

W zbiorze numerów $Q(q)$ wyróżniamy podzbiór $Q_o(q)$, numerów takich sytuacji, że zmiana stanu $q \rightarrow q'$, gdzie $q' \in Q_o(q)$, zależy od zasobów systemu komputerowego, lub wystąpienia określonego zdarzenia. Taka zmiana stanu $q \rightarrow q'$ kontrolowana jest przez funkcję logiczną:

$$L(q, q') : \Sigma x E(q) x K'(q, q') \rightarrow \{l_{q, q'}^+, l_{q, q'}^-\}, \quad q' \in Q_o(q). \quad (3.5)$$

Zmienna $l_{q, q'}$, która reprezentuje wartość tej funkcji, interpretowana jest następująco:
 $l_{q, q'} = l_{q, q'}^+$ — odpowiednie zasoby są przydzielone albo oczekiwane zdarzenie wystąpiło;
 jest możliwa zmiana stanu $q \rightarrow q'$,

$l_{q, q'} = l_{q, q'}^-$ — odpowiednie zasoby nie są przydzielone albo oczekiwane zdarzenie nie wystąpiło; nie jest możliwa bezpośrednia zmiana stanu $q \rightarrow q'$.

Relacja F_{QO} definiowana jest następująco:

$$F_{QO} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{q \in Q} \bigcup_{q' \in Q_o(q)} F_{QO}(q, q'), \quad (3.6)$$

przy czym

$$F_{QO}(q, q') \stackrel{\text{df}}{=} \begin{cases} \{(q, k'_q, l_{q, q'}^+, q') | k'_q \in K'(q, q')\}, & \text{dla } q' \in Q_o(q), \\ \{(q, k'_q, q') | k'_q \in K'(q, q')\}, & \text{dla } q' \in Q(q) \wedge Q_o(q). \end{cases} \quad (3.7)$$

Przykładowo relacja $F_{QO}(q, q')$ dla $q' \in Q_o(q)$ jest spełniona, gdy po nadejściu zgłoszenia do programowej obsługi mamy sytuację o numerze $k'_q \in K'(q, q')$ oraz $l_{q, q'} = l_{q, q'}^+$. W takim przypadku może nastąpić zmiana stanu $q \rightarrow q'$ reguły A.

Jeżeli $F_{QO} = \emptyset$, oznacza to, że należy oczekiwać na zasoby (zdarzenia), lub wystąpiła sytuacja niepożądana wymagająca testowania. Biorąc pod uwagę graf przedstawiony na rys. 5, widzimy, że może być spełniona relacja F_{QR} , tj. należy oczekiwać na zasoby lub spełnienie się określonego warunku logicznego, lub relacja F_{QS} , tj. wymagane jest automatyczne testowanie.

Relacja F_{RQ} , zgodnie z którą przekazywane jest sterowanie z warstwy funkcjonalnej do warstwy KZ i Z określone jest następująco:

$$F_{RQ} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{q \in Q} \bigcup_{q' \in Q_o(q)} F_{RQ}(q, q'), \quad (3.8)$$

przy czym

$$F_{RQ}(q, q') \stackrel{\text{df}}{=} \{(q, k'_q, l_{q, q'}^-, r) | k'_q \in K'(q, q') \wedge r = \Phi_q(q')\} \quad (3.9)$$

oraz

$$\Phi_q : Q_o(q) \xrightarrow{\text{na}} R(q). \quad (3.10)$$

Funkcja Φ_q przyporządkowuje jednoznacznie dla każdego stanu $q' \in Q_o(q)$ taki stan $\in R(q)$, że w sytuacji, gdy $k'_q \in K'(q, q')$ oraz $l_{q, q'} = l_{q, q'}^-$, następuje zmiana stanu $q \rightarrow r$. Innymi słowy, jeśli w stanie $q \in Q$ wystąpiła sytuacja o numerze $k'_q \in K'(q, q')$ oraz należy oczekiwać na zasoby lub zdarzenie, tj. $l_{q, q'} = l_{q, q'}^-$, następuje ustawienie stanu $r \in R(q)$ reguły B. Wprowadzając funkcję

$$H_1 : R \xrightarrow{\text{na}} H_1, \quad (3.11)$$

jest taka sytuacja, że zachodzi warunek

$$\Delta_o(q, q') \stackrel{\text{df}}{=} \{k'_q \in K'(q, q') \wedge q' \in Q_o(q) \wedge l_{q, q'} = l_{q, q'}^+ \wedge \wedge (k'_q \in K'(q, q') \wedge q' \in Q(q) \setminus Q_o(q))\}, \quad (3.17)$$

przekazywane jest sterowanie do innego programu $P_{q, q'}$ z warstwy komunikacji (blok A_1), który generuje odpowiednie reakcje v i y . Jeżeli mamy sytuację, że zachodzi warunek

$$\Delta_1(q, q') \stackrel{\text{df}}{=} \{k'_q \in K'(q, q') \wedge q' \in Q_o(q) \wedge l_{q, q'} = l_{q, q'}^-, \quad (3.18)$$

sterowanie przekazywane jest do programu P_r będącego pod adresem $h_1(r)$ (blok B), jeżeli zaś występuje sytuacja niepożądana o numerze $k''_q \in K''(q, s')$, sterowanie przekazywane jest do programu testującego $P_{s'}$ będącego pod adresem $h'_2(s')$ (blok C').

Rozpatrzmy funkcje realizowane przez programy z bloku B na rys. 6. Jeżeli zachodzi warunek $\Delta_1(q, q')$ program $P_r (r = \Phi_q(q'))$, por. (3.10), z warstwy KZ i Z będący pod adresem $h_1(r)$ określa wartość funkcji logicznej

$$L(r): A(q, q') \times \Xi(sr) \rightarrow \{l_{r, q'}^+, l_{r, q'}^-\}, \quad r \in R, \quad (3.19)$$

gdzie $A(q, q')$ jest zbiorem postaci informacji sterująco-kontrolnej $a(q, q')$ przekazywanej z warstwy funkcjonalnej do warstwy KZ i Z w sytuacji, jeśli zachodzi warunek $\Delta_1(q, q')$. Zmienna logiczna $l_{r, q'}$ reprezentująca wartość tej funkcji jest interpretowana następująco: $l_{r, q'}^+ = l_{r, q'}^+$ — wymagane zasoby są przydzielone lub zachodzą odpowiednie inne zdarzenia, $l_{r, q'}^- = l_{r, q'}^-$ — wymagane zasoby nie mogą być przydzielone lub nie występują żadne zdarzenia; wymagane jest odpowiednie testowanie.

Od wartości funkcji $L(r)$, $r \in R$ zależą relacje F_{RQ} oraz $F_{RS''}$. Relacja F_{RQ} określająca sposób przekazywania sterowania z warstwy KZ i Z do warstwy funkcjonalnej ogólnie określona jest następująco

$$F_{RQ} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{r \in R} F_{RQ}(r), \quad (3.20)$$

gdzie

$$F_{RQ}(r) \stackrel{\text{df}}{=} (\{r, l_{r, q'}^+, q'\} | r = \Phi_q(q') \wedge q \in Q), \quad (3.21)$$

zaś funkcja Φ_q zdefiniowana jest przez (3.10). Oznacza to, że jeżeli w stanie $r \in R$ wymagane zasoby są przydzielone lub zachodzi żądane zdarzenie, zgodnie z relacją $F_{RQ}(r)$ ustawiany jest stan $q' = \Phi_q^{-1}(r)$ reguły A w warstwie funkcjonalnej. Oznacza to przekazanie sterowania do programu pod adresem $h_o(q')$ należącego do bloku A_o (rys. 6).

Relację $F_{RS''}$ określającą przekazywanie sterowania z warstwy KZ i Z do warstwy automatycznego testowania definiujemy jako

$$F_{RS''} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{r \in R} F_{RS''}(r), \quad (3.22)$$

gdzie

$$F_{RS''}(r) \stackrel{\text{df}}{=} \{(r, l_{r, q'}^-, s'') | s'' = \psi(r)\} \quad (3.23)$$

oraz ψ jest różnowartościową funkcją

$$\psi: R \xrightarrow{na} S''. \quad (3.24)$$

Wprowadzamy funkcję

$$H_2'': S'' \rightarrow H_2'', \quad (3.25)$$

określającą przyporządkowanie dla każdego stanu $s'' \in S''$ adresu $h_s''(s'')$ programu automatycznego testowania $P_{s''}$.

Programy tworzące blok B (rys. 6) zapewniają współdziałanie warstwy KZ i Z z warstwą funkcjonalną zgodnie z relacją F_{RQ} , natomiast z warstwą automatycznego testowania zgodnie z relacją $F_{RS''}$.

Bloki C' i C'' z rys. 6 tworzą programy dokonujące automatycznego testowania. Testowanie realizowane przez program (z bloku C') będący pod adresem $h_2'(s')$ można formalnie potraktować jako określanie warstości funkcji logicznej:

$$L'(s'): C(q, s') \times \{\xi(s')\} \rightarrow \{l_{s'}^+, l_{s'}^-\}. \quad (3.26)$$

Zmienna $l_{s'}$ reprezentująca wartość tej funkcji określona jest następująco:

$l_{s'} = l_{s'}^+$ — wynik testowania jest pozytywny,

$l_{s'} = l_{s'}^-$ — wynik testowania jest negatywny; wymagana jest interwencja operatora węzła.

Symbol $C(q, s')$ oznacza zbiór postaci informacji $c(q, s')$ przekazywanej z warstwy funkcjonalnej do warstwy automatycznego testowania przy zmianie stanu $q \rightarrow s'$, zaś $\xi(s')$ reprezentuje dane (zapisane w odpowiedniej tablicy systemowej) wykorzystywane przy testowaniu przez program $P_{s'}$. Analogicznie wynik testowania realizowanego przez program $P_{s''}$ (z bloku C'') będący pod adresem $h_2''(s'')$ zapisujemy jako wartość funkcji

$$L''(s''): D(r, s'') \times \{\xi(s'')\} \rightarrow \{l_{s''}^+, l_{s''}^-\}, \quad (3.27)$$

podobnie interpretowanej jak funkcja $L'(s')$. Symbol $D(r, s'')$ oznacza tu zbiór postaci informacji $d(q, s'')$ przekazywanej z warstwy KZ i Z do warstwy automatycznego testowania przy zmianie stanu $r \rightarrow s''$.

Przy pozytywnych wynikach automatycznego testowania sterowanie przekazywane jest z warstwy automatycznego testowania do warstwy funkcjonalnej zgodnie z relacjami

$$F_{s'Q} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{s' \in S'} \{(s', l_{s'}^+, q_0)\}; F_{s''Q} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{s'' \in S''} \{(s'', l_{s''}^+, q_0)\}. \quad (3.28)$$

Przez q_0 oznaczono wyróżniony stan spoczynkowy reguły A w warstwie funkcjonalnej.

Wprowadzając jednoznaczne przyporządkowania

$$Z': S' \xrightarrow{\text{na}} W'; \quad Z'': S'' \xrightarrow{\text{na}} W'', \quad (3.29)$$

przekazywane sterowanie, przy negatywnych wynikach testowania, do warstwy interwencji operatora zapisujemy w postaci relacji

$$F_{s'W} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{s' \in S'} \{(s', l_{s'}^-, w') | w' = Z'(s')\} \quad (3.30)$$

oraz relacji

$$F_{s''W} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{s'' \in S''} \{(s'', l_{s''}^-, w'') | w'' = Z''(s'')\}, \quad (3.31)$$

gdzie: $w' \in W'$, $w'' \in W''$ oraz $W = W' \cup W''$.

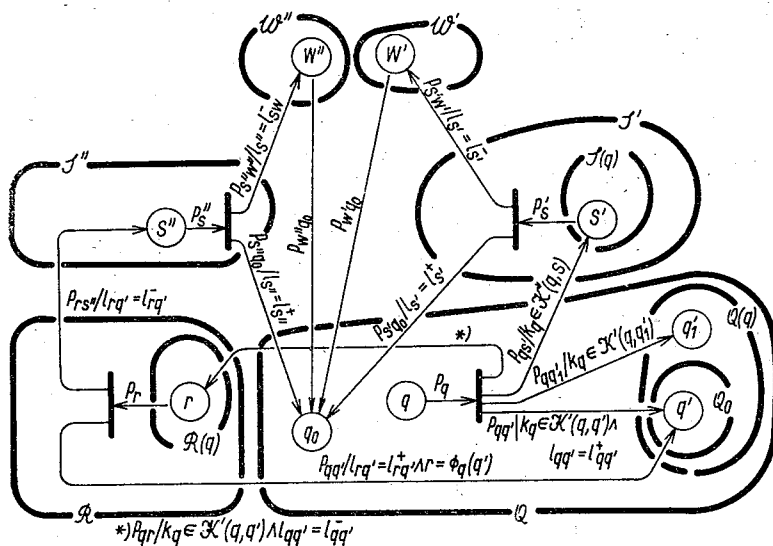
W wyniku interwencji operatora ustawiany jest stan spoczynkowy q_0 reguły A w warstwie funkcjonalnej, co oznaczono na rys. 6 symbolicznie jako $\xi(q_0)$. Zatem relacja F_{WQ} (rys. 5) ma postać

$$F_{WQ} \stackrel{\text{df}}{=} \bigcup_{w \in W} \{(w, q_0)\}. \quad (3.32)$$

Jeżeli przez $\xi(w)$ oznaczmy dane, które mogą być w stanie $w \in W$ wygenerowane dla operatora węzła, to wprowadzone tu relacje zapewniają uzależnienie tych danych od stanu $q \in Q$ oraz zmiany stanów $q \rightarrow q'$ przyporządkowanych regule A . Takie uzależnienie umożliwia przedstawienie operatorowi numeru zaistniałej sytuacji niepożądanego w stanie q .

4. BUDOWA SIECI PROGRAMÓW STERUJĄCYCH CZŁONEM KOMUNIKACYJNYM

Podstawowym celem wprowadzenia formalnego opisu zasad współdziałania warstwy funkcjonalnej z warstwami nadzorczymi było dążenie do umożliwienia pogładowego, a zarazem normalnego przedstawienia zasad współdziałania programów sterujących członem komunikacyjnym. Współdziałanie wszystkich takich programów daje się ująć w postaci pewnej sieci, zwanej siecią programów protokołu komunikacyjnego [7]. Sieć taką, której zasady tworzenia ilustruje rys. 7, daje się zbudować bezpośrednio na podsta-



Rys. 7. Ilustracja zasad tworzenia sieci programów

wie schematu podanego na rys. 6. Blok A_0 na tym rysunku tworzą wszystkie programy $P_{q'}$, $q \in Q$, zwane programami wstępnej obsługi zgłoszeń. Program P_q będący pod adresem $h_0(q)$ przede wszystkim dokonuje zgodnie z (3.2) klasyfikacji sytuacji i w zależności od numeru sytuacji pożądanego lub niepożądanego generuje odpowiednie informacje sterująco-kontrolne. Ponieważ każdy stan szczegółowy ze zbioru S^* ma jednoznacznie przyporządkowany adres programu, przeto zmiana stanu jest równoważna przekazaniu sterowania do innego programu. Wykorzystując ten fakt daje się sposób zmiany stanów w zbiorze

rze S^* przedstawić w postaci sieci programów, co ilustruje rys. 7. Przyjęto, że zmianie stanu $q \rightarrow q'$ odpowiada program $P_{qq'}$. Zapis $P_{qq'}|\Delta$ oznacza, że program wykonywany jest przy zajściu zdarzenia Δ . Tak więc program P_q wstępnej obsługi zgłoszenia, wykonywany w stanie $q \in Q$, określa numer sytuacji k_q w stanie q zaistniałej po wstępnej analizie informacji sterująco-kontrolnej zgłoszenia σ i w zależności od numeru k_q przekazuje sterowanie do jednego z programów $P_{qq'}$, P_{qq_1} , P_{qr} lub $P_{qs'}$. Każdy z tych programów pod koniec swego przebiegu zmienia stan q na jeden ze stanów q' , q'_1 , r lub s' . Do bloku B warstwy kontroli zasobów i zdarzeń należą programy P_r , $r \in R$, które dokonują przydziału zasobów i kontroli określonych zdarzeń. Program P_r określa między innymi wartość funkcji (3.19) i w zależności od wartości zmiennej $l_{rq'}$, przekazuje sterowanie do programu $P_{qq'}$ lub $P_{rs''}$. Programy $P_{rs''}$, $r \in R$, oraz $s'' \in S''$ należą także do bloku B , ich zadaniem jest generowanie odpowiedniej informacji sterująco-kontrolnej dla warstwy automatycznego testowania. Do bloków C' oraz C'' tej warstwy należą odpowiednie programy $P_{s'}$, $s' \in S'$, oraz $P_{s''}$, $s'' \in S''$, dokonujące automatycznego testowania, a także programy $P_{s'w'}$, $P_{s''w''}$ generujące informację sterująco-kontrolną przekazywaną do warstwy interwencji operatora przy negatywnym wyniku testowania. Program testujący $P_{s'}$ będący w pamięci pod adresem $h'_2(s')$ po wykonaniu automatycznego testowania przekazuje sterowanie do programu $P_{s'q_0}$, który przy pozytywnym wyniku testowania ustawia stan spoczynkowy q_0 w warstwie komunikacyjnej i ewentualnie generuje odpowiednią informację o zaistniałej sytuacji niepożądaną dla operatora węzła. Przy negatywnym wyniku testowania program $P_{s'}$ przekazuje sterowanie do programu $P_{s'w'}$ generującego odpowiednie dane dla operatora, ustawia stan w' i sygnalizuje żądanie interwencji operatora. Analogiczne czynności realizują programy $P_{s''}$, $s'' \in S''$ z bloku C'' .

Tablica 1

Przyporządkowanie blokom z rys. 6 programów przedstawionych w postaci sieci na rys. 7

Blok (rys. 6)	Programy tworzące sieć programów (rys. 7)
A_0	$P_q, q \in Q$
A_1	$P_{qq'}, q' \in Q(q) \wedge q \in Q$
A_2	$P_{s'q_0}, s' \in S'$ oraz $P_{s''q_0}, s'' \in S''$
B	$P_r, r \in R$ oraz $P_{rs''}, r \in R \wedge s'' = \psi(r)$
C'	$P_{s'}, s' \in S'$ oraz $P_{s'w'}, s' \in S' \wedge w' = Z'(s')$
C''	$P_{s''}, s'' \in S''$ oraz $P_{s''w''}, s'' \in S'' \wedge w'' = Z''(s'')$
D	$P_{w'q_0}, w' \in W'$ oraz $P_{w''q_0}, w'' \in W''$

Na rys. 7 czynność operatora w stanie $w' \in W'$ oznaczono przez $P_{w'q_0}$, zaś w stanie $w'' \in W''$ przez $P_{w''q_0}$. Czynność ta uzależniona jest więc od „historii” zmiany stanów, przy czym informacja o niej w postaci numeru sytuacji niepożądaną w stanie początkowym $q \in Q$ i sekwencji zmiany stanów od q do w' lub w'' może być dostępna dla operatora.

Zastosowanie programów tworzących ogólną sieć programów podano na rys. 7 i przynależnych do poszczególnych bloków ze schematu przedstawionego na rys. 6 podano w tablicy 1.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

Przedstawiając strukturę modelu oprogramowania członu komunikacyjnego w postaci sieci programów, zmierzano do tego, aby sieć taka była w pewnym sensie obrazem realizacji protokołu komunikacyjnego w systemie komputerowym i aby przy tym uwzględnić zarówno kontrolę przydziału zasobów systemu komputerowego, jak również kontrolę określonych zdarzeń powstających między innymi przy kontroli odcinków czasowych i automatyczne testowanie w ściśle określonych sytuacjach niepożądanych.

Podstawowym problemem, jaki powstaje przy tworzeniu sieci programów, jest ustalenie zbiorów dopuszczalnych stanów reguł A , B , C' , C'' , D (rys. 4). W zależności od postaci tych zbiorów otrzymujemy różne struktury sieci. Pojawiają się więc dwa problemy. Pierwszy to problem utworzenia takiej sieci, by była ona prawidłowym modelem oprogramowania protokołu, tj. *problem znalezienia dopuszczalnej sieci programów*. Drugim problemem jest *problem optymalizacji sieci programów*, tj. w zbiorze sieci dopuszczalnych znalezienia takiej sieci, by realizacja protokołu, który ona odzwierciedla, była w sensie ustalonego kryterium najlepsza. Do rozwiązania problemu znalezienia dopuszczalnej sieci programów mogą być w pewnym stopniu wykorzystane znane z literatury modele utworzone dla celów weryfikacji protokołów [11, 17, 23]. Podstawowe własności dopuszczalnej sieci programów zawiera praca [7]. Problem optymalizacji sieci programów protokołu jest zagadnieniem bardzo złożonym i jego rozwiązanie jest ściśle uzależnione od struktury węzła sieci teleinformatycznej. Do rozwiązania tego problemu mogą być pomocne prace [2, 19, 24].

Przedstawienie modelu oprogramowania protokołu komunikacyjnego w postaci sieci programów spełnia podobną funkcję, jaką spełnia tzw. sieć czynności przy realizacji złożonych przedsięwzięć. Dążono przy tym do tego, by wychodząc z formalnego opisu protokołu w miarę sprecyzować, jakie konkretne funkcje, wynikające bezpośrednio z tego opisu, mają realizować poszczególne programy. Z tego też względu zawarte tu zasady powinny się przyczynić do bardziej usystematyzowanego podejścia do tworzenia oprogramowania protokołów komunikacyjnych.

BIBLIOGRAFIA

1. S. Alfonzetti i in., *A formal description of the DTE packet level in the X.25 Recommendation*, Alta Frequenza, (XLVIII) 1979, 513—522.
2. A. Badach, *Osnownye problemy projektrowanija uzłow wyczislitielnych sietiej*, Abhandlungen der AdV der DDR: Nachrichtentheorie und ihre Anwendungen, Nr 16, Akademie Verlag, Berlin, 1981, 57—67.
3. A. Badach, *Organizacja pracy węzła podsieci komunikacyjnej*, w książce: Sobczak W. (red.) „Wprowadzenie do teleinformatyki”, WKiŁ, Wyd. 2 (w druku).
4. A. Badach, *Zasady komunikowania się oddalonych procesów. Protokoły komunikacyjne*, W książce: Rutkowski D. (red.) „Projektowanie sieci przesyłania informacji dla systemów teleinformatycznych”, Wyd. Politechniki Wrocławskiej (w druku).
5. A. Badach, *Podstawy tworzenia oprogramowania portokółów komunikacyjnych*, W książce: Baze-wicz M. (red.) „Własności i funkcje sieci komputerowych. Metody dostępu do zasobów sieci. Część III”, WASC, Wrocław (w druku).

6. A. Badach i in., *Zasady tworzenia oprogramowania reguł sterowania przesyłaniem informacji cyfrowej*, Materiały I-szej konferencji naukowej „Systemy telekomunikacyjne”, Kołobrzeg 1980.
7. A. Badach i in., *Podstawy tworzenia sieci programów sterujących przesyłaniem informacji cyfrowych w systemach telekomunikacyjnych*, Rozprawy Elektrotechniczne, (27), 1981, 863—883.
8. A. Badach i in., *Problemy oprogramowania telekomunikacyjnego węzłów sieci teleinformatycznych z komutacją kanałów*, Przegląd Telekomunikacyjny, Nr 3, 1981, 67—69.
9. A. Badach i in., *Sposób sterowania procesami komutacyjnymi w zbudowanym na bazie systemu komputerowego węźle sieci teleinformatycznej z komutacją kanałów*, patent PRL, Nr 216700.
10. G. V. Bochmann, *Finite state description of communications protocols*, Computer Networks, Nr 2, 1978, 361—372.
11. A. Danthine, *Petri nets for protocol modeling and verification*, Materiały konferencji COMNET, Budapeszt, 1976, 663—685.
12. A. S. Danthine, *Protocol Representation with Finite-State Models*, IEEE Trans. Commun., (28) 1980, 632—643.
13. D. W. Davies i in., *Computer networks and their protocols*, Wiley, New York 1979.
14. J. Harangozo, *Formal approaches to designing protocols*, Materiały konferencji COMNET, Budapeszt, 1976, 195—212.
15. G. Le Moli, *A theory of colloquies*, Alta Frequenza, (XLII) 1973, 493—500.
16. P. M. Merlin, *A methodology for the design and implementation of communication protocols*, IEEE Trans. Commun., (24) 1976, 614—621.
17. P. M. Merlin, *Specification and validation of protocols*, IEEE Trans. Commun., (24) 1979, 1671—1680.
18. L. Mezzalana, F. A. Schreiber, *A proposal for a formal description of colloquies as a form of interaction of sequential machines*, Alta Frequenza, (XLII) 1973, 594—603.
19. F. Piątkowski, *The ISO Open System Reference Model-A Proposal for a System Approach*, Computer Networks, 1980, 111—124.
20. J. Pužman, R. Porizek, *Communication Control in Computer Networks*, J. Wiley — ALFA, London 1981.
21. R. R. Razouk, G. Estrin, *Modeling and Verification of Communication Protocols in SARA: The X.21 Interface*, IEEE Trans. Computers, (29) 1980, 1038—1051.
22. P. Schmitz, U. Hasenkamp, *Rednerverbundsysteme. Offene Kommunikationssysteme auf der Basis des ISO-Referenz-Modells*, Carl Hanser-Verlag, München-Wien 1981.
23. C. A. Sunshine, *Survey of protocols definition and verification techniques*, Computer Networks, Nr 2, 1978, 436—550.
24. B. Wolfinger, *Das Modellierungssystem MOSAIC zur Analyse und Optimierung hierarchisch organisierter Kommunikationsprotokolle in Rechnernetzen*, Elektronische Rechenanlagen, (23) 1981, 199—211.

A. BADACH

CONSTRUCTION METHODS OF COMPUTER NETWORKS COMMUNICATION PROTOCOL SOFTWARE

Summary

A multilevel model of computer network communication protocol software is presented. This model presents communication control programs as a net of communication protocol programs. The net described ensures: all protocol parameter control, computer system resources management and allocation for concurrent communication processes, event and logical conditions control, automatic testing, operator action request in error appearance situation. The model presented performs the same function as an activity net in complex enterprises. The object was to specify program functions as a result of formal protocol description. The methods should make the construction of communication protocols software more systematic.

A. BADACH

MÉTHODE DE FORMATION DE PROGRAMMERIE DE PROTOCOLES
DE COMMUNICATION DES RÉSEAUX TÉLÉINFORMATIQUES

Résumé

On a présenté le modèle multicouche de programmation de protocole de communication du réseau téléinformatique. Ce modèle permet de présenter des programmes de contrôle de communication et de maintenance en forme de réseau des programmes de protocole de communication. Le réseau en question assure entre autres: contrôle de tous les paramètres de protocole, question de ressources du système de l'ordinateur, leur attribution pour processus de communication relisés synchroniquement, contrôle des événements et des coditions logiques, test automatique en situations indésirables, demande de l'intervention de l'opérateur en cas de résultat négatif du test.

La représentation du modèle de programmation du protocole de communication en forme du réseau des programmes joue le rôle pareil à celui du réseau d'activité réalisant des projets complexes. Sur la base de description formelle du protocole, on a tendu à préciser les fonctions à réaliser par chaque programme. La méthode présentée dans cet article doit contribuer à aborder plus systématiquement la formation de programmation des protocoles de communication.

A. BADACH

METHODIK DER KONSTRUKTION VON KOMMUNIKATIONSPROTOKOLLSOFTWARE
FÜR DIE RECHNERNETZE

Zusammenfassung

In dem Aufsatz wird ein mehrstufiges Modell von Kommunikationsprotokollsoftware beschrieben. Dieses Modell ermöglicht die den Kommunikationsverlauf steuernden und bestimmte Verwaltungsfunktionen realisierenden Programme als ein Programmnetz darzustellen. Das Programmnetz sichert u.a.: Kontrolle aller Protokollparameter, Verwaltung der Systemmittel und deren Zuteilung an die parallelweise veraufenden Kommunikationsprozesse, Kontrolle von Erscheinungen und der Erfüllung logischer Bedingungen, automatische Testierung und beim negativen Ergebnis — eine Interventionsforderung an den Operator. Das in dieser Weise aufgebaute Modell soll den sogenannten Operationsnetzen für komplexe Unternehmungen ähnlich wirken. Man strebte danach, auf Grund der formellen Protokollbeschreibung die Funktionen präzisieren zu können, die von den einzelnen Programmen realisiert werden sollen.

Die präsentierte Methodik wird hoffentlich dazu beitragen, die Konstruktion von Kommunikationsprotokollsoftware systematischer in Angriff zu nehmen.

А. БАДАХ

МЕТОДИКА КОНСТРУИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОТОКОЛОВ
СВЯЗИ СЕТЕЙ ЭВМ

Резюме

Представлена многоярусная модель программного обеспечения протоколов связи сети ЭВМ. Эта модель даёт возможность представлять в виде сети программы протокола связи, программы управляющие сетью и реализующие некоторые надзорные функции. Обсуждаемая сеть программ обеспечивает между прочим: контроль всех параметров протокола, управление вычислительными ресурсами и назначение их протекающим параллельно процессом связи, контроль событий

и их логического обусловливания, проведение автоматической проверки в нежелательных состояниях и востребование вмешательства оператора в случае её отрицательного результата. Представленная модель программного обеспечения протокола связи в виде сети программ должна играть такую же роль, как сеть действий сложного мероприятия. Исходя из формального описания протокола автор стремился уточнить, какие функции, вытекающие из формального описания, должны выполняться отдельными программами. Представленная в статье методика должна способствовать более систематическому подходу к программному обеспечению протоколов связи сетей ЭВМ.

TREŚĆ

B. Szadkowski: Quasi-zrównoważone metody pomiaru impedancji	291
A. Brykałski: O pewnej metodzie obliczania zastępczej stałej czasowej procesów dyfuzyjnych	305
W. Lipiński, S. Iskierka: Feldschwächung durch leitende zylindersymmetrische Schirmung von Magnetfeldern	317
R. Rakowski: Entropijne błędy przyrządów pomiarowych	325
L. Borowik: The Determination of Continuously Non-Measurable Temperature in Selected Thermal Objects	335
K. Adamiak, M. Włodarczyk: Pewne uwagi o możliwości stosowania obliczeń przybliżonych przy wyznaczaniu pola elektromagnetycznego i charakterystyk silnika indukcyjnego metodą całkowitego przekształcenia Fouriera	355
E. A. Mendrela, G. Kamiński: Silniki elektryczne o dwóch stopniach swobody mechanicznej	373
J. Turowski, M. Turowski: A Network Approach to the Solution of Stray Field Problem in Large Transformers	405
C. Sajdak: Siły elektrodynamiczne w ciekłym metalu mieszanym indukcyjnie w procesach półciągłego lub ciągłego odlewania wlewków cylindrycznych	423
A. Sobieszczuk: Wybrane zagadnienia analizy mikroskopowej śladów łuku na katodzie	437
A. Trzynadłowski: Optimalizacja energetycznych układów napędu elektrycznego o regulowanej prędkości kątowej	453
J. Morawski: Wpływ komutacji w układzie prostownikowym na moc czynną i graniczną wartość prędkości samochodowej prądnicy prądu przemiennego	469
T. Łuba: Synteza układów kombinacyjnych metodą dekompozycji funkcji boolowskich	481
Z. M. Wójcik: A Natural Approach in Pattern Recognition	499
J. S. Kunicki: Synchronizacja słów sygnału kodowego	527
T. Jakubowska, M. S. Piekarski: Warunki realizowalności i synteza pewnej klasy czwórników <i>RC</i> o strukturze drabinkowej	539
R. Wojtyna: Sterowanie częstotliwością drgań sinusoidalnych generatorów <i>RC</i> za pomocą dodatkowego wzmacniacza	557
S. Kuta: Wykorzystanie dowolnych, dwustanowych przetworników napięcia stałego do budowy wzmacniaczy mocy klasy <i>D</i> i metoda ich analizy	573
A. Bałach: Metodyka tworzenia oprogramowania protokołów kombinacyjnych dla sieci teleinformatycznych	593

CONTENTS — TABLES DES MATIÈRES — INHALT

B. Szadkowski: Quasibalanced Methods of Impedance Measurement	302
Méthodes quasi-équilibrées de mesure de l'impédance	303
Quasiangeglichene Methoden für Impedanzmessung	303
A. Brykałski: On a Certain Method of Computing Vicarious Time Constant for Diffusion Processes	315
Méthode de calculer la constante équivalente de temps des processus de diffusion	315
Berechnungsmethode der mittleren Zeitkonstante bei Diffusionsprozessen	315
W. Lipiński, S. Iskierka: Efficiency of Shielding from Electromagnetic Fields With the Use of an Axially Symmetrical Screen	323

Efficacité du blindage à l'aide de l'écran axialement symétrique contre les champs électromagnétiques	323
Skuteczność ekranowania ekranem osiowosymetrycznym od pól elektromagnetycznych	324
R. R a k o w s k i: Errors Due to Entropy in Measurement Instruments	333
Erreurs entropiques des appareils de mesure	333
Entropiefehler der Messgeräte	333
L. B o r o w i k: Wyznaczanie temperatury niemierzalnej w sposób ciągły w wybranych obiektach termicznych	353
Indication de la température immesurable dans les dispositifs thermiques choisis par mode continu	352
Bestimmung der kontinuierlich unmessbaren Temperatur in thermischen Objekten	352
K. A d a m i a k, M. W ł o d a r c z y k: Some Remarks About the Possibility of Applying Approximate Calculation Based on Fourier Transform in Order to Determine Electromagnetic Fields and Performance of Linear Induction Motors	370
Quelques remarques sur la possibilité de l'application des calculs approximatif à la détermination du champ électromagnétique et des caractéristiques du moteur à induction linéaire par méthode intégral de la transformation de Fourier	370
Einige Bemerkungen zur Anwendungsmöglichkeit angenäherter Berechnungen bei Bestimmung eines elektromagnetischen Feldes und der Charakteristiken eines linearen Induktionsmotors mittels der Methode integrierter Fourier-Transformation	371
E. A. M e n d r e l a, G. K a m i Ń s k i: Electric Motors With Two Degrees of Mechanical Freedom	402
Moteurs électriques à deux degrés de liberté mécanique	402
Elektromotoren mit zwei mechanischen Freiheitsgraden	403
J. T u r o w s k i, M. T u r o w s k i: Zastosowanie metody sieci reluktancyjnych do rozwiązywania problemów rozproszeniowych w transformatorach	421
Application de la méthode du réseau des réluctances équivalent pour résoudre les problèmes du champ de fuites des transformateurs	420
Anwendung der Netzmethode zur Lösung von Streuflussproblemen grosser Transformatoren	421
C. S a j d a k: Electromagnetic Forces in Liquid Metal Stirred Inductively in the Process of Semi-Continuous and Continuous Casting of Ingots	435
Les forces électrodynamiques dans le métal liquide malaxé par méthode à induction dans le processus de la coulée semi-continue et continue des lingots cylindriques	435
Elektrodynamische Kräfte im induktiven gemischten flüssigen Metall in Halb- bzw. Stranggiessverfahren von zylindrischen Blöcken	436
A. S o b i e s z c z u k: Some Problems of Microscopic Analysis of Arc Traces on the Cathode	450
Problèmes choisis de l'examen au microscope des traces de l'arc sur la cathode	451
Gewählte Probleme der mikroskopischen Untersuchung von Bogenspuren an der Kathode	451
A. T r z y n a d l o w s k i: Energy Optimization of Electrical Drive Systems With Controlled Angular Velocity	467
Optimisation énergétique des systèmes de commande électrique à vitesse angulaire réglable	468
Energetische Optimierung der Elektroantriebsysteme mit einstellbarer Winkelgeschwindigkeit	468
J. M o r a w s k i: The Influence of Commutation in the Rectifier System on the Active Power and the Graphic Value of the Velocity of the Automotive Alternator	478
Influence de la commutation dans un montage redresseur sur la puissance active et sur la valeur graphique de la vitesse d'un alternateur de voiture	479
Einfluss der Kommutation im Gleichrichtersystem auf die Nutzleistung und den graphischen Drehzahlwert eines Wechselstrom-Klauenpol-Generators	479
T. Ł u b a: Synthesis of Combinatorial Systems Through Decomposition of Boolean Functions	496
Synthèse des systèmes de combinaison par la méthode de décomposition des fonctions de Boolow	497
Synthese der Kombinationssysteme mittels Dekomposition der Boolowschen Funktionen	497

Z. M. Wójcik: A Natural Approach in Pattern Recognition	524
Approche naturelle de la reconnaissance des formes	525
Natürliche Annäherung an die Bilderwahrnehmung	525
J. Kunicki: Word Synchronization for Coded Signals	537
Synchronisation des mots du signal de code	537
Wortsynchronisierung bei Kodesignalen	537
T. Jakubowska, M. S. Piekarski: Realization Conditions and Synthesis of a Class of RC Two-Port Ladder Networks	555
Conditions de la réalisation et synthèse des quadripôles RC à structure de l'échelle	555
Realisierungsbedingungen und Synthese bestimmter Klasse von RC-Vierpole als Kettenbruchschaltungen	556
R. Wojtyna: Frequency Control in RC Sinusoidal Oscillators by an Additional Amplifier	571
Commande de la fréquence des oscillations sinusoïdales de l'oscillateur RC à l'aide de l'amplificateur additionnel	571
Frequenzsteuerung der sinusförmigen Schwingungen in RC-Generatoren mit Hilfe eines zusätzlichen Verstärkers	571
S. Kuta: D-Class Low Frequency Amplifiers With Two-State DC/DC Switching Converters	590
Application des convertisseurs de tension constante bistable aux amplificateurs de puissance classe D et la méthode de les analyser	591
NF-Verstärker der D-Klasse mit Einsatz der DC/DC-Wandler	591
A. Badach: Construction Methods of Computer Networks Communication Protocol Software	608
Méthode de formation de programmation de protocoles de communication des réseaux téléinformatiques	609
Methodik der Konstruktion von Kommunikationsprotokollsoftware für die Rechnernetze	609

СОДЕРЖАНИЕ

Б. Шадковски: Квазиуравновешенные методы измерения импеданса	303
А. Брыкальски: Метод вычисления эквивалентной постоянной времени диффузионных процессов	315
В. Липиньски, С. Искерка: Эффективность экранирования с применением осесимметрического электромагнитного экрана	324
Р. Раковски: Энтропийные величины ошибок измерительных приборов	333
Л. Боровик: Непрерывное определение неизмеряемой температуры в избранных термических объектах	353
А. Адамяк, В. Влодарчик: О возможности применения приближенных расчетов при определении электромагнитного поля и характеристик асинхронного линейного двигателя методом интегрального преобразования Фурье	371
Е. А. Мендреля, Г. Каминьски: Электрические двигатели с двумя степенями механической свободы	403
Я. Туровски, М. Туровски: Применение метода цепей к решению проблем поля рассеяния в мощных трансформаторах	422
Ч. Сайдак: Электродинамические силы в жидком металле индукционно перемещаемом в процессах полунепрерывного и непрерывного литья цилиндрических слитков	436
А. Собежук: Избранные вопросы микроскопического анализа катодных следов электрической дуги	451
А. Тшинадлёвски: Энергетическая оптимизация систем электропривода с регулируемой угловой скоростью	468
Е. Моравски: Влияние коммутации в схеме выпрямителей на активную мощность и предельную скорость вращения автомобильного альтернатора	479
Т. Луба: Синтез комбинационных схем при помощи метода декомпозиции булевых функции	497

З. М. Вуйчик: Натуральный подход в распознавании изображений	526
Я. Кунцки: Синхронизация слов кодовых сигналов	536
Т. Якубовска, М. С. Пекарски: Условия реализуемости и синтез некоторого класса RC четырехполосников лестничной структуры	556
Р. Бойтына: Перестраивание частоты синусоидальных колебаний в генераторах при помощи добавочного усилителя RC	572
С. Кута: Низкочастотные усилители класса D выполненные на основе произвольных преобразователей постоянного напряжения	591
А. Бадах: Методика конструирования программного обеспечения протоколов связи сетей ЭВМ	609

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka i charakter artykułów.* Redakcja przyjmuje do druku prace przeglądowe, kompilacyjne i monograficzne, wchodzące w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, które powinny jednak zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognostyce itp. Autorów obowiązuje jak najdalej posunięta zwięźłość.

2. *Wymagania podstawowe.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach, w zasadzie w języku polskim; dopuszczalne są jednak również artykuły w językach: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie tekstu atramentem lub długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyny do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich stronach.

3. *Sposób pisanie tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjowania (rozstrzelenia), podkreślania i pisanie tekstów dużymi literami, z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej stronie maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej strony powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisanie tablic.* Tablice powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu.

5. *Sposób pisanie wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami Polskiego Komitetu Normalizacji, Miar i Jakości (oznaczonymi literą E i numeracją od 01200 do 01245; przydatna może się okazać książka K. Michela, T. Sapińskiego: „Rysunek techniczny elektryczny”), na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odporny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenie (w 2 egz.) w językach obcych: angielskim, fran-

cuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien podać przynajmniej terminy obcojęzyczne niezbędne do wykonania tłumaczenia.

8. **Bibliografia.** Na końcu maszynopisu należy podać w przyjętej przez Autora kolejności (np. chronologicznej, alfabetycznej itp.) wykaz publikacji, na które Autor w tekście się powołuje, lub które uważa za słuszne wymienić z innych powodów. W każdej pozycji wykazu należy podać w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

9. **Informacje dodatkowe.**

— Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

— Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

— **Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem Redakcji.**

— Redakcja prosi Autorów o podawanie miejsca pracy i adresu prywatnego, a także o powiadamianie o zmianie adresu.

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

CZASOPISMO
ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

Warunki prenumeraty
Cena prenumeraty krajowej
półrocznie zł 320,—
rocznie zł 640,—

Prenumerata **na kraj** przyjmowana jest:

- do dnia 10 listopada na I półrocze roku następnego i na cały rok następny,
- do dnia 1 czerwca na II półrocze roku bieżącego.

Instytucje i zakłady pracy zamawiają prenumeratę w miejscowych Oddziałach RSW „Prasa-Książka-Ruch”, w miejscowościach zaś, w których nie ma Oddziałów RSW — w urzędach pocztowych i u doręczycieli. Czytelnicy indywidualni opłacają prenumeratę wyłącznie w urzędach pocztowych i u doręczycieli.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki **za granicę** przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto NBP XV Oddział w Warszawie Nr 1153-201045-139-11, w terminach podanych dla prenumeraty krajowej.

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Bieżące i archiwalne numery można nabyć lub zamówić we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa oraz w księgarniach naukowych „Domu Książki”.

Subscription orders for all the magazines published in Poland available through the local press distributors or directly through the Foreign Trade Enterprise Ars Polona, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland. Our bankers: Bank Handlowy Warszawa S.A.

Rozpr. Elektrot. T. 31, z. 2, 289—616, Warszawa 1985

Index 37483

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

PL ISSN 0035-9386

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXI — ZESZYT 3—4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1985

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXI — ZESZYT 3-4

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1985

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący

prof. dr hab. JANUSZ TUROWSKI

Członkowie

prof. dr hab. DANIEL JÓZEF BEM, prof. TADEUSZ CHOLEWICKI —
członek rzeczywisty PAN, prof. dr ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr
hab. TADEUSZ KACZOREK, prof. dr LEONARD KNOCH, doc. dr hab.
ANDRZEJ KUSY, prof. JAN MANITIUS, prof. dr WITOLD NOWICKI,
prof. dr WITOLD ROSIŃSKI — członek rzeczywisty PAN, prof. dr RY-
SZARD SIKORA, prof. dr hab. WOJCIECH SOBCZAK, prof. dr STEFAN
WĘGRZYN — członek rzeczywisty PAN

REDAKCJA

Redaktor naczelny

prof. dr WITOLD NOWICKI

Zastępca redaktora naczelnego

prof. dr hab. TADEUSZ KACZOREK

Sekretarz odpowiedzialny

red. JANINA MATHEISEL

ADRES REDAKCJI

00-661 Warszawa, Plac Jedności Robotniczej 1
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 401

Dyżury Redakcji: środy i piątki, godz. 11-13
tel. 28 89 81 lub 210 07-737

Telefony domowe: redaktor naczelny — 17 37 03
zastępca redaktora naczelnego — 44 88 34
sekretarz odpowiedzialny — 33 84 97

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

Warszawa, Młódzowa 10

Nakład 427+93	Podpisano do druku w marcu 1986 r.
Ark. druk. 19,5	Oddano do składania
Ark. wyd. 25,0	28.IV.1985 r.
Papier offset. kl. III, 70 g, 70×100	Druk ukończono w kwietniu 1986 r.
Zamówienie nr 432/12/85. N-49	Cena zł 320,—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

Janusz Groszkowski

(1898–1984)

Jego życie i dzieło



W dniu 3 sierpnia 1984 r. zmarł Janusz Groszkowski, radioelektronik, profesor zwyczajny Politechniki Warszawskiej, wieloletni przewodniczący Rady Redakcyjnej „Rozpraw Elektrotechnicznych” (1955÷1966 i 1978÷1984).

Urodził się 21 marca 1898 r. w Warszawie. Ukończył studia na Politechnice Warszawskiej (1922); pracownik (1917) oraz wykładowca (1922) tej Politechniki, doktor

nauk technicznych (1928); docent habilitowany (*venia legendi* — 1928); kierownik Katedry Radiotechniki i profesor nadzwyczajny (1929); profesor zwyczajny (1935), dziekan Wydziału Elektrycznego Politechniki Warszawskiej (1935÷1937 i 1945÷1946); kierownik Studium Wojskowego na Politechnice Warszawskiej (1937), organizator Katedry Radiotechniki na Politechnice Lwowskiej (1939÷1941); po wyzwoleniu wznawia kierownictwo Katedry Radiotechniki Politechniki Warszawskiej (1945÷1962); wykładowca w Wojskowej Akademii Technicznej im. Jarosława Dąbrowskiego (1950÷1955), kierownik Katedry Wysokiej Próżni (1962); profesor emerytowany (1968).

Członek Akademii Nauk Technicznych (1936), członek Komisji Polskiej Akademii Umiejętności (1945), członek Warszawskiego Towarzystwa Naukowego (1949), członek Polskiej Akademii Nauk (1952); członek Prezydium Polskiej Akademii Nauk (1955÷1978), wiceprezes Polskiej Akademii Nauk (1956÷1962); prezes Polskiej Akademii Nauk (1963÷1972); w latach 1952÷1960 przewodniczący Komitetu Łączności Polskiej Akademii Nauk, a w latach 1960÷1969 przewodniczący Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk, od 1975 r. przewodniczący honorowy tego komitetu.

Żołęźcieli (1928) i pierwszy dyrektor Instytutu Radiotechnicznego (1929÷1934), połączonego w 1934 r. z Laboratorium Teletechnicznym przy Ministerstwie Poczty i Telegrafów i przemianowanego w Państwowy Instytut Telekomunikacyjny (1934÷1951); dyrektor Instytutu Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk (1961÷1963); członek i przewodniczący Rad Naukowych wielu instytutów; przewodniczący Państwowej Rady Nauki i Techniki (1963÷1972).

Członek wielu naukowych organizacji i stowarzyszeń w kraju i za granicą; członek założyciel Stowarzyszenia Elektryków Polskich (1919); prezes Stowarzyszenia Elektryków Polskich (1936÷1937); członek honorowy Stowarzyszenia Elektryków Polskich (od 1952); członek The Institute of Electrical and Electronic Engineers USA (Stowarzyszenie Elektryków i Elektroników Amerykańskich÷1932); członek dożywotni tego stowarzyszenia (1971); członek Société des Amis de la T.S.F. (Francja 1924); członek honorowy Société de Electriciens et des Electroniciens (SEE, Francja 1967); przewodniczący Komitetu Narodowego International Scientific Radio Union (URSI 1959÷1972); wiceprezydent tego stowarzyszenia (URSI 1966÷1972); przewodniczący Komitetu Nagród Państwowych (1970÷1982).

Członek zagranicznych Akademii: bułgarskiej (1966), czechosłowackiej (1965), kubańskiej (1971), rumuńskiej (1966), węgierskiej (1965) i Związku Radzieckiego (1966). Doctor honoris causa Politechniki Warszawskiej (1962), Politechniki Łódzkiej (1964), Politechniki Gdańskiej (1975).

Laureat Nagród Państwowych I stopnia (1951, 1955, 1968); specjalnej Nagrody Państwowej÷1979; odznaczony Krzyżem Niepodległości (1933); Krzyżem Komandorskim Orderu Polonia Restituta (1937, 1955); Orderem Sztandaru Pracy I klasy (1958); Orderem Budowniczy Polski Ludowej (1964), Złotym Krzyżem Orderu Virtuti Militari (1947) oraz wieloma krajowymi i zagranicznymi orderami i medalami.

Uczestnik Ruchu Oporu, żołnierz AK (1942÷1944).

Zastępca Przewodniczącego OK Frontu Jedności Narodu (1968÷1971); Przewodniczący OK FJN (1971÷1976); poseł na Sejm (1972÷1976); Zastępca Przewodniczącego Rady Państwa (1972÷1976).

Inicjator nowych kierunków badań naukowych w kraju w zakresie: lamp elektronowych (od 1925), stabilizacji częstotliwości (od 1928), wysokiej próżni (od 1946), elektronicznych metod obliczeniowych (1949), elektroniki półprzewodnikowej (1952).

Autor ponad 300 publikacji naukowych oraz wielu książek wydawanych w kraju i za granicą: „*The Interdependence of the Frequency Variation and Harmonic Content and Constant Frequency Oscillators*” (1933), „*On the Temperature Coefficient of Inductance*” (1935), „*Podstawy elektrycznej stabilizacji częstotliwości*” (1938), „*Generacja i stabilizacja częstotliwości*” (1947÷1958) w języku rosyjskim, rumuńskim, chińskim, „*Technologia wysokiej próżni*” (1948, 1953, 1957) i tłumaczenia jej na język rosyjski (1957, 1975), „*Frequency of Self-Oscillations*” (1964), „*Jauge manométrique à collecteur extérieur pour pressions très basses*” (1966).

Założyciel i redaktor „Przeglądu Radiotechnicznego” (1923), twórca „Biblioteki Wiedzy Telekomunikacyjnej” (1946), organizator „Przeglądu Prasy Telekomunikacyjnej” (1947), redaktor naczelny „Archiwum Elektroniki” (1952÷1971), redaktor Biuletynu Polskiej Akademii Nauk (1952), redaktor naczelny „Nauki Polskiej” (1963÷1971) członek rad programowych wielu czasopism oraz komitetów redakcyjnych encyklopedii, serii monograficznych i słowników.

Nauczyciel i Wychowawca większości samodzielnych pracowników nauki w zakresie elektroniki, radioelektroniki i telekomunikacji w Polsce.

Początkowo głównym nurtem zainteresowań Janusza Groszkowskiego są radiotechnika, lampy katodowe i miernictwo elektryczne.

W 1925 r. wychodzi, jako jedna z pierwszych w literaturze światowej, monografia „*Lampy katodowe i ich zastosowanie w radiotechnice*”. Monografia ta stanowiła wnikliwą syntezę ówczesnej wiedzy o lampach elektronowych. O rozgłosie, jaki uzyskała ta monografia świadczy fakt, że o prawo przekładu zabiegało szereg firm wydawniczych, a autorem zainteresowali się tej miary specjaliści, co Baltazar van der Pol (Holandia), René Mesny (Francja) i John Mullard (W. Brytania).

Zalety tej publikacji sprawiły, że już w dwa lata później wydano ją w Paryżu (E. Chiron, 1972) pt.: „*Les lampes à plusieurs électrodes et leurs applications en radiotechnique*”. Przedmowę napisał René Masny, a książka stała się zalecanym podręcznikiem, zarówno w Politechnice Warszawskiej, jak i w Ecole Supérieure d'Electricité w Paryżu.

Zainteresowanie lampami elektronowymi wyraziło się badaniami nad sprawnością generatorów lampowych, nad zjawiskiem ostygania katody pod wpływem emisji elektronowej, nad sposobami uzyskiwania oporności ujemnej (efekt dynatronowy), a wreszcie nad mikrofalowymi lampami elektronowymi. W tym zakresie profesor Janusz Groszkowski wraz ze swym najbliższym współpracownikiem Stanisławem Ryżko zastosował po raz pierwszy na świecie katodę tlenkową w magnetronie (1937) „*Le magnetron à cathode à oxydes*” Intern. Kongress f. Kurzwellen, Wien, i skonstruował również pierwszy na świecie magnetron metalowy z obudowami wewnętrznymi, katodą tlenkową i korpusem chłodzonym olejem (1939) „*Metalowa lampka magnetronowa*” Przegl. Radiotechn. t. 17, 1939, s. 13.

Należy mniemać, że wyniki tych prac przyczyniły się do skonstruowania w Wielkiej Brytanii w 1940 r. magnetronu o mocy impulsowej 100 kW, który odegrał tak bardzo

ważką rolę w pierwszym okresie II wojny światowej, umożliwiając aliantom skuteczną obronę przed nalotami nieprzyjacielskich samolotów.

Główny wkład Janusza Groszkowskiego do rozwoju elektroniki światowej nastąpił w latach 1932÷1933 w zakresie nieliniowej teorii generacji i stabilizacji drgań oraz w latach 1966÷1970 w zakresie ulepszonych metod pomiaru cząstkowego ciśnienia w warunkach najwyższej próżni.

Problem, który w dorobku Profesora Janusza Groszkowskiego zajmuje jedno z pierwszych miejsc, zarówno pod względem ważności i liczby publikacji, jak i przede wszystkim międzynarodowego rozgłosu i uznania, jest nieliniowa teoria drgań generatorów elektro- nicznych. Pierwsze publikacje prof. Janusza Groszkowskiego na ten temat powstały w 1931 r., ostatnie zaś w 1961 r., a więc temat ten zajął pełne 30 lat. Podstawowe publikacje zawierające założenia nowej metody i wyniki analizy ukazały się w 1932 r. w języku pol- skim w „Przeglądzie Radiotechnicznym” oraz referowane były na IV Zjeździe Fizyków Polskich, a następnie opublikowane zostały w Proc. IRE w 1933 r. (Vol. 21, No 7, p. 958÷ 981): „*Interdependence of Frequency Variation and Harmonic Content and the Problem of Constant-Frequency Oscillators*”. Metoda ta oparta jest na zależnościach energetycz- nych, a mianowicie na bilansie mocy biernej składowych harmonicznym układu genera- cyjnego, co pozwala na łatwe wyznaczenie zmian częstotliwości drgań spowodowanych przez harmoniczne napięcie lub prąd w postaci wzoru

$$\frac{\Delta f}{f_0} = A \sum_{k=2}^{\infty} F(k) m_k^2 \quad (\text{równanie Groszkowskiego}),$$

gdzie:

A , $F(k)$ — stałe zależne od parametrów układu,

m_k — zawartość k -tej harmonicznej napięcia lub prądu.

Metoda ta umożliwia analizę zarówno generatorów z rezystancją ujemną, jak i ze sprzężeniem zwrotnym, jej prostota i uniwersalność przyczyniły się do szybkiego roz- powszechnienia. Duże znaczenie tych prac polegało głównie na wykazaniu po raz pierwszy w literaturze światowej konieczności uwzględnienia zjawisk nieliniowych w generatorach i na ujęciu tych zjawisk metodą bilansu mocy, a więc na operowaniu najprostszych pojęcia- mi fizycznymi.

Pierwsze publikacje Janusza Groszkowskiego dotyczyły wyłącznie generatorów z ob- wodami LC o stałych skupionych, dalsze natomiast rozszerzyły tę metodę, zwaną po- wszechnie metodą harmonicznym Groszkowskiego, na generatory z liniami długimi (1938, 1954), generatory piezoelektryczne (1949) i generatory RC (1954). W ten sposób Janusz Groszkowski wykazał możliwość wykorzystania metody harmonicznym do analizy wszystkich podstawowych rodzajów generatorów drgań sinusoidalnych, przyczyniając się do głębszego poznania właściwości tych układów.

Z prac na temat nieliniowej teorii drgań wynikała dalsza tematyka związana ze sta- bilizacją częstotliwości generatorów. Należy tu jako pierwszą wymienić pionierską pracę na temat indukcyjności cewek i jej zmian pod wpływem temperatury. Profesor był pierwszym (1935), który zwrócił uwagę na to, że zmiana tej indukcyjności jest wynikiem nie tylko zmiany rozmiarów geometrycznych wskutek rozszerzalności cieplnej, lecz również — i to

w znacznie silniejszym stopniu — wskutek zmiany rozplywu prądu w przekroju cewki, spowodowanej przez efekt naskórkowości — „*The Temperature Coefficient of Inductance*”, Wireless Eng. and Exper. Wireless, 1935, s. 650 (Londyn). Bezpośrednio z teorii harmonicznych były wysnute wnioski poprawy stałości częstotliwości generatorów przez zmniejszenie zawartości harmonicznych, np. za pomocą obwodów o dużych pojemnościach (1956), przez użycie filtrów tłumiących harmoniczne (1958), względnie przez utrzymanie stałej zawartości harmonicznych za pomocą ujemnego sprzężenia zwrotnego (1952). Wszelchstronność metody harmonicznych wykazał Janusz Groszkowski stosując ją również do generatorów relaksacyjnych (1947, 1955).

Swoją bogaty dorobek naukowy z dziedziny teorii drgań Janusz Groszkowski zamieścił w kilku monografiach, z których pierwsza ukazała się już w 1938 r., następnie po wojnie kolejno w latach 1947, 1950, 1958, a ich tłumaczenia dokonane zostały na kilka języków obcych (angielski, chiński, rosyjski i rumuński). Te stale modernizowane monografie są dla każdego specjalisty niezbędnym kompendium w zakresie liniowej i nieliniowej teorii generacji.

W historii pięćdziesięciolecia radioelektroniki na świecie opracowanej przez Stowarzyszenie Radiotechników Amerykańskich (IRE) V. Belevitch (Bruksela) w dziale teorii obwodów elektrycznych i teorii drgań nieliniowych nazwisko Groszkowskiego wymienia na poczesnym miejscu wśród takich nazwisk jak van der Pol, Mandelstam, Papalexi, Abraham i Appelton. Z tego zakresu badań opracował Profesor Janusz Groszkowski monografię o światowym rozgłosie: „*Frequency of Self-Oscillations*”, 1964, Pergamon Press.

Drugą dziedziną, w której rozwój wniósł Profesor Janusz Groszkowski istotny wkład jest problematyka wysokiej próżni, a zwłaszcza zagadnienie pomiarów bardzo niskich ciśnień. Dziedzina wysokiej próżni była przedmiotem zainteresowania Profesora początku Jego działalności naukowej. W okresie kiedy zajmował się zjawiskami w lampach elektronowych, ich konstrukcją i technologią, traktował wysoką próżnię jako narzędzie lub, jak często mawiał, „materiał technologiczny”. Jednak już wtedy wrodzony niepokój twórczy Profesora powodował krytyczne spojrzenie na jej wpływ na działanie lamp elektronowych. I tak już w 1925 r. ukazała się w Przeglądzie Radiotechnicznym publikacja: „*O pewnym układzie metody jonizacyjnej pomiaru gazów okładowanych w elektrodach lamp trójelektrodowych*”, a w rok później w L'Onde Electrique (Vol. 5, 1926, p. 1 ÷ 3) praca pt.: „*Étude des gaz occlus dans les triodes*”. Do zagadnień próżni wrócił Profesor w latach późniejszych. W roku 1948 ukazała się pierwsza w Polsce monografia poświęcona próżni pt.: „*Technika wysokiej próżni*” (wyd. PIT). W późniejszych latach ukazały się następne publikacje poświęcone tej dziedzinie, znacznie rozszerzone i obejmujące najnowsze osiągnięcia z dziedziny nauki i techniki próżni. W okresie od 1948 r. Profesor wiele czasu poświęcił pracom badawczym w dziedzinie próżni, a szczególnie w dziedzinie miernictwa próżniowego. Zajmował się wszystkimi typami mierników próżni, mającymi praktyczne znaczenie, a więc próżniomierzami kompresyjnymi, cieploprzewodnościowymi, jarzeniowymi oraz jonizacyjnymi; tym ostatnim poświęcił najwięcej uwagi. Wkład Profesora w rozwój naukowy i techniczny każdego z tych typów próżniomierzy jest bardzo duży, a szczególnie liczącym się w świecie jest opracowanie nowej głowicy, zdolnej do pomiarów najwyższej próżni, nazwanej głowicą JG. Problem ten został zasygnalizowany

i zapoczątkowany pracą Profesora opublikowaną w Biuletynie Polskiej Akademii Nauk (1966): (Vol. 14, 1966, No 10, p. 169 ÷ 177) pt.: „*Jauge manométrique à collecteur extérieur pour pressions très basses*”. Opracowanie to zapoczątkowało nowy rozdział w rozwoju głowic jonizacyjnych i stało się impulsem do prowadzenia prac badawczych i konstrukcyjnych w tym kierunku w wielu znanych laboratoriach na całym świecie. Firmy francuska i amerykańska zainteresowane zostały zakupem licencji na produkcję głowicy JG z prawem sprzedaży na Europę Zachodnią i Amerykę Północną.

Osiągnięcia naukowe Profesora w dziedzinie próżni, tak jak i w innych dziedzinach, są przedstawione w wielu artykułach, referatach i komunikatach prezentowanych na konferencjach krajowych i międzynarodowych oraz są bardzo często przytaczane i cytowane przez wielu autorów w piśmiennictwie fachowym najwyższej rangi. W. Steckelmacher (1969), J. H. Leck (1970), J. Neuman (1972) i G. Pittaway (1974) stwierdzają wręcz, że prace Janusza Groszkowskiego nad sondami jonizacyjnymi popchnęły naprzód rozwój wiedzy w tej dziedzinie i stały się inspiracją dalszych badań dziesiątków autorów i placówek badawczych.

Wielkiej pasji pracy twórczej uczonego nie potrafiła zahamować nawet wojna 1939 ÷ 1945. Ściśle biorąc nie można mówić o przerwaniu prac doświadczalnych; są one prowadzone jako część walki z okupantem. Udział Janusza Groszkowskiego w rozszyfrowaniu systemu kierującego pociskami V-2 i systemu radarowego wroga jest powszechnie znany. Warto jednak zacytować wypowiedzi Wernhera von Brauna, konstruktora pocisków rakietowych. Píše on w swej książce: „Z dawnych profesorów Politechniki Warszawskiej pracujących w konspiracji m.in. Groszkowski, specjalista radiotechnik, zanalizował wszystkie zebrane elementy wyposażenia elektrycznego pocisku. Inni Polacy odkryli szyfrowany język radia niemieckiego i przekazali do Londynu wiadomości dotyczące Blizny (miejscowość koło Rzeszowa) za pośrednictwem tajnej radiostacji”. W części dalszej von Braun stwierdza, że wyniki zebrane przez polskich ekspertów były zgodne ze stanem faktycznym.

Ogólną cechą prac prof. dra Janusza Groszkowskiego jest operowanie różnorodnym aparatem matematycznym, doskonała znajomość i wycucie praw fizyki, systematyczna weryfikacja eksperymentalna wniosków wysuwanych na drodze teoretycznej. Narzędzia te są jednakże podporządkowane sprawom techniki, dla której zasadnicze znaczenie ma nie tyle opis czy też badanie praw przyrody, ale wykorzystanie ich do celów praktycznych. Matematyką, fizyką, różnorodnymi metodami pomiarowymi posługuje się przy tym prof. dr Janusz Groszkowski w sposób twórczy, wnosząc wiele nowego w te dziedziny. Ogromnym walorem prac Profesora Groszkowskiego jest jednak ich techniczny charakter, wyrażający się uwzględnianiem realiów technologicznych i konstrukcyjnych. Prace te z jednej strony odpowiadały zawsze pierwszej linii rozwoju światowej elektroniki i telekomunikacji, z drugiej zaś strony wiązały się w dużej mierze z potrzebami powstającego w kraju przemysłu. Dzięki temu stanowiły one zarówno trwały wkład w rozwój podstaw naukowych elektroniki i telekomunikacji, wywierały istotne piętno na rozwój przemysłu w kraju oraz na warunkującym ten rozwój powstawaniu kadry specjalistów.

Dla pełnego naświetlenia sylwetki Profesora należy stwierdzić, że zarówno w pracy dydaktycznej, jak i organizacyjnej olbrzymią rolę odegrał Jego wielki czar osobisty tak dobrze znany wszystkim, którzy z Nim współpracowali. Wynikał on z wielkich zalet,

z niezwyklej skromności i szczerego humanizmu, który przejawiał się w głębokiej wierze Profesora w przewagę dobrych stron natury ludzkiej nad złymi. Z tej wiary wynikało też optymistyczne podejście do ludzi, które miało w wielu przypadkach wielką siłę sugestywną.

Odszedł wielki uczony, szlachetny człowiek, twórca kadry polskich elektroników, lecz pozostało Jego dzieło oraz przyjaciele i wychowankowie, którzy będą je kontynuować.

Bohdan Paszkowski

Concept de la méthode des variables d'état du deuxième ordre et identification des conditions initiales d'un système, à variables multiples

ZDZISŁAW TRZASKA (WARSZAWA)

*Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego
Politechniki Warszawskiej*

Reçu le 5.3.1984

Le modèle dynamique d'un système à variables multiples est représenté par l'équation des variables d'état du deuxième ordre. Cette représentation du système possède certains avantages par rapport au modèle du premier ordre. La transformation matricielle inverse de Laplace est définie et son application au modèle du deuxième ordre donne la possibilité de trouver la réponse temporelle du système étudié. Les conditions initiales du système sont exprimées en fonction des conditions initiales liées à l'équation scalaire respective. Une relation inverse est établie. Les continuantes matricielles ainsi que la généralisation de déterminant de Jacobi en domaine matriciel sont respectivement définies. On exprime les puissances successives de la matrice du système en fonction des continuantes matricielles. Un graphe matriciel du type de graphe de Mason est montré comme moyen des calculs efficaces des continuantes matricielles et des puissances de la matrice du système. L'identification des conditions initiales se poursuit à l'aide des expressions précédemment élaborées.

1. INTRODUCTION

Le processus de la modélisation des systèmes physiques linéaires et nonlinéaires à variables multiples conduit très fréquemment à un système d'équations différentielles d'ordre assez élevé ou à une équation matricielle différentielle d'ordre n (n étant nombre entier positif) et de grande dimension. Des exemples typiques de telle modélisation sont présentés, parmi d'autres, dans les travaux [2], [4], [12] où les modèles des systèmes dynamiques à variables multiples sont présentés en forme d'une équation matricielle différentielle du premier ordre. C'est le cas de l'étude des systèmes dynamiques par la méthode dite méthode des variables d'état d'ordre un. Cette méthode de présentation des systèmes possède quelques avantages mais beaucoup plus d'inconvénients. Parmi les inconvénients les plus importants sont les suivants: pour trouver une réponse transitoire unique, en utilisant cette méthode, il faut préciser des conditions initiales de chacune des variables d'état d'ordre un; le temps de calculs sur l'ordinateur croît au carré du nombre des variables d'état; en plus, la forme de l'équation matricielle différentielle d'ordre un n indique pas directement l'influence des paramètres particuliers sur la dynamique ainsi que sur la stabilité du système étudié.

