyjności wewnętrznej ze wzorów (98) i (99) nie przekraczają 5%.

2.4. Indukcyjność jednostkowa

Zgodnie z zależnością (5) indukcyjność jednostkowa przewodu współosiowego jest sumą trzech składników: indukcyjności zewnętrznej L_o , odpowiadającej strumieniowi quasi-stacjonarnego pola magnetycznego występującego w przestrzeni międzyżyłowej przewodu oraz indukcyjności wewnętrznych odpowiadających polu magnetycznemu

wnikającemu do wnętrza żyły wewnętrznej (L_a) i do materiału przewodzącego żyły zewnętrznej (L_b). Składniki L_a i L_b są określone wyrażeniami (9) i (99), pozostaje zatem do wyznaczenia składnik L_o .

W przypadku żyły zewnętrznej wielodrutowej przestrzeń międzyżyłowa nie może być ściśle określona, bowiem część strumienia magnetycznego z wnętrza przewodu przenika do zewnętrznego otoczenia. Nie można tu zatem określić indukcyjności zewnętrznej na podstawie stosunku średnicy wewnętrznej żyły zewnętrznej, równej średnicy zewnętrznej izolacji, do średnicy zewnętrznej żyły wewnętrznej, jak dla przewodu współosiowego o żyłach jednolitych.

Autor tej pracy wykazał [8, 10], że dla najprostszej żyły zewnętrznej wielodrutowej, składającej się z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych, równoległych do osi przewodu identycznych drutów, której gęstość jest równa 50% ($k_1 = 0,5$), indukcyjność zewnętrzna przewodu różni się od minimalnej — możliwej dla takiego przewodu — wartości tylko o 1%. Ponieważ gęstość stosowanych w praktyce żył wielodrutowych jest zawsze większa od 50%, można z wystarczającą w praktyce dokładnością przyjąć, że indukcyjność zewnętrzna przewodu o żyłach zewnętrznej wielodrutowej jest zawsze równa wspomnianej wartości minimalnej, zależnej od budowy takiej żyły.

Indukcyjność zewnętrzną przewodu współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci oplotu można w przybliżeniu określić w oparciu o przedstawiony w p. 2.3.1 model pola magnetycznego, jednakże uzyskany związek byłby bardzo złożony. Taką samą dokładność rachunku można uzyskać przy wykorzystaniu następującej zależności przybliżonej [8]:

$$L_o \approx \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_a}, \quad (100)$$

w której r_2 oznacza średni promień przekroju poprzecznego oplotu, natomiast r_a — promień zewnętrzny żyły wewnętrznej, w przypadku żyły wielodrutowej określony przez związek (13). Ostatnia zależność daje rezultaty zgodne z doświadczeniem z dokładnością rzędu 1%. W jej świetle przewód współosiowy z żyłą zewnętrzną o postaci oplotu jest równoważny przewodowi z żyłą jednolitą, której promień wewnętrzny jest powiększony o $2r_o$ (o średnicę drutu oplotu) w stosunku do promienia wewnętrznego oplotu. To powiększenie promienia jest następstwem przenikania pola magnetycznego z wnętrza przewodu do zewnętrznego otoczenia.

2.5. Pojemność i upływność jednostkowa

Pole elektryczne przewodu współosiowego z żyłą zewnętrzną wielodrutową przenika częściowo z wnętrza przewodu do jego zewnętrznego otoczenia, w związku z czym pojemność takiego przewodu jest mniejsza od pojemności przewodu z żyłami jednolitymi o takich samych wymiarach. Uzyskane przez autora wyniki analizy, zamieszczone w pracach [8, 10, 16] wskazują, że w przypadku przewodu z żyłą zewnętrzną z pojedynczych, równomiernie rozmieszczonych, równoległych do osi symetrii przewodu identycznych drutów, pojemność przewodu rośnie wraz liczbą drutów żyły zewnętrznej, jednakże już przy gęstości takiej żyły równej 50% różnica pomiędzy maksymalną możliwą wartością pojemności,

odpowiadającą żyłę zewnętrzną o gęstości 100% i wartością pojemności uzyskiwaną przy gęstości 50%, jest mniejsza od 1%.

Podobną zależność pojemności przewodu współosiowego od budowy żyły zewnętrznej uzyskuje się również dla przewodu z żyłą zewnętrzną o postaci oplotu. Ponieważ jednak stosowane w praktyce oploty mają gęstość większą od 50%, można z dopuszczalnym dla praktyki obliczeniowej błędem założyć, że wspomniana pojemność jest zawsze równa maksymalnej możliwej wartości, odpowiadającej gęstości oplotu równej 100%. Ta maksymalna wartość pojemności jest określona następującą półempiryczną zależnością [8]

$$C \approx \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_a}}, \quad (101)$$

w której występują wielkości identyczne jak w związku (100) poza przenikalnością elektryczną ϵ izolacji przewodu. Z punktu widzenia pojemności jednostkowej przewód współosiowy z żyłą zewnętrzną o postaci oplotu jest więc równoważny przewodowi z żyłą zewnętrzną jednolitą o promieniu wewnętrznym równym średniemu promieniowi oplotu.

Upływność jednostkowa G przewodu współosiowego w zakresie wielkich częstotliwości jest uwarunkowana stratami dielektrycznymi w materiale izolacyjnym i zależy od kąta stratności δ dielektryka. Jest ona proporcjonalna do tak zwanego współczynnika stratności dielektrycznej $\operatorname{tg} \delta$ materiału izolacyjnego i wyraża się zależnością:

$$G \approx \omega C \cdot \operatorname{tg} \delta. \quad (102)$$

Stosowane na izolację przewodów wielkiej częstotliwości materiały izolacyjne mają na ogół bardzo małe i praktycznie niezależne od częstotliwości współczynniki stratności (dla polietyleny $\operatorname{tg} \delta = 3 \cdot 10^{-4}$ do około 1 GHz).

2.6. Parametry falowe

Zastosowanie teorii obwodów quasi-stacjonarnych w przypadku linii długiej, jaką stanowi przewód współosiowy, sprowadza analizę własności transmisyjnych przewodu do badania własności łańcucha, utworzonego z nieskończonej liczby połączonych szeregowo ogniw z rysunku 3. Analiza własności takiego łańcucha prowadzi natomiast do równań różniczkowych drugiego rzędu, zwanych równaniami telegrafistów, których rozwiązania pozwalają określić napięcie i prąd w dowolnym punkcie przewodu [9].

Wartości napięcia i prądu w rozpatrywanym punkcie przewodu zależą od ich wartości brzegowych na początku przewodu, od odległości s tego punktu od początku przewodu oraz od parametrów falowych przewodu, do których należy impedancja falowa Z , nazywana także impedancją charakterystyczną, oraz tłumowność falowa jednostkowa γ , zwana również współczynnikiem propagacji. W przypadku przewodu elektrycznie jednorodnego, to znaczy takiego, którego własności są identyczne w dowolnym jego punkcie, impedancja falowa Z jest następującą funkcją parametrów jednostkowych przewodu:

$$Z = W - jX = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}, \quad (103)$$

podczas gdy tamowność jednostkowa γ zależy od tych parametrów w następujący sposób:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}. \quad (104)$$

Składowa rzeczywista α tamowności falowej jednostkowej nosi nazwę tłumienności falowej jednostkowej i charakteryzuje zmiany amplitudy fali napięcia lub prądu na odcinku przewodu o jednostkowej długości w warunkach dopasowania falowego. Składowa urojona β tej tamowności nazwana została przesuwnością falową jednostkową i charakteryzuje zmiany fazy fali na odcinku przewodu o jednostkowej długości w stanie dopasowania falowego. Stan dopasowania falowego występuje wówczas, gdy impedancja wejściowa odbiornika, dołączonego do końca przewodu, jest równa impedancji falowej przewodu. Impedancja wejściowa przewodu obciążonego jego impedancją falową jest równa impedancji falowej.

W zakresie wielkich częstotliwości $R \ll \omega L$ oraz $G \ll \omega C$, w związku z czym wzory (103) i (104) można zastąpić następującymi związkami przybliżonymi:

$$W \approx \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (105)$$

$$X \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{R}{2\omega L} - \frac{G}{2\omega C} \right), \quad (106)$$

$$\alpha \approx \frac{R}{2W} + \frac{GW}{2}, \quad (107)$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{LC}. \quad (108)$$

Pierwszy z tych związków daje błąd obliczeń nie większy niż 1,3%, jeżeli $\omega L \geq 3,5 R$, drugi — błąd obliczeń mniejszy niż 2%, jeżeli $\omega L \geq 3,5 R$ i $RC \geq 3LG$, trzeci i czwarty natomiast dają błędy obliczeń mniejsze niż 1%, jeżeli $\omega L \geq 3,5 R$ [20].

Znając parametry jednostkowe przewodu można zatem ze związków (105)–(108) wyznaczyć jego parametry falowe. Nietrudno sprawdzić, że przy bardzo dużych częstotliwościach składowa urojona X impedancji falowej Z jest bardzo mała, wobec czego impedancja falowa przewodu jest praktycznie rzeczywista, równa w przybliżeniu określonej przez związek (105) składowej rzeczywistej.

3. OPTIMALIZACJA KONSTRUKCJI PRZEWODÓW Z PUNKTU WIDZENIA ICH WŁASNOŚCI TRANSMISYJNYCH

Konstrukcję przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości uważa się za optymalną z punktu widzenia własności transmisyjnych, jeżeli gwarantuje ona uzyskanie najmniejszej możliwej tłumienności falowej jednostkowej przewodu przy zadanej impedancji falowej $Z \approx W = \text{const}$, której wartość jest zdeterminowana przez warunki dopasowania do urządzeń elektronicznych.

Zgodnie z zależnością (107) tłumienność falowa jednostkowa przewodu współosiowego o niezmienniej impedancji falowej jest funkcją jego rezystancji jednostkowej, na którą — w świetle relacji (4) — składają się rezystancja jednostkowa R_a żyły wewnętrznej

oraz rezystancja jednostkowa R_b żyły zewnętrznej. Przy stałej średnicy zewnętrznej przewodu i określonej przez wymagany stopień giętkości przewodu budowie jego żyły wewnętrznej (żyła jednodrutowa bądź wielodrutowa) zmieniać się może jedynie rezystancja jednostkowa R_b żyły zewnętrznej o postaci opłotu. Optymalizacja konstrukcji giętkiego przewodu współosiowego z punktu widzenia jego własności transmisyjnych sprowadza się zatem do wyboru takiej budowy opłotu, przy której jego rezystancja jednostkowa osiąga minimum, ponieważ wówczas tłumienność falowa jednostkowa przewodu będzie również najmniejsza.

Możliwość optymalizacji konstrukcji opłotu wpływa z obowiązującej przy bardzo dużych częstotliwościach i potwierdzonej przez eksperyment zależności (85), którą po uwzględnieniu związków (17), (93) i (95) można przedstawić w postaci:

$$R_b \approx \frac{f(u_o)}{\pi n r_o^2 \sigma \sin \zeta} [1 + 2D(k_1, \zeta)]. \quad (109)$$

Funkcja $D(k_1, \zeta)$ i jej składowe są określone przez związki (86)–(89), w których $a_o = \pi k_1$.

W świetle relacji (109) rezystancja jednostkowa opłotu jest bardzo złożoną funkcją kąta opłotu ζ ; zależy ona bezpośrednio od $\sin \zeta$, a ponadto zależy od $\cos 2\zeta$ i $\cos^2 2\zeta$ za pośrednictwem poszczególnych składników funkcji $D(k_1, \zeta)$. Wyjaśnienie charakteru zależności rezystancji R_b od kąta opłotu umożliwi określenie optymalnej wartości kąta, przy której rezystancja opłotu jest najmniejsza.

Przystępując do analizy zależności od kąta opłotu rezystancji jednostkowej R_b przy nieziennej, bardzo dużej częstotliwości, założymy, że promień r_o przekroju poprzecznego drutów, a także ich własności, nie ulegają zmianie, w związku z czym $u_o = \text{const}$. Rezystancja opłotu może się wówczas zmieniać w wyniku zmian liczby n drutów, współczynnika krycia jednostronnego k_1 oraz kąta opłotu ζ .

Z ekonomicznego punktu widzenia największe znaczenie ma zależność od kąta ζ rezystancji jednostkowej R_b opłotu o stałej masie, przypadającej na jednostkę długości przewodu. Masa opłotu o jednostkowej długości, wykonywanego z drutów o niezmiennym przekroju ($r_o = \text{const}$), jest natomiast proporcjonalna do długości $1/\sin \zeta$ poszczególnych drutów opłotu, podobnie, jak określony wyrażeniem (15) współczynnik krycia jednostronnego k_1 . Liczba n drutów o stałym przekroju, wchodzących w skład opłotu o niezmiennym średnim promieniu ($r_2 = \text{const}$) i niezależnej od kąta opłotu masie, przypadającej na jednostkę długości przewodu, powinna być zatem proporcjonalna do $\sin \zeta$. Zgodnie z wyrażeniem (15) współczynnik krycia jednostronnego będzie wówczas również niezależny od kąta opłotu ($k_1 = \text{const}$).

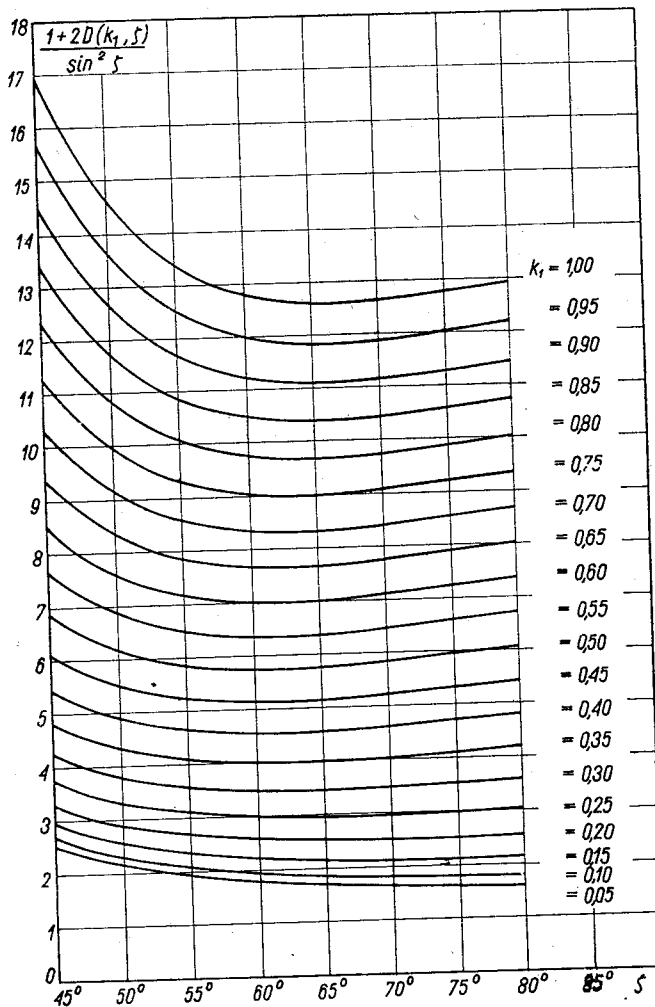
Uwzględniając w zależności (109) proporcjonalność liczby n drutów do $\sin \zeta$ rezystancję jednostkową R_b opłotu — o stałym średnim promieniu przekroju poprzecznego ($r_2 = \text{const}$) i niezależnej od kąta opłotu masie przypadającej na jednostkę długości, wykonywanego z pojedynczych drutów o niezmiennym przekroju ($r_o = \text{const}$) — dla prądu zmiennego o stałej, bardzo dużej częstotliwości ($u_o = \text{const}$), można określić wyrażeniem:

$$R_b \approx \frac{H}{\sin^2 \zeta} [1 + 2D(k_1, \zeta)], \quad (110)$$

w którym $k_1 = \text{const}$, natomiast H jest wielkością stałą, zależną od średnicy i własności drutów opłotu, a ponadto od częstotliwości prądu. Klasyczny sposób poszukiwania mi-

nimum wyrażenia (110), polegający na zróżniczkowaniu tego wyrażenia względem zmiennej ζ i przyrównaniu pochodnej do zera, prowadzi do równania z funkcją $\cos 2\zeta$, o stopniu wyższym od czwartego, nie posiadającego rozwiązań ogólnych; konieczne jest zatem zastosowanie metod numerycznych.

Z uwagi na konieczność ilościowej oceny zmian względnej miary R_b/H rezystancji jednostkowej oplotu o stałej masie w funkcji kąta oplotu zrezygnowano z poszukiwania precyzyjnego położenia minimum rezystancji na korzyść numerycznego obliczenia wartości funkcji R_b/H z wyrażenia (110). Obliczone wartości przytoczono w tablicy 3 i przedstawiono w postaci krzywych na rysunku 14.



Rys. 14. Zależność od kąta ζ względnej miary R_b/H rezystancji jednostkowej — dla prądu zmiennego o niezmiennej, bardzo dużej częstotliwości — oplotu o stałym średnim promieniu przekroju poprzecznego ($r_2 = \text{const}$) i niezależnej od kąta ζ masie przypadającej na jednostkę długości przewodu, wykonywanego z pojedynczych drutów o niezmiennym przekroju ($r_0 = \text{const}$), przy różnych stałych wartościach współczynnika krycia jednostronnego k_1 .

Tablica 3

Wartości funkcji $\frac{1 + 2D(k_1, \xi)}{\sin^2 \xi}$

$k_1 \backslash \xi$	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
0,05	2,55256	2,16181	1,91177	1,75021	1,64513	1,57681	1,53293	1,50591
0,10	2,70860	2,31555	2,06975	1,91645	1,82180	1,76439	1,73057	1,71161
0,15	2,96348	2,56500	2,32462	2,18341	2,10440	2,06355	2,04505	2,03838
0,20	3,31040	2,90121	2,66527	2,53787	2,47757	2,45692	2,45720	2,46569
0,25	3,74112	3,31371	3,07897	2,96467	2,92388	2,92488	2,94558	2,97055
0,30	4,24720	3,79191	3,55291	3,44891	3,42637	3,44856	3,48958	3,53114
0,35	4,82068	4,32604	4,07571	3,97744	3,97023	4,01170	4,07178	4,12907
0,40	5,45488	4,90808	4,63793	4,53973	4,54384	4,60177	4,67884	4,75046
0,45	6,14440	5,53181	5,23262	5,12808	5,13895	5,20997	5,30169	5,38599
0,50	6,88540	6,19283	5,85494	5,73731	5,75017	5,83088	5,93479	6,03017
0,55	7,67532	6,88833	6,50190	6,36443	6,37453	6,46163	6,57541	6,68036
0,60	8,51264	7,61673	7,17196	7,00795	7,01074	7,10111	7,22273	7,33594
0,65	9,39660	8,37730	7,86456	7,66752	7,65869	7,74952	7,87719	7,99757
0,70	10,32704	9,16990	8,57975	8,34349	8,31903	8,40779	8,53999	8,66669
0,75	11,30400	9,99485	9,31798	9,03659	8,99281	9,07728	9,21274	9,34509
0,80	12,32772	10,85245	10,07997	9,74784	9,68135	9,75960	9,89732	10,03485
0,85	13,39848	11,74325	10,86646	10,47829	10,38605	10,45648	10,59570	10,73813
0,90	14,51664	12,66778	11,67828	11,22917	11,10846	11,16971	11,30992	11,45717
0,95	15,68252	13,62661	12,51636	12,00165	11,85005	11,90111	12,04205	12,19420
1,00	16,89660	14,62041	13,38156	12,79697	12,61239	12,65251	12,79416	12,95149

Wyniki obliczeń wskazują, że rezystancja jednostkowa oplotu o stałej masie przypadającej na jednostkę długości szybko zmniejsza się ze wzrostem kąta oplotu w zakresie małych wartości kąta, a następnie osiąga minimum w zakresie kątów od 60° do 70° , jeżeli współczynnik krycia jednostronnego k_1 jest nie mniejszy niż 0,20. Zakres kątów oplotu od 60° do 70° jest więc zakresem kątów optymalnych, przy których rezystancja jednostkowa oplotów o stałej masie na jednostkę długości osiąga minimum. Dzięki stwierdzonej doświadczalnie równoważności oplotu z pasm wielodrutowych zastępczemu oplotowi z pojedynczych drutów o współczynniku krycia jednostronnego k_{1r} , zakres kątów optymalnych $60^\circ \div 70^\circ$ odnosi się nie tylko do oplotów z pojedynczych drutów, lecz także do oplotów z pasm drutów, bowiem na mocy zależności (97) przy określonej liczbie drutów w pasmie stałej wartości k_1 odpowiada nieco większa, również stała wartość k_{1r} .

Z konstrukcyjnego punktu widzenia interesujące jest również zachowanie się rezystancji jednostkowej oplotu o niezmienniej liczbie drutów ($n = \text{const}$) o stałym przekroju ($r_o = \text{const}$) jako funkcji kąta ζ . Masa takiego oplotu o jednostkowej długości nie jest stała, lecz zmienia się identycznie, jak określony wyrażeniem (15) współczynnik krycia jednostronnego k_1 : zmniejsza się odwrotnie proporcjonalnie do $\sin \zeta$ ze wzrostem kąta ζ , osiągając najmniejszą możliwą wartość przy $\zeta = 90^\circ$. Uwzględniając ten fakt w zależności (110) i oznaczając najmniejszą wartość współczynnika krycia jednostronnego oplotu o stałej liczbie drutów przez k'_1 , rezystancję jednostkową takiego oplotu — wykonywanego z pojedynczych drutów o niezmiennym przekroju ($r_o = \text{const}$) — dla prądu zmiennego o stałej, bardzo dużej częstotliwości, można przedstawić jak następuje:

$$R_b \approx \frac{H'}{\sin \zeta} \left[1 + 2D \left(\frac{k'_1}{\sin \zeta}, \zeta \right) \right]. \quad (111)$$

Występująca w ostatnim związku stała H' zależy od liczby n drutów oplotu, od ich średnicy i własności oraz od częstotliwości prądu, natomiast $k'_1 = \text{const}$.

Modyfikacja programu, wykorzystywanego przy omówionych wcześniej obliczeniach numerycznych, pozwoliła na uzyskanie wartości liczbowych względnej miary R_b/H' rezystancji jednostkowej oplotu o stałej liczbie drutów. Wartości te podano w tabl. 4 i przedstawiono w postaci krzywych, odpowiadających różnym, stałym wartościom współczynnika k'_1 , na rys. 15.

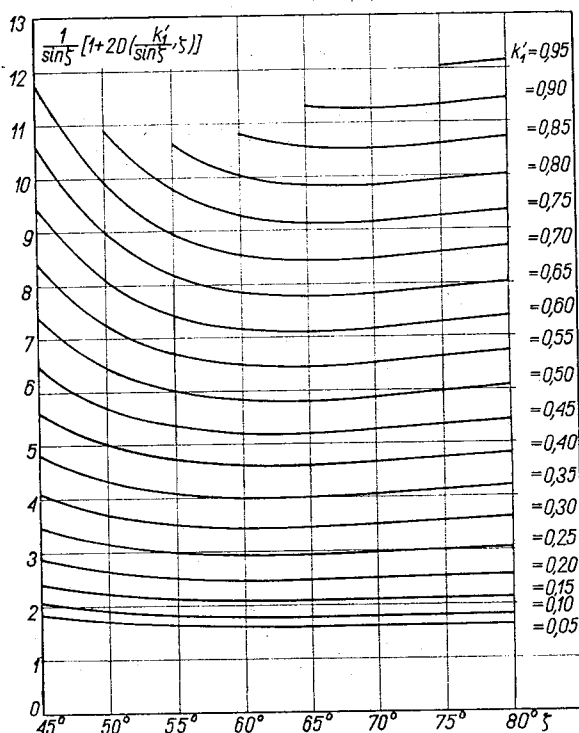
Przytoczone dane wskazują, że przy małych wartościach kąta rezystancja jednostkowa oplotu o niezmienniej liczbie drutów szybko maleje w miarę wzrostu wartości kąta ζ , natomiast w zakresie kątów od 60° do 70° osiąga minimum, jeżeli minimalna wartość k'_1 współczynnika krycia jednostronnego jest nie mniejsza niż 0,10. Zakres kątów optymalnych dla przypadku oplotu o stałej liczbie drutów pokrywa się zatem z analogicznym zakresem obserwowanym w przypadku oplotu o niezmienniej masie przypadającej na jednostkę długości przewodu.

Przedstawiony wyżej charakter zależności rezystancji jednostkowej oplotu w zakresie wielkich częstotliwości od kąta oplotu zdecydował o wyborze zakresu kątów oplotów aktualnie produkowanych w kraju przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości. W świetle danych zamieszczonych w tablicy 6 kąty wszystkich oplotów należą do zakresu $60^\circ \div 70^\circ$.

Tablica 4

$$\text{Wartość funkcji} \frac{1 + 2D \left(\frac{k'_1}{\sin \zeta}, \zeta \right)}{\sin \zeta}$$

ζ k'_1	45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°
0,05	1,84190	1,68390	1,58742	1,53192	1,50278	1,48964	1,48533	1,48518
0,10	2,05980	1,88222	1,77833	1,72240	1,69662	1,68851	1,68953	1,69385
0,15	2,40948	2,19852	2,08181	2,02470	2,00406	2,00395	2,01338	2,02488
0,20	2,87478	2,61557	2,47978	2,42002	2,40558	2,41568	2,43607	2,45693
0,25	3,43925	3,11549	2,93315	2,88112	2,87988	2,90150	2,93451	2,96630
0,30	4,08908	3,68276	3,48490	3,41064	3,40738	3,44068	3,48712	3,53070
0,35	4,81446	4,30578	4,06186	3,97298	3,97225	4,01629	4,07599	4,13149
0,40	5,60942	4,97697	4,67501	4,56490	4,56302	4,61593	4,68794	4,75492
0,45	6,47110	5,69218	5,31901	5,17997	5,17246	5,23156	5,31428	5,39181
0,50	7,39851	6,44958	5,99129	5,81489	5,79659	5,85866	5,95010	6,03697
0,55	8,39177	7,24888	6,69104	6,46843	6,43380	6,49531	6,59322	6,68804
0,60	9,45138	8,09050	7,41857	7,14072	7,08404	7,14131	7,24333	7,34462
0,65	10,57800	8,97520	8,17480	7,83268	7,74818	7,79755	7,90129	8,00759
0,70	11,77239	9,90395	8,96083	8,54560	8,42764	8,46545	8,56861	8,67846
0,75	—	10,87770	9,77789	9,28093	9,12407	9,14684	9,24717	9,35923
0,80	—	—	10,62731	10,04026	9,83928	9,84364	9,93904	10,05203
0,85	—	—	—	10,82523	10,57508	10,55792	10,64641	10,75911
0,90	—	—	—	—	11,33337	11,29169	11,37145	11,48279
0,95	—	—	—	—	—	—	12,11639	12,22537



Rys. 15. Zależność od kąta ζ względnej miary R_s/H' rezystancji jednostkowej — dla prądu zmiennego o niezmiennej, bardzo dużej częstotliwości — oplotu o stałym średnim promieniu przekroju poprzecznego ($r_2 = \text{const}$), wykonywanego z jednakowej liczby ($n = \text{const}$) pojedynczych drutów o niezmiennym przekroju ($r_o = \text{const}$) przy różnych stałych wartościach minimalnych k'_1 współczynnika krycia jednostronnego

4. WŁASNOŚCI SPRĘŻENIOWE PRZEWODÓW

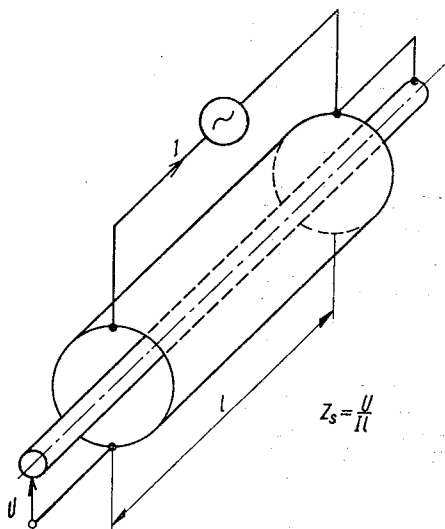
4.1. Impedancja sprzężeniowa

Przenikanie quasi-stacjonarnego pola elektromagnetycznego z zewnętrznego otoczenia do wnętrza przewodu współosiowego, albo w kierunku przeciwnym, charakteryzuje jednostkowa impedancja sprzężeniowa Z_s żyły zewnętrznej tego przewodu. Wielkość ta jest równa odniesionemu do jednostki długości przewodu stosunkowi napięcia zakłóceń U , pojawiającego się w elektrycznie krótkim (znacznie krótszym od $1/4$ długości fali elektromagnetycznej), zwartym na końcu odcinka przewodu o długości l , do prądu zakłócającego I płynącego po żyły zewnętrznej (rys. 16):

$$Z_s = \frac{U}{I}. \quad (112)$$

Im mniejszy jest moduł tej wielkości, tym mniejsze jest napięcie zakłóceń, pojawiające się wewnątrz przewodu pod wpływem prądu zakłócającego I , a więc tym lepsze są własności sprzężeniowe przewodu.

Impedancja sprzężeniowa jest wielkością skupioną, modelującą przenikanie pola elektromagnetycznego poprzez żyłę zewnętrzną krótkiego w porównaniu z długością fali odcinka przewodu, a więc jest rezultatem zastosowania teorii obwodów quasi-stacjonarnych do analizy własności sprzężeniowych przewodu. Quasi-stacjonarny model przenikania pola przez żyłę zewnętrzną przewodu może być wykorzystywany z takimi samymi



Rys. 16. Definicja jednostkowej impedancji sprzężeniowej

ograniczeniami, jak quasi-stacjonarny model transmisji, to znaczy w zakresie częstotliwości, w którym wewnątrz przewodu występują wyłącznie fale elektromagnetyczne poprzeczne. Ostatnie badania wykazały [3, 21], że w przypadku przewodu współosiowego z żyłą zewnętrzną o postaci pojedynczego oplotu model taki może być poprawny nawet przy częstotliwości rzędu 5 GHz.

Pojęcie jednostkowej impedancji sprzężeniowej wprowadził S. A. Schelkunoff [19], który wykazał, że w przypadku żyły zewnętrznej o postaci jednolitego cylindra moduł tej wielkości wyraża się następującą zależnością przybliżoną:

$$|Z_{sc}| \approx R_{bo} \frac{v}{\sqrt{ch v - \cos v}}, \quad (113)$$

w której

$$v = t\sqrt{2\omega\mu\sigma}, \quad (114)$$

t oznacza grubość ścianki cylindra, μ oraz σ są to odpowiednio: przenikalność magnetyczna i konduktywność materiału cylindra, natomiast R_{bo} jest rezystancją jednostkową cylindra dla prądu stałego. Zgodnie z zależnością (113) przy małych częstotliwościach moduł impedancji sprzężeniowej Z_{sc} jest równy rezystancji R_{bo} żyły zewnętrznej dla prądu stałego, podczas gdy przy dużych częstotliwościach moduł tej wielkości szybko zmniejsza się ze wzrostem częstotliwości prądu zakłócającego. Charakter zmian impedancji sprzężeniowej jednolitego cylindra determinuje wpływ zjawiska naskórkowości; ze wzrostem częstotliwości maleje bowiem gęstość prądu zakłócającego i natężenie wzdłużnego pola elektrycznego na powierzchni wewnętrznej cylindra, w następstwie czego zmniejsza się napięcie zakłócające U wewnątrz przewodu.

Badania dowodzą, że z punktu widzenia własności sprzężeniowych w zakresie małych i średnich częstotliwości żyła zewnętrzna wielodrutowa zachowuje się podobnie, jak jednolity cylinder o pewnej równoważnej grubości i rezystancji dla prądu stałego określonej wyrażeniem (17). Przy dużych częstotliwościach impedancja sprzężeniowa żyły zewnętrznej wielodrutowej oprócz składnika Z_{sc} , zdeterminowanego przez zjawisko naskórkowości w równoważnym jednolitym cylindrze, zawiera jeszcze składnik reaktancyjny ωL_s , rosnący w przybliżeniu proporcjonalnie ze wzrostem częstotliwości, czyli:

$$Z_s = Z_{sc} + j\omega L_s. \quad (115)$$

W zakresie wielkich częstotliwości składnik Z_{sc} jest pomijalnie mały wobec składnika reaktancyjnego, w związku z czym o przenikaniu pola elektromagnetycznego przez żyłę zewnętrzną wielodrutową decyduje wówczas wartość jednostkowej indukcyjności sprzężeniowej L_s .

Do wyznaczania indukcyjności sprzężeniowej wielodrutowych żył zewnętrznych o różnej budowie autor tej pracy wykorzystał metodę modelowania quasi-stacjonarnego pola magnetycznego w otoczeniu takich żył za pomocą źródeł liniowych [11]. Wyniki analizy odpowiednich modeli dowodzą, że bez względu na rodzaj wielodrutowej żyły zewnętrznej istnieje możliwość znalezienia optymalnego rozwiązania konstrukcyjnego, przy którym indukcyjność sprzężeniowa jest najmniejsza.

W przypadku żyły zewnętrznej o postaci oplotu z pojedynczych drutów autor niniejszej pracy posłużył się analogicznym do przedstawionego w p. 2.3.1 modelem matematycznym, uzyskanym po zastąpieniu takiego oplotu podwójnym obwojem z równomiernym rozdziałem prądu zakłócającego między poszczególne druty. W rezultacie analizy takiego modelu autor uzyskał następującą zależność jednostkowej indukcyjności sprzężeniowej rozpatrywanej żyły zewnętrznej od parametru $a_o = \pi k_1$ i od kąta oplotu ζ [11]:

$$\begin{aligned} L_s \approx \frac{\mu_o}{4\pi\epsilon\sin\zeta} & \left\{ (1 - \cos 2\zeta) a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2} - 3a_o \cos 2\zeta + \right. \\ & + a_o \cos 2\zeta \frac{2\operatorname{ch} a_o - 1}{2\operatorname{ch} a_o + 1} + 2a_o \cos 2\zeta \frac{\operatorname{ch} a_o + 1}{2\operatorname{ch} a_o + 1} \left[1 - (1 - \cos 2\zeta) \operatorname{th} \frac{a_o}{2} + \right. \\ & \left. \left. - \cos 2\zeta \frac{2\operatorname{ch} a_o - 1}{2\operatorname{ch} a_o + 1} \right] + \left(\frac{1}{2} \cos^2 2\zeta \frac{2\operatorname{ch} a_o - 1}{2\operatorname{ch} a_o + 1} + \frac{1}{2} \cos 2\zeta - 1 \right) \times \right. \\ & \times \ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o) + \frac{1}{2} \cos 2\zeta \left(1 - \cos 2\zeta \frac{2\operatorname{ch} a_o - 1}{2\operatorname{ch} a_o + 1} \right) \times \\ & \left. \times \ln(2\operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o) \right\}. \quad (116) \end{aligned}$$

Zbadanie charakteru tej zależności umożliwiło ustalenie przybliżonych warunków optymalizacji konstrukcji oplotu z pojedynczych drutów.

