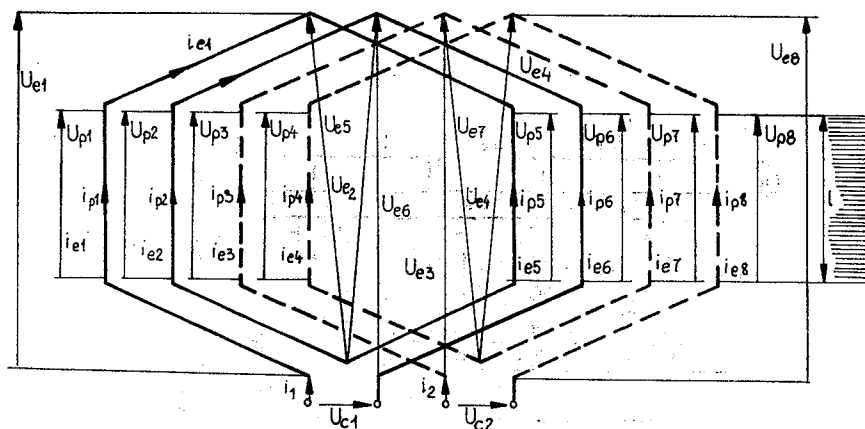




$$[U_e]^T = [U_{e1} \ U_{e2} \ \dots \ U_{e8}]$$

$$[U_p]^T = [U_{p1} \ U_{p2} \ \dots \ U_{p8}]$$

$$[U_c]^T = [U_{c1} \ U_{c2}]$$

$$[k_1]^T = [k_1]^T = [1]$$

$$[i_e]^T = [i_{e1} \ i_{e2} \ \dots \ i_{e8}]$$

$$[i_p]^T = [i_{p1} \ i_{p2} \ \dots \ i_{p8}]$$

$$[i_c]^T = [i_{c1} \ i_{c2}]$$

$$[k]^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Rys. 1. Oznaczenia napięć na bokach zwojów i napięć gałęziowych w uzwojeniach wielozwojowych

Występujący w zależnościach (2) wektor $[i_p]$ prądów w przewodach można wyrazić za pomocą wektora napięć $[U_p]$ i wektora sił elektromotorycznych dla poszczególnych przewodów:

$$[i_p] = [R_p]^{-1} \{ [U_p] + [e_p] \}, \quad (3)$$

gdzie

$$[e_p] = - \left[S_p^{-1} \int \int_{S_p} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS \right] - \text{wektor sił elektromotorycznych,}$$

którego q-ta składowa jest równa:

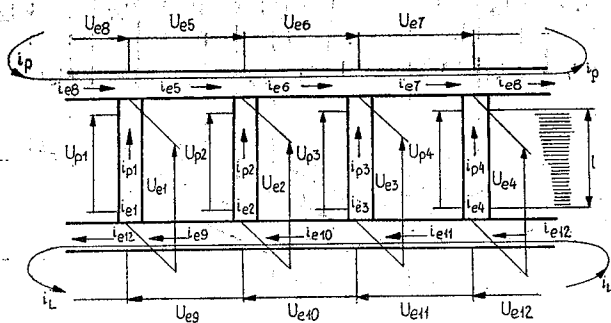
$$- S_{pq}^{-1} \int \int_{S_{pq}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS.$$

Podstawiając wektor $[i_p]$ do zależności (2) po wprowadzeniu nowego oznaczenia,

$$[\psi_e] = [L_z][i_e]$$

przedstawione wyżej równania przekształcić można do postaci:

$$\frac{1}{l} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \right\} - \frac{\gamma}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\gamma}{l} [k_p]^T [R_p] \left\{ ([R_p]^{-1} + \right.$$



$$[U_e]^T = [U_{e1} \ U_{e2} \ \dots \ U_{e12}]$$

$$[i_e]^T = [i_{e1} \ i_{e2} \ \dots \ i_{e12}]$$

$$[U_p]^T = [U_{p1} \ U_{p2} \ U_{p3} \ U_{p4}]$$

$$[i_p]^T = [i_{p1} \ i_{p2} \ i_{p3} \ i_{p4}]$$

$$[U_c]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$[i]^T = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_3] = [i_{e5} \ i_{e6} \ i_{e7} \ i_{e8} \ i_{e9} \ i_{e10} \ i_{e11} \ i_{e12}]$$

$$[k_1]^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 12 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$[k]^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_c]^T & [1] & [1] \\ [0_w]^T & [0] & [1_w]^T \end{bmatrix}$$

Rys. 2. Uzwojenie klatkowe — oznaczenia stosowanych wielkości

$$- [k_2][R_s]^{-1}[k_2]^T \left\{ \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS \right\} - [k_2][R_s]^{-1}[k]^T \frac{d}{dt} [\psi_e] \Bigg\} =$$

$$= \frac{\gamma}{l} [k_p]^T [R_p][k_2][R_s]^{-1} [U_c] \quad (4.a)$$

$$[L_z]^{-1} [\psi_e] + [k][R_s]^{-1}[k]^T \frac{d}{dt} [\psi_e] + [k][R_s]^{-1}[k_2]^T \left\{ \frac{1}{S_p} \iint_{S_p} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS \right\} = [k][R_s]^{-1} [U_c] \quad (4.b)$$

przy czym:

$[k_p] = [k_p(x, y)] = [0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]^T$ — wektor, określający rozmieszczenie boków zwojów (jeśli punkt $Q(x, y)$ leży w obrębie p -tego boku zwojów, to p -ta składowa tego wektora jest równa 1 a pozostałe 0);

$$[k_2] = [k_1]^T [k];$$

$$[R_s] = [k]^T [R_z][k] + [k_2]^T [R_p][k_2] = [R_{zw}] + [R_{pw}].$$

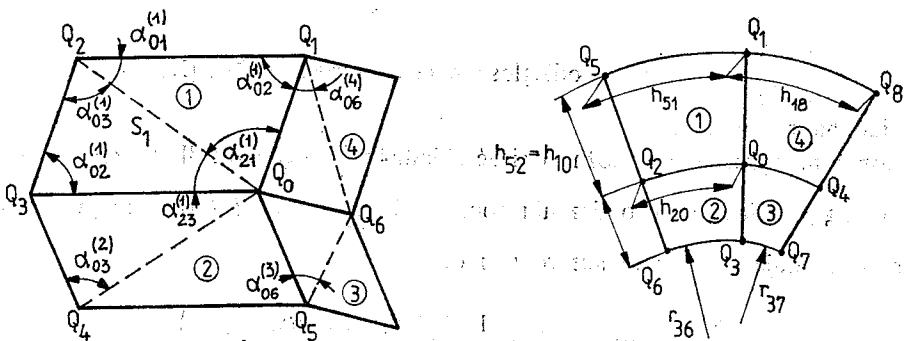
Przedstawiony układ równań opisuje stany przejściowe w polu elektromagnetycznym maszyny elektrycznej przy wymuszonym przebiegu napięć U_c zasilających uzwojenia.

Równaniami (4) można posługiwać się przy opisie zjawisk polowych w magnetowodach z uzwojeniami prętowymi oraz z uzwojeniami wykonanymi z cienkich przewodów, a także w układach z masywnymi elementami rdzenia. Z uwagi na złożoną strukturę i własności materiałowe magnetowodów maszyn elektrycznych rozwiązanie równań (4) metodami analitycznymi jest niemożliwe. Z powodzeniem można do tego celu stosować metody numeryczne i obliczenia wykonywać przy użyciu techniki cyfrowej. Jeszcze szersze możliwości w tym zakresie stwarza technika hybrydowa, która łączy w sobie zalety techniki cyfrowej i analogowej [1, 6, 8, 10].

W pracy przedstawiono algorytm hybrydowego modelowania zagadnień opisanych równaniami (4). Opracowano, dostosowane do hybrydowych analizatorów pola z siatką rezystancyjną, schematy numeryczne i podano metodę rozwiązywania tych schematów dla maszyny asynchronicznej klatkowej z nieruchomym wirnikiem i uzwojeniem stojana wykonanym z cienkich przewodów.

2. SCHEMATY NUMERYCZNE

Dostosowane do techniki hybrydowej schematy numeryczne otrzymuje się dzieląc rozpatrywany obszar S na elementy (oczka) S_j o kształcie równoległoboków (rys. 3a)



Rys. 3. Dyskretyzacja obszaru: a) oczka równoległoboczne, b) oczka o kształcie wycinków pierścieni.

tak, aby wewnątrz każdego elementu, oczka przenikalność μ była ciągłą funkcją współrzędnych. Funkcjonał I_j dla utworzonych oczek;

$$I_j \{ \Phi(x, y, t) \} = -I_j' + I_j'' = -I \iint_{S_j} \left(\int_0^B \frac{1}{2\mu} dB^2 \right) dx dy + \iint_{S_j} \Phi j dx dy, \quad (5)$$

$$\text{gdzie } j = -\frac{\gamma}{l} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} - U_p \right),$$

wyraża się w sposób przybliżony za pomocą funkcji $\Phi_i(t)$, $j_i(t)$ potencjału Φ i gęstości prądu j w wierzchołkach Q_i elementów siatki [3, 4]. Podobnie jak w przypadku całkowania numerycznego żąda się, aby spełnione były przy tym zależności:

$$|I_j' - \bar{I}_j'| = R'(h_j^4) < M_1(t) h_{mj}^4; \quad (6.a)$$

$$|I_j'' - \bar{I}_j''| = R''(h_j^4) < M_2(t) h_{mj}^4; \quad (6.b)$$

gdzie: $\bar{I}_j', \bar{I}_j''$ — składniki funkcjonału I_j wyrażone za pomocą funkcji $\Phi_i(t), j_i(t)$; $R'(h_j^4)$, $R''(h_j^4)$ — reszty rzędu czwartego; $M_1(t)$, $M_2(t)$ — funkcje zależne tylko od czasu; h_{mj} — wymiar najdłuższego boku elementu S_j .