Les inconvénients de la méthode des variables d'état d'ordre un s'éliminent quand on applique, à un système dynamique à variables multiples, le modèle mathématique en forme d'une équation matricielle différentielle du deuxième ordre. Elle permet de réduire le nombre des variables d'état et elle se formule très facilement en direct de schéma du système choisi. En outre la méthode des variables d'état du deuxième ordre se présente beaucoup plus naturelle par rapport à la méthode classique des variables d'état. Un inconvénient de cette nouvelle méthode est introduit par nécessité de faire une factorisation du polynôme matriciel. Il résulte de la non-commutation, en cas général, du produit de deux matrices. Mais les méthodes algébriques élaborées récemment permettent d'éliminer cet inconvénient [6], [13], [14], [15], [16].

Cette contribution a pour but de donner une généralisation de la méthode des variables d'état du deuxième ordre et de montrer ses avantages. Ce problème a été commencé dans les travaux précédents de l'auteur [14], [15], [16], [17]. Maintenant on présente des aspects plus généraux et on formule l'application de la méthode des variables d'état du deuxième ordre à l'identification de l'état initial d'un système dynamique à variables multiples. On donne une définition des continuantes matricielles qui diffèrent essentiellement de celles introduites par les autres auteurs. Les transformations de ces continuantes sont facilitées par une représentation en forme d'un graphe matriciel du type du graphe de Mason.

La section suivante est consacrée au développement de la forme générale de description des systèmes dans l'espace d'état du deuxième ordre et à la présentation de ses propriétés principales.

Les problèmes liés aux facteurs spectraux et les racines d'un polynôme matriciel sont présentés en troisième section. Dans la section quatre on montre l'application de la méthode élaborée à l'identification des conditions initiales pour les variables d'état du deuxième ordre.

Les continuantes matricielles et leur utilisation à une application de la méthode des variables d'état du deuxième ordre sont présentées dans la cinquième section. Les remarques finales sont incluses dans la dernière section de la contribution.

2. CONCEPT ET TRAITS DISTINCTIFS DE LA MÉTHODE DES VARIABLES D'ÉTAT DU DEUXIÈME ORDRE

Dans tout ce qui suit on utilise les notations suivantes: les minuscules désignent les grandeurs scalaires, par exemple $z(t)$ représente une variable scalaire dépendante du temps t ; une grandeur matricielle est dénotée par une majuscule et par exemple $Z(t)$ dénote une matrice dont les éléments dépendent du temps. On suppose que toutes les fonctions dépendant du temps représentent diverses grandeurs physiques donc elles sont dérivables par rapport au temps jusqu'à l'ordre nécessaire.

L'état dynamique d'un tel système comme celui qui est représenté sur la figure 1 peut être décrit par une équation matricielle différentielle en forme suivante

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \varphi \left(X, \frac{dX}{dt}, F \text{ et/ou } \frac{dF}{dt} \right), \quad X(0) = X_0 \text{ et } \frac{dX(0)}{dt} = \dot{X}_0 \quad (1)$$

où $X = X(t)$ est le vecteur d'état du deuxième ordre dont le nombre des composantes est égal à n , et $F = F(t)$ est le vecteur de dimensions $m \times 1$ qui exprime des excitations. On suppose que le système étudié est propre, c'est-à-dire les dérivées par rapport au temps d'ordre deux et supérieures du vecteur F n'entrent pas dans l'équation (1). En limitant les excitations aux amplitudes petites et en prenant les points de travail du système autour du point de polarisation des éléments nonlinéaires on peut linéariser l'équation (1) et la réécrire sous forme

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = A_1 \frac{dX}{dt} + A_2 X + B_1 \frac{dF}{dt} + B_2 F, \quad X_0 \text{ et } \dot{X}_0 \text{ étant données,} \quad (2)$$

où A_1 et A_2 représentent les matrices de dimensions $n \times n$ dont les éléments sont indépendants du temps. Les matrices B_1 et B_2 sont, en cas général, de dimensions $n \times m$ aux éléments constants.

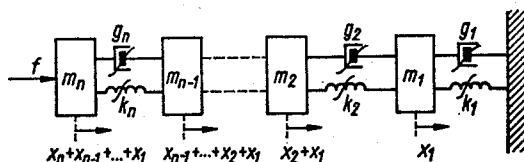


Fig. 1. Système dynamique nonlinéaire aux variables multiples du deuxième degré

Quand le modèle d'un système se présente sous forme d'une équation scalaire différentielle d'ordre $2n$, où n est un nombre entier positif fini, on peut le ramener à la forme représentée par l'équation (2) suivant la procédure donnée ci-dessous.

Soit l'équation

$$\frac{d^{2n}y}{dt^{2n}} + a_{2n-1} \frac{d^{2n-1}y}{dt^{2n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + \dots + b_0 f \quad (3)$$

constitue la représentation scalaire du système étudié où $y = y(t)$ est la réponse cherchée, $f = f(t)$ est l'excitation et les coefficients a_k et b_l ($k = 0, 1, 2, \dots, 2n-1$ et $l = 0, 1, 2, \dots, m$; $m \leq 2n-1$) sont constants. Pour transformer l'équation (3) en forme de l'équation (2) on fixe les variables nouvelles

$$x_1 = y, \quad x_2 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}, \quad \dots, \quad x_n = \frac{d^2 x_{n-1}}{dt^2} \quad (4a)$$

et ensuite on obtient

$$\frac{d^2 x_n}{dt^2} = -a_{2n-1} \frac{dx_n}{dt} - a_{2n-2} x_n - \dots - a_0 x_1 + b_m \frac{d^m f}{dt^m} + \dots + b_0 f. \quad (4b)$$

Alors en notation de termes de l'équation (2) les expressions suivantes doivent être prises

$$X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n], \quad F = [f \ f_1 \ \dots \ f_m]$$

où

$$f_1 = \frac{d^2 f}{dt^2}, \quad f_2 = \frac{d^4 f}{dt^4}, \quad \dots, \quad f_{m-1} = \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}}$$

et

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & -a_3 & \dots & -a_{2n-1} \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_0 & -a_2 & \dots & -a_{2n-2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_0 & b_2 & \dots & b_{m-1} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_1 & b_3 & \dots & b_m \end{bmatrix}$$

Si l'ordre de l'équation différentielle scalaire est impair, c'est-à-dire l'équation est de l'ordre $r = 2n - 1$, on peut la ramener à la forme de l'équation (3) par le calcul de la dérivée par rapport au temps de ses deux côtés.

Quand le système est modélisé par l'équation d'état dans l'espace d'ordre un l'équation a alors la forme

$$\frac{dZ(t)}{dt} = AZ(t) + BE(t) \quad (6)$$

où $Z(t)$ représente le vecteur d'état d'ordre un et $E(t)$ est le vecteur d'excitations. Les matrices A et B ont les dimensions convenientes et leurs éléments sont constants. Dans ce cas on a la situation suivante: le vecteur $Z(t)$ se compose de deux sous-vecteurs, c'est-à-dire.

$$Z = {}^t[Z_p \ Z_q] \quad (7)$$

où $Z_p = Z_p(t)$ est composé de p éléments de même nature, par exemple il se compose de p courants dans les inductances indépendants d'un circuit électrique et $Z_q = Z_q(t)$ est le vecteur composé de q éléments d'une autre nature par rapport à Z_p , soit par les tensions aux bornes des condensateurs indépendants du circuit.

Dans ce cas les matrices E , A et B peuvent être représentées sous formes

$$E = {}^t[E_r \ E_s], \quad A = \begin{bmatrix} A_{pp} & A_{pq} \\ A_{qp} & A_{qq} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{rr} & B_{rs} \\ B_{sr} & B_{ss} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Posant $X = Z_p$ on arrive à l'équation (2) dans laquelle les matrices respectives sont données par

$$A_1 = [A_{pq} A_{qq} A_{pq}^{-1} + A_{pp}], \quad A_2 = [-A_{pq} A_{qq} A_{pq}^{-1} + A_{pq} A_{qp}], \quad F = E, \\ B_1 = [B_{rr} \ B_{rs}], \quad B_2 = [A_{pq} B_{sr} - A_{pq} A_{qq} A_{pq}^{-1} B_{rr} \quad A_{pq} B_{ss} - A_{pq} A_{qq} A_{pq}^{-1} B_{rs}]. \quad (9)$$

L'analyse effectuée ci-dessus nous permet de tirer la conclusion suivante: dans plusieurs cas les modèles des systèmes dynamiques peuvent être représentés en forme de l'équation (2). La méthode des variables d'état du deuxième ordre résulte en façon simple des systèmes électromécaniques [4], [7], [8], [10] ou des systèmes électriques à plusieurs degrés de libertés [14], [15], [16], [17]. Ce type de modèles des systèmes est plus naturel que les autres et sa forme mathématique permet d'exprimer directement le rôle des éléments particuliers du système sur son comportement dynamique.

Considérons ensuite le problème des grandeurs de sortie du système étudié. Ces sorties peuvent représenter certaines variables d'état ou une combinaison linéaire ou aucune

forme de celles-ci. En se limitant aux systèmes linéarisables on a la possibilité de lier les sorties du système modelé par l'équation (2) aux variables d'état d'ordre deux et aux excitations par la relation générale suivante

$$Y = C_1 \frac{dX}{dt} + C_2 X + D_1 \frac{dF}{dt} + D_2 F \quad (10)$$

où $Y = [y_1 y_2 \dots y_h]$ dénote le vecteur de sorties; h étant un nombre entier (inférieur, égal ou supérieur à n) et C_1 , C_2 , D_1 et D_2 sont les matrices de dimensions convenables dont les éléments sont constants.

Le modèle complet du système liant les sorties avec les entrées s'exprime par les équations (2) et (10) simultanément. Ce modèle est représenté par le schéma fonctionnel désigné par la figure 2.

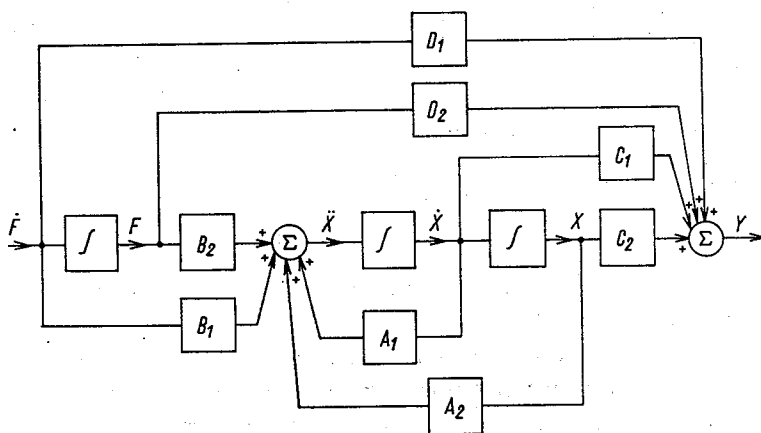


Fig. 2. Représentation graphique par le schéma de blocs de l'équation des variables d'état du deuxième ordre

Quant aux propriétés dynamiques du système, elles peuvent être déduites de la transmittance matricielle qui se calcule sur la base de transformation de Laplace en domaine matriciel [14]. En utilisant les propriétés de cette transformation, appliquée au système d'équation (2) et (10), on arrive en domaine complexe à la relation suivante

$$\begin{aligned} [s^2 I - sA_1 - A_2]X(s) &= [sB_1 + B_2]F(s) + [sI + A_1]X(0) + \dot{X}(0) + B_1 F(0), \\ Y(s) &= [sC_1 + C_2]X(s) + [sD_1 + D_2]F(s) - C_1 X(0) - D_1 F(0) \end{aligned} \quad (11)$$

où I est matrice unité.

La transmittance matricielle du système se calcule à partir de l'équation (11) en annulant les conditions initiales. Alors on trouve

$$H(s) = [sC_1 + C_2][s^2 I - sA_1 - A_2]^{-1}[sB_1 + B_2] + sD_1 + D_2. \quad (12)$$

Il est très facile de constater que dans le cas de représentation des systèmes par le modèle en espace d'état du deuxième ordre la transmittance matricielle contient un polynôme matriciel du deuxième degré par rapport à la fréquence sI . Les lieux de zéro de ce polynôme constituent les pôles matriciels de la transmittance considérée. On les calcule par une

factorisation du polynôme matriciel du deuxième degré ce qui n'est guère facile. Cette factorisation en liaison avec la forme matricielle de la transformation inverse de Laplace nous amène au calcul de la réponse temporelle du système représenté par le modèle dans l'espace d'état du deuxième ordre sous la forme des équations (2) et (10). La procédure est présentée dans la section suivante.

3. FACTEURS SPECTRAUX ET RACINES MATRICIELLES D'UN POLYNÔME MATRICIEL

Le problème de la factorisation d'un polynôme matriciel se ramène au calcul des racines matricielles de ce polynôme. Une solution possible du problème posé peut être obtenue par une généralisation du théorème de Bezout [9] au domaine matriciel. Cette approche a été utilisée dans le travail [14] de l'auteur pour généraliser la transformation inverse de Laplace. Elle était étudiée aussi parmi d'autres par Denman [6] et Shieh [13]. Les résultats obtenus récemment dans ce domaine par l'auteur [15] et [16] peuvent être appliqués à la factorisation du polynôme matriciel du deuxième degré qui figure dans la première des équations (11).

Alors il s'agit de la factorisation du polynôme

$$P(s) = s^2 I - s A_1 - A_2 \quad (13)$$

où $P(s)$ est un analogue à λ -matrice [9]. En cas des systèmes physiques $\lambda = s$ exprime la pulsation complexe.

On suppose que $P(s)$ est non-singulière. La factorisation d'un polynôme matriciel diffère essentiellement de la factorisation d'un polynôme scalaire car deux matrices, en cas général, ne commutent pas dans la multiplication et même quand elles sont carrées, de dimensions égales (sauf des cas particuliers). Donc on distingue les facteurs spectraux "à droite" et "à gauche" appelés aussi les diviseurs "à droite" et "à gauche", respectivement, de la matrice $P(s)$. Les calculs des facteurs d'un polynôme matriciel sont basés sur le théorème du reste.

Soit $\mathcal{P}$ l'anneau des polynômes en s à coefficients matriciels dans $\mathcal{P}$ et soit $W = [w_{ij}]$ une matrice carrée d'ordre n sur $\mathcal{P}$. Puisque $[sI - W]$ est non-singulière nous pouvons écrire

$$P(s) = Q_1(s) [sI - W] + R_1 \quad (14)$$

et

$$P(s) = [sI - W] Q_2(s) + R_2 \quad (15)$$

où R_1 et R_2 sont les restes indépendants de s . Cela montre que si un polynôme matriciel $P(s)$ de (13) est divisé par $[sI - W]$ où W est carré d'ordre n et si les restes obtenus sont R_1 et R_2 alors

$$R_1 = P_D(W) = W^2 - A_1 W - A_2 \quad (16)$$

et

$$R_2 = P_G(W) = W^2 - W A_1 - A_2, \quad (17)$$

où $P_D(W)$ est le reste "à droite" de division de droite du polynôme $P(s)$ par binôme $[sI - W]$ et $P_G(W)$ est le reste "à gauche" de division de gauche du polynôme $P(s)$ par le même

binôme. Si $R_1 = 0$ le binôme $[SI - W]$ est dit diviseur à droite de $P(s)$. Si $R_2 = 0$ le binôme $[sI - W]$ est dit diviseur à gauche de $P(s)$. Alors $Q_1(s)$ en tant que facteur du polynôme (13) a le degré inférieur à celui de $P(s)$ et, par analogie, $Q_2(s)$ en tant que facteur du même polynôme (13) a le degré inférieur à celui de $P(s)$. Puisque le degré du polynôme $P(s)$ est égal à deux donc les degrés de $Q_1(s)$ et $Q_2(s)$ sont égaux à un. Ce résultat s'exprime par la relation

$$\delta(Q) = \delta(P) - 1 = 1, \quad (18)$$

où δ dénote le degré.

Les calculs effectifs des facteurs du polynôme $P(s)$ se poursuivent par diagonalisation de la matrice associée suivante

$$P_a(s) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_2 & A_1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Cette matrice peut être diagonalisée par une transformation de similarité dont une des formules possibles est

$$P_d(s) = T^{-1} P_a(s) T, \quad (20)$$

où

$$T = \begin{bmatrix} I & I \\ W_1 & W_2 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Les matrices W_1 et W_2 sont des solutions de l'équation algébrique de Riccati pour (19). Cette équation possède la forme suivante

$$W^2 - A_1 W - A_2 = 0. \quad (22)$$

L'application de la relation (21) à l'équation (20) nous donne

$$P_d(s) = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Alors les matrices W_1 et W_2 sont les facteurs spectraux du polynôme $P(s)$. Les relations suivantes sont vérifiées

$$\det[sI - W_1] = 0 \quad \text{et} \quad \det[sI - W_2] = 0. \quad (24)$$

Puisque le binôme $[sI - W_1]$ est un des facteurs spectraux de $P(s)$ donc on peut factoriser ce polynôme de deux façons

$$P_{G1}(s) = [sI - W_1][sI - V_1] \quad \text{ou} \quad P_{D1}(s) = [sI - V_1][sI - W_1]. \quad (25a)$$

Le deuxième facteur $[sI - W_2]$ conduit aux relations pareilles aux précédentes

$$P_{G2}(s) = [sI - W_2][sI - V_2] \quad \text{ou} \quad P_{D2}(s) = [sI - V_2][sI - W_2]. \quad (25b)$$

En tenant compte de la forme de l'équation (13) on trouve que les racines W_1 et W_2 doivent satisfaire aux conditions

$$A_1 = W_i + V_i, \quad A_2 = W_i V_i = V_i W_i, \quad i = 1, 2. \quad (26)$$

Enfin on peut conclure que le polynôme matriciel du deuxième degré $P(s)$ possède une factorisation de la forme

$$P(s) = [sI - W_1][sI - V_1] \quad \text{ou} \quad P(s) = [sI - W_2][sI - V_2], \quad (27)$$

où les facteurs spectraux $[sI - W_i]$ et $[sI - V_i]$ ($i = 1, 2$) doivent satisfaire aux conditions (26).

En ce moment il faut remarquer qu'il y a d'autres méthodes de résolution du problème analysé ci-dessus [17].

4. UTILISATION DE LA TRANSFORMATION MATRICIELLE INVERSE DE LAPLACE À LA RÉOLUTION DE L'ÉQUATION DES VARIABLES D'ÉTAT DU DEUXIÈME ORDRE

Dans cette section nous présentons des expressions permettant de résoudre l'équation (2) par l'utilisation de la transformation inverse de Laplace en domaine matriciel. En cas général le problème analogue au problème posé ici a été commencé dans [14]. Les résultats obtenus peuvent être appliqués aux problèmes étudiés dans cette contribution.

Pour trouver une réponse temporelle d'un système modelé par l'équation des variables d'état du deuxième ordre on commence des relations (11) et on vient à la transformation inverse de Laplace en domaine matriciel. On prend en considération la définition de la fonction matricielle en domaine de la variable complexe s . Cette définition est donnée et même le théorème respectif est prouvé dans [9]. Si une fonction $f(s)$ se développe en série de puissance dans un cercle $|s - s_0| < r$, c'est-à-dire $f(s) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p (s - s_0)^p$ alors ce développement tient sa valeur si au lieu de l'argument scalaire s on pose une matrice A dont toutes les valeurs caractéristiques se placent à l'intérieur du cercle de convergence. Le résultat du théorème nous conduit à l'expression définissant le résidu en un pôle matriciel

$$f(A) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\Gamma} [sI - A]^{-1} f(sI) ds, \quad (28)$$

où $j = \sqrt{-1}$ et Γ est le contour sur le plan complexe qui entoure toutes les valeurs propres de la matrice A .

En cas de la méthode des variables d'état du deuxième ordre la transformée matricielle de Laplace du vecteur soit des variables d'état ou soit de la réponse peut être représentée en forme générale suivante

$$G(s) = \Psi^{-1}(sI) \Phi(sI), \quad (29)$$

où

$$\Psi^{-1}(sI) = [sI - W_1]^{-1} [sI - W_2]^{-1} \dots [sI - W_r]^{-1} \quad (30)$$

et $\Phi(sI)$ étant polynôme matriciel.

A partir de l'expression (28) nous définissons la transformée inverse de Laplace de $G(s)$ par l'expression suivante

$$G(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\Gamma} e^{st} G(sI) ds, \quad (31)$$

où Γ est choisi sur le plan complexe de telle façon qu'il entoure tous les pôles de $G(sI)$. En tenant compte des expressions (29) et (30) on arrive à

$$G(t) = \sum_{k=1}^r e^{W_k t} \Psi'^{-1}(W_k) \Phi(W_k), \quad (32)$$

où la somme des résidus est calculée en tous les pôles matriciels et $\Psi'^{-1}(W_k)$ dénote le polynôme qui se déduit du polynôme (30) par élimination du facteur $[sI - W_k]$ et ensuite par passage à $sI = W_k$ pour $k = 1, 2, \dots, r$.

L'expression (32) constitue le théorème de développement en forme matricielle en cas des pôles simples de la transformée de Laplace. Le cas des pôles multiples de la transformée de Laplace en forme matricielle reste en dehors de cette contribution.

Maintenant nous pouvons passer au calcul de l'original du vecteur d'état qui figure dans l'équation (2). La transformée de Laplace est donnée par l'équation (11). En considérant la factorisation du polynôme $P(s)$ exprimée par relation (27) on arrive à

$$X(t) = (W_1 - V_1)^{-1} e^{W_1 t} [(W_1 B_1 + B_2) F(W_1) + (W_1 + A_1) X(0) + X(0) + B_1 F(0)] + \\ + (V_1 - W_1)^{-1} e^{V_1 t} [(V_1 B_1 + B_2) F(V_1) + (V_1 + A_1) X(0) + \dot{X}(0) + B_1 F(0)] \quad (33)$$

à condition que la transformée $F(sI)$ ne possède pas de pôles. Si elle en a, ils doivent être comptés dans l'expression (33). Ces pôles provoquent des termes supplémentaires dans l'expression précédente.

L'original de la transformée de réponse du système $Y(t)$ peut être calculé par le même procédé que la transformée inverse de Laplace du vecteur $X(s)$.

Les relations établies ci-dessus peuvent être utilisées aussi en cas de recherche de la réponse harmonique, il suffit alors de prendre sI égale à $j\omega I$ dans l'équation (11).

5. IDENTIFICATION DES VALEURS INITIALES DU VECTEUR D'ÉTAT DU DEUXIÈME ORDRE

Cette section est consacrée à l'étude des relations existant entre les valeurs initiales du vecteur d'état du deuxième ordre et les valeurs initiales de la réponse du système décrite par l'équation différentielle scalaire. On suppose que le système étudié est modélisé une fois par l'équation d'état d'ordre deux et l'autre fois par l'équation différentielle scalaire d'ordre respectivement élevé. Donc on prend en considération les modèles exprimés par les équations (2) et (10) une fois et par l'équation (3) l'autre fois. Le procédé de résolution du problème posé peut être le suivant.

La k -ème dérivée par rapport au temps du vecteur d'état du deuxième ordre $X(t)$, où $k = 1, 2, \dots, n$, se déduit facilement de l'expression (2). D'où on trouve

$$X^{(k)} = A_1 X^{(k-1)} + A_2 X^{(k-2)} + B_1 F^{(k-1)} + B_2 F^{(k-2)}. \quad (34)$$

De la même façon la k -ème dérivée de la réponse du système d'après l'équation (10) s'exprime par

$$Y^{(k)} = C_1 X^{(k-1)} + C_2 X^{(k-2)} + D_1 F^{(k-1)} + D_2 F^{(k-2)}. \quad (35)$$

Ces deux relations, (34) et (35), ont le caractère récurrent pour $k = 2, 3, \dots, 2n-1$. Par une série d'opérations simples et d'arrangement des termes dans l'expression (34) on arrive à la forme équivalente

$$\begin{bmatrix} X^{(k-1)} \\ X^{(k-2)} \end{bmatrix} = A^{k-2} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ X \end{bmatrix} + \sum_{l=0}^{k-1} A^{k-l-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^{(l)} \\ F^{(l-1)} \end{bmatrix} \quad (36)$$

pour $k = 2, 3, \dots, n$.

Dans l'expression (36) la matrice

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

est dite matrice du système. De même les dérivées successives de la réponse du système s'expriment par

$$y^{(p)} = [C_1 \ C_2] \begin{bmatrix} X^{(p+1)} \\ X^{(p)} \end{bmatrix} + [D_1 \ D_2] \begin{bmatrix} F^{(p-1)} \\ F^{(p)} \end{bmatrix} \quad (38)$$

pour $p = 0, 1, 2, \dots, 2n-1$. Dans ce cas-là nous n'avons pris que les réponses décrites par les équations (3) et (10) qui sont les mêmes. Maintenant on pose l'expression (37) dans l'expression (38) et on arrive à

$$y^{(p)} = [C_1 \ C_2] A^p \begin{bmatrix} \dot{X} \\ X \end{bmatrix} + [C_1 \ C_2] \sum_{l=0}^{p-1} A^{p-l-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^{(p)} \\ F^{(p-1)} \end{bmatrix} + [D_1 \ D_2] \begin{bmatrix} F^{(p-1)} \\ F^{(p-2)} \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Par un groupement de toutes les dérivées de y en un vecteur pris dans l'instant initial on vient à la relation

$$\begin{bmatrix} y \\ y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(2n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA^0 \\ CA^1 \\ \vdots \\ CA^{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA^0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{2n-2} & CA^{2n-3} & \dots & CA^0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} B_2 & B_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ F^{(1)} \\ \vdots \\ F^{(2n+1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ F^{(1)} \\ \vdots \\ F^{(2n+1)} \end{bmatrix} \quad (40)$$

où le signe $\otimes$ symbolise le produit de Kronecker et $C = [C_1 \ C_2]$ et $D = [D_1 \ D_2]$.

L'équation (40) représente l'égalité fondamentale existant entre les valeurs initiales de la variable y comptée comme la réponse du système modelé par une équation scalaire en y et les valeurs initiales du vecteur d'état du deuxième ordre pour le même système.

Dans l'étude des systèmes dynamiques on rencontre très fréquemment une situation inverse à la précédente quand les valeurs initiales de réponse y et de ses dérivées d'ordre de un à $2n-1$ sont données et il faut trouver les valeurs initiales $\dot{X}(0)$ et $X(0)$ du vecteur d'état du deuxième ordre. Sur la base de l'équation (40) et après sa transformation simple on a

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CA^0 \\ CA^1 \\ \vdots \\ CA^{2n-1} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} y \\ y^{(1)} \\ \vdots \\ y^{(2n-1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CA^0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{2n-2} & CA^{2n-3} & \dots & CA^0 \end{bmatrix} \otimes \right. \\ \left. \otimes \begin{bmatrix} B_2 & B_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ F^{(1)} \\ \vdots \\ F^{(2n+1)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ F^{(1)} \\ \vdots \\ F^{(2n+1)} \end{bmatrix} \right\}. \quad (41)$$

On peut facilement constater que l'utilisation pratique de la relation (41) est limitée aux systèmes observables. De même, il est très facile de vérifier que la matrice $K = [CA^0 \ CA^1 \ \dots \ CA^{2n-1}]$ est la matrice d'observabilité du système à variables multiples. Donc K^{-1} existe si le système étudié est observable.

6. PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DE LA MATRICE DU SYSTÈME ET DES CONTINUANTES MATRICIELLES

La liaison entre les valeurs initiales pour l'équation différentielle scalaire et le vecteur initial des variables d'état du deuxième ordre contient une matrice K dont les éléments dépendent des puissances successives de la matrice du système A . On peut les calculer en tenant compte de l'équation caractéristique de la matrice A . Cette équation prend la forme

$$\det[\lambda I - A] = 0. \quad (42)$$

La matrice A possède comme blocs A_1 , A_2 , I et 0 , de dimension $n \times n$. D'où on a

$$\det \left[\lambda I - \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \right] = 0. \quad (43)$$

L'utilisation du théorème de Schur [9] nous permet de présenter l'équation (43) en forme

$$|\lambda^2 I - \lambda A_1 - A_2| = 0 \quad (44)$$

car les matrices $[\lambda I - A_1]$ et $-I$ commutent en produit. En plus nous supposons dans ce qui suit que les matrices A_1 et A_2 commutent aussi.

L'équation (44), est vérifiée par la matrice A , elle-même, c'est-à-dire dans le cas étudié il existe en domaine matriciel un analogue au théorème de Cayley-Hamilton. Alors nous avons l'équation

$$A^2 - (I \otimes A_1)A - I \otimes A_2 = 0, \quad (45)$$

où la matrice I a la dimension $2n \times 2n$.

La preuve de l'équation (45) s'effectue directement par les multiplications et additions indiquées. En ce cas on arrive à la puissance deux de la matrice A et on a

$$\begin{aligned} A^2 &= (I \otimes A_1)A - I \otimes A_2 \\ &= (I \otimes J_2)A + I \otimes J_1 A_2 \end{aligned} \quad (46)$$

où $J_2 = A_1$ et $J_1 = I$ sont les déterminants de Jacobi en forme matricielle dits continuantes matricielles.

Prémultiplication de l'équation (46) par A nous amène à la puissance successive de la matrice A . On obtient alors

$$\begin{aligned} A^3 &= [I \otimes (A_1^2 + A_2)] + I \otimes A_2 A_1 \\ &= (I \otimes J_3)A + I \otimes A_2 J_2, \end{aligned} \quad (47)$$

où $J_3 = A_1^2 + A_2 = A_1 J_2 + A_2 J_1$.

Continuant ce procédé jusqu'au n élevé on trouve l'expression générale pour la puissance n de la matrice A dont la forme est la suivante

$$A^n = (I \otimes J_n)A + I \otimes A_2 J_{n-1} \quad (48)$$

où

$$J_n = A_1 J_{n-1} + A_2 J_{n-2} \quad (49)$$

est la continuante matricielle d'ordre n ($= 2, 3, 4, \dots$) avec $J_0 = 0$ et $J_1 = I$.

Une continuante matricielle d'ordre n peut être représentée aussi en forme plus développée

$$J_n = \underbrace{\begin{Bmatrix} 0 & A_2 & A_2 & A_2 & \dots & A_2 & A_2 \\ I & A_1 & A_1 & A_1 & \dots & A_1 & A_1 \end{Bmatrix}}_{n \text{ termes}} \quad (50)$$

ou en forme alternative

$$J_n = \det_J \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -I & A_1 & A_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_1 \end{bmatrix}. \quad (51)$$

On prend pour exemple $n = 4$. La continuante matricielle d'ordre quatre peut être trouvée soit par la règle récurrente (49) soit par la relation (51). Alors nous obtenons

$$J_4 = \det_J \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ -I & A_1 & A_2 & 0 \\ 0 & -I & A_1 & A_2 \\ 0 & 0 & -I & A_1 \end{bmatrix} = A_1^3 + 2A_1 A_2 = A_1 J_3 + A_2 J_2.$$

Le calcul des continuantes matricielles peut être simplifié par l'utilisation d'un schéma graphique que l'on peut considérer comme graphe de transfert pour les continuantes matricielles et pour des puissances successives de la matrice du système en même temps. Ce graphe est représenté sur la figure 3. Il peut être considéré aussi comme un analogue au graphe de Mason. Dans ce graphe les noeuds J_0 et J_1 constituent deux sources et les autres noeuds J_k , $k = 2, 3, \dots, n$, doivent être considérés comme noeuds intermédiaires ou comme puits liés entre eux par une branche de transmittance A_1 . Les branches de transmittance A_2 lient deux noeuds successifs d'indices impairs et deux noeuds successifs d'indices pairs séparément (fig. 3). Chaque noeud J_k ($k = 0, 1, 2, \dots, n$) se présente comme source pour les noeuds de puits A^l ($l = 1, 2, \dots, n$). Les puits d'indice l sont liés avec les sources par deux branches, l'une d'elles ayant la transmittance A_2 est liée avec la source de l'indice précédent $l-1$ et l'autre de transmittance A est liée avec la source

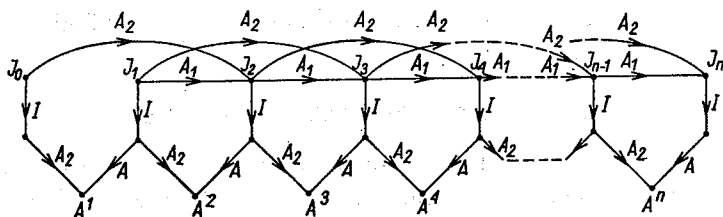


Fig. 3. Graphe matriciel du type du graphe de Mason comme représentation d'une continuante matricielle d'ordre n

de l'indice I , respectivement. La règle topologique de Mason s'applique à ce graphe. Si nous prenons sa forme générale

$$T = \frac{\sum_{k=1}^r T_k \Delta_k}{\Delta} \quad (52)$$

on observe que dans le cas du graphe proposé on a

$$\Delta = I, \quad \text{d'où} \quad \Delta_k = I \quad \text{pour } k = 1, 2, 3, \dots$$

car le graphe de transfert des continuantes matricielles ne contient pas de boucles.

Donc l'application de la règle topologique donne le moyen très efficace pour le calcul des continuantes matricielles. On constate qu'une continuante matricielle d'ordre n peut être calculée à partir de la formule

$$J_n = \sum_{k=1}^r T_k, \quad (53)$$

où T_k est la transmittance de la k -ème trace dans le graphe entre les sources $J_0 = 0$ et $J_1 = I$, et le noeud propre pour J_n , c'est-à-dire jusqu'au point n du graphe.

Par exemple, la continuante d'ordre cinq doit être calculée. L'application directe de la règle topologique (53) donne le résultat suivant

$$J_5 = \sum_{k=1}^5 T_k = A_1^4 + 3A_1^2 A_2 + A_2^2.$$

Ce résultat se vérifie soit par l'expression (49) ou par l'expression (51). Connaissant les continuantes matricielles respectives qui se définissent directement du graphe de la figure 3 il est possible de calculer à partir du même graphe les puissances successives de la matrice du système. Pour un n fixé on a

$$A^n = \sum_{k=1}^r T_{ak}, \quad (54)$$

où T_{ak} dénote la transmittance de la k -ème trace des sources J_0 et J_1 au point de A^n . Donc dans ce cas la règle topologique s'applique aussi. En cas de $n = 5$ on a, d'après (54), le résultat suivant

$$A^5 = \sum_{k=1}^8 T_{ak} = (I \otimes J_5)A + I \otimes J_4 A_2$$

qui peut être vérifié par la relation (48). Le profit est évident dans l'utilisation du graphe proposé.

7. REMARQUES FINALES ET CONCLUSIONS

L'article contient les traits principaux du concept de la méthode des variables d'état du deuxième ordre. La méthode présentée se caractérise par une réduction importante du nombre des variables nécessaires pour décrire l'état dynamique du système. Il en résulte une économie de temps des calculs sur un ordinateur. En outre le modèle du deuxième ordre est plus convenable pour l'analyse des systèmes dynamiques. Grâce à la possibilité de factorisation matricielle d'un polynôme, définie en domaine complexe, il était permis de trouver la réponse temporelle du système à variables multiples. Ce problème a été résolu par l'application de la transformation matricielle inverse de Laplace. Le théorème de développement en domaine matriciel a été prouvé. La méthode élaborée était utilisée à la résolution du problème de l'identification des conditions initiales en cas des différentes représentations du système étudié. Du point de vue de l'identification des systèmes pratiques la forme proposée du modèle des systèmes dynamiques se caractérise par plusieurs avantages. Parmi d'autres on peut citer le fait que l'état instantané du système peut être décrit totalement par des grandeurs physiques de même genre; par exemple en cas d'un système mécanique en mouvement, l'état du système peut être décrit soit seulement par les déplacements soit seulement par les vitesses des masses se trouvant en translation. Cette circonstance facilite les mesures nécessaires pour effectuer l'identification. Les calculs numériques peuvent être améliorés par l'utilisation des notions de continuantes matricielles et de graphe matriciel dont les définitions et propriétés principales sont démontrées dans le travail. Cette approche rend la possibilité de remplacer le problème des calculs des puissances de la matrice du système par les calculs des mêmes puissances mais de la matrice des dimensions de deux fois plus réduites ce qui introduit le profit évident dans l'étude des systèmes dynamiques par la méthode élaborée.

BIBLIOGRAPHIE

1. S. Barnett, *Matrices in control theory with applications to linear programming*, Van Nostrand Reinhold Company, London, 1971.
2. R. E. D. Bishop, W. G. Rice, *An investigation into the linear theory of ship response to waves*, J. Sound and Vibrations, vol. 62, No 3, 1979, pp. 353—369.
3. P. E. Caines, *Unique state variable models for linear systems*, Int. J. Control, vol. 16, No 5, 1972, pp. 939—944.
4. T. Cholewicki, *The alternating ladder network as a model of rotating machine windings*, Arch. Elektrot., vol. XXII, No 3, 1973, pp. 587—593.
5. M. A. Cusnod, J.-L. Fatio, *Cours d'introduction aux méthodes d'identification*, Michel, Paris, 1973.
6. E. D. Denman, *Matrix polynomials, Roots and Spectral Factors*, Appl. Math. Comp., vol. 3, No 4, 1977, pp. 359—369.
7. R. C. Dorf, *Les variables d'état dans l'analyse et la synthèse des systèmes de commande*, Dunod, Paris, 1967.
8. C. Foulard et al., *Commande et régulation par calculateurs numériques*, Eyrolles, Paris, 1979.
9. F. R. Gantmacher, *Théorie des matrices*, Masson C^{ie}, Paris, 1972.
10. J.-Ch. Gille et al., *Dynamique de la commande linéaire*, Dunod, Paris, 1973.

11. T. Kaczorek, *Les matrices en commande automatique et en électrotechnique* (en polonais), Edition Scientico-Technique, Varsovie, 1984.
12. T. Kaczorek, *Théorie des systèmes de commande automatique* (en polonais), Edition Scientifique d'Etat, Varsovie, 1974.
13. L. S. Shieh, Y. T. Tsay, *Transformations of Solvents and Spectral Factors of Matrix Polynomials and Their Applications*, Int. J. Control, vol. 34, No 4, 1981, pp. 813—823.
14. Z. Trzaska, *On the Use of the Bond Graph for Linear Electric Network Studies*, Rozpr. Elektrot., vol. 25, No 4, 1979, pp. 835—848.
15. Z. Trzaska, *On the Generalized Matrix Inverse Laplace Transform Theorem and Its Applications to Network Study*, Proc. 1977 IEEE Int. Symp. CAS, Phoenix, 1977, pp. 646—649.
16. Z. Trzaska, *Etude de la distribution de la puissance instantanée par la méthode des variables d'état du deuxième ordre*, Le 7^{ème} Séminaire sur la base de Théorie des circuits électriques, du 2 au 5 Mai 1984, Gliwice-Ustroń, Pologne (Comptendus: Les Cahiers Scientifiques de l'Université Technique de Silesie, Gliwice, vol. 1984, pp. 35—47).
17. Z. Trzaska, *On an Approach to the Solution of the Generalized matrix-valued frequency problem for linear networks*, Proc. 1984 Network Symposium, Sarajevo, 1984, pp. 212—218.
18. J. H. Wilkinson, *The algebraic eigenvalue problem*, Univ. Press, Oxford, 1965.

Z. TRZASKA

THE CONCEPTION OF THE SECOND ORDER STATE VARIABLE METHOD AND ITS APPLICATION TO IDENTIFICATIONS OF INITIAL CONDITIONS IN DYNAMIC SYSTEMS WITH MULTIDEGREE OF FREEDOM

Summary

Dynamic systems with multidegree of freedom are modeled by a second order state variable equation. This representation of systems has, as it is shown in the paper, some advantages over the classical state variable method, i.e. the first order state variable method. Inverse Laplace transform in the matrix domain is defined and its applications to the case under study permits to evaluate the transient response of a system with non-zero initial conditions. The initial conditions are expressed in function of initial conditions related to a scalar differential equation of higher order which describes the transients in the system. An inverse relation is also presented.

Matrix continuants as a generalization of Jacobi's determinants are defined in a different manner than those offered by the other authors. A notion of the second order state matrix is introduced and its successive powers are expressed by the matrix continuants. The existence of the matrix version of the Cayley-Hamilton theorem is demonstrated. A matrix graph in the form of Mason graph is applied to calculations of the matrix continuants and the successive powers of the second order state matrix. A topological formula gives an efficient mean to facilitate the computations to be performed.

The presented method and related expressions are applied in an effective identifications of the initial conditions in a dynamic system with multidegree of freedom.

Z. TRZASKA

KONCEPCJA METODY ZMIENNYCH STANU DRUGIEGO RZĘDU I IDENTYFIKACJA WARUNKÓW POZĄTKOWYCH W WIELOWYMIAROWYM UKŁADZIE DYNAMICZNYM

Streszczenie

Wielowymiarowy układ dynamiczny jest modelowany za pomocą równania zmiennych stanu drugiego rzędu. Taka reprezentacja układu posiada pewne, jak to wykazano w pracy, zalety w stosunku do modelu układu dynamicznego w przestrzeni stanu pierwszego rzędu, który dotychczas był powszechnie stosowany w teorii obwodów elektrycznych. Odwrotne przekształcenie Laplace'a w dziedzinie macierzy zostało zdefiniowane, a jego zastosowanie w badanym przypadku układu pozwala wyznaczyć odpowiedź

chwilową w stanie nieustalonym przy niezerowych warunkach początkowych. Warunki początkowe w układzie są wyrażone w funkcji warunków początkowych związanych z równaniem różniczkowym skalarnym odpowiednio wysokiego rzędu. Relacja odwrotna została również przedstawiona. Kontynuanty macierzowe jako uogólnienie wyznacznika Jacobiego na dziedzinę macierzową zostały zdefiniowane w odmienny sposób w porównaniu z dotychczas podawanym w literaturze. Wprowadzono pojęcie macierzy stanu drugiego rzędu, a jej kolejne potęgi całkowite zostały wyrażone w postaci uzależnionej od kontynuant macierzowych. Wykazano również istnienie, formalnie biorąc macierzowej postaci twierdzenia Cayleya-Hamiltona. Graf macierzowy typu grafu Masona został zdefiniowany do obliczania kontynuant macierzowych kolejnych rzędów. Wykazano możliwość zastosowania reguły topologicznej Masona do obliczania kontynuant macierzowych oraz kolejnych potęg całkowitych macierzy stanu drugiego rzędu. Przedstawiona metoda oraz związane z nią zależności macierzowe zostały następnie wykorzystane do efektywnej identyfikacji warunków początkowych w wielowymiarowym układzie dynamicznym.

Z. TRZASKA

ENTWURF EINER METHODE FÜR DIE ZUSTANDSVARIABLEN 2. ORDNUNG UND IDENTIFIZIERUNG DER ANFANGSBEDINGUNGEN IM MEHRDIMENSIONALEN DYNAMISCHEN SYSTEM

Zusammenfassung

Ein mehrdimensionales dynamisches System wird mittels einer Gleichung des Wechselzustandes 2. Ordnung modelliert. In der Bearbeitung wurde nachgewiesen, daß eine derartige Darstellung des Systems gewisse Vorteile bezüglich eines dynamischen Systems im Zustandsraum 1. Ordnung hat, das bisher in der Theorie elektrischer Kreise vorherrschte. Die Umkehrung der Laplace-Theorie im Matrixbereich wurde definiert, und ihre Anwendung im untersuchten System gestattet, eine Momentantwort im unsteten Zustand bei verschiedenen als Null Anfangsbedingungen zu bestimmen. Die Anfangsbedingungen werden mit einer Funktion der Anfangsbedingungen ausgedrückt, die mit der Differential-Skalargleichung entsprechend hoher Ordnung zusammenhängen. Die umgekehrte Relation wurde ebenfalls geschildert. Die Matrixkontinuanten wurden als Verallgemeinerung der Jacobi-Determinante auf den Matrixbereich in einer anderen Weise definiert, als bisher in der Literatur üblich war. Der Begriff der Zustandsmatrix der 2. Ordnung wurde eingeführt, und deren aufeinander folgende volle Potenzen wurden in einer von den Matrixkontinuanten abhängigen Form ausgedrückt. Auch das Dasein — vom formellen Gesichtspunkt aus — der Matrixform des Cayley-Hamilton-Theorem wurde nachgewiesen. Der Matrixgraph in der Art des Mason-Graphs wurde für die Berechnung von Matrixkontinuanten der aufeinander folgenden Ordnungen definiert. Im weiteren wurde die Möglichkeit nachgewiesen, die topologische Mason-Regel für die Berechnung der Matrixkontinuanten sowie der aufeinander folgenden vollen Potenzen der Zustandsmatrizen 2. Ordnung anzuwenden. Die dargestellte Methode sowie die damit verbundenen Matrixabhängigkeiten wurden dann für eine effektive Identifikation der Anfangsbedingungen im mehrdimensionalen dynamischen System genutzt.

З. ТРЗАСКА

КОНЦЕПЦИЯ МЕТОДА ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ИДЕНТИФИКАЦИЯ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С МНОГИМИ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Резюме

Представлены основы нового метода моделирования динамических систем с многими переменными состояниями. Предлагаемый метод в основном заключается в непосредственном применении матричного дифференциального уравнения второго порядка для описания поведения системы с многими степенями свободы в переходном режиме.

Предлагаемый метод характерен многими преимуществами по отношению к методу переменных состояний первого порядка. Якобиевы детерминанты в матричной форме определяются по методу, который значительно отличается от метода применяемого до сих пор. Для облегчения испытания динамических систем приводится матричный граф прохождения сигналов, который подчиняется топологической формуле Мэйсона. Этот граф применяется очень легко к исчислениям матричных континуант и очередных степеней матрицы системы второго порядка.

Идентификация начальных условий в излагаемой системе произведена на основе матричного уравнения второго порядка в соответствии с начальными условиями для скалярного уравнения большого порядка. Эта идентификация значительно облегчена применением уравнений и результатов приведенных ранее в настоящей статье.

A State-Space Computer Study of HV AC-DC Power Transmission Systems

ELŻBIETA SYKULSKA (ŁÓDŹ)

Instytut Elektroenergetyki Politechniki Łódzkiej

The paper received 22.6.1983

A small displacement or linearized model of a parallel *ac-dc* system is developed in view of steady-state stability performance study. A simplified system consisting of a single machine, feeding over a parallel *ac-dc* transmission link into an infinite busbar, is investigated taking account of the co-operative dynamic behaviour of generator regulators as well as converter control systems. An eigenvalue analysis of the linearized model of the entire system, which is consistent with the accepted state-space representation of synchronous machine, describes the behaviour of the system during small disturbances about a steady-state operating point and illustrates the dynamic interaction between controls associated with the machine and those of the *dc* link. The digital computer program has been developed allowing the operating and stability problems to be investigated for many practical arrangements.

1. INTRODUCTION

From earlier studies, mainly of digital and analog computer simulations as well as operating experience with existing *hvd*c interties, it has become apparent that with appropriate control, the *ac-dc* system performance could be considerably improved under various disturbances. On the other with the development of *hvd*c technology, the *hvd*c transmission will play an increasingly important role in the future. The current state of art in the power transmission by direct current is described in References [15] and [16]. A survey of methods used for transient modelling of *dc* systems may be found in Reference [10].

This paper aims at developing a flexible computer model to investigate the operating and stability problems in parallel *ac-dc* systems equipped with various controls. The mathematical model is based on linearization of inherently non-linear equations and utilization of state-space eigenvalues technique. It is therefore suitable for dealing with power systems oscillations caused by little disturbances (steady-state stability). The survey of relevant literature shows, however, a number of cases of successful use of linearization approach to large disturbances (transient stability). Hence the method described below need not necessarily be confined to steady-state stability problems. Moreover the techniques set forth in this paper may be directly incorporated into digital programs for transient stability or multimachine *ac-dc* power systems.

2. LIST OF PRINCIPAL SYMBOLS

H	— inertia constant
i_d, i_q	— direct- and quadrature-axis components of machine current i
i_f	— field current
I	— convertor ac -line current
I_d, I_q	— direct- and quadrature-axis components of I
I_{DC}	— dc line current
I_{DCref}	— actual reference current for dc link
I'_{DCref}	— nominal reference current for dc link
K_t	— system damping coefficient
m	— numbers of series-connected bridges in convertor
P, Q	— active and reactive power output of alternator
P_T	— prime-mover power
r_d, r_q, x_d, x_q	— direct- and quadrature-axis armature resistance and synchronous reactance, respectively
r_f, x_f	— field resistance and reactance, respectively
R	— resistance of dc link
$T'_{d'o}$	— direct-axis transient open-circuit time constant
U	— convertor ac -line voltage
u_d, u_q	— direct- and quadrature-axis components of machine terminal voltage u
u_f	— field voltage
u_B	— infinite-busbar voltage
U_{DC}	— dc line voltage
x'_d	— direct-axis transient reactance
x_l, x_c, r_l	— tieline series inductive reactance, shunt capacitive reactance, series resistance, respectively
X	— convertor-transformer leakage reactance referred to bridge side
α	— convertor-valve firing-angle delay
γ	— convertor-valve extinction angle
γ_c	— minimum extinction angle
δ	— rotor angle with respect to infinite busbar
θ	— convertor-transformer ratio
Φ_d, Φ_q	— direct- and quadrature-axis flux linkages
Φ_f	— field flux
<i>Subscripts</i>	
r, i — rectifier and inverter quantities, respectively.	

3. DESCRIPTION OF SYSTEM STUDIED

The system under consideration, shown in Fig. 1, consists of a single synchronous machine connected to an infinite busbar through parallel ac and dc links. The machine is equipped with automatic voltage regulator (AVR) and governing system whereas hvd

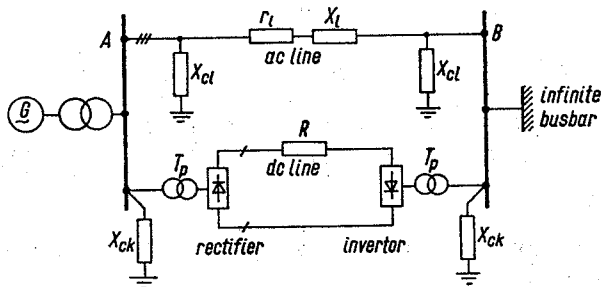


Fig. 1. Simplified, 1-machine, infinite busbar ac-dc system

link is based on the use of constant current/constant extinction angle (CC/CEA) control systems with selected *dc* current feedback control strategy.

Both the *ac* and *dc* systems are described in common per-unit system

Base VA = base voltage $\times$ base current.

4. SYSTEM EQUATIONS

4.1. Machine representation

The full *d-q* axis representation of the synchronous machine may be summarized by the following equations (according to [5, 10]):

$$\begin{bmatrix} \Phi_{fd} \\ \Phi_d \\ \Phi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(x_d - x'_d) & 0 \\ 1 & -x_d & 0 \\ 0 & 0 & -x_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$x'_d \approx x_d - \frac{x_{fd}^2}{x_f}, \quad (2)$$

$$i_{fd} = x_{fd} i_f, \quad (3)$$

$$\Phi_{fd} = \frac{x_{fd}}{x_f} \Phi_f, \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} u_{fd} \\ u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + T'_{do} p & -T'_{do}(x_d - x'_d) p & 0 \\ 0 & -r_d & x_q \\ 1 & -x_d & -r_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$u_{fd} = \frac{x_{fd}}{r_f} u_f, \quad (6)$$

$$(Mp^2 + K_i p) \delta = P_T - (\Phi_d i_q - \Phi_q i_d), \quad (7)$$

$$M = \frac{H}{\pi f}, \quad (8)$$

$$u^2 = u_d^2 + u_q^2, \quad (9)$$

$$i^2 = i_d^2 + i_q^2. \quad (10)$$

4.2. AC transmission line

The *ac* transmission line may be represented by the following equations

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = u_B \begin{bmatrix} \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_l & -x_l \\ x_l & r_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d & -I_d \\ i_q & -I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_l/x_c & r_l/x_c \\ -r_l/x_c & x_l/x_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix}, \quad (11)$$

where $x_c = x_{cl} + x_{ck}$ (Fig. 1).

The *dc* link has already been incorporated into the system through the terms I_d and I_q in the above relationships.

4.3. DC transmission link

From the equations governing the operation of a *dc* transmission link ([4, 12]) with both invertors operating with CC/CEA control, the *dc*-line current equals

$$I_{DC} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{m_r}{\vartheta_r} U_r \cos \alpha - \frac{m_i}{\vartheta_i} U_i \cos \gamma \right)}{R + \frac{3}{\pi} (m_r X_r - m_i X_i)}. \quad (12)$$

By performing the power-invariant transformation ([2, 10]) the equations for the *dq*-axis representation become

$$I_d^2 + I_q^2 = \frac{18 \cdot m_r^2}{\pi^2 \vartheta_r^2} I_{DC}^2, \quad (13)$$

$$u_d I_d + u_q I_q = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{\vartheta_r} U_r I_{DC} \cos \alpha - \frac{3}{\pi} m_r X_r I_{DC}^2, \quad (14)$$

$$u_d I_d + u_q I_q = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_i}{\vartheta_i} U_i I_{DC} \cos \gamma + \left(R - \frac{3}{\pi} m_i X_i \right) I_{DC}^2, \quad (15)$$

and ([3, 4, 12])

$$P_{DC} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{\vartheta_r} U_r I_{DC} \cos \gamma_c + \frac{3}{\pi} m_r X_r I_{DC}^2 + \frac{3}{\pi} U_{cc} I_{DC}, \quad (16)$$

where

$$U_{cc} = K(I_{DCref} - I_{DC}). \quad (17)$$

4.4. Linearised and reduced system equations

The small displacement equations are obtained by taking a Taylor expansion of the nonlinear differential equations and retaining only the first order terms. It is convenient to write the linearised equations in the matrix form:

ΔP_T	$Mp^2 + K_p p$	$i_d - i_d'$	$(1 + T'_{d0} p)$		$-\Phi_d$	Φ_d		$\Delta \delta$
Δu_{fd}					$-(x_d - x_d') T'_{d0} p$		$\frac{-I_d}{c_d I_{DC}} \frac{-I_q}{c_d I_{DC}}$	$\Delta \Phi_{fd}$
ΔI_{DC}							$\frac{u_d}{W} \frac{u_q}{W}$	Δu
ΔI_{DC}								Δi
0		1	-1		x_d			$\Delta \Phi_d$
0		1				x_q		$\Delta \Phi_q$
0	-1		1		$-(x_d - x_d')$			Δi_{fd}
0				1	r_d	$-x_q$		Δu_d
0							$-\frac{u_d}{u} \frac{u_q}{u}$	Δu_q
0				-1	x_d	r_q		Δi_d
0		1			$-\frac{i_d}{i} \frac{i_q}{i}$			Δi_q
0	$u_B \cos \delta$			$\frac{x_1 - 1}{x_c}$	r_1	$-x_1$	x_1	ΔI_d
0	$-u_B \sin \delta$			$-\frac{r_1}{x_c}$	x_1	r_1	$-x_1$	ΔI_q

=

where:

$$W = 2 \left(R - \frac{3}{\pi} m_i X_i \right) I_{DC} + \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_i}{\vartheta_i} U_i \cos \gamma_c, \quad (19)$$

$$c_d = \frac{18}{\pi^2} \frac{m_r^2}{\vartheta_r^2}.$$

This equation, termed the operating matrix equation, summarises the relationships between all machine and system variables, where the variables of particular interest, the forcing functions ΔP_T , Δu_{fd} and ΔI_{DC} , the controlled machine variables $\Delta \delta$, Δu and Δi , and all time-derivative quantities are in the first four equations.

Equation (18) has the form

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \\ \Delta I_{DC} \\ \Delta I_{DC} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 & \mathbf{F}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \\ \Delta u \\ \Delta i \\ \Delta \Phi_d \\ \vdots \\ \Delta I_q \end{bmatrix} \quad (20)$$

and thus the variables not of interest, $\Delta \Phi_d$ to ΔI_q , may be eliminated by matrix reduction, yielding

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \\ \Delta I_{DC} \\ \Delta I_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_4^{-1} \mathbf{F}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \\ \Delta u \\ \Delta i \end{bmatrix} \quad (21)$$

which may be expanded as

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \\ \Delta I_{DC} \\ \Delta I_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mp^2 + K_t p & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ 0 & G_{33}^d + T_{d0}' p & -G_{35}^d & -G_{37}^d \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \\ \Delta u \\ \Delta i \end{bmatrix} \quad (22)$$

and subsequently

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \\ \Delta I_{DC} \\ \Delta I_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \\ \Delta u \\ \Delta i \end{bmatrix}, \quad (23)$$

which after reduction

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1} \mathbf{M}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_4^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta I_{DC}, \quad (24)$$

gives

$$\begin{bmatrix} \Delta P_T \\ \Delta u_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mp^2 + K_t p + N_1 & N_2 \\ N_3 & T_{d0}' p + N_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \Phi_{fd} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_5 \\ N_6 \end{bmatrix} \Delta I_{DC}. \quad (25)$$

The reduction of the operating matrix in equation (18) to give equation (22) and then (25), necessitated the inversion of the submatrix F_4 in equation (20) and M_4 in equation (23). This step was carried out algebraically in order to find expressions for coefficients P and N (equations (22) and (25)) in explicit form. Alternatively a computer reduction program may be used to recompute the reduced matrix at every system operating point and for any system parameter variation. However the algebraic reduction once performed substantially reduces computing time in comparison with numerical procedure.

Equations (22) and (25) are in the form suitable for state-space formulation.

5. STATE-SPACE EQUATIONS

5.1. Power system equations

The system described by equations (22) and (25) can be represented by a matrix equation of the form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{w}(t), \quad (26)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{w}(t), \quad (27)$$

by making the following substitutions.

Let the vector $\mathbf{x}$ representing the state of the system variables be

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T = [\Delta\delta, \Delta\delta, \Delta\Phi_{fd}]^T, \quad (28)$$

the input variables vector

$$\mathbf{w} = [w_1, w_2, w_3]^T = [\Delta P_T, \Delta u_{fd}, \Delta I_{dc}]^T, \quad (29)$$

and the output variables vector

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T = [\Delta u, \Delta i]^T. \quad (30)$$

Thus, equations (22) and (25) become

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{N_1}{M} & -\frac{K_t}{M} & -\frac{N_2}{M} \\ -\frac{N_3}{T'_{do}} & 0 & -\frac{N_4}{T'_{do}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 & -\frac{N_5}{M} \\ 0 & \frac{1}{T'_{do}} & -\frac{N_6}{T'_{do}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & R_2 \\ R_3 & 0 & R_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_5 \\ 0 & 0 & R_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

The signal flowgraph of the system described by equations (31) and (32) is shown in Fig. 2.

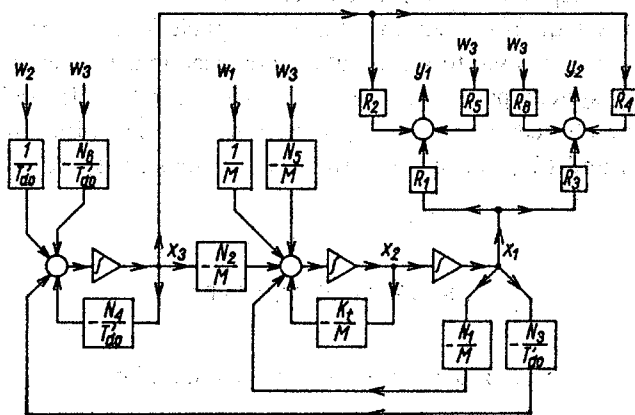


Fig. 2. Signal flowgraph of power system without regulators

5.2. AVR representation

A generalized model of automatic voltage regulator used is that shown in Fig. 3, but any of the feedback loops may be ignored, and any block may be reduced to a pure gain.

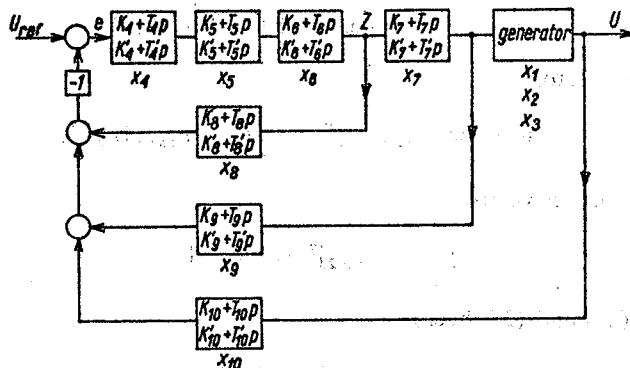


Fig. 3. General voltage-regulator block diagram [6]

A general transfer function

$$G(p) = \frac{Z(p)}{Y(p)} = \frac{K + Tp}{K' + T'p} \quad (33)$$

is used as a "building block" in the AVR block diagram of Fig. 3; $Z(p)$ and $Y(p)$ are the Laplace transforms of the output and input, respectively. The signal flowgraph of this transfer function is as shown in Fig. 4.

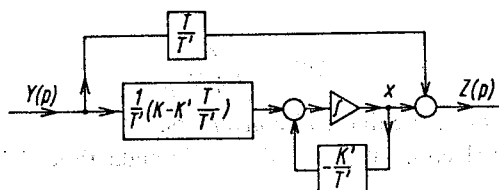


Fig. 4. Signal flowgraph of transfer function $\frac{Z(p)}{Y(p)} = \frac{K+Tp}{K'+T'p}$

The state equation derived from this graph is

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{T'} \left(K - K' \frac{T}{T'} \right) y(t) - \frac{K'}{T'} x(t), \quad (34)$$

where x is the state variable associated with the transfer function $G(p)$.

5.3. Governing system

A standard oil-servo type governor has been assumed (Fig. 5) the action of which may be described by the following set of equations (8)

$$Y = Y_0 + K_{\omega} p \delta, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad (35)$$

$$Y_1 = \frac{K_{11}}{(1+T'_{11}p)(1+T'_{12}p)} Y + Y_{10}, \quad 0 \leq Y_1 \leq 1, \quad (36)$$

$$P_s = K_{13} Y_1, \quad (37)$$

$$P_T = \frac{1}{1+T'_{13}p} P_s. \quad (38)$$

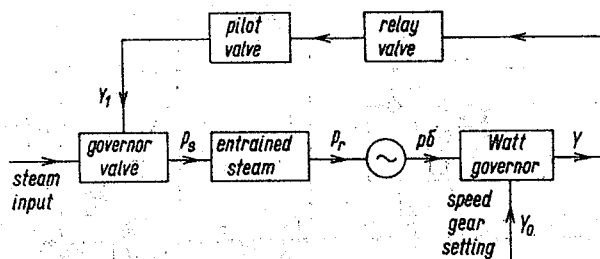


Fig. 5. Block diagram of governing system [8]

Equations (35)÷(38), after suitable rearrangement may be represented in state-space form with three additional state variables incorporated into the system.

5.4. DC Power Feedback Control

The operation equation for the dc link may be derived from expressions given in chapter 4.3 to the following simplified form

$$p \begin{bmatrix} I_{DC} \\ U_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T' & 0 \\ -KK_{cc}/T_c & -1/T_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{DC} \\ U_{cc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/T' \\ KK_{cc}/T_c \end{bmatrix} I_{DCref}, \quad (39)$$

where T' is the effective time constant of dc link, and ([1, 13, 14])

$$U_{cc}(p) = KK_c(p) [I_{DCref}(p) - I_{DC}(p)], \quad (40)$$

where

$$K_c(p) = \frac{K_{cc}}{1 + T'_c p} \quad (41)$$

and T'_c is the time constant of the line and convertors.

Equation (40) replaced eqn. (17) in order to include time delays in the controlling system.

The value of K is usually chosen between 20 and 40 for satisfactory dc link operation ([1, 2, 7]). In the above derivations the dc link is assumed to operate in the quasi-steady state mode and the time constant T' acts to give a low pass filter on the current reference input to the dc link.

In order to improve the stability of the parallel ac - dc power system the following strategy has been selected, which is based on controlling the dc link current reference using signals proportional to speed and load angle errors. The control vector may be written as ([1, 2, 7, 9, 11])

$$I_{DCref} = I'_{DCref} + K_1(\Delta\delta) + K_2(\Delta\dot{\delta}). \quad (42)$$

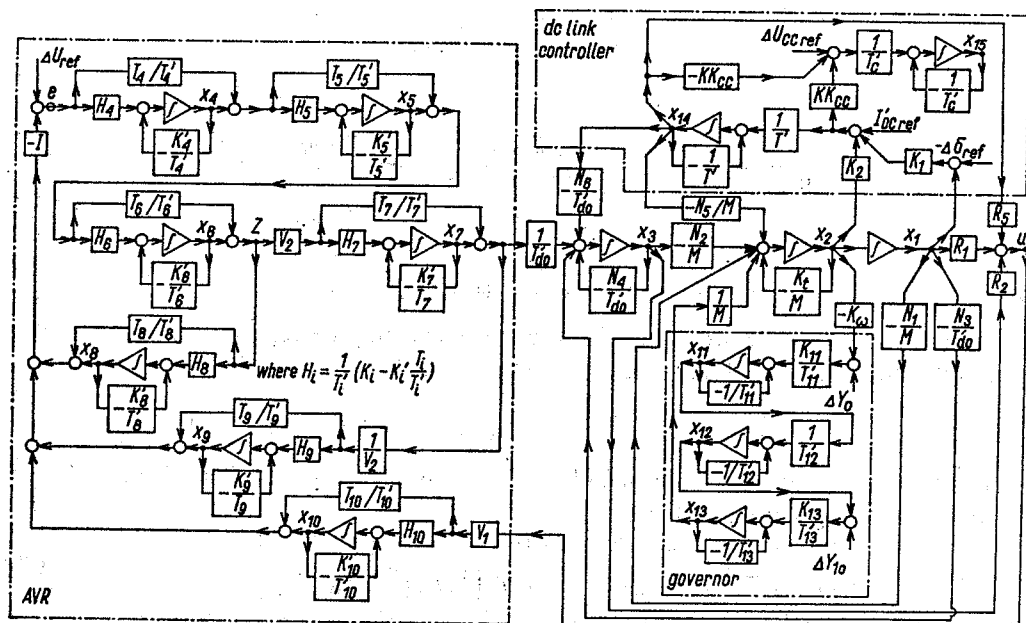
5.5. General state-space equation

By gathering pieces from chapters 5.1 ÷ 5.4 the system state-space equation representing the complete ac - dc power system and its regulators can now be written in the form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (43)$$

The 15×15 matrix $\mathbf{A}$ has the following structure

The signal flowgraph of this system is shown in Fig. 6.