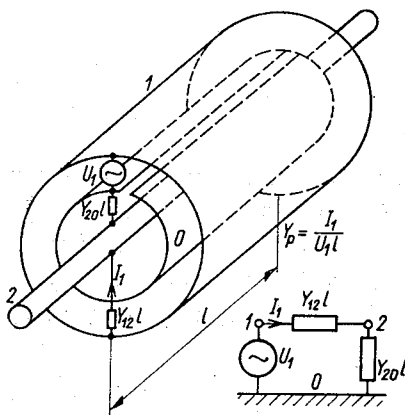
4.2. Admitancja przenikowa

Skuteczność ekranowania quasi-statycznego pola elektrycznego charakteryzuje jednostkowa admitancja przenikowa Y_p żyły zewnętrznej przewodu współosiowego, równa liczbowo stosunkowi prądu upływu I_1 , pojawiającego się w elektrycznie krótkim, nie-

obciążonym odcinku przewodu o długości l (rys. 17) pod wpływem zewnętrznego napięcia U_1 , przyłożonego między żyłą dodatkową 1 i żyłą zewnętrzną 0 przewodu, do iloczynu napięcia U_1 i długości l odcinka:

$$Y_p = \frac{I_1}{U_1 l}. \quad (117)$$

W praktyce uwidoczniła na rys. 17 admitancja jednostkowa Y_{12} jest zawsze wielokrotnie mniejsza od admitancji jednostkowej $Y_{20} = G + j\omega C$ toru współosiowego nie-



Rys. 17. Definicja jednostkowej admitancji przenikowej

obciążonego, w związku z czym prąd I_1 jest prawie równy iloczynowi $Y_{12} l U_1$, a jednostkowa admitancja przenikowa — praktycznie równa admitancji Y_{12} :

$$Y_p \approx Y_{12} = G_{12} + j\omega C_{12}. \quad (118)$$

Z uwagi na bardzo mały współczynnik stratności dielektrycznej stosowanych w przewodach wielkiej częstotliwości materiałów izolacyjnych składowa rzeczywista admitancji przenikowej jest pomijalnie mała w porównaniu ze składową urojoną, wobec czego admitancja przenikowa żyły zewnętrznej przewodu współosiowego jest całkowicie zdeterminowana przez pojemność przenikową C_{12} tej żyły i jest proporcjonalna do częstotliwości.

Jeżeli żyła zewnętrzna przewodu współosiowego jest jednolitym cylindrem metalowym, to pojemność i admitancje przenikowe takiego cylindra są równe zero, ponieważ pole elektryczne quasi-statyczne nie przenika przez jednolity ekran elektrostatyczny. Admitancja przenikowa jest różna od zera tylko w przypadku przewodów współosiowych z żyłami zewnętrznymi niejednolitymi, z otworami i szczelinami.

Do oceny pojemności przenikowej żyły zewnętrznej wielodrutowej można wykorzystać metodę modelowania quasi-statycznego pola elektrycznego w otoczeniu takiej żyły za pomocą źródeł liniowych. Stosując tę metodę w przypadku żyły zewnętrznej z równomiernie rozmieszczonych równoległych do osi symetrii przewodu pojedynczych drutów, autor niniejszej pracy wykazał [8], że pojemność przenikowa takiej żyły osiąga minimum przy współczynniku gęstości optycznej równym 0,582. W oparciu o wspomnianą metodę można ponadto udowodnić, że dla żyły zewnętrznej z równoległych do osi przewodu pasm wielodrutowych minimum pojemności przenikowej występuje przy wartościach współczynnika gęstości optycznej większych od 0,582 i to tym większych, im większa jest

liczba drutów w każdym pasmie. Oznacza to możliwość optymalizacji konstrukcji najprostszych żył zewnętrznych wielodrutowych z punktu widzenia skuteczności ekranowania quasi-statycznego pola elektrycznego.

Możliwość taka istnieje również w przypadku wielodrutowych żył zewnętrznych o bardziej skomplikowanej strukturze, jak obwód i oplot. Rachunek wskazuje, że dla obu tych ekranów wartość bezwzględna pojemności przenikowej jest wprost proporcjonalna do sinusa kąta nawinięcia drutów, natomiast zależność od współczynnika gęstości optycznej obwoju lub współczynnika krycia jednostronnego oplotu ma charakter identyczny, jak w przypadku ekranów z równoległych do osi symetrii przewodu drutów lub pasm drutów. Minimum pojemności przenikowej obwoju z równomiernie rozmieszczonych pojedynczych drutów występuje przy współczynniku gęstości optycznej równym 0,582, a dla obwoju z pasm drutów położenie tego minimum przesunie się w stronę większych gęstości optycznych tym bardziej, im większa jest liczba drutów w pasmie. Podobna zależność ma miejsce w przypadku oplotu, jednakże minima pojemności przenikowej występują tu przy znacznie mniejszych wartościach współczynnika krycia jednostronnego z uwagi na współdziałanie obu warstw drutów w ekranowaniu quasi-statycznego pola elektrycznego.

Ze względu na ortogonalność quasi-statycznego pola elektrycznego do powierzchni drutów wielodrutowych żył zewnętrznych położenie minimum pojemności przenikowej nie zależy od kąta nawinięcia drutów, a więc optymalne z uwagi na skuteczność ekranowania tego pola wartości współczynnika krycia jednostronnego oplotu z drutów zależne są wyłącznie od liczby drutów w pasmach. Wartości te nie mogą być wyznaczone z dużą dokładnością metodami analitycznymi, w związku z czym prowadzone są badania nad ich ustaleniem.

5. OPTIMALIZACJA KONSTRUKCJI PRZEWODÓW Z PUNKTU WIDZENIA ICH WŁASNOŚCI SPRZĘŻENIOWYCH

Konstrukcję przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości uważa się za optymalną z punktu widzenia jego własności sprzężeniowych, jeżeli przenikanie energii pola elektromagnetycznego przez żyłę zewnętrzną przewodu w realnych warunkach pracy jest przy takiej konstrukcji mniejsze, niż przy jakiegokolwiek innej. Jest rzeczą zrozumiałą, że optymalizacja z punktu widzenia własności sprzężeniowych dotyczy wyłącznie konstrukcji żyły zewnętrznej, ponieważ przenikanie pola elektromagnetycznego przez tę żyłę zależy od jej budowy.

Przy optymalizacji konstrukcji żyły zewnętrznej wielodrutowej należałoby brać pod uwagę zarówno przenikanie przez tę żyłę statycznego do powierzchni drutów (przy bardzo dużych częstotliwościach) quasi-stacjonarnego pola magnetycznego, jak też przenikanie normalnego do powierzchni drutów rozpatrywanej żyły quasi-statycznego pola elektrycznego. Ponieważ jednak w realnych warunkach pracy żyła zewnętrzna przewodu współosiowego jest połączona z ekranami urządzeń elektronicznych przynajmniej na jednym z końców, potencjał U_1 jej dowolnego punktu w odniesieniu do tych ekranów jest bliski zeru, a ponadto admitancja przenikowa Y_p jest niewielka ($C_{12} < 0,1$ pF/m), w związku z czym określony przez zależność (117) prąd upływu $I_1 = U_1 Y_p$ jest bardzo mały i może

być pominięty. Optymalizacja budowy wielodrutowej żyły zewnętrznej przewodu wielkiej częstotliwości z punktu widzenia jej własności sprzężeniowych sprowadza się wówczas do poszukiwania takich parametrów konstrukcyjnych, przy których indukcyjność sprzężeniowa L_s rozpatrywanej żyły osiąga minimum.

W przypadku oplotu z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów indukcyjność sprzężeniowa L_s , określona przez wyrażenie (116), osiąga minimum przy ściśle określonych wartościach parametru $a_o = \pi k_1$, przy czym wartości te są zależne od kąta oplotu ζ . Ażeby znaleźć te wartości należy zróżniczkować prawą stronę przybliżonej równości (116) względem a_o i przyrównać pochodną do zera. Uzyskane w wyniku rachunku równanie kwadratowe:

$$\cos^2 2\zeta \left[P(S - V - R) + \frac{1}{2} \Theta(T - W + 2a_o P) + Q(U - \Theta - 2a_o P) \right] + \\ + \cos 2\zeta \left[P(a_o + R) + Q(1 - U) - U + \Theta + \frac{1}{2} (T + W) - 3 \right] + U - T = 0, \quad (119)$$

zawierające następujące wielkości pomocnicze:

$$\Theta = \frac{2 \operatorname{ch} a_o - 1}{2 \operatorname{ch} a_o + 1}; \quad P = \frac{2 \operatorname{sh} a_o}{(2 \operatorname{ch} a_o + 1)^2}; \quad (120)$$

$$Q = 2 \frac{\operatorname{ch} a_o + 1}{2 \operatorname{ch} a_o + 1}; \quad R = a_o \operatorname{th} \frac{a_o}{2}; \quad S = \ln(\operatorname{ch} a_o - \cos a_o); \quad (121)$$

$$T = \frac{\operatorname{sh} a_o + \sin a_o}{\operatorname{ch} a_o - \cos a_o}; \quad U = \frac{\operatorname{sh} a_o + a_o}{\operatorname{ch} a_o + 1}; \quad (122)$$

$$V = \ln(2 \operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o);$$

$$W = \frac{6 \operatorname{sh} 3a_o - \operatorname{sh} a_o + \sin a_o}{2 \operatorname{ch} 3a_o - \operatorname{ch} a_o - \cos a_o}, \quad (123)$$

daje zależność optymalnej wartości parametru a_o , przy której indukcyjność sprzężeniowa L_s jest najmniejsza, od kąta oplotu ζ .

Przy kącie oplotu $\zeta = 45^\circ$ równanie (119) przyjmuje postać warunku $U - T = 0$ obowiązującego w przypadku żyły zewnętrznej, utworzonej przez jedną warstwę równoległych do osi symetrii przewodu, równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów. Najmniejszą indukcyjność sprzężeniową oplotu uzyskuje się wówczas przy współczynniku krycia jednostronnego $k_1 = 0,582$ ($a_o = 1,83$). Dzieje się tak dlatego, że z uwagi na wzajemną ortogonalność pól wytwarzanych przez obie warstwy drutów oplotu zanika oddziaływanie pola jednej z warstw na drugą (wielkości A i B , występujące w potencjałach zespolonych (32) i (37) pól wytwarzanych przez obydwie warstwy drutów są wówczas równe zeru).

Przy kątach oplotu mniejszych od 45° wynikająca z równania (119) optymalna wartość parametru a_o szybko rośnie w miarę zmniejszania kąta i przy $\zeta = 40^\circ$ osiąga wartość $a_o = \pi$, której odpowiada wartość współczynnika krycia jednostronnego $k_1 = 1$. Zwiększanie kąta ζ , pod którym układane są druty na izolacji żyły wewnętrznej przewodu współosiowego, powoduje zatem systematyczne zmniejszanie się optymalnej gęstości optycznej

żyły zewnętrznej wielodrutowej o postaci opłotu z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów, przy czym zgodnie z równaniem (119) tendencja taka utrzymuje się do wartości kąta równej w przybliżeniu 60° , powyżej której równanie (119) nie ma pierwiastków rzeczywistych.

Brak rozwiązań rzeczywistych równania (119) nie świadczy jednak o zaniku wspomnianej tendencji, bowiem równanie to uzyskano stosując metodę przybliżoną, która daje dobre wyniki jedynie przy słabym oddziaływaniu jednej warstwy drutów na drugą, mającym miejsce przy kątach ζ różniących się niewiele od 45° . Dla sprawdzenia możliwości optymalizacji struktury geometrycznej żyły zewnętrznej o postaci opłotu z równomiernie rozmieszczonych pojedynczych drutów przy kątach nawinięcia drutów większych od 60° autor niniejszej pracy — w oparciu o metodę modelowania pola za pomocą źródeł liniowych — zbadał warunki optymalizacji takiej żyły przy kącie $\zeta = 90^\circ$ (dwie warstwy drutów, równoległych do osi symetrii przewodu). Uzyskana w wyniku rachunku optymalna wartość współczynnika krycia jednostronnego żyły zewnętrznej o takiej budowie wynosi 0,414 [11] i jest mniejsza od wartości uzyskiwanych z równania (119) przy kątach opłotu $40^\circ \leq \zeta \leq 60^\circ$ ($1 \geq k_1 \geq 0,487$), co świadczy o możliwości optymalizacji opłotu z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów, a także — o zmniejszaniu się optymalnej wartości współczynnika krycia jednostronnego ze wzrostem kąta opłotu — w zakresie kątów od 40° do 90° .

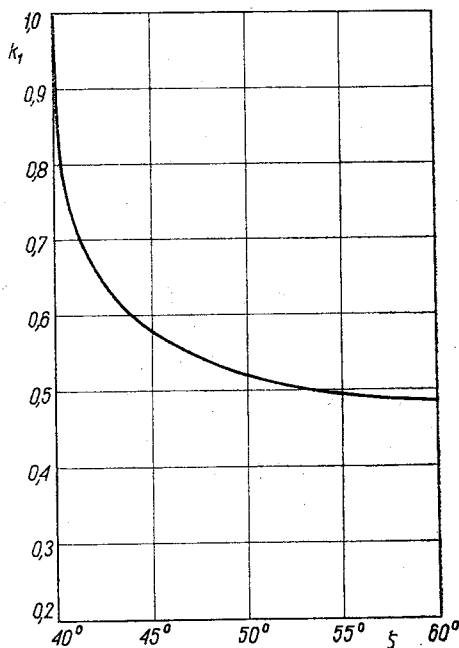
Obliczone wartości optymalne parametru a_0 i współczynnika krycia jednostronnego k_1 żyły zewnętrznej o postaci opłotu z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów zestawiono w tablicy 5. Zależność optymalnej wartości współczynnika k_1 takiego opłotu od kąta ζ nawinięcia drutów przedstawiono ponadto na rys. 18.

Wykorzystując metodę modelowania pola za pomocą źródeł liniowych można wykazać

Tablica 5

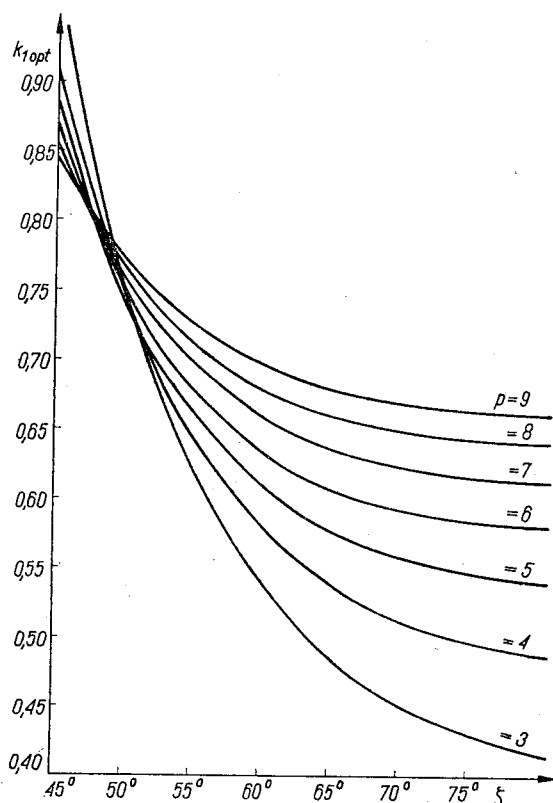
Zależność optymalnych wartości parametru a_0 i współczynnika krycia jednostronnego k_1 opłotu z równomiernie rozmieszczonych pojedynczych drutów, od kąta opłotu ζ

ζ	a_0	k_1
$40,0^\circ$	π	1,000
$40,6^\circ$	2,40	0,764
$45,0^\circ$	1,83	0,582
$51,4^\circ$	1,60	0,509
$55,1^\circ$	1,55	0,493
$59,5^\circ$	1,53	0,487
$90,0^\circ$	1,30	0,414



Rys. 18. Zależność optymalnej wartości współczynnika krycia jednostronnego k_1 opłotu z równomiernie rozmieszczonych, pojedynczych drutów, od kąta ζ nawinięcia drutów

że w przypadku oplotu z pasm drutów przy dużych wartościach kąta ζ optymalna wartość współczynnika krycia jednostronnego jest przy $\zeta = \text{const}$ tym większa, im większa jest liczba p drutów w pasmie, natomiast przy $p = \text{const}$ wartość ta zmniejsza się ze wzrostem kąta ζ podobnie, jak w przypadku oplotu z pojedynczych drutów. Z punktu widzenia ekonomiki optymalnych konstrukcji opłotów powinno się zatem poszukiwać przy możliwie dużych kątach opłotu i przy możliwie małej liczbie drutów w pasmach.



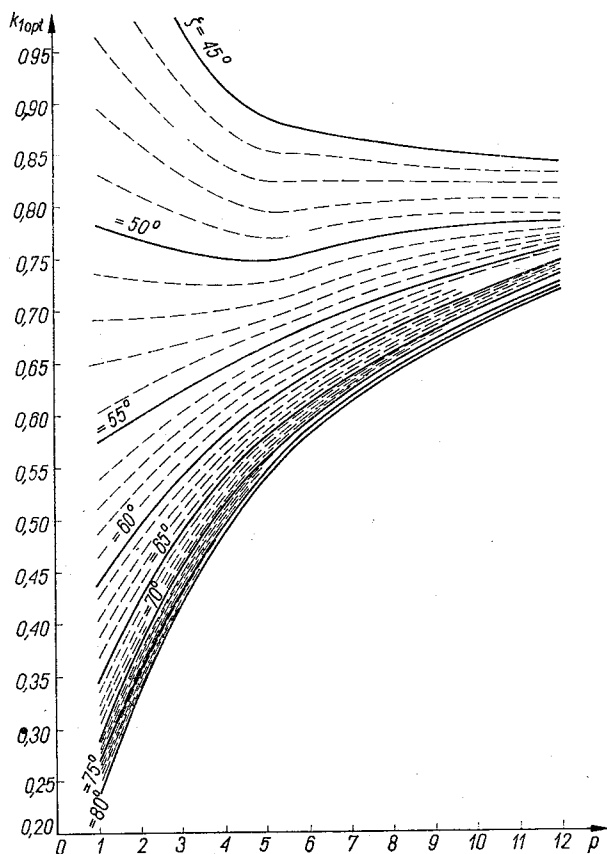
Rys. 19. Zależność wartości optymalnych współczynnika krycia jednostronnego k_1 pojedynczego opłotu od kąta opłotu ζ przy różnych, niezmiennych liczbach p drutów w pasmach

W celu ustalenia optymalnych z punktu widzenia własności sprzężeniowych parametrów konstrukcyjnych opłotów przy stosowanych w praktyce kątach z zakresu od 45° do 75° i przy najczęściej spotykanych liczbach drutów w pasmach — od 2 do 9, autor podjął badania, których metoda i wyniki zostały szeroko omówione w drugiej części pracy [11]. Uzyskane w rezultacie empiryczne zależności optymalnych wartości współczynnika krycia jednostronnego od kąta opłotu — przy różnych niezmiennych liczbach drutów w pasmach — przedstawiono na rys. 19, natomiast zależności tych samych wartości współczynnika k_1 od liczby drutów w pasmach — przy różnych, stałych wartościach kąta opłotu ζ — uwidoczniiono na rys. 20.

Zależności empiryczne potwierdzają wypływający z teorii wnioski, że opłoty symetryczne o dużych kątach i małej liczbie drutów w pasmach są z ekonomicznego punktu widzenia

korzystniejsze, niż opłoty o małych kątach i dużej liczbie drutów w pasmach, gdyż z uwagi na znacznie mniejsze optymalne wartości współczynnika krycia jednostronnego masa opłotu o jednostkowej długości jest wówczas znacznie mniejsza przy identycznych własnościach sprzężeniowych.

Konstruowanie opłotów o optymalnych własnościach sprzężeniowych ułatwia nomogram przedstawiony na rys. 21. Krzywe ciągłe tego nomogramu są identyczne z krzy-



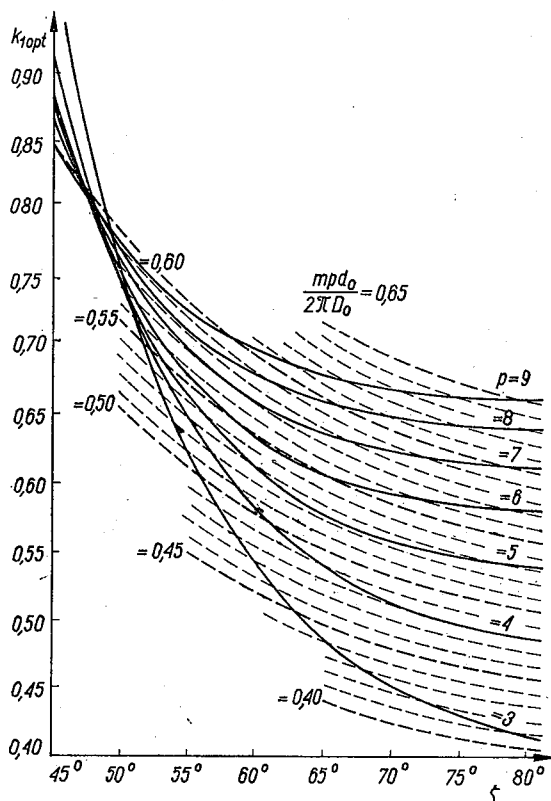
Rys. 20. Zależność wartości optymalnych współczynnika krycia jednostronnego k_1 pojedynczego opłotu od liczby p drutów w pasmach przy różnych, stałych wartościach kąta opłotu ζ

wymi uwidocznionymi na rys. 19, a linie przerywane ilustrują zależność (15) współczynnika krycia jednostronnego od kąta opłotu, przy czym wielkość $\frac{mpd_o}{2\pi D_o}$ jest traktowana jako parametr o wartościach podanych przy wspomnianych liniach (m — liczba pasm, p — liczba drutów w pasmie, $d_o = 2r_o$ — średnica drutów opłotu, $D_o = 2r_2$ — średnia średnica opłotu). Mając do dyspozycji tabelę skoków opłotu, uzyskiwanych na danej oplatarce i znając średnicę izolacji żyły wewnętrznej rozpatrywanego przewodu współosiowego, można wyznaczyć przybliżone wartości uzyskiwanych przy wspomnianych skokach kątów opłotu. Dla każdej wartości kąta można odczytać z nomogramu kilka

różnych wartości parametru $\frac{mpd_o}{2\pi D_o}$, odpowiadającym różnym liczbom drutów w pasmach

Wartości te przy zadanej liczbie szpul oplatarki, równej liczbie m pasm oplotu, umożliwiają wyznaczenie kilku różnych średnic drutów, spośród których można wybrać wartość najdogodniejszą.

Optymalne parametry konstrukcyjne pojedynczych, symetrycznych oplotów seryjnie produkowanych w kraju przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości, znalezione



Rys. 21. Nomogram do określania optymalnej budowy pojedynczego oplotu

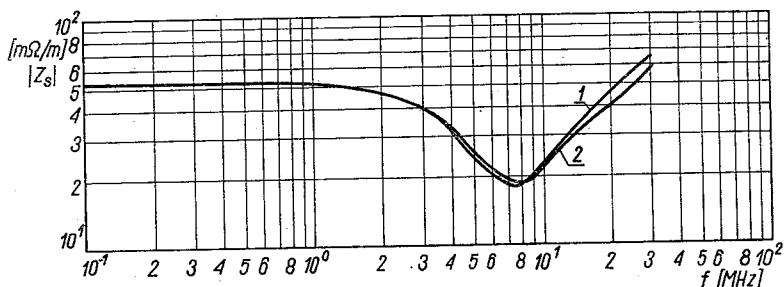
Tablica 6

Parametry konstrukcyjne oplotów o optymalnej budowie przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości

Średnica izolacji żyły wewnętrznej	Liczba pasm oplotu	Liczba drutów w pasmie	Średnica drutów	Skok oplotu	Kąt oplotu	Współczynnik krycia jednostronnego
mm			mm	mm		
1,50	16	3	0,10	10,7	63,0°	0,504
2,95	24	2	0,15	28,0	70,0°	0,375
3,70	24	3	0,15	31,1	68,0°	0,463
7,25	24	5	0,21	60,7	68,3°	0,563
17,30	24	12	0,25	96,7	60,0°	0,743

przy wykorzystaniu nomogramu z rys. 21, zestawiono w tablicy 6. Przykładowe charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej przewodów współosiowych z opłotami o budowie zbliżonej do optymalnej przytoczono na rysunkach od 22 do 26.

Na rys. 22 uwidocznione są dwie charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej produkowanego seryjnie miniaturowego przewodu współosiowego

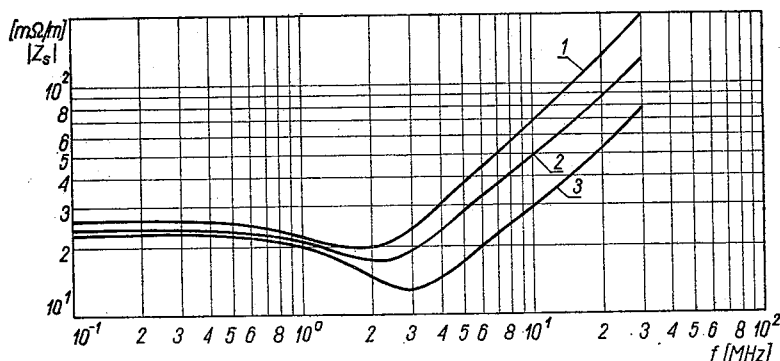


Rys. 22. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej opłotu o budowie zbliżonej do optymalnej ($m = 16$, $p = 3$, $2r_o = 0,10$ mm, $2r_2 = 1,70$ mm, $h = 10,7$ mm, $\zeta = 63^\circ$, $k_1 = 0,504$), stanowiącego żyłę zewnętrzną przewodu współosiowego typu WL 50-0,51/1,5

1 — układ pomiarowy z rezystancją wstępną, próbka o długości 0,25 m, 2 — układ pomiarowy bez rezystancji wstępnej, inna próbka o długości 0,5 m

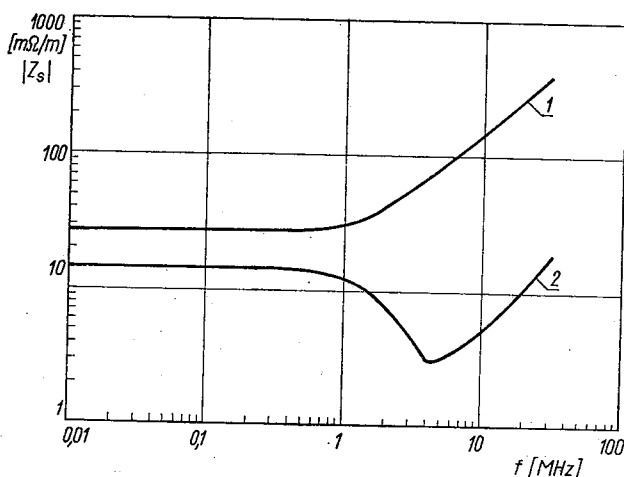
typu WL 50-0,51/1,5. Charakterystykę oznaczoną cyfrą 1 uzyskano dla próbki o długości 0,25 m w układzie pomiarowym z rezystancją wstępną [11], natomiast pozostałą charakterystykę uzyskano dla innej próbki o długości 0,5 m za pomocą układu pomiarowego bez rezystancji wstępnej. Budowa opłotu obydwu próbek była zgodna z podaną w tablicy 6. Porównanie obydwu charakterystyk wskazuje, że zbieżność wyników pomiarów, otrzymanych dwiema różnymi metodami, dla dwóch różnych próbek, jest zadowalająca.

Rys. 23 ilustruje zależność od częstotliwości modułu impedancji sprzężeniowej przewodu współosiowego typu WD 50-0,9/2,95 z opłotem z 24 pasm po 2 druty o średnicy 0,15 mm, o trzech różnych skokach: $h_1 = 59,2$ mm, $h_2 = 33,0$ mm oraz $h_3 = 28,0$ mm. Wszystkie charakterystyki częstotliwościowe zostały zmierzone na próbkach o długości



Rys. 23. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej żyły zewnętrznej o postaci opłotu ($m = 24$, $p = 2$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 3,2$ mm), nałożonego z różnymi skokami: 1 — $h = 59,2$ mm, 2 — $h = 33,0$ mm, 3 — $h = 28,0$ mm, na izolację przewodu współosiowego typu WD 50-0,90/2,95

0,5 m, przy czym pierwszą z nich (1) uzyskano w układzie z rezystancją wstępną, a pozostałe dwie (2 i 3) — w układzie bez rezystancji wstępnej. Mają one podobny przebieg, gdyż wszystkie oploty, dla których uzyskano te charakterystyki, są rzadsze od oplotów o budowie optymalnej ($k_1 < k_{1opt}$). Najkorzystniejszy przebieg ma charakterystyka częstotliwościowa oznaczona cyfrą 3, odpowiadająca oplotowi o skoku $h_3 = 28,0$ mm,



Rys. 24. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej żyły zewnętrznej — o postaci oplotu — przewodu współosiowego typu WD 75-0,59/3,7

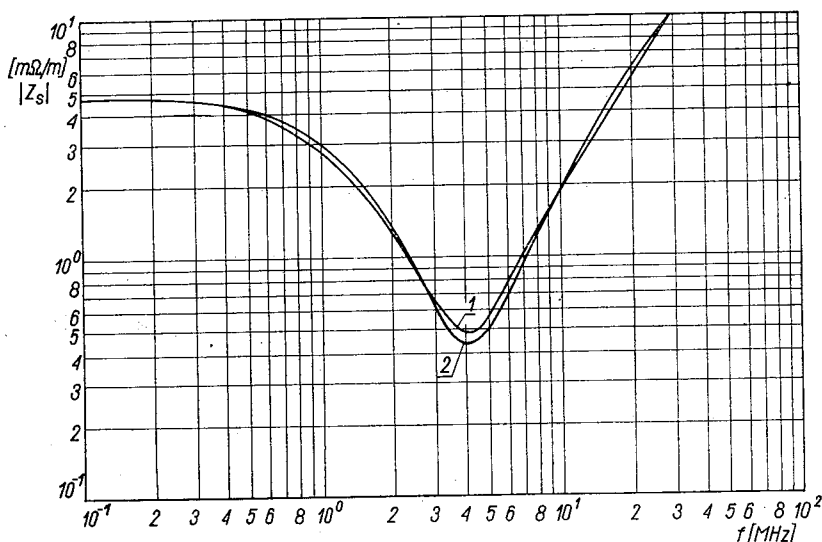
1 — oplot starej konstrukcji ($m = 16$, $p = 4$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,0$ mm, $h = 10,2$ mm), 2 — oplot o budowie zbliżonej do optymalnej ($m = 24$, $p = 3$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,0$ mm, $h = 34,9$ mm)

o budowie najbardziej zbliżonej do optymalnej (por. tabl. 6). Porównanie charakterystyk wskazuje, że w zakresie wielkich częstotliwości indukcyjność sprzężeniowa tego oplotu jest najmniejsza, natomiast największą indukcyjność sprzężeniową ma oplot o skoku $h_1 = 59,2$ mm.

Na rys. 24 przedstawione są charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej dwóch różnych oplotów przewodu współosiowego typu WD 75-0,59/3,7; obydwie charakterystyki zostały zmierzone na próbkach o długości 0,5 m w układzie z rezystancją wstępną. Krzywa oznaczona na tym rysunku cyfrą 2 jest charakterystyką częstotliwościową modułu impedancji sprzężeniowej oplotu o budowie zbliżonej do optymalnej, natomiast krzywa 1 jest analogiczną charakterystyką oplotu starej konstrukcji, o kącie równym $39,1^\circ$, przy którym optymalizacja konstrukcji nie jest możliwa. Porównanie obu charakterystyk dowodzi, że oplot starej konstrukcji, mimo znacznie większej masy, ma zdecydowanie gorsze własności sprzężeniowe; jego indukcyjność sprzężeniowa w zakresie wielkich częstotliwości jest ponad dwudziestokrotnie większa od indukcyjności sprzężeniowej oplotu o budowie zbliżonej do optymalnej. Badania wykazały, że rezystancja jednostkowa tego oplotu jest także większa od rezystancji oplotu o konstrukcji zbliżonej do optymalnej.

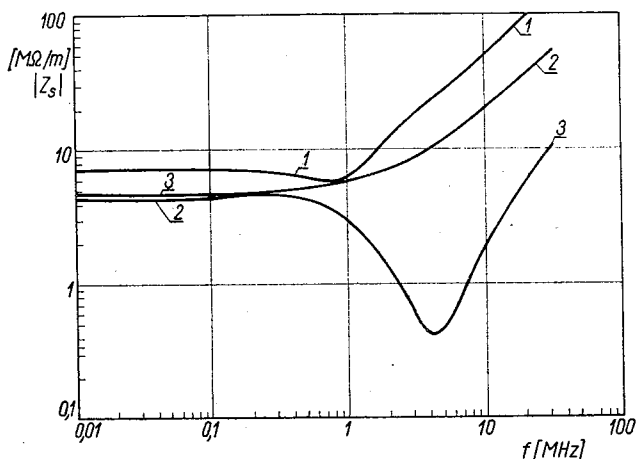
Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości typu WL 50-2,25/7,25, z oplotem o budowie zbliżonej do optymalnej, uwidoczniono na rys. 25. Obydwie charakterystyki uzyskano dla tej samej

próbki przewodu o długości 0,5 m, przy czym krzywą oznaczoną cyfrą 1 otrzymano za pomocą układu z rezystancją wstępną, natomiast krzywą 2 — w układzie bez rezystancji wstępnej. Różnice obydwu charakterystyk mieszczą się w granicach błędów, dopuszczalnych dla obu układów pomiarowych, co świadczy o równorzędności obydwu metod po-



Rys. 25. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej żyły zewnętrznej w postaci pojedynczego oplotu o budowie zbliżonej do optymalnej ($m = 24$, $p = 5$, $2r_o = 0,21$ mm, $2r_2 = 7,6$ mm, $h = 62,2$ mm), nałożonego na izolację przewodu współosiowego typu WL 50-2,25/7,25

1 — układ pomiarowy z rezystancją wstępną, próbka o długości 0,5 m, 2 — układ pomiarowy bez rezystancji wstępnej, ta sama próbka o długości 0,5 m

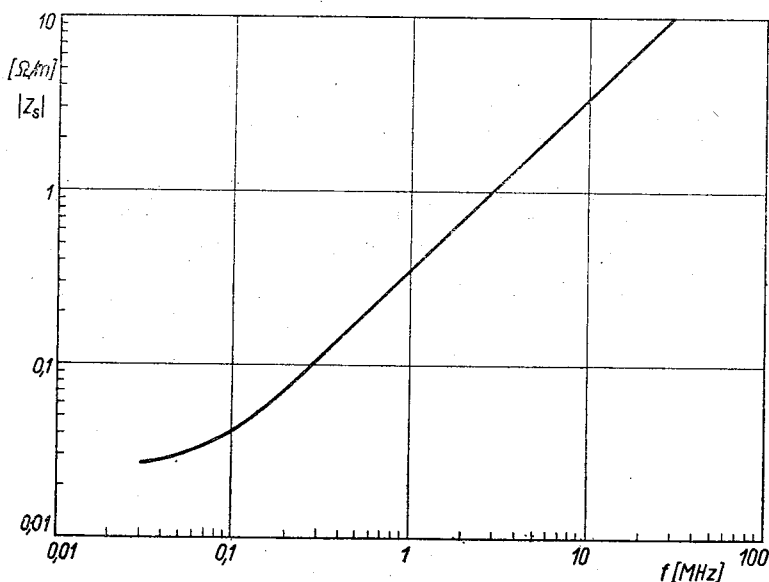


Rys. 26. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej żył zewnętrznych przewodu współosiowego w postaci pojedynczych oplotów o różnej budowie

1 — oplot rzadszy od optymalnego ($m = 24$, $p = 5$, $2r_o = 0,20$ mm, $2r_2 = 7,7$ mm, $h = 25,4$ mm), 2 — oplot gęstszy od optymalnego ($m = 24$, $p = 6$, $2r_o = 0,20$ mm, $2r_2 = 7,7$ mm, $h = 63,3$ mm), 3 — oplot o budowie zbliżonej do optymalnej ($m = 24$, $p = 5$, $2r_o = 0,21$ mm, $2r_2 = 7,6$ mm, $h = 62,5$ mm)

miarowych zalecanych przez Międzynarodową Komisję Elektrotechniczną [1]. Z punktu widzenia możliwości pomiarowych lepszy jest układ pomiarowy bez rezystancji wstępnej, gdyż w układzie takim tłumienność wtrąceniowa potrójnej linii współosiowej (próbka mierzonego przewodu współosiowego umieszczona koncentrycznie w jednolitym cylindrze metalowym) jest mniejsza, w związku z czym przy tej samej wartości napięcia zasilającego napięcie na wejściu mikrowoltomierza selektywnego jest większe, a zatem przy identycznej czułości mikrowoltomierza można mierzyć mniejsze wartości impedancji sprzężeniowej.