Wykonując przekształcenia podobne do przedstawionych w pracach [1, 3, 4] można wykazać, że dla elementu S_1 z rys. 3a zależności (6) są spełnione jeśli:

$$\bar{I}_1' = l S_1 \int_0^{B_1} \frac{1}{2\mu_1} dB^2; \quad (7.a)$$

$$\bar{I}_1'' = \frac{1}{4} S_1 \sum_{i=0}^3 \Phi_i \cdot j_i \quad (7.b)$$

przy czym: $\mu_1 = \mu(B_1)$; $j_i = -\frac{\gamma_i}{l} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} - U_{pi} \right)$;

$$B_1 = \left[\sum_{i=1}^3 c_{0i} \left(\frac{\Phi_i - \Phi_0}{lh_{0i}} \right)^2 + \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq 2}}^3 c_{2i} \left(\frac{\Phi_i - \Phi_2}{lh_{2i}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

gdzie: $c_{qi} = \frac{1}{2} \frac{h_{qi}^2}{S_i} \text{ctg} \alpha_{qi}^{(1)}$; h_{qi} — odległość między punktami Q_q, Q_i ; $\alpha_{qi}^{(1)}$ — kąty oznaczone jak na rysunku 3.

Podobnymi wyrażeniami można opisać składniki funkcjonału dla pozostałych oczek siatki. Uwzględniając to, po obliczeniu pochodnej $\frac{\partial}{\partial \Phi_0} \sum_j (-\bar{I}_j' + \bar{I}_j'')$ i przyrównaniu jej do zera otrzymuje się następujące równanie:

$$\sum_{i=6}^6 R_{\mu 0 i} (\Phi_i - \Phi_0) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{S_j \gamma_{0j}}{l} \left(\frac{d\Phi_0}{dt} - U_{p0j} \right) \quad (9)$$

gdzie: γ_{0j} — konduktywność środowiska znajdującego się w otoczeniu naroża Q_0 podobszaru S_j ; U_{p0j} — napięcie U_p w otoczeniu wierzchołka Q_0 podobszaru S_j .

Występujące w tym równaniu wyrażenie $R_{\mu 0 i}$ opisuje reluktancję dla strumienia przenikającego na długość l przez powierzchnię, która przecinając płaszczyznę x, y pozostawia na niej ślad w postaci odcinka $Q_0 Q_j$. Przykładowo

$$R_{\mu 03} = \frac{1}{2l} \left(\frac{1}{\mu_1} \text{ctg} \alpha_{03}^{(1)} + \frac{1}{\mu_2} \text{ctg} \alpha_{03}^{(2)} \right); \quad (10.a)$$

$$R_{\mu 02} = \frac{1}{2l} \left(\frac{1}{\mu_1} \text{ctg} \alpha_{02}^{(1)} + \frac{1}{\mu_1} \text{ctg} \alpha_{02}^{(1)} \right) = \frac{1}{l\mu_1} \text{ctg} \alpha_{02}^{(1)}; \quad (10.b)$$

$$R_{\mu 06} = \frac{1}{2l} \left(\frac{1}{\mu_3} \text{ctg} \alpha_{06}^{(3)} + \frac{1}{\mu_4} \text{ctg} \alpha_{06}^{(4)} \right). \quad (10.c)$$

Interesujące jest porównanie przedstawionej metody dyskretyzacji obszaru z metodą trójkątnych elementów skończonych. Stosując metodę trójkątnych elementów skończonych otrzymuje się równanie o lewej stronie podobnej do lewej strony równania (9). Postać prawej strony równania wyznaczonego metodą elementów skończonych uzależniona jest od charakteru funkcji opisującej rozkład gęstości prądu w elementach. Wyróżnia się dwa najbardziej typowe przypadki rozkładu gęstości prądu:

- element trójkątny stanowi część masywnego przewodnika i w związku z tym gęstość prądu j podobnie jak potencjał Φ jest liniową funkcją współrzędnych;
- w elemencie trójkątnym znajdują się cienkie przewody, stanowiące boki szeregowo połączonych zwojów o pomijalnie małej grubości izolacji, a więc $j = \frac{z_j}{S_j} i_p \neq f(x, y)$

(gdzie z_j — liczba boków zwojów w elemencie).

W pierwszym przypadku dla węzła Q_0 otrzymuje się równanie różnicowo-różniczkowe, w którym prawa strona jest sumą składników zawierających pochodne względem czasu potencjału magnetycznego węzła Q_0 i wszystkich węzłów sąsiadujących z węzłem Q_0 . Równania tego nie można odwzorować ani na siatce rezystancyjno-pojemnościowej ani też — po zdyskretyzowaniu czasu — na siatce rezystancyjnej z „rezystorami czasowymi” [5, 6]. Nie jest ono zatem dostosowane do techniki hybrydowej. W drugim wymienionym wyżej przypadku dochodzi się do równania, w którym prawa strona ma taką samą postać jak prawa strona równania (9). Porównując dokładność z jaką wyznacza się składniki funkcjonatu można zauważyć, że I_j' dokładniej wyznacza się stosując metodę elementów trójkątnych, a I_j metodę przedstawioną w tej pracy. W szczególnym przypadku, przy dyskretyzacji obszaru zawierającego cewki z cienkich przewodów tj. obszaru w którym, $\mu \neq f(x, y)$, $j \neq f(x, y)$ równania różnicowo-różniczkowe dla siatki o oczkach równoległobocznych mają taką samą postać jak równania dla siatki o elementach trójkątnych utworzonych przez podział równoległoboków krótszymi przekątnymi (rys. 3a).

W celu dokładnego odwzorowania na modelu linii rozdziału środowisk i linii brzegowej w metodach techniki hybrydowej stosuje się siatkę o oczkach w kształcie wycinków pierścieni (rys. 3b). Dla tego typu siatki, postępując podobnie jak przy dyskretyzacji elementami równoległobocznymi otrzymuje się [1]:

$$\sum_{i=1}^4 R_{\mu 0 i} (\Phi_i - \Phi_0) = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{S_j \gamma_{0j}}{l} \left(\frac{d\Phi_0}{dt} - U_{p0j} \right) \quad (11)$$

gdzie: $R_{\mu 0 i} = \frac{1}{2l} \sum_{j=u,v} \frac{S_j}{h_{0i}} \frac{1}{\mu_j}$; u, v — indeksy podobszarów, których wspólnym bokiem jest bok h_{0i} ; $\mu_j = \mu_j(B_j)$; B_j — „średnia indukcja” w oczku, np. dla oczka S_1

$$B_1 = \left\{ \frac{1}{2} \sum_{q=1,2} \left[\left(\frac{\Phi_0 - \Phi_q}{h_{0q}} \right)^2 + \left(\frac{\Phi_5 - \Phi_q}{h_{5q}} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Układ podanych wyżej równań różnicowo-różniczkowych wygodnie jest zapisać w następującej formie macierzowej:

$$[k_3]^T [R_{\mu 0}] [k_3] [\Phi] = -[k_3]^T [D] [k_3] \frac{d}{dt} [\Phi] + [k_3]^T [D] [U_w] \quad (12)$$

przy czym: $[R_{\mu 0}]$ — kwadratowa, symetryczna i dodatnia macierz reluktancji; $[D]$ — diagonalna macierz konduktancji, której wyrazy są równe $\frac{\gamma_{ij} S_j}{4l}$; $[U_w]$ — wektor napięć U_{pij} . Występująca w równaniu (12) macierz $[k_3]$ określa, które wierzchołki elementów (oczek) siatki dyskretyzującej tworzą wspólny węzeł. Macierz $[k_3]^T$ transponowana do macierzy $[k_3]$ jest operatorem przejścia od wektora $[\theta_w]$ wartości przepływu w otoczeniu naroży oczek (przepływu w przylegających do węzłów Q_i częściach podobszarów S_j o polu powierzchni $\frac{1}{4} S_j$) do wektora $[\theta]$ wartości przepływu wokół punktów węzłowych (przepływu w obszarze $\frac{1}{4} \sum_q S_{j+q}$);

$$[\theta] = [k_3]^T [\theta_w] = [k_3]^T [R_{\mu 0}] [k_3] [\Phi]. \quad (13)$$

W obszarze obejmującym masywny element przewodzący napięcia U_{pij} są jednakowe i równe napięciu U_p na tym elemencie, a więc

$$[U_w] = [k_4] [U_p] \quad (14)$$

gdzie $[k_4]$ — macierz przejścia od wektora $[U_p]$ napięć na elementach przewodzących do wektora napięć U_{pij} . Macierz $[k_4]$ wykorzystuje się także do opisu wektora $[e_p]$ sił elektromotorycznych. Po zdyskretyzowaniu przestrzeni występujące w wyrazach tego wektora całki:

$$\int_{S_{pq}} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS$$

zastępuje się sumami skończonymi pochodnych $\frac{d\Phi_i}{dt}$, co prowadzi do następującej zależności

$$[e_p] = - \left[\frac{1}{S_p} \int_{S_p} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dS \right] = - [R_p] [k_4]^T [D] [k_3] \frac{d}{dt} [\Phi]. \quad (15)$$

Zależność ta nie dotyczy cewek wykonanych z cienkich przewodów, w których pominąć można zjawisko wypierania prądu. Obszar z cienkimi przewodami dyskretyzuje się tak, że w obrębie jednego oczka znajduje się kilkanaście bądź kilkadziesiąt cienkich przewodów i dlatego

$$[\theta_w] = [k_5] [i_p] \quad (16a)$$

$$[U_p] = [k_5]^T [U_w] \quad (16.b)$$

$$[e_p] = - [k_5]^T [k_3] \frac{d}{dt} [\Phi] \quad (17)$$

gdzie $[k_5]$ — macierz przejścia od wektora $[i_p]$ prądów w przewodach do wektora $[\theta_w]$ wartości przepływu w otoczeniu naroży oczek siatki dyskretyzującej.