6. COMPUTER PROGRAM

The stability of a system represented by equations (43) and (44) is assured only if all the eigenvalues of the coefficient matrix A as found from

$$\text{Det}(A - \lambda I) = 0, \quad (45)$$

have negative real parts.

A special computer program based on QR -transformation technique was written for determining stability limits on P, Q plane for arbitrary system configuration and parameters consistent with general model accepted in the paper. The program was developed by the author and is owned by Institute of Power Systems, Technical University of Lodz. Detailed description of the program and its algorithm are available from Reference [10].

7. CONCLUSION

A state-space approach to hw ac - dc power transmission system has been developed as an alternative and flexible tool to deal with steady-state stability problems. The equations governing the performance of dc link as well as all system regulators have been derived in a form compatible with the commonly used dq -axis ac -system equations. By using a specially developed computer program the stability limits can be easily determined by the calculation of the eigenvalues of the system matrix.

A detailed quantitative analysis of the steady-state stability of various ac - dc system arrangements may be found in the subsequent paper.

REFERENCES

1. P. K. Dash, et al., *Transient Stability and Optimal Control of Parallel AC-DC Power Systems*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 95, No 3, 1976.
2. D. B. Goudie, *Steady-state stability of parallel hw ac - dc power-transmission systems*, Proc. IEE, Vol. 119, No 2, 1972.
3. N. G. Hingorani, P. Chadwick, *A New Constant Extinction Angle Control for AC/DC/AC Static Convertors*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 87, No 3, 1968.
4. E. W. Kimbark, *Direct Current Transmission*, Volume I, John Wiley, New York, 1971.
5. M. A. Laughton, *Matrix analysis of dynamic stability in synchronous multimachine systems*, Proc. IEE, Vol. 113, No 2, 1966.
6. Y. H. Ngo, *State-space eigenvalues program for stability of regulated synchronous machine*, Proc. IEE, Vol. 118, No 9, 1971.
7. H. A. Peterson, P. C. Krause, *Damping of Power Swings in a Parallel AC and DC System*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 85, No 12, 1966.
8. G. Shackshaft, *General-purpose turbo-alternator model*, Proc. IEE, Vol. 110, No 4, 1963.
9. E. Sykulska, *Wpływ sposobu sterowania układem przesyłowym prądu stałego na poprawę pracy systemu elektroenergetycznego*, Zeszyty naukowe PŁ, Elektryka, z. 67, 1980.
10. E. Sykulska, *Badanie równowagi statycznej układu przesyłowego prądu przemiennego oraz równoległego układu przesyłowego prądu stałego za pomocą metody zmiennych stanu*, Rozprawa doktorska, PŁ, Łódź, 1980.
11. E. Uhlmann, *Stabilisation of an AC Link by Parallel DC Link*, Direct Current, August 1964.
12. E. Uhlmann, *Power Transmission by Direct Current*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1975.

13. C. N. Waygandt, R. F. Chu, *Recent results on the stabilizing effect of a DC transmission link*, IEEE Trans. on PAS, Vol. 96, No 4, 1977.
14. Y. Yoshida, *Development of a Calculation Method of AC Voltage Stability in HVDC Transmission Systems*, Electrical Engineering in Japan, Vol. 94, No 2, 1974.
15. K. Przanowski, *Rola układów przesyłowych prądu stałego w systemach elektroenergetycznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, z. 4, 1977.
16. K. Przanowski, *Układy przesyłowe prądu stałego w systemach elektroenergetycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 7, 1979.

E. SYKULSKA

METODA BADANIA RÓWNOWAGI STATYCZNEJ
RÓWNOLEGŁEGO UKŁADU PRZESYŁOWEGO
PRĄDU PRZEMIENNEGO I PRĄDU STAŁEGO

Streszczenie

W pracy przedstawiono opis metody i oparty na technice przestrzeni stanu program numeryczny badania stabilności statycznej układu przesyłowego prądu przemiennego i równoległego prądu stałego. Uwzględniono dynamiczne współdziałanie różnego typu regulatorów.

E. SYKULSKA

MÉTHODE D'ANALYSE DE LA STABILITÉ STATIQUE D'UN RÉSEAU
TRANSMETTEUR DU COURANT CONTINU ET ALTERNATIF

Résumé

Dans l'article on a présenté la description d'une méthode et d'un programme numérique, qui permet d'analyser la stabilité statique d'un réseau transmetteur du courant alternatif et du réseau parallèle du courant continu par méthode des espaces d'états, en tenant compte du fonctionnement dynamique des différents régulateurs.

E. SYKULSKA

UNTERSUCHUNGSMETHODE FÜR DIE STATISCHE STABILITÄT
VON DREHSTROMNETZEN MIT PARALLELEN HGÜ-ANLAGEN

Zusammenfassung

In dem Aufsatz wird eine Zustandsraummethode und ein Digitalprogramm für eine Analyse der statischen Stabilität eines Drehstromsystems mit paralleler HGÜ (Hochspannungs-Gleichstrom-Übertragung) dargestellt. Es wird die dynamische Mitwirkung von verschiedenen Regulatoren berücksichtigt.

Э. СЫКУЛЬСКА

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ
ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ ПЕРЕМЕННОГО И ПОСТОЯННОГО ТОКА

Резюме

Представлена опись метода пространства состояний и программа вычисления исследования статической устойчивости параллельной электропередачи переменного и постоянного тока с учётом динамического взаимодействия различных типов регуляторов.

Power Theories of Periodic Nonsinusoidal Systems

LESZEK S. CZARNECKI (GLIWICE)

*Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej*

The paper received 15.2.1984

It is shown in this paper that the known power theories do not elucidate the power properties of systems with nonsinusoidal, but periodic voltage and current. Also, they do not provide us with the methods of changing these properties to improve the source power-factor. A new theory based on a source current orthogonal decomposition which includes both the decomposition found by Fryze and the one found by Shepherd and Zakikhani is presented. It reveals a source apparent power component which can be compensated by means of a shunt passive branch, and the components which cannot be removed by such a branch. The presented theory provides us with a conspicuous elucidation of power properties of nonsinusoidal systems and it forms the foundations for the power-factor improvement in such systems.

1. INTRODUCTION

For engineers involved with nonsinusoidal systems problems, and in particular with energy transmission properties of such systems, it is clear that there is a significant divergence between the present development of nonlinear loads of great power, i.e. the loads whose power properties cannot be described correctly in the terms used in sinusoidal systems, and the present state of power theory of nonsinusoidal systems. Power theory of sinusoidal systems provides us with theoretical means for interpreting and modifying the power properties of such systems. It forms, moreover, the foundations for economic settlement of account between electrical energy producer and consumer. The same is expected from the power theory of nonsinusoidal systems. All the efforts in formulating such a theory have shown, however, that this task is not an easy one [4]. The most remarkable attempts were made by C. I. Budeanu [1], S. Fryze [2, 3], E. W. Kimbark [5], W. Shepherd and P. Zakikhani [6], S. Sharon [7], M. Depenbrock [8], N. L. Kusters and W. J. M. Moore [9]. Cited above, however, are only these authors who embarked on the problem from quite different angles, and the list could be enlarged by adding numerous investigators who are trying to develop particular concepts or relate them mutually. These efforts resulted in various power theories which differ mutually both in assumptions, and in mathematical shape and compactness. The principal clue to their value assessment, however, is their usefulness in electrical engineering.

Although attempts at a generalized power theory formulation have been undertaken [10, 11], the aim of this paper is more confined. It is to suggest a theory which might form the foundations for elucidation and modification of power properties of only single-phase networks with periodic voltage and current. It does not seem possible that a power theory might be generalized profitably for multi-phase, non-periodic systems before its verification in single-phase, periodic systems is completed. Unfortunately, the theories known to date are not satisfactory [34] from the view point of both the power properties interpretation and the power-factor improvement, even in such single-phase, periodic nonsinusoidal systems.

Independently of assumptions and mathematical shape, the particular power theories agree mutually with respect to the active power and the apparent power. They have identical meaning as in sinusoidal systems. Only the reactive power loses its meaning. Though various power theories are usually said to be a choice of the reactive power definition, as a matter of fact, it is the problem of the choice of the quantities which might qualify advantageously and uniquely the power properties of the systems.

2. ASSUMPTIONS AND SYMBOLS

It is assumed in this paper that the voltage u at the load terminals is a periodic quantity of a period T , and the load current i is a periodic quantity of a period T_1 , such that $T = kT_1$, where k is an integer number. The considerations will be confined to the networks with the load voltage u and the load current i which are integrable with the square in period T , thus these quantities, which are denoted generally by symbol f , have the Fourier series, which will be expressed in the form

$$f = F_0 + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} F_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad \omega_1 \triangleq \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

where

$$F_0 \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T f dt, \quad (2)$$

$$\underline{F}_n \triangleq F_n \exp \{j\Phi_n\} \triangleq \frac{\sqrt{2}}{T} \int_0^T f \exp \{-jn\omega_1 t\} dt. \quad (3)$$

All quantities of period T , integrable with the square in this period, will be considered as vectors in a vector space L_T^2 , with the scalar product of vectors $f_r, f_s \in L_T^2$, defined as

$$(f_r, f_s) \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T f_r f_s dt = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \underline{F}_{rn} \underline{F}_{sn}^* \quad (4)$$

where F_n^* denotes the conjugate complex number, and the norm, i.e., the RMS value of f quantity, defined as

$$\|f\| \triangleq \sqrt{(f, f)} = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} F_n^2}. \quad (5)$$

The vectors f_r, f_s are naturally orthogonal in space L_T^2 if $(f_r, f_s) = 0$, and then

$$\|f_r + f_s\|^2 = \|f_r\|^2 + \|f_s\|^2. \quad (6)$$

The active power of the load will be expressed in one of the forms

$$P \triangleq \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = (u, i) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n I_n \cos \varphi_n$$

where

$$\varphi_n \triangleq \arg U_n - \arg I_n. \quad (7)$$

The apparent power will be defined as

$$S \triangleq \|u\| \|i\| \quad (8)$$

and the source power-factors, as

$$PF \triangleq \frac{P}{S}. \quad (9)$$

3. COMMENTS ON THE PARTICULAR POWER THEORIES

Though some earlier attempts at formulating the power theory of nonsinusoidal systems are known [2], it is usually assumed that its history began in 1927 with C. I. Budeanu's original work [1].

Since particular theories were formulated at various assumptions which make their comparison difficult, let us study for their assessment, how they describe the power properties of linear networks. C. I. Budeanu assumed the quantity

$$Q_B \triangleq \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n \quad (10)$$

to be the reactive power. It results in the source apparent power decomposition of the form

$$S^2 = P^2 + Q_B^2 + D^2 \quad (11)$$

where quantity

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2} = \sqrt{\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} [U_r^2 I_s^2 - U_r U_s I_r I_s \cos(\varphi_r - \varphi_s)]} \quad (12)$$

was called a "distortion (*déformante*) power". Equation (10) and the Q_B power, sometimes defined in a more sophisticated way [10, 12], is widespread in electrical engineering to such a degree, that even in 1977 A. E. Emanuel claimed [13] that "Budeanu model is today universally accepted". The main reason of this popularity seems to be the similarity of the Q_B power definition with reference to the active power definition. This similarity was deepened even more by Z. Nowomiejski [14, 10] who expressed it as

$$Q_B = \frac{1}{T} \int_0^T u \mathcal{H}\{i\} dt \quad (13)$$

where $\mathcal{H}\{\cdot\}$ denotes Hilbert transformation, thus, the Q_B power can be defined not only in the frequency-domain, but also in the time-domain. Moreover, it fulfils the balance principle in the sense in which active power does it. For a long time one of the main arguments against the Q_B power was that it could not be measured, but also this problem has been solved successfully [15—19]. Let us check, however, what information the quantity Q_B provides us with from the viewpoint of power properties interpretation, and how it can be used for modification of these properties, in particular, for the source power-factor improvement. Suppose, that the load voltage contains only a single harmonic of n order

$$u_n \triangleq \sqrt{2} U_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n) \quad (14)$$

then

$$i_n = \sqrt{2} I_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n - \varphi_n). \quad (15)$$

The load instantaneous power is

$$p_n \triangleq u_n i_n = P_n [1 + \cos 2(n\omega_1 t + \alpha_n)] + Q_n \sin 2(n\omega_1 t + \alpha_n) \quad (16)$$

where

$$P_n \triangleq U_n I_n \cos \varphi_n; \quad Q_n \triangleq U_n I_n \sin \varphi_n. \quad (17a, b)$$

If the load is composed of K one-ports connected parallelly, then, the frequency and the phase angle of the instantaneous power alternating components of particular one-ports

$$(p_{nk})_a \triangleq Q_{nk} \sin 2(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (18)$$

$$Q_{nk} \triangleq U_{nk} I_{nk} \sin \varphi_{nk} \quad (19)$$

are the same. These components may differ only in their generalized (because it can be negative) amplitude Q_{nk} , i.e., in their reactive power. Therefore, the instantaneous power alternating component of the whole load

$$(p_n)_a = \sum_{k=1}^K (p_{nk})_a = \sum_{k=1}^K Q_{nk} \sin 2(n\omega_1 t + \alpha_n) \quad (20)$$

is qualified just by the sum of amplitudes Q_{nk} , i.e.,

$$Q_n = \sum_{k=1}^K Q_{nk} = \sum_{k=1}^K U_{nk} I_{nk} \sin \varphi_{nk}. \quad (21)$$

There is similarly, if these one-ports are connected in series. Thus, if the load structure enables that the immittance of the particular one-ports can be added, then, their reactive powers Q_{nk} can be added as well, and such is the sense of the reactive power balance principle in sinusoidal system. This holds true also if the load contains the delta or star subnetworks and the load impedance calculation requires that the star-delta transformations must be used, since such transformations preserve the reactive power of these three-terminal networks. The load current can be decomposed into components

$$i_{dn} \triangleq \sqrt{2} I_n \cos \varphi_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (22)$$

$$i_{rn} \triangleq \sqrt{2} I_n \sin \varphi_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n). \quad (23)$$

The scalar product of these components $(i_{dn}, i_{rn}) = 0$, thus, they are mutually orthogonal, hence

$$||i_n||^2 = ||i_{dn}||^2 + ||i_{rn}||^2 = \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2 + \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2. \quad (24)$$

Equation (24) shows, that at specified U_n and P_n values, the source current *RMS* value is minimum if, and only if for each $n \in \mathcal{N}$, $Q_n = 0$.

Properties of the reactive power Q_B will be compared with the properties of reactive power in sinusoidal systems, $Q \triangleq Q_1$. For that purpose let us recapitulate these properties.

- (i) The reactive power Q has the physical meaning of the generalized amplitude of the instantaneous power alternating component.
- (ii) The balance principle is a natural consequence of conformability in phase and in frequency of instantaneous power alternating components of network elements connected mutually in series or parallelly.
- (iii) The reactive power Q is a univocal measure of the source current *RMS* value useless increase, which entails the energy losses, voltage drops and a decrease of the source utilization.
- (iv) The necessary and sufficient condition that the source power-factor be maximum and equal to unity is $Q = 0$, so, with regard to the balance principle, Q value determines the ratings of the additional equipment which reduces the source apparent power to the load active power.

It will be shown below that none of these fundamental properties of reactive power in sinusoidal systems is possessed by Q_B quantity in nonsinusoidal systems.

Let the load voltage and the load current be equal to

$$u \triangleq U_o + \sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad i \triangleq I_o + \sum_{n=1}^{\infty} i_n. \quad (25)$$

Definition (10), particularly, if it is expressed in the form

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \quad (26)$$

shows, that C. I. Budeanu assumed the arithmetical sum of amplitudes of all harmonics instantaneous power alternating components, to be the reactive power. Each of these components possesses a different frequency, therefore, though each component Q_n of this sum possesses a distinct physical meaning, their sum loses it completely. It is not a characteristic feature of the instantaneous power alternating component such as the Q power. A failure to note this difference or its underrating, seems to have been one of the main reasons in the misapprehensions about the Budeanu reactive power. The Q_B quantity fulfils the balance principle, since the exchange of addition order results in

$$Q_B = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^K Q_{nk} \right) = \sum_{k=1}^K \left(\sum_{n=1}^{\infty} Q_{nk} \right) = \sum_{k=1}^K Q_{Bk}. \quad (27)$$

However, despite formal similarity, formula (27) does not possess the physical purport of formula (21), which is expressed in item (ii). Since the current harmonics i_n are mutually orthogonal, hence

$$\|i\|^2 = I_o^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \|i_n\|^2 = I_o^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \|i_{dn}\|^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \|i_{rn}\|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{Q_n}{U_n}\right)^2. \quad (28)$$

The necessary and sufficient condition that the source current *RMS* value be equal to

$$\|i_d\| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{P_n}{U_n}\right)^2} \quad (29)$$

is that for each $n \in \mathcal{N}$, $Q_n = 0$. This entails, of course, that $Q_B = 0$; however, contrary to sinusoidal systems this equality is not sufficient for the source current *RMS* value to be minimum, and the source power-factor to be a unity. Thus, the Budeanu reactive power Q_B does not possess the properties expressed in items (iii) and (iv), but without them, this quantity seems to be completely useless for interpretation of power properties of nonsinusoidal systems and the source power-factor improvement. This view is illustrated by the following numerical example.

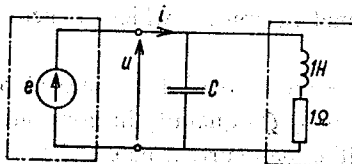


Fig. 1. Example of capacitive compensation

Example 1. The load shown in Fig. 1 is supplied by the voltage of $\omega_1 = 1$ rad/s frequency, which contains three harmonics of order $n = 1; 5; 7$; and *RMS* value $U_1 = 100$ V, $U_n = \frac{1}{n} U_1$. The active power $P = 5019$ W. The powers S , Q_B , D and the source power-factor are tabulated in column 1 of table 1. The reactive power Q_B can be compensated completely by a shunt capacitor of $C = 0,3802$ F capacitance (column 2), unfor-

Table 1

Results of compensation for example 1

		1	2	3
C	F	0	0,3802	0,1861
S	VA	7296	7259	6497
Q_B	VA	5105	0	2606
D	VA	1407	5244	3198
PF	—	0,688	0,691	0,772

tunately, it does not improve in practice the source power-factor. The highest value of the power-factor, which is possible at capacitive compension, can be obtained at $C = 0.1861$ F, this capacitance value however, is not related either to Q_B or to D power. The distortion power D , defined by eqn. (12), also provides us with little information which might be useful for the power-factor oimprvment. For each $r, s \in \mathcal{N}$, formula (12) contains the term

$$\begin{aligned} & U_r^2 I_s^2 + U_s^2 I_r^2 - 2U_r U_s I_r I_s \cos(\varphi_r - \varphi_s) = \\ & = (U_r I_s - U_s I_r)^2 + 2U_r U_s I_r I_s [1 - \cos(\varphi_r - \varphi_s)] \geq 0. \end{aligned} \quad (30)$$

Thus, the distortion power D is equal tzo ero if, and only if

$$\frac{U_r}{I_r} = \frac{U_s}{I_s}; \quad \varphi_r = \varphi_s = \varphi \quad (31)$$

for each $r, s \in \mathcal{N}$. For $U_o \neq 0$, this condition is fulfilled only if $\varphi = 0$ i.e., for resistive loads. If $U_o = 0$, then, condition (31) is fulfilled also by the loads composed of resistors and the 1-ports being orthonormal [19, 20] for the voltage u , since such one-ports fulfil condition (31) with $\varphi = \pm \pi/2$. In such a case, however, the reactive power Q_B may not be equal to zero.

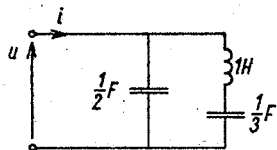


Fig. 2. Example of load with $D = 0$

Example 2. The load shown in Fig. 2 is supplied by the voltage $u = \sqrt{2} (U_1 \sin t + U_3 \sin 3t)$. The load admittance for $\omega = 1$ rad/s and $\omega = 3$ rad/s is equal to $Y_1 = Y_3 = Y = j1$ S, hence, the load current $i = \sqrt{2} Y(U_1 \cos t + U_3 \cos 3t)$, and distortion power $D = 0$. It is worth noticing that despite the distortion power $D = 0$, the current waveform is distorted with reference to the voltage waveform, so, even the name of D quantity may be misleading. Thus, from the viewpoint of power properties interpretation and the power-factor improvement there seem to be no reasons for the quantities proposed by Budenau to be introduced into power theory of nonsinusoidal systems.

S. Fryze [2, 3] insisted on the power properties description not in the frequency-domain, but in the time-domain, i.e., without the use of Fourier series. He also suggested to relate the reactive power to the whole current component, redundant with reference to this current component which is necessary for the active power P transmission to a resistive load, at the voltage u . This component

$$i_a \triangleq \frac{P}{||u||^2} u \quad (32)$$

was called an "active current", and the redundant component $i_b \triangleq i - i_a$, was called a "reactive current". Since these components are orthogonal, i.e., $(i_a, i_b) = 0$, thus, from equation

$$i = i_a + i_b \quad (33)$$

results

$$||i||^2 = ||i_a||^2 + ||i_b||^2 \quad (34)$$

and

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad (35)$$

where

$$Q_F \triangleq \sqrt{S^2 - P^2} = ||u|| ||i_b||. \quad (36)$$

Similar orthogonal decomposition exists also for the load voltage, namely

$$u = u_a + u_b \quad (37)$$

where

$$u_a \triangleq \frac{P}{||i||^2} i; \quad u_b \triangleq u - u_a; \quad (u_a, u_b) = 0 \quad (38)$$

hence

$$||u||^2 = ||u_a||^2 + ||u_b||^2 \quad (39)$$

and the reactive power Q_F can be expressed as

$$Q_F = ||u_b|| ||i||. \quad (40)$$

The quantity Q_F being called a "reactive power" possesses property expressed in item (iii), and is easy for instrumentation [21, 22]. Moreover, the formulae (36, 40) hold true also for nonlinear networks and for networks with variable parameters. Therefore, the quantity Q_F was recommended as reactive power by Int. Electr. Commission [23]. Though in respect to these properties the power Q_F seems to be more advantageous than each of the powers Q_B and D , however, it does not provide us with any information as to the reasons why the source power-factor can be less than unity, how it depends on the electrical properties of the network, and how it might be improved.

Example 3. The loads shown in Fig. 3a and Fig. 3b are supplied by the same source of voltage $u = 100\sqrt{2}(\sin t + \sin 3t)$ V, and they are mutually equivalent with reference to powers $P = 10$ kW, $Q_B = 0$, $D = 10$ kVA, and powers S , Q_F which are tabulated in

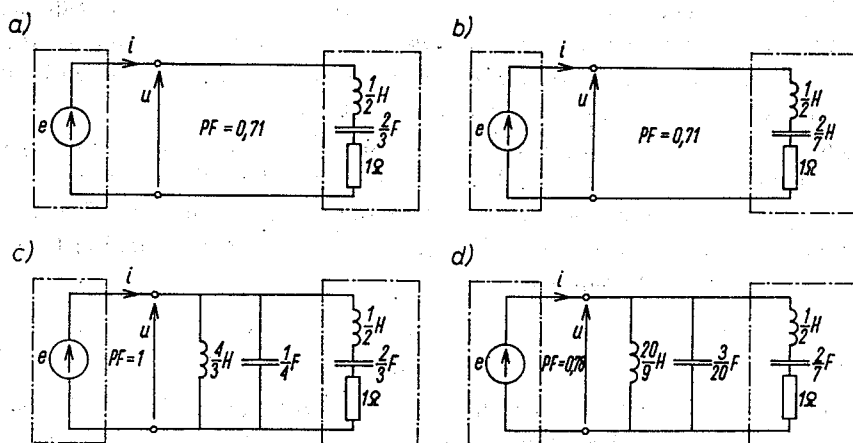


Fig. 3. Example of loads which are equivalent with reference to P , S , Q_B , Q_F powers (a, b) and their shunt LC compensation to the limit PF value (c, d)

column 1 of table 2, along with $||i||$ and PF values. The power-factor can be improved by means of a shunt reactance 1-port. For the load shown in Fig. 3a, it can be improved to $PF = 1$ (column 2), for the second one however, only to $PF = 0,78$; (column 3), and this difference cannot be explained in terms of Q_F quantity.

Table 2

Results of compensation for example 3

		1	2	3
Network in Fig.		3a, 3b	3c	3d
S	kVA	14,2	10,0	12,8
Q_F	kVA	10,0	0	8,0
$ i $	A	100	70,7	90,5
PF	—	0,71	1	0,78

E. W. Kimbark [5] suggested to assume the reactive power of the fundamental harmonic

$$Q_K \triangleq U_1 I_1 \sin \varphi_1 = Q_1 \quad (41)$$

as the reactive power in nonsinusoidal systems and it resulted in the apparent power decomposition of the form

$$S^2 = P^2 + Q_K^2 + D_K^2 \quad (42)$$

where

$$D_K \triangleq \sqrt{S^2 - Q_K^2 - P^2}. \quad (43)$$

Such a power decomposition may be advantageous to some extent, if the source power-factor is to be improved by an additional reactive power source which, despite the distorted voltage, might provide the system with only a sinusoidal current, i.e., only with the powers P and Q_K . Except for such a case, however, this concept does not seem to introduce anything to the matter of power properties interpretation and modification.

W. Shepherd and P. Zakikhani [6] suggested for linear loads the following current decomposition

$$i = i_R + i_r \quad (44)$$

where

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin \varphi_n \sin(n\omega_1 t + \alpha_n), \quad (45)$$

$$i_R \triangleq I_o + \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} I_n \cos \varphi_n \cos(n\omega_1 t + \alpha_n). \quad (46)$$

These current components are mutually orthogonal, i.e., $(i_R, i_r) = 0$, thus

$$||i||^2 = ||i_R||^2 + ||i_r||^2 \quad (47)$$

where

$$||i_R|| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} I_n^2 \cos^2 \varphi_n}, \quad ||i_r|| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2 \sin^2 \varphi_n}. \quad (48a, b)$$

Multiplying eqn. (47) by $||u||^2$ one obtains

$$S^2 = S_R^2 + Q_r^2 \quad (49)$$

where

$$S_R \triangleq ||u|| ||i_R||; \quad Q_r \triangleq ||u|| ||i_r||. \quad (50a, b)$$

According to [6], this decomposition can be generalized for nonlinear loads. This suggestion however, involved a heated discussion [6, 7, 13, 24], and was rather disapproved, mainly due to the lack of active power in power equation (49). Despite this, W. Shepherd and P. Zakikhani using this decomposition sought to solve the problem of power-factor improvement by means of a shunt capacitor (or inductor). In particular, according to [6] if a ideal voltage source supplies a linear RL load, then the shunt capacitor of capacitance

$$C_{opt} \triangleq \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n U_n I_n \sin \varphi_n}{\omega_1 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 U_n^2} \quad (51)$$

increases the source power-factor to its maximum value. The capacitance C_{opt} is defined, however, in the frequency-domain, so, it is not easy for instrumentation. Thus N. L. Kusters and W. J. M. Moore have developed a power theory which allows for its value determination in the time-domain [9]. Also a circuit was found which converts directly the load voltage and the load current to DC voltage proportional to C_{opt} value [25]. Formula (51) does not hold true, however, if the voltage source is not ideal, i.e. if the load voltage depends on the capacitance connected on the load terminals, since this formula is a solution of equation

$$\frac{dQ_r}{dC} = 0 \quad (52)$$

at the assumption that $\frac{dU_n}{dC} = 0$. If the source possesses an impedance not equal to zero, then the shunt capacitor of capacitance calculated from formula (51) changes the U_n values. The calculation may be repeated at new values of U_n , but capacitance correction changes the U_n values again. Reiterated calculations and corrections result in a sequence of capacitances which, even if it is convergent, does not converge to the capacitance which increases the power-factor to its maximum value.

Example 4. In the network shown in Fig. 4, the voltage of $\omega_1 = 1$ rad/s frequency contains three harmonics of order $n = 1, 5, 7$ and RMS value $U_1 = 100$ V, $U_5 = 3$ V, $U_7 =$

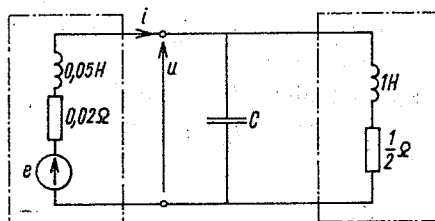


Fig. 4. Example of capacitive compensation

= 1 V, measured at the open source terminals. The *RMS* values of load voltage harmonics, the *PF* value, and the capacitance calculated from formula (51) are tabulated in column 1 of table 3.

Table 3

Results of capacitance calculation with Shepherd and Zakikhani's formula

		1	2	3	4	5	6		
$C_{conn.}$	F	0	0,780	0,299	0,728	...	0,619		0,570
PF	—	0,45	0,35	0,62	0,51	...	0,72		0,75
U_1	V	95,42	99,09	96,79	98,84	...	98,31		98,08
U_5	V	2,86	27,50	4,43	18,96	...	10,58		8,76
U_7	V	0,95	1,15	3,12	1,35	...	2,11		2,81
$C_{calc.}$	F	0,780	0,299	0,728	0,434	...	0,619		0,652

If a capacitor of calculated capacitance is connected into the circuit, it changes the previous results to the ones, tabulated in column 2. The capacitance sequence converges to $C = 0,619$ F, but the highest *PF* value is at $C = 0,570$ F. Moreover, it is enough to increase a little the source voltage distortion, assuming for instance that at the open source $U_7 = 2$ V to obtain a non convergent sequence of capacitances. Though the Shepherd and Zakikhani's concept may be useless in real power systems, none the less it spells a significant progress in the nonsinusoidal systems power theory, mainly because the authors regarded it as a tool for the source power-factor improvement. Their concept was successful for at least a certain class of networks, and besides they introduced the concept of reactive power Q_r .

Though W. Shepherd and P. Zakikhani did not recognize its properties rightly, in particular, they concluded incorrectly that the power Q_r could not be totally compensated by means of energy-storage devices, none the less, they deserve the credit for introducing this quantity, which is fundamental for the power-factor improvement in nonsinusoidal systems.

D. Sharon [7] modified the Shepherd and Zakikhani's power equation by introducing the active power P into this equation. According to this suggestion

$$S^2 = P^2 + Q_r^2 + S_c^2 \quad (53)$$

where

$$S_c \triangleq \sqrt{S^2 - Q_r^2 - P^2} \quad (54)$$

was called "complementary reactive power". For linear loads, according to [7]

$$S_c = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} (U_r I_s \cos \varphi_s - U_s I_r \cos \varphi_r)^2}. \quad (55)$$

Unfortunately, the particular powers in Sharon's concept are not related to the source currents components *RMS* value. In particular power S_c is only a remnant component of the apparent power with reference to the active and reactive powers. Therefore, Sharon did

not manage to deepen significantly the interpretation of the power properties of nonsinusoidal systems.

N. L. Kusters and W. J. M. Moore [9] suggested a power equation based on the current orthogonal decomposition in the time-domain. The proposed equation possesses two versions, alternatively, for capacitive and for inductive power-factor improvement. More important of the two is the first one, based on the source current following decomposition

$$i = i_a + i_{qc} + i_{qcr} \quad (56)$$

where i_a is the active current, defined by S. Fryze,

$$i_{qc} \triangleq \frac{(\dot{u}, i)}{\|\dot{u}\|^2} \dot{u}, \quad \dot{u} \triangleq \frac{d}{dt} u, \quad (57)$$

$$i_{qcr} \triangleq i - i_a - i_{qc}.$$

The power equation has the form

$$S^2 = P^2 + Q_c^2 + Q_{cr}^2 \quad (58)$$

where

$$Q_c \triangleq \|u\| \|i_{qc}\| \operatorname{sgn} \{(\dot{u}, i)\}, \quad (59)$$

$$Q_{cr} \triangleq \sqrt{S^2 - P^2 - Q_c^2} = \|u\| \|i_{qcr}\|. \quad (60)$$

This concept was recommended by IEC [23], windened a little by C. H. Page [26], and it obtained a more sophisticated mathematical formulation from G. Fodor and G. Tevan [11].

Unfortunately, as it was shown in papers [27, 28, 34], the quantities proposed in this concept do not possess properties attributed to them. While improving the power-factor, it enables us only to obtain exactly the same results which are provided by the method proposed by W. Shepherd and P. Zakikhani, or by the convertor discribed in [25]. Apart from the reservations presented in [27, 28], there is one more. The Kuster and Moore's concept was formulated from the view point of strictly capacitive (or inductive) *PF* improvement. Yet such improvement can be very ineffective, and more sophisticated methods must be used. Thus the power theory should not be formulated from the viewpoint of its usefulness exclusively for the capacitive (inductive) *PF* improvement, as it was done in the Kuster and Moore's concept.

Example 5. The load shown in Fig. 5a is supplied by a voltage of $\omega_1 = 1$ rad/s frequency. In Fig. 5b there is shown the plot of the *PF* dependence on the compensating capacitance C for the sinusoidal voltage, and for the voltage which is distorted by only one harmonic of 13th order and RMS value $U_{13} = 5\% U_1$. The source *PF* value at distorted voltage cannot exceed the value of $PF = 0,502$. A more complex compensating 1-port shown in Fig. 5c, increases it however, to $PF = 0,999$. Unfortunately, the Kuster and Moore's power theory is useless for the compensating 1-port synthesis.

M. Depenbrock [8] suggested a power-theory which, with some simplifications, can be explained as follows. If the load voltage is decomposed into fundamental harmonic and the remnant

$$u_g \triangleq \sqrt{2} U_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1), \quad u_k \triangleq u - u_g, \quad (61)$$

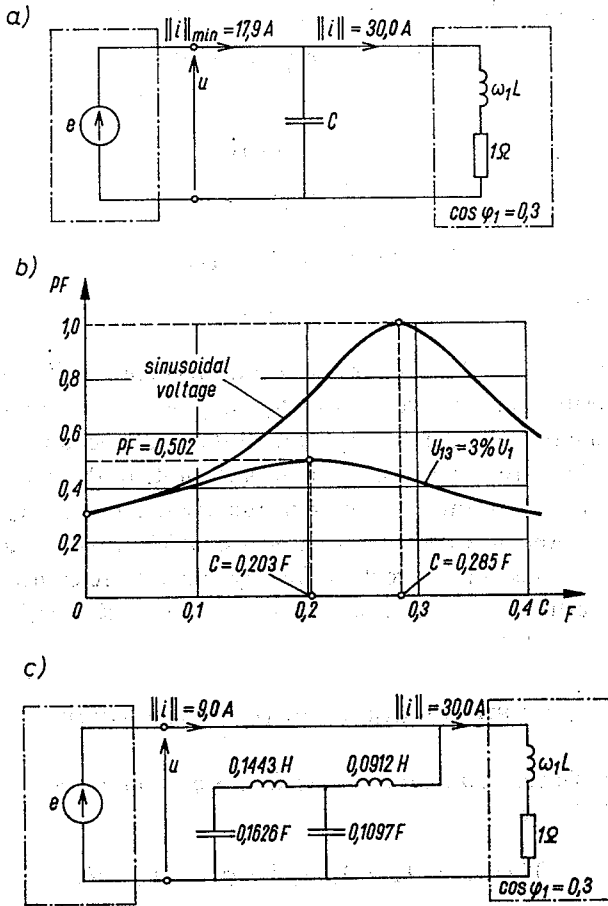


Fig. 5. Example of capacitive compensation (a), the plot of the PF value on the compensating capacitance (b), and shunt LC compensation to the limit PF value (c)

then the load current can be decomposed into components

$$i = i_{ga} + i_{ka} + i_Q + i_{gv} + i_{kv} + i_N \quad (62)$$

which are related to the voltage components u_g, u_k . Let

$$\begin{aligned} P_g &\triangleq (u_g, i); & P_k &\triangleq (u_k, i), \\ G &\triangleq \frac{P}{\|u\|^2}; & G_g &\triangleq \frac{P_g}{\|u_g\|^2}; & G_k &\triangleq \frac{P_k}{\|u_k\|^2}, \end{aligned} \quad (63)$$

then

$$i_{ga} \triangleq G_g u_g; \quad i_{ka} \triangleq G_k u_k, \quad (64)$$

$$i_Q \triangleq \frac{(i, u_g(t-T/4))}{\|u_g\|^2} u_g(t-T/4), \quad (65)$$

$$i_{gv} \triangleq (G_g - G) u_g; \quad i_{kv} \triangleq (G_k - G) u_k, \quad (66)$$

$$i_N \triangleq i - i_{ga} + i_{ka} + i_Q + i_{gv} + i_{kv}. \quad (67)$$

This current decomposition leads to power equation

$$S^2 = P^2 + Q_D^2 + V^2 + N^2 \quad (68)$$

where

$$P = P_g + P_k, \quad (69)$$

$$Q_D \triangleq \|u\| \|i_Q\|, \quad (70)$$

$$V \triangleq \|u\| \sqrt{\|i_{gv}\|^2 + \|i_{kv}\|^2}, \quad (71)$$

$$N \triangleq \|u\| \|i_N\|. \quad (72)$$

It is rather difficult to assess this concept since M. Depenbrock did not present reasons for such a decomposition nor its properties. One may notice only that the theory is formulated mainly in the time-domain, though due to the fundamental harmonic separation, there are elements of the frequency-domain approach in it. In the component i_Q one may recognize the reactive component of the current fundamental harmonic, thus the quantity Q_D is the apparent power of a compensating device which, despite the distorted voltage, might keep hold of a sinusoidal current, shifted by $\pi/2$ with reference to the voltage u_g . Therefore, this suggestion possesses a common point with Kimbark's concept.

4. A NEW FORMULATION OF POWER THEORY

Let a network fulfil the assumptions of section 3 and, moreover, let it be linear, i.e., let it possess the admittance

$$Y(jn\omega_1) \triangleq \underline{Y}_n \triangleq Y_n \exp\{-j\varphi_n\} \triangleq G_n + jB_n \quad (73)$$

where

$$\varphi_n = \text{Arg } \underline{U}_n - \text{Arg } \underline{I}_n. \quad (74)$$

With reference to the active power P at the load voltage u , the load is equivalent to a resistive load of the conductance

$$G_e = \frac{P}{\|u\|^2} \quad (75)$$

which will be called an "equivalent conductance" of the load. Such a resistive load draws the current

$$i_a = G_e u = G_e U_o + \sqrt{2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} G_e \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \quad (76)$$

from the source. Let us assume, that the load current i contains the current i_a as a component. The remnant

$$i - i_a = (G_o - G_e) U_o + \sqrt{2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (G_n + jB_n - G_e) \underline{U}_n \exp\{jn\omega_1 t\} \quad (77)$$

can be decomposed into components

$$i_s \triangleq (G_o - G_e) U_o + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e) \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (78)$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} jB_n \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}. \quad (79)$$

Thus, the load current can be expressed as the sum

$$i = i_a + i_s + i_r. \quad (80)$$

Let us calculate the scalar products of the components i_a , i_s , i_r ,

$$(i_s, i_r) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} (G_n - G_e) \underline{U}_n (jB_n \underline{U}_n)^* = 0, \quad (81)$$

$$(i_r, i_a) = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} jB_n \underline{U}_n G_e \underline{U}_n^* = 0, \quad (82)$$

$$(i_a, i_s) = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} G_e \underline{U}_n (G_n - G_e) \underline{U}_n^* = G_e \left(\sum_{n=0}^{\infty} G_n U_n^2 - G_e \sum_{n=0}^{\infty} U_n^2 \right) = G_e (P - P) = 0, \quad (83)$$

thus, these components are mutually orthogonal, hence

$$||i||^2 = ||i_a||^2 + ||i_s||^2 + ||i_r||^2 \quad (84)$$

where

$$||i_a|| = \frac{P}{||i||}, \quad (85)$$

$$||i_s|| = \sqrt{\sum_{n=0}^{\infty} (G_n - G_e)^2 U_n^2}, \quad (86)$$

$$||i_r|| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 U_n^2}. \quad (87)$$

Presented decomposition explains univocally the reasons, for which the source current *RMS* value can be greater than the value necessary for the active power *P* at the voltage *u* transmission, i.e., greater than *RMS* value of the active current i_a defined by S. Fryze. Namely, it is augmented uselessly by *RMS* value of components i_s and i_r of quite different nature. The $||i_r||$ value is a measure of the source current *RMS* value increase due to the load susceptance B_n , i.e., a phase-shift between voltage and current harmonics. Therefore, it seems to be justified to call it a "reactive current". It is easy to check that it is just that current component which was found by W. Shepherd and P. Zakikhani (eqn. (46)). The decomposition presented above reveals a component unknown so far, i_s , whose *RMS* value is a measure of the source current *RMS* value increase due to load conductances G_n scattering around an equivalent conductance G_e . Consequently it might be called a "scattered current".

If a reactance 1-port, of susceptance B_{xn} for $n\omega_1$ frequency, is connected at the load terminals, it does not modify either G_n or G_e conductances at the source terminals, it modifies only the susceptance at these terminals to the value of $B_n + B_{xn}$. Therefore, if this 1-port does not modify the load voltage u , i.e., if the voltage source is ideal, then such 1-port does not affect either active or scattered current components; it changes only the RMS value of the source reactive current to

$$||i_r|| = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (B_n + B_{xn})^2 U_n^2}. \quad (88)$$

Let the load voltage contain a finite number of harmonics, of order n from a set $\mathcal{M}$, i.e., only for $n \in \mathcal{M}$, $U_n \neq 0$, then, $||i_r|| = 0$ if, and only if for each $n \in \mathcal{M}$

$$B_{xn} = -B_n. \quad (89)$$

The possibility of the synthesis of an 1-port which could compensate the reactive current was noticed by E. A. Emanuel, however, according to [24], if the voltage contains M harmonics, then, the 1-port must contain $M(2M-1)$ reactance elements, thus it is too complex to have a practical significance. In paper [29] it was shown however, that the 1-port complexity can be reduced radically.

The foundations of the compensating 1-port synthesis are presented in Appendix A. It is proved there that the reactance 1-port complexity N is limited by inequality

$$M \leq N \leq 2M-1. \quad (90)$$

The scattered current i_s might be compensated by a shunt 1-port of $(G_e - G_n)$ conductance for harmonic frequencies. Since the scattered current is orthogonal to the active one, it is orthogonal also to the load voltage, i.e., $(u, i_s) = 0$, so the active power of such 1-port is equal to zero. Therefore, the conductance $(G_e - G_n)$ must be negative, for some frequencies, and such 1-port cannot be realized by means of linear passive elements RLC. Thus, the source power-factor

$$PF \triangleq \frac{P}{S} = \frac{||i_a||}{\sqrt{||i_a||^2 + ||i_s||^2 + ||i_r||^2}} \quad (91)$$

cannot be increased by means of a shunt passive branch above the value

$$PF = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{||i_s||}{||i_a||}\right)^2}}. \quad (92)$$

The presented orthogonal decomposition may be interpreted as a decomposition of the load current into a component which is responsible for the active power transmission, a component which is removable from the source current by a shunt reactance 1-port and a component which is not removable by means of any passive 1-port connected at the load terminals.

Multiplying eqn. (84) by $||u||^2$ we obtain the following power equation

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q_r^2 \quad (93)$$

where the power Q_r is defined by eqn. (50b), and the quantity

$$D_s \triangleq ||u|| ||i_s|| \quad (94)$$

can be called a "scattered power". This equation as well as the powers D_s , Q_r do not possess however, such distinct physical meaning as eqn. (80), (84), and currents i_s , i_r . The quantities i_t and D_s introduced in this paper enable us to elucidate the vague points both of Fryze's concept, and of Shepherd and Zakikhani's one.

If the presented decomposition is compared with Fryze's decomposition, it appears that quantities i_b and Q_F interpreted so far only as the remnants of the source current and the source apparent power, are with reference to the active current and the active power some complex quantities, equal to

$$i_b = i_s + i_r, \quad (95)$$

$$Q_F^2 = D_s^2 + Q_r^2. \quad (96)$$

Similarly, the quantities i_R and S_R of an obscure meaning in Shepherd and Zakikhani's concept, are equal to

$$i_R = i_a + i_s, \quad (97)$$

$$S_R^2 = P^2 + D_s^2. \quad (98)$$

Example 6. Using this concept, it is possible to explain the difference in compensating results of the networks analysed in Example 3. Namely, for the network shown in Fig. 3a

$$\underline{Y}_1 = (0,5 - j0,5)S, \quad \underline{Y}_3 = (0,5 + j0,5)S, \quad G_e = 0,5 S$$

hence

$$||i_s|| = 0, \quad ||i_r|| = 50\sqrt{2}A, \quad D_s = 0, \quad Q_r = 10 \text{ kVA}$$

and by means of a reactance 1-port, the source power-factor can be increased to unity. For the network shown in Fig. 3b

$$\underline{Y}_1 = (0,9 + j0,3)S, \quad \underline{Y}_3 = (0,1 - j0,3)S, \quad G_e = 0,5 S$$

hence

$$||i_s|| = 40\sqrt{2}A, \quad ||i_r|| = 30\sqrt{2}A, \quad D_s = 8 \text{ kVA}, \quad Q_r = 6 \text{ kVA}$$

and any shunt reactance 1-port cannot increase the PF above the value

$$(PF)_{\max} = \left[1 + \left(\frac{||i_s||}{||i_a||} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = 0,78.$$

If a compensating 1-port fulfils condition (89), then the source reactive powers Q_n of all individual harmonics are equal to zero. Therefore, such compensation can be called an "individual harmonics reactive power compensation". It is worth noticing that at such compensation, contrary to the capacitive one, the LC parameters of the compensating 1-port are independent of the load voltage, thus even if, due to the source impedance, the compensating 1-port changes the load voltage, its parameters do not have to be corrected.

Individual harmonics reactive power compensation by means of a shunt reactance 1-port indicates that a current resonance appears simultaneously for each harmonic fre-

quency $n\omega_1$, $n \in \mathcal{M}$. Thus, for each source current harmonic, its *RMS* value decreases to minimum. It involves a reduction of the voltage distortion caused by a voltage drop on the source impedance. However, if due to this impedance, the compensating 1-port modifies the load voltage, i.e., the reference quantity for decomposition (80), then also active and scattered currents are affected.

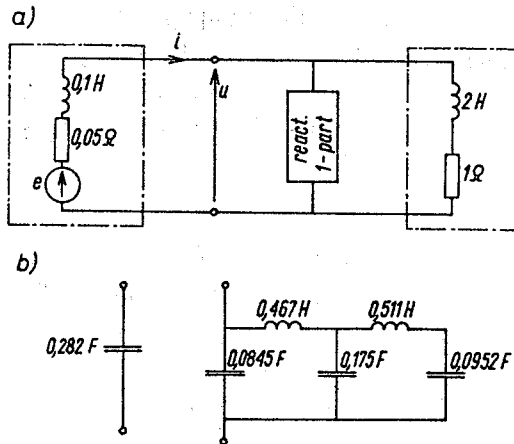


Fig. 6. Example of network (a) compensated by a capacitor of optimal capacitance and a complex *LC* 1-port (b)

Table 4

Results of compensation for example 7

Compensation		Not comp.	$C = 0,282F$	Q_n — comp.
U_1	V	95,24	97,86	98,99
U_5/U_1	%	3,5	10,2	3,5
U_7/U_1	%	1,5	4,4	1,5
I_1	A	42,59	22,72	19,80
I_5/I_1	%	0,78	57,3	0,17
I_7/I_1	%	0,24	36,3	0,04
$ i $	A	42,59	27,46	19,80
P	W	1814,2	1916,3	1960,3
S	VA	4059,4	2703,8	1961,3
$ i_a $	A	10,04	10,46	19,78
$ i_s $	A	0,73	2,06	0,73
$ i_r $	A	38,10	19,24	0
PF	—	0,447	0,709	0,999

Example 7. The source voltage of $\omega_1 = 1$ rad/s frequency in the network shown in fig. 6a possesses three harmonics of order n from the set $\mathcal{M} = \{1, 5, 7\}$ and RMS value at the open source terminals $U_1 = 100$ V, $U_5 = 3,5\% U_1$, $U_7 = 1,5\% U_1$. The source power-factor is maximum at capacitive compensation for $C = 0,282$ F. Individual harmonics reactive power can be compensated by the 1-port shown in Fig. 6b. The compensation results are tabulated in Table 4.

Individual harmonics reactive power compensation requires that the load susceptance B_n or the powers Q_n be known. Some possibilities of their measurement, if only the load voltage and the load current are accessible, are presented in papers [30, 31]. The presented power theory can be generalized [32] for any network which fulfils the assumptions of section 3, but with non-linear load. Let such a load be supplied by an ideal voltage source, and let $U_o = 0$. If the load voltage and the load current are recorded simultaneously and integrals (3) for both quantities are calculated, they can be approximated by trigonometrical polynomials

$$u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (99)$$

$$i = I_o + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_i} \underline{I}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (100)$$

where N_u and N_i denote the sets of orders n of voltage and the current harmonics whose RMS value fulfils inequalities

$$U_n > \delta_u (U_n)_{\max}, \quad I_n > \delta_i (I_n)_{\max} \quad (101)$$

respectively, where δ_u, δ_i are arbitrarily chosen, small real numbers. The load current can be decomposed, as follows

$$i = i_p + i_q \quad (102)$$

where

$$i_p \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} \underline{I}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (103)$$

$$i_q \triangleq I_o + \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_g} \underline{I}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (104)$$

$$N_g \triangleq N_i \ominus N_u. \quad (105)$$

Since the sets N_g and N_u are mutually separable, hence, the components i_p, i_q are orthogonal, i.e., $(i_p, i_q) = 0$. Also $(u, i_q) = 0$. Let us calculate the quotients

$$\frac{\underline{I}_n}{\underline{U}_n} \triangleq \underline{A}_n \triangleq \gamma_n + j\beta_n \quad (106)$$

for each $n \in N_u$, where γ_n and β_n are real numbers, hence

$$i_p = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} (\gamma_n + j\beta_n) \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}. \quad (107)$$

With reference to the load active power

$$P = (u, i) = (u, i_p) + (u, i_q) = (u, i_p) = \sum_{n \in N_u} \gamma_n U_n^2 \quad (108)$$

the load at the voltage u is equivalent to a resistive load of conductance

$$G_e = \frac{P}{||u||^2}, \quad (109)$$

hence, the current i_p can be decomposed as previously into components

$$i_a \triangleq G_e u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} G_e \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (110)$$

$$i_s \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} (\gamma_n - G_e) \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (111)$$

$$i_r \triangleq \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n \in N_u} j\beta_n \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\} \quad (112)$$

hence

$$i = i_a + i_s + i_r + i_g. \quad (113)$$

The sets N_g and N_u are separable, thus the current i_g is orthogonal to each of the current i_a , i_s , i_r , and these three currents are orthogonal mutually, since their scalar products (81)–(83) preserve zero value also for currents defined by formula (110)–(112). Hence

$$||i||^2 = ||i_a||^2 + ||i_s||^2 + ||i_r||^2 + ||i_g||^2 \quad (114)$$

where

$$||i_a|| = \frac{P}{||u||}, \quad (115)$$

$$||i_s|| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} (\gamma_n - G_e)^2 U_n^2}, \quad (116)$$

$$||i_r|| = \sqrt{\sum_{n \in N_u} \beta_n^2 U_n^2}, \quad (117)$$

$$||i_g|| = \sqrt{I_o^2 + \sum_{n \in N_g} I_n^2} \quad (118)$$

and

$$S^2 = P^2 + D_s^2 + Q_r^2 + D_g^2 \quad (119)$$

where

$$D_g \triangleq ||u|| ||i_g||. \quad (120)$$

Thus, if the load is not linear, only a new orthogonal current component appears in the load current, and this current, i_g , is composed of harmonics of order n not present in the load voltage. It increases the source apparent power by power D_g . The currents i_a , i_s , i_r preserve all their properties which they have in linear loads. In particular, current i_r can be compensated as previously by a reactance 1-port of susceptance B_{xn} which is equal to

$$B_{xn} = -\beta_n \quad (121)$$

for each $n \in N_u$.

Current i_s cannot be compensated by any shunt linear passive 1-port due to the same reasons as in linear networks. Also current i_g cannot be compensated by such 1-port,

since its current cannot contain any harmonics of order n from set N_g . Decomposition (113) holds true, similarly as in linear networks, only at the specified load voltage. To decompose the current at a modified voltage in the linear network, it is enough to know only the modified values of $\underline{U}_n$, in non-linear networks however, the modified values of γ_n and β_n must be known as well.

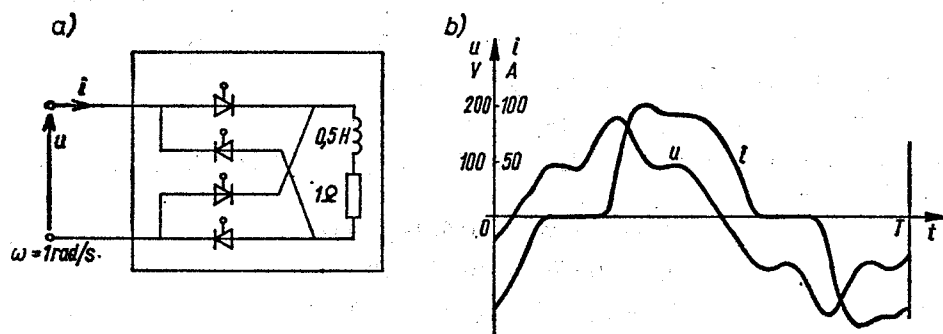


Fig. 7. Example of non-linear load (a), and the waveforms of voltage and current (b)

Example 8. The load shown in Fig. 7a, while supplied by the voltage of the waveform shown in Fig. 7b has the current which fulfils the equality $i(t \pm T/2) = -i(t)$. The voltage and the current instantaneous values in the instants $t_k \triangleq (k+1/2)T/80$ are tabulated in table 5.

Table 5

The instantaneous values of voltage and current at the load terminals in example 8

k	u_k, V	i_k, A	k	u_k, V	i_k, V	k	u_k, V	i_k, A	k	u_k, V	i_k, A
0	-53,0	-85,7	10	90,3	0	20	136,3	0	30	87,0	100,7
1	-37,3	-79,7	11	95,7	0	21	156,7	0	31	82,0	98,0
2	-22,0	-72,3	12	96,0	0	22	173,3	12,7	32	82,7	95,7
3	-7,3	-64,0	13	92,7	0	23	182,3	36,7	33	87,0	94,0
4	7,0	-54,7	14	87,0	0	24	182,7	58,0	34	92,3	93,7
5	21,7	-44,7	15	82,7	0	25	173,7	75,7	35	96,0	93,7
6	37,0	-33,7	16	81,7	0	26	157,3	88,7	36	95,7	94,0
7	52,3	-22,3	17	86,7	0	27	137,0	97,0	37	90,7	94,0
8	67,7	-10,0	18	98,3	0	28	116,0	101,3	38	81,0	92,7
9	80,7	0	19	115,7	0	29	98,7	102,0	39	68,0	90,0

For the tabulated values

$$\|u\| = 102,3 \text{ V}, \quad \|i\| = 64,8 \text{ A}, \quad P = 4213 \text{ W}.$$

If approximate values of integral (3) for the voltage u are calculated, and only the values of $\underline{U}_n$ higher than $0,003U_1$ are taken into account we obtain

$$\underline{U}_1 = 99,8 \exp\{j1,399\pi\} \text{ V}, \quad \underline{U}_5 = 20,0 \exp\{j0,998\pi\} \text{ V},$$

$$\underline{U}_7 = 10,0 \exp\{-j0,203\pi\} \text{ V},$$

i.e., $N_u = \{1, 5, 7\}$. The approximate values of this integral for the load current and $n \in N_g$ are equal to

$$\underline{I}_1 = 61,7 \exp\{j1,136\pi\} \text{ A}, \quad \underline{I}_5 = 10,4 \exp\{j0,587\pi\} \text{ A},$$

$$\underline{I}_7 = 3,6 \exp\{j1,155\pi\} \text{ A}.$$

The RMS values of remaining current harmonics higher than $0,005 I_1$ are equal to

$$I_3 = 15,9 \text{ A}, \quad I_9 = 3,0 \text{ A}, \quad I_{11} = 1,5 \text{ A}, \quad I_{13} = 0,5 \text{ A}$$

$$I_{15} = 0,9 \text{ A}, \quad I_{17} = 0,6 \text{ A}, \quad I_{21} = 0,4 \text{ A}$$

so, at $\delta_i = 0,005$, $N_g = \{3, 9, 11, 13, 15, 17, 21\}$.

The equivalent conductance of the load $G_e = P/||u||^2 = 0,4026 \text{ S}$ and the quotients $\underline{A}_n$ have the values:

$$\underline{A}_1 = \gamma_1 + j\beta_1 = (0,419 - j0,454) \text{ S},$$

$$\underline{A}_5 = \gamma_5 + j\beta_5 = (0,143 - j0,500) \text{ S},$$

$$\underline{A}_7 = \gamma_7 + j\beta_7 = (-0,155 - j0,325) \text{ S},$$

hence

$$||i_u|| = 41,2 \text{ A}, \quad ||i_s|| = 7,8 \text{ A}, \quad ||i_r|| = 46,6 \text{ A}, \quad ||i_g|| = 16,3 \text{ A}.$$

The power-factor of the source, equal to $PF = 0,63$, can be increased by reactive current i_r compensation to the value of $PF = 0,91$.

It was assumed above, however, that the non-linear load is supplied by an ideal voltage source. If the source has an impedance, then also the load voltage is distorted by harmonics which appear in the source current due to the load non-linearity, thus there disappears the base for the set N_i decomposition into sets N_u , N_g . In order to find a new base for this decomposition, let us assume that in a network with a real source the sets N_u , N_g have been specified, and the source impedance can be modified to zero value. Let us assume also that the quotients $\underline{A}_n$ are calculated for every $n \in N_i$. If the source impedance tends to zero and $n \in N_g$, then $\underline{U}_n$ tends to zero as well, and $\underline{A}_n$ value tends to infinity. If $n \in N_u$, then $\underline{A}_n$ tends to a finite value. Hence, if the sets N_u , N_g are not specified, it may be assumed that if $\underline{A}_n \geq M$, where M is a real, sufficiently high number, then $n \in N_g$, and if $\underline{A}_n < M$, then $n \in N_u$. This means however, that if the voltage source is not ideal, the current cannot be decomposed into components i_p , i_g univocally. It depends on the choice of M value.

5. CONCLUSIONS

The proposed idea of the power theory formulation provides a conspicuous interpretation of power properties of systems with periodic voltage, and forms the foundations for source power-factor improvement by means of the shunt passive 1-ports. It explains also the reasons why other concepts failed and highlights their vague points. The question, whether this concept has also a technical meaning, apart from the interpretative one, depends on further investigations which should not be separated from economic considerations. Additionally, the metrological identification of particular quantities should be investigated.

APPENDIX A

Synthesis of the 1-ports for reactive current compensation

Let $B_x \in \mathcal{R}$ be a real, odd function of frequency which for $\omega = n\omega_1$, $n \in N_u$, has values B_{xn} . The $B_x(\omega)$ is susceptance of a reactance 1-port only if

$$\frac{d}{d\omega} B_x(\omega) > 0 \quad (122)$$

for $\omega \in \mathcal{R}$, except a finite number of points (poles), and if, moreover,

$$B_x(0) = 0 \quad \text{or} \quad B_x(0) = -\infty \quad (123)$$

and

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} B_x(\omega) = 0 \quad \text{or} \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_x(\omega) = \infty. \quad (124)$$

Let $Y_x(s)$ be a reactance 1-port admittance, such that its imaginary part $\text{Im}\{Y_x(j\omega)\} = B_x(\omega)$, and it has the form

$$Y_x(s) = Af_o(s) \frac{(s^2 + z_1^2) \dots (s^2 + z_l^2) \dots (s^2 + z_k^2)}{(s^2 + p_1^2) \dots (s^2 + p_l^2) \dots (s^2 + p_m^2)} \quad (125)$$

where A is a real positive number, z_i , p_i are real positive, mutually different numbers, $|k-m| \leq 1$, and the function

$$f_o(s) \triangleq \frac{1}{s} \quad \text{or} \quad f_o(s) \triangleq s \quad (126)$$

must be chosen in such a way that $B_x(\omega)$ fulfils conditions (123) (124). The minimal number N of reactance elements of the 1-port is equal to $k+m+1$, i.e., it is equal to the number of parameters A, z_i, p_i which quality the function $Y_x(s)$, with exclusion of only $f_o(s)$ function. In order to find N , let us arrange all M elements n of the set N_u in such a way that these elements form an increasing sequence.

Let $\{l, m\}$ be a pair of neighbouring elements of the arranged set N_u , $k \triangleq \min\{n\}$, $r \triangleq \max\{n\}$, thus

$$N_u = \{k \dots l, m, \dots r\}. \quad (127)$$

The pair $\{\omega_1, m\omega_1\}$ and $\{B_{xl}, B_{xm}\}$ are attached to each of $M-1$ pairs $\{l, m\}$ as well. The function $B_x(\omega)$ fulfils condition (122) if and only if between each pair of frequencies $\{\omega_1, m\omega_1\}$, the function $Y_x(s)$ possesses (see Fig. 8).

- zero, for $B_{xl} < 0$ and $B_{xm} > 0$,
- pole, for $B_{xl} > 0$ and $B_{xm} < 0$,
- pole and zero, for $\text{sgn}\{B_{xl}\} = \text{sgn}\{B_{xm}\}$.

(128)

Thus, the total number $(k+m)$ of poles and zeros of the function $Y_x(s)$ for $0 < \omega < \infty$ is not less than the number of pairs $\{l, m\}$, i.e., $(M-1)$ and not higher than $2(M-1)$.

Therefore, the minimal number N of the reactance elements of the 1-port, $N = k+m+1$, is limited by inequality

$$M \leq N \leq 2M-1. \quad (129)$$

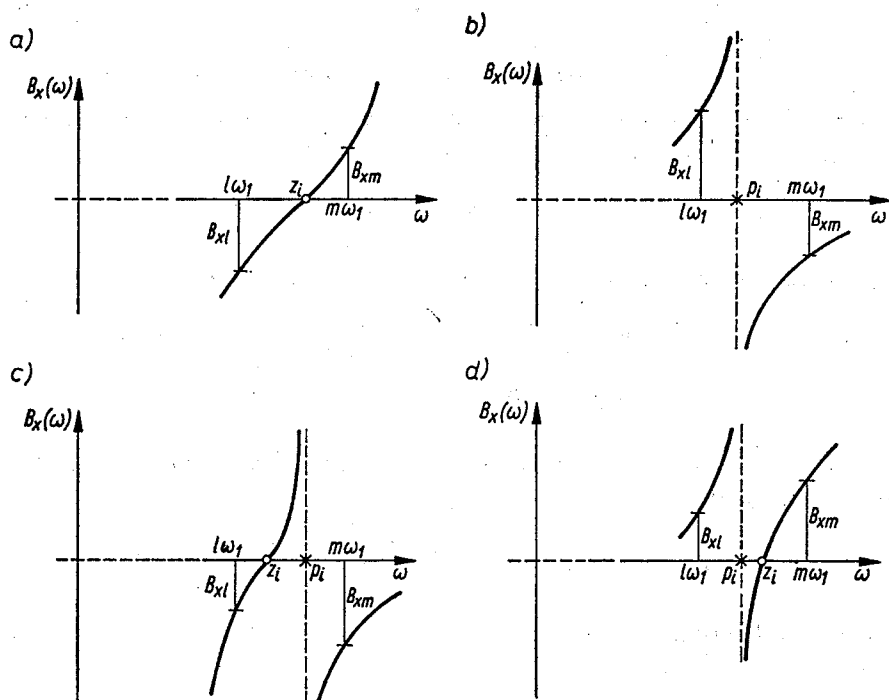


Fig. 8. The plots of susceptance $B_x(\omega)$ in the interval $(l\omega_1, m\omega_1)$

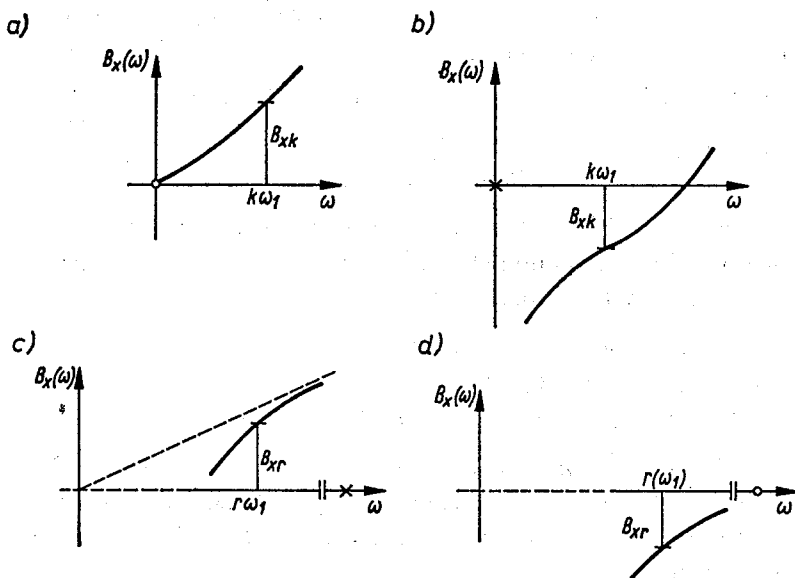


Fig. 9. The plots of susceptance $B_x(\omega)$ in the interval $(0, k\omega_1)$, $(r\omega_1, \infty)$

Fulfilling condition (128) is not sufficient for $Y_x(s)$ to be a reactance function. It must fulfil, moreover, condition (122) in the intervals $(0 \div k\omega_1)$ and $(r\omega_1 \div \infty)$, i.e., the values $B_x(0)$ and $B_x(\infty)$, and hence $f_o(s)$ must be chosen. The values $B_x(0)$ and $B_x(\infty)$ are related to susceptance B_{xk} and B_{xr} (Fig. 9). Namely,

$$\begin{aligned} \text{if } B_{rk} > 0, \text{ then } B_r(0) = 0, \text{ if } B_{rk} < 0, \text{ then } B_r(0) = -\infty, \\ \text{if } B_{rr} > 0, \text{ then } \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = \infty, \text{ if } B_{rr} < 0, \text{ then } \lim_{\omega \rightarrow \infty} B_r(\omega) = 0. \end{aligned} \quad (130)$$

Since for N parameters of the function $Y_x(s)$ calculation, there are only M equations, namely $B_x(n\omega_1) = -B_n, n \in N_u$, thus the number $(N-M)$ from N parameters A, z_i, p_i should be chosen arbitrarily. This choice is limited only by condition (128) and if coefficient A is the chosen parameter, it must be a real, positive number.