Dla porównania własności sprzężeniowych żyły zewnętrznej przewodu współosiowego o średnicy izolacji żyły wewnętrznej rzędu 7,3 mm, wykonanej w postaci oplotu o budowie zbliżonej do optymalnej, z analogicznymi własnościami tego samego rodzaju żył zewnętrznych o innej budowie, na rys. 26 przedstawiono charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej trzech różnie zbudowanych oplotów. Krzywa 1 z rys. 26 reprezentuje charakterystykę częstotliwościową modułu impedancji sprzężeniowej oplotu o kącie $46,4^\circ$ i o współczynniku krycia jednostronnego mniejszym od wartości optymalnej;



Rys. 27. Charakterystyka częstotliwościowa modułu impedancji sprzężeniowej obwoju z drutów ($n = 56$, $2r_o = 0,156$ mm, $2r_z = 3,96$ mm, $h = 16,7$ mm, $\zeta = 53^\circ 19'$)
 — wyniki pomiarów, $\times$ — wyniki obliczeń ($L_s = 51,65$ nH/m)

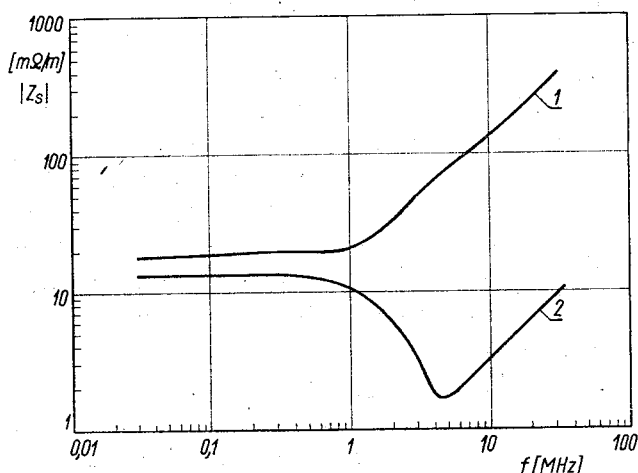
oplot o takiej budowie był do niedawna stosowany przez jedną z wytwórni krajowych. Indukcyjność sprzężeniowa takiego oplotu w zakresie wielkich częstotliwości jest znacznie większa od indukcyjności sprzężeniowej oplotu o budowie zbliżonej do optymalnej, na co wskazuje porównanie krzywej 1 z krzywą 3, obrazującą zależność od częstotliwości modułu impedancji sprzężeniowej oplotu o budowie bliskiej optymalnej.

Na tym samym rysunku krzywa 2 reprezentuje charakterystykę częstotliwościową modułu impedancji sprzężeniowej oplotu o kącie $69,1^\circ$ i o współczynniku krycia jednostronnego większym od optymalnego; opłot taki był również stosowany w przeszłości przez

jedną z wytwórni krajowych, a jego indukcyjność sprzężeniowa jest zdecydowanie większa od indukcyjności sprzężeniowej opłotu o budowie zbliżonej do optymalnej.

Oplot symetryczny o konstrukcji optymalnej z punktu widzenia własności sprzężeniowych gwarantuje zatem uzyskanie najmniejszej impedancji sprzężeniowej przy znacznie mniejszym zużyciu miedzi, niż w przypadku opłotów dawniej stosowanych. Lokując kąt układania drutów takiego opłotu w przedziale od 60° do 70° otrzymuje się ponadto zgodnie z p. 3 praktycznie najmniejszą możliwą do uzyskania rezystancję jednostkową opłotu w zakresie wielkich częstotliwości, a więc — najkorzystniejsze własności transmisyjne przewodu.

W celu wykazania, że wybór opłotu symetrycznego jako optymalnego rozwiązania konstrukcyjnego giętkiej żyły zewnętrznej przewodu współosiowego wielkiej częstotliwości nie jest wyborem arbitralnym, na rysunkach 27 i 28 przytoczono charakterystyki



Rys. 28. Charakterystyki częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej opłotu symetrycznego i niesymetrycznego

1 — opłot niesymetryczny ($n = 8 \times 7 + 8 \times 3$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,1$ mm, $h = 16,7$ mm), 2 — opłot symetryczny o budowie zbliżonej do optymalnej ($n = 8 \times 6 + 8 \times 6$, $2r_o = 0,15$ mm, $2r_2 = 4,1$ mm, $h = 16,7$ mm)

częstotliwościowe modułu impedancji sprzężeniowej żył zewnętrznych o postaci obwoju z drutów i o postaci opłotu niesymetrycznego, w którym pasma nawijane w jednym kierunku zawierają mniej drutów niż pasma nawijane w kierunku przeciwnym. Porównanie danych uwidoczniionych na tych rysunkach wskazuje, że impedancja sprzężeniowa obwoju z drutów jest przy dużych częstotliwościach prawie 1000-krotnie większa od impedancji sprzężeniowej opłotu symetrycznego o budowie zbliżonej do optymalnej (krzywa 2 na rys. 28), nałożonego z takim samym skokiem, podczas gdy impedancja sprzężeniowa opłotu niesymetrycznego (krzywa 1 na rys. 28) o identycznej gęstości optycznej jak w przypadku opłotu symetrycznego, nałożonego również z jednakowym skokiem, jest w tych samych warunkach 35-krotnie większa od impedancji sprzężeniowej opłotu symetrycznego o budowie optymalnej. Z uwagi na niekorzystne własności sprzężeniowe obwój z drutów oraz opłot niesymetryczny nie mogą być stosowane w przewodach wielkiej częstotliwości.

6. PODSUMOWANIE

Przytoczone rozważania oraz wyniki badań dowodzą, że istnieją możliwości optymalizacji konstrukcji giętkich przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości zarówno z punktu widzenia ich własności transmisyjnych, determinujących warunki transmisji wzdłuż przewodu fal elektromagnetycznych typu TEM, jak też z punktu widzenia własności sprzężeniowych, charakteryzujących przenikanie pola elektromagnetycznego quasi-stacjonarnego z zewnętrznego otoczenia do wnętrza przewodu, bądź w kierunku przeciwnym. Optymalizacja konstrukcji przewodu współosiowego pod kątem jego własności transmisyjnych sprowadza się do wyboru takiej budowy żyły zewnętrznej o postaci symetrycznego opłotu z drutów, przy której rezystancja jednostkowa opłotu w zakresie wielkich częstotliwości osiąga minimum, ponieważ wówczas najmniejsza jest tłumienność falowa jednostkowa przewodu, a także zniekształcenia fazowe. W świetle danych przytoczonych w p. 3 minimum rezystancji jednostkowej opłotu występuje w zakresie kątów opłotu zawartych w przedziale od 60° do 70° , a położenie tego minimum zależy od gęstości optycznej opłotu.

Optymalizacja konstrukcji giętkiego przewodu współosiowego z uwagi na własności sprzężeniowe sprowadza się natomiast do wyboru takiej struktury geometrycznej symetrycznego opłotu, przy której impedancja sprzężeniowa opłotu w zakresie wielkich częstotliwości osiąga minimum. Analiza przeprowadzona w pracy [11] na zastępujących opłót uproszczonych modelach wykazała, że tego rodzaju optymalizacja jest możliwa jedynie przy kątach opłotu większych od 40° , a optymalna gęstość optyczna przy stałej liczbie drutów w pasmach zmniejsza się ze wzrostem kąta opłotu, natomiast przy dużych, niezmiennych wartościach kątów zwiększa się ze wzrostem liczby drutów w pasmach. Wnioski te potwierdzają wyniki badań, na podstawie których opracowano przedstawione w p. 5 zasady doboru optymalnych z uwagi na własności sprzężeniowe konstrukcji opłotów.

Jest rzeczą istotną, że warunki optymalizacji konstrukcji opłotów pod kątem własności sprzężeniowych są niesprzeczne z warunkami optymalizacji ze względu na własności transmisyjne, w związku z czym możliwy jest dobór takich konstrukcji, które są optymalne zarówno z punktu widzenia własności sprzężeniowych, jak i z punktu widzenia własności transmisyjnych. W praktyce nie jest to konieczne, ponieważ minimum rezystancji jednostkowej opłotu jest stosunkowo łagodne, wobec czego całkowicie wystarczający jest wybór konstrukcji opłotu optymalnej z uwagi na własności sprzężeniowe pod warunkiem, że kąt opłotu należy do przedziału $60^\circ \div 70^\circ$. Wprost przeciwnie, impedancja sprzężeniowa w bardzo dużym stopniu zależy od budowy opłotu i przy niewielkim odchyleniu od warunków optymalizacji wzrost tej impedancji jest znaczny.

Przytoczone wyniki pomiarów charakterystyk częstotliwościowych impedancji sprzężeniowej dowodzą, że własności sprzężeniowe opłotów o budowie optymalnej są zdecydowanie lepsze od analogicznych własności opłotów dotychczas stosowanych, a ponadto opłoty takie przy właściwym wyborze parametrów konstrukcyjnych mogą być lżejsze od 30% do 40%, a w niektórych przypadkach nawet dwukrotnie, od opłotów dotychczasowych. Reasumując można stwierdzić, że stosowanie opłotów o budowie optymalnej jest korzystne z punktu widzenia własności transmisyjnych i sprzężeniowych przewodów współosiowych, a ponadto prowadzi do znacznego obniżenia kosztów wytwarzania, wśród których koszt opłotu jest składnikiem dominującym.

LITERATURA

1. Commission Électrotechnique Internationale. Publication 96—1, III-me édition, Genève, 1971, Câbles pour fréquences radioélectriques. I-re partie: Prescriptions générales et méthodes de mesure.
2. G. W. A. Dummer, W. T. Blackband, *Wires and R. F. Cables*, Pitman and Sons, London 1961.
3. R. D. Engels, T. Fischer, *Die Schirmdichte von Hochfrequenzkabeln*, Frequenz, t. 25, 1971, nr 3, s. 64—69.
4. I. I. Grodniew, K. J. Siergiejczuk, *Ekranowanie aparatury i kabli swiazi*, Swiazizdat, Moskwa 1960.
5. I. J. Jefimow, *Radioczastotnyje linii pieriedaczi*, Sowietkoje Radio, Moskwa 1964.
6. H. Kaden, *Wirbelströme und Schirmung in der Nachrichtentechnik*, Springer-Verlag, Berlin, J. F. Bergmann, München 1959.
7. L. Krügel, *Abschirmwirkung von Aussenleitern flexibler Koaxialkabel*, Telefunken-Zeitung, t. 29, 1956, nr 114, s. 256—266.
8. T. Łapiński, Z. Perkowski, *Przewody telekomunikacyjne*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1972.
9. W. Nowicki, *Podstawy teletransmisji*, t. 1, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1971.
10. Z. Perkowski, T. Łapiński, *Nowoczesne kable telekomunikacyjne*, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa 1968.
11. Z. Perkowski, *Optymalizacja budowy ekranów wielodrutowych przewodów współosiowych wielkiej częstotliwości. Część I. Podstawy teoretyczne*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 19, 1973, z. 3, s. 517—560; *Część II. Metoda i wyniki badań*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 19, 1973, z. 4, s. 685—712.
12. Z. Perkowski, *Wyznaczanie pojemności torów elektrycznych ekranowanej czwórki gwiazdowej*, Archiwum Elektrotechniki, t. 17, 1968, z. 3, s. 567—578.
13. Z. Perkowski, *Wyznaczanie pojemności torów elektrycznych pary symetrycznej ekranowanej*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 13, 1967, z. 2, s. 307—329.
14. Z. Perkowski, *Wyznaczanie pojemności torów elektrycznych wielowiązkowych kabli telekomunikacyjnych*, Archiwum Elektrotechniki, t. 16, 1964, z. 4, s. 919—942.
15. Z. Perkowski, *Wyznaczanie pojemności torów symetrycznych kabli telekomunikacyjnych metodą potencjału zespolonego*, Biuletyn Kablowy, t. 8, 1964, nr 1(40), s. 3—21.
16. Z. Perkowski, *Wyznaczanie pojemności torów współosiowych o przewodach wielodrutowych*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 15, 1969, z. 1, s. 105—127.
17. Z. Perkowski, *Zmodyfikowana metoda potencjału zespolonego w zastosowaniu do obliczania parametrów pierwotnych torów przewodowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Gdańska, Wydział Elektroniki, Gdańsk 1968.
18. S. Ramo, J. R. Whinnery, *Fields and Waves in Modern Radio*, John Wiley and Sons, New York 1944.
19. S. A. Schelkunoff, *The Electromagnetic Theory of Coaxial Transmission Lines and Cylindrical Shields*, Bell System Technical Journal, t. 13, 1934, s. 532—579.
20. D. L. Szarle, *O przybliżonych formułach rasczota wtoricznych parametrow pieriedaczi kabielej swiazi*, Trudy NIIP, выпуск I, s. 162—177, Gosenergoizdat, Moskwa—Leningrad 1956.
21. J. Zorzy, R. F. Muehlberger, *R. F. Leakage Characteristics of Popular Coaxial Cables and Connectors, 500 Mc to 7.5 Gc*, The Microwave Journal, t. 4, 1961, nr 11, s. 80—86.
22. R. J. Teperek, F. A. Benson, *Attenuation/ frequency characteristics of braided coaxial cables at microwave frequencies*, Proceedings IEE, Electronics, t. 120, 1973, nr 10, s. 1219—1225.
23. R. J. Teperek, F. A. Benson, *Losses in braided coaxial cables in the frequency range 100 kHz — 100 MHz*, Proceedings IEE, Electronics, t. 120, 1973, nr 12, s. 1465—1468.

Z. PERKOWSKI

OPTIMIZATION OF CONSTRUCTION OF FLEXIBLE HIGH FREQUENCY COAXIAL CABLES

Summary

The paper presents an experimentally verified method of calculation of transmission properties of flexible coaxial cables. The possibility of construction optimization of these cables from the point of view their transmission properties is examined also. The analysis of this possibility is based on the connection between wire braid internal impedance and its structure. The relation between these has been obtained as a result of the application of a mapping method with linear currents for a quasistationary electromagnetic field in communication cables. The author has developed and presented this method in the following papers [8, 10, 17]. This paper contains also a short discussion of cross-talk properties of flexible coaxial cables and analysis of optimization possibility of these cables from the point of view of their cross-talk properties. The discussion is based on the experimental results published in the paper [11].

Z. PERKOWSKI

OPTIMISATION DE LA CONSTRUCTION DES CÂBLES COAXIAUX FLEXIBLES POUR HAUTES FRÉQUENCES

Résumé

Dans l'étude on a présenté la méthode vérifiée expérimentalement de l'évaluation des paramètres primaires et secondaires des câbles coaxiaux flexibles. On a examiné aussi la possibilité de l'optimisation de la construction de ces câbles du point de vue de leurs paramètres secondaires. L'analyse de cette possibilité a été basée sur la relation entre l'impédance interne de la tresse des fils et leurs dimensions. Cette relation a été obtenue par l'application de la méthode de modelage du champ électromagnétique quasi-stationnaire des câbles de télécommunication par les courants linéaires. La méthode a été élaborée par l'auteur et elle a été présentée dans les publications suivantes [8, 10, 17].

En plus, l'étude contient une courte discussion des paramètres d'influence des câbles coaxiaux flexibles et la possibilité d'optimisation de la construction de ces câbles du point de vue des paramètres d'influence. Cette discussion a été basée sur les résultats de mesures déjà publiés [11].

Z. PERKOWSKI

KONSTRUKTIONSOPTIMIERUNG DER KOAXIALEN HOCHFREQUENZLEITUNGEN

Zusammenfassung

In der Abhandlung wird die experimentell überprüfte Berechnungsmethode für die Übertragungseigenschaften koaxialer HF-Leitungen dargestellt. Außerdem wird die Möglichkeit untersucht, den Aufbau solcher Leitungen hinsichtlich der günstigsten Übertragungseigenschaften zu optimieren. Die Analyse dieser Möglichkeit basiert auf dem Zusammenhang des inneren Scheinwiderstandes eines Drahtgeflechtes mit seinen Konstruktionsparametern. Diese Beziehung wird mittels der Nachbildungsmethode eines quasi-stationären elektromagnetischen Feldes im Nachrichtenkanal mit Hilfe von Linienquellen gefunden. Diese Methode ist von dem Verfasser des Gegenwärtigen bearbeitet worden, und in den Veröffentlichungen [8, 10, 17] beschrieben. Die Abhandlung enthält ebenfalls eine kurze Diskussion über Kopplungseigenschaften koaxialer HF-Leitungen und über die Optimierungsmöglichkeiten solcher Leitungen hinsichtlich der günstigsten Kopplungseigenschaften. Diese Diskussion wurde hauptsächlich in Anlehnung an die Meßergebnisse der Veröffentlichung [11] durchgeführt.

З. ПЕРКОВСКИ

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ ГИБКИХ КОАКСИАЛЬНЫХ КАБЕЛЕЙ

Резюме

Представлены, подтверждённые экспериментами, методика расчёта параметров передачи гибких коаксиальных кабелей и анализ возможности оптимализации конструкции таких кабелей с точки зрения их параметров передачи. Анализ упомянутой возможности обоснован на зависимости внутреннего импеданса оплётки из проволок от её конструктивных параметров; эта зависимость получена в результате применения разработанной автором и опубликованной в работах [8, 10, 17] методики моделирования квазистационарного электромагнитного поля кабелей связи с помощью линейных токов. Кроме того, приведена короткая характеристика параметров влияния гибких коаксиальных кабелей и возможности оптимализации конструкции таких кабелей с точки зрения их параметров влияния. Эта характеристика обоснована главным образом на результатах исследований, опубликованных в статье [11].

Ocena korelacyjnych własności dyskretnych sygnałów losowych

ANDRZEJ DZIECH (KIELCE), IRENEUSZ M. SMOLEWSKI (KIELCE)

*Instytut Automatyki Politechniki Świętokrzyskiej**Otrzymano 6.8.1979*

W artykule przedstawiono sposób oceny funkcji autokorelacji dla sygnałów losowych, dyskretnych. Podano analityczny sposób oceny funkcji korelacji w przypadku ogólnym. Uzyskano odpowiednie wyrażenie dla konkretnych wartości parametrów sygnału losowego. Za pomocą maszyny cyfrowej sporządzono wykres otrzymanych zależności.

1. WSTĘP

Wiele zagadnień związanych z przesyłaniem informacji cyfrowych można sprowadzić do modelu procesu stochastycznego reprezentowanego przez strumień impulsów prostokątnych (SIP). W ogólnym przypadku czas trwania impulsów, ich liczba oraz przerwy między nimi są parametrami o charakterze zmiennych losowych. Zakładamy, że proces stochastyczny reprezentowany przez SIP jest stacjonarny, a poszczególne zmienne losowe są niezależne. Dodatkowo założono, że impulsy SIP nie zachodzą na siebie, tzn. są rozłączne. Do ważniejszych charakterystyk opisanego procesu należy zaliczyć funkcję korelacji (ściślej — autokorelacji).

Złożoność oceny funkcji korelacji zależy w dużym stopniu od charakteru zmiennych losowych. Na przykład, w przypadku sygnału telegraficznego, dla którego zakłada się, że liczba zmian wartości zero na jeden i jeden na zero jest zmienną losową o rozkładzie Poissona, określenie funkcji korelacji jest zadaniem prostym. Decyduje o tym fakt, że dla określenia funkcji korelacji wystarczy znajomość rozkładu liczby zmian wartości sygnałów.

Problem ten staje się bardziej skomplikowany, jeżeli, tak jak w przypadku SIP, zmienne losowe reprezentowane są przez sumę dwóch lub więcej składowych i jednocześnie zmienne losowe są typu ciągłego. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie metody określenia funkcji korelacji (autokorelacji) opisanego wyżej procesu, której podstawowa idea była omówiona w pracy [3] oraz wskazanie możliwości zastosowania tej metody do oceny własności korelacyjnych (w dalszej konsekwencji widma energetycznego) sygnałów pochodzących z określonych źródeł informacji.

2. SPOSÓB WYZNACZANIA FUNKCJI KORELACJI SIP W PRZYPADKU OGÓLNYM

Jak wiadomo [2] funkcja korelacji dla procesu stochastycznego jest określona za pomocą wyrażenia

$$K_{xx}(d) = E[X(t)X(t+d)] - \{E[X(t)]\}^2, \quad (1)$$

gdzie:

E — operator uśredniania,

$X(t)$ — funkcja losowa opisująca SIP.

Przyjmujemy oznaczenie

$$E[X(t)X(t+d)] = K(d). \quad (2)$$

Dla procesów stacjonarnych

$$K(d) = K(-d) \quad (3)$$

wystarczy więc obliczyć $K(d)$ tylko dla $d \geq 0$.

SIP jest opisany za pomocą następujących charakterystyk:

$A(v)$, $a(v)$ — dystrybucja i gęstość prawdopodobieństwa czasu trwania impulsów, odpowiednio,

$B(h)$, $b(h)$ — dystrybucja i gęstość prawdopodobieństwa czasu trwania przerw między impulsami, odpowiednio,

$G(T)$, $g(T)$ — dystrybucja i gęstość prawdopodobieństwa okresu SIP, odpowiednio.

Na podstawie powyższych charakterystyk łatwo obliczyć odpowiednie charakterystyki średnie, jak np.

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} va(v)dv \quad \text{— średnia długość impulsów SIP,} \quad (4)$$

$$z = \frac{1}{T} = \frac{1}{\bar{v} + \bar{h}} \quad \text{— średnia częstość pojawiania się impulsów SIP,} \quad (5)$$

$$\eta = \bar{v}z = 1 - z\bar{h} \quad \text{— współczynnik wypełnienia SIP.} \quad (6)$$

SIP można opisać też za pomocą funkcji losowej $X(t)$, która przyjmuje wartość jeden lub zero, przy czym jej gęstość prawdopodobieństwa wyraża się wzorem

$$f(x) = \eta\delta(x-1) + (1-\eta)\delta(x), \quad (7)$$

gdzie $\delta(x)$ — funkcja delta.

Obliczając funkcję korelacji dla stacjonarnych SIP wprowadzono funkcję $r_k(t)$ opisującą k -ty impuls SIP

$$r_k(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t_k \leq t \leq t_k + v_k, \\ 0 & \text{dla pozostałych } t, \end{cases} \quad (8)$$

gdzie:

t_k — moment pojawienia się czoła k -tego impulsu,

v_k — czas trwania k -tego impulsu.

Obliczenie funkcji korelacji, jak wynika ze wzorów (1) oraz (8), sprowadza się przede wszystkim do określenia sumy

$$K(d) = \sum_{k=0}^{\infty} E[r_o(t)r_k(t+d)]. \quad (9)$$

Przekształcimy wzór (9) do postaci

$$K(d) = E[r_o(t)r_o(t+d)] + \sum_{k=1}^{\infty} E[r_o(t)r_k(t+d)]. \quad (10)$$

Pierwszy składnik we wzorze (10) oznacza, że momenty czasu t i $t+d$ znajdują się wewnątrz impulsu przyjętego jako zerowy. Prawdopodobieństwo trafienia momentu t w impuls zerowy jest równe η , a prawdopodobieństwo trafienia w ten przedział momentu $t+d$ jest równe prawdopodobieństwu, że impuls nie zakończy się przed upływem czasu d . Mamy więc

$$E[r_o(t)r_o(t+d)] = \eta P(y > d) = z\bar{v}P(y > d), \quad (11)$$

gdzie y — czas od momentu t do chwili zakończenia się zerowego impulsu.

Można wykazać [3], że

$$P(y > d) = \frac{1}{\bar{v}} \int_d^{\infty} q(y) dy = \frac{1}{\bar{v}} \int_d^{\infty} \int_y^{\infty} a(x) dx dy, \quad (12)$$

a stąd

$$E[r_o(t)r_k(t+d)] = z \int_d^{\infty} \int_y^{\infty} a(x) dx dy. \quad (13)$$

Pozostałe składniki sumy (10) obliczono posługując się wzorem

$$E[r_o(t)r_k(t+d)] = \eta \int_0^{\infty} \int_{d-v}^d w_k(l) dl dv, \quad (14)$$

gdzie $w_k(l)$ — gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej l .

Zmienną losową l określono następująco

$$l = y + \sum_{i=0}^{k-1} h_i + \sum_{i=1}^{k-1} v_i, \quad (15)$$

czyli jest to czas jaki upłynął pomiędzy momentem t a początkiem k -tego impulsu. Zakładając, że dane są gęstości prawdopodobieństw $a(x)$, $b(x)$ oraz gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej y

$$c(x) = \frac{1}{\bar{v}} \int_y^{\infty} a(x) dx, \quad (16)$$

w celu znalezienia gęstości prawdopodobieństwa $w_k(l)$ posłużono się przekształceniem Laplace'a. I tak

$$\begin{aligned} U(s) &= \mathcal{L}[a(x)], \\ V(s) &= \mathcal{L}[b(x)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$Z(s) = \mathcal{L}[z(x)] = \frac{1}{s\bar{v}} [1 - U(s)].$$

Stąd

$$w_k(s) = Z(s)[V(s)]^k[U(s)]^{k-1}, \quad (18)$$

gdyż zmienna losowa l jest sumą niezależnych zmiennych losowych y , h , v . Mamy więc

$$w_k(l) = \frac{1}{2\pi j\bar{v}} \int_{-j\infty}^{+j\infty} [1 - U(s)] [V(s)]^k [U(s)]^{k-1} e^{sl} \frac{ds}{s}. \quad (19)$$

A zatem wyrażenie (10) przyjmie postać

$$K(d) = z \int_d^\infty \int_y^\infty a(x) dx dy + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \eta \int_0^d \int_{d-y}^\infty \frac{1}{2\pi j\bar{v}} \int_{-j\infty}^{+j\infty} [1 - U(s)] [V(s)]^k [U(s)]^{k-1} e^{sy} \frac{ds}{s} dx dy, \quad (20)$$

lub w postaci zmiennej zespolonej

$$K(s) = \frac{z\bar{v}}{s} - \frac{z}{s^2} [1 - U(s)] \frac{1 - V(s)}{1 - U(s) V(s)}. \quad (21)$$

3. OCENA FUNKCJI KORELACJI DLA SIP O ZADANYCH ROZKŁADACH PARAMETRÓW

Przy projektowaniu fragmentów systemu zbierania i przesyłania informacji w elektro-stalowni Huty im. M. Nowotki w Ostrowcu Świętokrzyskim zachodziła konieczność określenia i ustalenia przyczyn statystycznej zależności informacji pochodzących z określonych źródeł oraz oceny szybkości zmian sygnałów informacyjnych i ich parametrów energetycznych (gęstości widmowej mocy). Ze względu na fakt, że w stosunku do wielu źródeł można stosować model strumieni impulsowych, określenie funkcji autokorelacji według przedstawionej wyżej metody dawało w wielu przypadkach wyczerpujące informacje o procesie.

W jednym z fragmentów projektowanego systemu powstała między innymi następująca sytuacja. Z wybranych punktów pomiarowych w sposób przypadkowy otrzymujemy informacje o procesie produkcyjnym i stanach urządzeń technologicznych. Informacja przedstawiona w postaci pakietów o zmiennej długości (w zależności od źródła) jest wprowadzana do urządzenia buforowego. Na wstępną obróbkę odczytywanej z urządzenia buforowego informacji, niezależnie od długości pakietu przeznaczony jest ustalony czas h_0 . Obróbka informacji jest dokonywana w ośrodku dyspozytorskim za pomocą komputera PDP 11.

Powyższy proces łatwo sprowadzić do modelu strumienia impulsowego, w którym przerwy między impulsami są stałe (czas obróbki pakietu), a czas trwania impulsu (pakietu) jest reprezentowany przez zmienną losową, której rozkład jest aproksymowany rozkładem wykładniczym. To ostatnie założenie wprowadzono na podstawie analizy źródeł informacji.

Przy tak sprecyzowanych założeniach określono funkcję korelacji strumienia impulsów analitycznie oraz na podstawie obliczeń na maszynie cyfrowej wykonano wykres znormalizowanej funkcji korelacji, tj. współczynnika korelacji $p(x)$.

W rozpatrywanym przypadku, ponieważ

$$\begin{aligned} a(v) &= \frac{1}{\bar{v}} \exp\left(-\frac{v}{\bar{v}}\right), \\ b(h) &= \delta(h-h_o), \end{aligned} \quad (22)$$

to transformaty Laplace'a są następujące:

$$\begin{aligned} U(s) &= \frac{1}{1+s\bar{v}}, \\ V(s) &= \exp(-sh_o). \end{aligned} \quad (23)$$

Skorzystano ze wzoru (21) i otrzymano

$$K(s) = \frac{z\bar{v}}{s} \left[1 - \frac{1 - \exp(-sh_o)}{1 + s\bar{v} - \exp(-sh_o)} \right]. \quad (24)$$

Korzystając z twierdzenia o szeregu geometrycznym otrzymano wyrażenie

$$K(s) = \frac{z\bar{v}}{s} [1 - f(s)], \quad (25)$$

gdzie

$$f(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\exp(-skh_o)}{(1+s\bar{v})^{k+1}} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\exp[-s(k+1)h_o]}{(1+s\bar{v})^{k+1}}. \quad (26)$$

Stąd

$$K(d) = z\bar{v} - z\bar{v} \int_0^d f(x) dx. \quad (27)$$

Oryginałem wyrażenia (26) jest funkcja

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{\substack{k=0 \\ x > kh_o}}^{\left[\frac{x}{h_o}\right]} \frac{(x - kh_o)^k}{k! \bar{v}^{k+1}} \exp\left(-\frac{x - kh_o}{\bar{v}}\right) - \\ &- \sum_{\substack{k=0 \\ x > (k+1)h_o}}^{\left[\frac{x}{h_o}\right]-1} \frac{[x - (k+1)h_o]^k}{k! \bar{v}^{k+1}} \exp\left[-\frac{x - (k+1)h_o}{\bar{v}}\right], \end{aligned} \quad (28)$$

gdzie $\left[\frac{x}{h_o}\right]$ — część całkowita liczby $\frac{x}{h_o}$.

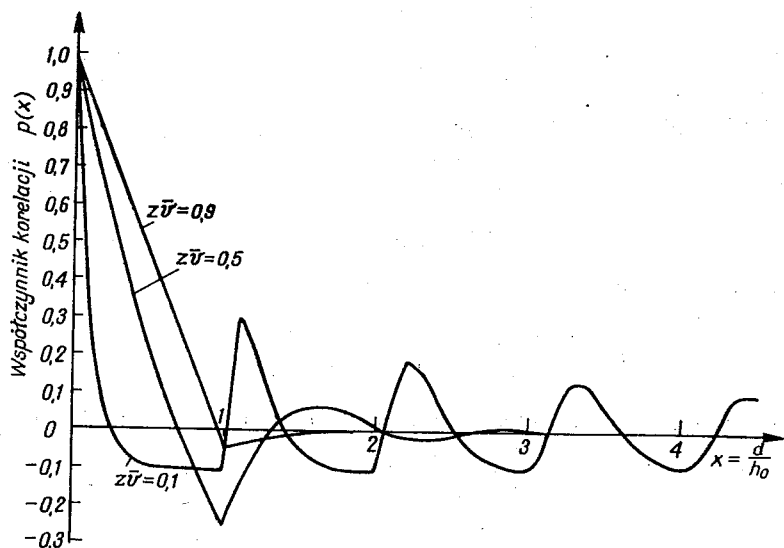
Po podstawieniu do (27) otrzymano

$$K(d) = z\bar{v} \sum_{k=0}^{\left[\frac{d}{h_o}\right]} \frac{(d - kh_o)^k}{\bar{v} k!} \exp\left(-\frac{d - kh_o}{\bar{v}}\right) \quad (29)$$

oraz

$$p(x) = \frac{K(x) - (z\bar{v})^2}{z\bar{v} - (z\bar{v})^2}. \quad (30)$$

W oparciu o wyrażenia (29) i (30) przeprowadzono obliczenia na maszynie cyfrowej, a wyniki przedstawiono w postaci wykresu na rys. 1.



Rys. 1. Wykres współczynnika korelacji dla SIP o eksponencjalnym rozkładzie długości impulsów i stałych przerwach między nimi

4. ZAKOŃCZENIE

Przeprowadzona analiza wskazuje, że nawet w stosunkowo prostym przypadku analityczne znalezienie funkcji korelacji jest zadaniem skomplikowanym. W związku z tym do szacowania funkcji korelacji wydaje się celowe stosowanie metod przybliżonych.

Jak wynika z przeprowadzonej analizy i wykresu na rys. 1 decydującym parametrem określającym zależności korelacyjne SIP jest iloczyn $z\bar{v}$ (współczynnik wypełnienia). W przypadku, gdy rozkład czasu trwania impulsów jest wykładniczy a przerwy stałe, dla wartości współczynnika wypełnienia $z\bar{v} \geq 0,9$, jak należało oczekiwać, obserwujemy szybkie zanikanie wartości funkcji korelacji do zera.

W rozpatrywanym w pracy przykładzie, uwzględniając specyfikę projektowanego systemu korzystna jest taka organizacja jego pracy, przy której widmo sygnału informacyjnego zajmuje ograniczone, wąskie pasmo a wartość sygnału w danej chwili t_1 nie zależy od tego jaką wartość miał sygnał w chwilach poprzedzających $(t_1 - v)$. Te warunki jak wynika z wykresu na rys. 1 spełnione są dla $z\bar{v} \geq 0,5$.

LITERATURA

1. A. Dziech, *Błędy rekombinacji przy odbiorze wybranych ciągów kodowych*, Archiwum Elektrotechniki, 1, 1976.
2. M. Fis, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1967.
3. W. L. Lifszic, K. J. Bilenko, *Mnogokanalnyje asinchronnyje sistemy pieriedaczi informaczi*, Swiaź, Moskwa 1974.

A. DZIECH, I. M. SMOLEWSKI

EVALUATION OF CORRELATION PROPERTIES IN RECTANGULAR PULSE STREAMS

Summary

The paper deals with correlation function analysis of rectangular pulse streams (RPS). The idea of analysis for the class of RPS is presented. The equation of correlation function is obtained and an example is given.

A. DZIECH, I. M. SMOLEWSKI

ESTIMATION DES PROPRIÉTÉS DE CORRÉLATION DES SIGNAUX ALÉATOIRES DISCRETS

Résumé

Dans l'étude on a présenté la manière d'estimation de la fonction de l'autocorrélation des signaux aléatoires discrets. On a donné le mode analytique de l'estimation de la fonction de corrélation pour le cas général. On a obtenu une expression convenable pour les valeurs effectives des paramètres du signal aléatoire. A l'aide d'un calculateur numérique on a fait un graphique des relations obtenues.