Łącząc podane wyżej zależności z równaniami (2), po wyznaczeniu wektora $[U_w]$ i podstawieniu go do równania (12) otrzymuje się

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [L_z]^{-1} \\ [R_{\mu 0}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\psi_e] \\ [\Phi] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3]^T \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} [R_z]^{-1} \\ [D] \end{bmatrix} + \right. \\
& \left. - \begin{bmatrix} [R_z]^{-1} \\ [K] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [k] \\ [k_s] \end{bmatrix} [R_s]^{-1} [k]^T [k_s]^T \right\} \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3] \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} [\psi_e] \\ [\Phi] \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [k] \\ [k_s] \end{bmatrix} [R_s]^{-1} [U_c]
\end{aligned} \quad (18)$$

przy czym dla cewek wykonanych z cienkich przewodów:

$$[K] = [D], \quad (19.a)$$

$$[k_s] = [k_s][k_1]^T[k], \quad (19.b)$$

a dla masywnych elementów przewodzących (uzwojeń prętowych)

$$[K] = [D][k_4][R_p][k_4]^T[D], \quad (19.c)$$

$$[k_s] = [D][k_4][R_p][k_1]^T[k]. \quad (19.d)$$

Przedstawione równanie macierzowe jest różnicowo-różniczkową formą zapisu równań (4). W celu skrócenia opisu, przy badaniu tego równania wprowadzono nowe oznaczenia:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [1] \\ [k_3]^T \end{bmatrix} = [k_w]; \quad \begin{bmatrix} [L_z]^{-1} \\ [R_{\mu 0}] \end{bmatrix} = [A]; \quad \begin{bmatrix} [\psi_e] \\ [\Phi] \end{bmatrix} = [\psi]; \quad \begin{bmatrix} [R_z]^{-1} \\ [D] \end{bmatrix} = [D_s]; \\
& \begin{bmatrix} [R_z]^{-1} \\ [K] \end{bmatrix} = [K_s]; \quad \begin{bmatrix} [k] \\ [k_s] \end{bmatrix} = [k_{sc}]; \quad [k_{sc}][R_s]^{-1}[k_{sc}]^T = [W_s]; \\
& [k_{sc}][R_s]^{-1}[U_c] = [\Theta_c].
\end{aligned}$$

Posługując się tymi oznaczeniami równanie (18) zapisuje się następująco

$$[k_w]^T[A][k_w][\psi] + [k_w]^T\{[D_s] - [K_s] + [W_s]\}[k_w] \frac{d}{dt}[\psi] = [k_w]^T[\Theta_c]. \quad (20)$$

Występujące w powyższym równaniu macierze $[D_s]$, $[K_s]$, $[W_s]$ są symetryczne i nieujemne. Nieujemna jest także macierz $[D_s] - [K_s]$. Wyrazy c_{sii} leżące na przekątnej głównej tej macierzy są nieujemne, a wszystkie wyrazy c_{sij} leżące poza tą przekątną są niedodatnie, przy czym $c_{ii} = -\sum_{j,j \neq i} c_{sij}$. Mnożąc wyrażenie $\{[D_s] - [K_s] + [W_s]\}$ prawo i lewostronnie przez $[D_s]^{-0.5}$ otrzymuje się macierz, która ma cechy operatorów rzutowych. Uwzględniając to i wykorzystując własności operatorów rzutowych można wykazać, że

$$[0] \leq [D_s] - [K_s] + [W_s] \leq [D_s].$$

Z przedstawionych własności macierzy $[D_s] - [K_s] + [W_s]$ wynika, że w ogólnym przypadku równanie (20) nie daje się odwzorować na siatce rezystancyjno-pojemnościowej. Do rozwiązywania tego równania z powodzeniem stosować można natomiast siatkę typu RR z tak zwanymi „rezystorami czasowymi” [1, 6, 8]. Przy modelowaniu rozkładu pola na analizatorach z tego typu siatką należy oprócz przestrzeni zdyskretyzować czas. W tym celu przedział $\langle 0, T \rangle$, w którym poszukiwane jest rozwiązanie dzieli się na m_t części Δt , tworząc tym samym zbiór chwil czasowych t_n ; $t_n = n\Delta t$, $n = 0, 1, 2, \dots, m_t$ [1, 7].

Następnie uwzględniając, że

$$\{[\psi_n] - [\psi_{n-1}]\} \frac{1}{\Delta t} = \vartheta \left(\frac{d}{dt} [\psi] \right)_{t=t_n} + (1-\vartheta) \left(\frac{d}{dt} [\psi] \right)_{t=t_{n-1}} + \left(\frac{1}{2} - \vartheta \right) [R_3(\Delta t)] + [R_4(\Delta t)^2]$$

i pomijając wektory $[R_3(\Delta t)]$, $[R_4(\Delta t)^2]$ reszt, równanie różnicowo-różniczkowe (20) zastępuje się układem równań różnicowych:

$$\begin{aligned} & \vartheta [k_w]^T [A_n] [k_w] [\psi_n] + (1-\vartheta) [k_w]^T [A_{n-1}] [k_w] [\psi_{n-1}] + \\ & + \frac{1}{\Delta t} [k_w]^T \{[D_s] - [K_s] + [W_s]\} [k_w] [\Delta \psi_n] = [k_w]^T [\tilde{\Theta}_{cn}] \\ & n = 1, 2, \dots, m_t \end{aligned} \quad (21)$$

gdzie: $\vartheta \in \langle 0, 1 \rangle$ — parametr wagowy; $[A_n] = [A\{\psi_n\}]$; $[\psi_n] = [\psi(t_n)]$; $[\Delta \psi_n] = [\psi_n] - [\psi_{n-1}]$; $[\tilde{\Theta}_{cn}] = [k_{sc}] [R_s]^{-1} [\tilde{U}_{cn}] = [k_{sc}] [R_s]^{-1} \{\vartheta [U_c(t_n)] + (1-\vartheta) [U_c(t_{n-1})]\}$.

Przedstawiony schemat różnicowy jest podobny do stosowanego przy rozwiązywaniu klasycznego równania dyfuzji, schematu różnicowego z wagami [7]. Z uwagi na nieliniowość oraz złożoną postać wyrażeń opisujących macierze $[K_s]$, $[W_s]$ stabilność podanego schematu najwygodniej jest badać posługując się metodą nierówności energetycznych. W celu utworzenia tych nierówności równanie (21) zastępuje się układem dwóch równań:

$$\vartheta [k_w]^T [A_n] [k_w] [\psi_n] + (1-\vartheta) [k_w]^T [A_{n-1}] [k_w] [\psi_{n-1}] - [k_w]^T [\tilde{\Theta}_{sn}] = [0] \quad (22a)$$

$$[\Theta_{sn}] + \frac{1}{\Delta t} \{[D_s] - [K_s] + [W_s]\} [k_w] [\Delta \psi_n] = [\Theta_{cn}] \quad (22b)$$

i (22b) mnoży się lewostronnie przez wyrażenie $[\Delta \Theta_{sn}]^T [D_s]^{-1}$; przy czym $[\Delta \Theta_{sn}]^T = [[i_e(t_n)]^T [\Theta_w(t_n)]^T] - [[i_e(t_{n-1})]^T [\Theta_w(t_{n-1})]^T]$. W wyniku mnożenia otrzymuje się następujące równanie energetyczne:

$$\begin{aligned} & \| \Theta_{sn} \|_c^2 - \| \Theta_{sn-1} \|_c^2 + \frac{2}{\Delta t} [\Delta \Theta_{sn}]^T [D_s]^{-1} \{[D_s] - [K_s] + \\ & + [W_s]\} [k_w] [\Delta \psi_n] + (2\vartheta - 1) \| \Delta \Theta_{sn} \|_c^2 = 2 [\Delta \Theta_{sn}]^T [D_s]^{-1} [\tilde{\Theta}_{cn}], \end{aligned} \quad (23)$$

gdzie $\|x\|_c = \{[x]^T [D_s]^{-1} [x]\}^{0.5}$ — norma energetyczna wektora $[x]$.

Wykorzystując podane wcześniej własności macierzy $[D_s] - [K_s] + [W_s]$ można wykazać, że występujące w tym równaniu wyrażenie $[\Delta \Theta_{sn}]^T [D_s]^{-1} \{[D_s] - [K_s] + [W_s]\} [k_w] [\Delta \psi_n]$, jest tożsamościowo równe $[\Delta \Theta_{sn}]^T [k_w] [\Delta \psi_n]$:

$$[\Delta \Theta_{sn}]^T [D_s]^{-1} \{[D_s] - [K_s] + [W_s]\} [k_w] [\Delta \psi_n] = [\Delta \Theta_{sn}]^T [k_w] [\Delta \psi_n]. \quad (24)$$

W celu dokonania dalszych przekształceń rozwija się w skończony szereg Taylora, najpierw w otoczeniu wektora $[\psi_n]$, a następnie $[\psi_{n-1}]$ funkcję $W_m(t)$ opisującą energię magnetyczną układu;

$$W_m(t) = \int_{[0]}^{[\psi]} [\psi]^T [k_w]^T [A] [k_w] d[\psi].$$

Jeśli uwzględnić przy tym, że $[\Theta_{sn}] = [A_n][k_w][\psi_n]$, to po przekształceniu otrzymuje się:

$$W_m(t_n) - W_m(t_{n-1}) = [\Theta_{sn}]^T [k_w] [\Delta \psi_n] - \frac{1}{2} [\Delta \psi_n]^T [E'_{sn}] [\Delta \psi_n] \quad (25a)$$

$$W_m(t_n) - W_m(t_{n-1}) = [\Theta_{sn-1}]^T [k_w] [\Delta \psi_n] + \frac{1}{2} [\Delta \psi_n]^T [E''_{sn}] [\Delta \psi_n] \quad (25b)$$

przy czym: $[E'_{sn}] = [E_s\{\psi_n\} + [\eta'] [\Delta \psi_n]]$; $[E''_{sn}] = [E_s\{\psi_s\} + [\eta''] [\Delta \psi_n]]$ gdzie $[\eta']$, $[\eta'']$ — macierze diagonalne, których wyrazami są liczby z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$. Występujące w tych zależnościach macierze $[E'_{sn}]$, $[E''_{sn}]$ są symetryczne i dla stosowanych w praktyce materiałów magnetycznych o dodatniej przenikalności dynamicznej są one także dodatnie. W szczególnym przypadku dla magnetowodów ze środowiskiem liniowym

$$[E'_{sn}] = [E''_{sn}] = [k_w]^T [A_n] [k_w] = [k_w]^T [A] [k_w].$$

Biorąc to pod uwagę, po odjęciu stronami zależności (25), otrzymuje się

$$[\Delta \Theta_{sn}]^T [k_w] [\Delta \psi_n] = 0,5 [\Delta \psi_n]^T \{ [E'_{sn}] + [E''_{sn}] \} [\Delta \psi_n] > 0. \quad (26)$$

Wykorzystując tę zależność oraz tożsamość (24) z równania (23) dochodzi się do następującej nierówności:

$$\|\Theta_{sn-1}\|_c^2 - \|\Theta_{sn}\|_c^2 + (2\vartheta - 1) \|\Delta \Theta_{sn}\|_c^2 + 2 [\Delta \Theta_{cn}]^T [D_s]^{-1} [\tilde{\Theta}_{cn}] > 0 \quad (27)$$

Występujące w tej nierówności wyrażenia $\|\Theta_{sn}\|_c^2$, $\|\Theta_{sn-1}\|_c^2$ opisują całkowitą moc strat układu w chwilach t_n , t_{n-1} . Ponieważ przy zerowych wymuszeniach zewnętrznych moc strat musi maleć, a więc przy $[\tilde{\Theta}_{cn}] = [0]$ spełniona powinna być nierówność

$$\|\Theta_{sn}\|_c < \|\Theta_{sn-1}\|_c, \quad (28)$$

która jest energetycznym kryterium stabilności badanego schematu numerycznego [7]. Jak widać z zależności (27) przy $[\delta_{cn}] = [0]$ nierówność ta jest zawsze spełniona jeśli $\vartheta \geq 0,5$. Badany schemat numeryczny jest więc bezwarunkowo stabilny przy $\vartheta \geq 0,5$.