REFERENCES

1. C. I. Budeanu, *Puissances reactives et fictives*, Institut Romain de l'Energie, Bucarest, 1927.
2. S. Fryze, *Moc czynna, bierna i pozorna w obwodach o przebiegach odkształconych prądu i napięcia*, Przegląd Elektrotechniczny, 1931, nr 7, pp. 193—203, nr 8, pp. 225—234, nr 22, 1932, pp. 673—676.
3. S. Fryze, *Wirk-, Blind-, und Scheinleistung in Elektrische Stromkreisen mit nichtsinusförmigen Verlauf von Strom und Spannung*, ETZ, Bd. 53, 1932, pp. 596—599, 625—627, 700—702.
4. T. Cholewicki, *Rodzaje mocy przy przebiegach odkształconych, stan obecny badań*, Przegląd Elektrotechniczny, RLV z. 3/1980, pp. 99—102.
5. E. W. Kimbark, *Direct current transmission*, Vol. 1, Wiley-Interscience, 1971.
6. W. Shepherd, P. Zakikhani, *Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems*, Proc. IEE, vol. 119, No. 9, Sept. 1972, pp. 1361—1362, Vol. 120, No. 7, July 1973, pp. 796—798, Vol. 121, No. 5, May 1974, pp. 389—391.
7. D. Sharon, *Reactive power definition and power-factor improvement in nonlinear systems*, Proc. IEE, Vol. 120, No. 6, July 1973, pp. 704—706.
8. M. Depenbrock, *Wirk- und Blindleistung*, ETG-Fachtagung "Blindleistung", Aachen, October, 1979, pp. 17—63.
9. N. L. Kusters, W. J. M. Moore, *On the definition of reactive power under nonsinusoidal conditions*, IEEE Trans. Power Appl. Syst., Vol. PAS-99, Sept. 1980, pp. 1845—1854.
10. Z. Nowomiejski, *Generalized theory of electrical power*, Archiv für Elektrotechnik, 63 (1981), pp. 177—182.
11. G. Fodor, G. Tevan, *Power and compensation in networks in periodic state*, Archiv für Elektrotechnik, 65 (1982), pp. 27—40.
12. H. D. Fisher, *Bemerkungen zu Leistungsbegriffen bei Stromen und Spannungen mit Oberschwingungen*, Archiv für Elektrotechnik, 64 (1982), pp. 289—295.
13. A. E. Emanuel, *Energetical factors in power systems with nonlinear loads*, Archiv für Elektrotechnik, 59 (1977), pp. 183—189.
14. Z. Nowomiejski, *Moc i energia elektryczna w układach o dowolnych ustalonych przebiegach*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z. 15, Gliwice, 1963.
15. S. I. Antoniu i in., *P, Q, D-mètre appareil pour la mesure des puissances et énergies actives, réactives et déformantes dans in régime énergétique deformant*, Congres MESUCORA, Paris 1973.
16. J. Sawicki, *The measurement of reactive power $\Sigma U I \sin \phi$* , Acta IMEKO, Budapest 1977.
17. R. A. Lopez i in., *Reactive power meter for nonsinusoidal systems*, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-26, no. 3, pp. 256—260, 1977.
18. L. S. Czarnecki, *Measurement principle of a reactive power meter for nonsinusoidal systems*, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-30, no. 3, pp. 209—212, 1981.

19. L. S. Czarnecki, *Dwójniki realizujące przekształcenia Hilberta i ich zastosowanie w miernikach mocy biernej obwodów o przebiegach odkształconych*, Archiwum Elektrotechniki, is to be published in 1984.
20. L. S. Czarnecki, *1-ports with orthogonal properties*, Int. Journ. on Circuit Theory and Appl., Vol. 6, 1978, pp. 65—73.
21. P. W. Usatin, *Izmierenia reaktiwnoj moszcznosti i koeficienta moszcznosti pri niesinusoidalnom toke i napriazhenii*, Acta IMEKO, Budapest 1961.
22. P. Filipiński, *A new approach to reactive current and reactive power measurement in nonsinusoidal systems*, IEEE Trans. on Instr. Meas., Vol. IM-29, No. 4, Dec. 1980, pp. 423—426.
23. International Electrotechnical Commission, Technical Committee No. 25, Working Group 7, Report: *Reactive power and distortion power*, Document 25 (Secr.), 113, Dec. 1979.
24. A. Sharoni in., *Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems*, Proc. IEE, Vol. 120, No. 1, pp. 108, No. 7, pp. 796—797, 1973, Vol. 121, No. 5, pp. 389—391, No. 7, pp. 705—706, 1974.
25. L. S. Czarnecki, *Conventor of optimal capacitance for nonsinusoidal systems compensation to DC voltage*, Electronic Letters, Vol. 17, No. 12, June, 1981, pp. 426—427.
26. C. H. Page, *Reactive power in nonsinusoidal situations*, IEEE Trans. on Instr. Meas., Vol. IM-29, No. 4, Dec. 1980, pp. 421—423.
27. L. S. Czarnecki, *Additional discussion to "reactive power under nonsinusoidal conditions"*, IEEE Trans. on Power Appl. and Syst., Vol. PAS-102, No. 4, April 1983, pp. 1423—1424.
28. L. S. Czarnecki, *Uwagi o definicjach mocy biernej Kustersa i Moore'a obwodów o przebiegach odkształconych*, Rozprawy Elektrotechniczne, Nr 4, 1984.
29. L. S. Czarnecki, *Minimisation of distortion power of nonsinusoidal sources applied to linear loads*, IEE Proc., Vol. 128, Pt. C, No. 4, July 1981, pp. 208—210.
30. L. S. Czarnecki, *Measurement of the individual harmonics reactive power in nonsinusoidal systems*, IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. IM-32, June 1983, pp. 383—384.
31. L. S. Czarnecki, *Measurement principle of the load susceptances for harmonic frequencies meter for nonsinusoidal systems*, Proc. of the Conf. "Measurement Theory and Practical Appl.", EMISCON 83, Czechosl. Scient. and Techn. Society, 1983.
32. L. S. Czarnecki, *An orthogonal decomposition of the current of non-sinusoidal voltage source applied to non-linear loads*, Int. Journ. on Circuit Theory and Appl., Vol. 11, 1983, pp. 235—239.
33. L. S. Czarnecki, *Interpretacja, identyfikacja i modyfikacja właściwości energetycznych obwodów jednofazowych z przebiegami odkształconymi*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka, z. 91, pp. 2—127.
34. L. S. Czarnecki, *Some comments on capacitive and residual reactive powers in nonsinusoidal systems*, Proceedings of Int. Symp. on "Harmonics on Power Systems", Worcester Polytechnic Inst., Massachusetts, Oct. 1984.

L. S. CZARNECKI

TEORIE MOCY OBWODÓW Z OKRESOWYMI PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

Streszczenie

W artykule wykazano, że znane obecnie teorie mocy obwodów z okresowymi przebiegami odkształconymi nie wyjaśniają właściwości energetycznych takich obwodów. Nie rozwiązują także zagadnienia poprawy współczynnika mocy źródeł. Przedstawiono nową koncepcję teorii mocy, opartą na ortogonalnym rozkładzie prądu źródła. Rozkład ten obejmuje rozkład ortogonalny proponowany przez Fryzego oraz rozkład proponowany przez Shepherd'a i Zakikhani'ego. Oprócz składowej czynnej prądu w sensie Fryzego, ujawnia on składowe, które nie mogą być kompensowane dwójnikiem pasywnym, włączonym na zaciski odbiornika oraz składową całkowicie kompensowalną dwójnikiem reaktancyjnym. Przedstawiona koncepcja wyjaśnia właściwości energetyczne obwodu i tworzy podstawy teoretyczne dla różnorodnych metod poprawy współczynnika mocy źródeł w obwodach z okresowymi przebiegami odkształconymi.

L. S. CZARNECKI

THÉORIE DES PUISSANCES DE CIRCUITS
À RÉGIMES PÉRIODIQUES DÉFORMÉS

Résumé

On a démontré dans l'article que des théories des puissances de circuits à régimes périodiques déformés, connues jusqu'à présent n'expliquent pas les caractéristiques des puissances de ces circuits. Elles ne résolvent pas non plus le problème de correction du facteur de puissance des sources. On a présenté une nouvelle conception de la théorie des puissances basée sur la décomposition orthogonale du courant de la source. Cette décomposition comprend la décomposition orthogonale proposée par Fryze ainsi que la décomposition proposée par Shepherd et Zakikhani. Outre la composante active du courant au sens de Fryze elle détermine les composantes qui ne peuvent pas être compensées à l'aide d'un dipôle passif, branché sur les bornes du récepteur, et une composante tout à fait compensable avec un dipôle de réactance. La conception présentée explique des caractéristiques de puissance du circuit et crée les bases théorétiques pour des méthodes différentes de la correction du facteur de puissance des sources dans des circuits avec des régimes périodiques déformés.

L. S. CZARNECKI

LEISTUNGSTHEORIEN BEI STROMKREISEN MIT PERIODISCHEN
NICHT SINUSFÖRMIGEN VORGÄNGEN

Zusammenfassung

Im Artikel wurde nachgewiesen, daß die bisher bekannten Leistungstheorien der Stromkreise mit periodischen nicht sinusförmigen Vorgängen die energetischen Eigenschaften solcher Stromkreise nicht klären. Sie lösen auch das Problem einer Verbesserung des Quellenleistungsfaktors nicht. Es wurde eine neue Idee für die Leistungstheorie dargestellt, die auf der orthogonalen Verteilung des Quellenstroms beruht. Dieser Vorschlag umfaßt sowohl die von Fryze vorgeschlagene Verteilung, als auch die von Shepherd und Zakikhani gewählte Verteilung. Außer der aktiven Stromkomponente im Sinne von Fryze läßt sie diejenigen Komponenten erkennen, die mit dem mittels Klemmen des Empfängers eingeschalteten passiven Zweipol nicht kompensiert werden können, auch diejenige Komponente, die sich mit dem Reaktanz-zweipol voll kompensieren läßt. Der erwogene Gedanke klärt die energetischen Eigenschaften des Stromkreises, und bildet theoretische Grundlagen für verschiedene Methoden für den Anstieg des Quellenleistungsfaktors in Stromkreisen mit periodischen nicht sinusförmigen Vorgängen.

Л. С. ЧАРНЕЦКИ

ТЕОРИИ МОЩНОСТИ ЦЕПЕЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫМ
ПРОТЕКАНИЕМ

Резюме

Указывается на то, что известные в настоящее время, теории мощности цепей с периодическим несинусоидальным протеканием, не объясняют энергетических свойств таких цепей. Не решают они также проблемы изменения коэффициента мощности источников. Дается новая концепция теории мощности, основанная на ортогональном распределении тока источника. Распределение охватывает так ортогональное распределение, Фриза как и распределение Шепарда и Закихани. Кроме активной составляющей тока у Фриза, показывает он составляющие, которые не могут компенсироваться пассивным двухполюсником, включённым на зажимы приёмника, а также составляющие полностью компенсирующиеся реактансным двухполюсником.

Представленная концепция объясняет энергетические свойства цепей и дает теоретические основы для разнообразных методов изменения коэффициента мощности источников в цепях с периодическим несинусоидальным протеканием.

New Cooling Methods of Electrical Machines

EUGENIUSZ KOZIEJ (WARSZAWA)

Instytut Maszyn Elektrycznych Politechniki Warszawskiej

The paper received 14.2.1984

In the paper the new cooling methods of electrical machines are presented in which the latent heat of refrigerants is taken into consideration. In detail are described new physical models of induction motors cooled by means of solid-liquid phase transition systems.

Introduction

In many cases the conventional cooling of electrical machines containing ventilators or pumps is found to be inadequate, because the heat transferred convectionally is limited. First of all with the increase of coolant velocity ventilation losses grow and the noise can overrun the permissible level.

Searching for more suitable methods a new way of cooling of electrical machines has been proposed. In the new methods the latent heat of refrigerants is taken into consideration.

Heat pipes

Basically a heat pipe is a sealed tube containing fluid and a "wick". Vapour carries the heat, as heat from the heated area, and the liquid is recirculated from the condenser to the evaporator by the capillary action of the wick (fig. 1). In a simple version of the heat pipe, the wick is uniform throughout its length and the roles of evaporator and con-

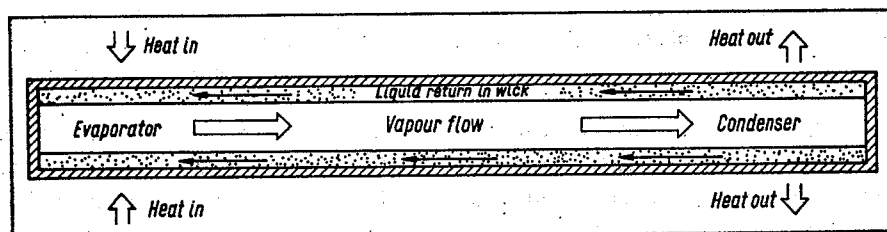


Fig. 1. Schematic showing operation of a simple heat pipe

denser can be interchanged. For the cooling of rotors are used rotating wickless heat pipes. Figure 2 shows two examples of the application of different heat pipes in the cooling of electrical machines [1].

Designs embodying heat pipes are gaining popularity, but in electrical machines are more a potential than a current solution.

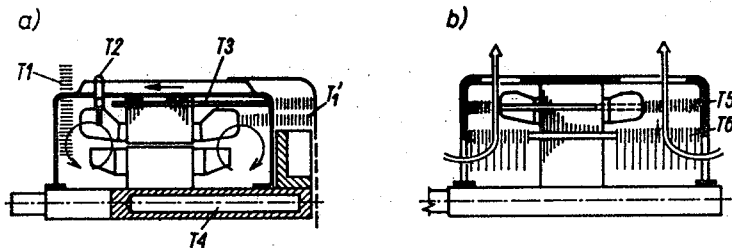


Fig. 2. Examples of different heat pipes built in totally enclosed (a) and open (b) electrical motors. Comback of condensate in the heat pipe: T1, T2 — gravitation, T1, T3 — capillarity, T4 — coaxial rotation, T5 — capillarity, T6 — eccentric rotation.

Cooling by means of a solid-liquid phase transition system

Because heat pipes are expensive and the present methods of their construction are not easily adaptable to the production line, new models of electric motors cooled by means of a solid-liquid phase transition system have been designed and investigated in the Institute of Electrical Machines at Warsaw TU [2].

To construct motors cooled with phase transition standard, $P = 5,5$ kW and $P = 1,5$ kW motors have been used (fig. 3).

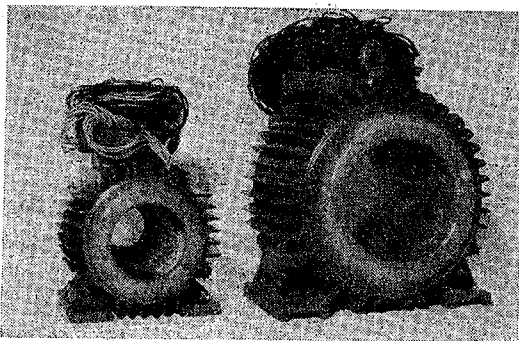


Fig. 3. Induction squirrel cage motors cooled with a solid-liquid phase transition system

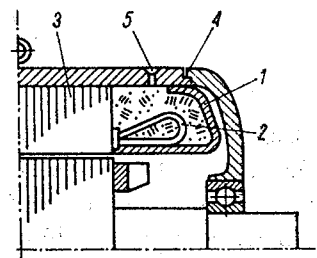


Fig. 4. Schematic showing construction of the motor cooled by means of melting heat

Two chambers (1) surrounding end connections (2) tightly and located between the sheets of the stator (3) and the frame (4) have been placed inside the motor. (fig. 4). They have been made from epoxy reinforced with fibre glass and filled with a fusible refrigerant. Two holes have been bored in the upper part of the frame. The stator had been heated to the temperature above the melting point of the refrigerant before the chambers were

filled through the holes (5). Considerably small viscosity of the liquid refrigerant allows for the total filling of the chamber and ensures very good heat transfer between the winding and the cooling medium.

As stator windings of an induction motor with a squirrel cage rotor, depending on insulation class, reach the temperature of $100 \div 180^{\circ}\text{C}$, melting temperature of the refrigerant should be in the range of $50 \div 90^{\circ}\text{C}$. It allows for the reception of heat not only while the substance is being melted, but also through conduction and accumulation in solid and liquid state.

The proper choice of the cooling medium is difficult because it must meet a number of requirements. The most important requirements are:

- high value of melting heat, thermal conductivity and specific heat in both states of aggregation,
- the proper value of melting temperature,
- the high value of boiling temperature,
- considerable resistivity.

The medium should also be chemically inactive and should not decompose during frequent changes of the states of aggregation.

Although a number of materials, such as mineral wax, carboxyl acid, naphtalene biphenyl and others meet the above mentioned requirements, a mixture of oil paraffins has been used in the experiments. This mixture has the melting heat 147 kJ/kg and its phase transition starts at the temperature of about 55°C .

Measurements and results

The model motors have been subjected to severe tests; it has been necessary to measure temperature distribution accurately in all important parts of the machine. This has been done by means of 34 copper-konstantan thermoelements. In this way a full, three-dimensional picture of temperature distribution in respective time distances has been obtained.

A really controlling the circuit-breaker has been connected to the circuit. It protects the motor against damage during overload tests.

The measurements have been made in two stages. First, a standard, motor next the same motor with paraffin cooling has been tested. Apart from heat tests, noise tests have been carried out on model motors. The measurements have been made on the elastically placed motor in a soundproof room, according to appropriate standards. The measurements have been taken during no-load duty and under rated load as well. Medium noise level has been examined and spectrograms of both duty states have been taken (fig. 5). The average noise level of the paraffin cooled motor is smaller for no-load duty by $7,0 \text{ dB (A)}$, and for rated load by $6,0 \text{ dB (A)}$ than in the classical (standard) motor. The harmonics in the range of $40 \div 200 \text{ Hz}$ and $400 \div 1000 \text{ Hz}$, coming mainly from the ventilator are reduced considerably.

Temperature distribution along the coil of the stator winding at the end of the operation cycle shown in fig. 6 points to the better use of motor materials in the new version of the cooling system. This distribution (curve 1) is more even than in case of the standard motor (curve 2). Further increase of the amount of reagent i.e. the volume of the chambers

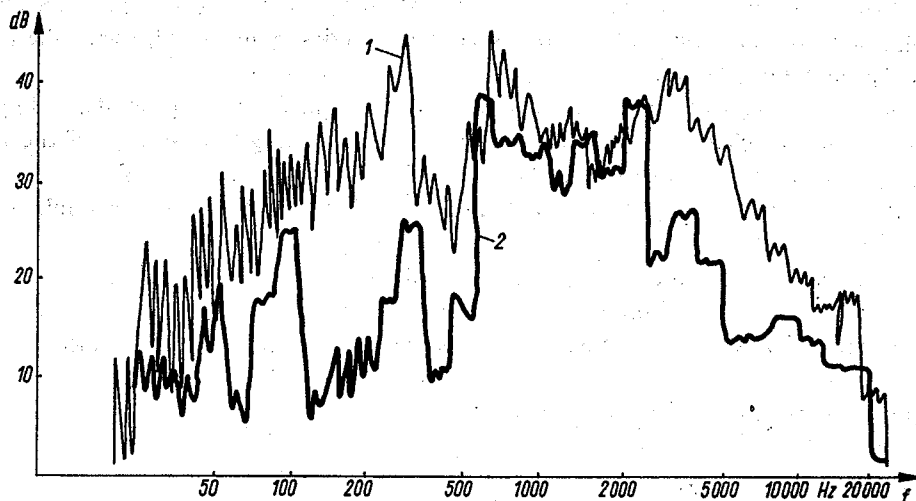


Fig. 5. Spectrograms of motor noises

a) standard ventilator cooled motor, b) paraffin cooled motor without a ventilator

around the end connections could lead to even more proportionate distribution of temperature.

One of the most important features of the motor presented in this paper is its overload capacity. Owing to this, the motor may find applications in various fields of technology.

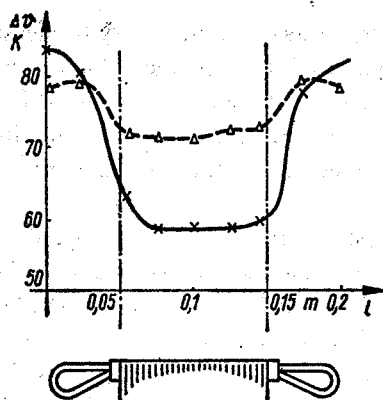


Fig. 6. Temperature distribution along the stator winding

1 — paraffin cooled motor, 2 — standard totally enclosed motor

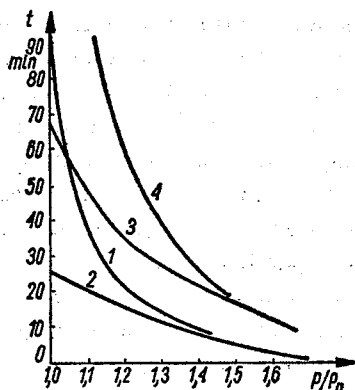


Fig. 7. Dependence of time on the overload value

A — standard ventilator cooled motor, B — standard motor without a ventilator, C — paraffin cooled motor without a ventilator; D — paraffin cooled motor with a ventilator

The time which passes from the moment of starting the machine till it reaches the temperature rise determined by insulation class (for the examined models 80°C) is up to several hundred per cent longer than a similar period of the machine cooled with a ventilator.

This has been presented synthetically in fig. 7 for the motor 5,5 kW. The time in which the end connections reach the temperature rise of 80°C is dependent on the overload value.

The dependence of the overload value on time has been shown for the standard ventilator cooled motor (curve *A*), the standard motor without the ventilator (curve *B*), model motor with paraffin cooling without the ventilator (curve *C*) and the one cooled with paraffin and ventilator (curve *D*) in fig. 7. We may also note the quickly decreasing overload capacity of ventilator cooling.

Conclusion

The tests which have been carried out point to the usefulness of applying the paraffin cooling system in electrical machines. The motor constructed in this way has no ventilator and, therefore, shows higher efficiency and smaller torque of inertia. Vibrations are limited and the annoying noise coming from the ventilator is eliminated. Better short-time duty parameters are achieved. The increase of overload capacity is an important feature.

REFERENCES

1. O. Ošlejšek, F. Polášek, *Cooling of electrical machines by heat pipes*, Proc. 2nd International Heat Pipe Conference, Bologna, Italy, 1976.
2. E. Koziej, W. Urbański, *Studies on the induction electrical machine cooled with the first-order phase transition system*, Proc. of ICEM'82, Budapest, Hungary, 1982.

E. KOZIEJ

NOWE METODY CHŁODZENIA MASZYN ELEKTRYCZNYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono nowe metody chłodzenia maszyn elektrycznych, w których wykorzystano ciepło utajone czynnika chłodzącego. Szczegółowo opisano nowe modele fizyczne silników indukcyjnych chłodzone za pomocą przemiany fazowej ciała stałe — ciecz.

E. KOZIEJ

NOUVELLES METHODES DE REFROIDISSEMENT DES MACHINES ÉLECTRIQUES

Résumé

Dans l'article on a présenté les nouvelles méthodes du refroidissement des machines électriques. Ces méthodes tirent profit de la chaleur latente d'un élément rafraichissant. On a présente en détails les nouveaux modèles physiques des moteurs asynchrones refroidis par la transformation corps solide — corps liquide.

E. KOZIEJ

NEUE KÜHLUNGSMETHODEN FÜR ELEKTRISCHE MASCHINEN

Zusammenfassung

In dem Aufsatz werden neue Kühlungsverfahren bei elektrischen Maschinen dargestellt, die die latente Wärme des Kühlungsmediums ausnutzen. Neue physikalische Modelle von Induktionsmotoren werden im einzelnen beschrieben, die mit Hilfe der Phasenumwandlung Festkörper/Flüssigkeit gekühlt werden.

Е. КОЗЕЙ

НОВЫЕ МЕТОДЫ ОХЛАЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Резюме

Представлены новые методы охлаждения электрических машин, в которых использована скрытая теплота. Подробно описаны новые физические модели индукционных двигателей охлаждаемых с помощью фазной перемены твердое тело — жидкость.

Praca silnika obcowzbudnego prądu stałego sterowanego impulsowo

JERZY KRYGIER (SZCZECIN)

Instytut Elektrotechniki Politechniki Szczecińskiej

Otrzymano 30.11.1983

W artykule rozpatrzono pracę silnika obcowzbudnego zasilanego z sieci prądu stałego poprzez przerywacz okresowy. W szczególności zbadano wpływ wyższych harmonicznych prądu na moment obrotowy silnika.

1. WPROWADZENIE

Początki rozwoju impulsowego sterowania prędkości katowej silników sięgają lat trzydziestych. Realizowano je pierwotnie przy pomocy komutatorów mechanicznych, które z natury rzeczy nie pozwalały na uzyskiwanie dużych częstotliwości impulsowania. Układy takie stosowano do sterowania silnikami małej mocy.

Rozwój techniki półprzewodnikowej spowodował zastosowanie układów elektronicznych w charakterze komutatorów. Początkowo — dla silników małej mocy — stosowano komutatory tranzystorowe, w dalszej kolejności — dla silników większej mocy — układy tyrystorowe. Zastosowanie elementów półprzewodnikowych w komutatorach spowodowało zwiększenie częstotliwości impulsowania, co z kolei przyczyniło się do wzrostu sprawności przetwarzania oraz polepszenia charakterystyki.

Zastosowanie tyrystorów w układach przerywaczy okresowych stosowanych do impulsowego sterowania prędkością jest ściśle związane ze wzrostem mocy silników. Fakt powyższy narzuca potrzebę rozpatrzenia szeregu zjawisk (np. harmoniczne momentu, nagrzewanie), których rozpatrywanie w silnikach małej mocy nie było celowe i potrzebne.

Celem niniejszej pracy jest rozpatrzenie niektórych wybranych warunków pracy i zjawisk występujących w silniku.

Przyjęto następujące oznaczenia:

C_s — stała,

E_{gr} — napięcie rotacji na granicy stref przewodzenia ciągłego i nieciągłego,

f_i — częstotliwość impulsowania,

f_{igr} — graniczna częstotliwość impulsowania,

$i(0)$ — prąd początkowy,

$i_d(\omega t)$ — prąd twornika płynący przez diodę,

$i_s(\omega t)$ — prąd twornika płynący ze źródła poprzez przerywacz okresowy,

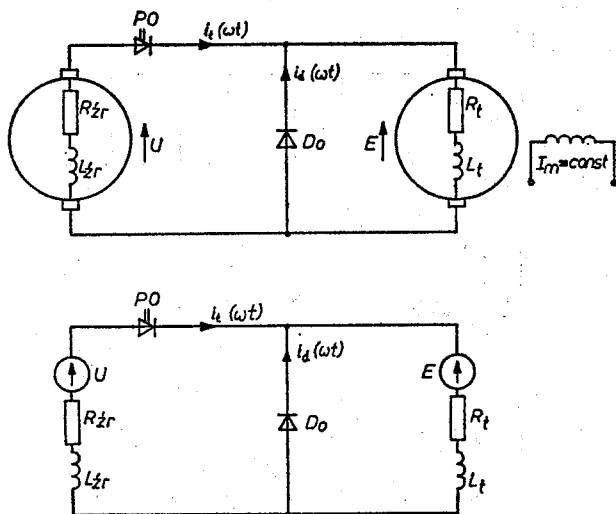
- k — rząd harmonicznej,
 L — całkowita indukcyjność obwodu przy załączonym przerywaczu,
 L' — całkowita indukcyjność obwodu przy przewodzeniu diody D_o ,
 L_{dt} — indukcyjność dławika,
 L_t — indukcyjność twornika,
 L_{zr} — indukcyjność źródła zasilającego,
 M_N — moment znamionowy silnika przy zasilaniu napięciowym stałym,
 M_s — wartość średnia momentu elektromagnetycznego,
 M_{sgr} — wartość średnia momentu elektromagnetycznego na granicy stref przewodzenia ciągłego i nieciągłego,
 $m(0)$ — moment początkowy dla $\omega t = 0$ w strefie przewodzenia ciągłego,
 $m_1(\omega t)$ — wartość chwilowa momentu odpowiadająca prądowi $i_t(\omega t)$,
 $m_2(\omega t)$ — wartość chwilowa momentu odpowiadająca prądowi $i_d(\omega t)$,
 p — względne obciążenie silnika, $p = \frac{M_s}{M_N}$,
 R — całkowita rezystancja obwodu przy załączonym przerywaczu,
 R' — całkowita rezystancja obwodu przy przewodzeniu diody D_o ,
 R_{dt} — rezystancja dławika,
 R_t — rezystancja twornika,
 R_{zr} — rezystancja źródła,
 T — elektromagnetyczna stała czasowa obwodu przy załączonym przerywaczu,
 T' — elektromagnetyczna stała czasowa obwodu przy przewodzeniu diody D_o ,
 T_i — okres impulsowania,
 U — napięcie zasilające,
 $\beta = \frac{T_i}{T}$ — stosunek okresu impulsowania do stałej czasowej T ,
 $\beta' = \frac{T_i}{T'}$ — stosunek okresu impulsowania do stałej czasowej T' ,
 γ — szerokość impulsu w radianach,
 γ' — szerokość impulsu — wartość względna,
 ψ — kąt przewodzenia w radianach,
 ψ' — kąt przewodzenia — wartość względna.

2. ANALIZA PRACY UKŁADU

Przystępując do analizy przyjęto następujące założenia:

- elementy półprzewodnikowe wchodzące w skład przerywacza są idealne,
- rezystancja i indukcyjność twornika są stałe,
- pomija się spadek napięcia na rezystancji przejścia szczotki — komutator,
- impulsy napięcia zasilającego silnik są prostokątne.

Na rys. 1 przedstawiono układ połączeń i schemat zastępczy rozpatrywanego układu. Układ ten składa się ze źródła prądu stałego, przerywacza okresowego, przedstawionego jako łącznik, silnika obcowzbudnego oraz diody zerowej.



Rys. 1. Układ połączeń i schemat zastępczy układu

Rozpatrzmy pracę układu dla przypadku niezmiennych warunków zasilania. Oznacza to, że stałe są: amplituda impulsu napięcia, szerokość impulsu oraz częstotliwość impulsowania.

W zależności od obciążenia silnika możemy wyróżnić dwa charakterystyczne stany pracy układu:

- stan, w którym istnieje strefa przewodzenia ciągłego prądu twornika,
- stan, w którym istnieje strefa przewodzenia nieciągłego, tj. strefa, w której prąd twornika ma charakter przerywany.

Przejdziemy obecnie do bliższego rozpatrzenia tych stanów.

Strefa przewodzenia ciągłego

Na rys. 2 pokazano przebiegi napięcia, prądu i momentu dla tego przypadku. Prąd twornika w przedziale $0 \leq \omega t \leq \gamma$ spełnia równanie

$$U = Ri_t(\omega t) + L \frac{di_t(\omega t)}{d(\omega t)} + E, \quad (1)$$

gdzie:

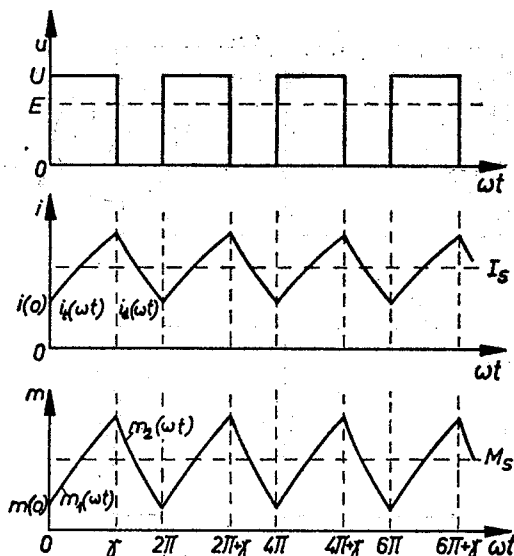
$$R = R_t + R_{dl} + R_{zr},$$

$$L = L_t + L_{dl} + L_{zr},$$

$$E = C_s \omega_s.$$

Natomiast w przedziale $\gamma < \omega t < 2\pi$ prąd twornika $i_d(\omega t)$ płynie przez diodę D_0 . Prąd ten powstaje w wyniku rozładowania energii pola magnetycznego zmagazynowanej w indukcyjności L' . Dla tego przypadku prąd twornika spełnia równanie

$$0 = R'i_d(\omega t) + L' \frac{di_d(\omega t)}{d(\omega t)} + E, \quad (2)$$



Rys. 2. Przebiegi czasowe napięcia, prądu i momentu silnika w strefie przewodzenia ciągłego

w którym:

$$R' = R_t + R_{dt},$$

$$L' = L_t + L_{dt}.$$

Rozwiązując równania (1) i (2) oraz biorąc pod uwagę, że $m(\omega t) = c_s i(\omega t)$, otrzymujemy wyrażenia na wartości chwilowe momentu silnika:

— dla $0 \leq \omega t \leq \gamma$

$$m_1(\omega t) = \frac{U-E}{R} C_s \left\{ 1 - e^{-\frac{\beta}{2\pi} \omega t} \left[1 - \frac{(1-e^{-\gamma'\beta})e^{-(1-\gamma')\beta'}}{1-e^{-\gamma'\beta-(1-\gamma')\beta'}} \right] \right\} + \\ - \frac{E}{R'} C_s \frac{1-e^{-(1-\gamma')\beta'}}{1-e^{-\gamma'\beta-(1-\gamma')\beta'}} e^{-\frac{\beta}{2\pi} \omega t} \quad (3)$$

oraz

— dla $\gamma < \omega t < 2\pi$

$$m_2(\omega t) = \frac{U-E}{R} C_s \frac{e^{\gamma'\beta'} - e^{\gamma'(\beta-\beta')}}{1-e^{-\gamma'\beta-(1-\gamma')\beta'}} e^{-\frac{\beta'}{2\pi} \omega t} + \\ - \frac{E}{R'} C_s \left[1 - \left(e^{\gamma'\beta'} - \frac{1-e^{-(1-\gamma')\beta'}}{1-e^{-\gamma'\beta-(1-\gamma')\beta'}} \right) e^{\gamma'(\beta'-\beta)} \right] e^{-\frac{\beta'}{2\pi} \omega t}, \quad (4)$$

gdzie:

$$\beta = \frac{T_l}{T},$$

$$\beta' = \frac{T_l}{T'}.$$

$$T = \frac{L}{R},$$

$$T' = \frac{L'}{R'},$$

$$\gamma' = \frac{\gamma}{2\pi}.$$

Moment początkowy dla $\omega t = 0$ wynosi

$$m(0) = \frac{\frac{U-E}{R} C_s (1 - e^{\gamma'\beta}) e^{-(1-\gamma')\beta'} - \frac{E}{R'} C_s (1 - e^{-(1-\gamma')\beta'})}{1 - e^{-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta'}}. \quad (5)$$

W oparciu o zależności (3) i (4) obliczamy wartość średnią momentu

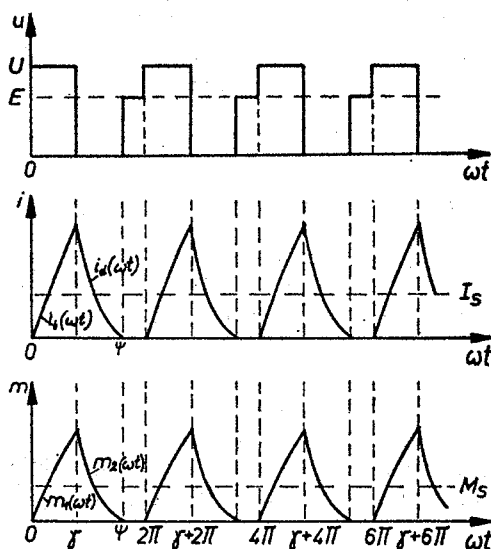
$$M_s = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\gamma} m_1(\omega t) d(\omega t) + \int_{\gamma}^{2\pi} m_2(\omega t) d(\omega t) \right\},$$

czyli mamy

$$M_s = C_s \left[\frac{U-E}{R} \gamma' - \frac{E}{R'} (1-\gamma') + \left(\frac{U-E}{R} + \frac{E}{R'} \right) \frac{1 - e^{-(1-\gamma')\beta'}}{1 - e^{-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta'}} e^{-\gamma'\beta - 1} \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'} \right) \right]. \quad (6)$$

Strefa przewodzenia nieciągłego

Na rys. 3 pokazano przebiegi czasowe napięcia, prądu i momentu w tej strefie. Z zależności (1) i (2) przy założeniu, że $m(0) = 0$, otrzymujemy wyrażenia na wartości chwilowe momentu:



Rys. 3. Przebiegi czasowe napięcia, prądu i momentu w strefie przewodzenia nieciągłego

dla $0 \leq \omega t \leq \gamma$

$$m_1(\omega t) = \frac{U-E}{R} C_s \left(1 - e^{-\frac{\beta}{2\pi} \omega t} \right), \quad (7)$$

oraz dla $\gamma \leq \omega t \leq \Psi$

$$m_2(\omega t) = \frac{U-E}{R} C_s [e^{\gamma'\beta'} - e^{-\gamma'(\beta-\beta')}] e^{-\frac{\beta'}{2\pi} \omega t} - \frac{E}{R'} C_s \left[1 - e^{\gamma'\beta'} e^{-\frac{\beta'}{2\pi} \omega t} \right]. \quad (8)$$

Wartość względną kąta przewodzenia $\Psi' = \frac{\Psi}{2\pi}$ wyznaczamy z warunku $m_2(\Psi) = 0$.

Uwzględniając powyższe w (8) otrzymujemy

$$\Psi' = \left[\frac{1}{\beta'} \ln \frac{U}{E} [e^{\gamma'\beta} - e^{-\gamma'(\beta-\beta')}] + \frac{R}{R'} e^{\gamma'\beta'} - e^{\gamma'\beta'} + e^{-\gamma'(\beta-\beta')} \right]. \quad (9)$$

Wartość średnią momentu otrzymujemy podobnie jak w poprzedniej strefie. Wynosi ona

$$M_s = C_s \left[\frac{U-E}{R} \gamma' - \frac{E}{R'} (\Psi' - \gamma') + \frac{U-E}{R} (e^{-\gamma'\beta} - 1) \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'} \right) \right]. \quad (10)$$

Warunki graniczne rozdzielające strefy

Wartość średnią momentu rozgraniczającą strefy przewodzenia ciągłego i nieciągłego wyznacza się z zależności (10). Dla $\Psi' = 1$ $M_s = M_{sgr}$. Uwzględniając powyższe otrzymujemy

$$M_{sgr} = \frac{U}{R} C_s \left[\gamma' + (e^{-\gamma'\beta} - 1) \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'} \right) \right] + E_{gr} C_s \left\{ \frac{1}{R} \left[\gamma' + (e^{-\gamma'\beta} - 1) \left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta'} \right) \right] + \frac{1}{R'} (1 - \gamma') \right\}. \quad (11)$$

Występujące w (11) napięcie rotacji E_{gr} odpowiadające momentowi granicznemu wyznacza się z warunku $m(0) = 0$. Jest ono równe

$$E_{gr} = \frac{\frac{U}{R} (1 - e^{-\gamma'\beta}) e^{-(1-\gamma')\beta'}}{\frac{1}{R} (1 - e^{-\gamma'\beta}) e^{-(1-\gamma')\beta'} + \frac{1}{R'} (1 - e^{-(1-\gamma')\beta'})}.$$

Jeżeli $M_s > M_{sgr}$, wówczas występuje stan przewodzenia ciągłego, a jeżeli $M_s < M_{sgr}$, wtedy występuje stan przewodzenia nieciągłego.

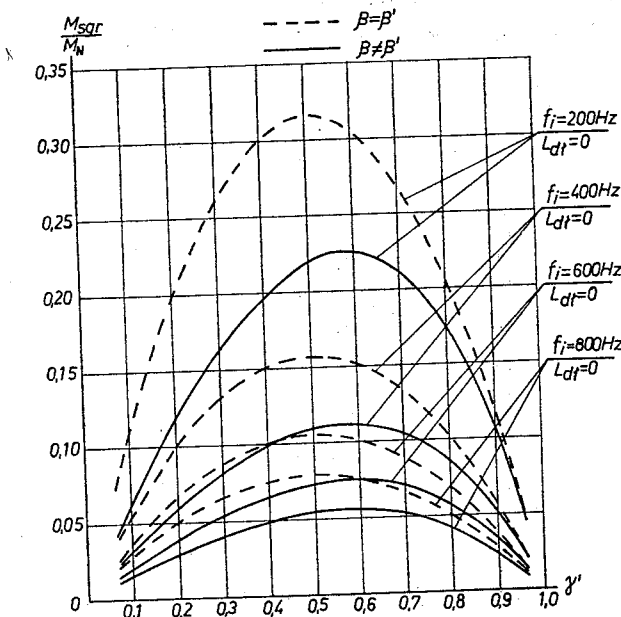
3. BADANIA UKŁADU

W oparciu o podane wyżej zależności przeprowadzono obliczenia¹⁾ przebiegów momentu granicznego, harmonicznego momentu dla różnych wartości kąta przewodzenia,

¹⁾ dla silnika o następujących danych: typ PZb 54a, $P_N = 3,7$ kW, $U_N = 220$ V, $I_N = 19,5$ A, $n_N = 1450$ obr/min, $\eta_N = 86,5\%$, $R_t = 0,76$ Ω , $T_E = 0,035$ s, $J = 0,055$ kgm².

częstotliwości impulsowania oraz innych parametrów obwodu. Ze względu na stosunkowo dużą złożoność, wzory na współczynniki k -tej harmonicznej podano w załączniku.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymano szereg zależności. Niżej zostaną przedstawione wybrane zależności charakteryzujące pracę silnika.



Rys. 4. Rodzina charakterystyk $\frac{M_{sgr}}{M_N} = f(\gamma')$ przy różnych wartościach częstotliwości impulsowania

Na rys. 4 przedstawiono rodzinę charakterystyk momentu granicznego w zależności od szerokości impulsu dla dwóch przypadków:

- przypadek $\beta = \beta'$ (na rysunku zaznaczone linią przerywaną), tj. gdy elektromagnetyczne stałe czasowe obwodu w przedziałach $0-\gamma$ i $\gamma-2\pi$ (lub: $\gamma-\Psi$) są jednakowe, co odpowiada założeniu $L_{\Sigma r} = 0$, $R_{\Sigma r} = 0$,
- przypadek $\beta \neq \beta'$ (na rysunku zaznaczono linią ciągłą), tj. gdy elektromagnetyczne stałe czasowe obwodu w przedziałach $0-\gamma$ i $\gamma-2\pi$ (lub: $\gamma-\Psi$) są różne, czyli zakłada się zasilanie obwodu z rzeczywistego źródła.

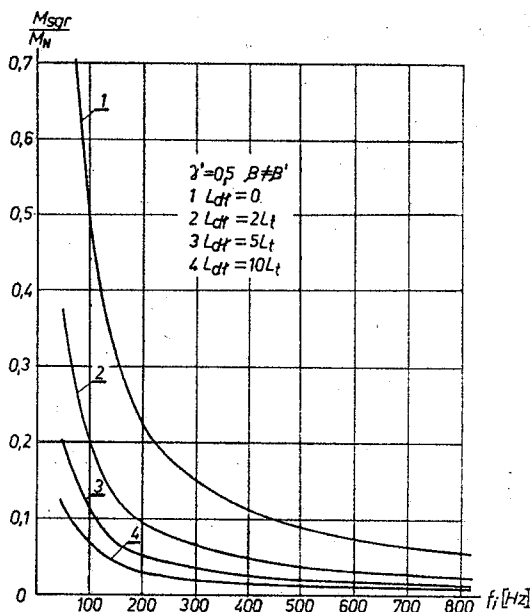
Przypadek a) może mieć zastosowanie, gdy układ zasilany jest z baterii akumulatorów lub sieci prądu stałego, na którą pracuje prądnica o dużej mocy, natomiast przypadek b) dotyczy sytuacji, gdy układ zasilany jest z prądnicy o mocy zbliżonej do mocy silnika.

Niezależnie od wymienionych możliwości zasilania układu, układ często bywa zasilany z prostownika diodowego współpracującego z kondensatorem o dużej pojemności. W związku z tym — przy rozpatrywaniu pracy takiego układu — pomija się wpływ parametrów źródła na przebieg prądu silnika. Dla takiego zasilania słuszne są zależności dotyczące przypadku a).

Z przebiegów na rys. 4 wynika, że ze wzrostem częstotliwości impulsowania maleje wartość maksymalna momentu granicznego, a zatem zwiększa się zakres zmian momentu,

w którym prąd płynący przez silnik ma charakter ciągły. Ponadto, niezależnie od częstotliwości impulsowania, moment graniczny osiąga wartość maksymalną przy $\gamma' = 0,5$, gdy $\beta = \beta'$ oraz $\gamma' = 0,6$, gdy $\beta \neq \beta'$, co oznacza, że istnieje szeroki zakres zmian prądu twornika o charakterze nieciągłym (przerzywanym).

Przy dowolnej częstotliwości impulsowania dla $\gamma' \neq 0,5$ oraz $\gamma' \neq 0,6$ maleją zakresy zmian momentu, w którym występuje strefa prądu nieciągłego.



Rys. 5. Przebiegi $\frac{M_{sgr}}{M_N} = \varphi(f_i)$ dla różnych wartości indukcyjności dławika dodatkowego

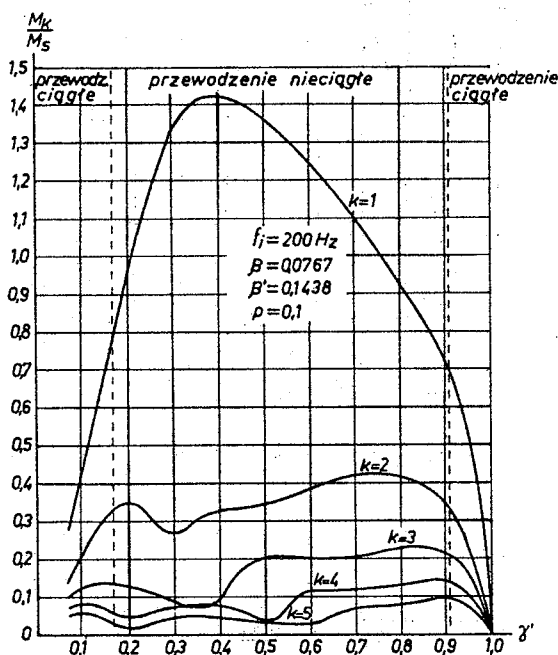
Na rys. 5 pokazano przebieg momentu granicznego w zależności od częstotliwości impulsowania przy różnych wartościach indukcyjności dławika dodatkowego i stałej szerokości impulsu oraz założeniu, że $\beta \neq \beta'$. Jak widać, wzrost częstotliwości impulsowania powoduje szybkie zmniejszenie momentu granicznego. Tak np. przy założeniu dolnej wartości momentu granicznego równej 0,1 i przy $L_d = 0$, częstotliwość odpowiadająca tej wartości momentu wyniesie 440 Hz. Jest to częstotliwość graniczna, tj. taka, powyżej której występuje strefa przewodzenia ciągłego. Ze wzrostem indukcyjności dławika częstotliwość ta maleje. W związku z tym, przy projektowaniu układu powinniśmy założyć dolną wartość momentu granicznego, powyżej której uzyskać chcemy stan przewodzenia ciągłego, gdyż decyduje on o granicznej częstotliwości impulsowania.

Dla podanego wyżej przykładu — w przypadku wtrącenia do obwodu twornika dodatkowego dławika o indukcyjności $L_d = 2L_t$ (rys. 5) — graniczna częstotliwość impulsowania maleje z wartości 440 Hz do 190 Hz.

Tego rodzaju rozwiązanie nie zawsze jest celowe. Stosowanie dodatkowego dławika wiąże się z dodatkowymi kosztami oraz zwiększeniem wymiarów układu, tym bardziej że budowa przerywaczy okresowych pracujących z częstotliwością kilkuset herców nie

przedstawia większych trudności technicznych. Ponadto, z powyższych rozważań wynika, że dla silników mniejszej mocy ze względu na większą indukcyjność twornika częstotliwość graniczna będzie mniejsza.

Rozpatrując te zagadnienia należy wziąć pod uwagę fakt, że o zastosowaniu dławika decyduje nie tylko graniczna częstotliwość impulsowania, ale również zawartość harmonicznych. Tak więc przy ostatecznej decyzji należy uwzględnić zarówno graniczną częstotliwość impulsowania jak i zawartość harmonicznych prądu twornika.

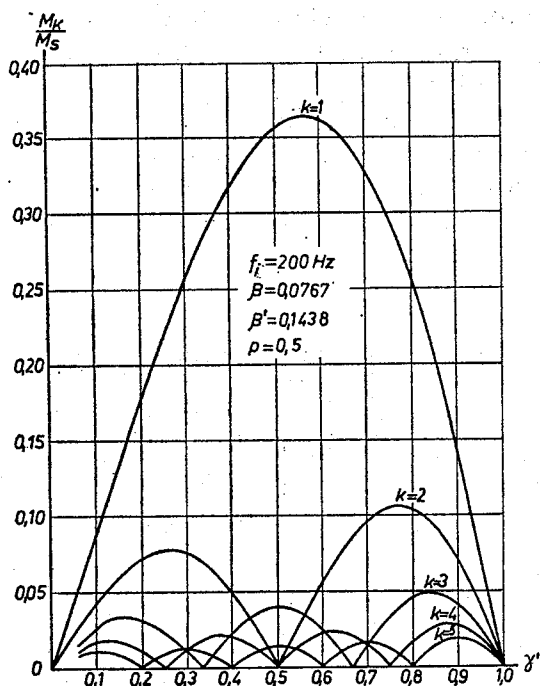


Rys. 6. Przebiegi amplitud harmonicznych momentu w zależności od szerokości impulsu przy przewodzeniu nieciągłym

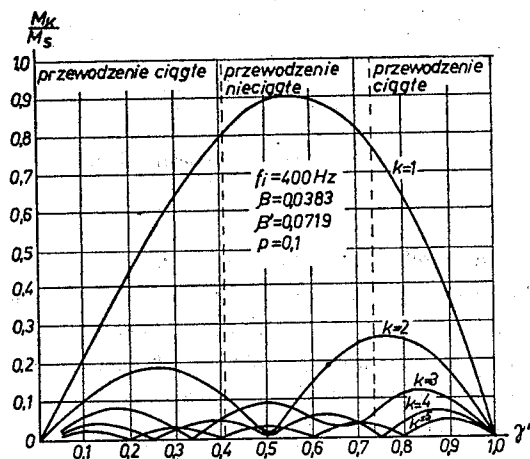
Na rys. 6 przedstawiono przebiegi amplitud pierwszych pięciu harmonicznych momentu w zależności od szerokości impulsu. Jak widać, ze względu na małe obciążenie ($p = 0,1$) oraz niską częstotliwość impulsowania, w dużym zakresie zmian szerokości impulsu występuje strefa przewodzenia nieciągłego. Wzrost obciążenia do wartości $p = 0,5$ przy niezmięnionej częstotliwości impulsowania sprawia, że występować będzie strefa przewodzenia ciągłego w całym zakresie zmian szerokości impulsu (rys. 7).

Zwiększenie częstotliwości impulsowania do 400 Hz przy obciążeniu $p = 0,1$ zmniejsza zakres zmian szerokości impulsu, w którym występuje przewodzenie nieciągłe (rys. 8), a przy obciążeniu $p = 0,5$ w całym zakresie zmian szerokości impulsu otrzymujemy przewodzenie ciągłe (rys. 9).

Ponadto, jak łatwo zauważyć z wykresów na rys. 6÷9, wyższe harmoniczne momentu posiadają kilka amplitud. Ilość ta jest równa rzędowi danej harmonicznej. Z przedstawionych wykresów wynika, że zmieniające się momenty od wyższych harmonicznych wywie-



Rys. 7. Przebiegi amplitud harmonicznego momentu w zależności od szerokości impulsu przy przewodzeniu ciągłym

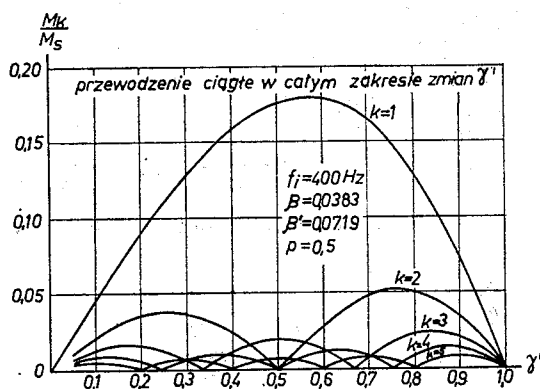


Rys. 8. Przebiegi amplitud harmonicznego momentu w zależności od szerokości impulsu

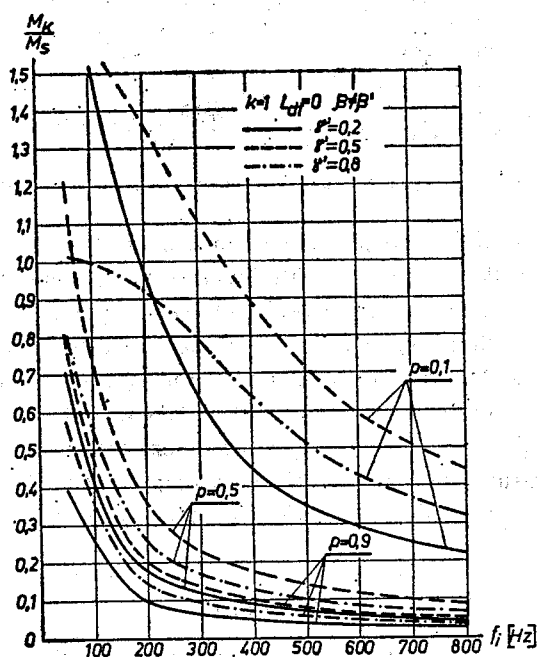
rają znaczny wpływ na pracę silnika. Przy małym obciążeniu silnika występuje strefa obciążenia nieciągłego, która zmniejsza się ze wzrostem obciążenia silnika.

Ogólnie rzecz biorąc, wzrost częstotliwości impulsowania zmniejsza amplitudy wyższych harmonicznnych.

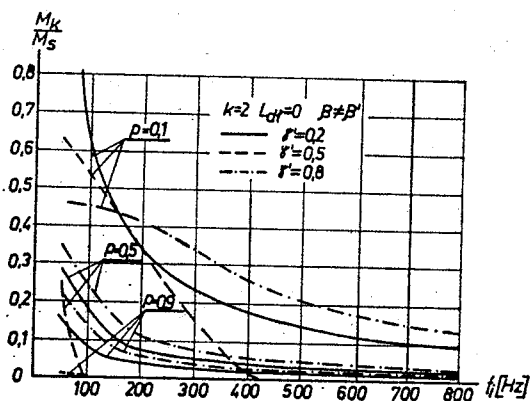
Na rys. 10 ÷ 12 pokazano zależności pierwszej, drugiej i trzeciej harmonicznej momentu od częstotliwości impulsowania przy różnych szerokościach impulsu i obciążeniach silnika. Jak widać, wzrost częstotliwości impulsowania zmniejsza wprowadzie amplitudy wyższych harmonicznych, lecz ich wpływ na moment silnika (w szczególności drugiej harmonicznej) jest dość znaczny (rys. 11).



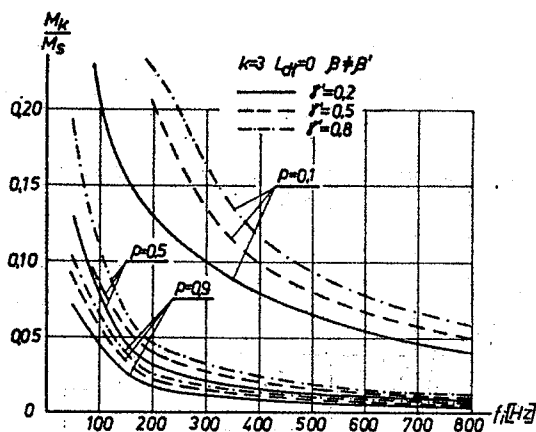
Rys. 9. Przebiegi amplitud harmonicznych momentu w zależności od szerokości impulsu przy przewodzeniu ciągłym



Rys. 10. Przebiegi amplitud podstawowej harmonicznej momentu w zależności od częstotliwości impulsowania



Rys. 11. Przebiegi amplitud drugiej harmonicznej momentu w zależności od częstotliwości impulsowania



Rys. 12. Przebiegi amplitud trzeciej harmonicznej momentu w zależności od częstotliwości impulsowania

Wzrost obciążenia silnika do $p = 0,5$ w znacznym stopniu poprawia pracę silnika. Jednak i w tym przypadku wartości amplitud wyższych harmonicznych momentu są nadal duże. Nawet przy granicznej częstotliwości 440 Hz dla podanych wyżej niekorzystnych warunków obciążenia silnika ($p = 0,1$), największe wartości amplitud wynoszą: $M_1 = 0,82 M_s$, $M_2 = 0,24 M_s$ oraz $M_3 = 0,105 M_s$. Dlatego też — w celu ograniczenia wpływu wyższych harmonicznych na pracę silnika — należy w praktyce stosować częstotliwości wyższe od granicznej. Jeżeli założymy graniczną częstotliwość impulsowania np. $f_i = 715 \text{ Hz}$, to w warunkach małego (niekorzystnego) obciążenia ($p = 0,1$) amplitudy harmonicznych momentu wyniosą odpowiednio: $M_1 = 0,50 M_s$, $M_2 = 0,145 M_s$, $M_3 = 0,065 M_s$.

4. WNIOSKI

1. Sterowanie impulsowe prędkości kątowej jest korzystne ze względu na prostą strukturę układu. Może być ono stosowane zarówno dla silników małej jak i średniej mocy. Stała czasowa obwodu twornika decyduje o kształcie przebiegu prądu (momentu) i rośnie

wraz z mocą silnika. Przy projektowaniu układów należy brać pod uwagę nie tylko graniczną częstotliwość impulsowania, ale również zawartość harmonicznych. Uwzględnienie wymienionych czynników decyduje o zastosowaniu dławika.

2. W celu uzyskania korzystnych właściwości eksploatacyjnych układu napędowego (charakterystyki mechaniczne, poprawna praca silnika) częstotliwość impulsowania powinna być większa od granicznej.

3. Najgorsze warunki pracy występują przy małym obciążeniu silnika. Z tego względu regulacja impulsowa prędkości kątowej silnika jest szczególnie wskazana dla pracy silnika przy stałym lub niewiele zmieniającym się, ale stosunkowo dużym obciążeniu, ograniczonym jedynie warunkami nagrzewania maszyny.

ZAŁĄCZNIK

Harmoniczne momentu silnika

a) *Strefa przewodzenia ciągłego.* W oparciu o zależności (3) i (4) oblicza się amplitudę zespoloną k -tej harmonicznej silnika

$$\underline{M}_k = \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\gamma} m_1(\omega t) e^{-jk\omega t} d\omega t + \int_{\gamma}^{2\pi} m_2(\omega t) e^{-jk\omega t} d\omega t \right\} = a_k - jb_k,$$

przy czym:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{C_s}{\pi} \left(\frac{U-E}{R} + \frac{E}{R'} \right) \left\{ \frac{1}{k} \sin 2\pi k \gamma' + \frac{\exp(-\gamma'\beta) - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma)\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \right. \\ &\times \left[\frac{2\pi\beta}{\beta^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' - \frac{4\pi^2 k}{\beta^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] + \frac{1 - \exp(-\gamma'\beta)}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \\ &\times \left[\frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' - \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] - \frac{1 - \exp[-(1-\gamma')\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \\ &\times \left. \left[\frac{2\pi\beta}{\beta^2 + (2\pi k)^2} - \frac{[1 - \exp(-\gamma'\beta)] \exp[-(1-\gamma')\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \right] \right\}, \\ b_k &= \frac{C_s}{\pi} \left(\frac{U-E}{R} + \frac{E}{R'} \right) \left\{ \frac{1}{k} (1 - \cos 2\pi k \gamma') + \frac{\exp(-\gamma'\beta) - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma)\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \right. \\ &\times \left[\frac{4\pi^2 k}{\beta^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' + \frac{2\pi\beta}{\beta^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] + \frac{1 - \exp(-\gamma'\beta)}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \\ &\times \left[\frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' + \frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] - \frac{1 - \exp[-(1-\gamma')\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \\ &\times \left. \left[\frac{4\pi^2 k}{\beta^2 + (2\pi k)^2} - \frac{[1 - \exp(-\gamma'\beta)] \exp[-(1-\gamma')\beta']}{1 - \exp[-\gamma'\beta - (1-\gamma')\beta']} \times \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

b) *Strefa przewodzenia nieciągłego.* Podobnie jak w strefie przewodzenia ciągłego, oblicza się część rzeczywistą i urojoną momentu

$$\underline{M}_k = a_k + jb_k,$$

przy czym

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{C_s}{\pi} \left\{ \frac{U-E}{R} \left[\frac{1}{k} \sin 2\pi k \gamma' + \left[\frac{2\pi\beta}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' + \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] \exp(-\gamma'\beta) - \frac{2\pi\beta}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \right] + \frac{E}{R'} \left[\frac{1}{k} \sin 2\pi k \gamma' + \right. \\
 &\quad \left. + \left[\frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' - \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] \times \exp[\beta'(\psi' - \gamma')] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \psi' - \frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \psi' - \frac{1}{k} \sin 2\pi k \psi' \right] \right\}, \\
 b_k &= \frac{C_s}{\pi} \left\{ \frac{U-E}{R} \left[\frac{1}{k} (1 - \cos 2\pi k \gamma') + \left[\frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' + \frac{2\pi\beta}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] \times \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \exp(-\gamma'\beta) - \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \right] + \frac{E}{R'} \left[\left[\frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \gamma' + \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \gamma' \right] \times \exp[\beta'(\psi' - \gamma')] - \frac{4\pi^2 k}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \cos 2\pi k \psi' + \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{2\pi\beta'}{\beta'^2 + (2\pi k)^2} \sin 2\pi k \psi' + \frac{1}{k} (\cos 2\pi k \psi' - \cos 2\pi k \gamma') \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

BIBLIORAFIA

1. H. Irie, et al., *Thyristor Chopper for Separately Excited dc Motor Control*, Electrical Engineering in Japan, 1968, Nr 4, Vol. 88.
2. O. Jürgen, *Der zeitliche Verlauf des Motorstromes von impuls gespeisten Gleichstrom-Reihen-Schlussmotoren*, Wiss. Z. Hochsch. Verkeh., Dresden, 1973, Nr 1, s. 115—132.
3. H. Kahlen, *Zweipuls-Gleichstromsteller mit gemeinsamer Löscheinrichtung*, Elektrotechn. Z., 1972, Nr 10, s. 556—559.

J. KRYGIER

PULSE CONTROL OF SEPARATELY EXCITED DC MOTOR

Summary

Conditions of separately excited dc motor operation are described. The dc motor is fed by a dc thyristor chopper.

J. KRYGIER

TRAVAIL DU MOTEUR D'EXCITATION SÉPARÉE À COURANT CONTINU COMMANDÉ PAR IMPULSION

Resumé

Dans l'article on a examiné les processus ayant lieu dans le moteur d'excitation séparée alimenté du réseau à courant continu par l'interrupteur périodique.

J. KRYGIER

ARBEIT EINES MIT IMPULSEN GESTEUERTEN FREMDERREGTEN
GLEICHSTROMMOTORS

Zusammenfassung

In dem Artikel wurde die Arbeit eines mit Impulsen gesteuerten, fremderregten Gleichstrommotors dargestellt.

В. КРЫГЕР

РАБОТА ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С НЕЗАВИСИМЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ
ПРИ ИМПУЛЬСНОМ УПРАВЛЕНИИ

Резюме

Рассмотрены условия работы двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, питаемого от тиристорного прерывателя постоянного тока.

Mikroprocesorowy regulator prędkości obrotowej silnika prądu stałego

MARIAN KALUS (GLIWICE), ANDRZEJ WIECZOREK (GLIWICE),
TADEUSZ SKOCZKOWSKI (GLIWICE)

*Instytut Podstawowych Problemów Elektrotechniki i Energoelektroniki
Politechniki Śląskiej*

Otrzymano 22.9.1983

W artykule opisano układ regulacji prędkości obrotowej silnika prądu stałego zbudowanego w oparciu o system mikroprocesorowy 8085. Przedstawiono impulsowy schemat blokowy badanego układu i na jego podstawie wyprowadzono zależności czasooptymalnego algorytmu regulatora dla pętli prądowej oraz algorytmu regulatora dla pętli prędkościowej według kryterium symetrycznego optimum. Sprzężenie regulatora z silnikiem i przekształtnikiem tyrystorowym zrealizowano przez użycie kompatybilnych z mikroprocesorem scalonych przetworników A/C i C/A oraz przetwornika obrotowo-impulsowego współpracującego z cyfrowym licznikiem binarnym.

1. WSTĘP

W ostatnich latach znacznie rozszerzył się krąg zastosowań mikrokomputerów w przemysłowych układach sterowania [1], [3]. Jednym z tych zastosowań są cyfrowe układy automatyki napędowej. Celem ich wprowadzania, a jednocześnie przyczyną wypierania dotychczasowych analogowych układów regulacji na rzecz układów cyfrowych, są wymagania technologiczne. Współczesnym układom napędowym w przemyśle hutniczym, papierniczym, czy włókienniczym stawia się bardzo wysokie wymagania odnośnie stabilizacji prędkości obrotowej oraz możliwości jej regulowania w sposób płynny i w szerokich granicach. Mikrokomputery w układach automatyki napędowej mogą spełniać rolę:

- układów blokady, sygnalizacji, sterowania sekwencyjnego i binarnego napędów [13],
- układów wyznaczających wartość sterującą dla klasycznych analogowych układów napędowych według zadanego wskaźnika jakości sterowania (sterowanie czasooptymalne, sterowanie energetyczno-optymalne, itp.) [13],
- układów regulacji DDC napędów elektrycznych [2], [4], [5], [7], [10],
- układów regulacji DDC z adaptacją [7].

Artykuł omawia system cyfrowy z wykorzystaniem mikroprocesora 8085, układów TTL oraz przetworników A/C i C/A do regulacji prędkości obrotowej silnika prądu stałego zasilanego z trójfazowego mostka tyrystorowego. Mikroprocesor realizuje algorytm regulacji impulsowej, który łatwo można zmienić przeprogramowując pamięć.