A. DZIECH, I. M. SMOLEWSKI

SCHÄTZUNGSWEISE KORELATIVER EIGENSCHAFTEN DISKRETER STOCHASTISCHER SIGNALE

Zusammenfassung

Im Referat wurde die Schätzungsweise der Autokorelationsfunktion für diskrete stochastische Signale beschrieben. Die analytische Schätzungsweise der Korelationsfunktion im allgemeinen Fall wurde angeführt. Ein entsprechender Ausdruck für konkrete Parameterwerte des stochastischen Signals wurde gewonnen. Mit Hilfe des Digitalrechners wurde ein Diagramm der gewonnenen Abhängigkeiten aufgestellt.

А. ДЗЕХ, И. М. СМОЛЕВСКИ

ОЦЕНКА КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

Резюме

Представлен способ оценки функции автокорреляции для случайных дискретных сигналов. Приведен аналитический способ оценки функции корреляции в общем случае. Получены соответствующие выражение для конкретных значений параметров случайного сигнала. График полученных зависимостей вычерчен при использовании ЭЦВМ.

Estimation of Service Effectiveness of Overflow Traffic Component Flows in Overflow Systems with Full-Availability Trunk Groups

ANDRZEJ RUCIŃSKI (WARSZAWA)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Warszawskiej

ANDRZEJ KLIMONTOWICZ (WARSZAWA)

Instytut Łączności

The paper received 30.4.1979

The paper estimates service efficiency of component flows in overflow systems with full-availability groups and Poisson input flows. On the basis of simulation, effect of factors conditioning service efficiency of component flows has been determined. A description of the method which allows to estimate, with good accuracy, quality of component flows service as far as quantity is concerned has been included.

1. INTRODUCTION

Simulation studies [8] and calculation [7] show that different traffic flows are served by an overflow group with different efficiency. The most evident example of this phenomenon is observed in hierarchical network on last choice trunk groups. It is obvious then, that the probability of average loss for an overflow group, although determining the whole flow loss precisely, is not able to determine directly and accurately the loss of each component of the flow.

Models (Fig. 1) considered in this paper can be characterized by the following parameters:

- a) types of groups — of full-availability,
- b) input process — Poisson input,
- c) type of service — in order of arrival, no priority,
- d) call service in case of congestion — calls are lost with no effect on input process,
- e) service time distribution — negative-exponential,
- f) algorithm of hunting — sequential hunting.

For the above assumptions mean M and degeneration Θ of the traffic rejected by the first groups (n_{11}, n_{12}) are defined on the basis of the following dependance:

$$M = AE_{1,n}(A), \quad (1)$$

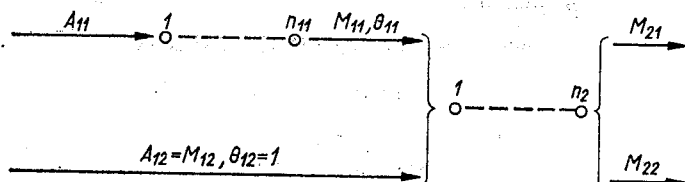
$$\Theta = \frac{V}{M} = 1 - M + \frac{A}{n+1-A+M}. \quad (2)$$

As the quality criterion of the component flows service made by overflow group, we assume loss probability which can be calculated (for systems of several trunks) by means of solving the set of state equations [7]:

$$\begin{aligned}
 & (\alpha A_{11} + \beta A_{12} + x_{11} + x_{12} + x_2) p(x_{11}, x_{12}, x_2) = \\
 & = \gamma A_{11} p(x_{11}-1, x_{12}, x_2) + \delta A_{12} p(x_{11}, x_{12}-1, x_2) + \\
 & + (\varphi A_{11} + \eta A_{12}) p(x_{11}, x_{12}, x_2-1) + \theta(x_{11}+1) p(x_{11}+1, x_{12}, x_2) + \\
 & + \kappa(x_{12}+1) p(x_{11}, x_{12}+1, x_2) + \lambda(x_2+1) p(x_{11}, x_{12}, x_2+1),
 \end{aligned} \quad (3a)$$

$$\sum_{x_{11}=0}^{n_{11}} \sum_{x_{12}=0}^{n_{12}} \sum_{x_2=0}^{n_2} p(x_{11}, x_{12}, x_2) = 1. \quad (3b)$$

a)



b)

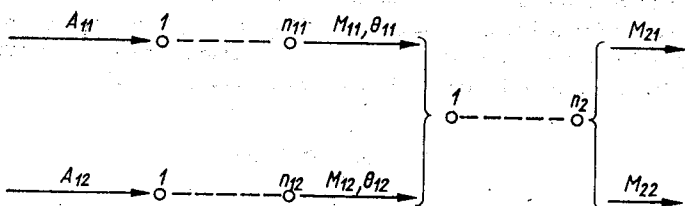


Fig. 1. Models of tested systems

The accurate solution of the set (3a, 3b) is for all important cases practically unobtainable because of numerical difficulties, and therefore quantity estimation of efficiency of component flows service can be made, with quite a good approximation on the basis of the formula proposed in [4] and modified in [2].

Results of the simulation (at confidence level 0.95) were the basis for the study presented here. The simulation was carried out for different combinations of parameters (M, θ) of component flows with a variable number of overflow group n_2 trunks. Assumed limits of parameters M and θ variation

$$1 \text{ erlang} \leq M \leq 10 \text{ erlangs}; \quad 1 \leq \theta \leq 3 \quad (4a)$$

correspond to input flows change in the limits

$$1 \text{ erlang} \leq A \leq 47 \text{ erlangs}. \quad (4b)$$

2. SOME CHARACTERISTICS OF DEGENERATION

Function $\theta = f(n)$ (treated as continuous function) at $A = \text{const}$ has maximum [6] for a value n , which we determine by n_θ . A dependence, which lets one determine n_θ for A in simple way, is given in [5]. This is as follows:

$$n_{\theta} = \frac{A}{0.9}. \quad (5)$$

We can estimate the accuracy of this approximation by means of comparison of approximate values obtained from (5) with accurate values $n_{\theta a}$ got on the basis of (2). Examples are given in Table 1.

Table 1
Estimation the accuracy of approximation (5)

A	n_{θ}	$n_{\theta a}$	$n_{\theta a} - n_{\theta}$
5.00	5.5	7.2	1.7
10.00	11.1	13.5	2.4
17.35	19.3	22.0	2.7
24.00	26.7	29.5	2.8
31.49	35.0	37.5	2.5
47.08	52.3	54.2	1.9

It results from the analysis of Table 1 that n_{θ} can be determined quickly and accurately if we assume that:

$$n_{\theta} = 1.17A + 1.4 \quad \text{for} \quad 1 \leq A \leq 24 \quad (6)$$

and

$$n_{\theta} = 1.07A + 3.9 \quad \text{for} \quad 24 \leq A \leq 47. \quad (7)$$

Now, let us analyze the simplest overflow system presented on Fig. 2 where: n_M — means number of trunks in a group for which traffic loss of flow A is M .

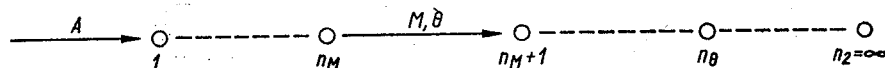


Fig. 2. The simplest overflow system

Varying A and n_M so as $M = \text{const}$ we calculate

$$\Delta n = n_{\theta} - n_M. \quad (8)$$

Substituting (6) or (7) and taking advantage of

$$A - M = n_M \bar{a}_M, \quad (9)$$

where: $\bar{a}_M$ — mean value of traffic served by trunk group n_M , we get

$$\Delta n = A \left(\frac{1.17\bar{a}_M - 1}{\bar{a}_M} \right) + \frac{M}{\bar{a}_M} + 1.4 \quad \text{for} \quad 1 \leq A \leq 24 \quad (10)$$

and

$$\Delta n = A \left(\frac{1.07\bar{a}_M - 1}{\bar{a}_M} \right) + \frac{M}{\bar{a}_M} + 3.9 \quad \text{for} \quad 24 \leq A \leq 47. \quad (11)$$

Because of small changes of $\bar{a}_M$ in the considered variation M and θ interval, it can be assumed that $\Delta n = f(A)_{M=\text{const}}$ is almost, const especially for $M \geq 6$ erlangs. This

assumption is confirmed by the diagrams presented in Fig. 3. Hence, it results that maximum of flow A degeneration with the given value M is on the same overflow group trunk.

Another characteristic can be seen while analyzing loads of each trunk of overflow group for the system as in Fig. 2.

Quantity of the traffic served by each trunk of the group can be calculated from the formula

$$a_n = A[E_{1,n-1}(A) - E_{1,n}(A)]. \quad (12)$$

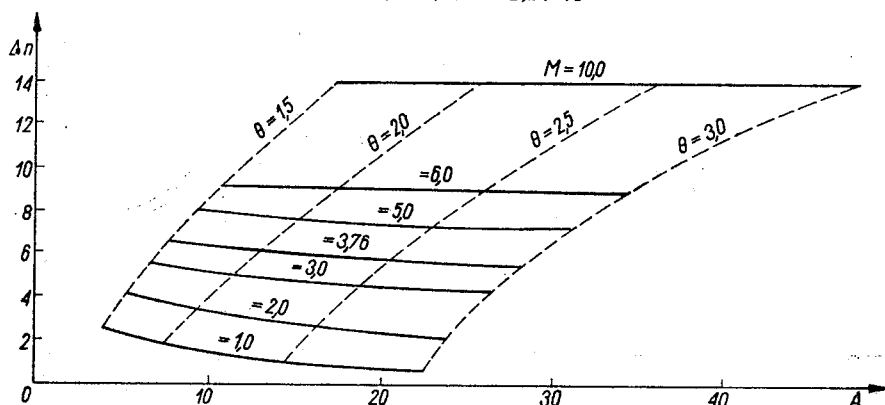


Fig. 3. Relations $\Delta n = f(A)_{M=\text{const}}$

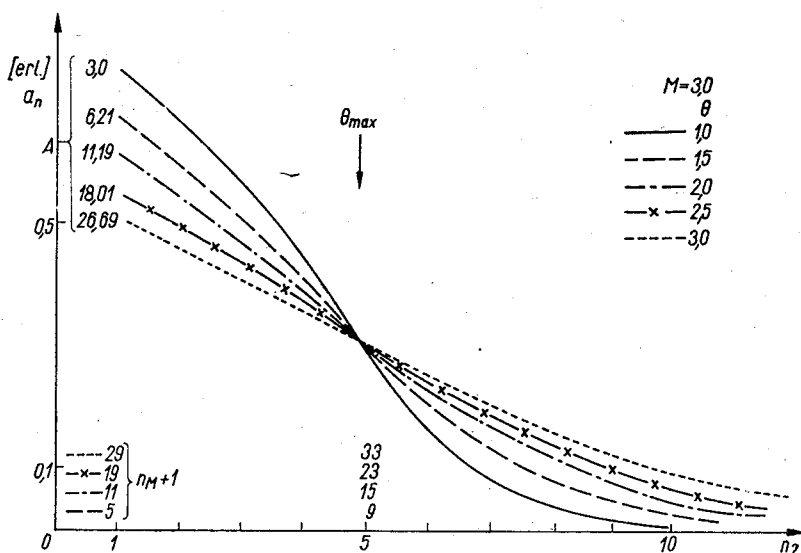


Fig. 4. Relations $a_n = f(n, \theta)_{M=3.0}$

Thus for the given value M and different values of degeneration θ we get a family of curves $a_n = f(n, \theta)_{M=\text{const}}$ (Fig. 4).

Diagrams of function (12) intersect in almost the same point (for the same trunk of overflow group), and abscissa of the point is adequate to the trunk defined by (10) or (11); therefore it is adequate to the trunk for which degeneration θ of the flow A is maximum.

Hence the following assumption can be made: for each mean M and degeneration $\theta \neq 1$, the biggest difference between the loss factor values B_2 (13) and $E_{1,n}(A = M)$ occurs for trunk overflow group of Δn trunks.

3. ANALYTIC AND SIMULATION EXAMPLES

For the overflow system as in Fig. 1 we have

$$B_2(M_{11} + M_{12}) = B_{21}M_{11} + B_{22}M_{12} \quad (13)$$

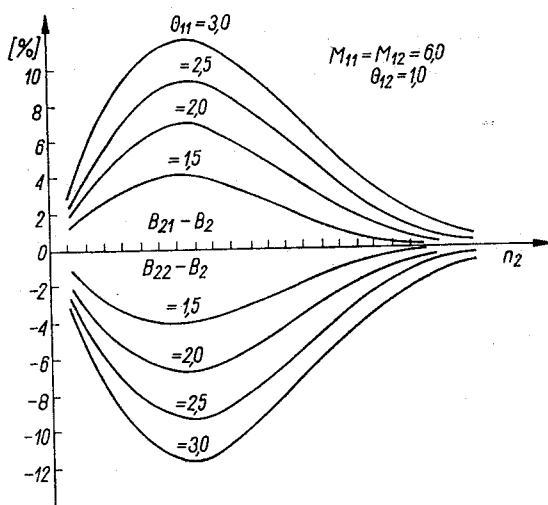


Fig. 5. Relations $B_{21} - B_2 = f(n_2)$ and $B_{22} - B_2 = f(n_2)$ for $M_{11} = (M_{12} = A_{12}) = 6.0$

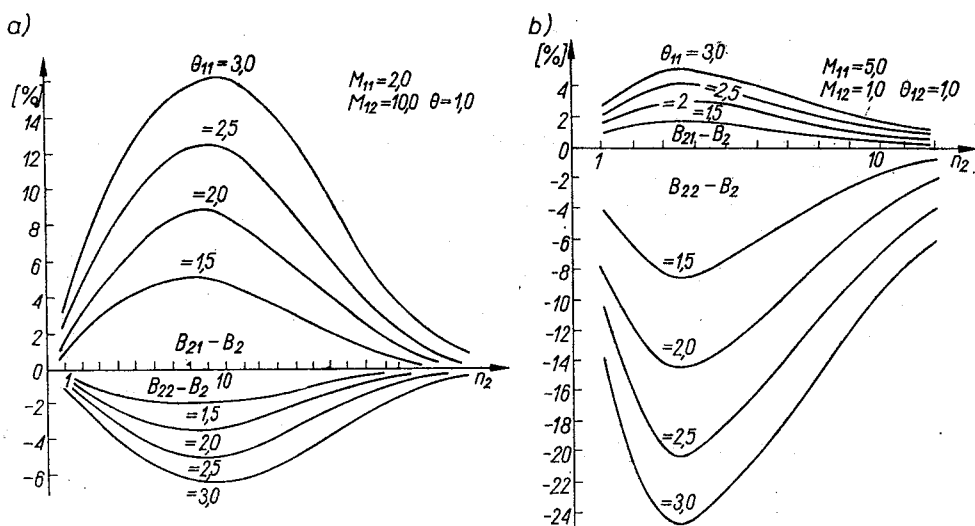


Fig. 6. Relations $B_{21} - B_2 = f(n_2)$ and $B_{22} - B_2 = f(n_2)$ for a) $M_{11} < (M_{12} = A_{12})$, b) $M_{11} > (M_{12} = A_{12})$

where B_2 is a loss factor calculated by means of ERT method [9]. After the conversion we get:

$$\frac{B_{21} - B_2}{B_{22} - B_2} = - \frac{M_{12}}{M_{11}}. \quad (14)$$

Therefore it follows that difference ratio between loss factors of component flows and a loss factor of total flow is proportional to the inverse ratio of mean of the flows. This fact is confirmed by the diagrams presented on Fig. 5 and Fig. 6.

We can assume from Fig. 5 and 6 that there is such an overflow group for a summary flow, for which differences of factors $B_{2i} - B_2$ are maximal. In order to determine the quantity of this group we shall analyze diagrams illustrating traffic service (u_{21}, u_{22}) of component flows with the same mean by following trunks of overflow group (Fig. 7).

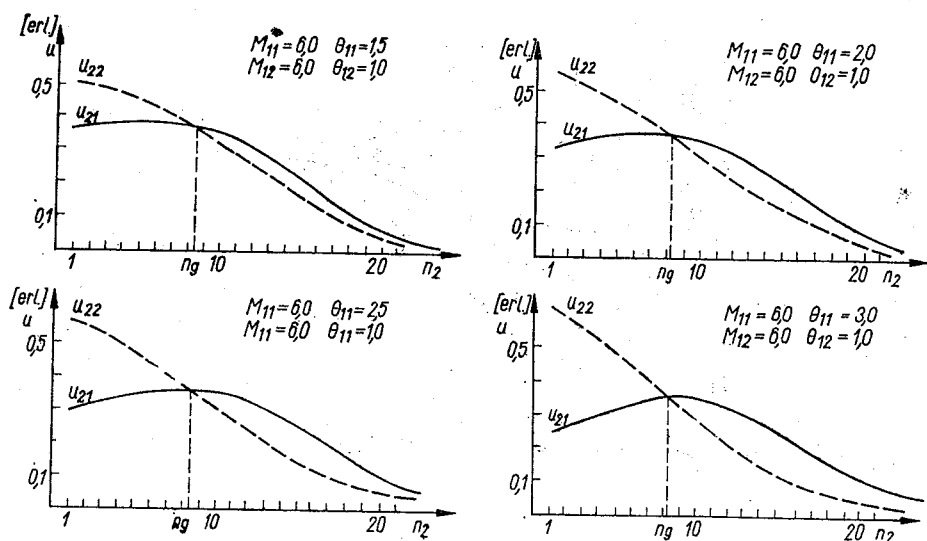


Fig. 7. Relations $u_{21} = f(n_2)$ and $u_{22} = f(n_2)$ for $M_{11} = M_{12} = 6.0$

From the analysis of diagrams presented on Fig. 7 it follows that from two flows of the same mean, the one with the less degeneration θ is served better by first trunks of overflow group. For the trunk denoted n_g , $u_{12} = u_{22}$. After n_g situation changes and the flow which has been served worse, now is served better. That maximal difference $B_{21} - B_2$ and $B_{22} - B_2$ appears for the group of n_g trunks.

Let us compare n_g with Δn calculated for each of the flows in independence conditions, i.e. lack of occurrence of one of components flows, (Table 2). Of course, when $M_{11} = M_{12}$ then $\Delta n_{11} = \Delta n_{12} = \Delta n$.

Therefore, we can state, with very good approximation, that for $M_{11} = M_{12}$ n_g equals to Δn calculated in independence conditions.

When $M_{11} \neq M_{12}$ (Fig. 6) we cannot use this observation. Let us consider that

$$\Delta n_{11} < n_g < \Delta n_{12} \quad \text{for} \quad M_{11} < M_{12}$$

or

$$\Delta n_{11} > n_g > \Delta n_{12} \quad \text{for} \quad M_{11} > M_{12}.$$

Table 2

Comparison values n_g with Δn

$M_{12} = M_{22}$	2.23	3.0	3.76	6.0	10.0
n	4.0	5.0	5.5	8.5	13.0
Δn	3.9	4.8	5.7	8.3	13.1

If we assume (heuristically) that n_g divides section $\langle \Delta n_{11}, \Delta n_{12} \rangle$ into such two sections for which ratio is proportional to the degeneration Θ ratio of component flows, we have therefore

$$\frac{\Delta n_{12} - n_g}{n_g - \Delta n_{11}} = \frac{\Theta_{12}}{\Theta_{11}}. \quad (15)$$

After the conversion we get

$$n_g = \frac{\Theta_{11} \Delta n_{12} + \Theta_{12} \Delta n_{11}}{\Theta_{11} + \Theta_{12}}. \quad (16)$$

For $M_{11} = M_{12}$ we have $\Delta n_{11} = \Delta n_{12}$ and thus from (16) we get $n_g = \Delta n_{11} = \Delta n_{12}$ which is confirmed by the results from Table 2. Let us compare values n_g obtained from the formula (16) with the results of simulation (Table 3). The results from Table 3 show

Table 3

Comparison values n_g obtained from (16) with simulation

$\frac{M_{11}}{M_{12}}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{10}{2}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
Θ_{11}	1.5	3.0	3.0	1.5	3.0	1.5	3.0	1.5
Θ_{12}	1.0	1.0	1.0	1.0	1.5	3.0	1.5	3.0
n_g	5.3	10.7	3.6	7.4	11.5	6.0	9.5	5.6
n_g sym.	5.5	10.5	3.5	7.0	12.0	5.5	9.0	5.5

Table 4

Deviation of loss factor values of component flows

$$|B_{21} - B_2| = |B_{22} - B_2| = \Delta B [\%]$$

$M_{11} = M_{12} =$		3	5	6	10
Θ_{11}	Θ_{12}	ΔB			
2.0	2.5	3.3	3.2	2.7	2.1
2.0	3.0	6.2	4.7	4.6	4.2
1.5	2.5	7.1	6.4	5.2	5.1
1.5	3.0	9.9	8.2	7.9	6.9

quite good accuracy of the formula (16) and point out the usability of this formula in practice.

Investigations of maximal deviation of loss factor values of the component flows from loss factor values for the summary flow, show that these deviations decrease as the mean values of component flows increase. Sample results are given in Table 4.

When one of the flows is the Poissonian flow, $B_{21} - B_p$ and $B_{22} - B_p$ were tested differently, where:

$$B_p = E_{1,n}(M_{11} + A_{12}).$$

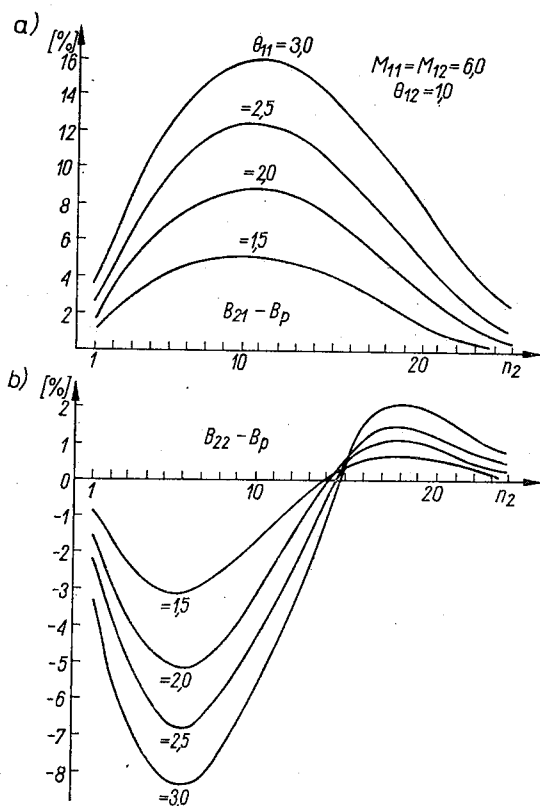


Fig. 8. Relations $B_{21} - B_p = f(n_2)$ and $B_{22} - B_p = f(n_2)$ for $M_{11} = M_{12} = 6.0$

Fig. 8 and Fig. 9 illustrate the sample results. Difference $B_{21} - B_p$ is always positive but the difference $B_{22} - B_p$ can be positive or negative according to the size of a group. Equalizing of B_{22} and B_p appears for a group of which trunk n_0 number can be defined from empiric condition

$$E_{1,n_0}(M_{11} + A_{12}) = 0.12. \quad (17)$$

Thus for $n_2 < n_0$ we always have $B_{22} < B_p$.

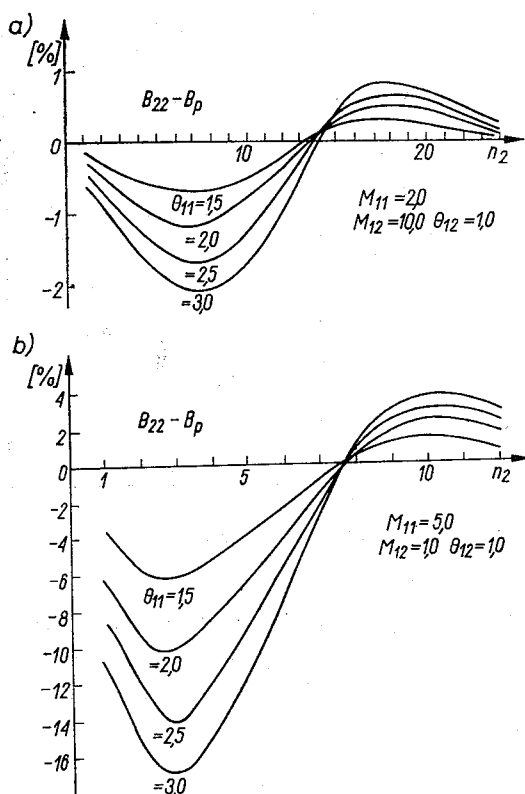


Fig. 9. Relations $B_{22} - B_p = f(n_2)$ for a) $M_{11} = 2.0$, $M_{12} = 10.0$ and b) $M_{11} = 5.0$, $M_{12} = 1.0$

4. CALCULATION OF SERVICE EFFICIENCY

Liwszyc [4] proposes a formula which enables to determine quite accurately the traffic served from single component flows by the first trunk of overflow group. In case of two flows the formula is as follows:

$$u_{i2} = \frac{a_{1i}(1-a_{1j})}{1-a_{1i}a_{1j}} \quad i = 1, 2, \quad j = 3-i, \quad (18)$$

where: a_{1i} , a_{1j} — traffic served by the first trunk of overflow group for a given flow, in case of another component flow inexistence.

Value of a_{1i} is calculated from the formula

$$a_{1i} = A_{1i}[E_{1,n_{1n}}(A_{1i}) - E_{1,n_{1n}+1}(A_{1i})]. \quad (19)$$

It can be proved that

$$\frac{u_{21}}{u_{22}} = \frac{M_{11}^2 V_{12}}{M_{12}^2 V_{11}} = \frac{M_{11} \theta_{12}}{M_{12} \theta_{11}}. \quad (20)$$

In this way the service of component flows has been connected by first trunk of overflow group with the basic parameters characterizing these flows.

On the basis of Liwyszyc formula and Berkeley's method [1] for calculation of symmetrical gradings, we have developed a method of quantity estimation of the efficiency of component flows service of overflow traffic. The principle of the method is shown in Fig. 10.

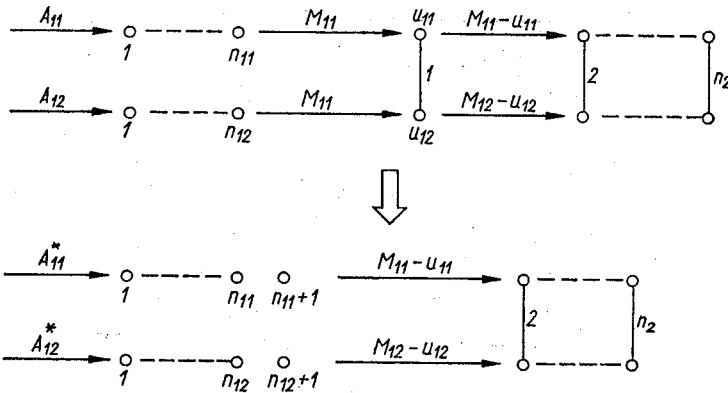


Fig. 10. The principle of the method of quantity estimation the efficiency of component flows service of overflow traffic

Table 5

Comparison values B_{21} , B_{22} obtained from calculation with simulation

n_2	$M_{11} = 6.0$ $\Theta_{12} = 3.0$ $M_{12} = 6.0$ $\Theta_{12} = 1.0$			$M_{11} = 6.0$ $\Theta_{11} = 1.5$ $M_{12} = 10.0$ $\Theta_{12} = 3.0$		
	B_{21} cal.	B_{21} sym.	B_2	B_{22} cal.	B_{22} sym.	B_2
1	0.962	0.955	0.925	0.959	0.955	0.943
2	0.922	0.910	0.853	0.915	0.910	0.889
3	0.877	0.860	0.783	0.875	0.865	0.834
4	0.829	0.804	0.714	0.832	0.818	0.780
5	0.778	0.748	0.646	0.788	0.773	0.728
6	0.725	0.693	0.582	0.744	0.727	0.678
7	0.669	0.635	0.520	0.699	0.679	0.628
8	0.612	0.576	0.461	0.654	0.633	0.580
9	0.554	0.520	0.407	0.609	0.588	0.533
10	0.497	0.462	0.356	0.564	0.544	0.489
11	0.441	0.407	0.308	0.520	0.498	0.444
12	0.386	0.354	0.265	0.477	0.454	0.403
13	0.333	0.303	0.223	0.435	0.411	0.363
14	0.284	0.256	0.187	0.393	0.376	0.324
15	0.238	0.216	0.156	0.353	0.331	0.289
16	0.196	0.179	0.128	0.315	0.293	0.254
17	0.159	0.146	0.104	0.278	0.257	0.222
18	0.127	0.118	0.084	0.243	0.225	0.193
19	0.099	0.094	0.066	0.211	0.196	0.167
20	0.076	0.075	0.051	0.181	0.167	0.142
21	0.057	0.057	0.039	0.153	0.143	0.121
22	0.042	0.043	0.030	0.128	0.122	0.102
23	0.031	0.032	0.022	0.106	0.101	0.085
24	0.022	0.024	0.016	0.086	0.084	0.069

In the proposed method we proceed as follows:

Step 1. The values of the traffic parcels served by the first trunk in the overflow group are computed on the basis of the Liwszyc formula.

Step 2. The system is modified by extending every primary group by one trunk which is subtracted from the overflow group. For the modified system new mean values of Poisson traffic parcels which are offered to primary groups are calculated as to achieve the loss values resulting from the subtraction of the traffic served by the first trunk in the overflow group from the offered traffic parcels.

Step 3. The above procedure is repeated for each consecutive trunk in the overflow group.

It becomes evident then, that the suggested method gives good results but only for estimating the quality of flow service with bigger degeneration, and when $\Delta\theta = |\theta_{11} - \theta_{12}| \geq 1$ (for $\Delta\theta < 1$ differences $B_{21} - B_2$, $B_{22} - B_2$ are small). It is shown in Table 5 and Table 6.

Table 6

Comparison values B_{21} obtained from calculation with simulation

M_{11}	θ_{11}	M_{12}	θ_{12}	B_{21} cal.	B_{21} sym.	B_2
2.23	1.5	2.23	1.0	0.025	0.025	0.021
2.23	3.0	2.23	1.0	0.121	0.117	0.073
3.0	1.5	3.0	1.0	0.025	0.026	0.022
3.0	3.0	3.0	1.0	0.112	0.108	0.070
6.0	1.5	6.0	1.0	0.013	0.014	0.012
6.0	3.0	6.0	1.0	0.022	0.024	0.017
2.0	1.5	10.0	1.0	0.013	0.018	0.013
2.0	3.0	10.0	1.0	0.028	0.031	0.011
1.0	2.0	5.0	1.0	0.035	0.044	0.021
1.0	3.0	5.0	1.0	0.097	0.103	0.134
6.0	3.0	6.0	2.0	0.056	0.054	0.045
10.0	3.0	10.0	2.0	0.168	0.161	0.139
11.0	3.0	10.0	1.5	0.032	0.048	0.021
6.0	3.0	10.0	1.5	0.079	0.082	0.057

Thus having determined B_2 (by the ERT method) and one of the B_{2i} values, one can calculate loss factor for the second flow by the means of simple subtraction. In case of systems with bigger number of component flows, calculation is being done for the most degenerated flow, substituting for the rest of flows one equivalent flow.

5. CONCLUSIONS

On the basis of the research, one can formulate the following conclusions.

1. Mean and degeneration of component flows decide basically the efficiency of service.
2. A flow of smaller degeneration is served better.
3. Flows with the same degeneration are served with, practically, the same efficiency.
4. Difference of values $(B_2 - B_{21})$ is to the difference of values $B_{22} - B_2$ as the inverse ratio of component flow mean (formula 14).

5. Quantity of overflow group, for which deviation of value B_{2i} from B_2 is the biggest, can be determined with good approximation by formula 16.
6. Quantity of maximal deviations of values B_{2i} from B_2 decreases when the mean of component flows increase.
7. Among flows of the same mean, bigger deviations of values B_{2i} from B_2 occur for these flows, for which degeneration Θ ratio is bigger.
8. Loss coefficient of Poisson component flow for a group of trunk number defined by formula (17), is smaller than loss coefficient value for Poisson flow with the mean equal to the mean of the total overflow.

REFERENCES

1. G. S. Berkeley, *Traffic and trunking principles in automatic telephony*, London 1934.
2. M. Butto, G. Colombo, A. Tonietti, *On point-to-point losses in communications networks*, VIII ITC, Melbourne 1976.
3. S. Katz, *Statistical performance analysis of a switched communications network*, V ITC, New York 1967.
4. B. S. Liwzic, *Rasciot potier w schiennach stupienczatych wkluczenij*, Sbornik trudow NIITS 11 (1963).
5. A. Lotze, *Verkehrsteoretische Fragen bei der Gestaltung internationaler Fernwählnetze*, NTZ, 19 (1966).
6. Y. Rapp, *Planning of junction networks in a multiexchange area*, Ericsson Technics, 20 (1964).
7. R. Schehrer, *Über die exakte Berechnung von Überlaufsystemen der Wählvermittlungstechnik*, Dissertation an der Universität Stuttgart, 1969.
8. I. Tange, *Optimum methods for the designing of routes and number of lines in telephone networks with alternative traffic routes*, TELE (1959).
9. R. I. Wilkinson, *Theories for toll traffic engineering in the U.S.A.*, Bell System Technical Journal, v. 35, n. 3, 1956.

A. RUCIŃSKI, A. KLIMONTOWICZ

OCENA JAKOŚCI OBSŁUGI STRUMIENI SKŁADOWYCH RUCHU PRZELEWOWEGO W UKŁADACH PRZELEWOWYCH Z WIĄZKAMI DOSKONAŁYMI

Streszczenie

Przedmiotem artykułu jest ocena efektywności obsługi strumieni składowych w układach przelewowych z wiązkami doskonałymi i poissonowskimi strumieniami zgłoszeń. Na podstawie badań symulacyjnych określono czynniki warunkujące efektywność obsługi strumieni składowych. Przedstawiono opis metody, która pozwala z dobrą dokładnością określić jakość obsługi strumieni składowych.

A. RUCIŃSKI, A. KLIMONTOWICZ

ESTIMATION DE L'EFFICACITÉ DE SERVICE DES COURANTS COMPOSANTS DU TRAFIC AVEC LE DÉBOREMENT DANS LES SYSTÈMES AVEC LE DÉBOREMENT À FAISCEAUX À ACCESSIBILITÉ TOTALE

Résumé

Le sujet de l'article concerne l'estimation de l'efficacité de service des courants composants dans les systèmes avec le débordement à faisceaux à accessibilité totale et à courants d'appel de Poisson. En se basant sur les essais de simulation, on a indiqué les facteurs conditionnant l'efficacité de service des courants composants. On a inclus aussi la description de la méthode permettant d'estimer avec précision l'efficacité de service des courants composants.

A. RUCIŃSKI, A. KLIMONTOWICZ

**ABSCHÄTZUNG DER BEDIENTUNGSGÜTE VON KOMPONENTENFLÜSSEN
DES ÜBERLAUFVERKEHRS BEI ÜBERLAUFSYSTEMEN MIT VOLLENDETEN BÜNDELN****Zusammenfassung**

Den Gegenstand des Artikels bildet die Abschätzung der Bedienungseffektivität von Komponentenflüssen bei Überlaufsystemen mit vollendeten Bündeln und Poisson-Anrufflüssen. Aufgrund von Simulationen wurden effektivitätsbedingende Faktoren für den Bedienungsfluß des Systems bestimmt. Die Methode wurde beschrieben. Sie gestattet mit zufriedenstellender Genauigkeit die Bedienungsgüte der der Komponentenflüsse zu bestimmen.