W procesie modelowania rozkładu pola nierówność energetyczną (27) wykorzystuje się do oceny dopuszczalnej wartości błędu realizacji. Jeśli przyjęto $\vartheta \geq 0,5$ i nierówność ta nie jest spełniona to znaczy, że dopuszczalna wartość ε_d błędu realizacji jest za duża. W takim przypadku należy zmniejszyć ε_d i skorygować rozwiązanie.

3. ODWZOROWANIE RÓWNAŃ RÓŻNICOWYCH NA SIATCE REZYSTANCYJNEJ

Przedstawione wyżej równanie różnicowe (20) zostało zapisane w postaci ułatwiającej badanie jego własności. Przy rozwiązywaniu tego równania wygodnie jest najpierw wyeliminować występujący w nim wektor $[\psi_n]$, który jest częścią poszukiwanego wektora $[\psi_n]$. Po wyeliminowaniu tego wektora otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \vartheta [R_{\mu n}] [\Phi_n] + (1 - \vartheta) [R_{\mu n-1}] [\Phi_{n-1}] + \frac{1}{\Delta t} [k_3]^T \{ [D] - [K] + [W] \} [k_3] [\Delta \Phi_n] = \\ = [k_3]^T [k_s] [Z_z]^{-1} \{ [\tilde{U}_{cn}] + [X_z] [i_{n-1}] \} \end{aligned} \quad (29)$$

przy czym: $[R_{\mu n}] = [k_3]^T [R_{\rho on}] [k_3]$ — macierz wypadkowych reluktancji;

$[W] = [k_s][Z_z]^{-1}[k_s]^T$ — macierz opisująca strukturę połączeń uzwojeń;

$[Z_z] = [R_s] + \frac{1}{\partial \Delta t} [k]^T [L_z] [k]$ — macierz zewnętrznych „impedancji różnicowych”;

$[X_z] = \frac{1}{\partial \Delta t} [k]^T [L_z] [k]$ — macierz „reaktancji różnicowych”;

$$[i_{n-1}] = [i_{n-2}] - \frac{1}{\partial} [Z_z]^{-1} \left\{ [R_s][i_{n-2}] + \frac{1}{\Delta t} [k_s]^T \{ [\Phi_{n-1}] - [\Phi_{n-2}] - \Delta t [\tilde{U}_{cn-1}] \} \right\}$$

— wektor prądów oczkowych dla $t = t_{n-1}$.

Przedstawione równanie dotyczy układów o dowolnej strukturze połączeń obwodu elektrycznego i jest wyjściowym przy tworzeniu równań szczegółowych dla określonych typów uzwojeń. Dalej rozpatrywano magnetowody, w których występują dwa typy uzwojeń:

— uzwojenie klatkowe bez skosu (uzwojenie wirnika),

— uzwojenie wielofazowe z szeregowo połączonymi zwojami wykonanymi z cienkiego przewodu (uzwojenie stojana).

Modelowanie rozkładu pola w obszarze z uzwojeniem klatkowym

Wektor $[i_e]$ prądów gałęziowych w uzwojeniu klatkowym składa się z wektora $[i_p]$ prądu w prętach oraz dwóch wektorów $[i_{cP}]$, $[i_{cL}]$ prądów w połączeniach czołowych (pierścieniach)

$$[i_e]^T = [[i_p]^T [i_{cP}]^T [i_{cL}]^T]. \quad (30)$$

Wszystkie te wektory mają liczbę składowych równą liczbie prętów i przykładowo dla oznaczeń z rysunku 2 zapisać je można następująco:

$$[i_p]^T = [i_{e1}, \dots, i_{e4}], \quad [i_{cP}]^T = [i_{e5}, \dots, i_{e8}], \quad [i_{cL}]^T = [i_{e9}, \dots, i_{e12}].$$

W przypadku uzwojenia klatkowego wektor $[i]$ prądów oczkowych najwygodniej jest wyrazić za pomocą wektora $[i_{cP}]$ bądź $[i_{cL}]$ i prądu obwodowego i_L bądź i_P (rys. 2);

$$[i]^T = [[i_{cP}]^T i_L] \quad \text{bądź} \quad [i]^T = [[i_{cL}]^T i_P]. \quad (31a, b)$$

Dalej stosowano wyrażenie (31.b). Macierz $[k]$ przejścia od tak określonego wektora $[i]$ do wektora $[i_e]$ ma postać

$$[k] = \begin{bmatrix} [k_c] & [0_w] \\ [1] & [0_w] \\ [1] & [1_w] \end{bmatrix} \quad (31)$$

gdzie: $[k_c]$ — macierz kwadratowa, która w każdym wierszu ma dwa niezerowe i równe 1 oraz -1 wyrazy (rys. 2); $[0_w]$, $[1_w]$ — wektory, których wyrazy są równe odpowiednio 0,1. Podstawiając tę macierz do wyrażeń opisujących występujące w równaniu (29) macierze $[Z_z]$, $[X_z]$ i uwzględniając, że

$$[k_1]^T = [[1][0][0]] \quad (32)$$

otrzymuje się:

$$[Z_z] = \begin{bmatrix} [k_c]^T \{ [R_p] + [Z_d] \} [k_c] + [Z_c] & [Z_{cL}] [1_w] \\ [1_w]^T [Z_{cL}] & [1_w]^T [Z_{cL}] [1_w] \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$[X_z] = \begin{bmatrix} [k_c]^T [X_d] [k_c] + [X_c] & [X_{cL}] [1_w] \\ [1_w]^T [X_{cL}] & [1_w]^T [X_{cL}] [1_w] \end{bmatrix} \quad (34)$$

gdzie: $[Z_d] = [R_d] + [X_d] = [R_d] + \frac{1}{\partial \Delta t} [L_d]$; $[Z_c] = [Z_{cL}] + [Z_{cP}] = [R_{cL}] + [R_{cP}] + [X_c]$;

$[X_c] = [X_{cL}] + [X_{cP}]$; $[X_{cL}] = \frac{1}{\Delta t \partial} [L_{cL}]$; $[X_{cP}] = \frac{1}{\Delta t \partial} [L_{cP}]$; $[R_d]$; $[L_d]$ — macierze rezystancji i indukcyjności rozproszenia wystających poza rdzeń części prętów; $[R_{cL}]$, $[R_{cP}]$, $[L_{cL}]$, $[L_{cP}]$ — macierze rezystancji i indukcyjności rozproszenia wycinków pierścieni zwierających.

Dla tak określonych macierzy $[Z_z]$, $[X_z]$ równanie (29) — po wprowadzeniu pomocniczych wektorów $[\Phi_{cn}]$, $\Delta t [\tilde{U}_{pn}]$ — przekształcić można do następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} [R_{nn}] + \frac{1}{\Delta t \partial} [k_3]^T [D] [k_3] & -\frac{1}{\Delta t \partial} [k_3]^T [D] [k_4] & [0] \\ -\frac{1}{\Delta t \partial} [k_4]^T [D] [k_3] & \frac{1}{\Delta t \partial} \{ [R_p]^{-1} + [Z_d]^{-1} \} & -\frac{1}{\Delta t \partial} [Z_d]^{-1} \\ [0] & -\frac{1}{\Delta t \partial} [Z_d]^{-1} & \frac{1}{\Delta t \partial} \{ [Z_d]^{-1} + [Y_w] \} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} [\Delta \Phi_n] \\ \Delta t [\tilde{U}_{pn}] \\ [\Phi_{cn}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_{pn}] [\Phi_{n-1}] - \frac{1-\partial}{\partial} [R_{pn-1}] [\Phi_{n-1}] \\ [0] \\ \frac{1}{\partial} [k_c] [Y_c] [F] [X_z] [i_{n-1}] \end{bmatrix} \quad (35)$$

przy czym:

$$[Y_w] = [k_c] [Y_c] [k_c]^T = [k_c] \{ [Z_c] - [Z_{cL}] [1_w] \{ [1_w]^T [Z_{cL}] [1_w] \}^{-1} [1_w]^T [Z_{cL}] \}^{-1} [k_c]^T$$

$$[F] = [1] - [Z_{cL}] [1_w] \{ [1_w]^T [Z_{cL}] [1_w] \}^{-1}$$

$[\Phi_{cn}]$ — wektor pomocniczy, który wykorzystuje się do wyznaczenia wektorów $[\tilde{i}_{pn}]$, $[\tilde{i}_n]$. Można bowiem wykazać, że:

$$[\Phi_{cn}] = \Delta t [\tilde{U}_{pn}] + [Z_d] [\tilde{i}_{pn}], \quad (36)$$

$$\begin{aligned} [\tilde{i}_n] = & -[F]^T [Y_c] \left\{ \frac{1}{\Delta t} [k_c]^T [\Phi_{cn}] - [F] [X_z] [i_{n-1}] \right\} + \\ & + \{ [1_w] [Z_{cL}] [1_w] \}^{-1} [0] \quad [1]^T [0] \quad [1] [X_z] [i_{n-1}]. \end{aligned} \quad (37)$$