2. OGÓLNA KONCEPCJA UKŁADU

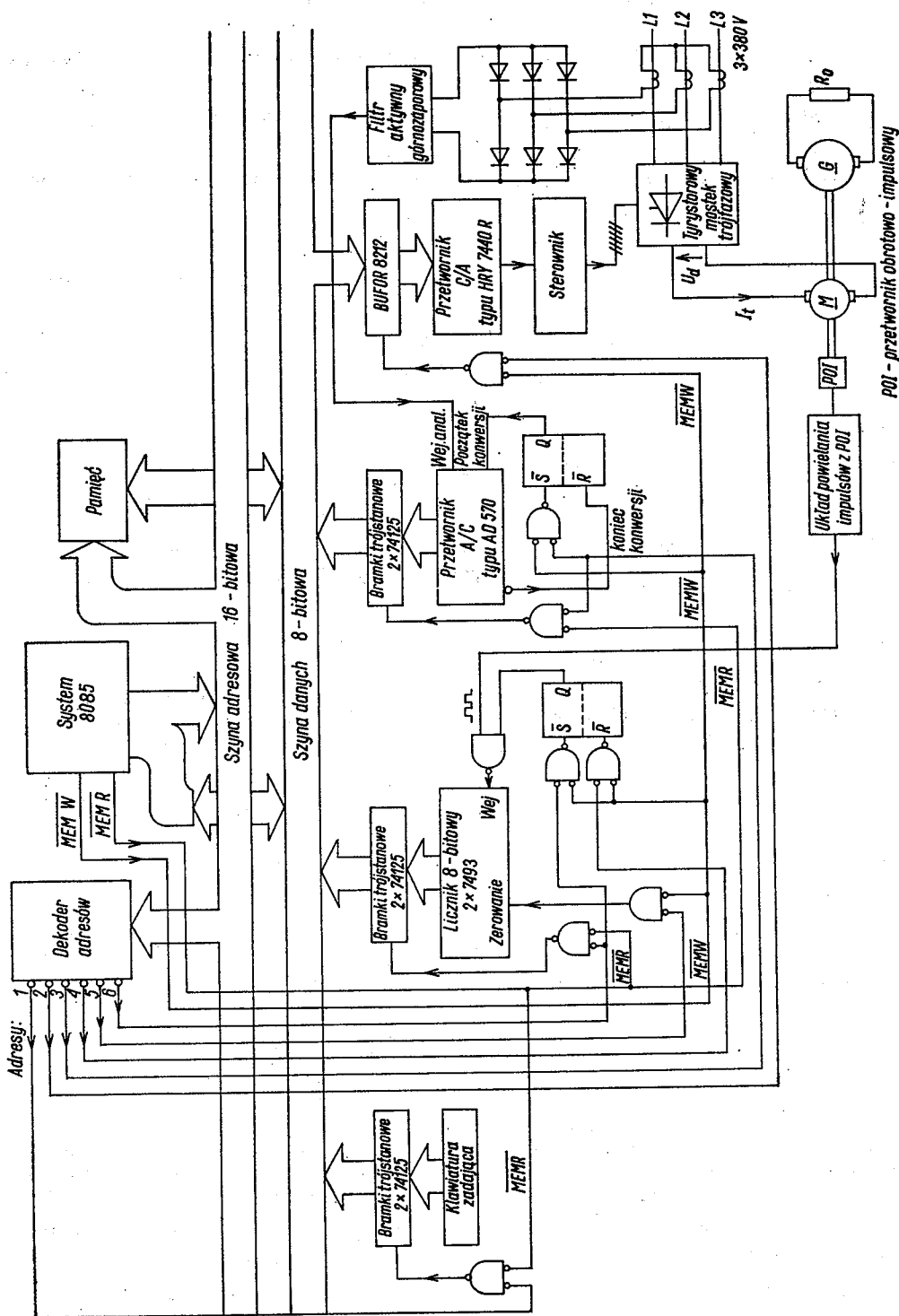
Schemat ideowy układu, w oparciu o który zrealizowano na drodze programowej algorytm regulacji prędkości obrotowej silnika prądu stałego z podporządkowaną pętlą regulacji prądu przedstawiono na rysunku 1. Podstawową część układu stanowi system mikroprocesorowy 8085 firmy INTEL wraz z układami do pomiaru prądu twornika i prędkości obrotowej silnika, stanowiącymi część sprzęgającą systemu. Jako układ zasilający obwód twornika zastosowano przemysłowy trójfazowy mostek tyrystorowy produkcji krajowej typu MIN302. Pomiar prądu twornika zrealizowano przy użyciu scalonego przetwornika analogowo-cyfrowego 8-bitowego firmy Analog-Devices typu AD570 współpracującego z dodatkowym układem analogowym spełniającym funkcję oddzielenia galwanicznego części siłowej od części systemowej, oraz eliminującym wyższe harmoniczne napięcia zawarte w sygnale analogowym, proporcjonalnym do wartości prądu w obwodzie twornika. Układ analogowy stanowią 3 przekładniki prądowe, których obwody wtórne zasilają trójfazowy mostek diodowy, z aktywnym filtrem górnopasmowym na wyjściu. Przekładniki prądowe zostały umieszczone w torze zasilającym mostka tyrystorowego. Zastosowany przetwornik A/C został podłączony do systemu mikroprocesorowego jako urządzenie zewnętrzne w układzie Memory-Mapped. Przetwornik dokonuje konwersji wartości prądu z częstotliwością 100 Hz. Prędkość obrotowa silnika jest mierzona przetwornikiem obrotowo-impulsowym typu MPL-10, który współpracuje z układem powielania impulsów. Układ powielania ma na celu zwiększenie ilości impulsów przypadających na jeden obrót wałka przetwornika. Pomiar prędkości obrotowej silnika odbywa się na drodze zliczania impulsów uzyskanych na wyjściu układu powielania w stałym przedziale czasowym w 8-bitowym liczniku binarnym zrealizowanym na elementach serii TTL typu 7493. Licznik binarny połączony jest z magistralą danych mikroprocesora poprzez układ bramek trójstanowych typu 74125.

Przetworzony w mikroprocesorze według programowego algorytmu regulacji prędkości, wyjściowy sygnał sterujący w postaci cyfry w naturalnym kodzie binarnym zostaje przesłany do bufora trójstanowego typu 8212. Wyjście bufora trójstanowego jest połączone z wejściem cyfrowym 8-bitowego przetwornika C/A typu HRY7440R, który na bieżąco przetwarza informację cyfrową zawartą w buforze na proporcjonalny do niej wyjściowy sygnał napięciowy. Napięcie to steruje kątem opóźnienia wysterowania tyrystorów w trójfazowym mostku tyrystorowym, a tym samym wartością napięcia wyprostowanego na jego wyjściu.

Do badań modelowych zastosowano silnik prądu stałego typu PROZc 132MZ IP44 o danych znamionowych:

$$\begin{aligned} P_N &= 2,2 \text{ kW}, & U_N &= 220 \text{ V}, & I_N &= 11,7 \text{ A}, \\ n_N &= 1485 \text{ obr/min}, & \text{wzbudzenie obce } U_w &= 220 \text{ V}, \\ I_w &= 0,46 \text{ A}, & R_t &= 1,28 \text{ } \Omega, & T_g &= 18,166 \text{ ms}, \\ T_M &= 24,023 \text{ ms}, & K_e &= 0,138 \text{ Vmin/obr}. \end{aligned}$$

Silnik sprzęgnięto z identyczną maszyną prądu stałego, która pracuje jako prądnica dając odpowiedni moment obciążenia na wale silnika.

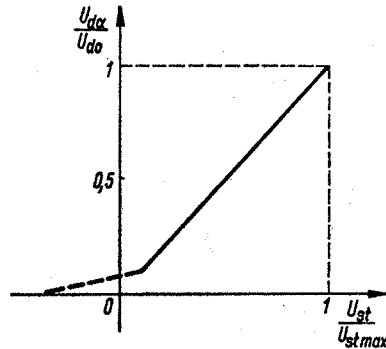


Rys. 1. Schemat ideowy mikroprocesorowego układu regulacji prędkości obrotowej silnika prądu stałego

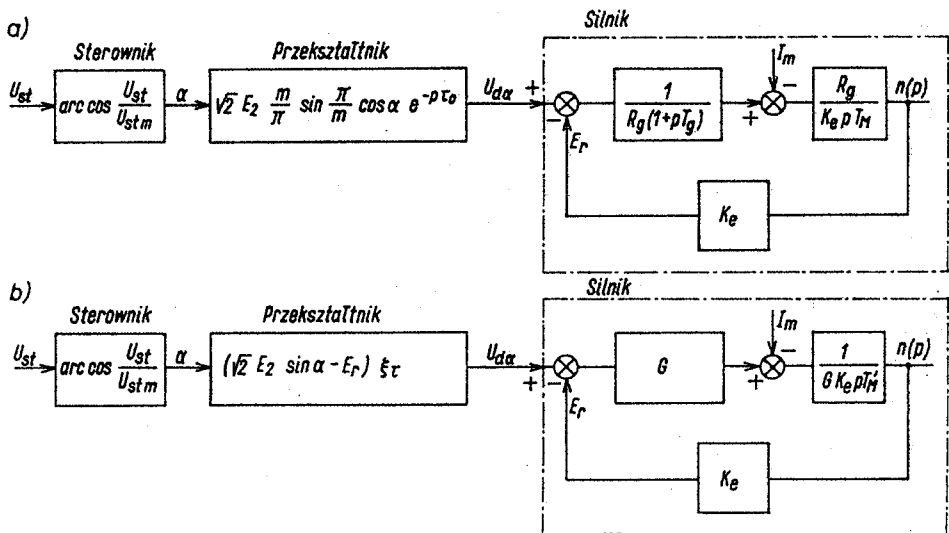
3. MODEL MATEMATYCZNY OBIEKTU

W wielofazowych układach przekształtnikowych prądu stałego można wyróżnić dwie strefy pracy:

- przewodzenie ciągłe — w obwodzie zewnętrznym płynie nieprzerwanie prąd wyprowadzany,
- przewodzenie przerywane — między okresami przewodzenia kolejnych zaworów



Rys. 2. Charakterystyka sterowania trójfazowego mostka tyrystorowego z poziomowaniem cosinusoidy dla obciążenia RL w strefie prądów ciągłych i przerywanych



Rys. 3. Schemat blokowy układu: przekształtnik tyrystorowy — silnik prądu stałego

a) Strefa prądów ciągłych: E_2 — w układach z przewodem zerowym wartość napięcia fazowego, w układach mostkowych wartość napięcia międzyprzewodowego, m — ilość pulsów przekształtnika, α — kąt opóźnienia wystawiania w stosunku do punktu naturalnej komutacji, U_d — napięcie średnie na wyjściu przekształtnika, E_r — siła elektromotoryczna rotacji twornika. Pozostałe

oznaczenia zostały podane w tekście artykułu. b) Strefa prądów przerywanych: $\frac{1}{G}$ — suma rezystancji obwodu obciążenia i transformatora, $\xi \tau = (1 - \exp(-\tau)) / [\tau - (1 - \exp(-\tau)) \operatorname{tg} \theta]$, τ — względny czas przewodzenia zaworów, θ — kąt fazowy impedancji obwodu obciążenia, T'_M — elektromechaniczna stała czasowa w strefie prądów przerywanych, $T'_M = C/G \frac{m}{2\pi} [\tau - (1 - \exp(-\tau))] \operatorname{tg} \theta$, C — pojemność analogowa odwzorowująca moment bezwładności

istnieje pewien przedział czasu, w którym obwód obciążenia pozostaje bez prądu. Wskutek istnienia tych dwóch stref charakterystyki zewnętrzne przekształtnika tyrystorowego wykazują pewną nieliniowość. Na podstawie charakterystyk zewnętrznych przekształtnika tyrystorowego można uzyskać charakterystykę sterowania $U_{d\alpha} = f(U_{st})$. Przykładowo na rysunku 2 zamieszczono taką charakterystykę dla układu sześciopulsoowego i obciążenia typu RL [14]. Przy wykorzystaniu układów sterowania z poziomowaniem kosinusoidy uzyskuje się w strefie prądów ciągłych liniową zależność napięcia średniego $U_{d\alpha}$ na wyjściu przekształtnika w funkcji napięcia sterującego U_{st} . Zależność ta opisana jest następującym równaniem

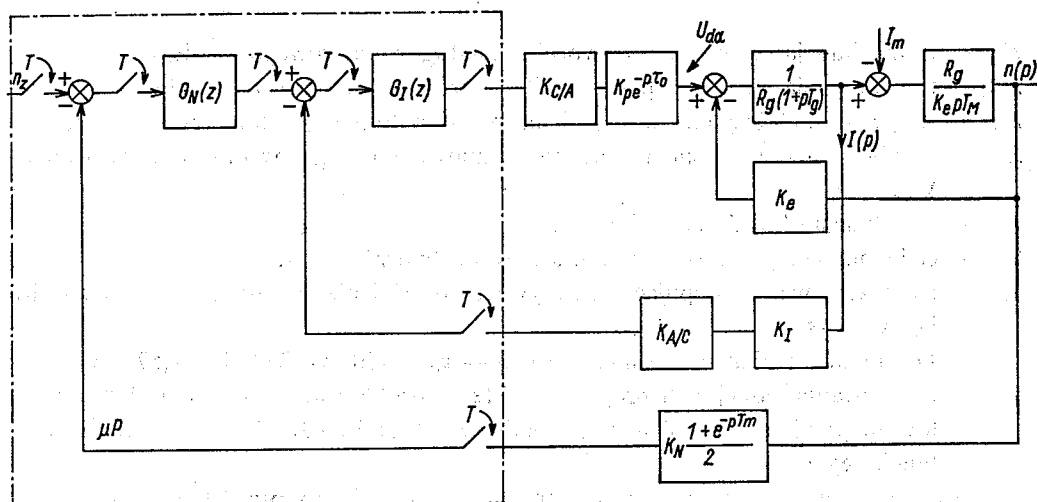
$$U_{d\alpha} = K_p U_{st}, \quad (1)$$

gdzie K_p oznacza statyczny współczynnik wzmocnienia przekształtnika.

W zakresie prądów przerywanych wyraźnie zmniejsza się wartość statycznego współczynnika wzmocnienia K_p . Dynamiczne własności zespołu przekształtnik tyrystorowy-silnik można określić przez podanie schematów blokowych [15]. Schematy takie dla przewodzenia ciągłego i przerywanego przedstawiono na rysunku 3.

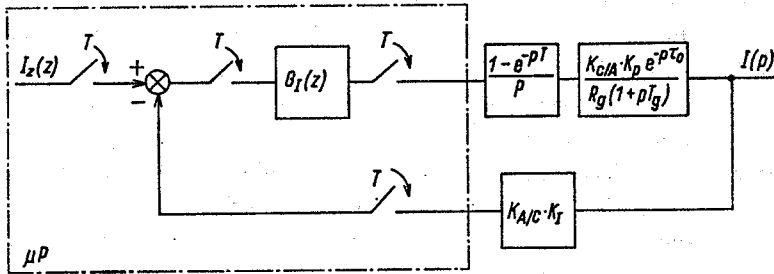
4. SYNTEZA CYFROWEGO UKŁADU REGULACJI

Wykorzystując wypróbowany w układach analogowych kaskadowy układ regulacji prędkości obrotowej silnika z podporządkowanym obwodem regulacji prądu, można stworzyć impulsowy schemat blokowy dla prądów ciągłych, który pokazano na rysunku 4. Zgodnie z zasadą syntezy układów o kaskadowej strukturze regulacji, na wstępie należy dokonać optymalizacji obwodu wewnętrznego, a więc obwodu regulacji prądu twornika.



Rys. 4. Impulsowy schemat blokowy mikroprocesorowego układu regulacji prędkości obrotowej silnika prądu stałego

$G_N(z)$ — transmitancja dyskretna regulatora prędkości, $G_I(z)$ — transmitancja dyskretna regulatora prądu, T_m — czas pomiaru prędkości. Pozostałe oznaczenia podano w tekście artykułu



Rys. 5. Impulsowy schemat blokowy pętli regulacji prądu z użyciem mikroprocesora

Syntezę algorytmu regulacji prądu twornika przeprowadzono w oparciu o impulsowy schemat blokowy, który przedstawiono na rysunku 5. Schemat ten zbudowano przy założeniu ciągłości prądu w obwodzie twornika oraz pominięto w nim zmianę siły elektromotorycznej rotacji silnika E_r . Transmitancja dyskretna otwartego układu regulacji prądu twornika określona jest zależnością

$$G_o(z) = Z \left\{ \frac{1 - \exp(-pT)}{p} \frac{K_{AC}K_{CA}K_pK_I}{R_g} \frac{\exp(-p\tau_o)}{1 + T_g} \right\} =$$

$$= K \frac{z \left[1 - \exp \left(-\frac{T - \tau_o}{T_g} \right) \right] + \exp \left(-\frac{T - \tau_o}{T_g} \right) - \exp \left(-\frac{T}{T_g} \right)}{z \left[z - \exp \left(-\frac{T}{T_g} \right) \right]}, \quad (2)$$

gdzie:

$$K = \frac{K_{AC}K_{CA}K_pK_I}{R_g}$$

K_{AC} — transmitancja statyczna przetwornika analogowo-cyfrowego — bit/V,

K_{CA} — transmitancja statyczna przetwornika cyfrowo-analogowego — V/bit,

K_p — statyczny współczynnik wzmocnienia przekształtnika tyrystorowego — V/V,

K_I — współczynnik wzmocnienia członu pomiarowego prądu w obwodzie twornika — V/A,

R_g — rezystancja obwodu twornika — Ω ,

T_g — elektromagnetyczna stała czasowa obwodu twornika — s,

τ_o — stała czasowa zastępująca rzeczywiste opóźnienie w układzie przekształtnikowym — s,

Dla układu trójfazowego mostkowego — $\tau_o = (20 \text{ ms}/6) \cdot 0,5 = 1,67 \text{ ms}$

T — czas trwania jednej pętli programowej (czas próbkowania) — s (w układzie modelowym przyjęto $T = 10 \text{ ms}$), na podstawie której można będzie znaleźć transmitancję regulatora czasooptymalnego.

Postać ogólna transmitancji regulatora czasooptymalnego przedstawia się następująco

$$G_r(z) = \frac{kM_o(z)}{z^{k_o} - kL_o(z)}, \quad (3)$$

przy czym:

$$k = \frac{1}{L_o(1)},$$

$L_o(z)$, $M_o(z)$ — licznik i mianownik transmitancji obiektu $G_o(z)$,

k_o — rząd równania obiektu równy stopniowi wielomianu $M_o(z)$.

Po wstawieniu zależności (2) do wzoru (3) otrzymano

$$G_I(z) = \frac{z \left[z - \exp\left(-\frac{T}{T_g}\right) \right]}{D}, \quad (4)$$

gdzie

$$D = K \left[z^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{T}{T_g}\right) \right) - z \left(1 - \exp\left(-\frac{T-\tau_o}{T_g}\right) \right) - \left\{ \exp\left(-\frac{T-\tau_o}{T_g}\right) - \exp\left(-\frac{T}{T_g}\right) \right\} \right].$$

Zapisując równanie (4) w postaci ogólnej uzyskano

$$G_I(z) = \frac{z^2 + g_1 z + g_o}{h_2 z^2 + h_1 z + h_o}, \quad (4a)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} g_1 &= -\exp\left(-\frac{T}{T_g}\right), \quad g_o = 0, \\ h_2 &= K \left[1 - \exp\left(-\frac{T}{T_g}\right) \right], \quad h_1 = -K \left[1 - \exp\left(-\frac{T-\tau_o}{T_g}\right) \right], \\ h_o &= -K \left[\exp\left(-\frac{T-\tau_o}{T_g}\right) - \exp\left(-\frac{T}{T_g}\right) \right]. \end{aligned}$$

Przechodząc z postaci (4a) na postać różnicową

$$G_I(z) = \frac{U_I(z)}{E_I(z)} \quad (5)$$

uzyskano algorytm regulacji prądu twornika w postaci wzoru rekurencyjnego

$$U_I(n) = \frac{1}{h_2} [E_I(n) + g_1 E_I(n-1) + g_o E_I(n-2) - h_1 U_I(n-1) - h_o U_I(n-2)]. \quad (6)$$

Po wstawieniu danych znamionowych silnika i przekształtnika tyrystorowego oraz danych członów pomiarowych do wzoru (6) uzyskano co następuje

$$U_I(n) = 0,44638 E_I(n) - 0,37155 E_I(n-1) + 0,52292 U_I(n-1) + 0,47708 U_I(n-2). \quad (6a)$$

A więc w celu zrealizowania algorytmu regulacji pętli prądowej konieczna jest znajomość uchybu regulacji w takcie bieżącym i poprzednim oraz funkcji sterującej w takcie poprzednim i dwa takty wstecz.

W dalszej kolejności przystąpiono do syntezy algorytmu nadrzędnej pętli — prędkość i Syntezy regulatora prędkości dokonano w oparciu o kryterium symetrycznego optimum według Kesslera [11], [12]. Przyjęty w oparciu o to kryterium regulator prędkości posiada strukturę członu proporcjonalno-całkującego typu *PI*. Dyskretna transmitancja regulatora typu *PI* wyrażona jest następującą zależnością

$$G_N(z) = \frac{K_R z - K_R \left(1 - \frac{T}{T_R}\right)}{z - 1}, \quad (7)$$

przy czym:

K_R — współczynnik wzmacnienia proporcjonalnego — bezwymiarowa,

T_R — czas całkowania — s.

Przechodząc z postaci (7) na postać różnicową

$$G_N(z) = \frac{U_N(z)}{E_N(z)} \quad (8)$$

uzyskano algorytm regulacji prędkości obrotowej w postaci wzoru rekurencyjnego

$$U_N(n) = K_R E_N(n) - K_R \left(1 - \frac{T}{T_R}\right) E_N(n-1) + U_N(n-1). \quad (8a)$$

Aby jednak rozwiązać zagadnienie do końca, należy znaleźć brakujące w równaniu (8a) wartości parametrów K_R i T_R .

Złożoność problemu polega na znalezieniu transmitancji operatorowej pętli prądu, która jest podstawą do wyznaczenia parametrów K_R i T_R w oparciu o kryterium symetrycznego optimum według Kesslera. Z teorii sterowania [8], [9] wynika, że układ zamknięty o transmitancji dyskretniej $G(z) = \frac{L(z)}{M(z)}$, w którym stopień wielomianu mianownika

$M(z)$ jest równy $k = n$, osiąga stan ustalony przy skokowej zmianie wartości zadanej po czasie równym $-nT$. W przypadku transmitancji dyskretniej opisującej zamkniętą pętlę prądu, stopień mianownika jest równy $k = 2$, a więc prąd twornika osiąga stan ustalony przy skokowej zmianie wartości zadanej po dwóch cyklach programowych, czyli $-T_{ust} = 2T$. Z pewnym przybliżeniem można więc przyjąć, że pętla prądu jest odpowiednikiem członu inercyjnego 1-go rzędu o stałej czasowej

$$T_I = \frac{1}{3} T_{ust} = \frac{2}{3} T. \quad (9)$$

Współczynnik proporcjonalności dla członu inercyjnego 1-go rzędu pętli prądu, obliczono w oparciu o twierdzenie o wartości końcowej [9]. Stąd

$$K_I^* = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) G_I^*(z), \quad (10)$$

przy czym $G_I^*(z)$ — transmitancja dyskretna zamkniętej pętli prądowej.

Ostatecznie więc parametry regulatora prędkości o strukturze *PI* dobrane według kryterium symetrycznego optimum są określone przez następujące wzory:

$$K_R = \frac{T_M}{2K_N K_I^* \frac{R_g}{K_e} \frac{2}{3} T} = \frac{3T_M K_e}{4K_N K_I^* R_g T} \quad (11)$$

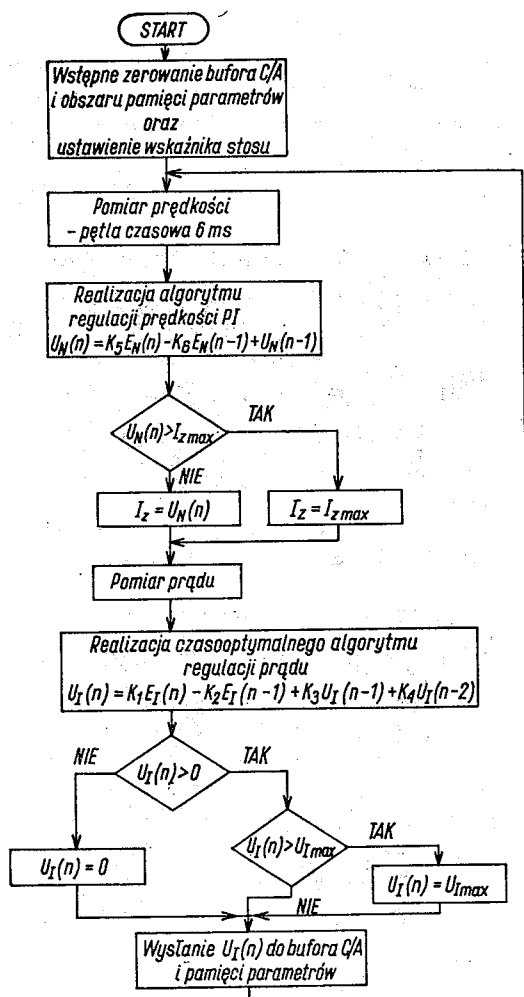
oraz

$$T_R = 4T_I = 4 \frac{2}{3} T = \frac{8}{3} T, \quad (12)$$

gdzie:

 T_M — elektromechaniczna stała czasowa silnika prądu stałego — s, K_e — transmitancja statyczna zdefiniowana jako stosunek —

$$\frac{E_N}{n_N} - V \cdot s/\text{obr};$$

 K_N — transmitancja statyczna przetwornika obrotowo impulsowego wraz z układem cyfrowo-pomiarowym — bit · s/obr; K_I^* — transmitancja statyczna pętli prądowej określona wzorem (10) — A/bit.

Rys. 6. Schemat blokowy zrealizowanego na drodze programowej algorytmu regulacji kaskadowej prędkości obrotowej silnika prądu stałego

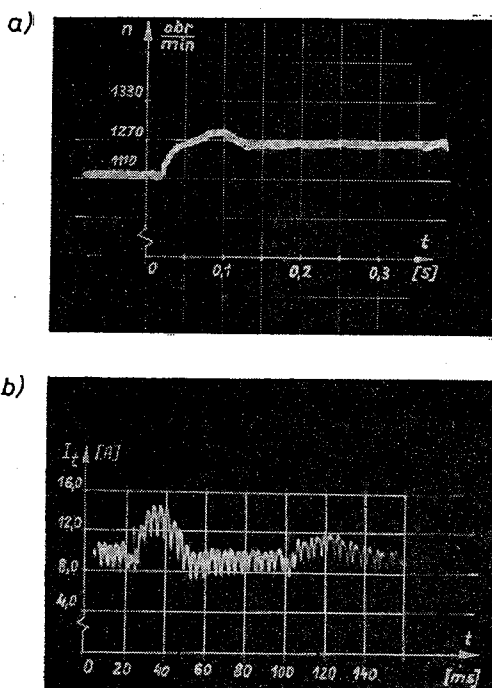
Po wprowadzeniu danych do wzorów (10) i (11) obliczono wartość współczynnika proporcjonalności, która jest równa $-K_R \cong 4$. Ostatecznie więc równanie (8a) opisujące algorytm regulacji obrotowej z uwzględnieniem wartości współczynników K_R , T_R , T przyjmie następującą postać

$$U_N(n) = 4E_N(n) - 2,5E_N(n-1) + U_N(n-1). \quad (13)$$

5. PROGRAMOWANIE REGULATORA

Dla realizacji programowej kaskadowego regulatora prędkości sporządzono schemat blokowy pokazany na rysunku 6. W pierwszej kolejności dokonuje się pomiaru prędkości obrotowej, po którym wykonywany jest algorytm regulacji prędkości opisany równaniem (13), którego wynik $U_N(n)$ stanowi wartość zadaną dla algorytmu pętli podporządkowanej prądu (równanie 6a) wykonywanego w następnej kolejności. Wynik realizacji tego algorytmu stanowi wartość wyjściową sygnału regulatora, która jest przesłana do bufora przetwornika C/A sterującego przekształtnikiem tyrystorowym. Po wykonaniu tej czynności następuje powrót do początku programu i cykl powtarza się od nowa.

Program realizujący algorytm kaskadowego regulatora prędkości zajmuje 324 komórki pamięci typu RAM systemu 8085. Na całość programu składa się program główny, dwa



Rys. 7. Przebieg prędkości obrotowej silnika z regulatorem mikroprocesorowym i odpowiednio prądu w obwodzie twornika w odpowiedzi na skok jednostkowy prędkości zadanej $U_z(t) = 1(t) \cdot |1110 - 1270| = 1(t) \cdot 160$ obr/min przy liniowo narastającym w funkcji prędkości momencie obciążenia na wale silnika w granicach od 11,36 do 12,82 Nm

a) 1 cm $\cong$ 0,05 s — dotyczy przebiegu prędkości obrotowej, b) 1 cm $\cong$ 20 ms — dotyczy przebiegu prądu w obwodzie twornika

podprogramy mnożenia, program realizujący pętlę czasową o czasie trwania 6 ms niezbędnej przy realizacji pomiaru prędkości obrotowej oraz podprogram wprowadzania wartości zadanej prędkości z klawiatury zadającej.

6. WYNIKI POMIARÓW

Zbudowanie mikroprocesorowego regulatora prędkości obrotowej silnika prądu stałego pozwoliło autorom artykułu na wykonanie pomiarów charakterystyk statycznych i dynamicznych tego typu napędu. Przeprowadzono między innymi rejestrację przebiegu prędkości obrotowej i prądu twornika uzyskanych w odpowiedzi na skok jednostkowy prędkości zadanej przy liniowo narastającym w funkcji prędkości momencie obciążenia na wale silnika. Przykładowo na rysunku 7 podano przebieg prędkości obrotowej i prądu twornika, będących odpowiedzią na skok jednostkowy prędkości zadanej

$U_z(t) = 1(t)|1110-1270| = 1(t)|160|$ obr/min przy liniowo narastającym w funkcji prędkości momencie obciążenia na wale silnika w granicach od 11,36 do 12,82 Nm.

7. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono mikroprocesorowy regulator prędkości obrotowej silnika prądu stałego z czasooptymalnym algorytmem dla pętli prądowej dobranym według kryterium, które podał Kalman oraz dyskretnym algorytmem typu *PI* pętli prędkościowej, którego parametry dobrano w oparciu o kryterium symetrycznego optimum według Kesslera. Na podstawie przeprowadzonych badań laboratoryjnych i uzyskanych tą drogą wyników pomiarowych stwierdzono, że w strefie prądów ciągłych własności dynamiczne napędu z mikroprocesorowym regulatorem prędkości niczym się nie różnią od własności napędu z analogowym regulatorem prędkości. Dla dalszej poprawy dynamiki napędu należy pętlę prądową próbkować z okresem $T_1 = 3,33$ ms, a pętlę prędkości jak poprzednio z okresem $T_2 = 10$ ms. W celu poprawienia własności dynamicznych napędu z mikroprocesorowym regulatorem prędkości w strefie prądów przerywanych należałoby umieścić w pamięci systemu tabelę dla współczynnika korekcyjnego $U_{st} = f(I_d)$, który byłby wykorzystany do linearyzacji nieliniowych charakterystyk przekształtnika w strefie prądów przerywanych, co zapewniłoby niezmienniczość wskaźnika dobroci regulacji dla pętli prądowej w obu strefach pracy. Inną możliwością zachowania stałości tego wskaźnika jest realizacja oddzielnych torów programowych algorytmów czasooptymalnych dla przewodzenia ciągłego i przerywanego. Ze względu na uzyskanie doskonałych własności statycznych tego typu napędu, a co się dalej z tym wiąże wysokiej stabilizacji prędkości obrotowej, dziedzinami zastosowań takiego regulatora mogłyby być napędy walcowni, papierni, nożyc latających, napędy obrabiarek posuwu wrzeciona itp., serwonapędy robotów przemysłowych, jak również serwonapędy wojskowych urządzeń celowniczych i naprowadzających. Jednakże dla tych zastosowań należy zwiększyć dokładność realizacji algorytmu pętli prędkości stosując np. zamiast słowa 8-bitowego słowo 12-bitowe. W przypadku serwonapędów pojawia się jeszcze jedna dodatkowa pętla regulacji dominująca

nad pętlą prędkości i prądu. Jest nią pętla regulacji położenia. Ze względu na wymagania technologiczne będzie ona mogła być zrealizowana na słowie 16-bitowym, a w skrajnych przypadkach na 32-bitowym. Mikroprocesor może być również wykorzystany do ochrony napędu, np. sygnał z czujnika temperatury uzwojeń, bądź sygnał przekroczenia dopuszczalnych wartości prądów czy napięć powinny być wprowadzone na wejście przerwania o najwyższym priorytecie i pojawienie się tego sygnału powinno spowodować wyłączenie napędu.

BIBLIOGRAFIA

1. S. J. Ahson, *Microprocessors in process control*, Camp. 8 c Electr. Eng., vol. 7, 1980.
2. E. Bühler, *Eine Zeitoptimale Thyristor-Stromregulung unter Einsatz eines Mikroprocessors*, Regelungstechnik, 1978.
3. R. Fehrman, R. Neuman, *Direkte digitale Regelung mit Mikrorechner*, Elektr. 34 (1980), H. 9.
4. T. Komishii inni, *A performance analysis of microprocessor — based control systems applied to adjustable speed motor drives*, IEEE Trans. an Ind. Appl., 1980, No. 3.
5. H. Krug, G.H. Geitner, *Digitale Drehzahlregelung eines Gleichstromumkerantriebs mit dem Mikrorechnersystem K 1520*, Der VEM-Elektro-Anlagenbau, 1979, H. 3.
6. A. K. Lin, W. W. Koepsel, *A microprocessor speed control system*, IEEE Trans. on IECI, August 1977.
7. T. Ohmae i inni, *A microprocessor controlled fastresponse speed regulator with dual mode current loop for DCM Drives*, IEEE Trans. an Ind. Appl., 1980, No 3.
8. J. Ackerman, *Regulacja impulsowa*, WNT, Warszawa 1976.
9. T. Kaczorek, *Teoria układów regulacji automatycznej*, WNT, Warszawa 1974.
10. R. Schönfeld i inni, *Gleichstrom-Antriebsregelungen mit Hilfe von Mikroprozessoren*, Der VEM-Elektro-Anlagenbau, 15 (1979), H. 3.
11. Praca zbiorowa, *Poradnik do projektowania elektrycznych układów napędowych*, Skrypt uczelniany Nr 319, Gliwice 1971.
12. P. Nowacki, L. Szklarski, *Podstawy teorii układów regulacji automatycznej, Tom I — Układy liniowe*, PWN, Warszawa 1970.
13. U. Riefenstal, *Einsatz von Mikrorechnern zur Steuerung und Regelung elektrischer Antriebssysteme*, Elektr. 32 (1978), H. 5.
14. B. R. Pelly, *Tyristorowe przekształtniki i cyklokonwertory*, WNT, Warszawa 1976.
15. H. Tunia, M. P. Kaźmierkowski, *Podstawy automatyki napędu elektrycznego*, PWN, Warszawa—Poznań 1978.

M. KALUS, A. WIECZOREK, T. SKOCZKOWSKI

MICROPROCESSOR SPEED REGULATING SYSTEM FOR DC MOTOR

Summary

A speed regulating system for a dc motor based on microprocessor Intel 8085 is described in this paper. With the help of an impulsive block diagram of the investigated system a time optimal algorithm for the current loop regulator and a symmetrical optimality algorithm for the speed loop are created. The interface between the controlled dc motor and a thyristor bridge is made by using microprocessor compatible A/D and D/A converters and a digital tachometer working together with a digital binary counter.

M. KALUS, A. WIECZOREK, T. SKOCZKOWSKI

RÉGULATEUR DE VITESSE ROTATIVE DU MOTEUR À COURANT
CONTINU AVEC UN MICROPROCESSEUR

Résumé

Dans l'article on a décrit le système de réglage de vitesse rotative du moteur à courant continu. Le système est basé sur le microprocesseur μP 8085. Pour établir les formules d'algorithme des régulateurs de vitesse et de courant, on a composé un schéma échantillonné. Le couplage du régulateur avec le moteur et le système d'alimentation à thyristor est réalisé par utilisation des convertisseurs N/A et A/N compatibles avec le microprocesseur. Le convertisseur de vitesse numérique est basé sur un compteur binaire.

M. KALUS, A. WIECZOREK, T. SKOCZKOWSKI

DIGITALER DREHZAHLEGLER EINES GLEICHSTROMMOTORS MIT MIKROPROZESSOR

Zusammenfassung

In dem Artikel wurde ein Drehzahlregelkreis eines Gleichstrommotors beschrieben, der in Anlehnung an das Mikroprozessorsystem 8085 gebaut worden ist. Es wurde ein Impulsblockdiagramm des Systems geschildert, auf dessen Grundlage ein zeitoptimaler Algorithmus für Stromregler und ein Algorithmus nach Kesslers Prinzip des symmetrischen Optimums bei Drehzahlreglern abgeleitet worden ist. Die Reglerkopplung wurde mit einem Gleichstrommotor und einem Gleichstromrichter mit Hilfe integrierter A/C - und C/A -Umwandler und eines mit einem Binärzähler zusammenarbeitenden optoelektrischen Impulsgebers durchgeführt.

М. КАЛЮС, А. ВЕЧОРЕК, Т. СКОЧКОВСКИ

СИСТЕМА РЕГУЛИРОВАНИЯ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО
ТОКА С МИКРОПРОЦЕССОРОМ

Резюме

Приведена система регулирования скорости вращения двигателя постоянного тока построенная с микропроцессорной системой Интел 8085. Представлена импульсная блок-схема рассматриваемой системы, и на её основании выведено оптимальный по быстродействию алгоритм для регулятора цепи тока и алгоритм для регулятора скорости по критерию симметричного оптимума. Связь регулятора с двигателем и тиристорным преобразователем построена при помощи совместимых с микропроцессором интегральных A/D и D/A преобразователей и импульсного тахометра работающего совместно с цифровым бинарным счётчиком.

Algorytm formułowania węzłowej macierzy pojemności dla potrzeb modelowania cyfrowego przebiegów udarowych w transformatorach

ROMAN MAŁECKI (ŁÓDŹ)

Instytut Informatyki Politechniki Łódzkiej

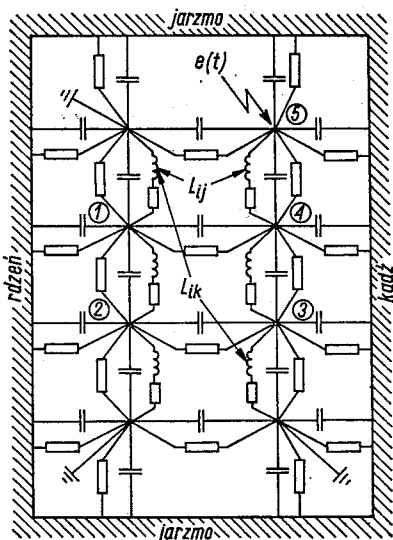
Otrzymano 4.7.1984

Do obliczania przepięć przy projektowaniu transformatorów wdraża się technikę modelowania cyfrowego. Jednym z zagadnień metodologicznych, niedostatecznie rozwiązanych, jest problem automatycznego formułowania równania stanu, opisującego przebiegi udarowe w uzwojeniach. W pracy przedstawiono algorytm, którego wykorzystanie może usprawnić formułowanie tego równania.

1. WPROWADZENIE

Przy modelowaniu cyfrowym przebiegów udarowych w transformatorach przypisuje się najczęściej uzwojeniom (np. [1 ÷ 6]) schemat zastępczy w postaci siatki zawierającej skupione elementy L , C , R , G . Stan nieustalony w takim układzie, którego przykład przedstawia rys. 1, opisuje równanie stanu

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}e(t). \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat zastępczy ze skupionymi parametrami L , C , R , G

Dotychczasowe metody formułowania macierzy **A** i **B** wymagają wprowadzenia czterech macierzy gałęziowych L_g, C_g, R_g, G_g i odpowiadających im czterech macierzy łączących T_L, T_C, T_R, T_G (parametr R , a co za tym idzie macierze R_g i T_R są z reguły pomijane). Przy w uzwojeniach, podzielonych na n sekcji, każda z nich zawiera około $(wn)^2$ elementów i w konsekwencji zbiór wejściowy liczy zwykle kilka a nawet kilkanaście tysięcy danych. Np. przy $wn = 40$ liczba ta przekracza 30 tysięcy. Utrudnia to, a w przypadku bardziej złożonych układów praktycznie uniemożliwia korzystanie z tej metody.

W pracy niniejszej prezentuje się algorytm, umożliwiający wyeliminowanie ze zbioru wejściowego macierzy łączących T_C, T_G .

2. ALGORYTM FORMUŁOWANIA MACIERZY C'

Przy formułowaniu równania (1) metodą potencjałów węzłowych macierze gałęziowe C_g, G_g oraz odpowiadające im macierze łączące T_C, T_G wykorzystywane są jedynie do utworzenia tzw. macierzy węzłowych

$$C' = T_C^t C_g T_C, \quad (a) \quad G' = T_G^t G_g T_G. \quad (b) \quad (2)$$

Te nowe macierze C', G' definiuje się poprzez następujące związki

$$I'(t) = C' \frac{dU'(t)}{dt}, \quad (a) \quad I'_G(t) = G' U'(t), \quad (b) \quad (3)$$

gdzie: U' — wektor napięć (potencjałów) węzłowych, I'_C, I'_G — wektory prądów węzłowych — pojemnościowych i konduktancyjnych.

Poniżej wykaże się, że macierze C', G' mogą być utworzone przy mniejszej liczbie danych oraz że po przyjęciu pewnych dodatkowych założeń można je sformułować bez dostarczania informacji o konfiguracji obwodu. Ze względu na podobieństwo zarówno rozumowania jak i rezultatów końcowych dalsze rozważania ograniczone zostaną do macierzy C' .

Założmy, że rozważany układ zawiera M nieuziemionych węzłów, ponumerowanych kolejno $k = 1, 2 \dots M$. Wszystkim węzłom uziemionym przypiszmy numer $k = 0$. Niech układ ten posiada p pojemności, z których każda dołączona jest do dwóch węzłów.

Pojemnościowe prądy gałęziowe, wypływające z nieuziemionego węzła k płynąć mogą bądź to do innych nieuziemionych węzłów ($j = 1, 2 \dots M, j \neq k$), bądź to do węzłów uziemionych ($j = 0$). Prąd węzłowy $i_{C,k}$ stanowi sumę wszystkich tych prądów, czyli

$$i_{C,k} = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^M C_{kj} \frac{d(u'_k - u'_j)}{dt}, \quad k = 1, 2 \dots M. \quad (4)$$

Po odpowiednim przekształceniu powyższego wyrażenia oraz uwzględnieniu, że $u_0 = 0$ otrzymuje się

$$i_{C,k} = - \sum_{j=1}^{k-1} C_{kj} \frac{du'_j}{dt} + \left(\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^M C_{kj} \right) \frac{du'_k}{dt} - \sum_{j=k+1}^M C_{kj} \frac{du'_j}{dt}. \quad (5)$$

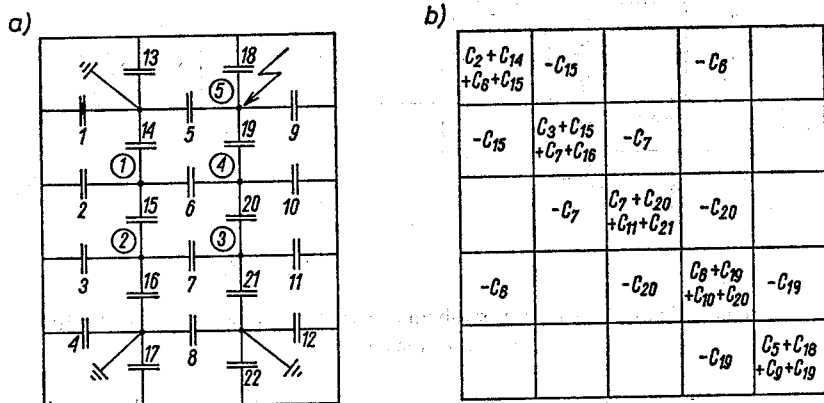
Wyrażenie (5) reprezentuje iloczyn k -go wiersza pewnej macierzy przez wektor dU'/dt , przy czym U' jest wektorem napięć węzłowych. Uogólniając ów wzór na wszystkie nieuziemione węzły ($k = 1, 2 \dots M$) otrzymuje się wyrażenie na wektor prądów węzłowych

$$I_c(t) = C' \frac{dU'(t)}{dt}. \quad (6)$$

Jak widać, jest ono identyczne ze wzorem (3a) a wobec tego występująca w nim macierz C' jest węzłową macierzą pojemności.

Z wyrażenia (5) wynika prosty algorytm formułowania macierzy C' :

- element C_{kk} , leżący na głównej przekątnej, jest sumą wszystkich pojemności dołączonych do węzła k ,
- element C_{kj} , leżący poza główną przekątną, stanowi pojemność łączącą bezpośrednio węzeł k z węzłem j , wziętą ze znakiem minus.



Rys. 2. Schemat pojemnościowy (a) i odpowiadająca mu macierz węzłowa C' (b)

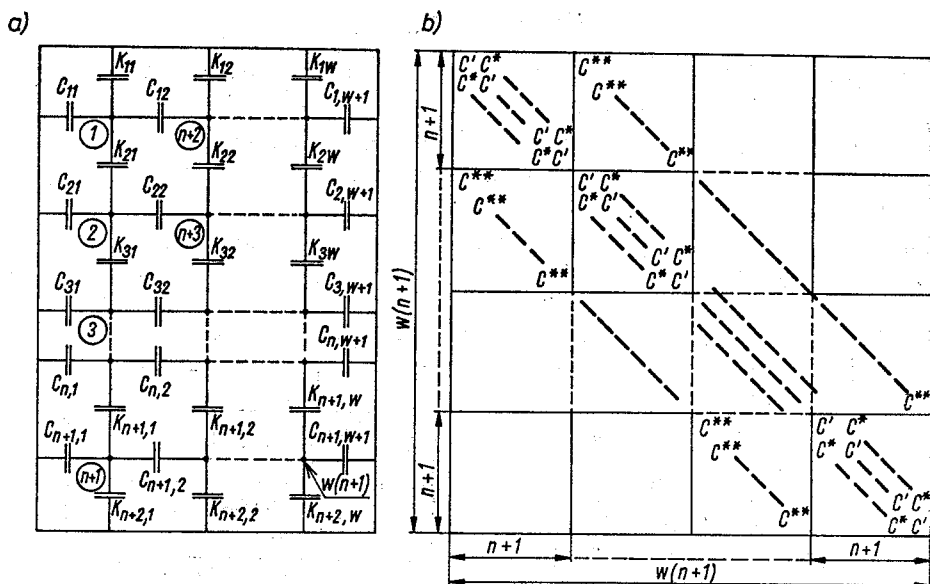
Na rys. 2 przedstawiono w charakterze przykładu schemat pojemnościowy dla układu z rys. 1 oraz ułożoną według powyższego algorytmu macierz węzłową C' .

Aby wykorzystać powyższe reguły do automatycznego formułowania macierzy węzłowej należałoby w ogólnym przypadku każdej pojemności przypisać trzy dane: wartość C_i oraz numery węzłów W'_i, W''_i ($i = 1, 2 \dots p$), do których jest ona dołączona. W ten sposób dwie macierze — gałęziową C_g o wymiarze $p \times p$ i łączącą T_c o wymiarze $M \times p$ — można zastąpić trzema wektorami C, W', W'' , zawierającymi łącznie $3p$ elementów. Maszynowe formułowanie C' polega na „przeoglądaniu” kolejnych par $(W', W'')_i$, w wyniku czego pojemność C_i przypisuje się odpowiedniemu elementowi macierzy C' , bądź też pomija się ją (w przypadku układu z rys. 2a pominięte zostaną pojemności: $C_1, C_4, C_{12}, C_{13}, C_{17}, C_{22}$). Podobny algorytm, przeznaczony do obliczania rozkładu początkowego, opisano bardziej szczegółowo w pracy [7].

3. MACIERZ C' DLA UKŁADU SWOBODNEGO W-UZWOJENIOWEGO

Zauważmy, że siatka pojemności w schemacie zastępczym transformatora wykazuje pewną regularność. Gdyby w podobny sposób zachowywały się także węzły układu, wówczas można byłoby oczekiwać regularności macierzy C' , a co za tym idzie — uprosz-

czenia procedury jej formułowania. Rys. 3a przedstawia schemat pojemnościowy układu w-uzwojeniowego, bez nałożonych warunków brzegowych typu: uziemienie lub zwarcie wybranych węzłów, przyłożenie impulsu. Powstał on w wyniku podzielenia uzwojeń



Rys. 3. Schemat pojemnościowy dla układu swobodnego w-uzwojeniowego (a) oraz odpowiadająca mu macierz węzłowa C'

na n sekcji. Występujące tu trzy rodzaje elementów — węzły W_{ij} , pojemności poprzeczne C_{ij} i podłużne K_{ij} — rozmieszczone są regularnie, dzięki czemu po uporządkowaniu według swoich wierszy i kolumn tworzą trzy macierze prostokątne:

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1,w} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2,w} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{n+1,1} & W_{n+1,2} & \dots & W_{n+1,w} \end{bmatrix}, \quad (a)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1,w+1} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2,w+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n+1,1} & C_{n+1,2} & \dots & C_{n+1,w+1} \end{bmatrix}, \quad (b)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1,w} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2,w} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n+2,1} & K_{n+2,2} & \dots & K_{n+2,w} \end{bmatrix}. \quad (c)$$

Jeśli teraz dwuwskaźnikową numerację węzłów i, j zastąpimy numeracją jednowskaźnikową (patrz rys. 3a)

$$z = (j-1)(n+1) + i, \quad i = 1, 2 \dots n+1, \quad j = 1, 2 \dots w, \quad (8)$$

to ułożona według sformułowanego algorytmu macierz C' przyjmie postać jak na rys. 3b. Macierz ta, istotnie, wykazuje pewną regularność. Elementy niezerowe grupują się tu wzdłuż pięciu przekątnych. Jednak dzięki symetrii występują tu jedynie trzy rodzaje ele-

mentów: C' , C^* , C^{**} . Można je wyznaczyć w oparciu o elementy macierzy C , K z następujących zależności:

$$C'_{(k-1)(n+1)+i, (k-1)(n+1)+i} = C_{i,k} + C_{i,k+1} + K_{i,k} + K_{i+1,k}, \quad (a)$$

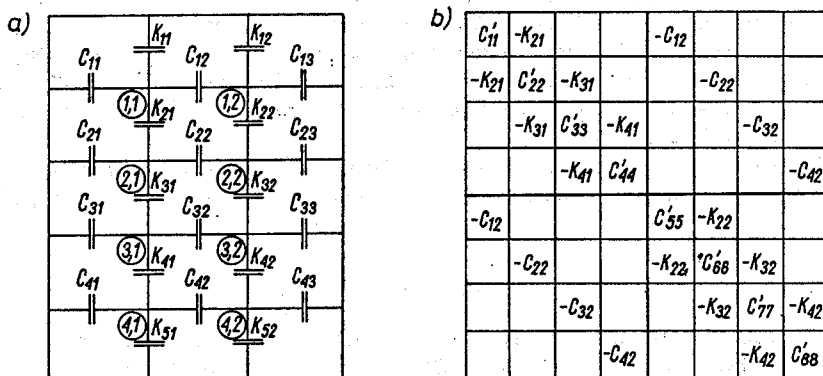
$$k = 1, 2 \dots w, \quad i = 1, 2 \dots n+1,$$

$$\left. \begin{aligned} C^*_{(k-1)(n+1)+i, (k-1)(n+1)+i+1} \\ C^*_{(k-1)(n+1)+i+1, (k-1)(n+1)+i} \end{aligned} \right\} = -K_{i+1,k}, \quad \begin{aligned} k &= 1, 2 \dots w, \\ i &= 1, 2 \dots n, \end{aligned} \quad (b) \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} C^{**}_{(k-1)(n+1)+i, k(n+1)+i} \\ C^{**}_{k(n+1)+i, (k-1)(n+1)+i} \end{aligned} \right\} = -C_{i,k+1}, \quad \begin{aligned} k &= 1, 2 \dots w-1, \\ i &= 1, 2 \dots n+1. \end{aligned} \quad (c)$$

Przykład. Dla układu z rys. 1 odpowiedni schemat pojemnościowy oraz odpowiadającą mu macierz węzłową C' przedstawia rys. 4. Elementy C'_{kk} , leżące na głównej przekątnej, określa zależność (9a). Przykładowo

$$C'_{33} = C_{31} + C_{32} + K_{31} + K_{41}. \quad (10)$$



Rys. 4. Regularny schemat pojemnościowy dla układu z rys. 1 (a) oraz odpowiadająca mu macierz węzłowa C' (b)

Warto dodać, że po wykreśleniu kolumn i wierszy, odpowiadających węzłom uziemionym (1,1; 4,1; 4,2), uporządkowaniu pozostałych wierszy i kolumn zgodnie z numeracją węzłów jak na rys. 2a oraz przywróceniu poprzednich oznaczeń dla pojemności macierz ta przyjmuje identyczną postać jak na rys. 2b.

4. ZAKOŃCZENIE

Zaprezentowany algorytm umożliwia bezpośrednie formułowanie węzłowych macierzy pojemności i upływności z pominięciem macierzy łączących. W przypadku ogólnym opis schematu pojemnościowego (konduktancyjnego) wymaga trzech wektorów, z których pierwszy określa wartości pojemności, a pozostałe dwa — numery węzłów, do których są one dołączone. W przypadku układu regularnego informacje o konfiguracji obwodu są zbędne. Fakt ten może uprościć obliczanie przepięć, o ile za punkt wyjścia przy formu-

łowaniu równania (1) przyjęty byłby układ swobodny, zaś warunki brzegowe uwzględniane byłyby poprzez odpowiednie jego przekształcenie. Odpowiedni algorytm, umożliwiający automatyzację tak postawionego zadania, zaprezentowano w pracy [8].

BIBLIOGRAFIA

1. J. A. Bachwałow i in., *Rascziot impulsnych wozdiejstwij na glawnuju i prodolnuju izolaciju transformatorow po mnogoelementnym schiemam zamieszczenija*, Izv. WUZ, Elektromechanika, 1973, nr 12, s. 1302—1312.
2. P. I. Fergestad, T. Henriksen, *Transient oscillations in multiwinding transformers*, IEEE Trans. on PAS, 1974, nr 2, s. 500—510.
3. Z. Hasterman i in., *Wytrzymałość elektryczna transformatorów energetycznych*, WNT, Warszawa, 1983.
4. W. Lech, *Obliczanie przepięć w transformatorach przy zastosowaniu matematycznych maszyn cyfrowych*, W zbiorze: *Aktualne zagadnienia techniki wysokich napięć*, PWN, seria Postępy TWN, Warszawa, 1965, z. 4, s. 289—314.
5. A. K. Łochanin, W. H. Pogostin, *Rascziot pierenapriazhenij w obmotkach transformatorow s pomoszczu topologicziesko-matricznowo mietoda*, Trudy WEI, 1969, nr 79.
6. R. Małecki, *Zastosowanie metody zmiennych stanu do modelowania przepięć powstających podczas próby udarowej transformatora*, Zeszyty naukowe PŁ, „Elektryka”, 1978, nr 61, s. 81—96.
7. R. Małecki, *Uogólniony algorytm obliczania rozkładu początkowego napięcia w transformatorach*, Rozpr. Elektr., 1979, z. 4, s. 849—855.
8. R. Małecki, *Nowe podejście do modelowania cyfrowego przepięć piorunowych w transformatorach*, Materiały Konferencji nt. „Zagadnienia izolacyjne w transformatorach energetycznych”, Łódź, 1984.

R. MAŁECKI

AN ALGORITHM OF FORMULATING NODAL CAPACITANCE MATRIX FOR COMPUTING OVERVOLTAGES IN TRANSFORMERS

Summary

A digital simulation technique is put into operation here for computing overvoltages in design of transformers. One of the methodological questions, which has not been sufficiently solved so far is the problem of the automatic formulation of the state equation, describing transients in the windings. In the paper an algorithm is presented which may lead to an improvement of the formulation of this equation.

R. MAŁECKI

ALGORITHME DE FORMULATION DE LA MATRICE À POINTS-NOEUDS DE CAPACITÉ POUR LE MODELAGE NUMÉRIQUE DES PARCOURS DE CHOC DANS LES TRANSFORMATEURS

Résumé

Pour calculer les surtensions, au cours de la projection des transformateur, on se sert de la technique de modelage numérique. Un des problèmes méthodologique, qui n'est pas encore complètement résolu, est le problème de la formulation automatique de l'équation d'état, décrivant les parcours de choc dans les enroulements. Dans l'étude on a donné l'algorithme, qui peut faciliter la formation de cette équation.

R. MAŁECKI

**FORMULIERUNGsalgorithmus der Knotenkapazitätsmatrix
für Zwecke der Digitalmodellierung von Stoßspannungen
in Transformatoren****Zusammenfassung**

Für die Berechnung von Überspannungen wird beim Entwerfen von Transformatoren die Technik der Digitalmodellierung angewandt. Ein noch ungenügend gelöstes methodologisches Problem ist das Problem der automatischen Formulierung der die Stoßspannungen in den Wicklungen beschreibenden Zustandsgleichung. In vorliegender Bearbeitung wird ein Algorithmus dargestellt, der die Formulierung dieser Gleichung erleichtert.

Р. МАЛЭЦКИ

**АЛГОРИТМ ФОРМУЛИРОВАНИЯ УЗЛОВОЙ МАТРИЦЫ ЁМКОСТИИ ДЛЯ
ПОТРЕБНОСТЕЙ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕНАПРЯЖЕНИЙ
В ТРАНСФОРМАТОРАХ****Резюме**

Для расчетов перенапряжений при проектировании трансформаторов внедряется технику цифрового моделирования. Одним из методологических вопросов, решенных недостаточно, является проблема автоматического формулирования уравнения состояния, описывающего переходные процессы в обмотках. Представлено алгоритм, использование которого может усовершенствовать формулирование этого уравнения.

O pewnych zagadnieniach dotyczących pomiaru błędu wskazowego przekładników prądowych przy przetężeniach metodą różnicową

ZBIGNIEW PIOTROWSKI (ŁÓDŹ), WIESŁAW JAŁMUŻNY (ŁÓDŹ),
RYSZARD KAWCZYŃSKI (ŁÓDŹ)

Instytut Podstaw Elektrotechniki Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 28.10.1983

W artykule przedstawiono podstawowe problemy występujące przy pomiarze błędu wskazowego przy przetężeniu przekładników prądowych w układzie różnicowym. Dokonano analizy zasad doboru i pracy elementów w klasycznym układzie z miernikami elektromechanicznymi, ze szczególnym uwzględnieniem wpływu gałęzi różnicowej na obciążenie przekładników wzorcowych. Przeprowadzono rozważania dotyczące możliwości skrócenia czasu pomiaru poniżej 1 sekundy. Wyniki tych rozważań poparto rezultatami badań fizycznych wykonanych w układzie różnicowym za pomocą rejestratorów elektromechanicznych i urządzenia do „szybkiego” pomiaru liczby przetężeniowej przekładników prądowych.

1. WSTĘP

Wartość błędu wskazowego ΔI_w przekładnika prądowego określa stopień poprawności transformacji zarówno wartości skutecznej jak i fazy prądu pierwotnego. Ze względu na łatwość pomiaru tego błędu wykorzystuje się go do określania dokładności przekładników zabezpieczeniowych przy przetężeniach. W badaniach pełnych (typu) i niepełnych (wyrobu) polska norma PN-71/E-06550 przewiduje sprawdzanie błędu wskazowego przy przetężeniu metodą bezpośrednią za pomocą układu różnicowego z dwoma przekładnikami wzorcowymi. Zasada pomiaru jest prosta, jednak techniczne potrzeby i uwarunkowania stwarzają interesujące problemy, które zostaną poniżej przeanalizowane.

2. UKŁAD RÓŻNICOWY

2.1. Problemy podstawowe

Pomiar błędu wskazowego w układzie z rys. 1 polega na wyznaczeniu — przy zadanym prądzie pierwotnym o wartości skutecznej N -krotnie większej od znamionowego prądu pierwotnego przekładnika badanego — wartości skutecznych prądów ustalonych I_r oraz I_w . Błąd wskazowy w procentach określony jest równaniem

$$\Delta I_w = \frac{I_r}{I_w} \cdot 100\%, \quad (1)$$

przy spełnieniu następujących warunków:

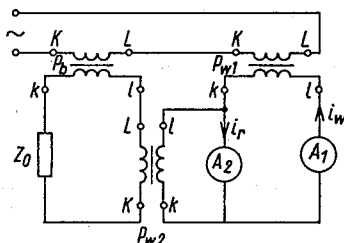
- 1) znamionowe prądy wtórne przekładników badanego i wzorcowych są jednakowe oraz
- 2) spełnione są zależności

$$\vartheta_{w1} = \vartheta_n \vartheta_{w2}, \quad (2)$$

$$1,2\vartheta_{w1} \geq N\vartheta_n, \quad (3)$$

gdzie:

- ϑ_n — przekładnia znamionowa przekładnika badanego,
 $\vartheta_{w1}, \vartheta_{w2}$ — przekładnie znamionowe przekładników wzorcowych,
 N — krotność znamionowego prądu pierwotnego przekładnika badanego.



Rys. 1. Schemat układu do wyznaczania błędu wskazowego przy przetężeniu

P_b — przekładnik badany, P_{w1} — przekładnik wzorcowy główny, P_{w2} — przekładnik wzorcowy pośredniczący, Z_0 — impedancja obciążenia przekładnika badanego, A_1, A_2 — amperomierze

Poprawność pomiaru pod względem metrologicznym oraz konieczność skutecznej ochrony przekładnika badanego przed narażeniem cieplnym zależna jest w głównej mierze od rodzaju zastosowanych amperomierzy, przy czym należy brać pod uwagę fakt, że prąd wtórny przekładnika wzorcowego i_w jest praktycznie sinusoidalny, natomiast prąd w gałęzi różnicowej i_r może być zależnie od stopnia przetężenia silnie odkształcony. Tak więc do pomiaru wartości skutecznych prądów w metodzie różnicowej stosować można:

- dla prądu i_w mierniki wskaźnikowe: magnetoelektryczny z prostownikiem, elektromagnetyczny, elektrodynamiczny lub miernik cyfrowy prądu przemiennego,
- dla prądu i_r mierniki wskazówkowe: elektromagnetyczny lub elektrodynamiczny.

Wybór określonego typu miernika musi uwzględniać wymagania dotyczące dokładności [7] oraz wartość przeliczonego obciążenia [5] (p. 2.2) wnoszonego przez mierniki dla przekładników wzorcowych. Powyższe wymagania skłaniają do negatywnej oceny przydatności mierników magnetoelektrycznych z prostownikiem ze względu na ich małą dokładność oraz elektrodynamicznych z uwagi na ich stosunkowo znaczny pobór mocy. Z tego względu najczęściej stosowane są w badaniach zwarciovych mierniki elektromagnetyczne klasy 0,5. Niewątpliwą wadą tych mierników — jak również innych mierników elektromechanicznych — jest dość znaczny czas niezbędny na ustalenie się ich wskazań. Wynosi on kilka sekund. Stwarza to, szczególnie przy dużych przetężeniach, dość istotne zagrożenie cieplne przekładnika badanego oraz wpływa na pojawienie się dodatkowego błędu wskutek wzrostu temperatury uzwojenia wtórnego tego przekładnika. Biorąc pod uwagę pojawiającą się konieczność bezpośredniego pomiaru błędu wskazowego przekładników prądowych przy krotnościach prądu znamionowego bliskich wytrzy-

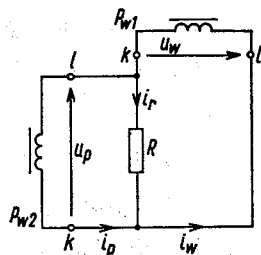
małości zwarciowej cieplnej [3], możliwość zastosowania mierników wskazówkowych budzi poważne zastrzeżenia.

Realną możliwość skrócenia czasu przepływu prądu zwarciowego dają mierniki cyfrowe. W obecnych konstrukcjach tych przyrządów dla prądu przemiennego stosuje się przetworniki wartości średniej, dlatego pomiar wartości skutecznej jest poprawny tylko dla przebiegów sinusoidalnych. Ze względu na znaczne błędy pomiaru wykorzystanie fabrycznego miernika cyfrowego do pomiaru wartości skutecznej prądu i , jest niecelowe.

Nowoczesna technika elektroniczna stwarza możliwości budowy przetworników tzw. prawdziwej (definitywnej) wartości skutecznej. Wykorzystanie takich przetworników we współpracy z woltomierzami cyfrowymi prądu stałego oraz odpowiednimi układami sterowania umożliwia konstruowanie przyrządów, w których pomiar następowałby po ściśle określonym, znacznie krótszym czasie, niż przy zastosowaniu mierników elektromechanicznych. Urządzenie spełniające powyższe warunki skonstruowano w Instytucie Podstaw Elektrotechniki Politechniki Łódzkiej (informacja sygnałna MNSzWiT Nr 33/79 z dn. 3.5.1979 r.). Okazało się, że techniczne możliwości tego urządzenia (m.in. minimalny regulowany czas przepływu prądu zwarciowego 0,1 s) nie mogą być w pełni wykorzystane, gdyż przy czasach krótszych od około 0,8 s istotną rolę w układzie pomiarowym odgrywają stany przejściowe. Dla podkreślenia, że pomiar ma być wykonywany po czasie nie zapewniającym zaniku stanów nieustalonych wprowadzono dla tego przypadku określenie „szybki”. Analiza procesów przejściowych w układzie różnicowym (podana w pkt. 3) oraz wyniki badań fizycznych (przedstawiona w pkt. 4 pracy) umożliwiają ocenę poprawności „szybkiego” pomiaru błędu wskazowego metodą bezpośrednią.

2.2. Wpływ gałęzi różnicowej na obciążenie przekładników wzorcowych

Dla oceny poprawności transformacji prądu pierwotnego przekładnika niezbędna jest znajomość rzeczywistej wartości obciążenia, jakie występuje w określonych warunkach pracy. Szczególnego znaczenia nabiera to oczywiste przecież stwierdzenie w odniesieniu



Rys. 2. Obwody wtórne przekładników wzorcowych (fragment układu z rys. 1)

do przekładników wzorcowych układu różnicowego. Od tego bowiem jaka jest rzeczywista wartość mocy obciążenia tych przekładników zależy możliwość wykonania „szybkiego” pomiaru błędu wskazowego. Pozorna błażość powyższego problemu tkwi w całości obliczenia mocy elementu w gałęzi różnicowej (amperomierz A_2 na rys. 1). Jak już wykazano

[5], moc ta zwielokrotniona nawet kilkadziesiąt razy stanowi o rzeczywistym obciążeniu przekładnika wzorcowego głównego. Rozważania zawarte w literaturze [5] mają jednak charakter zbyt ogólny i ograniczają się raczej do zasygnalizowania problemu niż do jego głębszego rozwiązania.