А. РУЦИНСКИ, А. КЛИМОНТОВИЧ

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ СОСТАВНЫХ ПОТОКОВ СИСТЕМ С ИЗБЫТОЧНОЙ НАГРУЗКОЙ С ПОЛНОДОСТУПНЫМИ ПУЧКАМИ**Резюме**

Проведена оценка эффективности обслуживания составных потоков в системах с избыточной нагрузкой с полnodоступными пучками и пуассоновскими потоками вызовов. На основании симуляционных исследований определены факторы обуславливающие эффективность обслуживания составных потоков. Представлена опись метода, позволяющего достаточно точно определить качество обслуживания составных потоков.

Współczesne metody i kierunki badania właściwości szumów typu $1/f$

ANDRZEJ KUSY (RZESZÓW), ANDRZEJ SZPYTMA (RZESZÓW)

Instytut Elektrotechniki Politechniki Rzeszowskiej

Otrzymano 11.10.1979

W pracy omówiono teoretyczne podstawy badania szumów typu $1/f$ metodami cyfrowymi. Rozważono główne problemy jakie napotyka się przy wyznaczaniu gęstości widmowej mocy szumów typu $1/f$ przy pomocy komputera, a w szczególności zagadnienia maskowania, wybielania i odbielania. Jako główną metodę estymacji gęstości widmowej mocy omówiono metodę bezpośrednią polegającą na wyznaczaniu dyskretnej transformaty Fouriera sygnału szumowego (z wykorzystaniem algorytmu FFT). Przeprowadzono również szczegółową analizę stacjonarności szumów typu $1/f$, która w ostatnich latach jest często kwestionowana. Obserwowane przez szereg autorów własności fluktuacji wariancji wydają się wskazywać na niestacjonarny charakter tego zjawiska. Przeprowadzona w pracy dyskusja zagadnienia rozkładu prawdopodobieństwa amplitud szumów typu $1/f$ wskazuje na rozkład normalny.

1. WSTĘP

W ostatnich latach wiele uwagi poświęca się szumom typu $1/f$, których fizyczny mechanizm powstawania nie jest jak dotychczas w pełni wyjaśniony. W początkowym stadium badań analogowych tych szumów starano się głównie określić dokładnie postać zależności gęstości widmowej mocy od częstotliwości, szczególnie w zakresie infraniskich częstotliwości. W czasie tych badań wyłonił się sygnalizowany również teoretycznie problem istnienia dolnej granicy częstotliwości widma typu $1/f$. Stosowane były różne sposoby wyznaczania gęstości widmowej mocy dla coraz niższych częstotliwości [9] [14]. Najefektywniejsze okazały się stosowane od niedawna w tym zakresie sposoby wykorzystujące cyfrową technikę pomiarową. Z drugiej jednak strony wprowadzenie tej techniki spowodowało powstanie niespotykanych przedtem problemów natury teoretycznej i technicznej. Wykorzystywanie do analizy wartości dyskretnych sygnału, czyli próbek, prowadzi do pojawienia się problemu równoważności informacji zawartej w sygnale ciągłym i dyskretnym. Cyfrowe wyznaczanie gęstości widmowej mocy posiada duże zalety zwłaszcza w zakresie niskich i bardzo niskich częstotliwości, kiedy wymagany jest długi czas trwania pomiaru. Wydaje się, że celem analizy widmowej szumów typu $1/f$, obok poszukiwania dolnej granicy widma $1/f$, jest także szybkie i dokładne wyznaczanie parametrów, które charakteryzują dany sygnał szumowy. Dotychczas w tym zakresie można znaleźć tylko nieliczne prace.

2. GŁÓWNE PRZYCZYNY STYMULUJĄCE BADANIA SZUMÓW TYPU $1/f$

Na podstawie analizy bogatej już literatury dotyczącej szumów typu $1/f$ wynika, że jest to zjawisko, które dość często występuje w przyrodzie [7] [31] [37]. Ograniczenie zakresu zainteresowań w niniejszej pracy do fluktuacji elektrycznych nie pociąga za sobą utraty ogólności rozważań.

Dokonując pomiarów gęstości widmowej mocy $G(f)$ szumów typu $1/f$ metodami analogowymi (np. sposobem opisanym w [20]) stwierdza się, że obowiązuje następująca relacja

$$G(f) = \frac{\overline{u^2}}{\Delta f} = Cf^{-\gamma}U^\alpha, \quad (1)$$

gdzie $\overline{u^2}$ jest wartością średnią kwadratu napięcia szumów typu $1/f$ w pasmie o szerokości efektywnej Δf i częstotliwości środkowej f , U jest napięciem zasilania badanej próbki, C , α , γ są współczynnikami zależnymi od rodzaju materiału i rozmiarów próbki.

Odchylenia współczynnika γ od jedności dla szeregu materiałów są stosunkowo niewielkie. Dlatego też równanie to jest często zapisywane w bardziej uproszczonej postaci

$$G(f) \cong Af^{-1}, \quad (2)$$

w której A jest stałą (dla danych warunków pomiarowych) niezależną od częstotliwości.

Charakterystyczna właściwość szumów typu $1/f$ wyrażająca się powyższym równaniem stanowi uzasadnienie ich nazwy.

Mimo zakrojonych na szeroką skalę prac doświadczalnych dolna granica słuszności równania (2) nie została dotychczas ustalona (próby sięgały $10^{-6,3}$ Hz [9]). Udoskonalenia techniki pomiarowej prowadziły jedynie do potwierdzenia zależności typu $1/f$ dla coraz to niższych częstotliwości [14] [25] [28]. Niepowodzenia w empirycznym znalezieniu dolnej częstotliwości granicznej widma oraz uzasadnienia teoretyczne doprowadziły niektórych autorów do kwestionowania stacjonarności szumów typu $1/f$.

Równoległe z badaniami eksperymentalnymi, w których coraz szersze zastosowanie mają metody cyfrowe, rozwijane są badania modelowe i symulacyjne. Wydaje się, że połączenie tych metod doprowadzi w przyszłości do wykrycia pewnych ogólnych praw rządzących zjawiskiem określanym terminem szumy typu $1/f$ [22].

3. NUMERYCZNE WYZNACZANIE FUNKCJI GĘSTOŚCI WIDMOWEJ SZUMÓW TYPU $1/f$

3.1. Uwagi ogólne

Stosowanie techniki analogowej do badania gęstości widmowej mocy szumów typu $1/f$ szczególnie w zakresie bardzo niskich częstotliwości posiada szereg ograniczeń. Składają się na to koszty ekonomiczne, trudności techniczne i niedokładności związane z budową odpowiednich filtrów dla poszczególnych zakresów częstotliwości, a także z uśrednianiem sygnału szumowego oraz rejestracją analogową i opracowywaniem wyników w zakresie długich przedziałów czasu (stosowane czasy pomiarów dochodzą do 10^7 s [28]). Pokonanie

szeregu tych trudności, szczególnie w zakresie niskich częstotliwości, jest możliwe dzięki zastosowaniu cyfrowej techniki analizy sygnałów.

W celu dokonania obróbki cyfrowej sygnał szumowy musi być próbkowany okresowo przez odpowiedni układ i rejestrowany na taśmie magnetycznej lub papierowej. Taśma magnetyczna zapewnia równocześnie większą szybkość i gęstość zapisu, wygodniejszy dostęp do informacji oraz większą wytrzymałość mechaniczną itp. Tak uzyskane dane mogą być analizowane przy pomocy programów komputerowych. Procedura analizy jest w zasadzie taka sama dla wszystkich zakresów częstotliwości, a ewentualne zmiany programu są łatwe do przeprowadzenia. Praktykę w tej dziedzinie poprzedziło szereg prac teoretycznych różniących się zastosowanym aparatem matematycznym. Równocześnie pojawiły się nowe problemy nie spotykane w przypadku stosowania metod analogowych, które należało rozwiązać [36].

- Dokonując ogólnego podziału metod wyznaczania gęstości widmowej można wyróżnić:
- metodę pośrednią (*indirect method*), w której gęstość widmowa mocy jest wyznaczana jako transformata Fouriera wcześniej wyznaczonej funkcji autokorelacji,
 - metodę bezpośrednią (*direct method*) realizowaną albo przez bezpośrednią analizę Fouriera sygnału dyskretnego, lub poprzez cyfrową symulację metody analogowej.
- Najefektywniejszą z nich jest metoda bezpośrednia z wykorzystaniem algorytmu szybkiej transformacji Fouriera (FFT).

3.2. Próbkowanie szumu a zjawisko maskowania gęstości widmowej mocy

Celem ustalenia przedmiotu rozważań weźmiemy pod uwagę proces szumowy (stochastyczny) $\{x(t)\}$ składający się z Q realizacji $x_q(t)$, $q = 1, 2, \dots, Q$. Aby możliwa była w ogóle cyfrowa analiza szumu należy każdą ze skończonych realizacji $x_q(t)$ ($0 \leq t \leq T$) procesu $\{x(t)\}$ przedstawić w postaci zbioru dyskretnych wartości — próbek. Spełnione muszą być w tym względzie pewne warunki, przy których możliwe będzie odtworzenie $x_q(t)$ na podstawie tych wartości. Ujmowane są one w formie twierdzenia znanego pod nazwą twierdzenia o równomiernym próbkowaniu w dziedzinie czasu lub twierdzenia Nyquista. Wynika z niego, że sygnał $x(t)$ (dla uproszczenia pomijamy chwilowo indeks q) ograniczony w dziedzinie częstotliwości do częstotliwości f_m musi być próbkowany w czasie T z odstępem czasu Δt [3]

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_m}. \quad (3)$$

Wynika z tego, że szybkość próbkowania $\frac{1}{\Delta t}$ musi być przynajmniej dwa razy większa od f_m .

Daje to więc co najmniej dwie próbki ze składowej o największej częstotliwości. Analogiczne twierdzenie w dziedzinie częstotliwości głosi, że ten sam sygnał trwający przez czas T jest jednoznacznie określony przez próbki swojego widma pobrane z odstępem częstotliwościowym Δf

$$\Delta f \frac{1}{T}. \quad (4)$$

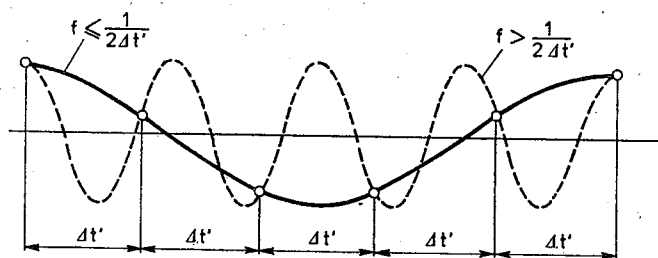
Gdy procedura próbkowania nie jest prowadzona zgodnie z założeniami twierdzenia Nyquista, to może mieć miejsce zjawisko maskowania gęstości widmowej mocy. Niżej przedstawiono w sposób skondensowany opis tego efektu [26], [36].

Dla przykładu rozważmy cosinusoidę $\cos 2\pi ft$ „wyizolowaną” z sygnału szumowego, próbkowaną w chwilach $t_1 = 0$ i $t_2 = \frac{1}{2f_c}$; f_c jest tu maksymalną częstotliwością wynikającą z twierdzenia Nyquista (patrz wzór (3)), tj. maksymalną częstotliwością, która może być jeszcze obserwowana przy odstępzie próbkowania $\Delta t' = t_2 - t_1$. W rezultacie próbkowania cosinusoidy otrzymamy dwie wartości: 1 i $\cos \frac{\pi f}{f_c}$. Z parzystości i okresowości funkcji $\cos 2\pi ft$ wynika, że

$$\cos 2\pi f t_2 = \cos \frac{\pi f}{f_c} = \cos \left(2\pi n \pm \frac{\pi f}{f_c} \right) = \cos \left[\frac{\pi}{f_c} (2nf_c \pm f) \right], \quad (5)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, \dots$

Na podstawie tej zależności można dojść do następującego wniosku. Jeśli w sygnale szumowym próbkowanym z odstępem $\Delta t'$ występować będą składowe o częstotliwościach $2nf_c \pm f, (n \neq 0)$ a więc większych od f_c , to w tych warunkach będą one nieodróżnialne od składowej o częstotliwości f . Próbkowanie sygnału szumowego o maksymalnej częstotliwości f_m z odstępem czasu $\Delta t'$, takim że $f_c = \frac{1}{2\Delta t'}$, jest mniejsza od f_m , spowoduje w rezultacie, że „składowe szumu” o częstotliwościach w zakresie od f_c do f_m nie będą mogły być wykryte jako takie, a w dodatku wniosą swój udział w estymowaną moc sygnału w zakresie częstotliwości $f < f_c$. Ilustrację graficzną takiego przypadku przedstawia rys. 1.



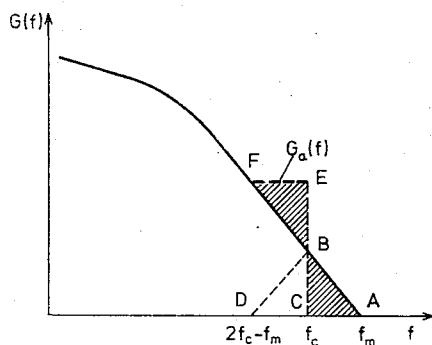
Rys. 1. Przykład zbyt wolnego próbkowania sygnału złożonego z dwóch sygnałów sinusoidalnych, podczas którego sinusoida o częstotliwości $f > \frac{1}{2\Delta t'}$ nie zostanie wykryta (o — miejsce próbkowania).

Gdyby odstęp próbkowania $\Delta t'$ był odstępem Nyquista, to częstotliwość f_c byłaby równa częstotliwości maksymalnej f_m sygnału. Gęstość widmowa mocy powyżej f_c byłaby więc równa 0. Jeśli $f_c < f_m$, to obliczona gęstość widmowa mocy sygnału próbkowanego nie odpowiada wartościom rzeczywistym dla zakresu częstotliwości od $2f_c - f_m$ do f_c . Występuje mianowicie zniekształcenie wyznaczonej (estymowanej) gęstości widmowej

mocy nazywane maskowaniem (ang. *aliasing*)¹⁾. Polega ono na „wnikaniu” gęstości widmowej mocy pochodzącej od składowych o częstotliwościach f , $f > f_c$, w zakres częstotliwości mniejszych od f_c . Efekt ten schematycznie przedstawiono na rys. 2.

Rzeczywista gęstość widmowa mocy $G(f)$ zaznaczona została linią ciągłą. Gruba linia przerywana przedstawia zniekształconą gęstość widmową mocy $G_a(f)$ w zakresie często-

Rys. 2. Ilustracja efektu maskowania gęstości widmowej mocy sygnału



tliwości $(2f_c - f_m, f_c)$ wyznaczaną metodami cyfrowymi. Moc reprezentowana przez pole trójkąta ABC z zakresu częstotliwości od f_c do f_m „przechodzi” do zakresu od $2f_c - f_m$ do f_c (trójkąt DBC) i zwiększa wartość gęstości widmowej mocy w tym zakresie. Pole trójkąta BEF jest równe tej dodanej mocy (pola trójkątów ABC , DBC i BEF są równe) [9] [26].

Z efektem maskowania mamy również do czynienia przy analizowaniu szumów typu $1/f$ metodami wspomnianymi w rozdz. 3.1 (jeśli $f_c < f_m$). Opierając się na wzorze (5) „maskowaną” gęstość widmową mocy szumów typu $1/f$ można zapisać w postaci [26]

$$G_a(f) = G(f) + \sum_{n=1}^{\infty} [G(2nf_c + f) + G(2nf_c - f)]. \quad (6)$$

Uwzględniając (2) otrzymamy

$$G_a(f) = \frac{A}{f} + A \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2nf_c + f} + \frac{1}{2nf_c - f} \right). \quad (7)$$

Gdy $2nf_c \gg f$, to (7) można przybliżyć zależnością

$$G_a(f) \cong \frac{A}{f} + A \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nf_c}. \quad (8)$$

Występująca tu suma znacznie wzrasta, gdy $n \rightarrow \infty$. Dla dużych n składnik z sumowaniem można przedstawić w postaci całki

$$A \sum_{n_1}^{n_2} \frac{1}{nf_c} = \frac{A}{f_c} \int_{n_1}^{n_2} \frac{1}{n} dn = \frac{A}{f_c} \ln \frac{n_2}{n_1}. \quad (9)$$

¹⁾ Maskowanie jest tłumaczeniem angielskiego terminu, dokonany w polskim przekładzie [2]. Można również stosować alternatywne terminy, np.: nakładanie, zawijanie lub wnikanie.

Wynika z tego, że jeżeli będziemy utrzymywać stały stosunek $\frac{n_2}{n_1}$, to wzrost gęstości widmowej mocy reprezentowanej przez (9) będzie w każdym przedziale częstotliwości ($n_1 f_c, n_2 f_c$) jednakowy. Szumy typu $1/f$ są dla odpowiednio dużych częstotliwości zdominowane przez szumy białe. W tym zakresie efekt maskowania może również wystąpić.

Efekt maskowania może zostać usunięty poprzez zwiększenie szybkości próbkowania przetwornika A/C (badane sygnały, w tym również szumy białe, mają „naturalnie” ograniczone od strony górnych częstotliwości widmo poprzez skończone pasmo toru pomiarowego) lub przez zastosowanie filtru analogowego (dolnoprzepustowego). Do wykorzystania nadaje się tu praktycznie drugi sposób, gdyż pierwszy przeważnie daje wtedy zbyt dużą liczbę próbek, nadmierną korelację, powoduje trudności związane z ograniczonymi zdolnościami przetwarzania dużej liczby danych przez komputer itp. Stosowane w praktyce filtry analogowe nie zapewniają jednak odpowiednio stromego zbocza od strony wielkich częstotliwości i w rezultacie należy stosować mniejszy odstęp próbkowania Δt niż by to wynikało z samej charakterystyki filtru [29].

3.3. Komputerowe obliczanie transformat Fouriera

Dysponując skończonym ciągiem próbek $x(k\Delta t)$ pobranych w dyskretnych chwilach czasu $t = k\Delta t$ ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$) można określić tzw. dyskretną transformatę Fouriera (DFT — *Discrete Fourier Transform*) [34]

$$X(n) = \frac{T}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta t) e^{-j2\pi n\Delta f k\Delta t}, \quad (10)$$

gdzie k jest kolejnym numerem próbki, a Δt odstępem próbkowania ($\Delta t = \frac{T}{N}$), T czasem trwania realizacji $x(t)$ (jak w rozdz. 3.2), n numerem kolejnej wartości DFT dla dyskretniej częstotliwości $f = (n+1)\Delta f$ ($\Delta f = \frac{1}{T}$, $n = 0, 1, 2, \dots$).

Zgodnie z tym wzorem z N próbek w dziedzinie czasu można otrzymać co najwyżej N wartości $X(n)$, co zostanie niżej pokazane.

Dowolną liczbę całkowitą $n_1 > N$ można wyrazić w postaci

$$n_1 = cN + n, \quad (11)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, a $c = 0, 1, \dots$

Podstawiając (11) do (10) otrzymuje się

$$\begin{aligned} X(n_1) &= \frac{T}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta t) e^{-j2\pi n_1\Delta f k\Delta t} = \\ &= \frac{T}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta t) e^{-j2\pi cN\Delta f k\Delta t} e^{-j2\pi n\Delta f k\Delta t}. \end{aligned} \quad (12)$$

Ponieważ $\Delta f = \frac{1}{N\Delta t}$, więc $e^{-j2\pi n\Delta f k \Delta t} = e^{-j2\pi n k} = 1$ i dlatego

$$X(n_1) = X(n). \quad (13)$$

Dla wartości $n_1 \geq N$ otrzymuje się więc powtórzenie wartości $X(n)$, gdzie $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Dyskretna transformata Fouriera zachowuje ogólne właściwości transformaty Fouriera. Jest przekształceniem liniowym, dla którego istnieje przekształcenie odwrotne nazywane odwrotną dyskretną transformatą Fouriera (IDFT — *Inverse Discrete Fourier Transform*)

$$x(k\Delta t) = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) e^{j2\pi n \Delta f k \Delta t}. \quad (14)$$

Po wprowadzeniu następujących oznaczeń: $e^{-j2\pi \Delta f \Delta t} = e^{-j2\pi/N} = W$, $x(k\Delta t) = x(k) = x$, $X(n) = X(n) = X_n$, zależności (12) i (14) można zapisać w postaci:

$$\begin{aligned} X(n) &= \frac{T}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) W^{nk}, \\ x(k) &= \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} X(n) W^{-nk}. \end{aligned} \quad (15)$$

Obliczanie transformat Fouriera według (14) i (15) przy pomocy komputera wymaga wykonania N^2 operacji zespolonych²⁾ (mnożenia i dodawania). Dla dużych N ilość operacji gwałtownie wzrasta i wykonanie obliczeń tą metodą jest bardzo kosztowne. Okazuje się jednak, że ilość niezbędnych obliczeń można znacznie zredukować, jeśli zastosuje się algorytm szybkiej transformacji Fouriera (FFT — *Fast Fourier Transform*).

Najefektywniejsza wersja FFT dotyczy przypadku, gdy z sygnału zostało pobranych $N = 2^m$ próbek (m — liczba naturalna) [10].

3.4. Cyfrowe wyznaczanie estymatorów gęstości widmowej mocy szumów typu $1/f$

Opierając się na definicji transformaty Fouriera, gęstość widmową $G(f)$ stacjonarnego i normalnego sygnału $x(t)$ można wyznaczyć jako wartość oczekiwaną modułu transformaty $X(f, T)$ [5]

$$G(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X(f, T)|^2]. \quad (16)$$

Ponieważ w praktyce czas rejestracji jest skończony, więc można wyznaczyć jedynie estymator gęstości widmowej $\tilde{G}(f)$ [2]

$$\tilde{G}(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2. \quad (17)$$

²⁾ Operacją zespoloną nazywana jest operacja sumo-mnożenia wykonywana na liczbach zespolonych. Odpowiadają jej 4 operacje sumo-mnożenia na liczbach rzeczywistych.

Tę zależność można w zasadzie stosować do sygnałów o widmie białym [9]. Gdy wartość $G(f)$ zmienia się wraz z częstotliwością, wtedy estymator obarczony jest znacznym błędem³⁾. Odnosi się to w szczególności do szumów typu $1/f$. Aby można stosować do szumów typu $1/f$ metody cyfrowej analizy widmowej słusznej dla fluktuacji o widmie białym, niezbędne jest stosowanie operacji zwanej wybielaniem (ang. *prewhitening*).

3.5. Cyfrowe wybielanie i odbielanie szumów typu $1/f$

W wyniku filtrowania ciągłego sygnału analogowego $x(t)$ otrzymuje się sygnał wyjściowy $v(t)$ jako spłot

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau, \quad (18)$$

gdzie $h(t)$ jest odpowiedzią filtru na wymuszenie impulsowe $\delta(t)$. Transmitancja filtru $H(f)$ jest transformatą Fouriera $h(t)$, czyli

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j2\pi ft}dt. \quad (19)$$

Próbkując $v(t)$ otrzymuje się sygnał w postaci zdyskretyzowanej. Okazuje się, że operacji filtrowania można dokonać bez potrzeby stosowania specjalnego filtru analogowego. Wystarczy w tym celu próbki z pierwotnego sygnału $x(t)$ poddać odpowiedniej obróbce cyfrowej. W dziedzinie częstotliwości wynik ten będzie równoważny filtrowaniu analogowemu. Z tego względu operacja taka nazywana jest filtrowaniem cyfrowym. Matematycznie operację tę można zapisać następująco [4]

$$v_k = \sum_{i=-R}^R a_i x_{k+i} + \sum_{l=1}^L b_l v_{k-l}. \quad (20)$$

Zgodnie z tym, filtrowaną próbkę v_k otrzymuje się w środku przedziału $2R+1$ pierwotnych próbek x_k jako wynik kombinacji liniowej o odpowiednich współczynnikach (wagach) a_i oraz kombinacji liniowej L wcześniej obliczonych (filtrowanych) próbek v_k . Jeśli nie wszystkie współczynniki b_l są równe zero, to mamy do czynienia z cyfrowym filtrem rekurencyjnym (inaczej rekursywnym lub ze sprzężeniem zwrotnym). Gdy natomiast wszystkie współczynniki b_l są równe zero, to otrzymujemy filtr nierekurencyjny [29].

Na podstawie wzoru (20) można wyznaczyć transmitancję filtru cyfrowego $H(f)$ jako stosunek transformaty sygnału wyjściowego do wejściowego

$$H(f) = \frac{\sum_{i=-R}^R a_i z^{-i}}{1 - \sum_{l=1}^L b_l z^{-L}}, \quad (21)$$

gdzie $z = \exp(j2\pi f\Delta t)$, a Δt jest odstępem próbkowania.

³⁾ W pracy nie analizowano obszernego i złożonego zagadnienia jakim są błędy estymacji w poszczególnych metodach. Wiele wiadomości na ten temat znajduje się w [2] [29] [36].

Dla filtru nierekurencyjnego transformata nie ma biegunów i jest wielomianem stopnia $2R+1$ względem z ; $H(f)$ jest funkcją ciągłą, parzystą lecz dokładnie określoną tylko dla częstotliwości $f = \frac{rf_c}{R}$ ($r = 0, 1, \dots, R, f_c = \frac{1}{2\Delta t}$). Wartości transformaty odpowiadające tym dyskretnym wartościom częstotliwości będziemy w dalszym ciągu oznaczać przez H_r . Można stwierdzić, że operacja wybielania polegać będzie na takim doborze filtru cyfrowego (a więc wartości a_i i b_i), aby sygnał wyjściowy miał widmo białe.

Do wybielania szumów $1/f$ można stosować nierekurencyjne filtry symetryczne, tzn. takie, dla których $a_i = a_{-i}$ [26]. Transmitancja nierekurencyjnego symetrycznego filtru cyfrowego będzie równocześnie jego charakterystyką amplitudową, gdyż $z^i + z^{-i} = 2\cos\pi fi\Delta t$. W związku z tym będzie zachodzić zależność

$$H(f) = a_0 + 2 \sum_{i=1}^R a_i \cos(2\pi fi\Delta t), \quad f \leq \frac{1}{2\Delta t}. \quad (22)$$

Współczynniki a_i są wyznaczone przez odwrotną transformatę Fouriera. W tym celu należy wcześniej określić $R+1$ wartości H_r transmitancji żadanego filtru cyfrowego. Jedną ze skuteczniejszych metod obliczania współczynników a_i dla symetrycznego filtru cyfrowego podali Hamming i Tukey [26]. Według niej wartości a_i wyznacza się w oparciu o wzór

$$a_i = \frac{C_i}{R} D_{3i} \left[\frac{H_0}{2} + \sum_{r=1}^{R-1} R H_r \cos \frac{\pi i r}{R} + (-1)^i \frac{H_R}{2} \right], \quad (23)$$

gdzie:

$$C_i = \begin{cases} 0,5 & \text{dla } i = R, \\ 1 & \text{dla } i = 0, 1, \dots, R-1, \end{cases} \quad (23a)$$

$$D_{3i} = 0,54 + 0,46 \cos \frac{\pi i}{R}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, R. \quad (23b)$$

Występująca tu funkcja D_{3i} nazywana jest „oknem Hamminga”. Tak otrzymane wagi a wykorzystuje się do filtrowania próbek x_k według zależności

$$v_k = \sum_{i=-R}^R a_i x_{k+i}, \quad a_i = a_{-i}. \quad (24)$$

Aby zrealizować operację wybielania szumu typu $1/f$ trzeba odpowiednio dobrać charakterystykę transmitancji, a więc wartości H_r . Wartości te należy określić w całym paśmie $(0, f_c)$, zdeteterminowanym odstępem czasu $\Delta t = \frac{1}{2f_c}$.

Odbielanie (ang. *postgreening*) jest procedurą odwrotną do wybielania. Po jej zastosowaniu otrzymujemy z powrotem widmo zależne od częstotliwości. Jeśli oznaczyć przez $G_w(f)$ gęstość widmową mocy uzyskaną jako rezultat wybielania $G(f)$, to odbielanie będzie przebiegało według następującej zależności

$$G_o(f) = \frac{G_w(f)}{|H(f)|^2}, \quad (25)$$

gdzie $G_o(f)$ to „odbielona” gęstość widmowa mocy, a $H(f)$ jest określona wzorem (19) (w przypadku szumów typu $1/f$ $H(f)$ powinna mieć taką postać aby $|H(f)|^2 = f$).

Gdyby nie błędy związane z procedurą obliczeniową, wtedy $G_o(f)$ byłaby po prostu równa $G(f)$. W rzeczywistości spełniona jest zależność $G_o(f) \approx G(f)$. Mimo to, błąd powstały przy wyznaczaniu estymatora $G_o(f)$ powinien być mniejszy niż błąd wyznaczenia estymatora $G(f)$ bezpośrednio z przebiegu bez zastosowania tych dwóch operacji.

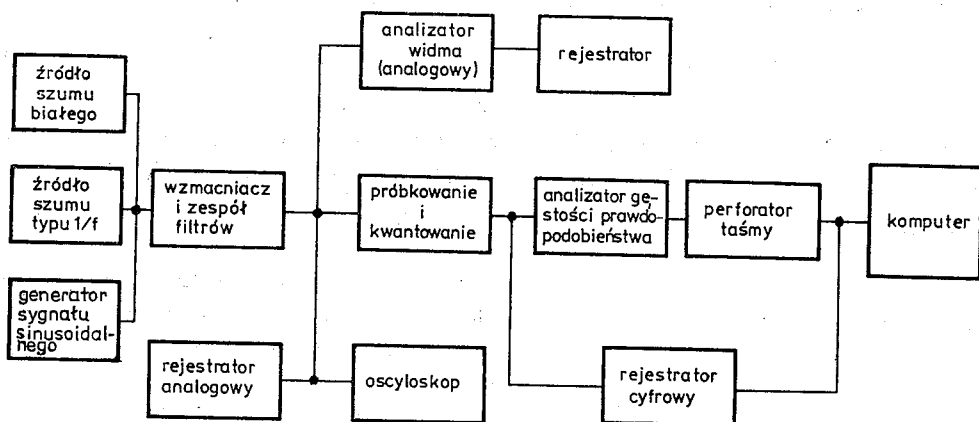
4. BADANIE STACJONARNOŚCI I NORMALNOŚCI ROZKŁADU PRAWDOPODOBIENSTWA AMPLITUD SZUMÓW TYPU $1/f$

4.1. Uwagi ogólne

Analiza stacjonarności i normalności rozkładu prawdopodobieństwa amplitud szumów typu $1/f$ wymaga przeprowadzenia szeregu pracochłonnych badań. Przeprowadzone dotychczas badania w tym zakresie mają charakter niejednolity. Szereg autorów wprowadziło swoje własne sposoby weryfikacji stacjonarności i normalności. Kilka z nich zostanie zaprezentowanych w dalszej części niniejszej pracy.

Literatura dotycząca statystycznego zachowania się szumów typu $1/f$ jest stosunkowo nieliczna. Pracą, która była stymulatorem szeregu badań okazała się publikacja Hooge'a i Hoppenbrouwersa [18]. Autorzy ci wykazali w oparciu o przeprowadzone pomiary, że krzywa rozkładu gęstości prawdopodobieństwa szumów typu $1/f$ jest krzywą Gaussa oraz że ich wariancja nie fluktuuje w czasie. Dalsze prace przeprowadzone m.in. przez Brophy'ego [6÷8], Della [12] [13] i Moore'a [28] wniosły szereg dodatkowych i bardziej szczegółowych informacji na ten temat.

Na rys. 3 przedstawiono zestaw pomiarowy służący do cyfrowego badania szumów typu $1/f$, a w szczególności do analizy stacjonarności i rozkładu prawdopodobieństwa amplitud. Znajdujący się w tym zestawie oscyloskop umożliwia wizualną obserwację i kontrolę badanych sygnałów stochastycznych, natomiast analizator widma pozwala na dokonywanie orientacyjnych lub porównawczych pomiarów widma dla wybranych częstotliwości.



Rys. 3. Schemat blokowy typowego układu pomiarowego stosowanego przy cyfrowej analizie szumów w zakresie bardzo małych częstotliwości

4.2. Kryteria oceny stacjonarności i normalności

Przedstawione w niniejszym rozdziale kryteria i parametry statystyczne są stosowane współcześnie w analizie szumów typu $1/f$. Ich omówienie zostało podyktowane potrzebą usystematyzowania wprowadzanych przez różnych autorów parametrów statystycznej oceny szumów typu $1/f$, a także faktem posługiwania się nimi w dalszej części pracy.

Wyznaczanie estymatorów wielkości statystycznych, takich jak np. momenty czy też funkcja autokorelacji, przeprowadza się drogą uśredniania w zbiorze realizacji (*ensemble average, stochastic average*) lub uśredniania w czasie (*time average*). Z punktu widzenia oceny stacjonarności poprawny jest pierwszy sposób, według którego wartość średnia $m(t_i)$ i funkcja autokorelacji $R(t_i, \tau)$ określone są następującymi zależnościami [1]:

$$m(t_i) = \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q x_q(t_i), \quad (26)$$

$$R(t_i, \tau) = \lim_{Q \rightarrow \infty} \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q x_q(t_i) x_q(t_i + \tau), \quad (27)$$

gdzie $x_q(t_i)$ jest wartością q -tej realizacji procesu stochastycznego w chwili t_i , Q licznoscia zbioru realizacji, τ opóźnieniem.

Jeśli wartość średnia $m(t_i)$ i funkcja autokorelacji $R(t_i, \tau)$ nie zależą od wyboru chwili t_i , to proces jest słabo stacjonarny (stacjonarny w szerszym sensie). Gdy oprócz tego momenty zwykłe i łączone wyższych rzędów są także niezależne od wyboru chwili t_i , to proces określany jest jako ściśle stacjonarny (w węższym sensie). Słaba stacjonarność jest warunkiem koniecznym ściślej stacjonarności. Istotne jest twierdzenie, że proces normalny i słabo stacjonarny jest ściśle stacjonarny [2] [30].

Zgodnie z podanymi wyżej określeniami stacjonarności, jej badanie i weryfikacja wymaga uciążliwego i kosztownego technicznie uśredniania w zbiorze realizacji. Aby otrzymać wiarygodne wyniki, które są w tym przypadku estymatorami wielkości stochastycznych, zbiór, czyli w tym przypadku liczba generatorów szumów typu $1/f$ tworzących proces stochastyczny, musi być dostatecznie liczny. Sprawia to, że analiza stacjonarności tą metodą jest szczególnie pracochłonna, dość rzadko wykonywana i opisywana w literaturze. Metoda ta stanowi jednak poprawny sposób badania stacjonarności procesu [1].

Wspomniane trudności związane z praktycznym przeprowadzeniem uśredniania w zbiorze realizacji skłoniły szereg autorów do przyjęcia zmodyfikowanej metody badania stacjonarności wykorzystującej uśrednianie w czasie. Wartość średnia realizacji i jej funkcja autokorelacji są wtedy określone następująco:

$$m(t_i, q) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} x_q(t) dt, \quad (28)$$

$$R(t_i, q) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} x_q(t) x_q(t + \tau) dt. \quad (29)$$

Sygnał, dla którego wielkości określone równaniami (28) i (29) nie są zależne od wyboru chwili początkowej czasu t_i i długości pomiaru T (który musi być zawsze dostatecznie długi) jest w tym podejściu uważany za stacjonarny.