Występująca w równaniu (35) macierz $[Y_w]$ opisuje admitancję „różnicową” wycinków pierścieni zwierających i można ją przedstawić w postaci sumy dwóch składników

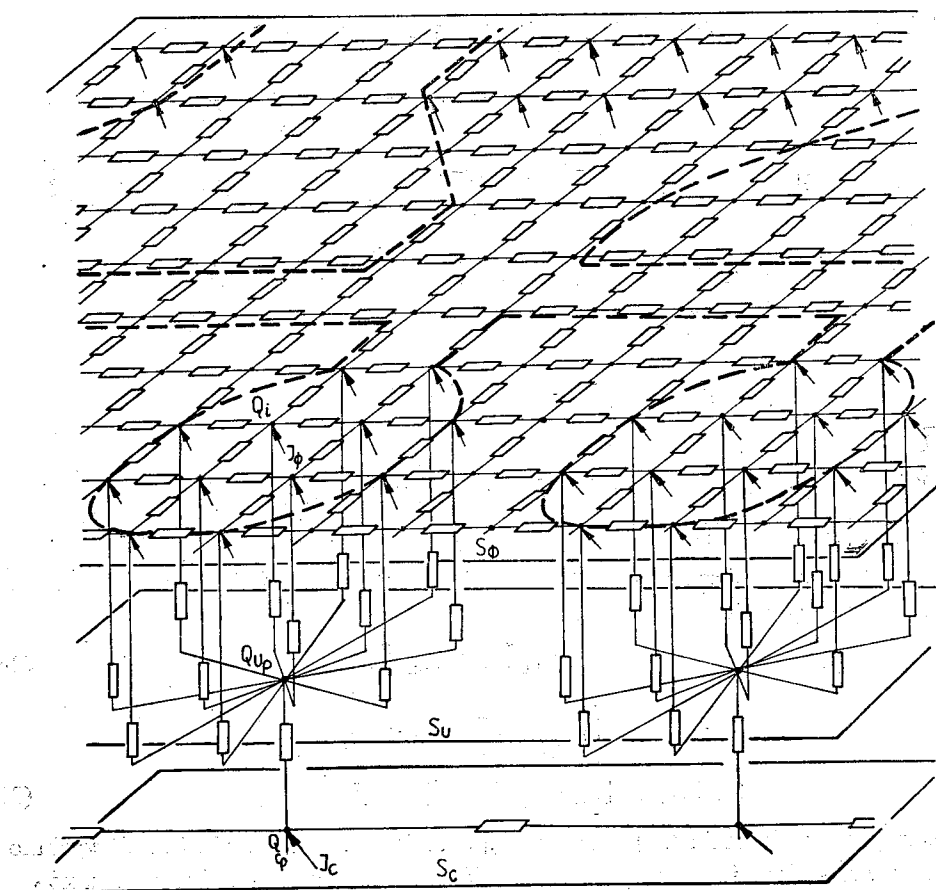
$$[Y_w] = [Y_{ws}] + [Y_{wu}] = [k_c] [Z_c]^{-1} [k_c]^T + Z_u^{-1} [k_c] [k_u] [k_u]^T [k_c]^T \quad (38)$$

gdzie: $Z_u = [1_w]^T [Z_{cL}] [Z_c]^{-1} [Z_{cP}] [1_w]$; $[k_u] = [Z_c]^{-1} [Z_{cL}] [1_w]$ — wektor, którego i -ty wyraz k_{ui} jest równy stosunkowi impedancji różnicowej Z_{cLi} i -tego wycinka lewego pierścienia (wycinka zawartego między prętami i -tym i $i+1$ -ym) do wypadkowej impedancji $Z_{cLi} + Z_{cPi}$ i -tego wycinka lewego i prawego pierścienia. Dalej ograniczono się do przypadku najczęściej występującego w praktyce. Rozpatrywano układy, w których $k_{u1} = k_{u2} = \dots k_{ui} = k_{uip}$ (l_p — liczba prętów). Jeśli wszystkie wyrazy wektora $[k_u]$ są jednakowe to $[Y_{wu}] = [0]$, a

$$[Y_w] = [Y_{ws}] = [k_c][Z_c]^{-1}[k_c]^T.$$

Macierz $[Y_{ws}]$ jest nieujemna i symetryczna. Tylko trzy wyrazy każdego wiersza tej macierzy są różne od zera. Wyrazy Y_{wii} leżące na przekątnej głównej macierzy $[Y_{ws}]$ są dodatnie, a niezerowe wyrazy Y_{wij} leżące poza tą przekątną są ujemne, przy czym $\sum_{i=1}^{l_p} Y_{wij} = 0$.

Wykorzystując przedstawione własności wyrażenia $[Y_w]$ oraz podane wcześniej własności pozostałych elementów macierzy $[M_n]$ współczynników układu równań (35) można wy-



(*) Rys. 4. Wycinek siatki rezystancyjnej odwzorowującej obszar z uzwojeniem klatkowym.

kazać, że układ ten daje się rozwiązać przy użyciu siatki rezystancyjnej. Wycinek siatki obejmujący dwa pręty uzwojenia klatkowego pokazano na rys. 4. Macierz $[R_{\mu n}]$ odwzorowywana jest przez rezystory leżące w płaszczyźnie S_ϕ . Do węzłów leżących w tej płaszczyźnie wprowadzone są prądy, które oblicza się z następującej zależności

$$[J_{\phi n}] = -k_J \left\{ [R_{\mu n}] + \frac{1-\vartheta}{\vartheta} [R_{\mu n-1}] \right\} [\Phi_{n-1}]. \quad (39)$$

Wektor $[V_{\phi n}]$ potencjałów węzłów Q_i proporcjonalny jest do wektora $[\Delta \Phi_n]$. Rezystory łączące węzły leżące w płaszczyźnie S_ϕ z węzłami Q_{U_p} płaszczyzny S_U odwzorowują macierz $[D]$. Potencjały węzłów Q_{U_p} tworzą zaś wektor $[V_{U_n}]$ proporcjonalny do wektora $[\tilde{U}_{pn}]$. Pomiędzy płaszczyznami S_U , S_c znajdują się rezystory proporcjonalne do wyrazów macierzy admitancji różnicowych wystających poza rdzeń części prętów tj. do wyrazów macierzy $[Z_d]^{-1} \frac{1}{\vartheta \Delta t}$. Rezystory leżące w płaszczyźnie S_c odwzorowują macierz $[Y_w]$ admitancji wycinków pierścieni zwierających. Do węzłów tej płaszczyzny wprowadza się prądy opisane zależnością:

$$[J_{cn}] = \frac{k_J}{\vartheta} [k_c][Z_c]^{-1} [F][X_z][i_{n-1}]. \quad (40)$$

Wektor prądów płynących przez rezystory łączące węzły Q_{U_p} Q_{C_p} jest równy iloczynowi współczynnika k_J i wektora $[\tilde{i}_{pn}]$ średnich w przedziale $\langle t_{n-1}, t_n \rangle$ wartości prądów w prętach klatki.

Modelowanie rozkładu pola w obszarze obejmującym uzwojenie stojana i wirnika

Rozpatrywany jest obszar obejmujący klatkowe uzwojenie wirnika oraz m -fazowe uzwojenie stojana. Uzwojenie to składa się z szeregowo połączonych i wykonanych z cienkiego przewodu zwojów. Zadany jest przebieg napięć U_r zasilających poszczególne fazy uzwojenia; $[U_{cn}] = [U_{rn}]$. Wektor $[i]$ prądów oczkowych w uzwojeniu stojana jest równy wektorowi $[i_f]$ prądów fazowych, a odnosząca się do tego uzwojenia podmacierz $[k^{(s)}]$ macierzy $[k]$ ma m kolumn i $2 \sum_{r=1}^m z_{fr}$ wierszy, gdzie z_{fr} — liczba zwojów r -tej fazy. Macierze $[k_s^{(s)}]$, $[K^{(s)}]$ dla uzwojenia stojana opisane są wyrażeniami (19a, b), a $[k_1] = [1]$.

Biorąc to pod uwagę oraz uwzględniając, że w rozpatrywanym obszarze znajduje się także uzwojenie klatkowe, po wykorzystaniu zależności (35) i wprowadzeniu nowych oznaczeń:

$$[\Delta \Phi_{wn}] = \begin{bmatrix} [\Delta \Phi_n] \\ \Delta t [U_{pn}] \\ [\Phi_{cn}] \end{bmatrix}; \quad [G_{wn}] = \frac{1}{k_J} \begin{bmatrix} [J_{\phi n}] \\ [0] \\ [J_{cn}] \end{bmatrix}$$

równanie (29) przekształca się do postaci

$$\left\{ [M_n] + \frac{1}{\vartheta \Delta t} [k_f]^T \{ [R_f] + [X_{zf}] \}^{-1} [k_f] \right\} [\Delta \Phi_{wn}] = [G_{wn}] +$$

$$+ \frac{1}{\vartheta} [k_f]^T \{[R_f] + [X_{zf}]\}^{-1} \{\tilde{U}_{rn} + [X_{zf}][i_{rn-1}]\} \quad (41)$$

przy czym: $[R_f]$ — diagonalna macierz rezystancji poszczególnych faz uzwojenia stojana; $[X_{zf}]$ — diagonalna macierz „reaktancji różnicowych” połączeń czołowych poszczególnych faz uzwojenia stojana. Występująca w tym równaniu macierz $[k_f]$ opisana jest następującym wyrażeniem

$$[k_f] = [k_s^{(s)}]^T [k_{\phi s}] [k_3] [k_{\phi}]$$

gdzie: $[k_{\phi s}]$ — macierz przejścia od wektora wartości potencjału Φ w narożach wszystkich oczek siatki dyskretyzującej do wektora wartości tego potencjału w narożach oczek dyskretyzujących obszar $\Delta \Phi_{wn}$ stojana; $[k_{\phi}]$ — macierz przejścia od wektora $[\Delta \Phi_{wn}]$ do wektora $[\Delta \Phi_n]$;

$$[\Delta \Phi_n] = [1][0][0][\Delta \Phi_{wn}] = [k_{\phi}][\Delta \Phi_{wn}].$$

Wyraz k_{fri} r -tego wiersza macierzy $[k_f]$ jest co do bezwzględnej wartości równy liczbie z_{fi} przewodów znajdujących się w otoczeniu i -tego węzła siatki dyskretyzującej i należących do r -tej fazy uzwojenia. Jeśli przewody te są prawymi bokami zwojów to $k_{fri} = z_{fi}$, a jeśli lewymi to $k_{fri} = -z_{fi}$. Iloczyn macierzy $[k_f]$ i wektora $[\Delta \Phi_{wn}]$ jest równy wektorowi wartości przyrostów strumienia skojarzonego z poszczególnymi fazami uzwojenia stojana.