Przedstawioną poniżej analizę przeprowadzono w celu ustalenia, jak oddziałuje element w gałęzi różnicowej na obciążenie każdego z obu przekładników wzorcowych: głównego i pośredniczącego. Do rozważań analitycznych wprowadzono wielkości zaznaczone na schemacie przedstawionym na rys. 2 przyjmując sinusoidalny charakter przebiegów tych wielkości. Rozpatrzono przypadek, gdy w gałęzi różnicowej znajduje się rezystor. Uzasadnione jest to faktem stosowania przy elektronizacji pomiarów bezindukcyjnych rezystorów wzorcowych lub boczników jako przetworników sygnału prądowego na napięciowy.

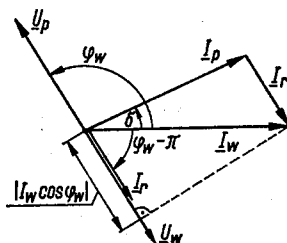
Przekładnik wzorcowy pośredniczący

Moc chwilowa, jaką obciążony jest ten przekładnik, wynosi

$$p_p = u_p i_p = u_p (i_w - i_r) = u_p i_w - u_p i_r. \quad (4)$$

Przechodząc do mocy zespolonej otrzymano

$$\underline{S}_p = \underline{U}_p \underline{I}_w^* - \underline{U}_p \underline{I}_r^*. \quad (5)$$



Rys. 3. Wykres wskazowy prądów i napięć dla obwodu z rys. 2

Na podstawie wykresu wskazowego przedstawionego na rys. 3 można zapisać, że

$$\underline{I}_w = I_w, \quad \underline{U}_p = U_p e^{j\varphi_w}, \quad \underline{I}_r = I_r e^{j(\varphi_w - \pi)}. \quad (6)$$

Tak więc zależność (5) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \underline{S}_p &= U_p e^{j\varphi_w} I_w - U_p e^{j\varphi_w} I_r e^{-j(\varphi_w - \pi)} = U_p I_w e^{j\varphi_w} - U_p I_r e^{j\pi} = \\ &= U_p I_w \cos \varphi_w + U_p I_r + j U_p I_w \sin \varphi_w. \end{aligned} \quad (7)$$

Moce: czynna, bierna i pozorna obciążenia dla przekładnika pośredniczącego wynoszą zatem:

$$P_p = \operatorname{Re} \{ \underline{S}_p \} = U_p I_w \cos \varphi_w + U_p I_r = U_p (I_w \cos \varphi_w + I_r) = R I_r (I_w \cos \varphi_w + I_r), \quad (8)$$

$$Q_p = \operatorname{Im} \{ \underline{S}_p \} = U_p I_w \sin \varphi_w = R I_r I_w \sin \varphi_w, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} S_p &= \sqrt{P_p^2 + Q_p^2} = \sqrt{R^2 I_r^2 (I_w \cos \varphi_w + I_r)^2 + R^2 I_r^2 I_w^2 \sin^2 \varphi_w} = \\ &= R I_r \sqrt{I_r^2 + I_w^2 + 2 I_r I_w \cos \varphi_w}. \end{aligned} \quad (10)$$

Jednocześnie obowiązują poniższe relacje:

$$I_w \cos \varphi_w < 0, \quad \text{ponieważ } \frac{\pi}{2} < \varphi_w < \pi, \quad (11)$$

$$I_w \cos \varphi_w + I_r < 0, \quad \text{ponieważ } |I_w \cos \varphi_w| > I_r, \quad (12)$$

oraz

$$\sqrt{I_r^2 + I_w^2 + 2I_r I_w \cos \varphi_w} > I_r, \quad (13)$$

ponieważ

$$I_w^2 + 2I_r I_w \cos \varphi_w = I_w(I_w + 2I_r \cos \varphi_w) > 0. \quad (14)$$

Zależność (14) jest słuszna w zakresie mierzonych wartości błędu wskazowego

$$\Delta I_w = \frac{I_r}{I_w} < 0,5. \quad (15)$$

Tak więc ze wzorów (8), (9) i (10) przy uwzględnieniu (11), (12) i (13) otrzymano:

$$P_p < 0, \quad Q_p > 0, \quad S_p > RI_r^2. \quad (16)$$

Przekładnik wzorcowy główny

Tok obliczeń przebiega podobnie jak dla przekładnika pośredniczącego:
moc chwilowa obciążenia

$$p_w = u_w i_w = -u_p i_w, \quad (17)$$

moc symboliczna

$$\underline{S}_w = -\underline{U}_p \underline{I}_w^* = -U_p e^{j\varphi_w} I_w = -U_p I_w \cos \varphi_w - j U_p I_w \sin \varphi_w. \quad (18)$$

Wobec tego

$$P_w = \operatorname{Re} \{ \underline{S}_w \} = -U_p I_w \cos \varphi_w = -RI_r I_w \cos \varphi_w, \quad (19)$$

$$Q_w = \operatorname{Im} \{ \underline{S}_w \} = -U_p I_w \sin \varphi_w = -RI_r I_w \sin \varphi_w, \quad (20)$$

$$S_w = \sqrt{P_w^2 + Q_w^2} = \sqrt{R^2 I_r^2 I_w^2 \cos^2 \varphi_w + R^2 I_r^2 I_w^2 \sin^2 \varphi_w} = RI_r I_w. \quad (21)$$

Ponieważ słuszne są poniższe relacje

$$\frac{\pi}{2} < \varphi_w < \pi \quad (22)$$

oraz

$$I_w > I_r, \quad (23)$$

więc

$$P_w > 0, \quad Q_w < 0, \quad S_w > RI_r^2. \quad (24)$$

Podsumowanie wyników analizy

Z zależności (16) i (24) wynika, że obecność w gałęzi różnicowej elementu o niezerowej rezystancji powoduje wzrost obciążenia mocą pozorną obu przekładników wzorcowych ponad moc pozorną elementu gałęzi różnicowej (RI_r^2). Charakterystyczne przy tym jest różnicowanie obciążeń w odniesieniu do mocy czynnej oraz pojawienie się obciążenia mocą bierną.

Przekładnik wzorcowy główny jest obciążony mocą czynną P_w większą od mocy RI_r^2 ($I_r > |I_w \cos \varphi_w|$), przekładnik pośredniczący natomiast — jak wynika z zależności (8) — dodatkową w stosunku do mocy RI_r^2 mocą czynną ($RI_r I_w \cos \varphi_w$) ujemnego znaku, przy czym moc łączna P_p jest ujemna. Sumaryczna moc czynna obciążenia wynosi

$$P_p + P_w = RI_r(I_w \cos \varphi_w + I_r) - RI_r I_w \cos \varphi_w = RI_r^2. \quad (25)$$

Oznacza to, że obecność elementu R w gałęzi różnicowej wymusza przepływ dodatkowej mocy czynnej o wartości $|RI_r I_w \cos \varphi_w|$ jedynie między przekładnikami wzorcowymi, z tym że przekładnik wzorcowy główny odgrywa rolę źródła tej mocy, przekładnik pośredniczący zaś odbiornika.

Analogicznie sumując moce bierne obciążenia otrzymano

$$Q_p + Q_w = RI_r I_w \sin \varphi_w - RI_r I_w \sin \varphi_w = 0. \quad (26)$$

Z zależności (26) wynika, że dodatkowe obciążenie mocą bierną, indukcyjną dla przekładnika pośredniczącego, pojemnościową dla przekładnika wzorcowego głównego — realizowane jest również na zasadzie wzajemnej wymiany mocy biernej między przekładnikami wzorcowymi.

Efektem powyższych zjawisk może być zmiana charakteru obciążenia lub nawet przeciążenie przekładników wzorcowych, co z kolei może spowodować wzrost błędów tych przekładników. Zagrożenie to powinno być więc uwzględnione przy doborze maksymalnej wartości rezystancji elementu gałęzi różnicowej.

3. ANALIZA STANÓW NIEUSTALONYCH W UKŁADZIE RÓŻNICOWYM

W przypadku pomiarów wykonanych metodą bezpośrednią ważną sprawą jest konieczność znacznego ograniczenia lub nawet całkowitego wyeliminowania składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym. W typowych układach pomiarowych w zwarciowniach i laboratoriach stosuje się w tym celu, w obwodzie pierwotnym transformatora wielkopiętowego, załącznik fazowy. Umożliwia on załączenie układu pomiarowego w chwili osiągnięcia przez napięcie pierwotne wartości maksymalnej. Powoduje to wyeliminowanie składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym i_1 . W klasycznym układzie pomiarowym z miernikami wskazówkowymi, gdy odczyt wskazań mierników wykonuje się po kilku sekundach, zastosowanie załącznika fazowego daje wystarczającą gwarancję (przy prawidłowym doborze elementów układu), że pomiar zostanie wykonany w stanie ustalonym. Jeżeli jednak ma być znacznie ograniczony czas pomiaru (poniżej 1 s) należy się liczyć z możliwością wystąpienia stanu nieustalonego z dwóch powodów:

- 1) załącznik włączył układ pomiarowy w chwili osiągnięcia przez napięcie pierwotne wartości maksymalnej, w układzie pojawiają się tylko składowe nieokresowe swobodne w prądach jałowych przekładników,
- 2) załącznik włączył układ pomiarowy z pewnym opóźnieniem wynikającym z rozrzutu czasów mechanicznego zwierania styków stycznika; rozrzut czasów zamknięcia styków rzędu milisekund może spowodować wystąpienie w prądzie pierwotnym składowej nieokresowej rzędu od kilku do kilkunastu procent.

W przypadku 1) składowe swobodne w prądach jałowych przekładników wyrażone zależnością (27) osiągają niewielkie wartości i nie wpływają w sposób istotny na zakłócenie pomiaru

$$i_{\mu asw} = I'_{1m} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} e^{-\frac{t}{T_2}}, \quad (27)$$

gdzie:

I'_{1m} — amplituda prądu pierwotnego sprowadzonego na stronę wtórną,

T_2 — stała czasowa obwodu wtórnego $T_2 = \frac{L_\mu + L_2}{R_2}$,

ω — pulsacja prądu.

W tablicy 1 przedstawiono dla kilku wartości stałej czasowej T_2 , obliczone na podstawie równania (27) wartości składowej swobodnej prądu jałowego dla czasów $t = 0$ s i $t = 0,3$ s.

Tablica 1

Wartości składowej swobodnej

Lp.	T_2	$\frac{i_{\mu asw}}{I'_{1m}} \cdot 100\%$	
		$t = 0$ s	$t = 0,3$ s
	s	%	%
1	0,04	0,630	$0,35 \cdot 10^{-3}$
2	0,10	0,100	$5,0 \cdot 10^{-3}$
3	0,20	0,025	$5,6 \cdot 10^{-3}$
4	0,50	0,004	$2,2 \cdot 10^{-3}$
5	1,00	0,001	$0,7 \cdot 10^{-3}$

Większe znaczenie ma przypadek 2) ze względu na możliwość wystąpienia składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym. Ma to miejsce przy zadziałaniu stycznika w chwili gdy $u_1 \neq U_{1m}$. W układzie pomiarowym wystąpi wtedy typowy nieustalony stan, którego cechą charakterystyczną jest pojawienie się w strumieniu magnetycznym składowej nieokresowej o znacznej wartości. Należy przy tym zauważyć, że wartość tej składowej zależy od następujących czynników przypadkowych:

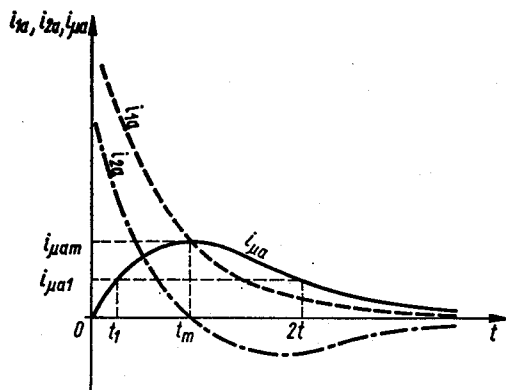
- wartości indukcji szczątkowej B_r i odpowiadającego jej strumienia Ψ_r ,
- udziału w prądzie pierwotnym składowej nieokresowej, której wartość zależy od chwili, w której nastąpiło załączenie układu.

Analizując pracę przekładników wzorcowych w układzie różnicowym na podstawie ich schematów zastępczych, które są przedstawione w literaturze [2], [4], [6], należy do-

kładnie prześledzić przebiegi ich prądów. Z obserwacji pętli cząstkowych, wzdłuż których następuje magnesowanie rdzenia w stanie nieustalonym wynika, że jeżeli składowa okresowa strumienia jest stosunkowo niewielka w porównaniu ze strumieniem nasycenia, to amplituda jej ma mały wpływ na wartość składowej nieokresowej. Wartość składowej nieokresowej prądu magnesującego jest w przybliżeniu taka, jak gdyby prąd pierwotny zawierał wyłącznie składową nieokresową. Pozwala to analizować stan nieustalony metodą swoistej superpozycji. Najpierw określa się przebieg prądu magnesującego zakładając, że prąd pierwotny ma wyłącznie składową nieokresową i_{1a} , oblicza się składowe nieokresowe prądu magnesującego, wtórnego oraz strumienia. Następnie dla każdej wartości strumienia nieokresowego stosuje się linearyzację odcinkową nieliniowej charakterystyki magnesowania dla składowej okresowej sinusoidalnej nałożonej na składową nieokresową. Metoda ta opisana jest w literaturze [6] i w przedstawionych rozważaniach będzie ona wykorzystana. Praca przekładników wzorcowego głównego i pośredniczącego przeanalizowana zostanie oddzielnie ze szczególnym uwzględnieniem roli składowych nieokresowych.

Przekładnik wzorcowy główny

O warunkach pracy przekładnika decyduje przebieg prądu magnesującego. Składową nieokresową prądu magnesującego można określić przy założeniu, że prąd pierwotny zawiera wyłącznie składową nieokresową. Składowa okresowa odpowiada prądowi pierwotnemu sinusoidalnemu, a więc może być określona tak jak w stanie ustalonym. W większości rzeczywistych przypadków składowa nieokresowa prądu magnesującego jest znacznie większa od składowej okresowej i ona też może zadecydować o warunkach pracy przekładnika. Na rys. 4 przedstawiono typowe przebiegi składowych nieokresowych prądów i_1 , i_2 , i_μ .



Rys. 4. Przebiegi czasowe składowych nieokresowych prądów i_{1a} , i_{2a} , $i_{\mu a}$

Maksymalną wartość składową nieokresową przyjmuje w chwili t_m [6]

$$t_m = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (28)$$

gdzie T_1 — stała czasowa zanikania składowej nieokresowej, i jest ona równa

$$i_{\mu_{am}} = \sqrt{2} I'_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{T_2}{T_2 - T_1}}, \quad (29)$$

gdzie $i_{\mu_{am}}$ — maksymalna wartość składowej nieokresowej prądu magnesującego.

Jeżeli znany jest przebieg prądu magnesującego, to znany jest jednocześnie przebieg strumienia, gdyż

$$\Psi = i_{\mu} L_{\mu}, \quad (30)$$

gdzie Ψ — strumień magnetyczny sprzężony.

Porównując amplitudy składowej nieokresowej $i_{\mu_{am}}$ i okresowej $i_{\mu_{om}}$ prądu magnesującego otrzymuje się zależność

$$\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}} = \frac{i_{\mu_{am}}}{i_{\mu_{om}}} = \sqrt{1 + \omega^2 T_2^2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{T_2}{T_2 - T_1}}, \quad (31)$$

gdzie:

Ψ_{am} — wartość maksymalna składowej nieokresowej strumienia,

Ψ_{om} — wartość maksymalna składowej okresowej strumienia,

$i_{\mu_{om}}$ — wartość maksymalna składowej okresowej prądu magnesującego.

Jeżeli przyjąć $\omega T_2 \gg 1$, co z reguły jest słuszne, otrzymuje się

$$\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}} = \frac{i_{\mu_{am}}}{i_{\mu_{om}}} = \omega T_2 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{T_2}{T_2 - T_1}} = \omega T_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{T_1}{T_2 - T_1}}. \quad (32)$$

W tablicy 2 przedstawiono dla wybranych stałych czasowych T_1 , T_2 wartości t_m i $\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$.

Z przytoczonych w tabl. 2 obliczeń wynika, że dla typowych stałych czasowych T_1 , T_2 , wartość maksymalna składowej nieokresowej prądu magnesującego występuje po kilku lub kilkunastu okresach i przekracza wartość składowej okresowej od kilku do kilkudziesięciu razy. W związku z tak dużym wpływem składowej nieokresowej prądu magnesującego na pracę przekładnika prądowego, nawet przy kilkuprocentowym udziale

Tablica 2

Przykładowe wartości t_m i $\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$

Lp.	T_2	$T_2 = 1,592 \text{ s}$		$T_2 = 3,185 \text{ s}$	
		t_m	$\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$	t_m	$\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$
—	s	s	—	s	—
1	0,03	0,12	8,7	0,14	9,0
2	0,05	0,18	14,0	0,21	14,7
3	0,10	0,30	26,1	0,36	28,1

składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym może dojść do nasycenia przekładnika wzorcowego.

Podsumowując powyższe rozważania można dokonać wyboru dwu wariantów pracy przekładnika wzorcowego:

- 1) tak dobrać parametry przekładnika wzorcowego głównego, że przy kilkunastoprocentowym udziale składowej nieokresowej w prądzie pierwotnym nie nastąpi nasycenie przekładnika w całym zakresie pracy,
- 2) parametry przekładnika wzorcowego są tak dobrane, że przekładnik wchodzi w nasycenie po czasie $t_1 < t_m$ i wychodzi z nasycenia po czasie $t_2 > t_m$.

W pierwszym przypadku czas pomiaru ograniczony jest wartością składowej nieokresowej prądu magnesującego przekładnika wzorcowego, która może zostać przetransformowana do gałęzi różnicowej i spowodować błędne odczytanie wartości skutecznej prądu różnicowego, co oznacza błędne określenie liczby przetężeńowej.

W drugim przypadku, oprócz transformowania składowej nieokresowej do gałęzi różnicowej układu, należy się liczyć ze zjawiskiem nasycenia się przekładnika w czasie $t_1 < t < t_2$. W przedziale czasowym $t_1 \div t_2$ przekładnik znajduje się w stanie nasycenia i jego błędy transformacji osiągają znaczne wartości. Ma to znaczny wpływ na wyniki pomiaru liczby przetężeńowej. W związku z tym czas pomiaru musi praktycznie spełniać warunek

$$t_p \gg t_2,$$

przy czym

$$t_2 > t_m.$$

Uwzględniając wyniki zawarte w tabl. 2 należy stwierdzić, że skrócenie czasu poniżej 0,8 s prowadzić może do dużych błędów pomiaru liczby przetężeńowej. Czas t_2 , po którym przekładnik wychodzi z nasycenia, można określić na podstawie zależności [6]

$$t_2 = t_m + (T_1 + T_2) \ln \frac{i_{\mu_{om}}}{i_{\mu_{a1}}}, \quad (33)$$

gdzie:

$$i_{\mu_{a1}} = \frac{0,235 U_{\mu_p} + 0,85 R_w I'_1}{X_{\mu_1} + 0,6 R_w}, \quad (34)$$

$$i_{\mu_{om}} = \sqrt{2} I_1 \cos \alpha, \quad (35)$$

przy czym:

U_{μ_p} — wartość skuteczna napięcia na gałęzi magnesowania, przy której indukcja osiąga wartość B_p ,

R_w — całkowita rezystancja obwodu wtórnego $R_w = R_2 + R_{obc}$,

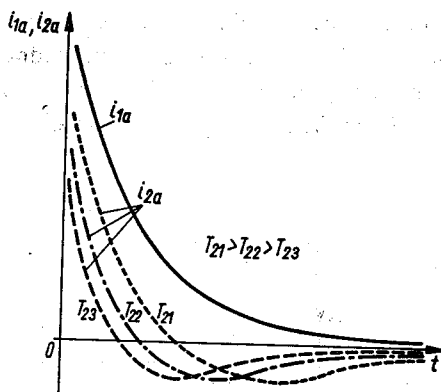
X_{μ_1} — reaktancja gałęzi magnesowania.

Po czasie $t > t_2$ przekładnik wychodzi z nasycenia i osiąga określone klasą błędy transformacji składowej okresowej.

Z przytoczonych rozważań i obliczeń wynika, że zakres liniowości charakterystyki $B = f(H)$ przekładników wzorcowych musiałby być znacznie większy niż to daje się uzyskać przy obwodach magnetycznych budowanych z permaloju. Powoduje to znaczne ograniczenie w skracaniu czasu pomiaru liczby przetężeńowej.

Przekładnik wzorcowy pośredniczący

Warunki pracy przekładnika wzorcowego pośredniczącego są zbliżone do warunków pracy przekładnika wzorcowego głównego. Różnica wynika z nieco innego przebiegu składowych nieokresowych w prądach pierwotnych. Prądem pierwotnym przekładnika wzorcowego pośredniczącego jest prąd wtórny przekładnika badanego. Na rys. 5 przedstawiono typowe przebiegi składowych nieokresowych prądu pierwotnego i_{1a} i prądów wtórnych i_{2a} przekładnika badanego.



Rys. 5. Przebiegi czasowe składowych nieokresowych prądu pierwotnego i_{1a} i prądów wtórnych i_{2a}

Z przebiegów przedstawionych na rys. 5 wynika, że rozbieżność charakterystyk i_{1a} i i_{2a} jest tym większa, im stała czasowa T_2 jest mniejsza, a to oznacza wzrost błędu. Dokładna analiza przebiegów składowych nieokresowych prądów w przekładnikach wzorcowych przedstawiona jest w literaturze [2]. W tablicy 3 przykładowo przedstawiono

Tablica 3

Przykładowe wartości t_{mp} i $\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$

Lp.	T_1	$T_{2p} = 1,592 \text{ s}$	
		t_{mp}	$\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$
—	s	s	—
1	0,03	0,083	7,7
2	0,05	0,116	12,8
3	0,10	0,176	21,0

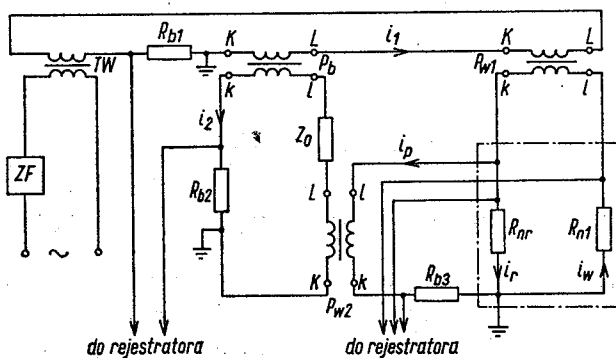
dla stałej czasowej przekładnika wzorcowego pośredniczącego $T_{2p} = 1,592 \text{ s}$ i dla przekładnika badanego kl. 0,5 przy rezystancji w gałęzi różnicowej $0,1 \Omega$ wartości t_{mp} i $\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$.

Z przytoczonych obliczeń wynika, że zarówno t_{mp} jak i $\frac{\Psi_{am}}{\Psi_{om}}$ osiągają większe wartości

dla przekładnika wzorcowego niż pośredniczącego. W związku z powyższym stosując tok rozumowania podobny jak dla przekładnika wzorcowego głównego, można określić z pewnym zapasem parametry dla przekładnika pośredniczącego, to znaczy, że jeżeli określony zostanie czas pomiaru prawidłowy ze względu na warunki pracy przekładnika wzorcowego głównego, będzie on również właściwy dla przekładnika pośredniczącego.

4. BADANIA FIZYCZNE — WYNIKI I INTERPRETACJA

Złożoność i różnorodność możliwych oddziaływań składowych przejściowych prądów na wyniki „szybkiego” pomiaru błędu wskazowego oraz trudności w uwzględnieniu tych oddziaływań w rozważaniach teoretycznych skłaniają do przeprowadzenia analizy w oparciu o wyniki doświadczalne. Badania obejmowały rejestrację prądów oraz „szybki” pomiar błędu wskazowego.



Rys. 6. Schemat układu różnicowego z oznaczeniem rejestrowanych wielkości

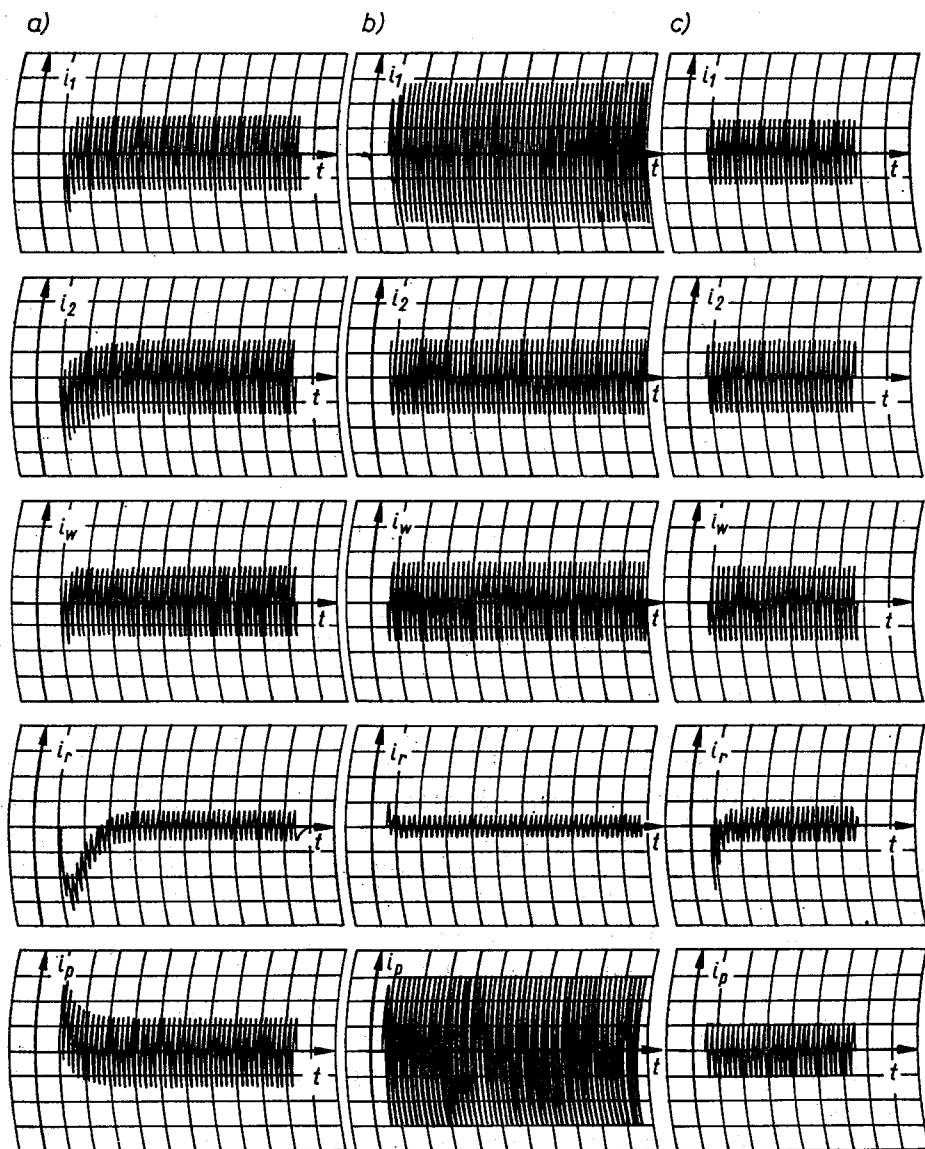
P_b , P_{w1} , P_{w2} , Z_0 — jak na rys. 1, TW — transformator wieloprądowy, ZF — załącznik fazowy, R_{b1} , R_{b2} , R_{b3} — boczniki, R_{nr} , R_{n1} — rezystory wzorcowe stanowiące integralną część urządzenia do pomiaru błędu wskazowego

W układzie, którego schemat przedstawiono na rys. 6, zastosowano załącznik fazowy (ZF) uzyskując w ten sposób możliwość wymuszania prądu zwarciovego i_1 o różnym udziale składowej aperiodycznej. Przebiegi prądów: pierwotnego (i_1), wtórnego przekładnika badanego (i_2), wtórnego przekładnika pośredniczącego (i_p), wtórnego przekładnika wzorcowego P_{w1} (i_w) oraz prądu w gałęzi różnicowej (i_r) rejestrowano za pomocą 5-kanalowego rejestratora piszącego typu N-527 produkcji radzieckiej. Na podstawie przedstawionych na rys. 7 przykładowych przebiegów, można stwierdzić, co następuje:

- 1) obecność składowej aperiodycznej w prądzie i_1 może spowodować pojawienie się składowej aperiodycznej w prądach i_2 , i_w lub i_r o wartości znaczącej (przebiegi 7a) lub znikomej (przebiegi 7b),
- 2) mimo braku lub znikomej wartości składowej aperiodycznej w prądzie pierwotnym i_1 pojawić się ona może w prądach i_2 oraz i_w (przebiegi 7c).

Uzasadnienie powyższych spostrzeżeń oprzeć trzeba na stwierdzeniu, iż decydującą rolę w wymuszeniu składowych aperiodycznych prądów wtórnych przekładników spełnia wartość indukcji szczątkowej B_r i jej znak. Ponieważ próby wykonywano bez rozmagne-sowywania przekładników, czyli tak jak przy wyznaczaniu błędu wskazowego według

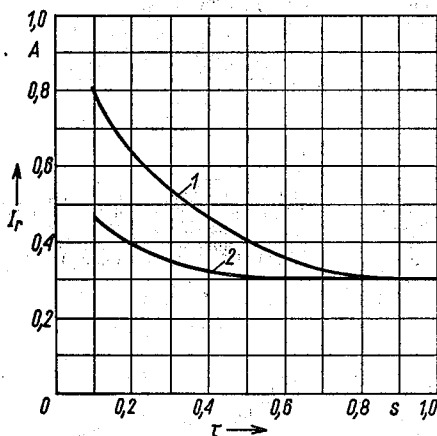
polskiej normy, pojawienie się składowych nieokresowych prądów i_2 , i_p oraz i_w mogło być spowodowane m.in. obecnością indukcji B_r w chwili załączenia prądu zwarcowego. Wartość indukcji szczytkowej dla przekładników wzorcowych, których rdzenie wykonane są najczęściej z wysokogatunkowych blach, np. permaloju, są bliskie indukcji nasycenia. Stąd przy prądzie pierwotnym zawierającym w stanie przejściowym tylko składową okresową, w prądzie wtórnym pojawić się może znacząca składowa nieokresowa swobodna. Jej obecność wynika bezpośrednio z dużego błędu kąтового, powstającego wskutek nasycenia się obwodu magnetycznego przekładnika w pierwszych okresach przepływu prądu zwarcowego.



Rys. 7. Przebiegi czasowe prądów oznaczonych na rys. 6

W wyniku oddziaływania składowych aperiodycznych prądów i_2 , a więc również i_p oraz i_w pojawia się w niekorzystnych przypadkach silnie uwydatniony składową aperiodyczną stan przejściowy w prądzie różnicowym. Jak wynika z przebiegów na rys. 7, wartość maksymalna prądu i_r w stanie przejściowym może w pierwszym okresie 5-krotnie lub więcej przekroczyć amplitudę tego prądu w stanie ustalonym. W zastosowanym układzie pomiarowym stan ustalony w prądzie różnicowym następował po paru okresach, nie przekraczając czasu około 0,2 s. Ten fakt narzuca zbyt optymistyczny wniosek dotyczący możliwości skrócenia czasu, po którym pomiar błędu wskazowego uznać można jako dokonany w stanie ustalonym.

Wykorzystując urządzenie, o którym wspomniano w p. 1, dokonano weryfikacji tego zagadnienia. Wykonano próby zwarciove dla dwu krańcowych nastaw załącznika fazowego, tzn. przy maksymalnym i minimalnym udziale składowej aperiodycznej w prądzie i_1 . Pomiary realizowano po różnych czasach przepływu prądu zwarciovego.



Rys. 8. Przebiegi zależności $I_r = f(\tau)$

1 — udział składowej aperiodycznej w prądzie i_1 , maksymalny, 2 — udział składowej aperiodycznej w prądzie i_1 , minimalny

Okazało się, iż w przypadku pomiaru wartości skutecznej prądu I_w powtarzalne wyniki, takie jak dla stanu ustalonego, uzyskano już po czasie $\tau = 0,1$ s. Wyjaśnić to można znikomym udziałem składowej aperiodycznej w tym prądzie. Inaczej przedstawia się problem pomiaru wartości skutecznej prądu różnicowego I_r . Jak wynika z przebiegu zależności $I_r = f(\tau)$, gdzie przez τ oznaczono czas, po którym dokonywano pomiaru, powtarzalność pomiarów uzyskać można dopiero po czasie ok. 0,8 s przy maksymalnym oraz 0,5 s przy znikomym udziale składowej aperiodycznej w prądzie i_1 . Tak duże opóźnienie w pomiarze I_r w odniesieniu do czasu zaniku (0,2 s) stanu przejściowego w prądzie i_r jest zaskakujące, a jednak nieuniknione. Zastosowane przetworniki wartości skutecznej realizują bowiem analogowo wzór definicyjny wartości skutecznej. Filtr uśredniający (dolnoprzepustowy) niezbędny w układzie takiego przetwornika wnosi opóźnienie, które zależnie od stopnia zmienności obwiedni prądu i_r sięgać może kilkudziesięciu okresów. Tak więc przyczyn niemożności znacznego skracania czasu, po którym można zmierzyć wartość skuteczną prądu ustalonego I_r , upatrywać należy przede wszystkim w opóźnieniach wnoszonych przez przyrząd pomiarowy. Zastosowanie filtra górnoprzepustowego dla

wyeliminowania składowej przejściowej w prądzie różnicowym nie rozwiązuje powyższego problemu. Opóźnienie wprowadzone wskutek dużych stałych czasowych filtru, niezbędnych do uzyskania odpowiedniej charakterystyki przenoszenia, powoduje wydłużenie czasu oczekiwania na pomiar w stanie ustalonym.

5. WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

1. Element rezystancyjny w gałęzi różnicowej wnosi bezpośrednie obciążenie mocą czynną tylko dla przekładnika pośredniczącego. Powoduje on ponadto wymianę energii zarówno czynnej jak i biernej różnych znaków między przekładnikami wzorcowymi. Efektem tej wymiany jest dodatkowe obciążenie, nieuwzględnienie którego doprowadzić może do utraty znamionowej dokładności przekładników wzorcowych w stanie ustalonym oraz pogorszenia warunków ich pracy w stanie przejściowym.

2. Złożone procesy przejściowe w przekładnikach wzorcowych powodują ograniczenie możliwości skrócenia czasu — po którym wyniki pomiaru błędu wskazowego odpowiadają wartościom ustalonym — poniżej 0,8 s. Stan ustalony w typowych warunkach zwarciowych, niezależnie od sposobu załączania uzyskuje się po czasie dłuższym niż 0,8 s.

3. Pomiar błędu wskazowego przy znacznych przetężeniach możliwy jest tylko przy użyciu specjalnych urządzeń elektronicznych, o krótkich czasach pomiaru. Wykonaniu takich badań towarzyszyć powinno zastosowanie odpowiedniego układu zasilającego (załącznik fazowy) oraz każdorazowe rozmagnesowanie przekładników wzorcowych. Spełnienie powyższych warunków umożliwia uzyskanie prawidłowego wyniku pomiaru w stanie ustalonym po czasie minimalnym ($0,8 \div 1$) sekundy.

BIBLIOGRAFIA

1. W. Jałmużny, *Pomiar błędu wskazowego przekładników prądowych przy przetężeniach*, rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka, 1980.
2. R. Kawczyński, *Analiza zagadnienia bezpośredniego wyznaczania dokładności przekładników prądowych w stanie przejściowym*, rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka, 1981.
3. L. Kowalewski, *Niektóre zagadnienia związane z pomiarem uchybów przekładników prądowych zabezpieczeniowych przy przetężeniu*, Przegląd Elektrotechniczny, nr 6, 1977, ss. 242—244.
4. W. Starczakow, *Przekładniki*, PWT, Warszawa 1959.
5. S. Szpor, *Doświadczenie polskie z liczbą przetężeniową transformatorów prądowych*, Acta Technica Gedanensia, z. 3, 1965.
6. A. Wiszniewski, *Przekładniki w elektroenergetyce*, WNT, Warszawa 1982.
7. Polska Norma, PN-71/E-06552, *Przekładniki prądowe. Ogólne wymagania i badania*.

Z. PIOTROWSKI, W. JAŁMUŻNY, R. KAWCZYŃSKI

SOME PROBLEMS OF MEASUREMENT OF COMPLEX ERROR WITH RESPECT TO OVERCURRENT CONDITIONS OF C.T.

Summary

The basic problems of measurements of complex error in overcurrent conditions of C. T. has been presented in the paper. An analysis of the principle of choice and operation of the elements in a classical differential circuit with electromechanical meters has been proposed. The influence of the differential

branch as a burden in models *C.T.* has been considered. The considerations referred to the possibility of shortening the measurement time below 1 second. The results of theoretical considerations have been supported by research utilizing an electromechanical recorder and a special device which accelerated measurement of the overcurrent.

Z. PIOTROWSKI, W. JAŁMUŻNY, R. KAWCZYŃSKI

CERTAINS PROBLÈMES CONCERNANT LA MESURE À L'AIDE DE LA MÉTHODE DIFFÉRENTIELLE DES VARIATIONS DE L'ERREUR DES TRANSFORMATEURS DE COURANT PENDANT LEUR SURINTENSITÉ

Résumé

On présente les problèmes principaux remarqués pendant la mesure de l'erreur complexe au moment de la surintensité du transformateur de courant et de l'alimentation différentielle. On a analysé les principes du choix et du travail des éléments en circuit classique avec des mesureurs électromécaniques, en prenant particulièrement en considération l'influence de la branche différentielle sur la charge du transformateur de courant d'étalon. On a analysé les possibilités de réduire la durée de mesure à moins de 1 s. Les résultats de ces considérations ont été prouvés par les résultats des expériences physiques réalisées à l'alimentation différentielle à l'aide des registrateurs électromécaniques et de l'installations de la mesure du facteur de surcharge des transformateurs de courant en „méthode rapide”.

Z. PIOTROWSKI, W. JAŁMUŻNY, R. KAWCZYŃSKI

EINIGE GRUNDPROBLEME BETREFFS EFFEKTIVEN FEHLERS VON STROMWANDLERN IM ÜBERSTROMBEREICH UNTER ANWENDUNG DES DIFFERENTIALVERFAHRENS

Zusammenfassung

Im Artikel wurden die Grundprobleme der Bemessung des effektiven Fehlers von Stromwandlern im Überstrombereich in Differentialschaltung dargestellt. Es wurde die Analyse der Wahl- und Arbeitsprinzipien der Elemente in klassischer Schaltung mittels Massgerät durchgeführt unter besonderer Berücksichtigung des Einflusses des Differenzialzweiges auf die Normalwandlerbelastung. Erwägungen betrafen die Möglichkeit eine Messdauer unter 1 s zu gewinnen. Die Ergebnisse dieser Erwägungen wurden durch physikalische Messungen unterstützt, die bei der Differentialschaltung mit elektromechanischen Schreibgeräten und eine Spezialeinrichtung zur „schnellen” Bemessung ausgeführt worden sind.

З. ПИОТРОВСКИ, В. ЯЛМУЖНЫ, Р. КАВЧИНСКИ

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ КАСАЮЩИХСЯ ИЗМЕРЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ МЕТОДОМ ПОЛНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ТРАНСФОРМАТОРОВ ТОКА ПРИ ВЫСОКИХ КРАТНОСТЯХ ПЕРВИЧНОГО ТОКА

Резюме

Представлены основные проблемы выступающие при измерении полной погрешности трансформаторов тока при высоких кратностях первичного тока в дифференциальной системе. Проведен анализ принципов выбора и работы элементов в системе с электромеханическими измерителями, с особым учётом влияния дифференциальной ветви на нагрузку образцовых трансформаторов тока. Проведены рассуждения касающиеся возможностей сокращения времени измерения ниже одной секунды. Результаты этих рассуждений подкреплены результатами физических исследований в дифференциальной системе произведенных при помощи электромеханических регистраторов и устройства для „скоростного” измерения максимальной кратности вторичного тока.

Optymalizacja wysokonapięciowych dławików gładzących

KRYSTYNA JACHOWICZ-KOCIOŁEK (ŁÓDŹ), RYSZARD SZCZERBANOWSKI (ŁÓDŹ)

*Instytut Transformatorów, Maszyn i Aparatów Elektrycznych
Politechniki Łódzkiej*

Otrzymano 2.8.1984

Przedmiotem analizy są wysokonapięciowe dławiki gładzące, stosowane w przekształtnikowych układach napędowych. Stosując algorytm minimalizujący masę materiałów czynnych zbadano wpływ na masę dławika takich parametrów jak:

- stosunek przekroju materiału nawojowego do przekroju żelaza,
- stosunek wysokości do szerokości okna,
- współczynnik wypełnienia okna,
- gęstość prądu i inne.

Obliczenia optymalizacyjne wykonano na przykładzie dławika 6000 V, 75 A, 160 mH, z uzwojeniem miedzianym i aluminiowym.

1. WSTĘP

Jednym z typów dławików stosowanych w układach przekształtnikowych charakteryzujących się występowaniem składowej stałej i przemiennej zarówno w prądzie przepływającym przez uzwojenie dławika jak i w strumieniu zamykającym się w obwodzie magnetycznym są dławiki gładzące. Pełnią one podwójną rolę. Po pierwsze filtrów zmniejszających pulsację prądu — przejmują wtedy na siebie część składowej przemiennej napięcia wyprostowanego, po wtóre ograniczają stromość narastania prądu w stanach awaryjnych. W pierwszym przypadku wymagamy, aby dławik zachował swoją indukcyjność w zakresie do prądu znamionowego lub nieco powyżej, natomiast w przypadku drugim zakres liniowości indukcyjności dławika jest z reguły szerszy i może sięgać, w niektórych przypadkach, nawet wartości maksymalnej prądu zwarciovogo.

Dławiki gładzące znajdują zastosowanie w układach napędowych prądu stałego i przemiennego oraz we wszystkich typach układów prostownikowych. Zagadnienie doboru indukcyjności dławika, zależnej od rodzaju układu oraz wymagań stawianych przez użytkowników, jest wyczerpująco omówione w literaturze, np. [2] i [3], natomiast rozważania dotyczące konstrukcji i w pewnym sensie optymalizacji dławika z punktu widzenia minimalizacji masy zostały omówione w [2] jedynie w odniesieniu do dławików niskonapięciowych.

Wykorzystywanie napędów dużej mocy pociąga za sobą konieczność stosowania wyższych napięć znamionowych. Dla silników prądu przemiennego o mocy powyżej około 500 kW stosuje się sieci o napięciu 6000 V. Układy przekształtnikowe do zasilania tych

maszyn oraz układy prostownikowe o napięciach rzędu $3 \div 5$ kV muszą być wyposażone w dławiki o konstrukcji odbiegającej od rozwiązań stosowanych w sieciach niskiego napięcia. Zasadnicza różnica polegać tu będzie na zastosowaniu innych rodzajów uzwojeń i innych odstępach izolacyjnych między uzwojeniem a rdzeniem magnetycznym, w konsekwencji na innych współczynnikach wypełnienia okna.

Aby zapewnić wystarczająco duże wartości indukcyjności dławików stosowanych w układach wysokonapięciowych, a więc układach dużej mocy, zarówno gabaryt jak i masa dławika muszą osiągać duże wartości. W celu ograniczenia masy dławika oraz ilości wykorzystywanych materiałów czynnych zachodzi potrzeba optymalizacji jego konstrukcji. Funkcje celu optymalizacji mogą być różne poczynając od minimalnych kosztów wytwarzania poprzez minimalizację gabarytów czy masy materiałów czynnych a kończąc na minimalnych kosztach eksploatacji. W opracowaniu niniejszym postawiono sobie za cel optymalizacji minimalizację masy materiałów czynnych dławika, wychodząc z założenia, że jest to parametr bardzo istotny przy opracowywaniu konstrukcji szaf sterowniczych i zasilających urządzeń przekształtnikowych.

W rozważaniach przyjęto, że rdzeń dławika będzie zbudowany z blachy transformatorowej stosowanej przy budowie transformatorów energetycznych, a uzwojenia można nawijać przewodami miedzianymi lub aluminiowymi. Stosowanie różnych materiałów nawojowych prowadzi do różnych proporcji w ukształtowaniu rdzenia i uzwojeń. Należy pamiętać, że miedź pozwala na zastosowanie wyższych gęstości prądu, natomiast posiada znacznie większą masę właściwą. Nie bez znaczenia dla wyników obliczeń optymalizacyjnych jest również rodzaj przyjętego uzwojenia, rodzaje izolacji, sposób chłodzenia. Analizie poddano dławiki przeznaczone do pracy w układach współpracujących z siecią prądu przemienneo o napięciu 6000 V. W obwodach prądu stałego występują wtedy napięcia rzędu 10 kV i dla takiego napięcia dobrano typowe rodzaje uzwojeń.

Ze względu na miejsce usytuowania dławika może on być wykonany jedynie jako suchy. Układ izolacyjny w klasie A z wykorzystaniem izolacji papierowej, impregnowanej, poddyktowany został możliwościami wykonawczymi i technologią stosowaną w Fabryce Transformatorów i Aparatury Trakcyjnej „ELTA” w Łodzi.

Do analizy zastosowano algorytm obliczeń minimalizujący masę materiałów czynnych, przy czym danymi wyjściowymi są wielkości określone zgodnie z [2]. Szczególny nacisk położono na przedyskutowanie danych wyjściowych zmieniających się w pewnych przedziałach stosowności a charakterystycznych dla dławików wysokonapięciowych, takich jak gęstość prądu, współczynnik wypełnienia okna i stosunek przekroju materiału nawojowego do przekroju żelaza. Wnioski kończące rozważania pozwalają na wykorzystanie wyników przeprowadzonej analizy bezpośrednio przy projektowaniu dławików.

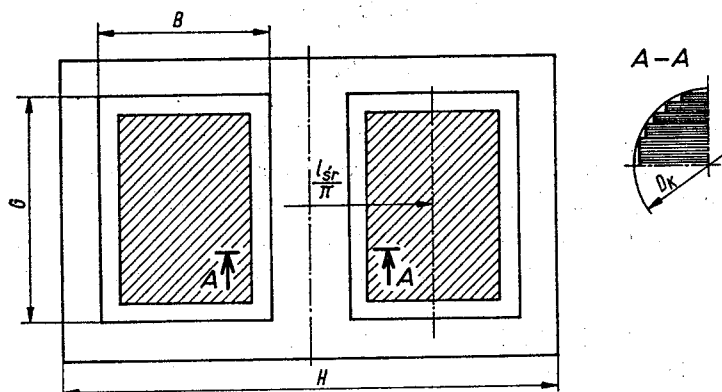
2. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU OPTYMALIZACJI

2.1. Określenie funkcji celu

Dławik można zaprojektować w dwojaki sposób:

- z większym przekrojem żelaza rdzenia a mniejszą liczbą zwojów i małą szczeliną niemagnetyczną,
- z mniejszym przekrojem żelaza rdzenia a większą liczbą zwojów i większą szczeliną.

Poszczególne rozwiązania konstrukcyjne będą różniły się wymiarami geometrycznymi, łączną masą, stratami i oczywiście kosztami. Dlatego celowe staje się opracowanie metody pozwalającej na wybór najkorzystniejszego wariantu.



Rys. 1. Wymiary konstrukcyjne dławika

Na rysunku 1 przedstawiony jest dławik będący przedmiotem optymalizacji. Czynny przekrój żelaza jarzma równy jest połowie czynnego przekroju kolumny. Przekrój kolumny jest figurą schodkową wpisaną w koło o średnicy D_k , przekrój jarzm jest prostokątny. Masa uzwojeń

$$M_u = s_u l_{sr} \gamma_u, \quad (1)$$

masa rdzenia

$$M_{Fe} = s_{Fe} \gamma_{Fe} (2G + H), \quad (2)$$

gdzie:

s_u, s_{Fe} — czynne przekroje uzwojenia i kolumny rdzenia,
 γ_u, γ_{Fe} — gęstość materiału przewodowego i żelaza rdzenia,
 l_{sr} — średnia długość zwoju,
 G, H — wysokość okna i długość jarzma.

Uwzględniając, że:

$$l_{sr} = \pi(D_k + B), \quad (3)$$

$$H = 2(D_k + B), \quad (4)$$

gdzie:

D_k — średnica kolumny rdzenia,
 B — szerokość okna,

otrzymujemy ostatecznie:

$$M_u = s_u \gamma_u \pi(D_k + B), \quad (5)$$

$$M_{Fe} = 2s_{Fe} \gamma_{Fe} (D_k + B + G). \quad (6)$$

Wzory (5) i (6) pozwalają na sformułowanie funkcji celu

$$M = M_u + M_{Fe} = s_u \gamma_u \pi(D_k + B) + 2s_{Fe} \gamma_{Fe} (D_k + B + G). \quad (7)$$

Funkcja ta pozwala na optymalizację z punktu widzenia łącznej masy materiałów czynnych i wymiarów okna, a więc pośrednio i wymiarów gabarytowych dławika.

Biorąc pod uwagę współczynniki wypełnienia przekroju kolumny rdzenia i okna materiałem czynnym, można napisać następujące zależności:

$$s_{Fe} = k_{iz} \eta \frac{\pi}{4} D_k^2, \quad (8)$$

$$s_u = k_w GB, \quad (9)$$

gdzie:

- k_{iz} — współczynnik wypełnienia uwzględniający izolację blach rdzenia,
 η — współczynnik uwzględniający figurę schodkową przekroju rdzenia,
 k_w — współczynnik wypełnienia okna materiałem przewodowym.

W dalszym ciągu rozważań przedstawione zostaną zależności pomiędzy poszczególnymi parametrami dławika gładzącego zgodnie z [2]. Zastosowano następujące oznaczenia:

- X_{d1} — reaktancja dławika odniesiona do $f = 50$ Hz,
 L_{d1} — indukcyjność dławika,
 U — napięcie fazowe źródła, w układach mostkowych napięcie przewodowe,
 ω — pulsacja sieciowa ($\omega = 2\pi f$),
 j — gęstość prądu w uzwojeniu dławika,
 μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni,
 $\Sigma \delta$ — suma szczelin niemagnetycznych w dławiku,
 z — liczba zwojów dławika,
 B_m — wartość maksymalna indukcji w rdzeniu,
 k_p — współczynnik uwzględniający obecność strumienia poza rdzeniem,
 k_{gsk} — współczynnik zależny od parametrów układu połączeń,
 k_{ns} — współczynnik nasycenia uwzględniający udział rdzenia w reluktancji obwodu magnetycznego dławika,
 k — współczynnik przeciążenia,
 I_s — znamionowy prąd obciążenia dławika,
 $I_{\sim m+}$ — dodatnia amplituda składowej przemiennej prądu,
 $i_{\sim m+} = \frac{I_{\sim m+}}{I_s}$ — wartość względna prądu $I_{\sim m+}$,
 I_m — maksymalny prąd dławika

$$I_m = kI_s + I_{\sim m+} = I_s(k + i_{\sim m+}). \quad (10)$$

Reaktancję dławika można wyrazić w dwojaki sposób:

$$X_{d1} = k_{gsk} \frac{U}{I_{\sim m+}} = k_{gsk} \frac{U}{I_s i_{\sim m+}}, \quad (11)$$

$$X_{d1} = \frac{k_p s_{Fe} B_m \omega z}{I_m} = \frac{k_p s_{Fe} B_m \omega z}{I_s (k + i_{\sim m+})}. \quad (12)$$

Przyrównując wyrażenia (11) i (12) otrzymujemy

$$s_{Fe} = \frac{U}{\omega z B_m} k_s^2, \quad (13)$$

gdzie

$$k_s = \sqrt{\frac{k_{gsk}(k+i_{\sim m+})}{k_p i_{\sim m+}}} \quad (14)$$

Czynny przekrój uzwojenia wynosi

$$s_u \approx z \frac{I_s}{j} \quad (15)$$

Dla dalszych rozważań korzystne jest wprowadzenie parametru c , określającego stosunek czynnych przekrojów uzwojenia i żelaza

$$c = \frac{s_u}{s_{Fe}} \quad (16)$$

W oparciu o zależności (15) i (16) można wyznaczyć liczbę zwojów dławika

$$z = \frac{c s_{Fe} j}{I_s} \quad (17)$$

Z połączenia zależności (13) i (17) wynikają ostateczne postacie wzorów pozwalających wyznaczyć przekrój czynny żelaza oraz liczbę zwojów dławika:

$$s_{Fe} = k_s \sqrt{\frac{U I_s}{\omega B_m c j}} \quad (18)$$

$$z = k_s \sqrt{\frac{U j c}{I_s B_m \omega}} \quad (19)$$

Sumę szczelin niemagnetycznych w dławiku można wyznaczyć w oparciu o prawo przepływu

$$\Sigma \delta = \mu_0 \frac{z I_m}{B_m k_{iz} k_{ns}} = \frac{\mu_0 z (k+i_{\sim m+}) I_s}{B_m k_{iz} k_{ns}} \quad (20)$$

Podstawiając (19) do (20) otrzymujemy

$$\Sigma \delta = \frac{\mu_0 (k+i_{\sim m+})}{k_{iz} k_{ns}} k_s \sqrt{\frac{U I_s j c}{B_m^3 \omega}} \quad (21)$$

Indukcyjność dławika

$$L_{dl} = \frac{X_{dl}}{\omega} = \frac{k_p s_{Fe} B_m z}{I_s (k+i_{\sim m+})} \quad (22)$$

Uwzględniając we wzorze (7) zależności (8), (9), (16) i (18) wyprowadzono ostateczną postać funkcji celu

$$\begin{aligned} M &= D_k (\pi \gamma_u s_u + 2 \gamma_{Fe} s_{Fe}) + B \left[\pi \gamma_u s_u + 2 \gamma_{Fe} s_{Fe} \left(1 + \frac{G}{B} \right) \right] = \\ &= c s_{Fe} \left\{ D_k \left(\pi \gamma_u + \frac{2 \gamma_{Fe}}{c} \right) + B \left[\pi \gamma_u + \frac{2 \gamma_{Fe}}{c} \left(1 + \frac{G}{B} \right) \right] \right\} = \\ &= c s_{Fe} \left\{ \frac{2 \sqrt{s_{Fe}}}{\sqrt{\pi \eta k_{iz}}} \left(\pi \gamma_u + \frac{2 \gamma_{Fe}}{c} \right) + \frac{\sqrt{s_{Fe}} \sqrt{c}}{\sqrt{\frac{s_{Fe} c}{B^2}}} \left[\pi \gamma_u + \frac{2 \gamma_{Fe}}{c} \left(1 + \frac{G}{B} \right) \right] \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= c \sqrt[3]{s_{Fe}^3} \left[\frac{2\pi\gamma_u + \frac{4\gamma_{Fe}}{c}}{\sqrt{\pi\eta k_{iz}}} + \frac{\pi\gamma_u \sqrt{c} + \frac{2\gamma_{Fe}}{\sqrt{c}} \left(1 + \frac{G}{B}\right)}{\sqrt{k_w \frac{G}{B}}} \right] = \\
 &= \sqrt[4]{c} \sqrt[4]{\left(\frac{UI_s k_s^2}{2\pi f B_m j}\right)^3} \left[\frac{2\pi\gamma_u + \frac{4\gamma_{Fe}}{c}}{\sqrt{\pi\eta k_{iz}}} + \frac{\pi\gamma_u \sqrt{c} + \frac{2\gamma_{Fe}}{\sqrt{c}} \left(1 + \frac{G}{B}\right)}{\sqrt{k_w \frac{G}{B}}} \right]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Całkowita masa materiałów czynnych opisana wzorem (23) jest funkcją celu, z dwiema zmiennymi decyzyjnymi:

c — wiąże ze sobą przekroje s_u i s_{Fe} ,

$\frac{G}{B}$ — wiąże ze sobą wymiary liniowe okna, pośrednio więc i wymiary gabarytowe dławika.

Dodatkowo zostanie zbadany wpływ zmian współczynnika wypełnienia okna k_w , gęstości prądu j oraz składowej przemiennej prądu i_{-m+} na łączną masę materiałów czynnych dławika.

2.2. Opis programu na EMC

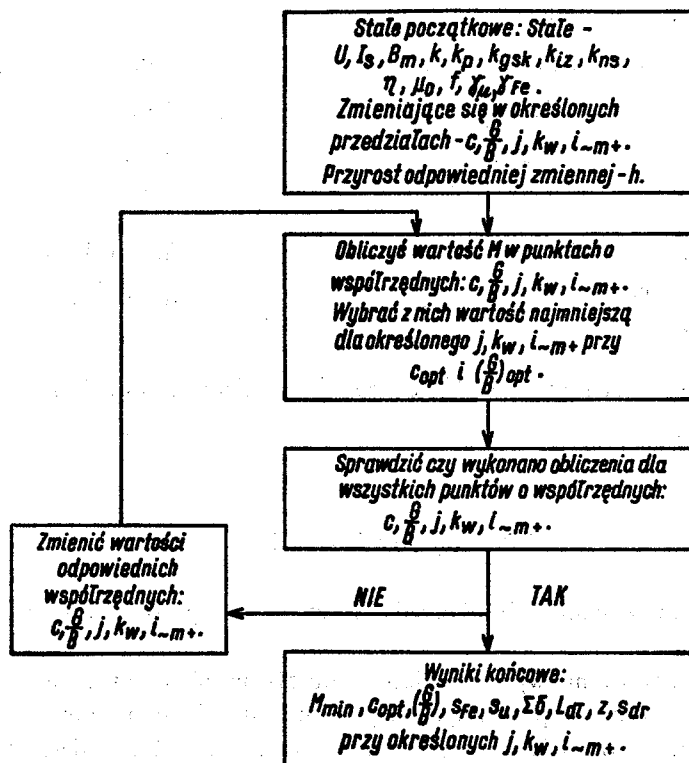
W celu rozwiązania problemu optymalizacji opracowano algorytm pozwalający na obliczenie wartości funkcji celu oraz określenie dla jakich wartości badanych parametrów funkcja ta osiąga minimum (rys. 2). Do realizacji przedstawionego algorytmu obliczeń użyto maszyny cyfrowej ODRA-1305 w podstawowym zestawie. Program został napisany w języku FORTRAN.

Oprócz podstawowego zadania, jakim jest znalezienie optymalnych wartości wskaźników c i $\frac{G}{B}$, dla których istnieje (przy zadanych wartościach j , k_w , i_{-m+}) minimum masy materiałów czynnych, w programie istnieje możliwość uzyskania wyników pośrednich z wybranego obszaru obliczeń. Umożliwia to wyznaczenie dowolnych charakterystyk, jak np. $M = f\left(\frac{G}{B}\right)$ dla zmieniających się w określonych przedziałach pozostałych parametrów.

3. OBLICZENIA OPTIMALIZACYJNE NA PRZYKŁADZIE DŁAWIKA 6000 V, 75 A

3.1. Opracowanie danych wejściowych do programu

Obliczenia optymalizacyjne wykonano na przykładzie dławika gładzącego o indukcyjności 160 mH, przeznaczonych do pracy w układzie przekształtnikowym o napięciu 6000 V, przy znamionowym prądzie obciążenia $I_s = 75$ A. Obliczenia wykonano dla dławika z uzwojeniem miedzianym oraz aluminiowym.



Rys. 2. Algorytm obliczeń

Dane wejściowe stałe:

$$U = 6000 \text{ V},$$

$$I_s = 75 \text{ A},$$

$$f = 50 \text{ Hz},$$

$$B_m = 1,5 \text{ T},$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^7 \text{ H/m},$$

$$\gamma_{Fe} = 7,65 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3,$$

$$\gamma_u = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ — dla miedzi},$$

$$\gamma_u = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ — dla aluminium},$$

$$\text{wg [2]} \begin{cases} k_p = 1,06, \\ k_{ns} = 1,04, \\ k_{gsk} = 0,0637 \left(\text{dla układu 6-pulsowego i } \alpha = \frac{\pi}{2} \right), \end{cases}$$

$$\text{wg [8]} \begin{cases} k_{iz} = 0,96, \\ \eta = 0,908, \\ k = 1,2. \end{cases}$$

Dane wejściowe zmienne:

$$i_{\sim m+} \in \langle 0,05; 0,15 \rangle \quad \text{z krokiem } h_i = 0,05,$$

$$k_w \in \langle 0,1; 0,35 \rangle \quad \text{,,} \quad h_{k_w} = 0,05,$$

$$G/B \in \langle 1,2; 3,8 \rangle \quad \text{,,} \quad h_{G/B} = 0,1.$$

Dla miedzi:

$$j \in \langle 1,2 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2; 1,5 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \rangle \quad \text{z krokiem } h_j = 0,1 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2,$$

$$c \in \langle 0,2; 1,4 \rangle \quad \text{,,} \quad h_c = 0,1.$$

Dla aluminium:

$$j \in \langle 0,75 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2; 1,1 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \rangle \quad \text{z krokiem } h_j = 0,05 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2,$$

$$c \in \langle 1,5; 3,5 \rangle \quad \text{,,} \quad h_c = 0,1.$$

3.2. Wyniki obliczeń

Wyniki obliczeń uzyskane z EMC przedstawiono w tablicy 1 oraz w postaci wykresów — rysunki 3 do 10.

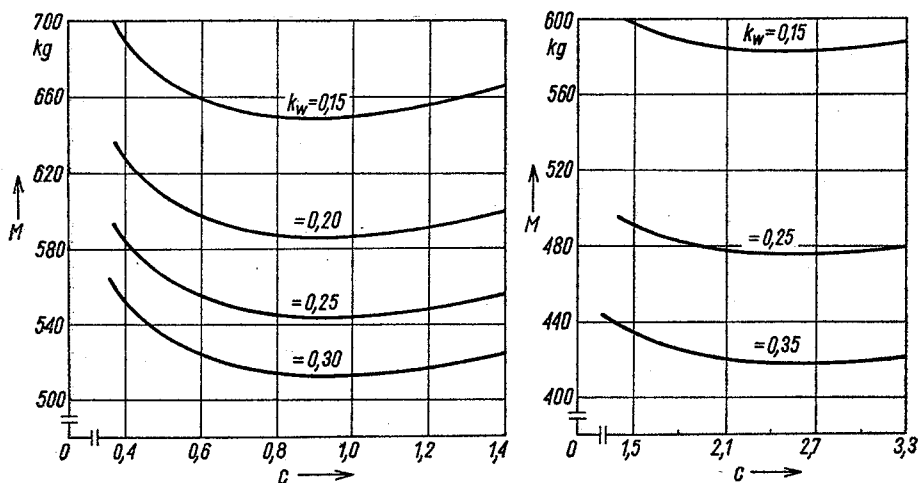
W tablicy 1 zestawiono wyniki obliczeń podstawowych parametrów dławików miedzianego i aluminiowego, optymalnych z punktu widzenia minimum masy materiałów czynnych. Porównując wartości odpowiednich parametrów, można stwierdzić co następuje:

Tablica 1

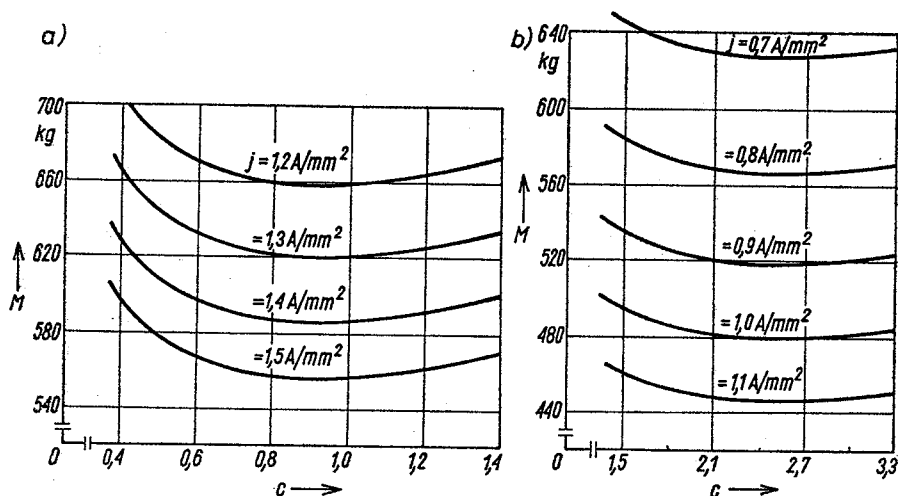
Porównanie parametrów dławika z uzwojeniem miedzianym i aluminiowym

Parametr	Uzwojenie miedziane	Uzwojenie aluminiowe
$U, I_s, L_{dl}, i_{\sim m+}$	6000 V; 75 A; 162 mH; 0,1	
k_w	0,2	0,25
$j \text{ [A/m}^2\text{]}$	$1,4 \cdot 10^6$	$0,9 \cdot 10^6$
c_{opt}	0,9	2,6
$(G/B)_{opt}$	2,6	2,4
z	409	557
$\Sigma \delta \text{ [mm]}$	33,4	45,6
$s_{Fe} \text{ [m}^2\text{]}$	0,0243	0,0178
$s_u \text{ [m}^2\text{]}$	0,0219	0,0464
$D_k \text{ [m]}$	0,189	0,161
$G \text{ [m]}$	0,534	0,667
$B \text{ [m]}$	0,205	0,278
Wysokość dławika [m]	0,723	0,828
Długość dławika [m]	0,788	0,878
$M_{Fe} \text{ [kg]}$	345	303
$M_u \text{ [kg]}$	241	173
$M \text{ [kg]}$	586	476

- dławik z uzwojeniem aluminiowym posiada większe wymiary gabarytowe (wysokość o ok. 14%, długość o ok. 11%),
 - masa materiałów czynnych dławika z uzwojeniem aluminiowym jest mniejsza o ok. 19% (masa żelaza mniejsza o ok. 12%, masa materiału przewodowego mniejsza o ok. 28%).
- Wyniki obliczeń przedstawione w postaci wykresów pozwalają ocenić wpływ takich parametrów, jak c , G/B , k_w , j , i_{m+} na przebieg optymalizacji, a więc masę materiałów czynnych dławika. Można stwierdzić, co następuje.