Ze stacjonarności realizacji nie wynika jednak stacjonarność procesu. Jedynie dla procesów ergodycznych, tzn. takich, dla których określenie wartości średniej i funkcji autokorelacji na podstawie równań (26) i (27) oraz (28) i (29) jest równoważne, realizacje są zawsze stacjonarne. Twierdzenie odwrotne, tj. twierdzenie że proces stacjonarny jest ergodyczny, nie jest prawdziwe. Przyjmuje się jednak, że większość rzeczywistych procesów stochastycznych jest ergodyczna [2]. Pozwala to na szybkie określenie ich własności w oparciu o analizę sygnału tylko jednego źródła. Niemniej jednak założenie a priori stacjonarności i ergodyczności jakiegoś rzeczywistego procesu może okazać się w wielu przypadkach błędne. Odnosi się to w szczególności do szumów typu $1/f$, których niestacjonarność jest teoretycznie prognozowana.

Do weryfikacji stacjonarności procesów stochastycznych różni autorzy stosują różne sposoby i metody. Kilka sposobów badania stacjonarności zostało w ostatnich latach zaproponowanych w odniesieniu do szumów typu $1/f$. Zostaną one przedstawione w zarysie.

Dla procesów stacjonarnych o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa amplitud wartość oczekiwana wariancji $E(\hat{\sigma}^2)$ i wariancja wariancji $D^2(\hat{\sigma}^2)$ są określone następującymi zależnościami [15]:

$$E(\hat{\sigma}^2) = \frac{N^* - 1}{N^*} \sigma^2, \quad (30)$$

$$D^2(\hat{\sigma}^2) = \frac{2N^* - 1}{N^{*2}} \sigma^4, \quad (31)$$

gdzie N^* jest liczbą statystycznie niezależnych próbek w danej realizacji, a σ odchyleniem standardowym.

Jeśli proces jest stacjonarny, to wraz z wydłużeniem czasu pomiaru $D^2(\hat{\sigma}^2)$ dąży teoretycznie do zera, a $E(\hat{\sigma}^2)$ zachowuje stałą wartość. Te własności skłoniły Brophy'ego do wprowadzenia parametru B zdefiniowanego jako [6]

$$B = \frac{[E(\hat{\sigma}^2)]^2}{D^2(\hat{\sigma}^2)}. \quad (32)$$

Gdy czas rejestracji T sygnału $x(t)$ będzie zwiększany, wówczas dla procesu stacjonarnego wartość parametru B będzie dążyć do nieskończoności. Tak zdefiniowany parametr B ma charakter formalno-matematyczny i może stanowić miarę statystyczną fluktuacji wariancji badanego procesu. Jego wartość można wyznaczyć dla procesu, którego stacjonarność jest badana, a równocześnie dla procesu, o którym wiadomo, że jest stacjonarny. Stwierdzenie znacznych różnic pomiędzy wartościami B wyznaczonymi dla obu procesów: stacjonarnego i „podejrzanego” o niestacjonarność, może posłużyć jako pewna ocena tej niestacjonarności. Trudno jednak o taką ocenę przy wyznaczaniu B wyłącznie dla samego procesu niestacjonarnego. W przypadku szumów typu $1/f$, odłączając zasilanie mamy jednocześnie możliwość uzyskania stacjonarnego szumu cieplnego, pochodzącego od tej samej próbki.

W oparciu o doświadczalnie wyznaczoną wartość B można obliczyć na podstawie zależności (30) i (31) liczbę statystycznie niezależnych próbek N^* [28]

$$N^* = 2B + 1. \quad (33)$$

Gdy N próbek pobranych z danej realizacji stacjonarnego procesu stochastycznego o normalnym rozkładzie amplitud jest statystycznie niezależnych, wtedy $N = N^*$. Jeśli wartość N^* wyliczona z równania (33) dla nieznanego procesu jest mniejsza od N ($N^* < N$), to wtedy mogą zajść następujące trzy sytuacje:

- N próbek jest statystycznie zależnych,
- proces jest niestacjonarny,
- występuje a) i b).

Zbadanie, który z wymienionych przypadków zachodzi dla określonego procesu, jest możliwe w oparciu o wyznaczenie zależności N^* od zawartości składników niskoczęstotliwościowych w sygnale (realizacji) [28]. Znając N^* i T można obliczyć czas τ , jaki powinien występować pomiędzy próbkami w przypadku, gdy są one statystycznie niezależne. Następnie na podstawie wyznaczonej funkcji autokorelacji można określić jaka wartość funkcji autokorelacji odpowiada czasowi τ . Zmieniając udział składników nieskoczęstotliwościowych obecnych w sygnale (głównie odpowiedzialnych za niezależność statystyczną próbek) można sprawdzić, czy τ zbliża się do odstępu próbkowania a N^* do N . Gdy różnice pomiędzy τ i Δt oraz N^* i N będą się zmniejszać, wtedy proces może być stacjonarny.

Nieco inny parametr, aczkolwiek oparty również na wykorzystaniu wartości oczekiwanej wariancji i wariancji wariancji, zastosował Dell [12] [13]. Na podstawie wartości średniej $\bar{x}_q$ q -tej realizacji można wyznaczyć estymator odchylenia standardowego $\hat{\sigma}_q^*$ tej realizacji

$$\hat{\sigma}_q^* = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [x_q^2(k) - (\bar{x}_q)^2] \right\}^{1/2}, \quad (34)$$

gdzie $x_q(k)$ jest tak jak poprzednio wartością q -tej realizacji w dyskretniej chwili czasu $t = k\Delta t$, następnie zaś wartość średnią odchylenia standardowego $\hat{\mu}^*$ i odchylenia standardowego wariancji $\hat{\sigma}^*$;

$$\hat{\mu}^* = \sum_{q=1}^Q \frac{\hat{\sigma}_q^*}{Q}, \quad (35)$$

$$\hat{\sigma}^* = \left[\frac{Q}{Q-1} \sum_{q=1}^Q (\hat{\sigma}_q^{*2} - \hat{\mu}^{*2}) \right]^{1/2}, \quad (36)$$

gdzie Q jest całkowitą liczbą realizacji.

W oparciu o μ^* i σ^* Dell zdefiniował parametr Γ

$$\Gamma = \frac{\sigma^*}{\mu^*} \cdot 100, \quad (37)$$

wyrażony w procentach, gdyż μ^* i σ^* są w tych samych jednostkach.

Podobnie jak parametr B , tak samo parametr Γ sam w sobie nie stanowi bezpośredniej miary stacjonarności i może jedynie dostarczać pewnych informacji o stacjonarności na podstawie porównania z wartością Γ obliczoną dla procesu stacjonarnego. Przydatność

parametru B lub Γ jest zależna od sformułowania konkretnego problemu badawczego, chociaż wydaje się, że ten ostatni oferuje większe możliwości.

Tak jak w przypadku badania stacjonarności, również do oceny normalności rozkładu prawdopodobieństwa amplitud stosuje się kilka parametrów. Jednym z nich jest współczynnik asymetrii rozkładu prawdopodobieństwa [11], inaczej nazywany skośnością (ang. *skewness*)

$$\xi = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3}, \quad (38)$$

gdzie $\hat{\mu}_3$ jest estymatorem momentu centralnego 3-go rzędu, a $\hat{\sigma}$ estymatorem odchylenia standardowego.

Wartość bezwzględna ξ określa stopień asymetrii, a znak kierunek. W przypadku asymetrii prawostronnej (dodatniej) skośność jest dodatnia. Wartość średnia $\bar{x}$ spełnia wówczas nierówność $\bar{x} > M_r > D_r$, gdzie M_r oznacza medianę (kwantyl rzędu 1/2), zaś D_r dominantę (wartość modalna, moda) [24].

Oprócz tak zdefiniowanej skośności spotyka się w literaturze anglosaskiej pod tą samą nazwą wartość następującego stosunku

$$\xi' = \frac{\bar{x} - D_r}{\hat{\sigma}}, \quad (39)$$

wprowadzonego przez Pearsona [19]. Wartości ξ' są dla tego samego rozkładu w przybliżeniu dwa razy mniejsze od ξ ($\xi' \cong 0,5\xi$). Skośnością nazywany jest także niekiedy współczynnik ξ'' [17]

$$\xi'' = \frac{\bar{x} - M_r}{\hat{\sigma}}. \quad (40)$$

Dla rozkładów symetrycznych wszystkie podane wyżej współczynniki są równe zeru. Równocześnie znak każdego z nich jest taki sam dla poszczególnych rodzajów asymetrii (rys. 4a).

Drugim parametrem charakteryzującym rozkłady prawdopodobieństwa spotykanym w literaturze jest kurtoza (ang. *kurtosis*). Parametr ten wprowadzony przez Pearsona [19] jest zdefiniowany jako iloraz momentów

$$\beta = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\mu}_2^2} = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4}, \quad (41)$$

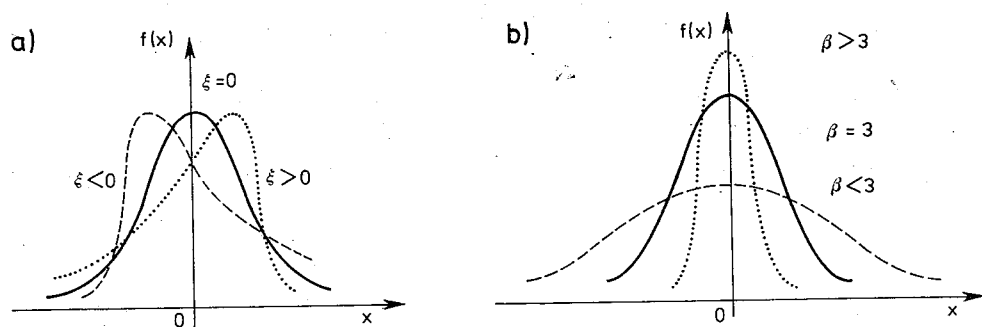
gdzie $\hat{\mu}_2$ i $\hat{\mu}_4$ są estymatorami momentów centralnych odpowiednio drugiego i czwartego rzędu, a $\hat{\sigma}$ estymatorem odchylenia standardowego.

Kurtoza określa stopień spłaszczenia rozkładu w pobliżu jego środka. Dla rozkładów normalnych wartość kurtozy wynosi 3. Gdy $\beta < 3$, rozkłady nazywane są platykurtycznymi, $\beta = 3$ — mezokurtycznymi, a gdy $\beta > 3$ — leptokurtycznymi. Stopień spłaszczenia można określać podając wartość współczynnika β' nazywanego ekscesem (czasem również kurtozą)⁴⁾

$$\beta' = \beta - 3. \quad (42)$$

⁴⁾ W literaturze często stosowane są dla parametrów β i β' określonych wzorami (41) i (44) zamiennie dwie nazwy: kurtoza i eksces. Jednak np. w pracy T. Gerstenkorn, T. Śródka: *Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa*, PWN, Warszawa 1976, kurtozą (inaczej wskaźnikiem skupienia, współczynnikiem spłaszczenia) nazywana jest wielkość β , natomiast ekscesem β' . Takie rozróżnienie wydaje się słuszne i celowe.

Można wtedy mówić odpowiednio o spłaszczeniu ujemnym, zerowym i dodatnim. Nie zmienia to jednak istoty definicji samego spłaszczenia. Rys. 4b przedstawia rozkłady o podanych rodzajach spłaszczenia.



Rys. 4. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa rozkładów standardizowanych dla różnych wartości a) skośności, b) kurtozy

Wykorzystanie kurtozy do badania normalności rozkładu prawdopodobieństwa amplitud wiąże się z pewnymi trudnościami, gdy rozkład z próby jest asymetryczny nawet dla bardzo dużej liczności próby. Wyliminować je można poprzez obliczanie np. zaproponowanego przez Geary'ego stosunku G określonego zależnością [19]

$$G = \frac{\nu}{\sigma}, \quad (43)$$

gdzie ν jest odchyleniem przeciętnym⁵⁾, a σ odchyleniem standardowym.

Dla prób pochodzących z populacji o rozkładzie normalnym wartość G zmierza do $\sqrt{\frac{2}{N}}$, gdy $N \rightarrow \infty$ (N — liczność próby). Stosunek Geary'ego pozwala na dość szybkie stwierdzenie odstępstwa od mezokurtozy w populacji generalnej.

4.3. „Szum wariancji” szumów typu $1/f$

Badania stacjonarności i normalności szumów typu $1/f$ polegają na wyznaczaniu oraz na analizie zachowania się w czasie parametrów statystycznych, takich jak np. te, które

⁵⁾ Odchylenie przeciętne jest momentem absolutnym pierwszego rzędu i wyraża się zależnością

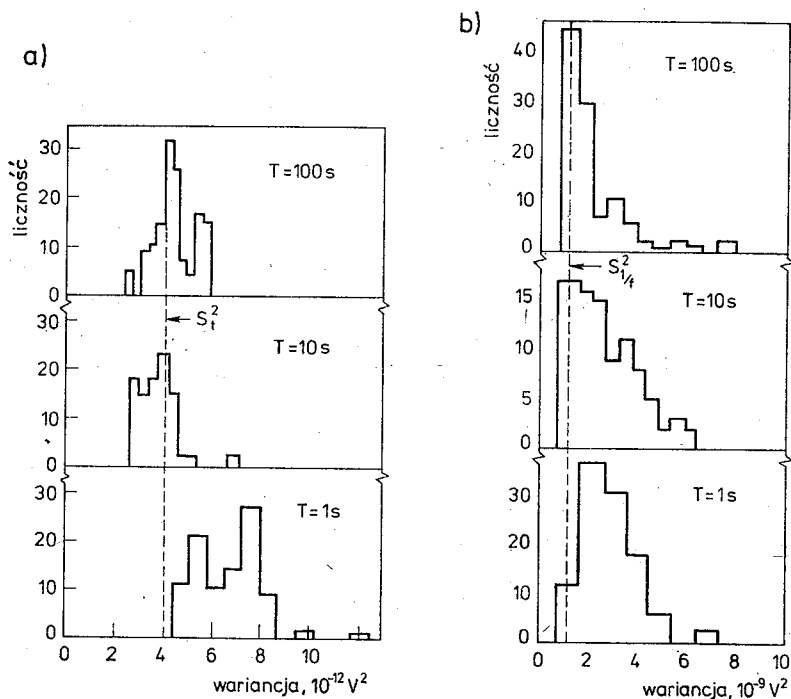
$$\nu = \int_{-\infty}^{\infty} |x - m| p(x) dx$$

dla zmiennej ciągłej, zaś dla zmiennej dyskretnej

$$\hat{\nu} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |x(k) - \bar{x}|.$$

zostały podane w poprzednim rozdziale. Badania takie dotyczyły w pierwszym rzędzie zachowania się wariacji szumów typu $1/f$. Brophy jako pierwszy przeprowadził analizę doświadczalną wariacji szumów typu $1/f$ otrzymanych dla rezystora węglowego, lampy elektronowej i diody germanowej [6 ÷ 8] [16]. Badał on także wpływ długości czasu rejestracji T i niskoczęstotliwościowych składników w sygnale szumowym na rozkład wariacji. Zmieniając czas rejestracji poszczególnych realizacji stwierdził odmienne zachowanie się rozkładów wariacji szumów typu $1/f$ i szumów cieplnych.

Rys. 5 przedstawia histogramy wariacji obu rodzajów szumów dla czasów rejestracji T równych 1, 10, 100 s odpowiednio dla ilości próbek 10^4 , 10^5 , 10^6 w każdej realizacji



Rys. 5. Histogramy wariacji obserwowanych dla różnych czasów rejestracji ($T = 1, 10, 100$ s) dla: a) szumów cieplnych, b) szumów typu $1/f$ [6]

(próbkowanie odbywało się ze stałą szybkością 10 kHz). Zaznaczone na tym rysunku przerywanymi liniami pionowymi proste oznaczają teoretycznie obliczone wariacje. Dla szumu cieplnego wynosi ona

$$S_t^2 = 4kTR(f_2 - f_1), \quad (44)$$

gdzie: k — stała Boltzmanna, T — temperatura bezwzględna, R — rezystancja próbki, f_1, f_2 — odpowiednio dolna i górna granica częstotliwości pasma układu pomiarowego.

Wariacja teoretyczna dla szumów typu $1/f$ jest natomiast dana wzorem (patrz (2))

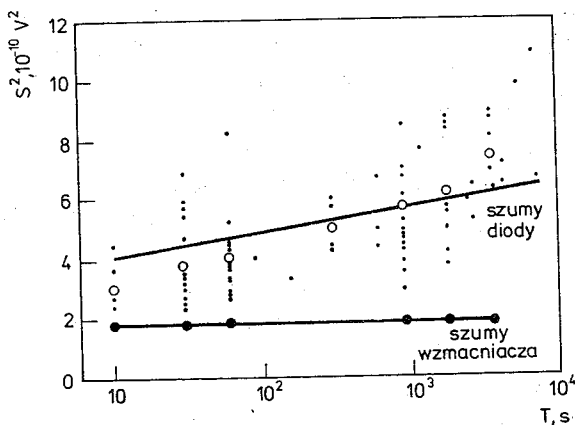
$$S_{1/f}^2 = \int_{f_1}^{f_2} \frac{A}{f} df. \quad (45)$$

Zgodnie z wynikami badań Brophy'ego wariancja szumów typu $1/f$ wykazuje większe fluktuacje w miarę zwiększania czasu obserwacji T (rys. 5). O ile dla $T = 1$ s rozkład może być uznany za zbliżony do normalnego, to dla $T = 100$ s ma on całkiem inny charakter. Interesującym jest tu fakt, że podobnie jak w przypadku szumów cieplnych dominanta rozkładu wariancji jest równa wartości teoretycznej, tzn. $S_{1/f}^2$, zgodnie ze wzorem (45).

Jak wynika z rozdz. 3.2, najniższą częstotliwością jaką można obserwować w realizacji szumów typu $1/f$ o czasie trwania T jest częstotliwość $f = \frac{1}{T}$. Podstawiając we wzorze (45) $f_1 = \frac{1}{T}$, mamy

$$S_{1/f}^2 = A \ln T f_2. \quad (46)$$

Wynika stąd, że wariancja szumów typu $1/f$ jest wprost proporcjonalna do logarytmu czasu obserwacji T . Zależność ta została doświadczalnie potwierdzona przez Brophy'ego.



Rys. 6. Zależność wariancji od czasu rejestracji dla szumów typu $1/f$ i szumów cieplnych [8]

Uzyskane przez niego wyniki zostały przedstawione na rys. 6, na którym uwzględniono szumy typu $1/f$ diody i szumy cieplne wzmacniacza. Punkty zaznaczone na tym rysunku pustymi kółkami są wartościami średnimi wariancji dla danych czasów T uzyskanymi z pomiarów, a proste wykresami zależności (44) i (46). W przypadku szumów wzmacniacza wartości doświadczalne całkowicie pokrywają się z teoretycznymi. Dla szumów typu $1/f$ występuje pewna rozbieżność, przy zachowaniu jednak wzrostu wariancji średniej w miarę wydłużania czasu T . Wzrost wariancji średniej szumów typu $1/f$ ze wzrostem czasu rejestracji T obserwował także Purcell [32].

Ponieważ w widmie szumów typu $1/f$ dominującą rolę odgrywają składniki nisko-częstotliwościowe, więc wydaje się interesujące prześledzenie jak będą zmieniać się fluktuacje wariancji przy zmianie udziału tych składników. Zasadne jest również pytanie, jaki wpływ na fluktuacje wariancji ma szybkość próbkowania, a więc liczba statystycznie niezależnych próbek N^* (duża szybkość próbkowania może doprowadzić do wystąpienia nadmiernej korelacji między próbkami). Gdyby szumy typu $1/f$ były stacjonarne, to wszystkie rozrzuty wartości parametrów tych szumów można by uzasadnić błędami przypadkowymi pomiarów i błędami estymacji, które zależą od N^* . Greenstein i Brophy [16] na pod-

stawie wyznaczonego empirycznie czasu korelacji szumu typu $1/f$ ograniczonego pasmowo wyznaczyli liczbę statystycznie niezależnych próbek N^* dla szumów typu $1/f$ rezystora po przejściu przez filtr środkowoprzepustowy przy założeniu, że są to szумы stacjonarne i $f_1 \ll f_2$ (patrz wzór (45)), otrzymując empiryczną zależność

$$N^* = 10,4 f_1 T. \quad (47)$$

Badana przez tych autorów wariancja szumów typu $1/f$ rezystora węglowego zachowywała się odmiennie niż szumów cieplnych (badanych w tych samych warunkach). W pomiarach tych częstotliwość f_2 pozostawała stała, natomiast częstotliwość f_1 wynosiła: 1, 10, 100, 1000 Hz; $T = 100$ s. W przypadku szumów typu $1/f$ rozkład znormalizowanej wariancji⁶⁾ wykazywał rozrzuty sięgające 300%, a moda przesunięta była w kierunku wartości mniejszych od 1 dla wszystkich częstotliwości granicznych f_1 . Dla szumów cieplnych otrzymywano rozkłady normalne.

Kolejne badania fluktuacji wariancji czyli „szumów wariancji” przeprowadził Purcell [32]. W swoim układzie pomiarowym uzyskiwał on wariancję szumów jako ciągły sygnał czasowy. Dlatego możliwe było w jego przypadku wykorzystanie prób o większych licznosciach aniżeli to miało miejsce w przypadku Broph'ego. Purcell potwierdził eksponencjalny rozkład wariancji i przesunięcie mody. Wykluczył on także możliwość wprowadzania obserwowanych fluktuacji wariancji tych szumów przez aparaturę pomiarową oraz jako pierwszy określił widmo szumu wariancji szumów typu $1/f$. Okazało się, że widmo fluktuacji wariancji ma również postać typu $1/f$. W zakresie częstotliwości $10^{-5} \div 1$ Hz miało ono w przybliżeniu charakter $f^{-0,75}$ ($\gamma = -0,75$ we wzorze (1)).

Liczbowe porównanie fluktuacji wariancji możliwe jest przez wykorzystanie parametru B (patrz wzór (32)). Wartości tego parametru otrzymane na podstawie badań szumów typu $1/f$ i cieplnych wykazywały znaczne różnice. I tak np. w przypadku jednego z pomiarów wartość B dla szumu stacjonarnego wynosiła 34 500, natomiast uzyskana w identycznych warunkach dla szumów typu $1/f$ diody półprzewodnikowej i rezystora węglowego wynosiła odpowiednio 3 i 9 [32].

Podobne wyniki i wnioski na temat fluktuacji wariancji szumów typu $1/f$ uzyskał Dell [12] [13]. Stosowaną przez niego miarą stacjonarności był omówiony wcześniej parametr Γ (wzór (36)). Jako odniesienie stosował on sygnał sinusoidalny o częstotliwości 200 Hz, dla której wartości parametru Γ zmieniały się w zakresie $0,06 \div 0,1\%$. W przypadku szumów cieplnych Γ było równe $0,3\%$, natomiast dla szumów typu $1/f$ zmieniało się w zakresie $1 \div 2,5\%$. Największą wartość $\Gamma = 26,3\%$ otrzymał Dell w przypadku, w którym dokonywał pomiarów szumów typu $1/f$ 33 rezystorów (o rezystancji $20 \text{ k}\Omega \pm 2\%$). Zbiór 33 realizacji szumów typu $1/f$ został tu zrealizowany w oparciu o 33 elementy, zamiast wykonywania 33 kolejnych pomiarów tego samego elementu. Okazało się, że największy wpływ na wartość parametru Γ miała dolna częstotliwość graniczna filtra środkowoprzepustowego, np. przy zmniejszeniu częstotliwości dolnej z 200 Hz na 20 Hz zmiany Γ sięgały 40% . Wartości Γ zmieniały się natomiast nieznacznie przy zmianach odstępów pomiędzy interwałami czasu rejestracji T (gdy pomiary były wykonywane dla jednego elementu) oraz długości samego czasu T [13].

⁶⁾ Znormalizowaną wariancję otrzymuje się dzieląc wartości wariancji poszczególnych realizacji przez wartość średnią wariancji S^2 .

Generalnie można stwierdzić, że wnioski uzyskane na podstawie analizy wartości parametrów B i Γ pozostają w zgodności z wcześniej prezentowanymi. Potwierdzony został zaobserwowany wcześniej fakt, że szумы typu $1/f$ we wszystkich badanych elementach wykazywały większe fluktuacje wariancji niż fluktuacje wariancji szumów cieplnych uzyskanych w tych samych warunkach. Wydaje się, że te „powiększone” w stosunku do szumów cieplnych fluktuacje wariancji są cechą charakterystyczną szumów typu $1/f$ i wynikają z ich natury. Dlatego też obserwowane fluktuacje wariancji nazywane są niekiedy „szumiącym szumem” (ang. „noisy noise”).

4.4. Niestacjonarność szumów typu $1/f$ a szумы wybuchowe

Interesujące badania statystycznych właściwości szumów typu $1/f$ przeprowadził Moore [28]. Drogą eksperymentalną podzielił on badane rezystory na dwie grupy X i Y o zróżnicowanych właściwościach szumowych. Rezystory X wykazywały szумы, które wydawały się być procesem stacjonarnym i o rozkładzie normalnym, natomiast rezystory Y posiadały szумы o rozkładzie normalnym lecz były procesem niestacjonarnym. Rezystory Y wykazywały większy poziom szumów i większe fluktuacje wariancji. Wyznaczany dla tych rezystorów parametr B , dany równaniem (32), przyjmował wartości $2 \div 3$ rzędy mniejsze niż w przypadku rezystorów X . Równocześnie w szumach rezystorów Y występowały impulsy charakterystyczne dla szumów wybuchowych (ang. *popcorn* lub *burst noise*). Według Moore’a te dodatkowe szумы w badanych rezystorach Y mogą być odpowiedzialne za obserwowane objawy niestacjonarności. Swoją hipotezę poparł również próbą opisu matematycznego takich szumów. Wprowadzając funkcję gęstości prawdopodobieństwa amplitud $p(u)$ szumów całkowitych uwzględnił on prawdopodobieństwo P pojawiania się impulsów o amplitudzie a . Funkcja gęstości $p(u)$ ma postać

$$p(u) = [(1-P)/\sigma(2\pi)^{1/2}] \exp(-u^2/2\sigma^2) + [P/\sigma(2\pi^{1/2})] \exp[-(u-a)^2/2\sigma^2], \quad (48)$$

gdzie u jest wartością chwilową fluktuacji całkowitych, a σ odchyleniem standardowym.

Funkcja określona równaniem (48) nie posiada rozkładu normalnego, ale może być od niego nieodróżnialna gdy P lub a są odpowiednio małe. Na podstawie (48) można wyznaczyć momenty centralne 2, 3 i 4 rzędu (μ_2, μ_3, μ_4) oraz wartość stosunku

$$\frac{\beta-3}{\xi} = \frac{a}{\sigma} - \frac{Pa^3}{2\sigma^3}, \quad (49)$$

gdzie ξ jest skośnością, a β kurtozą (patrz równania (38) i (41)).

Wyznaczona z równania (49) wartość a (przy założeniu pomijalnie małej wartości $Pa^3/2\sigma^3$) była zgodna z wartością obserwowaną eksperymentalnie [28]. Obliczone prawdopodobieństwo P wyniosło natomiast około 0,2%!⁷⁾. Pomimo, że wartość ta jest stosunkowo mała, to przedstawione wyniki badań mogą wskazywać na istnienie związku pomiędzy niestacjonarnością a występowaniem szumów wybuchowych w sygnale szumowym. Wymaga to jednak dalszych szczegółowych badań.

⁷⁾ Należy tu podkreślić, że mimo zaobserwowania impulsów typowych dla szumów wybuchowych w sygnałach szumowych nie stwierdzono odchylenia widma tych sygnałów od postaci $1/f$. Potwierdzeniem tego jest bardzo mała wartość P otrzymana z obliczeń.

4.5. Zagadnienie rozkładu prawdopodobieństwa amplitud szumów typu $1/f$

Opisane w rozdz. 4.3 i 4.4 wyniki badań potwierdzają zgodność rozkładu prawdopodobieństwa amplitud szumów typu $1/f$ z rozkładem normalnym. Badania te były przeprowadzone zarówno z wykorzystaniem techniki analogowej [18] jak i cyfrowej [12], [28]. Przedmiotem doświadczeń w cytowanych pracach były różne źródła fizyczne szumów typu $1/f$, jak np. rezystory węglowe, lampy elektronowe i diody półprzewodnikowe. Umożliwia to uogólnienie uzyskanych wniosków.

Jeśli chodzi o metodykę badań, to na szczególną uwagę zasługuje w tym względzie cyfrowy system pomiarowy zastosowany przez Della [12]. W żadnym z przeprowadzonych pomiarów szumów typu $1/f$ nie stwierdził on odstępstwa od rozkładu normalnego.

Potwierdzenie zgodności rozkładu amplitud szumów typu $1/f$ z rozkładem normalnym stanowią również otrzymywane przez szereg autorów wartości kurtozy i skośności. Dla przykładu można tu podać wartości $\xi = 0,009$ i $\beta = 2,97$ uzyskane przez Moore'a [28].

5. PODSUMOWANIE

Omówione metody cyfrowej analizy szumów typu $1/f$ wydają się być skutecznym narzędziem badawczym. Zaprezentowane zostały główne kierunki i wyniki badań w tej dziedzinie. Wiele zagadnień nie jest jeszcze dotychczas w pełni rozwiązanych i wymaga dalszych analiz.

Szczególną uwagę zwrócono na trudności związane z cyfrowym wyznaczaniem gęstości widmowej mocy. Okazuje się, że obliczane widmo szumów typu $1/f$ bezpośrednio z estymatorów transformaty Fouriera nie zawsze ściśle charakteryzuje przebieg rzeczywisty. Aby otrzymać wiarygodne rezultaty, należy dane z sygnału szumowego poddać odpowiedniej obróbce cyfrowej, a mianowicie wyeliminować efekt maskowania, dokonać operacji wybielania, usunąć ewentualne trendy, wygładzić rozrzuty itp., uwzględniając także operacje odwrotne (np. odbielanie).

Ograniczenie się do szerszego opisu tylko bezpośredniej metody wyznaczania gęstości widmowej mocy na bazie DFT podyktowane było tym, że ze względów praktycznych, w tym głównie efektywnością obliczeń po zastosowaniu FFT, ta metoda jest najczęściej stosowana. Większość omówionych dla tej metody problemów można przenieść również na metodę pośrednią.

Oddzielny problem stanowi opracowanie odpowiednich kryteriów oceny stacjonarności i normalności dla szumów typu $1/f$. Stosowane różne sposoby w tej dziedzinie utrudniają dokładną ocenę i porównywanie wyników uzyskiwanych przez różnych autorów. Również i tu zastosowanie metod cyfrowych jest bardzo korzystne. Badanie rozkładów prawdopodobieństwa amplitud oraz własności wariancji daje prawidłową informację o procesie, gdy liczba próbek jest bardzo duża. Pociąga to z kolei za sobą konieczność wykonywania dużej liczby obliczeń. Są one możliwe do wykonania tylko przy pomocy komputera. Poprzez zastosowanie tych metod stwierdzono jak się wydaje ostatecznie, że rozkład prawdopodobieństwa amplitud w szumach typu $1/f$ jest rozkładem normalnym. Niestety z normalności nie wynika stacjonarność. Zmusza to do przeprowadzenia wielu dalszych

badan stacjonarności tych szumów, np. w oparciu o analizę zachowania się wariancji, czy też przez zastosowanie odpowiednich testów stacjonarności [2].

Z prezentowanej w pracy analizy wyników badań różnych autorów wynika, że stacjonarność szumów typu $1/f$ jest również kwestionowana ze względów empirycznych niezależnie od przesłanek natury teoretycznej. Te empiryczne względy dotyczą przede wszystkim właściwości takich, jak rozkład i fluktuacje wariancji szumów typu $1/f$, które znacznie odbiegają od właściwości typowych dla procesu stacjonarnego. Możliwe jest, że niestacjonarny charakter szumów typu $1/f$ jest wywołany obecnością innych zjawisk i efektów nieodłącznie związanych ze specyfiką procedury pomiarowej lub też, że jest on immanentnie połączony z niezbadaną dotychczas w pełni naturą tych szumów.

LITERATURA

1. T. W. Anderson, *The statistical analysis of the time series*, J. Wiley, New York 1971.
2. J. S. Bendat, A. G. Piersol, *Metody analizy i pomiaru sygnałów losowych*, PWN, Warszawa 1976.
3. R. B. Blackman, J. W. Tukey, *The measurement of power spectra*, Dover Publications, Inc., New York 1958.
4. R. Bogner, A. Konstantinides, *Wwiedzenie w cifrowu filtracju*, Izd. „Mir”, Moskwa 1976.
5. R. Bracewell, *Przekształcenie Fouriera i jego zastosowanie*, WNT, Warszawa 1968.
6. J. J. Brophy, *Statistics of $1/f$ noise*, Physical Review, vol. 166, nr 3, 1967, ss. 827—831.
7. J. J. Brophy, *Variance fluctuations in flicker noise and current noise*, J. Appl. Phys., vol. 40, nr 9, 1969, ss. 3551—53.
8. J. J. Brophy, *Low-frequency variance noise*, J. Appl. Phys., vol. 41, nr 7, 1970, ss. 2913—2916.
9. M. A. Caloyannides, *Microcycle spectral estimates of $1/f$ noise in semiconductors*, J. Appl. Phys., vol. 45, nr 1, 1974, ss. 307—316.
10. J. W. Cooley, J. W. Tukey, *An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series*, Math. of Comput., vol. 19, 1965, ss. 297—301.
11. H. Cramer, *Metody matematyczne w statystyce*, PWN, Warszawa 1958.
12. R. A. Dell, *Ph. D. dissertation*, Northwestern University Illinois, 1971 (praca niepublikowana).
13. R. A. Dell, M. Epstein, C. R. Kannewurf, *Experimental study of $1/f$ noise stationarity by digital techniques*, J. Appl. Phys., vol. 44, nr 1, 1973.
14. T. E. Firlie, H. Winston, *Noise measurement in semiconductors at very low frequencies*, J. Appl. Phys., vol. 26, 1955, ss. 716—717.
15. M. Fisz, *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna*, PWN, Warszawa 1969.
16. L. J. Greenstein, J. J. Brophy, *Influence of lower cutoff frequency on the measurement variance of $1/f$ noise*, J. Appl. Phys., vol. 40, nr 2, 1969, ss. 682—685.
17. R. W. Harris, T. J. Ledwige, *Introduction to noise analysis*, Pion Ltd., London 1974.
18. F. N. Hooge, A. M. Hoppenbrouwers, *Amplitude distribution of $1/f$ noise*, Physica, vol. 42, 1969, ss. 331—339.
19. M. G. Kendall, W. R. Buckland, *Dictionary of statistical terms*, Oliver and Boyd, Edinburgh 1971.
20. A. Kusy, *Pomiar właściwości szumowych warstw rezystywnych Pd/PdO/Ag za pomocą miernika typu Quan-Tech*, Rozprawy Elektrotechniczne, vol. 20, nr 2, 1974, ss. 313—330.
21. A. Kusy, *Szумы $1/f$ warstw rutenianowych*, Archiwum Elektrotechniki, vol. 27, z. 1, 1978, ss. 49—62.
22. A. Kusy, *Problemy teoretyczne szumów typu $1/f$* , Rozprawy Elektrotechniczne, vol. 24, z. 3, 1978, ss. 715—743.
23. B. P. Lathi, *Systemy telekomunikacyjne*, WNT, Warszawa 1972.
24. *Mala encyklopedia statystyki*, Red. W. Sadowski, PWE, Warszawa 1976.