Z uwagi na nieliniowość środowiska, rozwiązując równanie (41) stosuje się proces iteracyjny [2, 4]. W $k+1$ -ym kroku iteracyjnym tego procesu najpierw wyznacza się wektor $[\delta \Phi^{(k)}]$ poprawek, a następnie rozwiązanie skorygowane

$$[\Delta \Phi_w^{(k+1)}] = \omega_k [\delta \Phi_w^{(k)}] + [\Delta \Phi_w^{(k)}],$$

gdzie $\omega_k \in (0, 2)$ — współczynnik zbieżności.

Wektor $[\delta \Phi_w^{(k)}]$ poprawek znajduje się mnożąc wektor $[N_k]$ reszt, tj. wektor opisujący różnicę między prawą i lewą stroną równania (41) dla $[\Delta \Phi_{wn}] = [\Delta \Phi_w^{(k)}]$, przez macierz

$$[\Omega_d^{(k)}] = \left\{ [M_d^{(k)}] + \frac{1}{\vartheta \Delta t} [k_f]^T \{[R_f] + [X_{zf}]\}^{-1} [k_f] \right\}^{-1},$$

przy czym: $[M_d^{(k)}] = [M_d] \{[\Phi_{n-1}] + [\Delta \Phi^{(k)}]\}$ — macierz, która ma taką samą postać jak macierz $[M_n]$ w równaniu (41). Macierze $[M_d^{(k)}]$, $[M_n]$ różnią się tylko wartościami wyrazów podmacierzy $[R_{\mu}]$. Przy obliczaniu wartości wyrazów macierzy $[M_d^{(k)}]$ występująca we wzorach na reluktancje $R_{\mu q i}$ przenikalność statyczną μ zastępuje się przenikalnością dynamiczną μ_d . Wektor $[\mu_d^{(k)}]$ wartości tej przenikalności dla poszczególnych oczek siatki dyskretyzującej wyznacza się z charakterystyki magnesowania materiału po uprzednim obliczeniu wektora $[B_f^{(k)}]$ średnich wartości indukcji w oczkach

$$[\mu_d^{(k)}] = [\mu_d] \{[B_f] \{[\Phi_{n-1}] + [\Delta \Phi^{(k)}]\}\}.$$

W procesie obliczania wektora $[\delta \Phi_w^{(k)}]$ poprawek korzysta się z następującego przekształcenia

$$[\delta \Phi_w^{(k)}] = [\Omega^{(k)}][N^{(k)}] = \left\{ [M_d^{(k)}] + \frac{1}{\vartheta \Delta t} [k_f]^T \{[R_f] + [X_{zf}]\}^{-1} [k_f] \right\}^{-1} \left\{ [G_w^{(k)}] + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -[M^{(k)}][\Delta \Phi_w^{(k)}] + \frac{1}{\vartheta} [k_f]^T \{ [R_f][X_{zf}] \}^{-1} \left\{ [\tilde{U}_{rn}] + [X_{zf}][i_{rn-1}] - \frac{1}{\Delta t} [k_f][\Delta \Phi_w^{(k)}] \right\} = \\
 & = [M_d^{(k)}]^{-1} \left\{ \frac{1}{\vartheta} [k_f]^T [Z_f^{(k)}]^{-1} \{ [U_z^{(k)}] - [H^{(k)}]^T [G_z^{(k)}] \} + [G_z^{(k)}] \right\}, \quad (42)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$[M^{(k)}] = [M \{ [\Phi_{n-1}] + [\Delta \Phi^{(k)}] \}]; \quad [G_w^{(k)}] = [G_w \{ [\Phi_{n-1}] + [\Delta \Phi^{(k)}] \}];$$

$$[H^{(k)}] = \frac{1}{\Delta t} [M_d^{(k)}][k_f]^T; \quad [Z_f^{(k)}] = [R_f] + [X_{zf}] + \frac{1}{\vartheta \Delta t} [k_f][M_d^{(k)}]^{-1}[k_f]^T;$$

$$[G_z^{(k)}] = [G_w^{(k)}] - [M^{(k)}][\Delta \Phi_w^{(k)}]; \quad [U_z^{(k)}] = [\tilde{U}_{rn}] + [X_{zf}][i_{rn-1}] - \frac{1}{\Delta t} [k_f][\Delta \Phi_w^{(k)}].$$

Występujące w powyższej zależności macierze $[H^{(k)}]$, $[Z_f^{(k)}]$ w prosty sposób wyznacza się przy użyciu omówionej wcześniej siatki rezystancyjnej (rys. 4). Na siatce rezystancyjnej odwzorowuje się macierz $[M_d^{(k)}]$ i do jej węzłów w płaszczyźnie S_ϕ wprowadza się prądy proporcjonalne do r -tego wiersza macierzy $\frac{1}{\Delta t} [k_f]$. Odczytując potencjały węzłów siatki otrzymuje się wektor odpowiadający r -tej kolumnie macierzy $[H^{(k)}]$. Po wyznaczeniu wszystkich m kolumn tej macierzy wprowadza się je do pamięci maszyny cyfrowej i oblicza się macierz $[Z_f^{(k)}]$ „dynamicznych impedancji różnicowych uzwojenia stojana”;

$$[Z_f^{(k)}] = \frac{1}{\vartheta} [k_f][H^{(k)}] + [R_f] + [X_{zf}].$$

Następnie rozwiązując w części cyfrowej systemu hybrydowego równanie macierzowe

$$[Z_f^{(k)}][i_r^{(k+1)}] = [U_z^{(k)}] - [H^{(k)}]^T [G_z^{(k)}]$$

wyznacza się wektor $[i_r^{(k+1)}]$ stanowiący $k+1$ -wsze przybliżenie wektora $[\tilde{i}_{rn}]$ prądów fazowych uzwojenia stojana dla $t \in (t_{n-1}, t_n)$. W praktyce liczba m faz uzwojenia stojana jest nie większa od trzech i dlatego powyższe równanie rozwiązuje się bardzo szybko prostymi metodami techniki cyfrowej np. metodą eliminacji Gaussa. Po wyznaczeniu wektora $[i_r^{(k+1)}]$ oblicza się wektor $[J_w^{(k)}]$ iniekcji prądowych,

$$[J_w^{(k)}] = k_f \left\{ \frac{1}{\vartheta} [k_f]^T [i_r^{(k+1)}] + [G_z^{(k)}] \right\}$$

przy użyciu siatki rezystancyjnej znajduje się wektor $[\delta \Phi_w^{(k)}]$ poprawek

$$[\delta \Phi_w^{(k)}] = k_f^{-1} [M_d^{(k)}]^{-1} [J_w^{(k)}].$$

Jeśli stosunek normy wektora $[J_w^{(k)}]$ do normy wektora $[J_w^{(1)}]$ jest mniejszy od zadanej wartości parametru ε_d określającego dokładność rozwiązania to kończy się proces iteracyjnego korygowania wektora $[\Delta \Phi_w]$ i przyjmuje się

$$[\Delta \Phi_{wn}] = [\Delta \Phi_w^{(k)}]; \quad [i_{rn}] = [i_r^{(k)}].$$

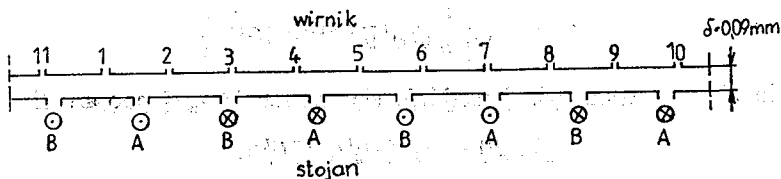
Badając charakter zmian energetycznej normy wektora $[N^{(k)}]$ reszt w kolejnych krokach iteracyjnych można wykazać, że przedstawiona procedura obliczania wektora $[\Delta \Phi_{wn}]$

jest zawsze zbieżna [4]. W szczególnym przypadku, jeśli środowisko jest liniowe, a więc $\mu = \mu_d$ to wektor $[\Delta \Phi_{wn}]$ otrzymuje się po wykonaniu pierwszego kroku iteracyjnego. Po pierwszym kroku iteracyjnym rozwiązanie dokładne uzyskuje się także wówczas, gdy w przedziale czasu $\langle t_{n-1}, t_n \rangle$ przenikalność dynamiczna μ_d dla wszystkich oczek siatki zachowuje stałą wartość, a wektor indukcji w obszarze ze środowiskiem nieliniowym nie zmienia kierunku. W omówionym procesie iteracyjnym jako pierwsze przybliżenie rozwiązania najwygodniej jest przyjmować $[\Delta \Phi_w^{(0)}] = [0]$. Eliminuje się przez to operacje wyznaczania macierzy $[H]$ i $[Z_f]$ dla pierwszego kroku. Wyrazy tych macierzy mają bowiem przy $[\Delta \Phi_w^{(0)}] = [0]$ taką samą wartość jak w ostatniej iteracji poprzedniego kroku czasowego. W szczególnym przypadku, przy modelowaniu rozkładu pola z pominięciem zjawiska nasycania się magnetowodu macierze $[H]$, $[Z_f]$ wystarczy wyznaczyć tylko raz, przed rozpoczęciem obliczeń dla pierwszej chwili czasowej.