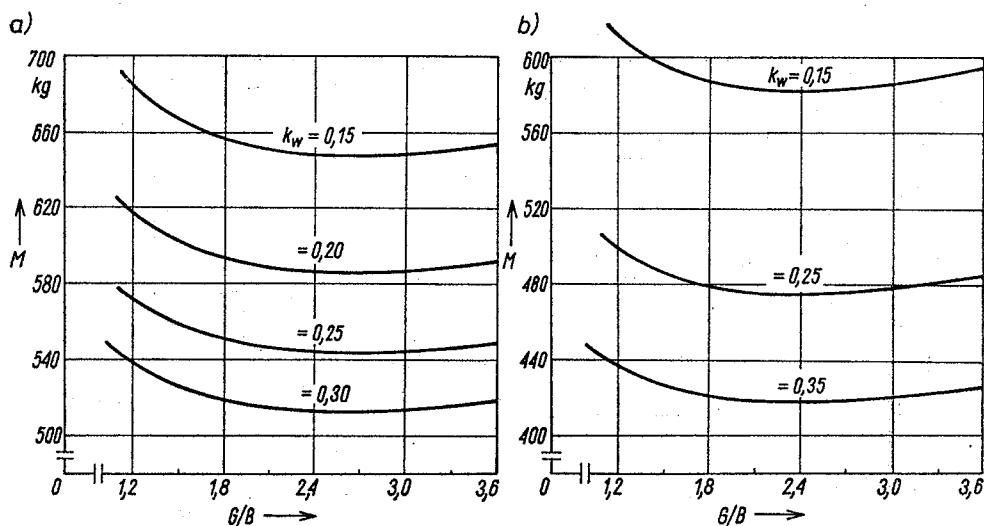


Rys. 3. Zależność $M = f(c)$ dla różnych wartości współczynnika wypełnienia okna oraz $i_{m+} = 0,1$
a) dławik z uzwojeniem miedzianym — $G/B = 2,6$; $j = 1,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$, b) dławik z uzwojeniem aluminiowym — $G/B = 2,4$;
 $j = 0,9 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$

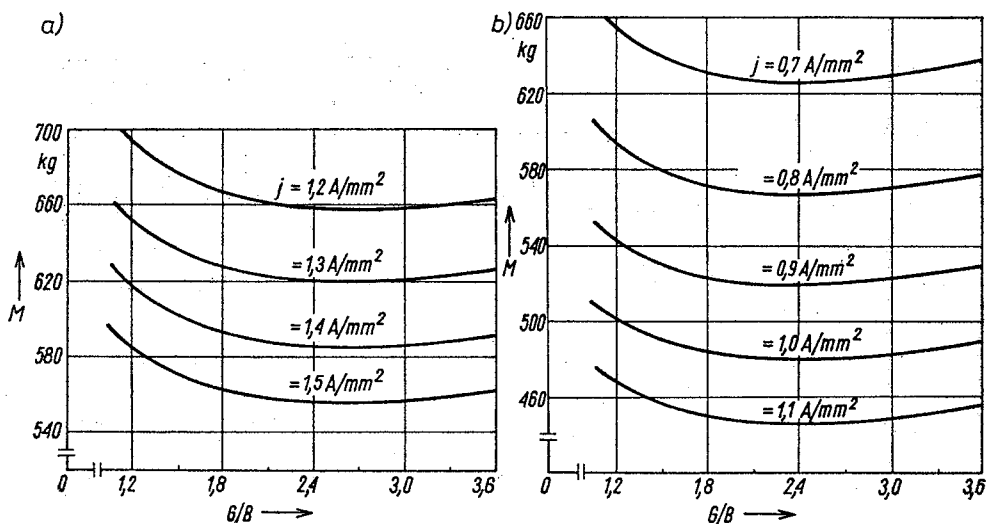


Rys. 4. Zależność $M = f(c)$ dla różnych wartości gęstości prądu oraz $i_{m+} = 0,1$
a) dławik z uzwojeniem miedzianym — $G/B = 2,6$; $k_w = 0,2$, b) dławik z uzwojeniem aluminiowym — $G/B = 2,4$; $k_w = 0,2$

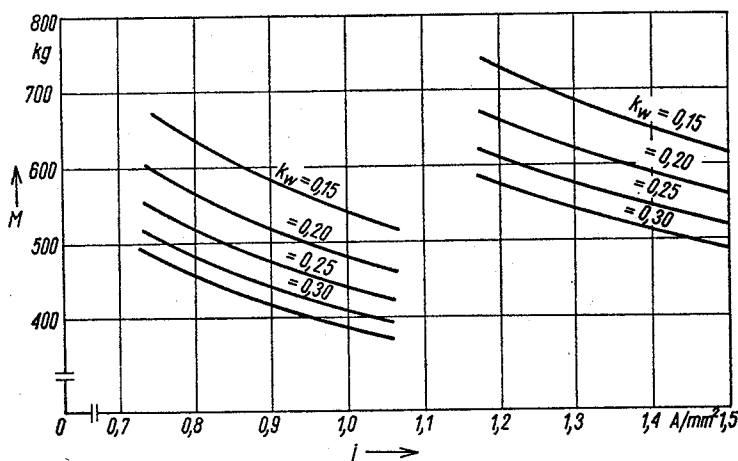
— Funkcja $M = f(c)$ dla $i_{m+} = \text{const}$, $j = \text{const}$, $k_w = \text{const}$, $G/B = \text{const}$, posiada minimum przy określonej wartości c_{opt} (rys. 3 i 4). Dla dławików z uzwojeniem miedzianym oraz $i_{m+} = 0,10$; $G/B = 2,6$; $j = 1,2 \div 1,5 \text{ A/mm}^2$; $k_w = 0,15 \div 0,30$, wartość c_{opt} wynosi ok. 0,9. Dla dławików z uzwojeniem aluminiowym oraz $i_{m+} = 0,10$; $G/B = 2,4$; $j = 0,7 \div 1,1 \text{ A/mm}^2$; $k_w = 0,15 \div 0,35$, wartość c_{opt} wynosi ok. 2,5 $\div$ 2,6. Zmniejszenie wartości c w stosunku do c_{opt} o ok. 40% powoduje zwiększenie masy dławika o ok. 3%, natomiast zwiększenie c o ok. 40% powoduje wzrost masy nie przekraczający 1,5%.



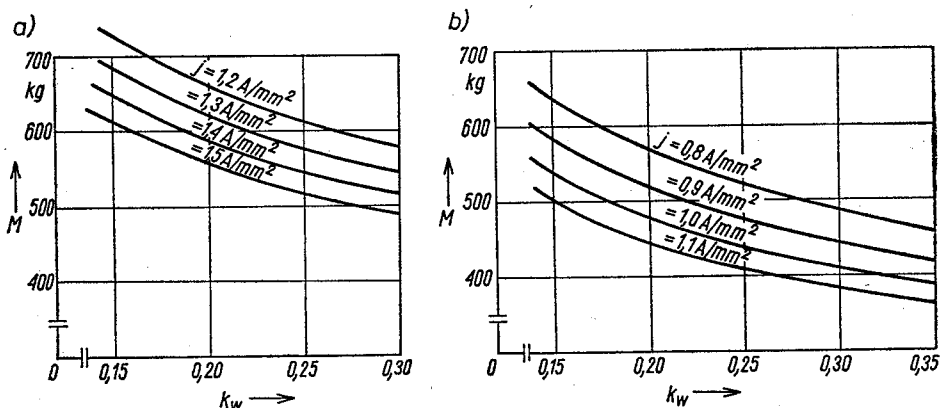
Rys. 5. Zależność $M = f(G/B)$ dla różnych wartości współczynnika wypełnienia okna oraz $i_{m+} = 0,1$
a) dławik z uzwojeniem miedzianym — $c = 0,9$; $j = 1,4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$, b) dławik z uzwojeniem aluminiowym — $c = 2,5$; $j = 0,9 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$



Rys. 6. Zależność $M = f(G/B)$ dla różnych wartości gęstości prądu oraz $i_{m+} = 0,1$
a) dławik z uzwojeniem miedzianym — $c = 0,9$; $k_w = 0,2$, b) dławik z uzwojeniem aluminiowym — $c = 2,5$; $k_w = 0,2$



Rys. 7. Zależność $M = f(j)$ dla różnych wartości współczynnika wypełnienia okna, optymalnych wartości parametrów c i G/B oraz $i_{m+} = 0,1$

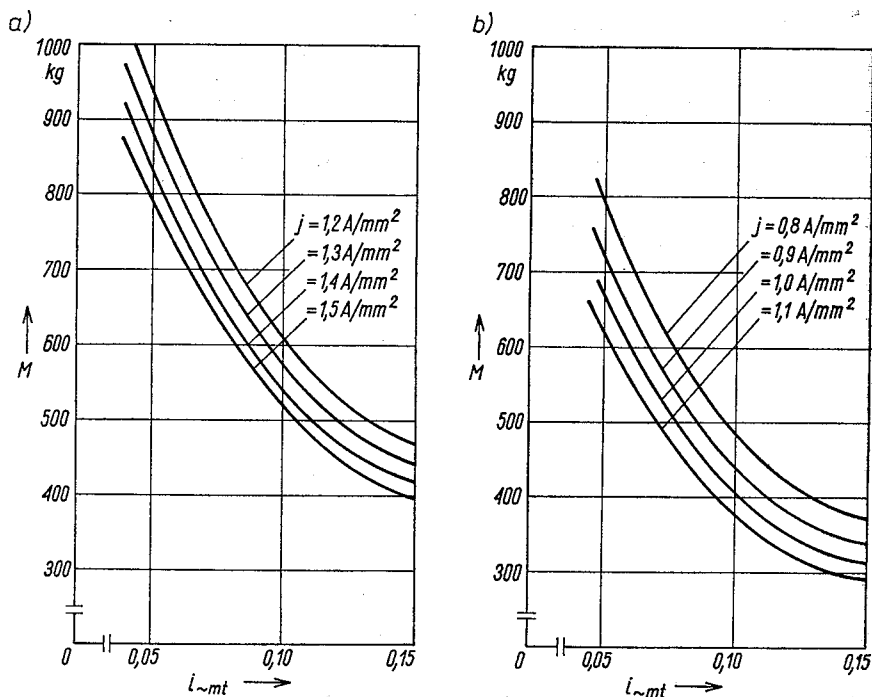


Rys. 8. Zależność $M = f(k_w)$ dla różnych wartości gęstości prądu, optymalnych wartości parametrów c i G/B oraz $i_{m+} = 0,1$

a) dławik z uzwojeniem miedzianym, b) dławik z uzwojeniem alumiiniowym

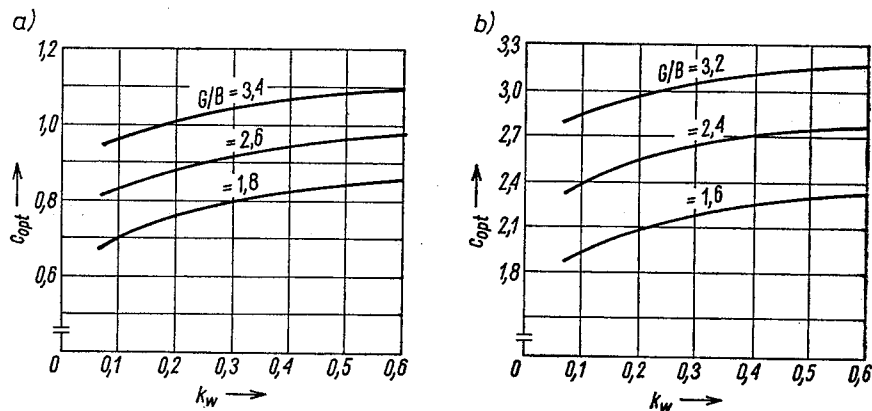
— Funkcja $M = f(G/B)$ dla $i_{m+} = \text{const}$, $j = \text{const}$, $k_w = \text{const}$, $c = \text{const}$, posiada minimum przy określonej wartości $(G/B)_{\text{opt}}$ (rys. 5 i 6). Dla dławików z uzwojeniem miedzianym oraz $i_{m+} = 0,10$; $c = 0,9$; $j = 1,2 \div 1,5$ A/mm²; $k_w = 0,15 \div 0,30$, wartość $(G/B)_{\text{opt}}$ wynosi ok. 2,6. Dla dławików z uzwojeniem alumiiniowym oraz $i_{m+} = 0,10$; $c = 2,5$; $j = 0,7 \div 1,1$ A/mm²; $k_w = 0,15 \div 0,30$, wartość $(G/B)_{\text{opt}}$ wynosi ok. 2,4. Zmniejszenie wartości G/B w stosunku do $(G/B)_{\text{opt}}$ o ok. 40% powoduje wzrost masy dławika o ok. 2,5%, natomiast zwiększenie G/B o ok. 40% powoduje wzrost masy nie przekraczający 1%.

— Funkcja $M = f(j)$ jest funkcją malejącą (rys. 7). Zwiększenie gęstości prądu o 10% w stosunku do wartości 1,4 A/mm² dla miedzi i 0,9 A/mm² dla aluminium powoduje zmniejszenie masy dławika o ok. 5% w przypadku dławika miedzianego i o ok. 7% w przypadku dławika alumiiniowego.



Rys. 9. Zależność $M = f(i_{\sim m+})$ dla różnych wartości gęstości prądu oraz optymalnych wartości parametrów c i G/B

a) dławik z uzwojeniem miedzianym ($k_w = 0,25$), b) dławik z uzwojeniem aluminiowym ($k_w = 0,30$)



Rys. 10. Zależność $c_{opt} = f(k_w)$ dla różnych wartości parametru G/B oraz $i_{\sim m+} = 0,1$
a) dławik z uzwojeniem miedzianym — $j = 1,4 \cdot 10^6$ A/m², b) dławik z uzwojeniem aluminiowym — $j = 0,9 \cdot 10^6$ A/m²

— Funkcja $M = f(k_w)$ jest funkcją malejącą (rys. 8). Zwiększenie współczynnika wypełnienia okna od wartości 0,2 do 0,3 powoduje zmniejszenie masy dławika o 12,5% (dławik miedziany) i o 14,5% (dławik aluminiowy).

— Funkcja $M = f(i_{\sim m+})$ jest funkcją silnie malejącą (rys. 9). Obniżenie składowej przemiennej od wartości 0,10 do 0,05 pociąga za sobą wzrost masy dławika o 63%. Przy powiększeniu natomiast wartości $i_{\sim m+}$ od 0,10 do 0,15 — masa maleje o 24%.

— Wartość c_{opt} zmienia się stosunkowo nieznacznie w zależności od współczynnika wypełnienia okna k_w , a w większym stopniu w zależności od geometrii okna G/B (rys. 10). Wzrostowi współczynnika k_w w szerokich granicach od 0,1 do 0,5 towarzyszy zwiększenie wartości c_{opt} nie przekraczające 20%. Natomiast zwiększenie G/B od wartości 1,8 do 3,4 pociąga za sobą wzrost c_{opt} o 30÷40%.

4. WNIOSKI

Otrzymane wyniki obliczeń oraz przeprowadzona na ich podstawie analiza pozwalają na sformułowanie następujących wniosków.

1. Wysokonapięciowe dławiki gładzące można wykonywać z uzwojeniem miedzianym i aluminium. Dławik aluminium posiada mniejszą o ok. 19% masę materiałów czynnych, natomiast jego wymiary gabarytowe są większe o ok. 13%.

2. Dla dławików wysokonapięciowych z izolacją uzwojeń określonej klasy, gęstość prądu oraz współczynnik wypełnienia okna zawierają się w ściśle określonych granicach. Mając założone parametry: $j = \text{const}$, $k_w = \text{const}$, $i_{m+} = \text{const}$, można zaprojektować dławik o minimalnej masie materiałów czynnych, dobierając odpowiednią wartość wskaźnika c , tj. stosunku przekroju materiału uzwojeń do przekroju żelaza. Dla dławików miedzianych i założeń: $i_{m+} = 0,10$; $G/B = 2,6$; $j = 1,2 \div 1,5 \text{ A/mm}^2$; $k_w = 0,15 \div 0,30$, wartość c_{opt} wynosi około 0,9. Dla dławików aluminium i założeń: $i_{m+} = 0,10$; $G/B = 2,4$; $j = 0,7 \div 1,1 \text{ A/mm}^2$; $k_w = 0,15 \div 0,35$, wartość c_{opt} wynosi ok. 2,6.

3. Przebieg funkcji $M = f(c)$ w obszarze c_{opt} jest płaski, co stwarza konstruktorowi pewną swobodę w doborze wskaźnika c w zależności od aktualnych cen i dostępności materiału przewodowego i żelaza. I tak — wzrost masy materiałów czynnych nie przekraczający 1% uzyskuje się dla c zawierającego się w przedziałach:

$$c = 0,7 \div 1,1 \text{ — dla miedzi,}$$

$$c = 1,8 \div 3,5 \text{ — dla aluminium.}$$

4. Wartość wskaźnika c_{opt} zmienia się nieznacznie w zależności od współczynnika wypełnienia okna k_w i w nieco większym stopniu w zależności od stosunku G/B , np. dla dławika miedzianego i $G/B = 2,6 = \text{const}$, wartość c_{opt} wzrasta od 0,84 do 0,98 przy wzroście k_w od 0,1 do 0,5. Dla $k_w = 0,2 = \text{const}$ wartość c_{opt} wzrasta od 0,76 do 1,02 przy wzroście G/B od 1,8 do 3,4.

5. Istnieje optymalna z punktu widzenia masy materiałów czynnych geometria okna. Dla dławików zaprojektowanych zgodnie z założeniami podanymi we wniosku 2, wartość $(G/B)_{opt}$ wynosi ok. 2,6 dla dławików miedzianych oraz około 2,4 dla aluminium.

6. Funkcja $M = f(G/B)$ ma przebieg płaski w pobliżu minimum, można więc w zależności od warunków istniejących w miejscu zainstalowania dławika dobrać wygodne wymiary gabarytowe, tj. projektować dławik mniej lub bardziej smukły. Wzrost masy materiałów czynnych nie przekraczający 1% uzyskuje się dla $G/B = 1,9 \div 3,3$ zarówno dla dławików miedzianych jak i aluminium.

7. Celowym jest stosowanie izolacji wyższej klasy, umożliwiającej zwiększenie gęstości prądu w uzwojeniu oraz poprawę współczynnika wypełnienia okna. Nawet niewielkie zwiększenie j , a zwłaszcza k_w , powoduje zmniejszenie masy dławika o kilkanaście procent.

8. Założona wartość składowej przemiennej ma decydujący wpływ na masę dławika.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Jabłoński, *Przekształtniki*, Część I, Skrypt PŁ. Łódź, 1974.
2. M. Jabłoński, *Prosta metoda obliczania dławików z rdzeniami stalowymi stosowanych w przekształtnikach energetycznych*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1978, 24, z. 1.
3. J. Łastowiecki, *Obwody magnetyczne w układach napędowych*, WNT, Warszawa 1982.
4. J. Goliński, *Metody optymalizacyjne w projektowaniu technicznym*, WNT, Warszawa 1974.
5. M. Kieszek, *Optymalizacja w projektowaniu dławików szeregowych z rdzeniami stalowymi stosowanych w przekształtnikach*, Zeszyty Naukowe PŁ „Elektryka”, 1976, z. 56.
6. K. Fiałkowski, *Programowanie w języku Fortran*, PWN, Warszawa 1973.
7. J. Stańko, *Język FORTAN maszyn serii ODRA 1300*, P.W., Wrocław 1976.
8. E. Jezierski, *Transformatory. Budowa i projektowanie*, II wydanie, WNT, Warszawa 1963.
9. W. Pełczewski, *Zagadnienia ciepłe w maszynach elektrycznych*, PWT, Warszawa 1956.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK, R. SZCZURBANOWSKI

OPTIMIZATION OF HIGH-VOLTAGE SMOOTHING REACTORS

Summary

The paper presents mass optimization of high-voltage smoothing reactors used in thyristor controlled electric drive systems. An algorithm which minimizes the mass of the core and the winding has been applied. Influence of different parameters on these magnitudes has been studied, such as the ratio of the cross section of winding to the cross section of the core, the ratio between the height and the width of the reactor window, current density, etc. Optimization calculations for a smoothing reactor ($U = 6000$ V, $I = 75$ A, $L = 160$ mH), both with copper and aluminium windings, have been made.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK, R. SZCZURBANOWSKI

OPTIMISATION DES INDUCTANCES DE LISSAGE À HAUTE TENSION

Résumé

Dans cet article on analyse les inductances de lissage à haute tension dans les convertisseurs statiques appliqués à la commande électrique. On a préparé l'algorithme minimisant la masse des matériaux actifs, et en résultat, on a trouvé comment la masse est influencée par les paramètres: a) relation entre la surface de la section de l'enroulement et du noyau, b) relation entre la hauteur et la largeur de la fenêtre, c) densité du courant etc. On a préparé un exemple de calcul de l'optimisation en cas d'une inductance de lissage de 6000 V, 75 A, 160 mH avec l'enroulement de cuivre et d'aluminium.

K. JACHOWICZ-KOCIOŁEK, R. SZCZERBANOWSKI

OPTIMIERUNG DER HOCHSPANNUNGS-GLÄTTUNGSDROSSELSPULEN

Zusammenfassung

In dem Artikel wird eine Analyse der Hochspannungs-Glättungsdrosselspulen geschildert. Solche Drosselspulen werden in Stromrichteranlagen bei Antrieben angewandt. Es wurden mit Hilfe der *EZM* viele Berechnungen gemacht. Die Ergebnisse gestatten, minimale Werte der Kupfer- und Eisenmasse zu bestimmen. Es wurden folgende Parameter geprüft: Verhältnis des Kupferquerschnittes und des Kernquerschnittes, Verhältnis der Länge und der Breite des Fensters, Stromdichte u.a. Optimierungsberechnungen wurden anhand einer Drosselspule — 6000 V, 75 A, 160 mH — mit Kupfer- und Aluminiumwicklungen durchgeführt.

К. ЯХОВИЧ-КОЦИОЛЭК, Р. ЩЭРБАЛОВСКИ

ОПТИМАЛИЗАЦИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ СГЛАЖИВАЮЩИХ ДРОССЕЛЕЙ

Резюме

Предметом анализа являются высоковольтные сглаживающие дроссели, применяемые в преобразовательных приводных системах. Применяя алгоритм минимизирующий массу активных материалов, исследовано влияние на массу дросселя таких параметров как: соотношение поверхности сечения обмоточного материала к поверхности стали, соотношение высоты к ширине окна, коэффициент заполнения окна, плотность тока и др. Оптимизирующие расчёты проводились на примере дросселя 6000 в, 75 а, 160 мГ с медной и алюминиевой обмоткой.

Impulsowe nagrzewanie metalu wiązką promieniowania laserowego rodzaju $TEM_{01} + TEM_{10}$

FRANCISZEK KOSTRUBIEC (ŁÓDŹ)

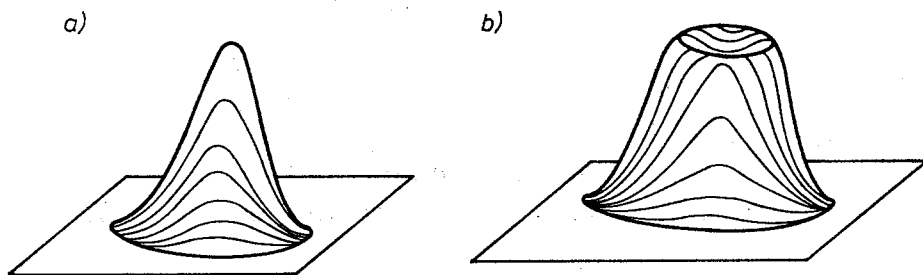
Instytut Podstaw Elektrotechniki Politechniki Łódzkiej

Otrzymano 31.7.1981

W pracy przeanalizowano proces impulsowego nagrzewania metalu wiązką promieniowania laserowego rodzaju $TEM_{01} + TEM_{10}$. Szczególną uwagę zwrócono na wyjaśnienie zależności występujących pomiędzy parametrami wiązki promieniowania oraz rozkładem temperatury w metalu.

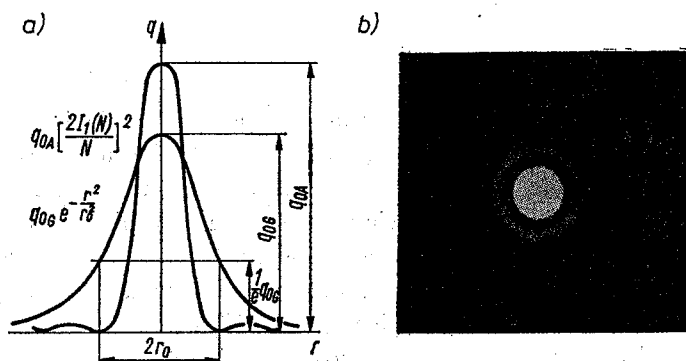
1. WSTĘP

W laserowej obróbce materiałów stosowane są lasery o działaniu impulsowym: do wygrzewania struktur półprzewodnikowych, do lokalnego hartowania powierzchni metali, do spawania punktowego, do korekcji elektronicznych elementów warstwowych, do drążenia otworów, oraz lasery o działaniu ciągłym: do spawania liniowego, do cięcia materiałów, również do korekcji elementów warstwowych. Pracują one w warunkach wymuszonego modu podstawowego TEM_{00} (rys. 1a) lub w warunkach generacji wielomodowej [1, 2, 3]. Rozkład przestrzenny energii w przekroju poprzecznym wiązki promieniowania lasera, pracującego w warunkach wymuszenia modu podstawowego, daje się aproksymować funkcją Gaussa [1, 2, 4], a proces jej ogniskowania nie zmienia tego rozkładu [5]. Autorzy publikacji z dziedziny zastosowań laserów w technologii, które ukazywały się w latach sześćdziesiątych i na początku lat siedemdziesiątych [6, 7, 18, 28], zakładali istnienie równomiernego rozkładu energii w płaszczyźnie ogniska zogniskowanej wiązki wielomodowej rodzaju TEM_{mn} . Dopiero późniejsze badania, między innymi [3, 4, 5, 10, 33] wykazały, iż założenie takie jest daleko idącym uproszczeniem. W rzeczywistości rozkład przestrzenny energii w wiązce wielomodowej jest bardzo złożony, zależny od mocy wiązki i nie daje się aproksymować funkcjami elementarnymi, a ponadto zmienia się w procesie ogniskowania [1, 2, 4, 5]. Względnie równomierny rozkład energii uzyskuje się w części wiązki wielomodowej, wydzielonej za pomocą diafragmy lub za pomocą specjalnego układu optycznego. Również w przypadku pracy lasera w warunkach wymuszenia modów sprzężonych $TEM_{01} + TEM_{10}$ rozkład przestrzenny energii w wiązce może być traktowany jako w przybliżeniu równomierny [9, 10] (rys. 1b). Ogniskowanie wiązki o równomiernym rozkładzie energii w przekroju poprzecznym zmienia charakter rozkładu i w efekcie otrzymuje się w płaszczyźnie ogniska rozkład opisany funkcją Airy [4, 5, 11, 33].



Rys. 1. Rozkłady energii w przekrojach poprzecznych wiązek: a) rodzaju TEM_{00} , b) rodzaju $TEM_{01} + TEM_{10}$

Za średnicę powierzchni oddziaływania uważa się wówczas średnicę wewnętrzną pierwszego pierścienia ciemnego w rozkładzie Airy [11] (rys. 2). Przy takim założeniu średnica obszaru oddziaływania określona jest jednoznacznie. Obraz porównawczy rozkładów gęstości mocy na powierzchni obrabianego materiału zogniskowanych wiązek z rozkładami Gaussa i Airy daje rys. 2. Istotną zaletą rozkładu Airy jest istnienie wyraźnej granicy obszaru oddziaływania, co dla wybranych operacji technologicznych ma duże znaczenie.



Rys. 2. Rozkłady energii w płaszczyźnie ogniska wiązek zogniskowanych: a) funkcje rozkładu Gaussa i Airy, b) oraz rozkładu Airy na powierzchni nagrzewanej

Z tych też powodów wielu znanych producentów laserowych urządzeń technologicznych (Apollo Lasers, Laser Technique, Holobeam) część produkowanych urządzeń wyposaża w lasery, które przystosowane są do pracy w warunkach wymuszenia modów sprzężonych $TEM_{01} + TEM_{10}$ oraz w specjalne układy optyczne umożliwiające obróbkę wiązki przed jej zogniskowaniem.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A	— współczynnik absorpcji energii przez metal
c	— ciepło właściwe metalu
γ	— gęstość metalu
λ	— przewodność cieplna metalu

$\alpha = \frac{\lambda}{c\gamma}$ — dyfuzyjność cieplna metalu

q_0 — gęstość mocy w punkcie centralnym powierzchni oddziaływania

$q(r)$ — gęstość powierzchniowa mocy w dowolnym punkcie powierzchni oddziaływania

t — czas oddziaływania wiązki

t_i — czas trwania impulsu laserowego

T_0, ϑ_0 — rzeczywista i bezwymiarowa temperatura początkowa

T, ϑ — rzeczywisty i bezwymiarowy przyrost w stosunku do T_0 temperatury

2. DYSKUSJA MODELU

Układ termokinetyczny nagrzewania metalu wiązką promieniowania laserowego w ogólnym przypadku jest układem nieliniowym z uwagi na zależności temperaturowe współczynników cieplnych metalu oraz współczynnika absorpcji energii. Jeśli ponadto metal nagrzewany jest do temperatury wyższej od temperatury topnienia, to w procesie tworzenia się lokalnego przetopu powstają dwa obszary rozdzielone powierzchnią przemiany fazowej, na której spełniony jest warunek równowagi strumieni (warunek Stefana). Dodatkowe komplikacje wprowadzają zjawiska gazodynamiczne na powierzchni stopionego metalu ujawniające się w formie wypadkowego oddziaływania ciśnienia wiązki laserowej i ciśnienia par metalu [5, 16, 21, 24]. Przy dostatecznie długim czasie nagrzewania znaczącą rolę w bilansie cieplnym układu może również odgrywać ciepło wypromieniane z powierzchni nagrzewanej.

Pełny opis matematyczny takiego układu jest bardzo skomplikowany, a jego rozwiązanie nie jest możliwe bez zastosowania metod przybliżonych. Trudne jest również wyznaczenie dokładności wyników końcowych, albowiem wykorzystane w obliczeniach współczynniki cieplne metalu oraz ich zależności temperaturowe są zazwyczaj wyznaczone doświadczalnie, a ich powtarzalność dla próbek wykonanych z jednakowego metalu lecz różnymi technologiami jest również ograniczona. Dotyczy to szczególnie współczynnika absorpcji energii przez powierzchnię metalu.

Przygotowanie warunków laserowej obróbki metalu, niezależnie od stopnia dokładności obliczeń podstawowych jej parametrów, takich jak: parametry impulsu laserowego, geometria i wymiary obrabianego obszaru próbki, założona temperatura obróbki, jest zawsze poprzedzone szeregiem prób doświadczalnych. W tym przypadku nie jest wymagana duża dokładność obliczeń tych parametrów, gdyż i tak są one traktowane jako wyjściowe do prób doświadczalnych. Pomocna staje się natomiast znajomość wpływu jakościowego tych parametrów na proces obróbki. Jest to podstawowa przyczyna, dla której w publikacjach dotyczących obróbki laserowej metali powszechną praktyką stało się stosowanie bardzo uproszczonych modeli, w postaci jednorodnej półprzestrzeni nieograniczonej, nagrzewanej lokalnym źródłem ciepła opisywanej liniowym równaniem przewodnictwa [5, 7, 8, 15, 17, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31], lub w postaci płyty, nagrzewanej powierzchniowym źródłem ciepła, opisaną liniowym równaniem przewodnictwa z odpo-

wiednimi warunkami brzegowymi [5, 6, 13, 18, 28] i tylko niekiedy jako układ dwóch płyt z idealnym bądź nieidealnym ich kontaktem termicznym (np. niektóre prace Rykali-na i Ugłowa). Tego rodzaju uproszczenia modelowe znakomicie ułatwiają analizę, gdyż sprowadzają ją do rozwiązania jednego (w przypadku półprzestrzeni) lub dwóch (w przypadku płyty) liniowych równań różniczkowych. W wyniku ich rozwiązania uzyskuje się stosunkowo proste zależności matematyczne, dające się łatwo adaptować do obliczeń inżynierskich. Jednakże przy tak znacznych uproszczeniach modelowych z dużą ostrożnością należy podchodzić do interpretacji wyników, a w szczególności wyników obliczeń ilościowych. Porównanie wyników uzyskanych z obliczeń z wynikami doświadczalnymi, np. [5, 6, 8, 15, 17, 25, 28, 30, 31, 32, 34], wskazuje, iż rozbieżność pomiędzy nimi zawiera się w granicach od kilkunastu procentów dla niskich temperatur granicznych nagrzewania, do kilkudziesięciu a w szczególnych przypadkach do kilkuset procent w przypadku nagrzewania i topnienia metalu. Odrzucając skrajne rozbieżności pomiędzy wynikami, w większości przypadków można je przyjąć jako wyjściowe do dalszego uściślenia na drodze doświadczalnej. W ocenie dopuszczalnych uproszczeń modelowych dyskusyjnymi są również następujące dwa zagadnienia:

- a) sposób zamodelowania wiązki laserowej jako źródła ciepła w układzie termokinetycznym,
- b) określenie udziału ciepła, wypromieniowanego z powierzchni nagrzewanej, w ogólnym bilansie ciepła układu.

Zagadnienie pierwsze w praktyce sprowadza się do wyboru właściwego ekwiwalentnego źródła ciepła, które możliwie wiernie odwzorowywać będzie proces wymiany energii pomiędzy wiązką laserową i metalem. W literaturze przyjmowane są cztery rodzaje źródeł ekwiwalentnych: punktowe [7, 8, 15], objętościowe [16], liniowe o określonej stałej czasowej [17] oraz powierzchniowe [5, 6, 18, 19, 20]. Stosunkowo najwierniejsze odwzorowanie zjawiska zapewnia źródło powierzchniowe. Wynika to stąd, iż grubość warstwy absorpcyjnej fali elektromagnetycznej o długości $1,06 \mu\text{m} \div 10,6 \mu\text{m}$ (odpowiada to promieniowaniu laserów neodymowych oraz dwutlenowowęglowych) nie jest większa od $0,1 \mu\text{m}$ i jednocześnie o dwa do trzech rzędów wielkości mniejsza od głębokości wnikania ciepła w metal na drodze przewodnictwa [5, 21, 22, 24, 28].

Natomiast jeśli chodzi o ilościowy udział ciepła, wypromieniowanego z powierzchni nagrzewanej, w bilansie ciepła układu termokinetycznego, to jest on zależny od wielu czynników. Wśród nich za najważniejsze można uznać: gęstość powierzchniową mocy źródła, wielkość powierzchni źródła oraz czas nagrzewania. Z danych literaturowych wynika, iż zagadnienie to było badane, jednakże wyniki badań publikowane są fragmenta-

rycznie. W pracy [5] podano, iż przy gęstościach mocy powierzchniowej $10^{10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ stru-

mień ciepła wypromieniowanego z powierzchni aluminium jest rzędu $10^7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, a więc

o trzy rzędy wielkości mniejszy. W przypadku obróbki impulsowej, gdy czas trwania impulsu laserowego nie jest większy od kilku milisekund, a powierzchnia nie jest większa od $1,5 \text{ mm}^2$, ilość wypromieniowanego ciepła jest rzędu 1% ciepła dostarczonego i może być ono pominięte w ogólnym bilansie układu.

3. ANALIZA NAGRZEWANIA

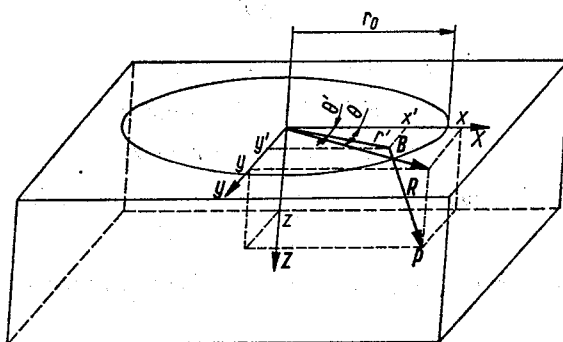
Z zaprezentowanej wyżej dyskusji dotyczącej modelowania układu termokinetycznego procesu nagrzewania wynikają następujące wnioski.

a. Jeśli celem analizy jest uzyskanie możliwie prostych, przydatnych dla praktyki inżynierskiej, wyników końcowych, to dopuszczalne są daleko idące uproszczenia modelowe, wśród których za najważniejsze uznaje się potraktowanie układu termokinetycznego jako układ liniowy i pominięcie ciepła przejścia fazowego (ciepła topnienia) — jeśli metal nagrzewany jest do temperatury wyższej od temperatury topnienia.

b. Przyjęcie tak znacznych uproszczeń modelowych powoduje, iż wyniki końcowe analizy, a szczególnie wyniki ilościowe muszą być interpretowane z dużą ostrożnością. Niemniej jednak, poza skrajnymi przypadkami, w pozostałych są one na tyle wiarogodne, że można je przyjąć jako wyjściowe do opracowania warunków technologicznych obróbki laserowej.

Powyższe wnioski skłoniły autora do dokonania, przedyskutowanych wcześniej uproszczeń w taki sposób, aby możliwe było uzyskanie prostych i użytecznych wyników końcowych. Do analizy przyjęto więc model półprzestrzeni nieograniczonej, nagrzewanej lokalnie powierzchniowym źródłem ciepła o równomiernej gęstości mocy na całej jego powierzchni.

Warunek półprzestrzeni nieograniczonej, zgodnie z [5, 13] spełnia próbka metalowa o wymiarach: $a, b \geq (r_0 + 3\sqrt{\alpha t_i})$, $c \geq \sqrt{\alpha t_i}$. Jeśli np. czas trwania impulsu laserowego $t_i = 5$ ms, średnica źródła powierzchniowego $d_0 = 2r_0 = 0,2$ mm, to warunki półprzestrzeni spełniają próbki o następujących wymiarach: aluminium: 2,1 mm × 2,1 mm × 2 mm; miedź: 2,4 mm × 2,4 mm × 2,3 mm; nikiel: 1 mm × 1 mm × 0,9 mm. Z przytoczonych wyżej przykładów wynika, iż w większości przypadków warunki takie w praktyce są spełnione.



Rys. 3. Schemat modelu obliczeniowego

W analizie przyjmuje się nagrzewanie pojedynczym impulsem o prostokątnej charakterystyce czasowej, opisanej zależnością

$$q(r, t) = \begin{cases} q_0 & \text{dla } 0 \leq t \leq t_i, \\ 0 & \text{dla } t > t_i. \end{cases} \quad (1)$$

Ekwiwalentne powierzchniowe źródło ciepła ma kształt koła, w którym rozkład gęstości mocy jest równomierny, opisany zależnością

$$q(r) = \begin{cases} q_0 & \text{dla } 0 \leq r \leq r_0, \\ 0 & \text{dla } r > r_0. \end{cases} \quad (2)$$

Ponadto przyjęto:

— temperaturowy warunek początkowy

$$T(r, z, t) = T(r, z, 0) = T_0 = 0, \quad (3)$$

— warunek graniczny

$$T(r, z, t) = T(\infty, z, t) = T(r, \infty, z, t) = T_0 = 0. \quad (4)$$

Do rozwiązania tak sformułowanego zagadnienia zastosowano metodę źródeł punktowych [12], słuszną dla modelu liniowego. Powierzchniowe źródło ciepła o funkcji rozkładu $q(x', y', t')$ zastąpiono sumą źródeł punktowych $q_i(B_i, t)$, przy czym

$$q(x', y', t') = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(B_i, t), \quad (5)$$

a wówczas wypadkowe pole temperaturowe w metalu $T(x, y, t)$ jest sumą pól temperaturowych $T_i(P_i, t)$, wytworzonych przez źródła punktowe

$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} T_i(P_i, t). \quad (6)$$

Jeśli przez elementarną powierzchnię ds , w otoczeniu punktu B , w elementarnym czasie dt zaabsorbowana zostanie energia promieniowania dE , to zgodnie z [12] spowoduje ona wzrost temperatury w punkcie P o wartość określoną zależnością

$$dT(R) = \frac{2dE}{c\gamma \sqrt{(4\pi\alpha t)^3}} \exp\left(-\frac{R^2}{4\alpha t}\right), \quad (7)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} R^2 &= (x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2, \\ x' &= r'\sin\Theta', \quad y' = r'\cos\Theta', \\ x &= r\sin\Theta, \quad y = r\cos\Theta. \end{aligned} \quad (8)$$

Elementarna energia zaabsorbowana przez powierzchnię ds jest wówczas równa

$$dE = Aq_0 r' dt dr' d\Theta'. \quad (9)$$

Po uwzględnieniu w zależności (7) związków (8) i (9) otrzymuje się znaną postać wyrażenia z prac [12, 13]

$$dT(r, \Theta, z, t) = \frac{2Aq_0 r' dr' dt d\Theta'}{c\gamma \sqrt{(4\pi\alpha t)^3}} \exp\left[-\frac{r^2 + r'^2 + z^2 - 2rr'\cos(\Theta - \Theta')}{4\alpha t}\right]. \quad (10)$$

Postępując zgodnie z zależnością (6) wyznaczono wzór, który opisuje wypadkowe pole temperaturowe, wytworzone przez powierzchniowe źródło ciepła

$$T(r, \Theta, z, t) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_0} \int_0^t \frac{2Aq_0 r' dr' dt d\Theta'}{c\gamma \sqrt{(4\pi\alpha t)^3}} \exp\left[-\frac{r^2 + r'^2 + z^2 - 2rr'\cos(\Theta - \Theta')}{4\alpha t}\right], \quad (11)$$

a po obliczeniu całki

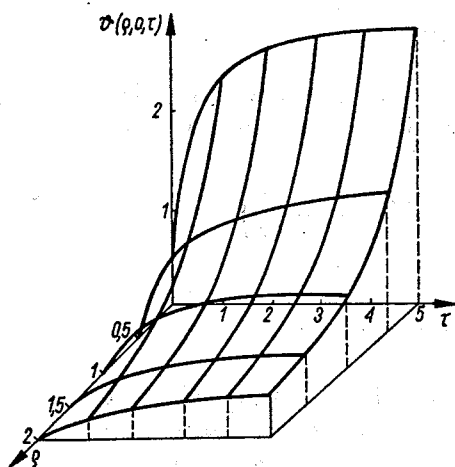
$$\int_0^{2\pi} f(\Theta') d\Theta',$$

$$T(r, z, t) = \frac{Aq_0}{4\pi\lambda\sqrt{\pi\alpha}} \int_0^{r_0} \int_0^t \frac{r' dr' dt}{\sqrt{t^3}} I_0\left(\frac{rr'}{2\alpha t}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + r'^2 + z^2}{4\alpha t}\right), \quad (12)$$

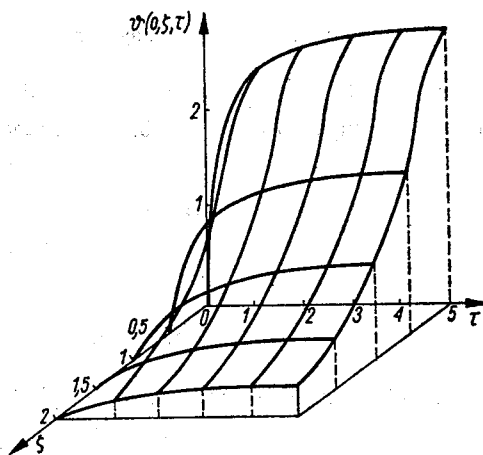
gdzie $I_0\left(\frac{rr'}{(2\alpha t)}\right)$ — funkcja Bessela zerowego rzędu.

Uogólniona analiza rozwiązania (12) jest możliwa, po sprowadzeniu go do postaci bezwymiarowej za pomocą następujących wielkości:

- współrzędnych $\varrho = \frac{r}{r_0}$, $\zeta = \frac{z}{r_0}$,
- czasu $\tau = \frac{\alpha t}{r_0^2}$,
- temperatury $\vartheta(\varrho, \zeta, \tau) = \frac{\lambda T(r, z, t)}{Ar_0 q_0}$,
- parametru zmiennego $x = \frac{r'}{r_0}$;



Rys. 4. Rozkład temperatury na osi ϱ w funkcji czasu τ



Rys. 5. Rozkład temperatury na osi ζ w funkcji czasu τ

po ich uwzględnieniu w (12) i dokonaniu odpowiednich przekształceń, otrzymuje się ostateczną postać funkcji, opisującej pole temperaturowe w metalu

$$\vartheta(\varrho, \zeta, \tau) = \frac{1}{4\sqrt{\pi^3}} \int_0^1 \int_0^{\tau_1} \frac{x d\tau dx}{\sqrt{\tau^3}} I_0\left(\frac{\varrho x}{2\tau}\right) \exp\left(-\frac{\varrho^2 + \zeta^2 + x^2}{4\tau}\right). \quad (14)$$

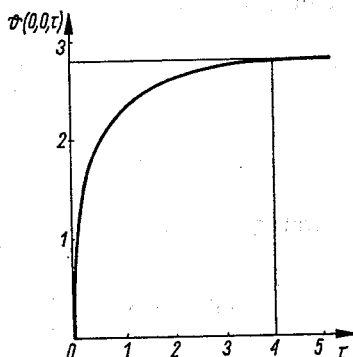
Jest to pole niestacjonarne, symetryczne względem osi ζ . Symetria pola pozwala zobrazować je za pomocą dwóch rozkładów temperatury:

a) rozkładu temperatury na powierzchni nagrzewanej, wzdłuż współrzędnej ϱ

$$\vartheta(\varrho, 0, \tau) = \frac{1}{4\sqrt{\pi^3}} \int_0^1 \int_0^{\tau_i} \frac{x d\tau dx}{\sqrt{\tau^3}} I_0\left(\frac{\varrho x}{2\tau}\right) \exp\left(-\frac{\varrho^2 + x^2}{4\tau}\right), \quad (15)$$

b) rozkładu temperatury wzdłuż osi symetrii ζ

$$\vartheta(0, \zeta, \tau) = \frac{1}{4\sqrt{\pi^3}} \int_0^1 \int_0^{\tau_i} \frac{x d\tau dx}{\sqrt{\tau^3}} \exp\left(-\frac{\zeta^2 + x^2}{4\tau}\right). \quad (16)$$



Rys. 6. Przebieg zmiany temperatury w centrum strefy nagrzewanej

W dowolnej chwili procesu nagrzewania najwyższa temperatura występuje w punkcie o współrzędnych $\varrho = 0$, $\zeta = 0$. Jej zmiana opisana jest następującym wzorem

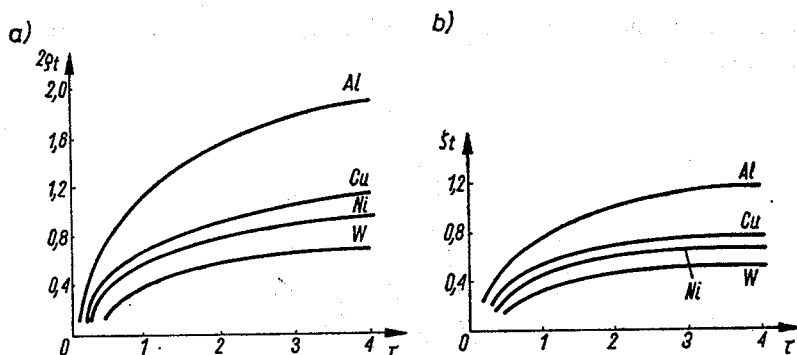
$$\vartheta(0, 0, \tau) = \frac{1}{4\sqrt{\pi^3}} \int_0^1 \int_0^{\tau_i} \frac{x d\tau dx}{\sqrt{\tau^3}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right). \quad (17)$$

4. DYSKUSJA WYNIKÓW ANALIZY

Rozkład temperatury na osiach ϱ i ζ daje wprawdzie tylko przybliżony obraz pola temperaturowego w metalu, pozwala jednakże dostrzec, iż w obszarze ograniczonym współrzędnymi: $0 \leq \varrho \leq 2$, $0 \leq \zeta \leq 2$, dla wartości czasu nagrzewania $\tau \geq 4$, wpływ składowych niestacjonarnych na obraz pola temperaturowego jest już niewielki. Przy założeniu, że obróbce termicznej podlega objętość metalu ograniczona współrzędnymi: $\varrho \leq 2$, $\zeta \leq 2$, można przyjąć, iż $\tau = 4$ stanowi maksymalny czas graniczny tej obróbki. Dalsze wydłużenie czasu nagrzewania, przy niezmiennych pozostałych parametrach wiązki, powoduje wzrost temperatury poza obrabianym obszarem, co z punktu widzenia technologii jest niewskazane lub wręcz szkodliwe.

Istotne staje się więc zagadnienie właściwego doboru czasu nagrzewania, tak aby wytworzone zostało pożądane pole temperaturowe w interesującej nas objętości metalu,

przy możliwie jak najmniejszym przegrzaniu go poza granicami tej objętości. Dynamikę procesu nagrzewania metalu, będącą podstawą właściwego doboru czasu nagrzewania, można zilustrować za pomocą przebiegów zmiany położenia dowolnie wybranej powierzchni izotermicznej w funkcji czasu τ . Dzięki symetrii pola temperaturowego obraz taki stwarzają przebiegi przedstawione na rys. 7.

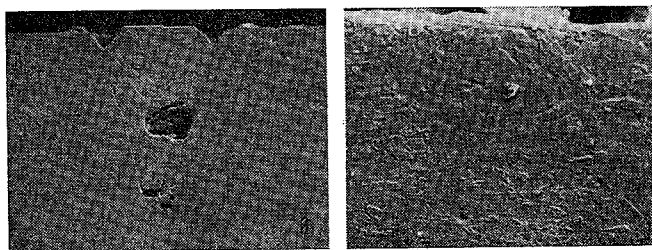


Rys. 7. Przebiegi zmiany położenia izoterm θ_t w funkcji czasu τ : a) na powierzchni nagrzewanej, b) w głąb metalu

Powierzchnia izotermiczna o kształcie czaszy ogranicza obszar, którego wymiary spełniają nierówność:

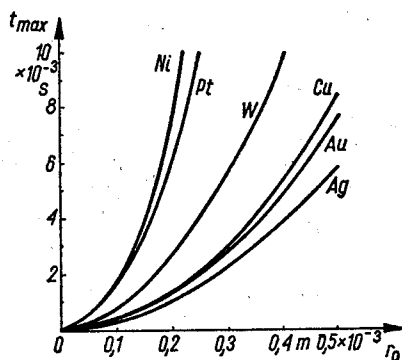
$$\frac{\xi_{\theta_t}}{2\theta_{\theta_t}} < 1. \quad (18)$$

Cytowane w publikacjach [6, 8, 15, 23, 28, 34] wyniki doświadczeń potwierdzają słuszność tej zależności również dla przypadku, gdy wybraną izotermą θ_t jest izoterma topnienia metalu. W przypadku powstawania przetopu zależność (18) jest słuszna tylko wówczas, gdy przetop tworzy się wyłącznie wskutek rozplywu ciepła w metalu. Podczas badań doświadczalnych [16, 34, 35, 30] stwierdzono, że jeśli gęstość powierzchniowa mocy jest większa od pewnej wartości krytycznej dla danego metalu, to w procesie powstawania przetopu coraz większą rolę odgrywać zaczynają zjawiska gazodynamiczne, występujące na powierzchni metalu, w strefie oddziaływania wiązki. Wzrastający udział tych zjawisk w tworzeniu się przetopu spowodowany jest wzrostem ciśnienia wiązki promieniowania na powierzchnię stopionego metalu oraz gwałtownym zwiększeniem się intensywności

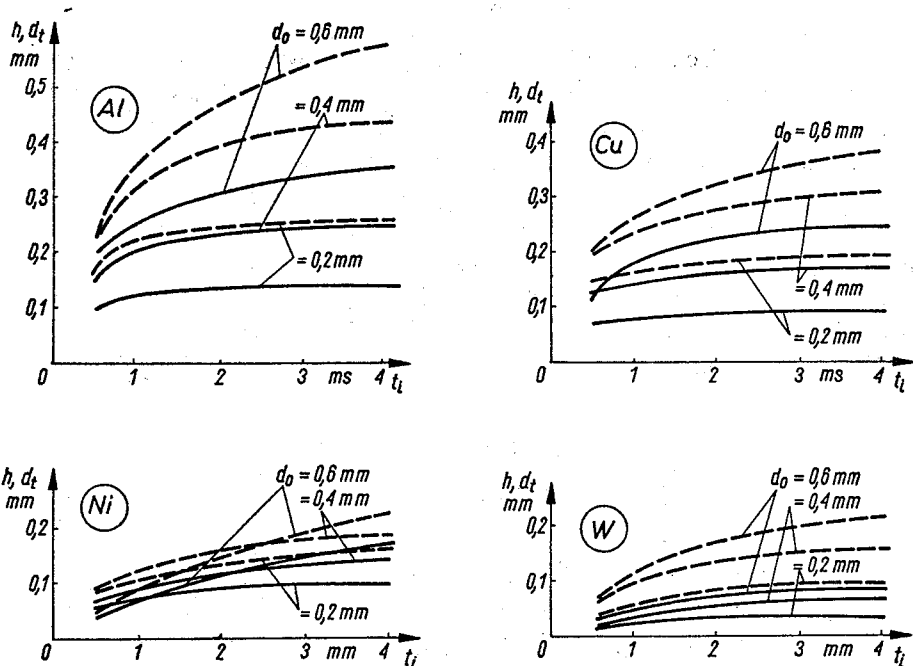


Rys. 8. Przekroje metalograficzne przetopów w niklu wytworzonych: a) z udziałem zjawisk gazodynamicznych, b) bez udziału zjawisk gazodynamicznych

parowania metalu. Ciśnienie wiązki oraz ciśnienie par metalu, przy współdziałaniu z napięciem powierzchniowym stopionego metalu i siłami grawitacyjnymi zmieniają w taki sposób mechanizm tworzenia się przetopu, że rozptyw ciepła w metalu przestaje odgrywać w nim rolę decydującą. Efektem tego jest nieco zmieniony kształt przetopu, którego wymiary nie spełniają zależności (18). Są to przetopy, których głębokość jest większa od średnicy. Wadą technologiczną tego rodzaju przetopów jest występowanie w nich makrodefektów w postaci „pęcherzy”, których obecność związana jest z charakterem mechanizmu powstawania przetopu.



Rys. 9. Zależność maksymalnego czasu nagrzewania t_{max} od promienia r_0 strefy nagrzewanej



Rys. 10. Zależności wymiarów przetopów od czasu trwania impulsu laserowego

Na podstawie skąpych i fragmentarycznych doniesień literaturowych można wnioskować, iż mechanizm tworzenia się „głębokich” przetopów nie został dostatecznie wyjaśniony i poza nielicznymi pracami, np. [35], brak jest próby oceny ilościowego a nawet jakościowego wpływu zjawisk gazodynamicznych na proces powstawania przetopu.

Wykluczając jednakże przedział gęstości mocy powierzchniowej, przy których ujawnia się wpływ zjawisk gazodynamicznych, można zauważyć, iż przyjęcie $\tau = 4$ jako graniczny czas nagrzewania pozwala wyznaczyć przedziały czasu rzeczywistego procesu nagrzewania, zalecane dla poszczególnych metali. Wykorzystując w tym celu zależność (13) można wyznaczyć wartości maksymalne czasu rzeczywistego, uzależnione od średnicy powierzchni nagrzewanej

$$t_{max} = \frac{4r_o^2}{\alpha} = \frac{d_o^2}{\alpha}. \quad (19)$$

Przykłady wymiarów maksymalnych przetopów, wytworzonych za pomocą impulsów laserowych o różnym czasie trwania lecz zapewniających jednakową gęstość powierzchniową mocy ilustrują wykresy.

5. PODSUMOWANIE

Do opracowania warunków technologicznych laserowej, impulsowej obróbki termicznej materiałów (hartowania lokalnego metalu, wygrzewania struktur półprzewodnikowych, spawania punktowego) niezbędne jest obliczenie szacunkowych wartości parametrów zogniskowanej wiązki laserowej. Obliczenia takie można wykonać w oparciu o wyniki analizy uproszczonego modelu nagrzewania. W publikacji przeanalizowano spotykany w praktyce przypadek nagrzewania metalu wiązką laserową $TEM_{01} + TEM_{10}$, lub odpowiednio ukształtowaną wiązką wielomodową TEM_{mn} , które to wiązki po zogniskowaniu ich na powierzchni obrabianego materiału wytwarzają w przybliżeniu równomierny rozkład gęstości mocy. Zaprezentowana analiza słuszna jest dla zakresu gęstości mocy, w którym wpływ zjawisk gazodynamicznych na skutki procesu nagrzewania jest nieznaczny. Z wieloletnich doświadczeń autora wynika, iż relacje ilościowe pomiędzy intensywnością zjawisk gazodynamicznych, gęstością powierzchniową mocy i gęstością krytyczną, są cechą indywidualną każdego metalu i jakiegokolwiek próby teoretycznych uogólnień tych relacji, na podstawie aktualnego stanu wiedzy (publikowanej) o tych zjawiskach, jest nieuzasadnione.

BIBLIOGRAFIA

1. L. Allen, *Essentials of lasers*, Pergamen Press, Oxford, 1972.
2. H. Weber, G. Herziger, *Laser. Grundlagen und Anwendungen*, Physik Verlag, Wienheim, 1972.
3. J. A. Ananiev, *Nieustoiçzywe rezonatory i ich primienienie*, Kvantovaja Elektronika, nr 6, 1971.
4. H. Kogelnik, *Modes in optical rezonators in lasers*, Levine K., New York, 1968.
5. J. F. Ready, *Effects of high power laser radiation*, Academic Press, London, New York, 1971.
6. R. H. Fairbanks, C. M. Adams, *Laser Beam welding*, Welding Journal, nr 3, 1964.

7. W. N. Platte, J. F. Smith, *Laser techniques for metal joining*, Welding Journal, nr 11, 1963.
8. M. Sparks, *Theory of laser heating of solids: metal*, Journal of Applied Physics, nr 3, 1976.
9. R. B. Chesler i in., *An experimental and theoretical study of high repetition rate Q-switched Nd: YAG lasers*, Proc. IEEE, nr 12, 1970.
10. M. Yamada i in., *Laser-oscillating-mode dependence of temperature distributions in laser annealing of semiconductors*, Jap. Journal of Applied Physics, Part 1, nr 10, 1983.
11. R. Jóźwiak, *Optyka instrumentalna*, WNT, Warszawa, 1970.
12. H. Carslow, J. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1959.
13. W. H. Grigoriev, *Impulśnyj nagrev izluczeniami*, Nauka, Moskva, 1974.
14. Ł. A. Kozdoba, *Metody reszenia nieliniowych zadacz ciepłoprzewodności*, Nauka, Moskva, 1975.
15. D. V. Łochov i in., *Kinetika obrazowania żidkój fazy s ucetom tieploty fazovo pierchoda pod diejstvom moszczynowo istocznika tiepla*, Fiz. i Chimia Obrabotki Materialov, nr 3, 1973.
16. M. I. Cohen, *Material processing*, Arecchi, Amsterdam, 1972.
17. I. I. Rykalin, I. L. Krasulin, *Ocenka energetycznych parametrow svarki metallov potokom laziera*, Doklady AN SSSR, tom 1, 1965.
18. I. A. Anderson, I. E. Jackson, *Theory and application of pulse laser*, Welding Journal, nr 12, 1965.
19. K. Bryger, *Exact solutions for the temperature rise in laser-heated slab*, Journ. Applied of Physics, nr 2, 1972.
20. V. V. Apolłojnov, E. M. Szefter, *Termicheskie vozdejstviye moszczynowo lazernovo izluczenia na povierchnosti tvordovo tiela*, Fiziceskij Institut AN SSSR, Preprint 110, Moskva 1974.
21. S. I. Anisimov i in., *Diejstviye izluczenia bolszoj moszczynosti na metally*, Nauka, Moskva, 1970.
22. A. V. Sokołov, *Opticeskie svojstva metallov*, Fizmatgiz, Moskva, 1961.
23. M. Elccion, *Materials processing with laser*, IEEE Spectrum, vol. 1972.
24. Ł. J. Mirkin, *Fiziceskie osnovy obrabotki metallov luzami laziera*, Moskovskoj Univ., Moskva, 1975.
25. N. N. Rykalin i in., *Prostranstviennye nieliniyne zadacz nagrewa metallov izluczeniami laziera*, Fiz. i Chimia Obrabotki Materialov, nr 2, 1979.
26. I. P. Dobrovolskij, A. A. Uglov, *O nagrevie tvordych tiel izl uczeniem laziera s ucietom tiemperaturnoj zavisimosti poglaszczatielnoj sposobnosti*, Kvantovaja Elektronika, nr 6, 1974.
27. A. A. Uglov, O. I. Isajev, *O raszczetie skorosti nagrewa metallov pri vozdejstvie izluczenia OKG*, Fiz. i Chimia Obrabotki Materialov, nr 2, 1976.
28. F. P. Gagliano i in., *Lasers in industri*, Proceedings of the IEEE, vol. 57, nr 2, 1969.
30. F. Kostrubiec, *Nagrzewanie laserowe metalu w procesie wytwarzania elektrycznych polaczeń stalych*, Zesz. Nauk. PŁ, Rozprawy Naukowe, z. 47, 1982.
31. F. Kostrubiec, *The difusion depth of melting isotherm dependence on the laser pulse parameters while heating the metal surface with the concentrated laser beam*, Materiały Konf. EKON, Poznań, 1978.
32. F. Kostrubiec, *Wymiary przetopu w metalu wytworzonego pojedynczym impulsem laserowym*, ZN PŁ Elektryka, nr 72, 1984.
33. A. Sona, *Lasers and their applications*, Gordon and Breach, New York, London, Paris, 1976.
34. M. F. Stielmach, *Łazierzy v technologii*, Energia, Moskva, 1975.
35. I. Steffen, *Schweissen mit dem Laserstrahl*, Feinwerktechnik und Messtechnik, nr 1, 1980.

F. KOSTRUBIEC

PULSED HEATING OF METAL BY MEANS OF A LASER BEAM OF TYPE $TEM_{01} + TEM_{10}$

Summary

The analysis of pulsed heating of metal by means of a laser beam of type $TEM_{01} + TEM_{10}$ is presented in this paper. Special attention has been paid to the explanation of correlations among the energy parameters of the laser beam and the temperature rise in metal.

F. KOSTRUBIEC

PROCÉDÉ DE CHAUFFAGE PAR IMPULSION D'UN MÉTAL À L'AIDE
DU FAISCEAU DE RAYONNEMENT LASER DU GENRE $TEM_{01} + TEM_{10}$

Résumé

Dans cette étude on a analysé le procédé de chauffage d'un métal par impulsion à l'aide d'un faisceau de rayonnement laser du genre $TEM_{01} + TEM_{10}$. On a tâché surtout d'expliquer les dépendences existant entre les paramètres du faisceau et le volume du métal en fusion. On a fixé les conditions limites du chauffage examiné.

F. KOSTRUBIEC

ERHITZUNG EINES METALLS MIT IMPULSLASERSTRAHLUNG TYP $TEM_{01} + TEM_{10}$

Zusammenfassung

In dieser Bearbeitung wurde die Erhitzung eines Metalls mittels Impulslaserstrahlung Typ $TEM_{01} + TEM_{10}$ analysiert. Besondere Aufmerksamkeit wurde den Abhängigkeiten zwischen den Parametern der Laserstrahlung und der Temperaturverteilung im Metall geschenkt.

Ф. КАСТРУБЕЦ

ИМПУЛЬСНЫЙ НАГРЕВ МЕТАЛЛА ЛУЧОМ ЛАЗЕРА ТИПА $TEM_{01} + TEM_{10}$

Резюме

Проведен анализ импульсного нагрева металла лучом лазера типа $TEM_{01} + TEM_{10}$. Особое внимание посвящено зависимости распределения температуры в металле от энергетических параметров луча лазера.

CONTENTS

THE JOURNAL OF THE
THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE
THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE
THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE

THE JOURNAL OF THE
THE JOURNAL OF THE

Możliwość ustalenia korzystnych stanów pracy pieca łukowego na podstawie różnych jego charakterystyk roboczych

ALEKSY KURBIEL (KRAKÓW)

*Instytut Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych
Akademii Górniczo-Hutniczej*

ANTONINA SIMA (KIELCE)

Instytut Elektrotechniki Politechniki Świętokrzyskiej

Otrzymano 23.6.1983

Charakterystyki robocze pieca łukowego wykonuje się najczęściej w funkcji równych prądów łuków. Piec zasilany równymi prądami przez niesymetryczny tor wieloprądowy odznacza się nierównymi mocami łuków. Nierówności tych mocy rosną z kwadratem prądu i dlatego mogą osiągać znaczne wartości w piecach o dużych prądach znamionowych. Jeden z prostych sposobów wyrównania mocy łuków polega na utrzymywaniu odpowiedniej asymetrii prądów. Asymetrię taką podają charakterystyki robocze pieca sporządzone w funkcji równych mocy łuków. Po roztopieniu wsadu w piecu może okazać się korzystne utrzymywanie równych długości łuków. Można przyjąć, że łuki o jednakowych długościach mają też jednakowe rezystancje. Z charakterystyk roboczych pieca wyznaczonych w funkcji równych rezystancji łuków można więc odczytać asymetrię prądów odpowiadającą równym długościom łuków.

Opisano metody obliczeń charakterystyk roboczych pieca: prądowych, mocowych i rezystancyjnych, oraz podano schematy blokowe obliczeń numerycznych takich charakterystyk. Znajomość omawianych trzech rodzin charakterystyk umożliwia ustalenie korzystnych stanów pracy pieca. Rozważania teoretyczne zilustrowano przykładami liczbowymi.

1. WSTĘP

Utrzymywanie w piecu łukowym równych prądów doprowadzonych przez niesymetryczny tor wieloprądowy może powodować powstanie dość dużych nierówności mocy łuków. Nierówności takie zależą od kwadratu prądów łuków. Z tego też powodu piece o dużych prądach znamionowych, rzędu kilkudziesięciu tysięcy amperów, mogą odznaczać się stosunkowo dużymi nierównościami mocy łuków pomimo niewielkiej asymetrii konstrukcyjnej toru wieloprądowego.

Zjawisko fazy mocnej i słabej pieca jest niekorzystne zarówno pod względem technologicznym, jak i energetycznym. Powoduje bowiem nierównomierne roztopianie wsadu

w otoczeniu każdej elektrody, nadmierne niszczenie wymurowania i sklepienia pieca w pobliżu fazy mocnej przez zbyt wydłużony łuk elektryczny, zwiększenie strat ciepłych pieca.

Jeden z bardzo prostych sposobów wyrównania mocy łuków polega na utrzymywaniu odpowiedniej asymetrii prądów. Podawane w różnych publikacjach korzystne nierówności prądów wyznaczone są na podstawie prób i doświadczeń lub odpowiednich obliczeń. Obliczenia takie wykonywane bywają przy zastąpieniu urządzenia łukowego uproszczonym schematem, utworzonym z trzech gałęzi z szeregowo połączonymi rezystancjami i reaktancjami. Posługiwanie się takim schematem zastępczym może prowadzić do błędnych wniosków, gdyż np. przy połączeniu transformatora w układ Yd asymetrie jego prądów pierwotnych i wtórnych są różne. Na przykład, gdy w piecu płoną tylko dwa łuki, po pierwotnej stronie transformatora wystąpią prądy we wszystkich trzech fazach, przy czym prąd w jednej fazie jest dwukrotnie większy niż w pozostałych dwóch fazach. Fakt ten nie wynika jednak ze wspomnianego schematu zastępczego, gdyż nie jest on adekwatny do urządzenia łukowego z niesymetrycznymi prądami.