25. I. R. Mansour, R. J. Hawkins, G. G. Bloodworth, *The spectrum of current MOSTS at very low frequencies*, Brit. J. Appl. Phys., ser. 2, vol. 2, 1969, ss. 1059—1062.
26. I. R. Mansour, R. J. Hawkins, G. G. Bloodworth, *Digital analysis of current noise at very low frequencies*, The Radio Electronic and Enginner, vol. 35, nr 4, 1968, ss. 201—211.
27. I. R. Mansour, R. J. Hawkins, G. G. Bloodworth, *Measurement of current noise in M.O.S. transistors from $5 \cdot 10^{-5}$ to 1 Hz*, The Radio and Electronic Engineer, vol. 35, nr 4, 1968, ss. 212—216.
28. W. J. Moore, *Statistical studies of $1/f$ noise from carbon resistors*, J. Appl. Phys., vol. 45, nr 4, 1974, ss. 1896—1901.
29. R. K. Otnes, L. Enochson, *Analiza numeryczna szeregów czasowych*, WNT, Warszawa 1978.
30. A. Papoulis, *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*, WNT, Warszawa 1972.
31. E. Z. Pawlak, *Struktura i właściwości szumowe cienkich polikrystalicznych warstw $Cd_xHg_{1-x}Te$ $x = 0, 1$ w zakresie małych częstotliwości*, Wyd. P. W., Warszawa 1977.
32. W. E. Purcell, *Variance noise spectra of $1/f$ noise*, J. Appl. Phys., vol. 43, nr 6, 1972, ss. 2890—2895.
33. B. V. Rollin, I. M. Templeton, *Noise in semiconductors at very low frequencies*, Proc. Phys. Soc., vol. B-66, London, ss. 259—261.
34. J. Sobkowski, *Częstotliwościowa analiza sygnałów*, Wyd. MON, Warszawa 1975.
35. J. Stawarz, *Szumy w tranzystorach*, ITE PAN, Warszawa 1973.
36. A. Szpytma, *Cyfrowe metody badania szumów typu $1/f$* , Praca magisterska, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów 1978.
37. A. Zaklikiewicz, *Szumy wybuchowe i szumy typu $1/f$ w przyrządach półprzewodnikowych*, Praca doktorska, ITE przy NPCP, Warszawa 1979.

A. KUSY, A. SZPYTMA

MODERN METHODS AND DIRECTIONS OF INVESTIGATIONS OF $1/f$ TYPE NOISE PROPERTIES

Summary

The theoretical basis of $1/f$ type noise investigations by digital methods has been given in the paper. The main problems existing in the procedure of $1/f$ noise power spectral density estimation with the aid of computer, and especially the problems of aliasing, prewhitening and postgreeming have been considered. The direct method, involving direct Fourier transform evaluation of the noise signal has been chosen and described as the main method of power spectral density estimation. A detailed analysis of the stationarity of $1/f$ type noise which has frequently been called in question recently has been carried out. The properties of variance fluctuations of $1/f$ noise observed by some authors seem to point to the nonstationary character of this phenomenon. The discussion of the investigation of amplitude probability distribution carried out in the paper indicates the consistence of the distribution with normal distribution.

A. KUSY, A. SZPYTMA

MÉTHODES ET DIRECTIONS ACTUELLES DE L'EXAMEN DES PROPRIÉTÉS DES BRUITS DU TYPE $1/f$

Résumé

Dans l'étude sont traités les principes théoriques de l'examen des bruits du type $1/f$ avec des méthodes numériques. On a délibéré les principaux problèmes rencontrés dans la désignation de la densité spectrale de la puissance des bruits du type $1/f$ à l'aide d'un ordinateur et surtout les problèmes de camouflage, de balancement et de déblanchiment. Comme méthode principale d'estimation de la densité spectrale de la puissance, on a choisi et on a discuté la méthode directe consistant à la désignation d'une transformée

discrète de Fourier du signal de bruit (en se servant de l'algorithme FFT). On a fait aussi une analyse détaillée de stationnairité des bruits du type $1/f$, qui dernièrement est souvent contestée. Les propriétés de fluctuation des variations, observées par certains chercheurs, semblent témoigner le caractère non stationnaire de ce phénomène. Présentée dans l'étude délibération sur le problème de la répartition de la probabilité des amplitudes des bruits du type $1/f$ montre que cette répartition est normale.

A. KUSY, A. SZPYTMA

MODERNE METHODEN UND UNTERSUCHUNGSRICHTUNGEN VON STRUKTUREN DES $1/f$ -RAUSCHENS

Zusammenfassung

Es wurden theoretische Grundlagen für die Untersuchungen auf dem Gebiet des $1/f$ -Rauschens in Anlehnung an numerische Methoden diskutiert. Man hat die Hauptprobleme erwogen, die bei der komputergestützten Bestimmung der Leistungsspektraldichte des $1/f$ -Rauschens entstehen, und zwar vor allem Probleme der Markierung, Weißtutung und Weißabtutung. Als Hauptesthymationsmethode für die Bestimmung der Leistungsspektraldichte wurde die direkte Methode gewählt, die auf der diskreten Fourier-Transformation des Signals des Rauschens basiert. Es wurde auch eine eingehende Analyse der Stationarität des $1/f$ -Rauschens durchgeführt, die in der letzten Zeit des öfteren bestritten wird. Die von vielen Autoren beobachteten Eigenschaften der Schwankungsvariationen dürften auf einen unstationären Charakter dieser Erscheinung deuten. Die durchgeführte Diskussion über die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Amplituden des $1/f$ -Rauschens weist auf eine Normalverteilung hin.

A. КУСЫ, А. ШПЫТМА

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ СТРУКТУРЫ ШУМОВ ТИПА $1/f$

Резюме

Представлены теоретические основы исследования шумов типа $1/f$ с помощью цифровых методов. Обсуждены основные проблемы возникающие во время определения спектральной плотности мощности шумов типа $1/f$ при применении ЭВМ, а в частности проблемы маскировки, побеления и отбеления как основной метод эстимации спектральной плотности мощности избран и обслужден непосредственный метод обоснованный на определении дискретного изображения ряда Фурье шумового сигнала. Проведен также подробный анализ нестационарности шумов типа $1/f$, оспариваемый часто в последнее время. Наблюдаемые несколькими авторами свойства флуктуации вариации могут указывать на нестационарный характер этого феномена. Представленная дискуссия исследований распределения вероятности амплитуд шумов типа $1/f$ указывает на совпадаемость этого распределения с нормальным распределением.

Właściwości impedancyjne anten klatkowych

ANDRZEJ KARWOWSKI (WROCLAW)

Instytut Podstaw Elektrotechniki i Elektrotechnologii Politechniki Wrocławskiej

MAREK MOSZCZYŃSKI (WROCLAW)

Dolnośląskie Centrum Diagnostyki Medycznej „Dolmed”

Otrzymano 19.7.1979

W opracowaniu przedstawiono wyniki analizy teoretycznej właściwości impedancyjnych średnionfalowych, nadawczych anten klatkowych. Przyjęta metoda analizy jest w istocie zbieżna z konwencjonalnym sposobem analitycznego opisu dipoli zasilanych bocznikowo. Impedencję dla przeciwfazowej składowej prądu w dipolu obliczono według zależności zaczerpniętych z teorii linii długich. Problem wyznaczenia impedancji dla składowej współfazowej sprowadzono do rozwiązania równania Pocklingtona dla funkcji opisującej rozkład prądu wzdłuż dipola (dipoli). Równanie to rozwiązano numerycznie metodą Galerkiną aproksymując poszukiwane rozwiązanie kombinacją liniową „odcinkami sinusoidalnych” funkcji bazowych. Przedstawiono wyniki obliczeń impedancji anten ćwierćfalowej, półfalowej i dwupółfalowej.

1. WSTĘP

Koncepcja anten klatkowych pojawiła się przed dziesięciu laty jako jeden z rezultatów prowadzonych w naszym kraju studiów nad doбором optymalnych właściwości systemów antenowych przeznaczonych do pracy w zakresie fal średnich [1]. Zasadę działania i konstrukcję anten klatkowych omówiono na reprezentatywnym przykładzie anteny dwupółfalowej w podręczniku akademickim [2]. Z tego powodu w niniejszym opracowaniu zrezygnowano z powtarzania szczegółowego opisu anten klatkowych; informacje niezbędne do wyjaśnienia zasady działania analizowanych wariantów anten podano w odpowiednich miejscach w dalszej części opracowania.

Według rozeznania autorów w ogólnie dostępnej literaturze specjalistycznej nie podano dotąd w miarę pełnej charakterystyki anten klatkowych. Wydaje się, że szczególnie słabo są rozpoznane parametry obwodowe tych anten. Autorzy podjęli próbę określenia właściwości impedancyjnych anten klatkowych drogą analityczną. Omówienie metody analizy i prezentacja otrzymanych wyników składają się na treść niniejszego opracowania.

Rozpatrzono trzy warianty anten klatkowych, tj. antenę ćwierćfalową, antenę półfalową i antenę dwupółfalową. Każdą z analizowanych anten wraz z jej obrazem elektrycznym konsekwentnie traktowano jako układ dipoli (pojedynczy dipol w przypadku anteny ćwierćfalowej) zasilanych bocznikowo. Analizując układ bocznikowego zasilania, przyjęto na wstępie założenie o istnieniu w układzie dwóch składowych prądu: współfazowej

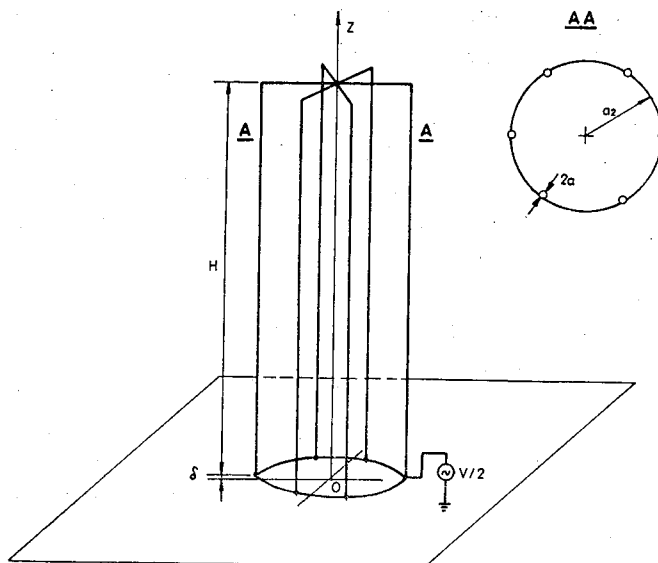
i przeciwfazowej. Dalej przyjęto, że moc promieniowana przez dipol zasilany przeciwfazowo jest pomijalnie mała w stosunku do mocy promieniowanej przy pobudzeniu współfazowym. W celu wyznaczenia impedancji dipoli dla modu współfazowego układ maszt — wieloprzewodowa klatka zastąpiono równoważnym mu cylindrem kołowym. W analitycznym opisie zastępczych dipoli cylindrycznych przyjęto wszystkie założenia upraszczające charakterystyczne dla teorii cienkich anten. W rezultacie zastępcze dipole można było opisać jednowymiarowymi równaniami całkowymi Pocklingtona dla funkcji — rozkładów prądu wzdłuż dipoli. Rozkład prądu jest pierwotnym parametrem każdej anteny liniowej, jako że determinuje on wszystkie inne — tak polowe jak i obwodowe — parametry anteny.

Wzmiankowane wyżej równania rozwiązano numerycznie metodą Bubnowa-Galerkina postulując rozwiązania w postaci kombinacji liniowej odcinkami sinusoidalnych funkcji bazowych. Jak wiadomo [3, 5, 8], schemat Bubnowa-Galerkina jest jednym z najbardziej efektywnych wariantów metody momentów rozwiązywania zagadnień elektrodynamiki technicznej.

Wszystkie obliczenia przeprowadzono na minikomputerze PDP11/35 o konfiguracji umożliwiającej wykonywanie około 10^4 operacji na sekundę oraz pamięci operacyjnej 28k słów szesnastobitowych (cykl pamięci około 900 ns).

2. ANALITYCZNY OPIS WIELOPRZEWODOWEJ KLATKI

Rozważmy pionową antenę niesymetryczną złożoną z n prostoliniowych przewodów równomiernie rozmieszczonych na pobocznicy walca kołowego i połączonych ze sobą w sposób przedstawiony schematycznie na rysunku 1. Załóżmy, że geometria rozważanej struktury wieloprzewodowej — alternatywnie nazywanej dalej klatką — spełnia następujące warunki:



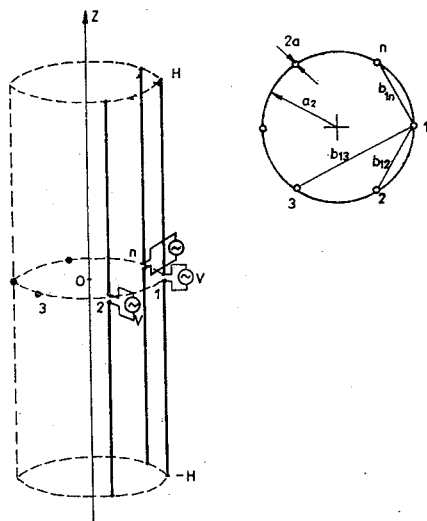
Rys. 1. Pionowy niesymetryczny radiator klatkowy

$$ka \ll ka_2 \ll 1, a_2/H \ll 1 \quad (1)$$

(k oznacza liczbę falową dla wolnej przestrzeni).

Przyjmijmy, że antena jest umieszczona na bardzo małej wysokości ($k\delta \ll 1$) nad rozległą płaszczyzną doskonale przewodzącą (ziemią idealną).

Symetrycznym odpowiednikiem analizowanej anteny jest, w pierwszym przybliżeniu, układ pierścieniowy złożony z n identycznych, równoległych dipoli symetrycznych zasilanych przez generatory punktowe o jednakowych napięciach źródłowych (rysunek 2).



Rys. 2. Układ symetryczny równoważny (w przybliżeniu) radiatorowi z rysunku 1

Mając na uwadze symetrię tego układu oraz warunki (1), jakie spełnia jego geometria, łatwo dojść do wniosku, że analiza układu może być sprowadzona do rozwiązania jednowymiarowego równania typu Pocklingtona dla funkcji $I(z)$ opisującej rozkład prądu wzdłuż dowolnego z dipoli tworzących układ. Równanie to ma postać

$$\int_{-H}^H I(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) K_{\Sigma}(z, z') \right] dz' = -j \frac{k}{30} V \delta(z), \quad z \in (-H, H), \quad (2a)$$

w której z' oznacza współrzędną punktu źródłowego, z — współrzędną punktu obserwacji, $\delta(z)$ — pseudofunkcję delta Diraca, a jądro $K_{\Sigma}(z, z')$ jest określone wzorem

$$K_{\Sigma}(z, z') = \sum_{i=1}^n \exp(-jkr_i) / r_i, \quad (2b)$$

w którym

$$r_i = \sqrt{(z - z')^2 + b_{1i}^2} \quad (b_{11} = a). \quad (2c)$$

Jak już wspomniano we wstępie, znajomość rozkładu prądu umożliwia wyznaczenie wszystkich innych parametrów analizowanego układu. W szczególności, impedancję wejściową Z_d każdego z dipoli w układzie obliczymy ze wzoru

$$Z_d = V/I(0), \quad (3)$$

a impedancję wejściową anteny przedstawionej na rysunku 1 — ze wzoru

$$Z_w = 0,5 \frac{Z_d}{n} \quad (4)$$

Równanie (2a) rozwiązano metodą Bubnowa-Galerkina. Metodę tę zrealizowano numerycznie dzieląc każdy z dipoli na N równych segmentów o długości $\Delta z = 2H/N$ i postulując rozwiązanie w postaci kombinacji liniowej

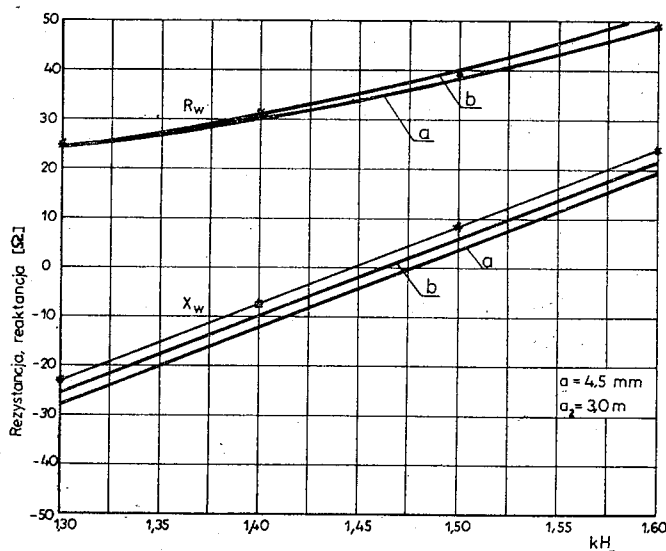
$$I(z) = \sum_{l=1}^{N-1} I_l i_l(z) \quad (5a)$$

„odcinkami sinusoidalnych” funkcji bazowych

$$i_l(z) = \begin{cases} \sin k(\Delta z - |z - z_l|) & z \in (z_{l-1}, z_{l+1}) \\ \sin k\Delta z & \\ 0 & z \notin (z_{l-1}, z_{l+1}) \end{cases} \quad z_l = l \cdot \Delta z. \quad (5b)$$

Przy tego rodzaju aproksymacji poszukiwanej funkcji eliminuje się jedną z najbardziej czasochłonných procedur numerycznych jaką jest obliczanie całek podwójnych pojawiających się w schemacie Bubnowa-Galerkina. Całki te daje się bowiem obliczyć analitycznie, a wyrażają się one przez kombinacje funkcji trygonometrycznych i sinusa (cosinusa) całkowego. W rezultacie obliczanie elementów uogólnionej macierzy impedancyjnej analizowanego układu nie nastrocza większych kłopotów.

Przykładowe wyniki obliczeń impedancji wejściowej dziewięcioprzewodowego ($n = 9$), niesymetrycznego radiatora klatkowego przedstawiono w formie graficznej (krzywe a) na rysunku 3.



Rys. 3. Impedancja wejściowa pionowego, dziewięcioprzewodowego radiatora niesymetrycznego w otoczeniu rezonansu

a) rozwiązanie Bubnowa-Galerkina dla struktury dziewięcioprzewodowej, b) rozwiązanie Bubnowa-Galerkina dla zastępczego radiatora cylindrycznego (smukłość zastępczego cylindra $\Omega_e = 2\ln(2H/a_{2e}) = 8$), c) **** — drugie przybliżenie Kinga-Middletona dla niesymetrycznej anteny cylindrycznej o smukłości równej 8 (wg [7])

Z uwagi na to, że przedmiotem niniejszego opracowania jest analiza właściwości impedancyjnych anten z klatkami ćwierćfalowymi, ograniczono się w tym miejscu do przedstawienia wyników obliczeń impedancji dla częstotliwości zbliżonych do częstotliwości rezonansowej klatki. Drogą eksperymentów numerycznych mających na celu zbadanie zbieżności przyjętej procedury obliczeniowej ustalono, że zadowalającą dokładność wyników obliczeń impedancji wejściowej osiąga się (we wspomnianym wyżej zakresie częstotliwości) przy podziale każdego z n dipoli układu symetrycznego równoważnego analizowanej antenie na sześć segmentów. Przy $N = 6$ i wykorzystaniu oczywistego warunku symetrii rozkładu prądu wzdłuż każdego z dipoli rozwiązanie równania (2a) zaalgebraizowanego metodą Bubnowa-Galerkina staje się zupełnie proste, jako że sprowadza się ono do rozwiązywania układu trzech równań liniowych z zespolonymi współczynnikami.

Czas obliczeń (liczony od momentu wprowadzenia kompletu danych wejściowych do momentu zakończenia druku wyników) impedancji wejściowej anteny złożonej z dziewięciu przewodów wynosi około 4,9 s dla każdej z żądanych częstotliwości roboczych anteny.

Interesującym zagadnieniem jest zbadanie możliwości uproszczenia analitycznego opisu klatek wieloprzewodowych. Autorzy mają tutaj na myśli uproszczenie polegające na zastąpieniu struktury wieloprzewodowej równoważnym jej cylindrem kołowym przy równoczesnym zachowaniu w opisie zastępczego cylindra wszystkich założeń upraszczających charakterystycznych dla teorii cienkich anten. Możliwość takiego uproszczenia nie jest oczywista z uwagi na to, że zdeterminowane geometrią klatek smukłości równoważnych cylindrów często okazują się stosunkowo małe. Pojawiają się wówczas uzasadnione wątpliwości co do poprawności opisu zastępczych cylindrów równaniami całkowymi lub różniczkowo-całkowymi z tzw. „jądrami zredukowanymi”.

W celu rozstrzygnięcia interesującej kwestii przeprowadzono obliczenia impedancji wejściowej anteny przedstawionej na rysunku 1 zastępując ją cylindrem kołowym o ekwiwalentnym promieniu. Symetrycznym odpowiednikiem anteny staje się wówczas pojedynczy dipol symetryczny, który może być opisany równaniem analogicznym do (2a) z jądrem określonym wzorem

$$K(z, z') = \exp(-jkr)/r, \quad (6a)$$

w którym

$$r = \sqrt{(z - z')^2 + a_{2e}^2}, \quad (6b)$$

a a_{2e} oznacza promień zastępczego cylindra kołowego; promień ten oblicza się ze wzoru [7]

$$a_{2e} = \sqrt{ab_{12}b_{13} \dots b_{1n}} \quad (6c)$$

lub alternatywnie [4]

$$a_{2e} = a_2 \sqrt[n]{\frac{na}{a_2}}. \quad (6d)$$

Równanie to rozwiązano numerycznie stosując identyczny z opisanym wyżej schemat algebraizacji z zachowaniem wszystkich jego parametrów. Wyznaczony na podstawie otrzymanego rozwiązania przebieg impedancji wejściowej anteny przedstawiono na rysunku 3 (krzywe b).

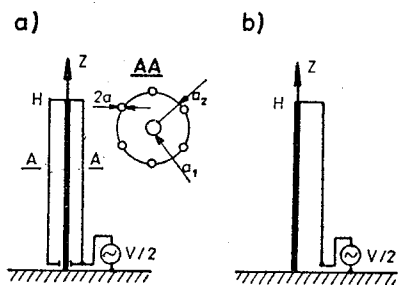
Z porównania krzywych (a) i (b) wynika, że konsekwencją zastąpienia wieloprzewodowej klatki równoważnym jej cylindrem jest pojawienie się nieznacznych rozbieżności między wyznaczonymi obydwoma metodami charakterystykami impedancyjnymi anteny. Nie wydaje się, by rozbieżności te mogły mieć krytyczne znaczenie dla praktyki antenowej. Wychodząc z tego założenia, koncepcję zastępowania klatek równoważnymi im cylindrami kołowymi zachowano w całej przedstawionej dalej analizie różnych wariantów anten klatkowych.

Na marginesie warto zaznaczyć, że dzięki uproszczeniu analitycznego opisu klatki wieloprzewodowej osiąga się znaczące skrócenie czasu obliczeń impedancji wejściowej; dla klatki złożonej z dziewięciu przewodów czas ten maleje ze wzmiarkowanych wyżej 4,9 sekundy do 1,6 sekundy. Dla klatki 45-przewodowej zysk na czasie obliczeń jest w przybliżeniu dwudziestokrotny.

Bezpośrednia, szczegółowa weryfikacja poprawności prezentowanych wyników jest mocno utrudniona. Autorzy nie dysponują bowiem własnymi wynikami pomiarów impedancyjnych anten o małej smukłości, a informacje na temat anten tego rodzaju — opublikowane w dostępnej literaturze przedmiotu — są nadzwyczaj skąpe. Jedynym dostępnym materiałem porównawczym są, według rozeznania autorów, wyniki podane przez R. W. P. Kinga [7]. Dla porównania, na rysunku 3 przedstawiono przebieg impedancji wejściowej pionowej, niesymetrycznej anteny cylindrycznej o smukłości równej 8 — wyznaczony na podstawie iteracyjnego rozwiązania równania Hallena (drugie przybliżenie Kinga-Middletona). Wydaje się, że zgodność porównywanych wyników można uznać za zadowalającą. Warto równocześnie odnotować fakt, że z cytowanych w monografii [7] wyników pomiarów impedancji wejściowej anten o względnie małej smukłości ($\sim 7 \div 8$) wynika, iż mierzona wartość częstotliwości rezonansowej „grubych” anten jest nieco większa od wartości oszacowanej na podstawie wspomnianego wyżej drugiego przybliżenia Kinga-Middletona.

3. CWIERĆFALOWA ANTENA KLATKOWA

Zachowując terminologię wprowadzoną przez Bema [1, 2], ćwierćfalową anteną klatkową będziemy nazywać pionową antenę niesymetryczną o wysokości równej jednej czwartej długości fali roboczej, złożoną z pojedynczej klatki zawieszanej na uziemionym maszcie i zwartej z masztem w górnej jego części. Uproszczony schemat anteny przedstawiono na rysunku 4.



Rys. 4. Schemat (a) i układ równoważny (b) ćwierćfalowej anteny klatkowej

W dalszych rozważaniach przyjęto, że antena jest umieszczona nad ziemią idealną. Ponadto założono, że antenę pobudza generator punktowy.

Analiza właściwości impedancyjnych anteny nie nastręcza większych kłopotów, jeśli zauważy się, że układ przedstawiony na rysunku 4 jest w istocie układem bocznikowego zasilania masztu. Zagadnieniu bocznikowego zasilania anten poświęcono wiele prac, m.in. [7, 4, 6], w których szczegółowo wyjaśniono metodykę analizy układów zasilania bocznikowego. W tej sytuacji, a także dla uniknięcia zbędnych — zdaniem autorów — powtórzeń, ograniczono się w tym miejscu do zacytowania tylko końcowych wzorów, według których obliczano impedancję wejściową anteny z rysunku 4.

Wyrażenie na impedancję wejściową ćwierćfalowej anteny klatkowej może być zapisane w postaci [4, 6]

$$Z_w = p^2 Z_{ws}, \quad (7a)$$

gdzie

$$p = \ln(a_2^2/a_1 a_{2e}) / \ln(a_2/a_1), \quad (7b)$$

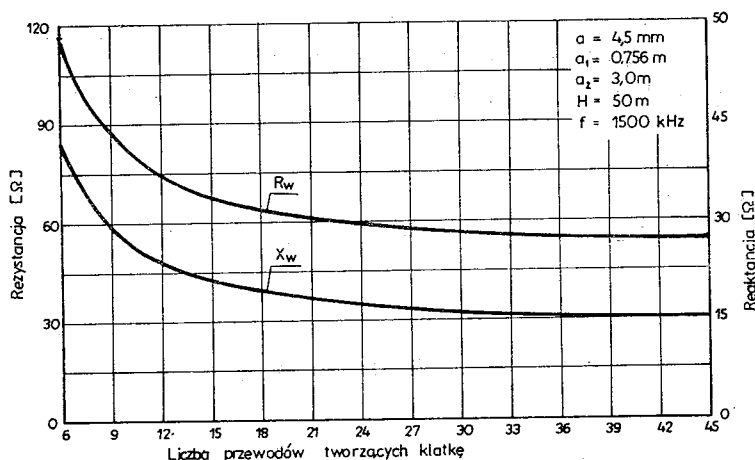
a a_1 oznacza zastępczy promień masztu.

Figurująca w wyrażeniu (7a) impedancja Z_{ws} jest impedancją wejściową pionowej, niesymetrycznej ćwierćfalowej anteny cylindrycznej o promieniu a_e ; promień ten oblicza się ze wzoru [4]

$$a_e = \exp \left[\frac{(\ln a_2)^2 - \ln a_1 \cdot \ln a_{2e}}{2 \ln a_2 - \ln a_1 - \ln a_{2e}} \right]. \quad (8)$$

Impedancję Z_{ws} obliczono uprzednio rozwiązując równanie analogiczne do (2a) z jądrem określonym wzorem (6a), w którym w miejsce promienia cylindra równoważnego układowi przewodów zewnętrznych (a_{2e}) podstawiono promień a_e . Równanie to rozwiązano numerycznie według schematu identycznego z opisanym w p. 2.

Przykładowe wyniki obliczeń impedancji wejściowej ćwierćfalowej anteny klatkowej przedstawiono w formie graficznej na rysunku 5.

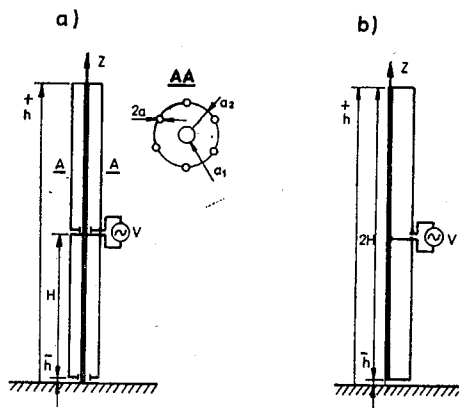


Rys. 5. Impedancja wejściowa ćwierćfalowej anteny klatkowej w funkcji liczby przewodów tworzących klatkę

Jak należało oczekiwać, impedancja wejściowa anteny wyraźnie zależy od liczby przewodów tworzących klatkę.

4. PÓŁFAŁOWA ANTENA KLATKOWA

Schemat półfalowej anteny klatkowej przedstawiono na rysunku 6. Pod względem elektrycznym antena jest równoważna symetrycznemu, pionowemu, zasilanemu bocznikowo dipolowi półfalowemu. Podobnie jak w p. 2 i 3 przyjęto, że antena zasilana z generatora punktowego jest umieszczona nad ziemią doskonale przewodzącą. Dodatkowo założono, że odległość dolnej klatki od ziemi jest pomijalnie mała.



Rys. 6. Schemat (a) i układ równoważny (b) półfalowej anteny klatkowej

Impedancję wejściową anteny obliczono według wzorów (7) uwzględniając, że Z_{ws} ma teraz sens impedancji wejściowej półfalowego, zasilanego w środku dipola cylindrycznego — powstałego w wyniku zastąpienia współosiowego układu przewodów równoległych (klatka plus maszt) równoważnym mu cylindrem, tzn. cylindrem o promieniu danym wzorem (8).

Impedancję Z_{ws} wyznaczono na podstawie rozwiązania równania całkowego dla funkcji $I(z)$ opisującej rozkład prądu wzdłuż zastępczego dipola cylindrycznego; równanie to ma postać

$$\int_{-\bar{h}}^{+\bar{h}} I(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) K(z, z') \right] dz' = -j \frac{k}{30} V \delta(z - z_c), \quad z \in (\bar{h}, +\bar{h}), \quad (9a)$$

przy czym

$$K(z, z') = \exp(-jkr_1)/r_1 + \exp(-jkr_2)/r_2, \quad (9b)$$

gdzie

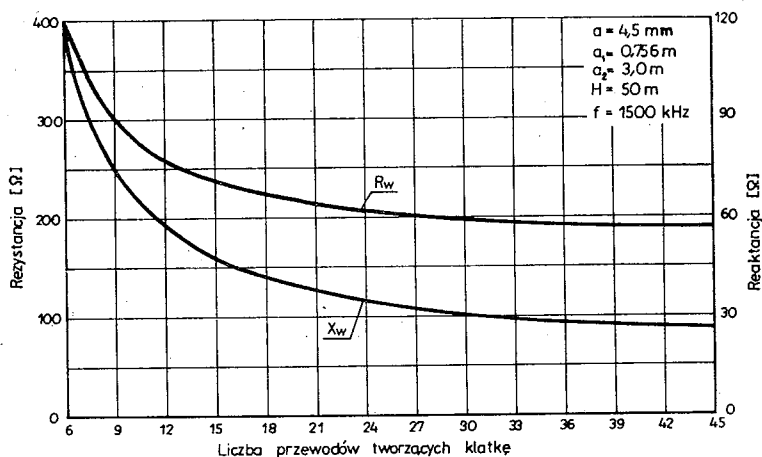
$$r_1 = \sqrt{(z - z')^2 + a_e^2}, \quad r_2 = \sqrt{(z + z')^2 + a_e^2}, \quad (9c)$$

a z_c jest współrzędną punktu pobudzenia dipola.

Drugi ze składników jądra $K(z, z')$ ujmując oddziaływanie między dipolem, a jego obrazem elektrycznym.

Równanie (9a) rozwiązano numerycznie według schematu omówionego w p. 2 przyjmując równomierny podział dipola na 6 segmentów.

Przykładowe wyniki obliczeń impedancji wejściowej półfalowej anteny klatkowej przedstawiono na rys. 7. Czas obliczeń wynosi około 10 sekund dla każdej zadanej liczby przewodów tworzących klatkę.



Rys. 7. Impedancja wejściowa półfalowej anteny klatkowej w funkcji liczby przewodów tworzących klatkę

5. DWUPÓLFALOWA ANTENA KLATKOWA

Schemat dwupółfalowej anteny klatkowej przedstawiono na rysunku 8. Pod względem elektrycznym antena ta jest równoważna układowi dwóch pionowych, współliniowych, boczniowo zasilanych dipoli półfalowych.

Analizując procedury omówione w pp. 3 i 4, nietrudno zorientować się, że zagadnienie wyznaczania impedancji wejściowej anten klatkowych sprowadza się w istocie do obliczania impedancji zastępczych, zasilanych w środku dipoli cylindrycznych. Układ dipoli równoważnych dwupółfalowej antenie klatkowej może być opisany dwoma równaniami Pocklingtona dla funkcji — rozkładów prądu $I_1(z)$ i $I_2(z)$ wzdłuż dipoli, odpowiednio, dolnego (1) i górnego (2). Równania te mają postać:

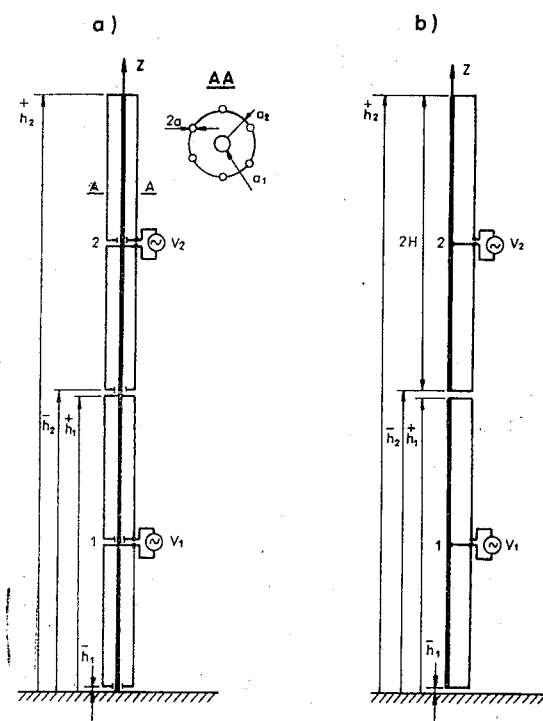
$$\int_{\bar{h}_1}^{+h_1} I_1(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) K(z, z') \right] dz' + \int_{\bar{h}_2}^{+h_2} I_2(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) K(z, z') \right] dz' =$$

$$= \begin{cases} -j \frac{k}{30} V_1 \delta(z - z_{c1}), & z \in (\bar{h}_1, +h_1) \\ -j \frac{k}{30} V_2 \delta(z - z_{c2}), & z \in (\bar{h}_2, +h_2) \end{cases} \quad (10)$$

gdzie z_{c1} i z_{c2} oznaczają współrzędne punktów zasilania dipoli, a jądra $K(z, z')$ są dane wzorami (9b, c).