Równanie macierzowe (41) rozwiązać można również przy użyciu konwencjonalnej techniki cyfrowej. Opracowując dostosowane do tej techniki procedury obliczeniowe należy uwzględnić, że macierz współczynników równania (41) nie jest tak rzadka jak macierz współczynników układu równań różnicowych dla typowych zagadnień teorii pola (zagadnień opisanych tylko równaniem (1)) i dlatego metody rozwiązywania tych równań są w przypadku równania (41) mało skuteczne. Niedogodności tej można uniknąć zastępując tak jak w omówionej wyżej metodzie hybrydowej równanie macierzowe z gęstą macierzą współczynników układem $m+1$ niezależnych równań z rzadką macierzą $[M_n]$ i jednym równaniem macierzowym o m niewiadomych. W przypadku zagadnień liniowych prowadzi to do znacznego zmniejszenia czasochłonności obliczeń, bowiem m równań macierzowych (równań, których rozwiązaniami są kolumny macierzy $[H]$) rozwiązuje się tylko raz dla pierwszej chwili czasowej.

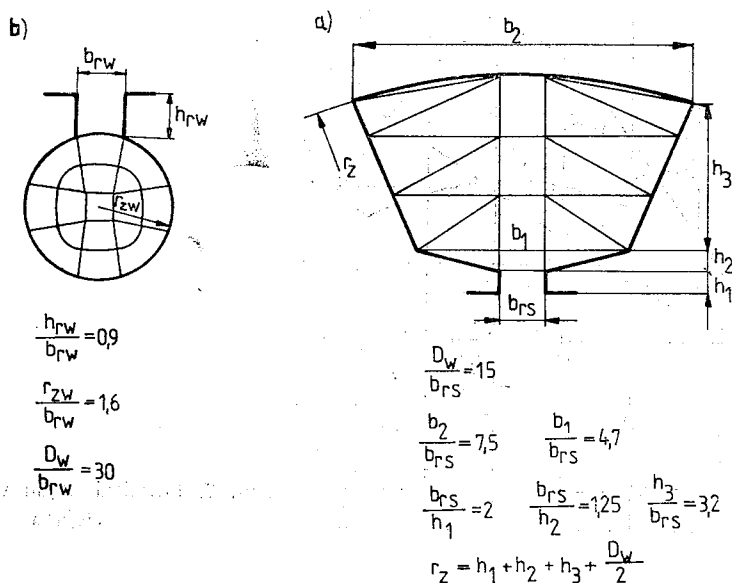
4. PRZYKŁAD

Analizowano rozkład pola w dwufazowym, klatkowym silniku wykonawczym. Średnica D_w oraz długość l wirnika badanej maszyny są równe: $D_w = 30$ mm, $l = 75$ mm. Maszyna ma 8 żłobków w stojanie i 11 żłobków w wirniku (rys. 5, rys. 6). Uzwojenia obu faz stojana



Rys. 5. Oznaczenia oraz rozmieszczenie żłobków stojana i wirnika (A, B — oznaczenia faz)

są jednakowe i każde składa się z 2000 zwojów połączonych szeregowo (maszyna jest czterobiegunowa). Rezystancje R_{st} uzwojeń stojana oraz R_{pw} prętów wirnika mają następujące wartości: $R_{st} = 160 \Omega$, $R_{pw} = 0,16965 \cdot 10^{-3} \Omega$. Obliczenia wykonano przyjmując, że indukcyjność L_{czs} połączeń czołowych uzwojenia stojana jest równa $2,26 \cdot 10^{-2}$ H i zakładając, że reaktancje „różnicowe” wycinków pierścieni zawierających są pomijalnie małe.



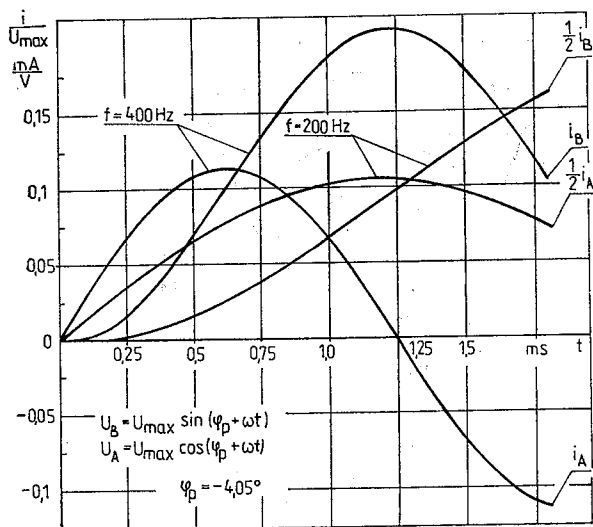
Rys. 6. Dyskretyzacja i oznaczenia wymiarów żłobków: a) stojana, b) wirnika.

Rozpatrywano tylko zagadnienie liniowe. Przyjęto, że przenikalność ferromagnetycznego rdzenia jest nieskończenie wielka. W omówionej maszynie analizowano zjawiska przejściowe występujące po załączeniu napięć zasilających uzwojenia stojana

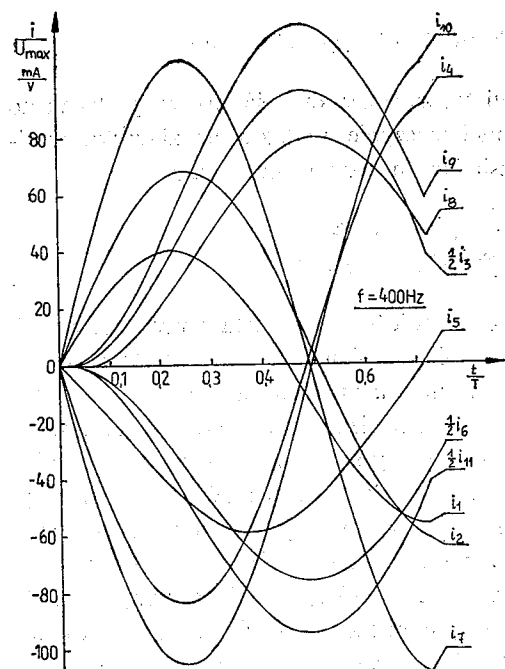
$$[U_f] = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \eta(t) U_{\max} \begin{bmatrix} \cos(\varphi_p + \omega t) \\ \sin(\varphi_p + \omega t) \end{bmatrix}$$

Założono przy tym, że wirnik jest zahamowany w położeniu przedstawionym na rys. 5. Po zdyskretyzowaniu szczeliny powietrznej oraz żłobków stojana i wirnika (rys. 6) uzyskano siatkę o 508 węzłach. Obliczenia wykonano przy użyciu analizatora AP-600 i maszyny cyfrowej ODRA 1305. Uzyskane przebiegi prądu w uzwojeniach stojana i wirnika pokazano na rys. 7 i rys. 8. Wyznaczone na modelu rozkłady gęstości prądu w prętach wirnika różnią się znacznie od rozkładów otrzymywanych przy klasycznej analizie zjawiska wypierania prądu. Dotyczy to przede wszystkim stanu występującego bezpośrednio po załączeniu napięć zasilających, kiedy to wyraźnie uwidacznia się „dodatkowe” wypieranie prądu w kierunku najbliższego żłobka tej fazy stojana, w której jest większy prąd (rys. 9). Takie „dodatkowe” wypieranie prądu wywołane jest przez strumień uzwojenia stojana, wnikaący do wirnika w obszarze szczytówki żłobkowej. Wraz z narastaniem prądu wirnika udział tego strumienia w całkowitym strumieniu skojarzonym z prętem maleje i tym samym „wyrównuje się” rozkład gęstości prądu w pręcie.

Jak widać na rys. 8 rozptył prądu w klatce jest niesymetryczny. Niesymetria pozostaje nawet, gdy zanikają składowe aperiodyczne prądu, a spowodowane to jest przez strumień rozproszenia szczelinowego. Największe wartości osiąga prąd w prętach leżących obok żłobków stojana. Nierównomierny rozptył prądów I_{wp} w klatce ma większy wpływ na zastępczą rezystancję uzwojenia wirnika niż wypieranie prądu w poszczególnych prętach.



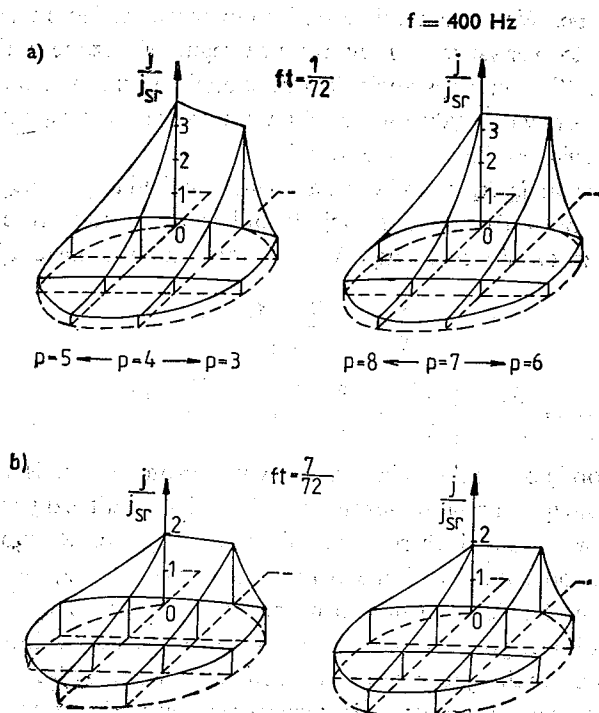
Rys. 7. Przebiegi prądu w uzwojeniach stojana.



Rys. 8. Przebiegi prądu w prętach wirnika; i_p — prąd w p -tym pręcie (oznaczenia numeru pręta jak na rys. 5).

W rozpatrywanym przykładzie średnia dla wszystkich prętów i wyznaczana dla składowych periodycznych wartość współczynnika k_R wypierania prądu jest równa 1,018. Natomiast współczynnik k_{Rnw} uwzględniający nierównomierny rozptyw prądu w klatce ma wartość 1,102. Podstawiając podane współczynniki do wzoru na rezystancję R'_2 uzwojenia wirnika sprowadzoną do uzwojenia stojana otrzymuje się:

$$R'_2 = 553,7 \, \Omega.$$



Rys. 9. Rozkład gęstości prądu w prętach dla dwóch chwil czasowych (p — numer pręta z rys. 5).