Na podstawie dokładnego modelu matematycznego urządzenia łukowego [4] można obliczyć charakterystyki robocze pieca w funkcji równych mocy łuków. Charakterystyki takie podają, między innymi, wymaganą asymetrię prądów łuków dla uzyskania zadanych równych mocy łuków.

Występowanie po roztopieniu wsadu zjawiska fazy mocnej pieca jest szczególnie niekorzystne, ze względu na silne promieniowanie nie osłoniętego przez żużel łuku elektrycznego. Celowym jest więc utrzymywanie nad roztopionym wsadem jednakowych i niezbyt długich łuków elektrycznych. Bezpośredni pomiar długości łuków jest technicznie bardzo trudny do przeprowadzenia. Można jednak przyjąć, że łuki o równych rezystancjach odznaczają się też jednakowymi długościami. Wymaganą asymetrię prądów, przy której wystąpią równe długości łuków, można wyznaczyć z charakterystyk roboczych pieca, wykonanych w funkcji równych rezystancji łuków.

Poniżej zanalizowano wspomniane trzy rodziny charakterystyk roboczych pieca: prądowe, mocowe i rezystancyjne. Ich znajomość daje pełne informacje o właściwościach pieca i umożliwia dokonanie wyboru korzystnych stanów pracy pieca w różnych okresach wytopu.

2. CHARAKTERYSTYKI PRĄDOWE PIECA

Analizę pracy asymetrycznego urządzenia łukowego przeprowadzono na podstawie jego modelu matematycznego przedstawionego w [4]. Macierzowe równanie napięciowo-prądowe dla takiego urządzenia, wyrażone w układzie współrzędnych symetrycznych S , jest następujące

$$E_{1z}^s = -Z^s I_{f2}^s, \quad (1)$$

przy czym:

E_{1z}^s — macierz współrzędnych symetrycznych napięć fazowych zasilających urządzenie, przeliczonych na stronę wtórną transformatora,

Z^s — macierz impedancji urządzenia łukowego,

I_{j2}^s — macierz współrzędnych symetrycznych prądów fazowych strony wtórnej transformatora.

Macierz impedancji Z^s ma postać

$$Z^s = \begin{bmatrix} Z_{11} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{22} & Z_{23} \\ 0 & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Przy połączeniu transformatora piecowego w układ Dd poszczególne elementy powyższej macierzy oznaczają:

$$Z_{11} = R_T + jX_T,$$

$$Z_{22} = Z_{33} = R_T + 3(R_D + R_{ts} + r_s) + j[X_T + 3(X_D + X_{ts})],$$

$$Z_{23} = \frac{1}{2}(R_{t1} + R_{t3}) - R_{t2} + \frac{1}{2}(r_1 + r_3) - r_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega(L_{t1} - L_{t3}) + \sqrt{3}\omega(M_{t23} - M_{t12}) + \\ + j\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}(R_{t3} - R_{t1} + r_3 - r_1) + \omega\left[\frac{1}{2}(L_{t1} + L_{t3}) - L_{t2} + M_{t12} + M_{t23} - 2M_{t13}\right]\right\}, \quad (3)$$

$$Z_{32} = \frac{1}{2}(R_{t1} + R_{t3}) - R_{t2} + \frac{1}{2}(r_1 + r_3) - r_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega(L_{t3} - L_{t1}) + \sqrt{3}\omega(M_{t12} - M_{t23}) + \\ + j\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}(R_{t1} - R_{t3} + r_1 - r_3) + \omega\left[\frac{1}{2}(L_{t1} + L_{t3}) - L_{t2} + M_{t12} + M_{t23} - 2M_{t13}\right]\right\},$$

przy czym:

R_T, X_T — rezystancja i reaktancja rozproszenia transformatora przeliczone na stronę wtórną poprzez przekładnię zwojową,

R_D, X_D — rezystancja i reaktancja dławika przeliczone na stronę wtórną transformatora,

$$R_{ts} = \frac{1}{3}(R_{t1} + R_{t2} + R_{t3}) — \text{wartość średnia rezystancji toru wielkopiętrowego},$$

$$X_{ts} = \frac{1}{3}\omega(L_{t1} + L_{t2} + L_{t3} - M_{t12} - M_{t23} - M_{t13}) — \text{wartość średnia reaktancji toru wielkopiętrowego},$$

$$r_s = \frac{1}{3}(r_1 + r_2 + r_3) — \text{wartość średnia rezystancji łuku},$$

R_{ti}, L_{ti} ($i = 1, 2, 3$) — rezystancja i indukcyjność własna i -tej fazy toru wielkopiętrowego,

$M_{t12}, M_{t23}, M_{t13}$ — indukcyjności wzajemne pomiędzy fazami 1-2, 2-3, 1-3 toru wielkopiętrowego.

Po przełączeniu transformatora do układu YO/d w macierzy (2) zmieniają się tylko elementy Z_{11}, Z_{22}, Z_{33} , a mianowicie:

$$Z_{11} = R_T + R_D + 3R_1 + j(X_T + X_D + 3X_1),$$

$$Z_{22} = Z_{33} = R_T + R_D + 3(R_{ts} + r_s) + j(X_T + X_D + 3X_{ts}), \quad (4)$$

przy czym $R_1 + jX_1$ — impedancja przewodu zerowego uzwojenia pierwotnego transformatora; przy braku tego przewodu $R_1 = X_1 = \infty$.

Wyrażenie dla E_{1z}^* ma następującą postać przy połączeniu transformatora w układ Dd

$$E_{1z}^* = SE_{1z} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} E_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} E_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

zaś przy połączeniu w układ Yd

$$E_{1z}^* = \frac{1}{\sqrt{3}} SE_{1z} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

przy czym

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

oraz E_p — napięcie międzyprzewodowe zasilające rozdzielnię piecową, przeliczone przez przekładnię zwojową na stronę wtórną transformatora.

Przy założeniu symetrii prądów zachodzi równość

$$I_{f2}^* = SI_{f2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} I_{f2} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} I_{f2} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Po uwzględnieniu wyrażeń (5) i (7) w (1) otrzymuje się równania:

$$\begin{aligned} \sqrt{3} E_p &= -\sqrt{3} Z_{22} I_{f2}, \\ 0 &= -\sqrt{3} Z_{32} I_{f2}, \end{aligned} \quad (8)$$

ważne dla połączenia transformatora w układ Dd .

Na podstawie pierwszego równania (8) przy uwzględnieniu w nim wyrażenia (3) dla Z_{22} oraz zależności między prądem łuku i prądem fazowym: $|I_2| = \sqrt{3} |I_{f2}|$, można wyznaczyć sumę rezystancji łuków

$$r_1 + r_2 + r_3 = \sqrt{3 \left| \frac{E_p}{I_2} \right|^2 - [X_T + 3(X_D + X_{ts})]^2 - R_T - 3(R_D + R_{ts})}. \quad (9)$$

Z drugiego równania (8) wynika, że $Z_{32} = 0$. Z wyrażenia (3) dla Z_{32} otrzymuje się więc dwa równania, z których można obliczyć różnice rezystancji łuków:

$$\begin{aligned} r_2 - r_1 &= R_{t1} - R_{t2} + \frac{2}{\sqrt{3}} \omega \left[L_{t3} - \frac{1}{2} (L_{t1} + L_{t2}) + 2M_{t12} - M_{t23} - M_{t13} \right], \\ r_3 - r_1 &= R_{t1} - R_{t3} + \frac{2}{\sqrt{3}} \omega \left[\frac{1}{2} (L_{t1} + L_{t3}) - L_{t2} - 2M_{t13} + M_{t12} + M_{t23} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Różnice te zależą tylko od odpowiednich różnic parametrów elektrycznych toru wieloprądowego.

Z równań (9) i (10) można obliczyć rezystancje łuków jako funkcje prądu łuku

$$r_i = \sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_2} \right|^2 - X_s^2 - R_i + \Delta X_i}, \quad (11)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{R_T}{3} + R_D + R_{it}, \\ X_s &= \frac{X_T}{3} + X_D + X_{is}, \\ \Delta X_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \omega [L_{t2} - L_{t3} + 2(M_{t13} - M_{t12})], \\ \Delta X_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \omega [L_{t3} - L_{t1} + 2(M_{t12} - M_{t23})], \\ \Delta X_3 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \omega [L_{t1} - L_{t2} + 2(M_{t23} - M_{t13})]. \end{aligned} \quad (11a)$$

Należy zaznaczyć, że przy połączeniu transformatora w układ *Yd* można również obliczyć r_i ze wzoru (11) pod tym warunkiem, że współczynnik $\frac{1}{3}$ występujący przy E_p^2 zastąpi się przez $\frac{1}{9}$ oraz do wyrażeń dla R_i , X_s w miejsce R_D , X_D wstawi się $\frac{1}{3} R_D$, $\frac{1}{3} X_D$.

Moc łuku wyrażona w funkcji prądu ma postać

$$P_{li} = r_i |I_2|^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_{2A}} \right|^2 - X_s^2} - R_i + \Delta X_i \right) |I_2|^2. \quad (12)$$

Jednym z ważnych stanów pracy pieca jest stan, w którym występuje maksymalna moc łuku. Prąd $|I_{2A}|$ odpowiadający takiej mocy można wyznaczyć z warunku $dP_{li}/dI_2 = 0$, czyli z równania

$$\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_{2A}} \right|^2 - 2X_s^2 - 2(R_i - \Delta X_i) \sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_{2A}} \right|^2 - X_s^2} = 0.$$

Wprowadzając oznaczenie

$$y = \sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_{2A}} \right|^2 - X_s^2}$$

otrzymuje się równanie

$$y^2 - 2(R_i - \Delta X_i)y - X_s^2 = 0.$$

Pierwiastki tego równania wynoszą

$$y_{1,2} = R_i - \Delta X_i \pm \sqrt{(R_i - \Delta X_i)^2 + X_s^2}.$$

Znak minus przed pierwiastkiem w powyższej zależności należy pominąć, gdyż y nie może mieć wartości ujemnej. Podstawiając za y jego oznaczenie otrzymuje się równanie

$$\sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_{2A}} \right|^2 - X_s^2} = R_i - \Delta X_i + \sqrt{(R_i - \Delta X_i)^2 + X_s^2}, \quad (13)$$

z którego można wyznaczyć prąd maksymalnej mocy łuku w i -tej fazie

$$|I_{2iA}| = \frac{E_p}{\sqrt{6 \sqrt{(R_i - \Delta X_i)^2 + X_s^2} [R_i - \Delta X_i + \sqrt{(R_i - \Delta X_i)^2 + X_s^2}]}}. \quad (14)$$

Prądowi temu odpowiada rezystancja łuku [wzory (11) i (13)]

$$r_{lA} = \sqrt{(R_l - \Delta X_l)^2 + X_s^2} \quad (15)$$

Maksymalna moc łuku ma wartość

$$P_{lA} = r_{lA} |I_{2lA}|^2 = \frac{E_p^2}{6 [R_l - \Delta X_l + \sqrt{(R_l - \Delta X_l)^2 + X_s^2}]} \quad (16)$$

Sumaryczna moc łuków wyznaczona na podstawie wzoru (12) wynosi

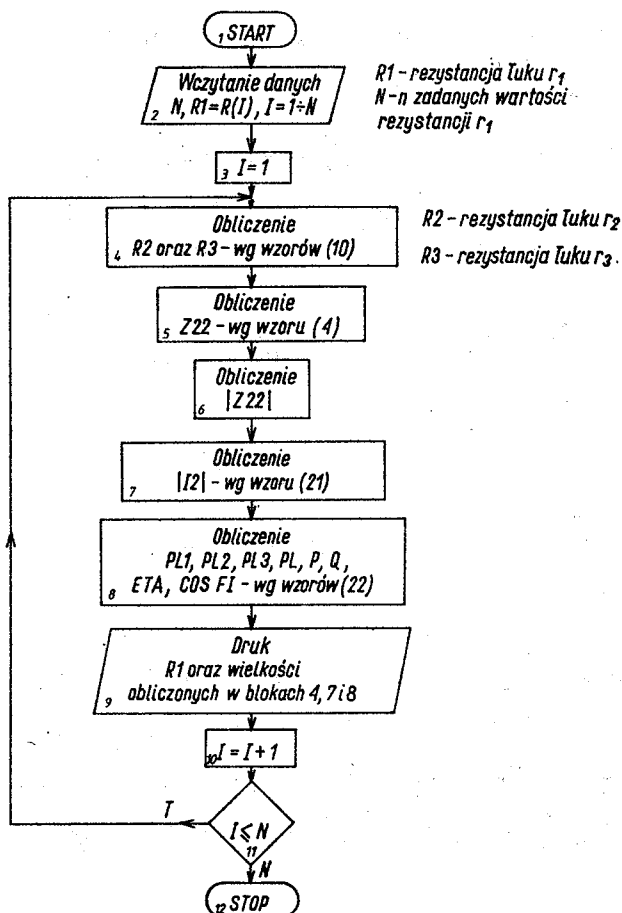
$$P_l = \sum_{i=1}^3 P_{li} = 3 \left(\sqrt{\frac{1}{3} \left| \frac{E_p}{I_2} \right|^2 - X_s^2 - R_s} \right) |I_2|^2, \quad (17)$$

przy czym

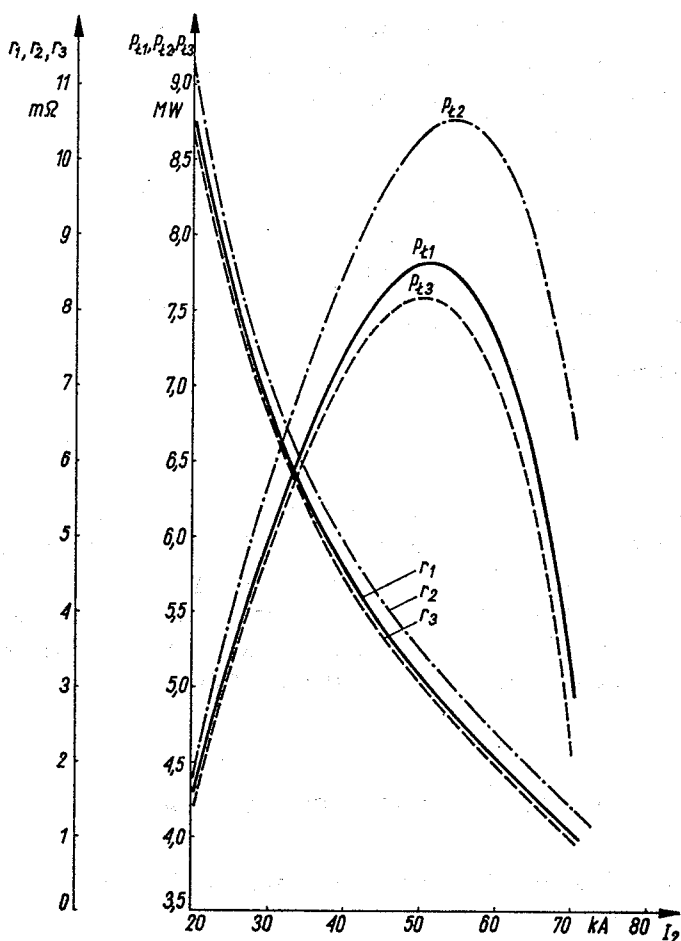
$$R_s = \frac{1}{3} R_T + R_D + R_{ts}.$$

Moc ta osiąga maksymalną wartość

$$P_{lA} = \frac{E_p^2}{2 (R_s + \sqrt{R_s^2 + X_s^2})} \quad (18)$$



Rys. 1. Schemat blokowy obliczeń numerycznych charakterystyk prądowych pieca łukowego



Rys. 2. Zależności mocy łuków P_{ti} oraz rezystancji łuków r_i ($i = 1, 2, 3$) od jednakowych prądów pieca I_2 przy prądzie łuku

$$|I_{2A}| = \frac{E_p}{\sqrt{6\sqrt{R_s^2 + X_s^2} (R_s + \sqrt{R_s^2 + X_s^2})}}, \quad (19)$$

któremu odpowiada średnia wartość rezystancji łuku

$$r_s = \sqrt{R_s^2 + X_s^2} \quad (20)$$

Obliczanie charakterystyk prądowych pieca ze wzorów wyrażonych jako funkcje prądu łuku jest niepraktyczne, gdyż przed obliczeniami nie znamy najczęściej największych wartości prądów, występujących przy zwarciu eksploatacyjnym. Można natomiast przyjmować dowolne wartości rezystancji łuku, np. fazy pierwszej i ze wzorów (10) obliczać odpowiadające im pozostałe rezystancje łuków r_2 i r_3 , przy których występują równe prądy łuków. Prądy te można obliczyć na podstawie wzoru (8)

$$|I_2| = \sqrt{3} I_{2f} = \frac{\sqrt{3} E_p}{|Z_{22}|}. \quad (21)$$

W przypadku połączenia transformatora w układ Yd należy w powyższym wzorze pominąć czynnik $\sqrt{3}$ oraz stosować wyrażenia (4) dla Z_{22} .

Na podstawie znanych prądów $|I_2|$ można obliczyć:

- moce łuków $P_{li} = r_i |I_2|^2$,
- sumaryczną moc łuków $P_l = \sum_{i=1}^3 P_{li}$,
- moc czynną urządzenia $P = P_l + 3R_s |I_2|^2$,
- moc bierną urządzenia $Q = 3X_s |I_2|^2$,
- sprawność elektryczną $\eta_e = \frac{P_l}{P}$,
- $\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$.

Schemat blokowy obliczeń charakterystyk prądowych pieca podano na rys. 1. Dla przykładu przedstawiono na rys. 2 zależności mocy łuków i rezystancji łuków od prądu łuków, obliczone dla pieca o pojemności wsadowej 140 Mg i prądzie znamionowym $I_{2N} = 57737$ A, zasilanego napięciem $E_p = 397$ V poprzez tor wieloprądowy o budowie w przybliżeniu symetrycznej. Z rysunku tego widać, że przy utrzymywaniu równych prądów moce łuków i odpowiadające im rezystancje łuków nie są równe.

3. CHARAKTERYSTYKI MOCOWE PIECA

Na podstawie macierzy prądów fazowych obliczonej z równania (1) można wyznaczyć macierz prądów łuków

$$I_2 = C_d S^{-1} I_{f2}^s = -C_d S^{-1} (Z^s)^{-1} E_{1z}^s. \quad (23)$$

Wartości poszczególnych macierzy występujących w powyższej zależności wynoszą:

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad S^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix},$$

$$-(Z^s)^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{Z_{33}}{w} & \frac{Z_{23}}{w} \\ 0 & \frac{Z_{32}}{w} & -\frac{Z_{22}}{w} \end{bmatrix},$$

przy czym

$$w = Z_{22} Z_{33} - Z_{23} Z_{32}.$$

Po uwzględnieniu powyższych wyrażeń oraz oznaczeń (3) w zależności (23) otrzymuje się przy połączeniu transformatora w układ Dd następujące wzory dla prądów łuków:

$$\begin{aligned} I_{21} &= \frac{E_p}{w} \left[D_1 - 3r_2 - \frac{3}{2} r_3 + j \left(D_2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r_3 \right) \right], \\ I_{22} &= \frac{E_p}{w} \left\{ D_3 + \frac{3}{2} (r_3 - r_1) + j \left[D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} (r_1 + r_3) \right] \right\}, \\ I_{23} &= \frac{E_p}{w} \left[-D_1 - D_3 + \frac{3}{2} r_1 + 3r_2 + j \left(-D_2 - D_4 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right) \right], \end{aligned} \quad (24)$$

w których:

$$\begin{aligned} D_1 &= -\frac{3}{2} (R_T + 3R_D + 2R_{t2} + R_{t3}) + \frac{\sqrt{3}}{2} [X_T + 3X_D + 3\omega(L_{t3} - M_{t23} + M_{t12} - M_{t13})], \\ D_2 &= -\frac{\sqrt{3}}{2} (R_T + 3R_D + R_{t3}) - \frac{3}{2} [X_T + 3X_D + \omega(2L_{t2} + L_{t3} - 3M_{t23} + M_{t13} - M_{t12})], \\ D_3 &= \frac{3}{2} (R_{t3} - R_{t1}) - \sqrt{3} \left[X_T + 3X_D + \frac{3}{2} \omega(L_{t1} + L_{t3} - 2M_{t13}) \right], \\ D_4 &= \sqrt{3} \left[R_T + 3R_D + \frac{3}{2} (R_{t1} + R_{t3}) \right] - \frac{3}{2} \omega[L_{t1} - L_{t3} + 2(M_{t23} - M_{t12})]. \end{aligned} \quad (25)$$

Wyrażenie dla w po uwzględnieniu w nim oznaczeń (3) i (11a) oraz przyjęciu dodatkowych oznaczeń

$$\begin{aligned} \Delta R_1 &= \frac{1}{2} (R_{t1} + R_{t3}) - R_{t2} + \frac{1}{2} (r_1 + r_3) - r_2, \\ \Delta R_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2} (R_{t3} - R_{t1} + r_3 - r_1), \end{aligned}$$

można zapisać w postaci

$$\begin{aligned} w &= 9[(R_s + r_s)^2 - X_s^2] - (\Delta R_1)^2 - (\Delta R_2)^2 + \left(\frac{3\Delta X_2}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} (\Delta X_3 - \Delta X_1)^2 + \\ &+ j[18X_s(R_s + r_s) - 3\Delta R_2\Delta X_2 - \sqrt{3}\Delta R_1(\Delta X_3 - \Delta X_1)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Znajomość prądów łuków umożliwia wyznaczenie mocy łuków

$$\begin{aligned} P_{I1} &= r_1 |I_{21}|^2 = \left| \frac{E_p}{w} \right|^2 \left[\left(D_1 - 3r_2 - \frac{3}{2} r_3 \right)^2 + \left(D_2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r_3 \right)^2 \right] r_1, \\ P_{I2} &= r_2 |I_{22}|^2 = \left| \frac{E_p}{w} \right|^2 \left\{ \left[D_3 + \frac{3}{2} (r_3 - r_1) \right]^2 + \left[D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} (r_1 + r_3) \right]^2 \right\} r_2, \\ P_{I3} &= r_3 |I_{23}|^2 = \left| \frac{E_p}{w} \right|^2 \left[\left(-D_1 - D_3 + \frac{3}{2} r_1 + 3r_2 \right)^2 + \left(-D_2 - D_4 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2 \right] r_3. \end{aligned} \quad (27)$$

Na podstawie powyższych prądów i mocy łuków, wyrażonych w funkcji rezystancji łuków, można wyznaczyć charakterystyki mocowe pieca w następujący sposób: przy założonej dowolnej wartości jednej rezystancji łuku, np. r_1 , oblicza się pozostałe dwie rezystancje z warunku równości mocy łuków. Znając omawiane rezystancje łatwo jest opisać odpowiadający im stan pracy pieca.

Przy założeniu równych mocy łuków (27) otrzymuje się następujące równania:

$$\begin{aligned}
 P_{I1} - P_{I2} = 0 &= 9r_1 r_2^2 - \left[9r_3^2 + 3(D_3 + \sqrt{3} D_4) r_3 + 6D_1 r_1 + \left(D_3 - \frac{3}{2} r_1 \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left(D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2 \right] r_2 + 9r_1 r_3^2 - 3(D_1 + \sqrt{3} D_2) r_1 r_3 + (D_1^2 + D_2^2) r_1, \\
 P_{I2} - P_{I3} = 0 &= -9r_3 r_2^2 + \left[9r_3^2 + 3(2D_1 + 3D_3 + \sqrt{3} D_4) r_3 + \left(D_3 - \frac{3}{2} r_1 \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left(D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2 \right] r_2 - \left[\left(D_1 + D_3 - \frac{3}{2} r_1 \right)^2 + \left(D_2 + D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2 \right] r_3, \\
 P_{I1} - P_{I3} = 0 &= 9(r_1 - r_3) r_2^2 + [6(D_1 + D_3) r_3 - 6D_1 r_1] r_2 + 9r_1 r_3^2 + \\
 &\quad - \left[3(D_1 + \sqrt{3} D_2) r_1 + \left(D_1 + D_3 - \frac{3}{2} r_1 \right)^2 + \left(D_2 + D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2 \right] r_3 + (D_1^2 + D_2^2) r_1.
 \end{aligned} \tag{28}$$

Spośród powyższych trzech równań tylko dwa są liniowo niezależne, gdyż np. trzecie równanie otrzymuje się przez zsumowanie dwóch pierwszych równań.

Obliczając z pierwszego i drugiego równania (28) wyrażenia dla r_2^2 i przyrównując je do siebie, otrzymuje się następującą zależność dla rezystancji łuku r_2

$$r_2 = \frac{(r_3^3 - D_5 r_3^2 + D_8 r_3) r_1}{r_3^3 + D_6 r_3^2 + D_{10} r_3 - D_9 r_1}, \tag{29}$$

przy czym w powyższym wyrażeniu i dalszych rozważaniach przyjęto oznaczenia:

$$\begin{aligned}
 D_5 &= \frac{1}{3} D_1 + \frac{1}{\sqrt{3}} D_2, \\
 D_6 &= \frac{1}{3} D_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} D_4 - r_1, \\
 D_7 &= \left[\frac{1}{3} (D_1 + D_3) - \frac{1}{2} r_1 \right]^2 + \left[\frac{1}{3} (D_2 + D_4) + \frac{\sqrt{3}}{2} r_1 \right]^2, \\
 D_8 &= \frac{1}{9} (D_1^2 + D_2^2) - D_7, \\
 D_9 &= \left(\frac{1}{3} D_3 - \frac{1}{2} r_1 \right)^2 + \left(\frac{1}{3} D_4 + \frac{\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2, \\
 D_{10} &= D_9 - \left(D_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} D_4 \right) r_1, \\
 D_{11} &= \frac{2}{3} D_1 + D_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} D_4.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Drugie równanie (28), po uwzględnieniu w nim oznaczeń (30), przyjmuje postać

$$-r_3 r_2^2 + (r_3^2 + D_{11} r_3 + D_9) r_2 - D_7 r_3 = 0.$$

Po podstawieniu wyrażenia (29) do powyższego równania i odpowiednim przekształceniu otrzymuje się

$$\begin{aligned} & -r_1(r_3^3 - D_5 r_3^2 + D_8 r_3)^2 + (r_3^2 + D_{11} r_3 + D_9)(r_3^2 - D_5 r_3 + D_8)(r_3^3 + D_6 r_3^2 + D_{10} r_3 - D_9 r_1) - \\ & - \frac{D_7}{r_1} (r_3^3 + D_6 r_3^2 + D_{10} r_3 - D_9 r_1)^2 = 0. \end{aligned}$$

Po wykonaniu naznaczonych działań i uporządkowaniu otrzymuje się równanie 7-go stopnia ze względu na szukaną rezystancję łuku r_3

$$r_3^7 + F_1 r_3^6 + F_2 r_3^5 + F_3 r_3^4 + F_4 r_3^3 + F_5 r_3^2 + F_6 r_3 + F_7 = 0, \quad (31)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} F_1 &= -D_5 + D_6 + D_{11} - \frac{D_7}{r_1} - r_1, \\ F_2 &= D_5(2r_1 - D_6 - D_{11}) + D_6 \left(D_{11} - 2 \frac{D_7}{r_1} \right) + D_8 + D_9 + D_{10}, \\ F_3 &= -r_1(D_5^2 + 2D_8 + D_9) - D_5(D_6 D_{11} + D_9 + D_{10}) + D_6(D_8 + D_9) - \\ & - \frac{D_7}{r_1} (D_6^2 + 2D_{10}) + D_{11}(D_8 + D_{10}), \\ F_4 &= D_5(2D_8 r_1 - D_6 D_9 - D_{10} D_{11}) + D_6 \left(-2 \frac{D_7}{r_1} D_{10} + D_8 D_{11} \right) + \\ & + D_8 D_{10} + D_9[r_1(D_5 - D_{11}) + 2D_7 + D_8 + D_{10}], \\ F_5 &= r_1[-D_8^2 - D_9^2 + D_9(D_5 D_{11} - D_8)] + D_6 D_9(2D_7 + D_8) - \frac{D_7}{r_1} D_{10}^2 + \\ & + D_{10}(-D_5 D_9 + D_8 D_{11}), \\ F_6 &= D_5 D_9^2 r_1 + D_9[2D_7 D_{10} + D_8(D_{10} - D_{11} r_1)], \\ F_7 &= -D_9^2 r_1(D_7 + D_8). \end{aligned} \quad (32)$$

Współczynniki $D_1 \div D_{11}$ [wzory (25) i (30)] są funkcjami parametrów elektrycznych układu zasilającego łuki, przy czym $D_6 \div D_{10}$ zależą od przyjętej wartości rezystancji łuku r_1 . Współczynniki te można obliczać na maszynie cyfrowej, a następnie rozwiązać równanie (31) dla przyjętych różnych wartości r_1 . W obliczeniach takich należy odrzucać pierwiastki r_3 mające wartości zespolone lub rzeczywiste ujemne, gdyż nie mają sensu fizycznego. Dla pierwiastków r_3 o wartościach rzeczywistych dodatnich oblicza się rezystancje r_2 ze wzoru (29).

Znając rezystancje łuków r_1, r_2, r_3 odpowiadające równym mocom łuków można obliczyć prądy łuków:

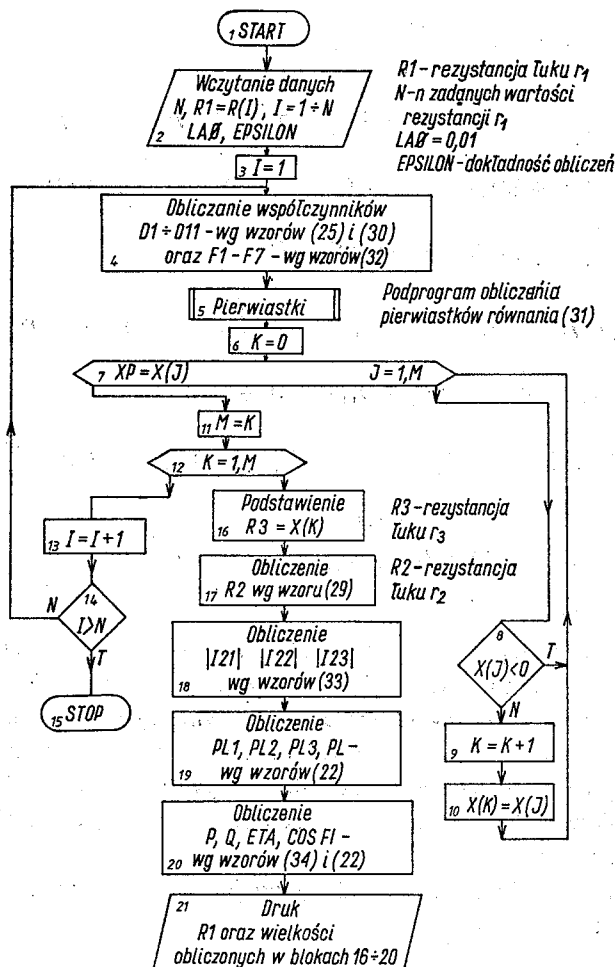
$$|I_{21}| = \frac{E_p}{|w|} \sqrt{\left(D_1 - 3r_2 - \frac{3}{2} r_3 \right)^2 + \left(D_2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} r_3 \right)^2},$$

$$|I_{22}| = \frac{E_p}{|w|} \sqrt{\left[D_3 + \frac{3}{2} (r_3 - r_1) \right]^2 + \left[D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} (r_1 + r_3) \right]^2}, \quad (33)$$

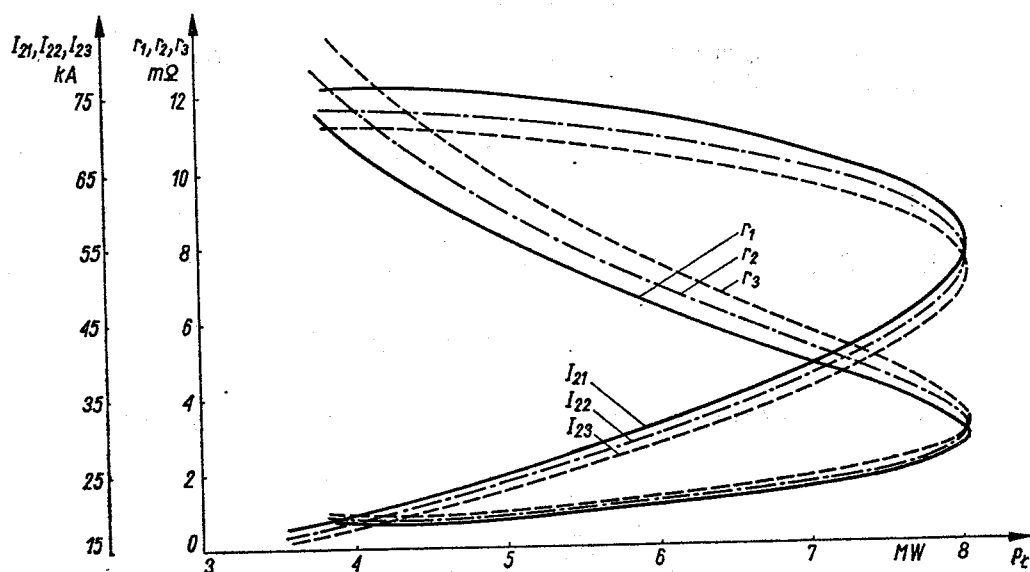
$$|I_{23}| = \frac{E_p}{|w|} \sqrt{\left(-D_1 - D_3 + \frac{3}{2} r_1 + 3r_2 \right)^2 + \left(D_2 + D_4 + \frac{3\sqrt{3}}{2} r_1 \right)^2}.$$

Moce łuków P_{li} , sumaryczną moc łuków P_l , sprawność elektryczną η_e oraz $\cos \varphi$ urządzenia oblicza się ze wzorów (22), zaś moc czynną P i bierną Q urządzenia wyznaczają zależności:

$$P = P_l + \sum_{i=1}^3 R_i |I_{2i}|^2,$$



Rys. 3. Schemat blokowy obliczeń numerycznych charakterystyk mocowych pieca łukowego



Rys. 4. Zależności prądów łuków I_{2i} oraz rezystancji łuków r_i ($i = 1, 2, 3$) od jednakowych mocy łuków P_{ti}

$$Q = \left(\frac{X_T}{3} + X_D \right) \sum_{i=1}^3 |I_{2i}|^2 + \omega(L_{r1} - M_{r13})|I_{21}|^2 + \omega(L_{r2} - M_{r12})|I_{22}|^2 + \\ + \omega(L_{r3} - M_{r23})|I_{23}|^2 + \omega(M_{r12} - M_{r13}) \sqrt{|I_{21}I_{22}|^2 - 4S^2} + \\ + \omega(M_{r23} - M_{r12}) \sqrt{|I_{22}I_{23}|^2 - 4S^2} + \omega(M_{r13} - M_{r23}) \sqrt{|I_{23}I_{21}|^2 - 4S^2}, \quad (34)$$

przy czym:

$$S^2 = p(p - |I_{21}|)(p - |I_{22}|)(p - |I_{23}|),$$

$$p = \frac{1}{2} (|I_{21}| + |I_{22}| + |I_{23}|)$$

oraz R_i określone jest wzorem (11).

Powyższe wyrażenia dla P i Q są ważne przy połączeniu transformatora w układ Dd , przy czym wyrażenie dla Q wyprowadzono na podstawie reaktancji fazowych toru wieloprądowego opisanych w [6]. W przypadku połączenia transformatora w układ Yd należy do omawianych wzorów wstawić wartości $\frac{1}{3} R_D$, $\frac{1}{3} X_D$ w miejsce R_D , X_D .

Schemat blokowy obliczeń mocowych charakterystyk pieca podano na rys. 3. Dla poprzednio analizowanego pieca obliczono według tego schematu rezystancje łuków r_i oraz odpowiadające im prądy łuków $|I_{2i}|$ w funkcji jednakowych mocy łuków P_{ti} . Zależności te przedstawiono w postaci wykresów na rysunku 4. Należy przy tym zaznaczyć, że zadane równe moce łuków można uzyskać przy kilku różnych asymetriach prądów. Jedną z tych asymetrii jest najczęściej niewielka i dopuszczalna pod względem technologicznym i energetycznym, jak np. wynikająca z wykresów na rys. 4.

4. CHARAKTERYSTYKI REZYSTANCYJNE PIECA

Przy założeniu równych rezystancji łuków $r_1 = r_2 = r_3 = r$ wyrażenia dla prądów łuków (32) upraszczają się do postaci

$$|I_{2i}| = \frac{\sqrt{3} E_p}{|w|} \sqrt{9r^2 + A_i r + B_i}, \quad (35)$$

przy czym:

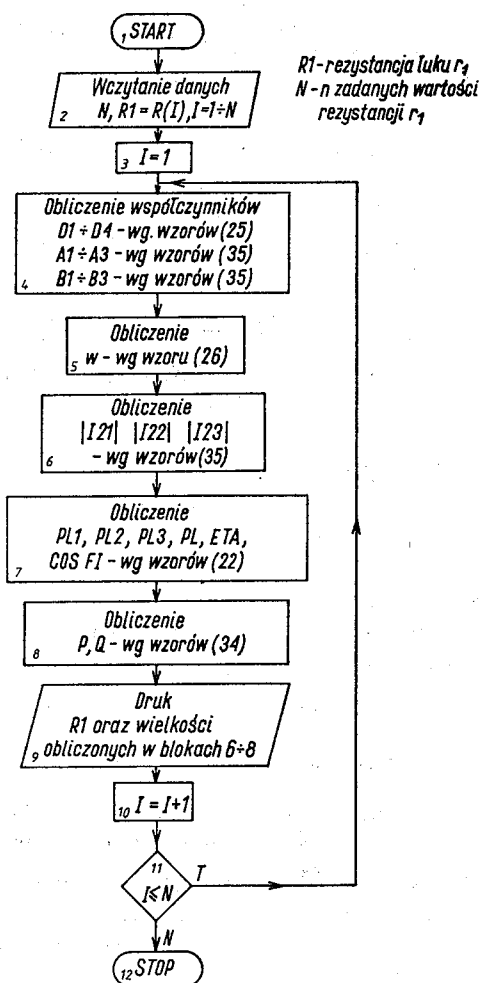
$$A_1 = -3D_1 - \sqrt{3} D_2,$$

$$B_1 = \frac{1}{3} (D_1^2 + D_2^2),$$

$$A_2 = 2\sqrt{3} D_4,$$

$$B_2 = \frac{1}{3} (D_3^2 + D_4^2),$$

$$A_3 = -3(D_1 + D_3) + \sqrt{3} (D_2 + D_4), \quad B_3 = \frac{\xi}{I} [(D_1 + D_3)^2 + (D_2 + D_4)^2].$$



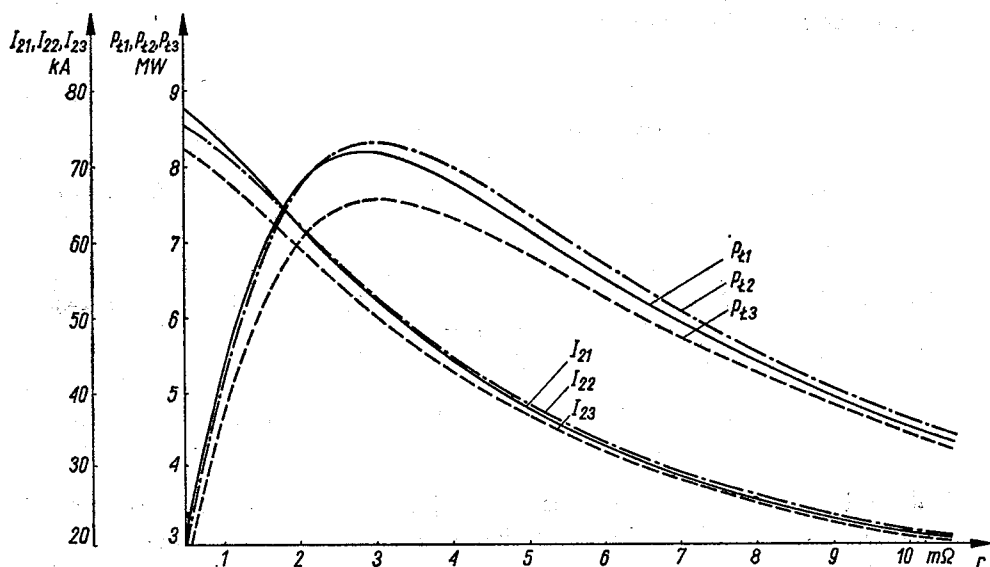
Rys. 5. Schemat blokowy obliczeń numerycznych charakterystyk rezystancyjnych pieca łukowego

Poza tym w wyrażeniu (26) dla w , występującego we wzorze (35), wielkości ΔR_1 i ΔR_2 upraszczają się do postaci:

$$\Delta R_1 = \frac{1}{2} (R_{t1} + R_{t3}) - R_{t2},$$

$$\Delta R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} (R_{t3} - R_{t1}).$$

Obliczając prądy $|I_{2i}|$ — (35) dla zadanej wartości rezystancji łuków r można wyznaczyć moce łuków P_{ti} , sumaryczną moc łuków P_t , sprawność elektryczną η_e oraz $\cos \varphi$ urządzenia ze wzorów (22), zaś moc czynną P i bierną Q urządzenia na podstawie wzorów (34). Schemat blokowy takich obliczeń podano na rys. 5.



Rys. 6. Zależności prądów łuków I_{2i} oraz mocy łuków P_{ti} ($i = 1, 2, 3$) od jednakowych rezystancji łuków r_i

Dla poprzednio podanego przykładu pieca obliczono prądy łuków i moce łuków odpowiadające równym założonym wartościom rezystancji łuków. Wyniki tych obliczeń podano w postaci graficznej na rys. 6. Widać z niego, że równe rezystancje łuków uzyskuje się przy niewielkiej asymetrii prądów.

5. WNIOSKI

Przy utrzymywaniu równych prądów łuków mogą wystąpić nierówne moce łuków na skutek asymetrii konstrukcyjnej toru wieloprądowego. W analizowanym piecu fazą słabą jest faza trzecia, zaś fazą mocną — druga (rys. 2), przy czym moc fazy pierwszej jest prawie równa mocy fazy trzeciej. Należy przy tym zaznaczyć, że występujące w przypadku symetrii prądów różnice rezystancji łuków są stałe i wynoszą: $r_2 - r_1 = 0,35 \text{ m}\Omega$; $r_3 - r_2 = -0,43 \text{ m}\Omega$; $r_1 - r_3 = 0,08 \text{ m}\Omega$. Odpowiadające im różnice mocy łuków wyznaczone dla prądu znamionowego pieca $I_{2N} = 57737 \text{ A}$ mają wartości: $|P_{t2} - P_{t1}| = 1167 \text{ kW}$;

$P_{I3} - P_{I2} = -1433$ kW; $P_{I1} - P_{I3} = 267$ kW. Różnice mocy łuków rosną z kwadratem prądu, a nie zależą od napięcia wtórnego transformatora.

Nierówności mocy łuków występujące przy równych prądach można zlikwidować przez utrzymanie odpowiedniej asymetrii prądów, wyznaczonej na podstawie charakterystyk mocowych pieca podanych na rys. 4. Z charakterystyk tych widać, że równe moce łuków uzyskuje się przy nierównościach prądów $I_{21} > I_{22} > I_{23}$, którym odpowiadają następujące nierówności rezystancji łuków $r_3 > r_2 > r_1$.

Równe rezystancje łuków, a więc i równe długości łuków uzyskuje się przy asymetrii prądów wyznaczonej na podstawie charakterystyk rezystancyjnych pieca, przedstawionych na rys. 6. Widać z niego, że dla uzyskania równych rezystancji łuków należy utrzymywać prawie równe prądy w fazach pierwszej i drugiej pieca, zaś odpowiednio mniejszy prąd w fazie trzeciej. Występują przy tym niezbyt duże nierówności mocy łuków, przy czym najmniejsza jest moc łuku fazy trzeciej.

Tablica 1

Stany pracy pieca przy maksymalnej mocy łuków P_{Im}

r_1	r_2	r_3	I_{21}	I_{22}	I_{23}	P_{I1}	P_{I2}	P_{I3}	P_I
mΩ			kA			MW			MW
2,82	3,17	2,74	52,5	52,5	52,5	7,78	8,74	7,56	24,08
2,80	3,04	3,26	53,6	51,5	49,6	8,05	8,05	8,05	24,15
2,80	2,80	2,80	54,2	54,5	51,9	8,23	8,32	7,55	24,10

W tablicy 1 podano stany pracy pieca występujące przy maksymalnych mocach łuków P_{Im} w przypadkach równych prądów, równych mocy łuków i równych rezystancji łuków. We wszystkich trzech przypadkach pracy pieca maksymalne moce łuków są praktycznie jednakowe. Występujące przy równych prądach nierówności mocy łuków $P_{I1}:P_{I2}:P_{I3} = 1,03:1,15:1$ są większe niż przy utrzymywaniu jednakowych rezystancji łuków $P_{I1}:P_{I2}:P_{I3} = 1,09:1,10:1$. Przy równych prądach lub równych mocach łuków występują stosunkowo duże nierówności rezystancji łuków. Natomiast wymagana asymetria prądów dla uzyskania równych mocy lub rezystancji łuków nie jest zbyt duża. Należy przy tym zaznaczyć, że przy niezbyt dużych lecz innych niż rozważane asymetriach prądów mogą wystąpić znacznie większe nierówności mocy i rezystancji łuków, niż podane w tablicy 1.

Z przedyskutowanego przykładu liczbowego wynika, że znajomość trzech rodzin charakterystyk roboczych pieca: prądowych, mocowych i rezystancyjnych umożliwia ustalenie korzystnych, pod względem technologicznym, stanów pracy pieca w różnych okresach wytopu stali. Równe moce łuków korzystnie jest utrzymywać w czasie roztopiania wsadu, zaś po jego roztopieniu bardziej celowym jest utrzymywanie równych rezystancji łuków o odpowiednich wartościach.

Metoda obliczeń opisanych trzech rodzin charakterystyk roboczych pieca jest wykorzystywana w jednej z hut krajowych z dobrymi rezultatami.

BIBLIOGRAFIA

1. C. Barthmann, P. Kuhlow, *Objem i rezultaty issledowanij po racionalizaciji dugowych stale-plawilnych elektropieczej*, Wsjemirnyj Elektrotechniceskij Kongress, Moskwa 1977.
2. K. Bretthauer, A. A. Farschtschi, *Symmetrierung der elektrischen Grössen von Lichtbogenöfen*, Elektrowärme International, Nr. B-5/1976.
3. K. Bretthauer, *Optimierung von Lichtbogenöfen zur Stahlerzeugung*, Elektrowärme International, Nr. B-1/1976.
4. A. Kurbiel, *Model matematyczny stalowniczego urządzenia łukowego*, Rozprawy Elektrotechniczne, t. 24, z. 2, 1978.
5. A. Kurbiel, J. Kruk, *Wyrównanie mocy fazowych pieca łukowego za pomocą odpowiednio nierównych prądów łuków*, Zeszyty Naukowe AGH, Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, z. 88, 1977.
6. A. Kurbiel, W. Morawski, *Metody pomiarów torów wieloprądowych pieców łukowych*, Zeszyty Nauk. AGH, Elektryfikacja i Mechanizacja Górn. i Hutn., z. 113, 1979.
7. A. Sima, *Zastosowanie modelu matematycznego do analizy pracy pieca łukowego*, Rozprawa doktorska, AGH, 1980.

A. KURBIEL, A. SIMA

DETERMINATION OF ADVANTAGEOUS OPERATING CONDITIONS OF ARC FURNACE ON THE BASIS OF ITS DIFFERENT OPERATING CHARACTERISTICS

Summary

Operating characteristics of an arc furnace are usually made as a function of equal arc currents. A furnace supplied with equal currents by an asymmetrical current carrying system is characterized by an unequal arc power. The inequalities of the power of these arcs increase as a second power of current and thus they may reach significant values in high rates current furnaces.

One of the simple methods of ensuring equalization of arc power is a maintenance of suitable asymmetry of currents. Such asymmetry is given by operating characteristics of a furnace made as a function of equal arc power.

After melting of a charge in furnace it may turn out that it is advantageous to maintain equal arc lengths. We may assume that arcs of equal length have equal resistances. From the operating characteristics of the furnace made as a function of equal arc resistance we may now read off the asymmetry of currents corresponding to equal arc lengths.

The methods of calculation of current, power and resistance operating characteristics of a furnace are described in the article and block diagrams of numeric calculations of such characteristics are shown. The knowledge of the three groups of the discussed characteristics makes it possible to determine favourable operating conditions of the furnace. Numerical examples illustrate theoretical considerations.

A. KURBIEL, A. SIMA

DÉTERMINATION DES RÉGIMES AVANTAGEUX DE TRAVAIL DU FOUR À ARC PRÉSENTÉE À LA BASE DE LEURS DIFFÉRENTES CARACTÉRISTIQUES OPÉRATIONNELLES

Résumé

Les caractéristiques opérationnelles du four à arc sont exécutées le plus souvent en fonction des courants égaux des arcs. Le four, alimenté par des courants égaux par l'intermédiaire des barres du courant fort asymétriques, se caractérise par les puissances des arcs inégales. Les inégalités de ces puissances augmentent

avec le carré du courant et c'est pourquoi elles peuvent atteindre les valeurs considérables dans les fours à grands courants nominaux.

L'un des moyens très simples pour compenser les puissances des arcs consiste à maintenir une asymétrie convenable des courants. Les caractéristiques opérationnelles du four faites en fonction de puissances égales des arcs, présentent une telle asymétrie.

Après avoir fondu la charge dans le four il peut s'avérer avantageux de maintenir la même longueur des arcs. On peut admettre que les arcs de la même longueur ont aussi les mêmes résistances. D'après les caractéristiques opérationnelles du four, fixées en fonction de résistances égales des arcs, on peut déchiffrer l'asymétrie des courants correspondant aux longueurs égales des arcs.

On a décrit les méthodes de calculer les caractéristiques opérationnelles du four en prenant en considération le courant, la puissance et la résistance et on a présenté aussi les schémas-bloc des calculs numériques de ces caractéristiques. La connaissance de ces trois genres de caractéristiques, présentées ici, permet de fixer des régimes avantageux de travail du four. On a illustré aussi le raisonnement théorique par les exemples numériques.

A. KURBIEL, A. SIMA

BESTIMMUNG GÜNSTIGER BETRIEBSZUSTÄNDE DES LICHTBOGENOFENS AUF GRUND VERSCHIEDENER BETRIEBSKENNLINIEN

Zusammenfassung

Die Betriebskennlinien eines Lichtbogenofens werden meistens als Funktion der gleichen Bogenströme ausgetilbt. Der Lichtbogenofen, der durch gleiche Ströme gespeist wird, zeichnet sich wegen der unsymmetrischen Hochspannung durch ungleiche Bogenleistungen aus. Die Ungleichmäßigkeiten dieser Leistungen wachsen mit der zweiten Potenz des Stromes an, weshalb erhebliche Leistungsunterschiede in Lichtbogenöfen mit großen Stromkennwerten auftreten. Eine der einfachsten Möglichkeiten, die Bogenleistungen auszugleichen beruht darin, daß die Stromasymmetrie auf entsprechender Höhe erhalten wird. Die passende Asymmetrie wird durch die Betriebskennlinien in Funktion der gleichen Bogenleistungen gegeben.

Nach dem Niederschmelzen des Ofeneinsatzes kann es sich erweisen, daß das Einhalten gleicher Bogenlängen vorteilhaft ist. Man kann annehmen, daß die Lichtbögen gleicher Länge gleiche Resistanzen haben. Auf Grund der Betriebskennlinien, die als Funktion der gleichen Bogenresistanzen bestimmt werden, kann die Bogenasymmetrie abgelesen werden, die den verschiedenen Bogenlängen entspricht.

In dem Artikel werden Berechnungsmethoden für Strom-Leistungs- und Resistanzbetriebskennlinien angegeben, als auch Blockschaltpläne numerischer Berechnungen dieser Kennlinien. Die Kenntnis der obengenannten drei Gruppen der Betriebskennlinien ermöglicht die Bestimmung der vorteilhaftesten Betriebszustände eines Ofens. Die theoretischen Betrachtungen werden mit rechnerischen Beispielen illustriert.

A. КУРБЕЛЬ, А. СИМА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ДУГОВОЙ ПЕЧИ НА ОСНОВЕ ЕЁ РАЗЛИЧНЫХ РАБОЧИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Резюме

Рабочие характеристики дуговой печи определяются чаще всего в функции равных токов дуг. Печь питаемая одинаковыми токами через несимметрическую короткую сеть отличается неравными мощностями дуг. Неравенства этих мощностей возрастают с квадратом тока и потому могут достигать значительных величин в печах с большими номинальными токами.

Один из простых методов уравнивания мощностей дуг заключается в сохранении желаемой асимметрии токов. Такую асимметрию дают рабочие характеристики печи рассчитанные в функции равных мощностей дуг.

После расплавления шихты в печи может оказаться полезным сохранение равных длин дуг. Можно принять, что если дуги имеют одинаковые длины, у них тоже будут одинаковые сопротивления. Отсюда следует, что из рабочих характеристик печи определенных в функции равных сопротивлений дуг можно найти асимметрию токов соответствующую равным длинам дуг.

В статье приведены методы расчётов рабочих характеристик печи: токовых, мощности и сопротивлений; приведены блок-схемы расчётов этих характеристик. Знакомство обсуждаемых трёх семей характеристик делает возможным определение полезных режимов работы печи. Теоретические рассуждения проиллюстрированы численными примерами.

Metoda przestrzeni spektralnej w analizie dotyczącej uogólnionej struktury linii koplanarnej

BOGDAN JANICZAK (GDAŃSK)

Instytut Telekomunikacji Politechniki Gdańskiej

Otrzymano 7.12.1983

W pracy przedstawiono adaptację metody przestrzeni spektralnej dla celów analizy uogólnionej struktury linii koplanarnej z dowolnym rozkładem współbieżnych przewodników. Zaproponowano i omówiono dwa podejścia analityczne możliwe do wykorzystania w badaniach własności propagacyjnych, dotyczących wieloprzewodnikowych, planarnych struktur linii transmisyjnych oraz przedyskutowano wybrane numeryczne aspekty zagadnienia. Dla przedstawienia uniwersalności proponowanego podejścia podano przykładowe rozwiązania numeryczne dla nieekranowanej struktury trzech planarnie sprzężonych linii szczelinowych o jednowarstwowym, bezstratnym, izotropowym podłożu dielektrycznym. Pokazano, że w przypadku linii prowadzących rodzaje hybrydowe, analiza uproszczona może prowadzić do zafałszowania fizycznych zachowań struktury.

1. WPROWADZENIE

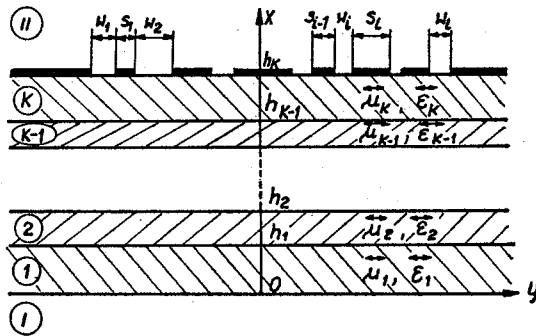
Zaproponowana na początku lat siedemdziesiątych przez Itoha i Mittre [1], [2] metoda przestrzeni spektralnej jest jedną z najczęściej i najchętniej wykorzystywanych metod analitycznych do określania własności dyspersyjnych przewodnic falowych o niejednorodnych warunkach brzegowych na powierzchniach granicznych stosowanych w zakresie częstotliwości mikrofalowych. Ta wysoce efektywna i wydajna technika obliczeniowa była adaptowana dla celów analizy podstawowych typów struktur przewodnic falowych wykorzystywanych we współczesnej technice mikrofalowej, tj. linii mikropaskowej, linii szczelinowej oraz pary linii sprzężonych uwarstwionych ośrodkami izo- lub anizotropowymi [1]÷[31]. Potencjalnie ogromne możliwości tej metody nie zostały dotychczas — jak się wydaje — całkowicie wykorzystane, chociaż znane są teoretyczne prace dotyczące analizy dowolnego układu lub układów równoległych przewodników umieszczonych na jedno- lub wielowarstwowym podłożu [6]÷[11]. Przedstawione w tych pracach rozwiązania numeryczne ograniczają się jednak zwykle do przypadku struktur zawierających nie więcej niż dwie linie transmisyjne na jednej powierzchni granicznej z płaszczyzną symetrii względem środka struktury, lub co najwyżej do układu dwóch niesymetrycznych linii sprzężonych [12]÷[14], a więc do układów o ściśle zdeterminowanych możliwościach pobudzeń. W prezentowanej pracy rozważany jest przypadek linii koplanarnej z dowolnie rozmieszczonym układem wzajemnie równoległych linii szczelinowych w aspekcie ujednolicenia

metody przestrzeni spektralnej dla celów analizy dowolnego skończonego układu współpłaszczyznowych i współbieżnych przewodników. Jest to zagadnienie istotne zarówno z punktu widzenia projektanta jak i użytkownika mikrofalowych układów scalonych (MUS). Przykładowe wyniki numeryczne uzyskane na bazie prezentowanych rozważań analitycznych zostaną podane w celu przedstawienia uniwersalności i efektywności omawianego podejścia.

2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA ORAZ METODY ANALIZY

Przedmiotem rozważań jest dowolny skończony układ współpłaszczyznowych i współbieżnych linii szczelinowych o jedno- lub wielowarstwowym podłożu, zwany linią koplanarną (rys. 1). Dla celów analizy przyjęto następujące założenia:

- ośrodki dla $x > h_K$ i $x < 0$ reprezentuje powietrze (ϵ_0, μ_0),
- wszystkie elementy przewodzące w płaszczyźnie $x = h_K$ są wykonane z idealnego przewodnika ($\sigma = \infty$), zaś ich grubość jest pomijalnie mała,



Rys. 1. Przekrój poprzeczny uogólnionej struktury linii koplanarnej o podłożu wielowarstwowym

- pobudzenia mają charakter harmoniczny $\exp(j\omega t)$,
- kierunek propagacji fali elektromagnetycznej jest zgodny z dodatnim kierunkiem osi z ,
- wszystkie parametry elektryczne oraz magnetyczne są stałe w czasie,
- struktura jest nieograniczona na kierunkach osi y i z , co jest równoważne analizie tzw. linii otwartych (nieekranowanych).

Warstwy podłoża o współrzędnych h_i mogą być w ogólności opisane tensorami przenikalności magnetycznej $\vec{\mu}$ oraz elektrycznej $\vec{\epsilon}$. Nie czyni się żadnych dodatkowych ograniczeń dotyczących własności materiałów, co oznacza możliwość określenia współczynników tłumienia związanych ze stratami podłoża linii transmisyjnych poprzez odpowiednią modyfikację elementów tensorów $\vec{\mu}$ i $\vec{\epsilon}$. Tym samym analiza obejmuje wszystkie praktycznie ważne grupy materiałów podłożowych wykorzystywanych we współczesnej technice MUS, tj. dielektryki, ferryty oraz półprzewodniki.

Dla jasności sformułowania pewne przypomnienia i wyjaśnienia dotyczące omawianej metody analizy wydają się być niezbędne. Równania Maxwella zapisane w postaci układu sześciu równań skalarnych rozwiązywane są ze względu na składowe podłużne pola elektrycznego E_z i magnetycznego H_z , a następnie w oparciu o ich znajomość po prostych prze-

kształceniach macierzowych wyznacza się składowe poprzeczne. Ponieważ uzyskiwany w ogólnym przypadku układ równań falowych dla składowych podłużnych E_z i H_z jest układem dwóch sprzężonych równań różniczkowych cząstkowych drugiego rzędu, jego rozwiązanie w przestrzeni rzeczywistej jest trudne.

Wprowadzenie do rozważań całkowitej transformacji Fouriera w płaszczyźnie podłoża upraszcza zagadnienie sprowadzając je do problemu rozwiązania układu dwóch sprzężonych równań różniczkowych zwyczajnych. Dla struktury z rys. 1 transformacja Fouriera zdefiniowana jest zależnością

$$\tilde{F}(x, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j\alpha y} dy, \quad (1)$$

gdzie α jest zmienną transformacji całkowitej, zaś $\tilde{F}(x, \alpha)$ oznacza transformatę Fouriera funkcji $f(x, y)$ względem zmiennej y .

W rezultacie analiza zjawisk polowych przeprowadzana jest w przestrzeni transformaty Fouriera, zwanej przestrzenią spektralną lub widmową. Znajomość transformat składowych pól w każdym z rozpatrywanych podobszarów umożliwia sformułowanie warunków granicznych dla składowych stycznych pól na powierzchniach rozdziału między poszczególnymi warstwami podłoża linii transmisyjnej. Warunki graniczne dla dowolnej powierzchni granicznej $x = h_i$ dla $i = 1, 2, \dots, K-1$ oraz dla powierzchni $x = 0$ przyjmują postać:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_x^i(x = h_i, \alpha) &= \tilde{E}_x^{i+1}(x = h_i, \alpha) \\ \tilde{E}_y^i(x = h_i, \alpha) &= \tilde{E}_y^{i+1}(x = h_i, \alpha) \\ \tilde{H}_x^i(x = h_i, \alpha) &= \tilde{H}_x^{i+1}(x = h_i, \alpha) \\ \tilde{H}_y^i(x = h_i, \alpha) &= \tilde{H}_y^{i+1}(x = h_i, \alpha) \end{aligned} \right\} \quad \text{dla } x = h_i, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{E}_x'(x = 0, \alpha) &= \tilde{E}_x^1(x = 0, \alpha) \\ \tilde{E}_y'(x = 0, \alpha) &= \tilde{E}_y^1(x = 0, \alpha) \\ \tilde{H}_x'(x = 0, \alpha) &= \tilde{H}_x^1(x = 0, \alpha) \\ \tilde{H}_y'(x = 0, \alpha) &= \tilde{H}_y^1(x = 0, \alpha) \end{aligned} \right\} \quad \text{dla } x = 0,$$

natomiast dla szczytowej powierzchni podłoża $x = h_K$ mogą być sformułowane następująco:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^K(x = h_K, \alpha) &= \tilde{E}_x''(x = h_K, \alpha), \\ \tilde{E}_y^K(x = h_K, \alpha) &= \tilde{E}_y''(x = h_K, \alpha), \\ \tilde{H}_x^K(x = h_K, \alpha) - \tilde{H}_x''(x = h_K, \alpha) &= \tilde{J}_y(x = h_K, \alpha), \\ \tilde{H}_y^K(x = h_K, \alpha) - \tilde{H}_y''(x = h_K, \alpha) &= \tilde{J}_x(x = h_K, \alpha), \end{aligned} \quad (3)$$

przy czym $\tilde{J}_y(x = h_K, \alpha)$ i $\tilde{J}_x(x = h_K, \alpha)$ są transformatami funkcji reprezentujących rozkłady gęstości liniowej prądów powierzchniowych płynących na powierzchni $x = h_K$. Analityczna postać funkcji opisujących rozkłady pól zależy od własności ośrodków rozchodzenia się fali elektromagnetycznej. Fizyczny rozkład gęstości prądów powierzchniowych w płaszczyźnie $x = h_K$ zależy od stopnia komplikacji rozkładu przewodników na

powierzchni podłoża, warunki graniczne zapisane dla każdej z powierzchni rozdziału tworzą układ równań opisujących polowe własności struktury. We wcześniejszych pracach pokazano [3], [6], [15], że niezależnie od stopnia komplikacji konfiguracji geometrycznej przewodników na szczytowej warstwie podłoża, układ równań opisujących warunki graniczne w przestrzeni spektralnej może być każdorazowo sprowadzony do układu dwóch sprzężonych równań algebraicznych o postaci:

$$\begin{bmatrix} G_{11}(\alpha, \beta_n) & G_{12}(\alpha, \beta_n) \\ G_{21}(\alpha, \beta_n) & G_{22}(\alpha, \beta_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_z(x = h_K, \alpha) \\ \tilde{E}_y(x = h_K, \alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_y(x = h_K, \alpha) \\ \tilde{J}_z(x = h_K, \alpha) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Współczynniki $G_{ik}(\alpha, \beta_n)$ są funkcjami parametrów podłoża, znormalizowanej względem liczby falowej dla wolnej przestrzeni nieznanej stałej propagacji β_n oraz zmiennej fourierowskiej α , nie są zaś zależne od konfiguracji geometrycznej przewodników w płaszczyźnie $x = h_K$. Funkcje $\tilde{E}_z(x = h_K, \alpha)$ i $\tilde{E}_y(x = h_K, \alpha)$ reprezentują wypadkowe amplitudy składowych podłużnej i poprzecznej pola elektrycznego w płaszczyźnie $x = h_K$. Zależności (4) tworzą wyjściowy układ równań, który w oparciu o wykorzystanie metody Galerkinia i twierdzenia Parsewala jest transformowany do układu równań liniowych jednorodnych, rozwiązywanego metodami iteracyjnymi ze względu na nieznaną stałą propagacji β_n .

3. ANALIZA LINII KOPLANARNEJ Z DOWOLNYM ROZKŁADEM SZCZELIN

Dotychczas równanie (4) było rozwiązywane dla najprostszych typów struktur linii koplanarnej, tj. pojedynczej linii szczelinowej [2], [3], [15], dwóch symetrycznych linii szczelinowych sprzężonych [3], [15], [28] oraz koplanarnych linii paskowych (CPS) [3], a więc w odniesieniu do linii, dla których rozkład pola elektrycznego w płaszczyźnie $x = h_K$ daje się zapisać w postaci zamkniętego przepisu funkcyjnego. Ponieważ jednak wypadkowe pole elektryczne w płaszczyźnie $x = h_K$ może być traktowane jako superpozycja pól związanych z każdą ze szczelin z osobna [24], [25], łatwo można pokazać, że dla dowolnego skończonego układu L szczelin zachodzi związek:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z(x = h_K, \alpha) &= \sum_{l=1}^L \tilde{E}_z^l(x = h_K, \alpha), \\ \tilde{E}_y(x = h_K, \alpha) &= \sum_{l=1}^L \tilde{E}_y^l(x = h_K, \alpha). \end{aligned} \quad (5)$$

Przyjmując, że składowe pola elektryczne w każdej ze szczelin mogą być aproksymowane przez odpowiednio wybrany układ funkcji bazowych (zwykle z uwzględnieniem osobliwości składowej poprzecznej na krawędziach szczeliny), równania (5) można przedstawić w równoważnej postaci:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z(x = h_K, \alpha) &= \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} a_n^l \tilde{E}_{zn}^l(x = h_K, \alpha), \\ \tilde{E}_y(x = h_K, \alpha) &= \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} b_n^l \tilde{E}_{yn}^l(x = h_K, \alpha); \end{aligned} \quad (6)$$