Znając rozwiązanie równań (10), łatwo wyznaczyć impedancje wejściowe dipoli w układzie. Impedancje te przetransformowane w stosunku p^2 (patrz wzory (7)) są poszukiwanymi impedancjami wejściowymi zasilanych bocznikowo dipoli tworzących dwupółfalową antenę klatkową.

Jakkolwiek proponowany schemat obliczeń prowadzi do bezpośrednio interesującego wyniku (impedancje wejściowe), to jednak w samym sposobie podejścia do problemu

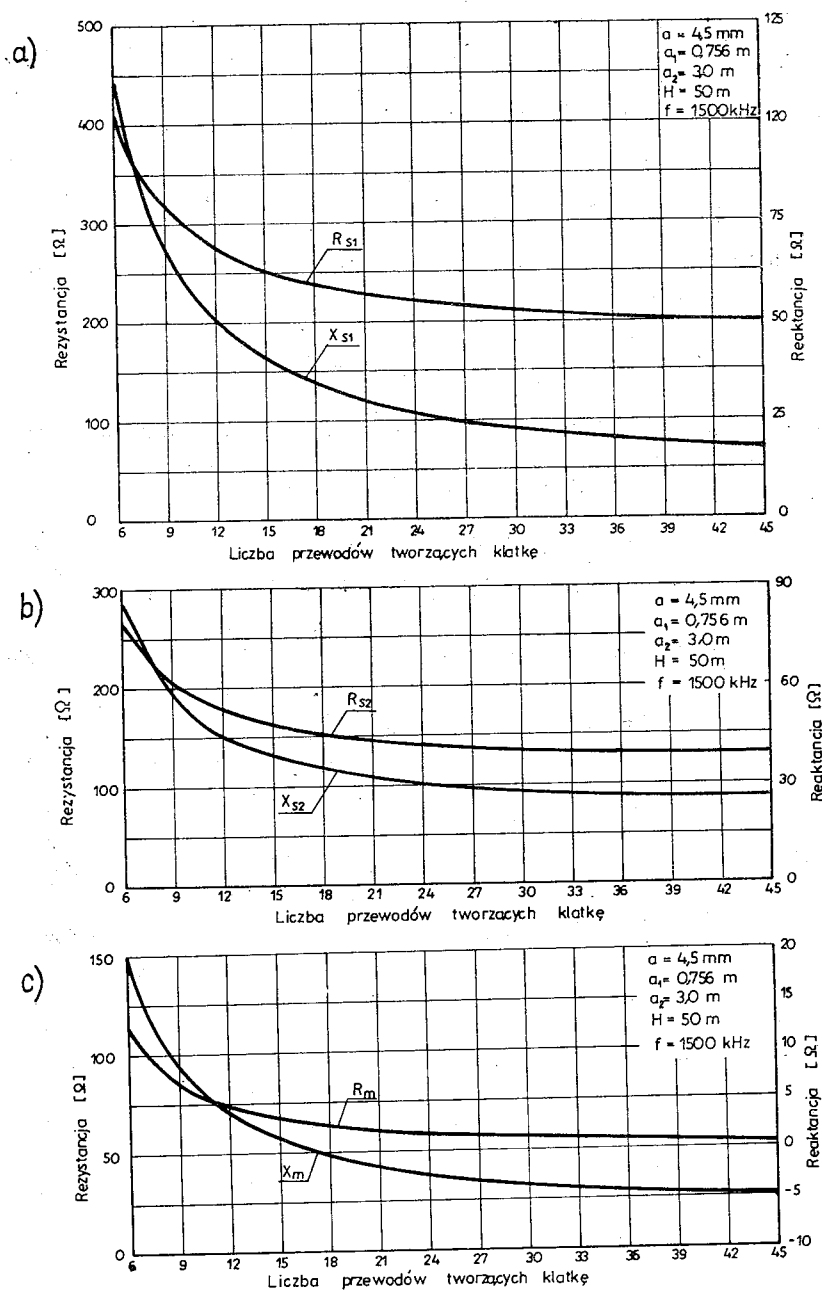


Rys. 8. Schemat (a) i układ równoważny (b) dwupółfalowej anteny klatkowej

tkwi pewna niedogodność. Wynika ona stąd, że impedancje wejściowe anten tworzących dowolny układ nie są (w ogólnym przypadku) parametrami niezmienniczymi układu. Impedancje te zależą bowiem od warunków zasilania wszystkich anten wchodzących w skład układu. Parametrami niezmienniczymi są natomiast własne i wzajemne impedancje anten w układzie.

Impedancje własne i wzajemna odniesione do zacisków wejściowych anteny dwupółfalowej są równe przetransformowanym w stosunku p^2 odpowiednim impedancjom zastępczych dipoli cylindrycznych zasilanych w środku. Przyjęty sposób obliczania własnych i wzajemnej impedancji zastępczych dipoli wynika z następującego rozumowania.

Przypuśćmy, że zaciski wejściowe dipola górnego (2) obciążono impedancją Z_L . Równania (10) przyjmują wówczas postać



Rys. 9. Impedancje: a) własna (w układzie) dolnego dipola dwupółfalowej anteny klatkowej w funkcji liczby przewodów tworzących klatkę, b) własna (w układzie) górnego dipola dwupółfalowej anteny klatkowej w funkcji liczby przewodów tworzących klatkę, c) wzajemna dipoli tworzących dwupółfalową antenę klatkową w zależności od liczby przewodów w klatce

$$\begin{aligned}
 & \int_{\bar{h}_1}^{+h_1} I_1(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k^2 \right) K(z, z') \right] dz' + \int_{\bar{h}_2}^{+h_2} I_2(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k^2 \right) K(z, z') \right] dz' = \\
 & = \begin{cases} -j \frac{k}{30} V_1 \delta(z - z_{c1}) & z \in (\bar{h}_1, +h_1) \\ j \frac{k}{30} I_2(z_{c2}) Z_L \delta(z - z_{c2}) & z \in (\bar{h}_2, +h_2) \end{cases} \quad (11)
 \end{aligned}$$

Rozwiązując równania (11), tzn. wyznaczając rozkłady prądu $I_1(z)$ i $I_2(z)$, obliczamy w dalszej kolejności impedancje

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1(z_{c1})}, \quad Z_{21} = -\frac{I_2(z_{c2})}{I_1(z_{c1})} Z_L. \quad (12)$$

Jeśli impedancję Z_L dobrać dostatecznie dużą, tak by imitować rozwarcie zacisków wejściowych dipola górnego, wówczas — zgodnie z definicją własnych (Z_s) i wzajemnych (Z_m) impedancji anten w układzie

$$Z_{11} \cong Z_{s1}, \quad Z_{21} \cong Z_m. \quad (13)$$

Przenosząc impedancję Z_L na zaciski dipola dolnego i powtarzając obliczenia według opisanego wyżej schematu wyznacza się impedancję własną Z_{s2} dipola górnego w układzie.

Układ równań (11) rozwiązano numerycznie w sposób identyczny jak równania opisujące anteny ćwierćfalową i półfalową. Przyjęto przy tym równomierny podział na sześć segmentów każdego z dipoli tworzących antenę dwupółfalową. Przykładowe wyniki obliczeń impedancji dwupółfalowej anteny klatkowej przedstawiono na rysunku 9. Obliczenia wykonano przyjmując pomijalnie małe odległości między kłatkami jak również między dolną klatką a ziemią.

Czas obliczeń własnych i wzajemnej impedancji obydwu dipoli wynosi około 24,5 sekundy dla każdej zadanej liczby przewodów w klatce.

Znając impedancje własne i wzajemną, łatwo obliczyć impedancje wejściowe dipoli w analizowanej antenie dwupółfalowej przy dowolnie zadanych warunkach zasilania

Tablica 1

Impedancje wejściowe dipoli tworzących dwupółfalową antenę klatkową przy różnych wartościach stosunku prądów na zaciskach dipoli

$m = \frac{I_2(z_{c2})}{I_1(z_{c1})}$	$n = 9$		$n = 45$	
	$Z_{d1} [\Omega]$	$Z_{d2} [\Omega]$	$Z_{d1} [\Omega]$	$Z_{d2} [\Omega]$
0,6	366+j72	345+j72	232+j15	217+j17
1,0	400+j76	288+j66	254+j13	182+j20
1,4	434+j79	264+j63	275+j11	167+j22
$0,6e^{j\pi}$	264+j62	62+j43	168+j21	40+j33
$1,0e^{j\pi}$	230+j59	118+j49	147+j22	75+j30
$1,4e^{j\pi}$	196+j55	143+j51	126+j24	90+j28

n — liczba przewodów w klatce

anteny. Jeśli jako parametr charakteryzujący warunki zasilania przyjąć stosunek m zespolonych amplitud prądów na zaciskach wejściowych dipoli, to wyrażenia na impedancje wejściowe dipoli, odpowiednio dolnego (Z_{d1}) i górnego (Z_{d2}), mogą być zapisane w postaci

$$\begin{aligned} Z_{d1} &= Z_{s1} + mZ_m, & m &= I_2(z_{c2})/I_1(z_{c1}). \\ Z_{d2} &= Z_{s2} + \frac{1}{m}Z_m, \end{aligned} \quad (14)$$

W tablicy 1 zestawiono impedancje wejściowe przykładowo obliczone dla trzech wartości parametru m przy współfazowym i przeciwfazowym pobudzeniu dipoli.

6. UWAGI KOŃCOWE

Z przedstawionego w niniejszym opracowaniu materiału teoretycznego wynika następująca ogólna charakterystyka właściwości impedancyjnych anten klatkowych.

1. Impedancje odniesione do zacisków wejściowych anten klatkowych zależą od wielu parametrów charakteryzujących geometrię układu klatka-maszt. Analizując rozliczne warianty anten o praktycznie rozsądnej geometrii, stwierdzono, że parametrem mającym dominujący wpływ na impedancję wejściową jest liczba przewodów tworzących klatkę. Zależność impedancji od liczby przewodów w klatce jest szczególnie silna wtedy, gdy liczba ta jest stosunkowo mała.

2. Ogólnie biorąc, impedancje wejściowe anten klatkowych znacznie różnią się od znamionowych impedancji falowych standardowych kabli współosiowych. Przy bezpośrednim zasilaniu anten [2] za pomocą znormalizowanych kabli należy zatem liczyć się z wyraźnym niedopasowaniem anteny do toru zasilającego.

3. Dipole tworzące dwupółfalową antenę klatkową są dość silnie sprzężone wskutek czego impedancje wejściowe dipoli wyraźnie zależą od warunków ich zasilania. W rezultacie regulacja rozpyły prądu pomiędzy dipole (dokonywana z zamierzeniem ukształtowania w pożądanym sposób charakterystyki promieniowania anteny) może być kłopotliwa w praktyce. Podane w [2] oszacowanie impedancji wejściowej dipoli w antenie dwupółfalowej (średnio 100 Ω) jest mało dokładne.

Interesującym zagadnieniem wydaje się zbadanie właściwości impedancyjnych anten klatkowych zaopatrzonych w zwieracze umożliwiające regulację długości elektrycznej odcinków toru pseudowspółosiowego maszt-klatka. Ze wstępnego rozpoznania jakie przeprowadzili autorzy wynika, że odpowiednio dobierając położenie wzmiankowanych zwieraczy, można w szerokim zakresie regulować parametry obwodowe i polowe anten.

Zagadnienie impedancji anten ze zwieraczami, a także analiza właściwości kierunkowych różnych wariantów anten klatkowych są przedmiotem prac aktualnie prowadzonych przez autorów.

LITERATURA

1. D. J. Bem, *Dobór optymalnych własności systemów antenowych w zakresie fal średnich*, Politechnika Wrocławska, Instytut Telekomunikacji i Akustyki, Wrocław, 1968 (opracowanie niepublikowane).
2. D. J. Bem, *Anteny i rozchodzenie się fal radiowych*, WNT, Warszawa, 1973.

3. C. M. Butler, D. R. Wilton, *Analysis of various numerical techniques applied to thin-wire scatterers*, IEEE Trans., vol. AP-23, 1975, p. 534.
4. J. Czyż, *Bocznikowe zasilanie krótkich anten*, Prace Inst. Tele- i Radiotechn., z. 2 (27), Warszawa, 1964, s. 3.
5. R. F. Harrington, *Field computation by moment methods*, Macmillan, 1968.
6. A. Karwowski, *Impedancja wejściowa anteny w postaci odcinka niesymetrycznej linii długiej zasilanej bocznikowo*, Archiwum Elektrotechniki, t. XXIII, z. 2, 1974, s. 1059.
7. R. W. P. King, *The theory of linear antennas*, Harvard Univ. Press, 1956.
8. R. Mittra, *Computer techniques for electromagnetics*, Pergamon Press, 1973.

A. KARWOWSKI, M. MOSZCZYŃSKI

IMPEDANCE PROPERTIES OF CAGE ANTENNAS

Summary

The purpose of this paper is to report on some theoretical investigations of the impedance properties of m.f. transmitting cage antennas. Analytical approach to the problem is essentially equivalent to the conventional method of analyzing the folded (cage-driven) dipoles. The transmission part of input impedance of folded dipole is analyzed by transmission line theory. The problem of determining the radiation part of the impedance is formulated analytically in terms of Pocklington (electric field) type integral equation (-s) for the current in the antenna. Numerical solution of this equation is obtained by Galerkin's method with piecewise sinusoidal basis set for representing the unknown current. The results of computations for quarter-, half- and double-half-wave antennas are presented.

A. KARWOWSKI, M. MOSZCZYŃSKI

PROPRIÉTÉS D'IMPÉDANCE DES ANTENNES À CAGE

Résumé

Dans cette étude on a présenté les résultats de l'analyse théorique des propriétés d'impédance des antennes à cage émettrices et d'ondes moyennes. La méthode de l'analyse ici admise est en effet coïncidente avec la méthode conventionnelle de la description analytique des dipôles alimentés latéralement. L'impédance pour la composante contre-phase du courant dans le dipôle a été calculée à partir des dépendances déduites de la théorie des lignes longues sans pertes. Le problème de la détermination de l'impédance pour la composante en phase du courant a été réduit à la résolution de l'équation de Pocklington pour la fonction décrivant la répartition du courant le long du dipôle (des dipôles). On a résolu cette équation d'une façon numérique en prenant comme base la méthode de Galerkin et en se servant d'approximation de la solution recherchée par la combinaison linéaire des composantes sinusoïdales comme fonctions de base. On a présenté les résultats des calculs de l'impédance pour les antennes quart d'onde, demi-onde et bidemi-onde.

A. KARWOWSKI, M. MOSZCZYŃSKI

IMPEDANZEIGENSCHAFTEN DER KÄFIGANTENNEN

Zusammenfassung

In der Arbeit wurden die Ergebnisse der theoretischen Analyse von Impedanzeigenschaften der Käfigantennen für Mittelwellenbereich dargestellt. Die Methode, womit die Käfigantennen analysiert worden sind, ähnelt der konventionellen Beschreibung des Nebenschlußdipols. Die Impedanz der Gegenstromkomponente im Dipol wurde mittels Gleichungen der Fernleitungstheorie berechnet. Die Impedanz der zweiten

Stromkomponente wurde nach der Pocklington-Gleichung für Stromverteilung längs des Dipols (der Dipole) bestimmt. Diese Gleichung wurde nach der Galerkin-Methode numerisch gelöst. Diese Lösung wurde als Kombination von Sinusabschnitten der Basisfunktionen gewonnen. Die Berechnungsergebnisse der Impedanz wurden für Viertel-, Halb- und zweimal Halbwellenantennen dargestellt.

А. КАРВОВСКИ, М. МОЩИНСКИ

ИМПЕДАНЦИОННЫЕ СВОЙСТВА КЛЕТОЧНЫХ АНТЕНН

Р е з ю м е

Представлены результаты теоретического исследования импеданционных свойств передающих клеточных антенн средневолнового диапазона. Используемый метод анализа клеточных антенн по своему характеру сходен с классическим подходом к решению задач излучения шунтовых вибраторов. Входное сопротивление для противфазной составляющей тока в шунтовом вибраторе рассчитывается по соотношениям теории длинных линий передачи. Задача определения сопротивления для синфазной составляющей тока сведена к решению уравнения Поклингтона для функции-распределения тока вдоль вибратора (вибраторов). Численное решение этого уравнения получено методом Галеркина при использовании кусочно синусоидальных базисных функций. Приведены результаты вычислений для четвертьволновой, полуволновой и двухполуволновой антенн.

A Study of Traffic Distribution Models with Reference to the Polish Telex Network

KRYSTYNA PALMOWSKA (WARSZAWA)

Instytut Łączności

The paper received 20.9.1979

A method of comparative studies of theoretical traffic distribution models is presented, based on measurements of traffic on routes. In the method the optimal values of parameters of a model are computed, in particular the optimal weights of nodes (parameters relating to nodes), which minimise the deviation of theoretical from empirical data.

The results of empirical comparison of some theoretical traffic distribution models (the uniform distribution, the gravity model, the exponential model and the so-called conditionally asymmetric model) with regard to Polish telex traffic data are presented. Iterative methods of determining weights of nodes from the originating and/or terminating traffic values are shown.

1. INTRODUCTION

One of the basic problems to be solved in long-term forecasting of traffic flows in a telecommunication network is the choice of a suitable traffic distribution model. Such a model determines the distribution of the traffic originated at different telecommunication centres (nodes) over different directions and consequently enables specifying the predicted traffic matrix, assuming forecasts of traffic characteristics for these centres being known.

It is generally assumed that the traffic flow between a pair of nodes $r(i, j)$ (point-to-point traffic flow) depends on some quantitative characteristics of nodes and on the community of interest between them, measured in terms of internodal distance e.g. The general formula for models of this type is:

$$r(i, j) = \alpha_o k_{ij} W_o(i) W_t(j), \quad (1)$$

where:

$W_o(i)$ — parameter describing quantitatively node i (source),

$W_t(j)$ — corresponding parameter describing node j (destination),

k_{ij} — measure of community of interest between a pair of nodes (i, j) ,

α_o — normalising factor, common to all the elements of traffic matrix R .

Here will be assumed a measure of community of interest k_{ij} being of the form:

$$k_{ij} = \delta_{ij} f(D_{ij}, \eta_k), \quad (2)$$

where:

D_{ij} — distance between a pair of exchanges (i, j) ,

$f(D_{ij}, \eta_k)$ — function expressing decreasing community of interest between a pair of exchanges with increasing interexchange distance,

η_k — parameters (constants) of f -function,

δ_{ij} — adjusting factor allowing for other than distance influences.

Construction of such a model which could be applied to medium- and long-term planning of telex network was one of the objectives of the study, results of which are presented in this paper. The study was based on routine traffic measurements carried out on all trunk groups in the Polish telex network. In the absence of other detailed measurement data the scope of the study was limited to interexchange traffic (local traffic was not considered).

The Polish telex network has a relatively simple topological structure with two-level hierarchy. In the period from which measurements date, there were 23 exchanges in the network. Exchanges of the higher hierarchical level (main exchanges) are all connected directly between themselves. Each of the remaining exchanges is connected with two different main exchanges, one of which is always located in Warsaw (the capital of the country). From the above it follows that the network is rather „sparse”. Traffic routing principles are fixed.

Due to the above mentioned circumstances it is possible to carry out a detailed analysis of data and to examine a major number of distribution models.

2. CONCEPT OF THE STUDY

In the study a statistical model was needed, which could be used as a reference model for different theoretical models. For this purpose results of routine traffic measurements on telex trunk groups were used (such measurements are carried out twice a year in the months of May and November). Four consecutive series of measurements were chosen dating from November 1975 to May 1977; in this period the configuration of the network and its equipment were relatively stable. The empirical model was defined by averaging traffic values measured on every route in the above mentioned four series.

Assume the following notations:

f_m, f_{kl} — traffic flow measured on the m -th branch of the graph, or — in other words — on the trunk group between a pair of exchanges k and l ,

Γ — set of branches of the telex network graph consisting of branches (k, l) , i.e. directed trunk groups from a node k to a node l ,

$Tr(i, j)$ — directed path from a node i to a node j , i.e. ordered sequence of nodes and branches determined by routing principles in the telex network.

Then for a given vector $F = \{f_m\}$ there exists an infinite number of matrices R which satisfy the set of equations given below:

$$f_m = f_{kl} = \sum_i \sum_j r_{ij}, \quad (3)$$

$$(k, l) \in \Gamma,$$

$$(k, l) \in Tr(i, j).$$

From the above it follows that the derivation of the traffic matrix from the given set of route traffic values is not possible. Route traffic provides, however, the basis for investigating the degree of agreement between different theoretical models and the empirical model defined above. The following method presents itself.

From a given theoretical distribution model the traffic matrix is derived. Calculated point-to-point traffic flows are then routed in the graph of the network according to the relevant routing principles. Theoretical trunk flows obtained in this way can be then compared with empirical flows. As a comparison criterion the mean square root deviation may be accepted according to the following formula:

$$\Delta_s = \sqrt{\frac{\sum_{mT} (f_{mT} - f_{mE})^2}{M}} \quad (4)$$

or relative deviation in percent:

$$\Delta = \frac{\Delta_s}{\frac{\sum_m f_m}{M}} 100\%, \quad (5)$$

where:

f_{mT}, f_{mE} — trunk traffic in theoretical and empirical model respectively,

M — number of unidirectional trunk groups in the network.

Since the traffic distribution model is investigated, the normalising factor α_0 is so defined, that the sums of traffic flows in theoretical and empirical model are equal.

Results of the comparison for the chosen model obviously depend upon values being put under corresponding parameters. Here by term „parameters” constants of f -function as well as parameters $W_o(i)$ and $W_t(j)$ relating to nodes in formula (1) are understood. Parameters $W_o(i)$, $W_t(j)$ will be further on referred to as weights of nodes, $W_o(i)$ being called „originating” weight and $W_t(j)$ „terminating” weight respectively. It is assumed that these weights will be normalised, i.e. the sum of all originating weights (and similarly terminating weights) will be equal to 100%. Thus, for example, weights of nodes may be accepted in proportion to the number of subscribers at these exchanges (thus $W_o(i) = W_t(i) = W(i)$). Another possibility is to accept $W_o(i)$ proportionately to the originating traffic and $W_t(j)$ proportionately to the terminating traffic. In the first case a node is described by only one value — such a model will be called here symmetric. In the second case a node is described by two different values naturally characterising its generating and terminating traffic capabilities — a model of this kind will be called asymmetric. As the criterion of the rightness of choice the value of the deviation defined above may be accepted. And so putting to the formula (1) values of outgoing traffic and incoming traffic under W_o and W_t respectively leads to a value of the deviation smaller than in the case of weights of nodes i and j , assumed both to be proportionate to the number of subscribers. So the asymmetric model will generally be more accurate than the symmetric one.

When comparing two different models (with different shape of f -function) the problem of the choice of their parameters which guarantees their comparability remains valid. An obvious solution is to compare models with such parameters, by which the deviation

from the reference model is minimal. These parameters (weights, parameters of f -function) will be called optimal. An examination of a given distribution model consists then in defining its parameters W_{opt} , W_{topt} , η_{kopt} by which the deviation will reach the minimal value Δ_{min} . Two different models are compared on the corresponding Δ_{min} comparison basis.

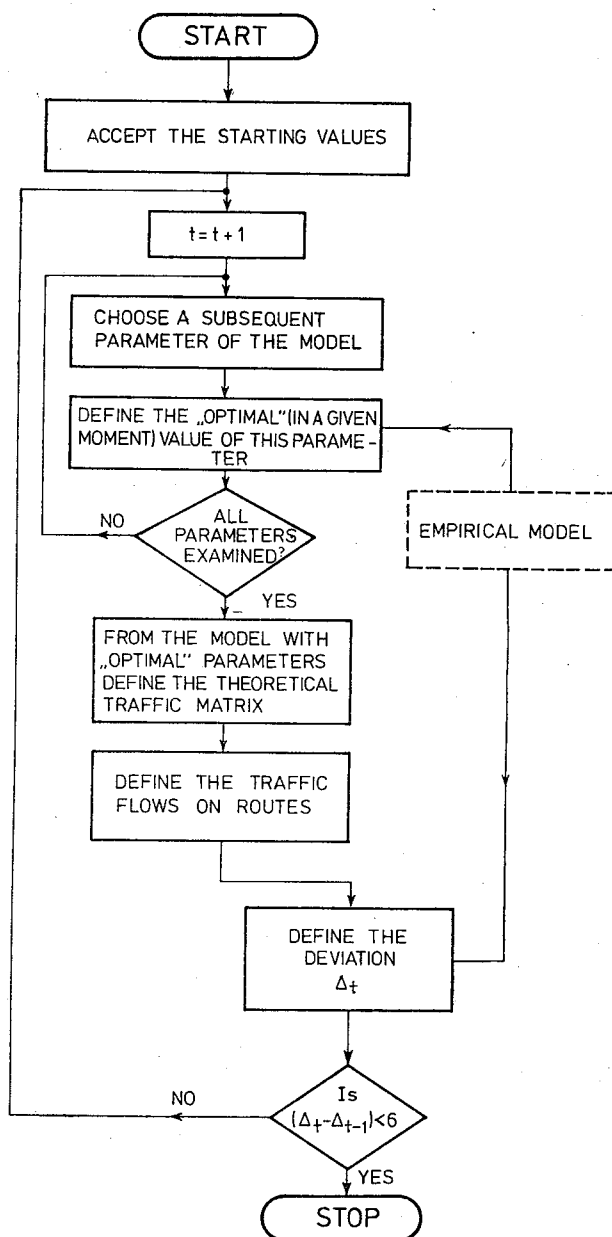


Fig. 1. Simplified flow diagram of the examination of a model (determining the optimal parameters)

In this study an iterative optimisation method belonging to the family of non-gradient methods viz. Gauss-Seidel method was accepted for the purpose of determining the optimal values of parameters of any model. A simplified scheme of this method is shown in Figure 1.

The computations within one iteration are following: first the function $\Delta(p)$ (where p is any parameter of a given model) is examined and the value of p_{opt} by which this function reaches its minimal value is found. A similar procedure is then repeated for the other parameters and in every case the optimal values of parameters previously examined within this iteration are held constant. Sequences $\{p_i^t\}$ where t is a consecutive number of iteration, defined in this way appear to converge to some limit values that are just the optimal parameters sought for.

This computational procedure is stopped when further decrease of the deviation is no more possible, i.e.

$$\Delta^{t-1} - \Delta^t < \sigma,$$

where Δ^{t-1} , Δ^t are values of deviation obtained in consecutive iterations $t-1$, t and σ is some small number.

It appears that these limits are practically invariant under change of the order of examining parameters or under change of start values substituted for these parameters. The order of examining parameters has, however, a significant influence on the speed of convergence of the algorithm. It was stated that from this point of view it is better to examine first the parameters of f -function and then the weights of nodes set in order of decreasing numbers.

3. SURVEY OF EXAMINED MODELS

The following basic traffic distribution models differing in the shape of f -function were empirically examined with reference to the traffic data collected. Variants of these models including the cases of symmetric and asymmetric weights were also examined.

1. The uniform distribution model, where $f(D_{ij}, \eta_k) = 1$ and $\delta_{ij} = 1$ (flows are independent of distances)

$$r(i, j) = \alpha_o W_o(i) W_t(j). \quad (6)$$

2. The gravity model, where $f(D_{ij}, \eta_k) = 1/D_{ij}^p$ and $\delta_{ij} = 1$

$$r(i, j) = \alpha_o \frac{W_o(i) W_t(j)}{D_{ij}^p}. \quad (7)$$

3. The exponential model (the entropy model), where $f(D_{ij}, \eta_k) = 1/e^{pD_{ij}} = 1/e^{d_{ij}}$ and $\delta_{ij} = 1$, d_{ij} is the relative distance between nodes i and j , i.e. $d_{ij} = D_{ij}/\bar{D}$ where $\bar{D}$ is the average distance between nodes in the network, i.e.

$$\bar{D} = \frac{\sum_i \sum_j D_{ij}}{N(N-1)}; \quad (8)$$

N being number of nodes in the network

$$r(i, j) = \alpha_o \frac{W_o(i) W_t(j)}{e^{d_{ij}}}. \quad (9)$$

4. The conditionally asymmetric model. This model requires some comment. The idea of such a model was formed basing on two premises.

1. The main weakness of asymmetric models, generally more accurate than symmetric ones, is the necessity of defining two parameters for each node connected with its originating and terminating traffic properties and consequently of forecasting two values strictly correlated between themselves. It would be desirable to find a model, guaranteeing sufficient accuracy in which a node would be described by only one number.

2. Measurement data show a significant asymmetry between outgoing and incoming traffic values and the general tendency is that for subordinate nodes the outgoing traffic is greater than the incoming traffic whereas for superior nodes the opposite is true.

These two facts were the starting point for the model called conditionally asymmetric. This model starts from some symmetric distribution and then the values of $r(i, j)$ and $r(j, i)$ derived from this distribution (e.g., negative exponential distribution) may be differentiated dependently of the reciprocal position of nodes i and j . The idea is to raise the value of flow $r(i, j)$ in cases when the traffic is directed from a relatively small node i to some important node j . Conditions of setting up the so-called „key” controlling the correction of the flow $r(i, j)$ were determined empirically. So the flow $r(i, j)$ is corrected upwards when the following condition is satisfied:

$$W(i) < W(j)f(D_{ij}) \quad (10)$$

where $f(D_{ij})$ denotes as before a function describing decreasing community of interest between a pair of exchanges with increasing distance between them in the starting model.

The final formula for the conditionally asymmetric model based on the exponential model is given below:

$$r(i, j) = \alpha_o \frac{W(i)W(j)}{e^{rd_{ij}}} [1 + \delta_{ij}as], \quad (11)$$

where:

δ_{ij} — above mentioned key,

$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{when } W(i) < W(j)/e^{rd_{ij}}, \\ 0 & \text{in other cases,} \end{cases}$

as — degree of asymmetry ranging between 0 and 1, to be defined from the data.

4. RESULTS OF THE STUDY

Results presented in this section were obtained with the aid of a computer program written in FORTRAN IV. The program was run on R-32 computer under control of Operating System DOS/JS. The program received a modular structure and was realized as a set of exchangeable programs, which in a great measure facilitated the introduction of subsequent modifications during the study.

The starting point was the uniform symmetric model with weights of nodes proportionate to the number of subscribers. The value of deviation obtained was of the order of 50%.

The next non-optimised model was the uniform asymmetric distribution in which originating and terminating weights were proportionate to the outgoing and incoming traffic respectively. The deviation obtained in this case was significantly better and amounted to 28,5%.

Results of optimisation study for some of the examined models are shown in Table 1 in which for every model the values of deviation, parameters of f -function and weights of Warsaw (for illustration) are given. Warsaw was chosen for its great value of weights and its dominating influence on the deviation. This is also illustrated in Figure 2. The

Table 1

Results of comparison between different traffic distribution models

Lp.	Type of model	Weight of Warsaw %	Parameters of f -function	Deviation %
1	Symmetric uniform	$W = 32,64$	—	23,54
2	Asymmetric uniform	$W_o = 26,90$ $W_t = 37,55$	—	19,75
3	Asymmetric gravity	$W_o = 26,72$ $W_t = 37,92$	$p = 0,71$	10,72
4	Symmetric exponential	$W = 32,26$	$r = 1,03$	16,42
5	Asymmetric exponential	$W_o = 24,83$ $W_t = 36,16$	$r = 1,03$	9,92
6	Conditionally asymmetric exponential	$W = 28,31$	$r = 0,93$ $as = 0,5$	11,45

curves in this figure were obtained by plotting the deviation against the weight of node. These characteristics were obtained by independent examination of nodes, i.e. when changing the weight of the examined node weights of the rest of the nodes remained constant, being proportionate to the starting values.

Comparing the numbers for consecutive models it should be noted that the best results are obtained for the two asymmetric models: the gravity model, and the exponential model which is slightly better than the previous one. The deviation in these cases amounts to some 10%. It is interesting to compare these values with the results obtained for the conditionally asymmetric model. In the last case the deviation by the optimal parameters figured out at 11% which is comparable with the Δ received for the best asymmetric models. The degree of asymmetry (parameter as in formula (11)) amounted to 0,5. Taking into account that this model requires determining only one number for each node, in particular the originated traffic (the terminated traffic results from a model) this model is competitive with regard to the corresponding asymmetric model. It is also to be noted that the individual forecasts of incoming traffic introduce some additional errors that will affect the quality of the forecast of the traffic matrix.

It should be noted that the values of determined optimal parameters are interdependent, e.g. value of parameter r in the exponential model with weights of nodes proportionate to the outgoing and incoming traffic significantly differs from the value of r received for the model with the optimal weights. In the first case r was 0,63 with the deviation $\Delta = 18,2\%$ and in the second case these numbers amounted to 1,0 and 9,9% respectively.

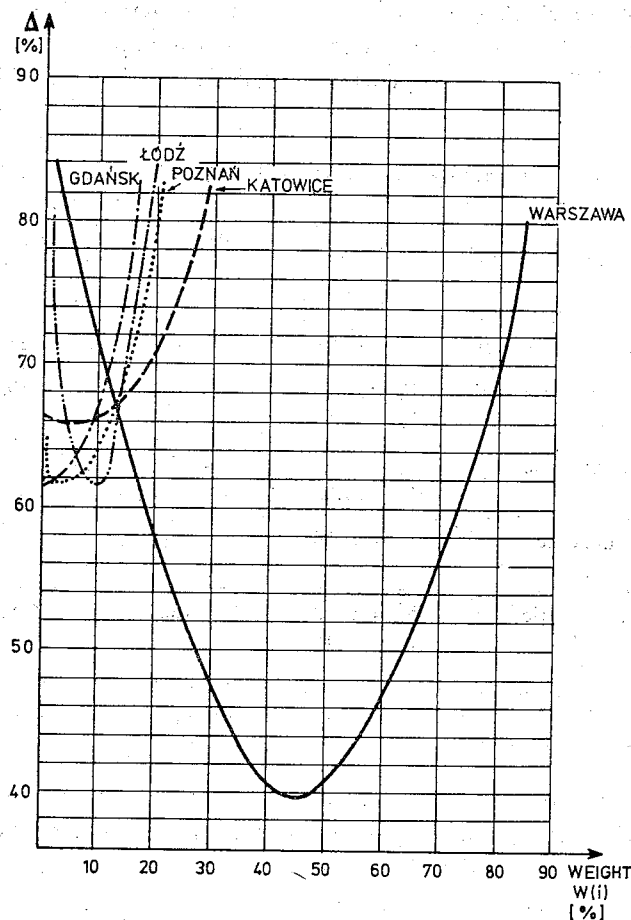


Fig. 2. The deviation Δ as a function of the weight of a node for some chosen nodes

One question arises: which model can be accepted as sufficiently accurate? The natural limit is the accuracy of the empirical model, representing a stochastic process of flows in a network. Moreover, there are problems of non simultaneous measurements, methods and accuracy of measurements that were not considered here. It was assumed that in the two-year period from which the measurements date the distribution of traffic in the network was not significantly changed. It was evaluated that the deviation between different measurement series defined accordingly to formula (5) was within 7 to 20 per cent and in relation to the averaged empirical model it was in order of 10% (8,7 to 11,5%). In view of these numbers it seems that the models with the least deviation can be accepted as sufficiently accurate.