Obliczając tę rezystancję bez uwzględniania nierównomiernego rozptywu prądu w prętach klatki i dla $k_R = 1,015$ (wartość zaczerpnięta z literatury [9]) uzyskuje się:

$$R'_2 = 500,9 \, \Omega.$$

Dla rozpatrywanej maszyny obliczono reaktancję uzwojenia stojana i wirnika oraz impedancję schematu zastępczego dla stanu zwarcia. Posługiwano się przy tym wzorami i wykresami podanymi w pracy [9]. Przy wyznaczaniu współczynników rozproszenia szczelinowego uwzględniono zarówno tłumiące działanie klatki jak i wpływ szczyrbiny na rozkład

Tablica 1

Obliczone i wyznaczone na modelu parametry schematu zastępczego badanej maszyny

	f	X_1	X'_2	R'_2	R_z	X_z	$Z_z = \sqrt{R_z^2 + X_z^2}$	$\cos \varphi_z$
	Hz	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	—
Wartości z obliczeń analitycznych	400	6108,1	4523,1	500,9	595,6	10325,3	10342,5	0,0576
	200	3054,0	2263,1	495,9	591,2	5171,0	5204,7	0,1136
Wartości uzyskane z modeli	400	5416,3	3436,4	553,7	657,5	8678,0	8702,2	0,0756
	200	2947,0	1730,7	547,8	651,8	4599,0	4645,0	0,1403

przepływu w szczelinie. Współczynniki te obliczono wyznaczając sumę szeregu. Ograniczono się przy tym do pierwszych 20 wyrazów szeregu. Obliczone reaktancje uzwojenia stojana X_1 i wirnika X'_2 oraz rezystancję R_z i reaktancję X_z zwarcia podano w tablicy 1. W tej samej tablicy zestawiono także wartości parametrów schematu zastępczego maszyny obliczone na podstawie wyników modelowania.

Reaktancję X_z i rezystancję R_z zwarcia wyznaczono analizując przebieg składowej periodycznej prądu uzwojenia stojana. Rezystancję R_2 obliczono na podstawie strat w uzwojeniu wirnika, a przy wyznaczaniu reaktancji X_1 , X'_2 korzystano z następujących zależności:

$$\frac{X'_2}{X_m} = \frac{R_z - R_1}{R_2} - 1$$

$$\frac{X_1}{X_m} = \frac{X_z}{X_m} - \left[\frac{X'_2}{X_m} + \left(\frac{R_2}{X_m} \right)^2 \left(1 + \frac{X'_2}{X_m} \right)^{-1} \right] \left(1 + \frac{X'_2}{X_m} \right)^{-1}.$$

Duże różnice pomiędzy reaktancją zwarcia wyznaczoną na podstawie wyników modelowania a reaktancją zwarcia obliczoną z zależności analitycznych wynikają przede wszystkim z różnic w reaktancjach rozproszenia szczelinowego. Na modelu hybrydowym wyznaczono rozkład pola dla określonego położenia wirnika względem stojana (rys. 5). W położeniu tym osie żłobków wirnika o numerach 3, 7, 10, 11 znajdują się w pobliżu osi żłobków stojana i dlatego wartość reaktancji rozproszenia szczelinowego jest mniejsza od wartości średniej. Analizując wyniki obliczeń można zauważyć bardzo silny wpływ tłumiącego działania klatki na reaktancję rozproszenia szczelinowego uzwojenia stojana. Przy dwukrotnym wzroście częstotliwości zasilania reaktancja X_1 wzrasta tylko 1,84 raza.

5. WNIOSKI

W pracy przedstawiono szybkozbieżną metodę wyznaczania rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie asynchronicznej klatkowej z zahamowanym wirnikiem. Opracowano, dostosowany do techniki hybrydowej, algorytm analizy zjawisk zachodzących w obwodzie elektrycznym i magnetycznym maszyny przy wymuszonym przebiegu napięć zasilających uzwojenia stojana. Analiza może dotyczyć maszyny jedno i wielofazowej o niesymetrycznych uzwojeniach stojana i wirnika np. maszyny o uszkodzonych prętach.

W opracowanej metodzie modelowania rozkładu pola obwód magnetyczny maszyny oraz uzwojenie klatkowe odwzorowywane są na siatce rezystancyjnej (siatce mikroprocesorowej), a struktura połączeń poszczególnych zwojów uzwojenia stojana symulowana jest przez maszynę cyfrową (procesor zarządzający). Dzięki zastosowaniu takiego modelu rozkład pola w kolejnych krokach czasowych wyznacza się bardzo szybko. Większość operacji obliczeniowych związanych z rozwiązywaniem układu równań różnicowych realizowana jest bowiem równolegle na siatce rezystancyjnej. Procedura obliczeniowa została przy tym tak uformowana, że błędy modelu analogowego nie wpływają na dokładność rozwiązania. Ważną zaletą przedstawionej procedury modelowania rozkładu pola jest jej duża uniwersalność. Dotyczy to w szczególności metody symulacji magneto-

wodu z uzwojeniem klatkowym, którą można zastosować także przy analizie rozkładu pola w silniku dwuklatkowym i w maszynie synchronicznej z klatką tłumiącą. Wadą metody jest pominięcie skosu żłobków.

Wprawdzie omówiony w pracy algorytm dostosowany jest przede wszystkim do systemów obliczeniowych równoległego działania (analizatorów hybrydowych, siatek mikroprocesorowych), ale można go również wykorzystać przy wyznaczaniu rozkładu pola za pomocą konwencjonalnej maszyny cyfrowej. W tym celu operacje realizowane przy użyciu siatki rezystancyjnej (mikroprocesorowej) należy zastąpić dostosowanymi do konwencjonalnej maszyny cyfrowej procedurami rozwiązywania układów równań. Najdogodniej jest przy tym stosować procedury iteracyjne.

BIBLIOGRAFIA

1. A. Demenko: *Różnicowe równania pola magnetycznego w środowisku nieliniowym*, Materiały III Sympozjum „Zjawiska Elektromagnetyczne w obwodach nieliniowych”, Poznań, listopad 1975
2. A. Demenko: *The iterative methodes of modelling stationary magnetic fields with the use of hybrid analyser APH 600, Simulation of Systems*. L. Dekker North-Holland Publishing Company, 1976
3. A. Demenko, L. Nowak: *Modelowanie pola magnetostatycznego o symetrii osiowej*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1979 z. 1
4. A. Demenko: *Modelowanie pola elektromagnetycznego w obwodach magnetycznych o symetrii osiowej*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1984 z. 4
5. K. S. Demirczjan: *Modelirowanije magnitnych polej*. Leningrad: Energia, 1974
6. Praca zbiorowa: *Modelowanie pól potencjalnych na analizatorach AP-600 i APH-600*. Prace Instytutu Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN, 1982 z. 12
7. A. A. Samarskij: *Teorija roznostnych schem*. Nauka, Moskwa, 1985.
8. A. W. Spławin: *Gibridnyje wycislitelnyje maszyny dlja rieszenija krajewych zadacz*. Rizskij Politechniczeskij Instiut, Ryga, 1975
9. T. Śliwiński, A. Głowacki: *Parametry rozruchowe silników indukcyjnych*. Warszawa; PWN, 1982
10. Praca zbiorowa: *WISPAC: A parallel array computer for large-scale system simulation*. Simulation, November, 1977

A. DEMENKO

MODELLING OF ELECTROMAGNETIC FIELD IN SQUIRREL-CAGE MOTOR WITH STOPPED ROTOR

Summary

The hybrid method of electromagnetic field simulation in a squirrel-cage motor with stopped rotor is presented. The electromagnetic field produced by the application of time-varying supply voltages is analysed. In order to describe the problem, a mathematical model using partial and ordinary differential equations is applied. The model consists of: (a) an equation describing the distribution of the magnetic vector potential and (b) equations defining the outlay of winding connections. This set of equations is been approximated by a set of algebraic equations. The procedure of solving these equations by using a network model (simulating the squirrel-cage zone) is discribed. To illustrate the procedure, an exemple of an electromagnetic field computation is given.

A. DEMENKO

MODELAGE DE LA REPARTITION DU CHAMP MAGNÉTIQUE D'UN MOTEUR ASYNCHRONE À CAGE AYANT UN ROTOR CALÉ

Résumé

Dans l'article l'auteur présente la méthode de simulation numérique de la répartition du champ magnétique d'une machine asynchrone à cage, ayant le rotor calé. On analyse des phénomènes, qui ont lieu dans la machine alimentée par le stator sous tension variable. Un modèle mathématique du circuit magnétique est fait dans le but de la description du phénomène. Le modèle contient l'équation décrivant la répartition du potentiel magnétique vectoriel et des équations régissant la structure de l'enroulement. Après la discrétisation de l'espace et du temps, ces équations sont remplacées par un système d'équations à différences finies. Une structure du modèle à maille est faite pour une simulation du circuit magnétique avec l'enroulement à cage et une procédure de la résolution des équations à différences finies à l'aide du modèle est présentée. Un exemple de l'application de la méthode présentée est donné dans l'article.

A. DEMENKO

VERTEILUNGSMODELLIERUNG DES ELEKTROMAGNETISCHEN FELDDES EINES ASYNCHRONEN KÄFIGMOTORS MIT GEBREHMSTEM ROTOR

Zusammenfassung

Im vorstehenden Aufsatz wurde die Hybridenmethode für die Modellierung des elektromagnetischen Feldes bei einer asynchronen Käfigmaschine mit gebremstem Rotor geschildert. Es wurde das Phänomen beim erzwungenen Verlauf von Spannungen analysiert, die die Ständerwicklungen einspeisen. Für die Beschreibung der erwogenen Phänomene wurde ein mathematisches Feld-Schaltungs-Modell angewandt, das die Verteilung des magnetischen Vektorpotentials beschreibt mittels einer Gleichung. Es enthält auch eine Gleichung, die mit Hilfe schalttheoretischer Sprache die Struktur der Wicklungsverbindungen wiedergibt. Nach Raum- und Zeitdiskreditierung wurden diese Gleichungen durch ein System von Differentialgleichungen ersetzt. Im weiteren wurde die Struktur eines Netzmodells zur Simulierung einer Flußführung mit Käfigwicklung erörtert und das Lösungsverfahren für Differentialgleichungen unter Anwendung dieses Modells dargestellt. Ein Anwendungsbeispiel für die erarbeitete Methode wurde gebracht.

A. ДЕМЕНКО

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ С ЗАТОРМОЖЕННЫМ РОТОРОМ ТИПА БЕЛИЧЬЯ КЛЕТКА

Резюме

Представлен гибридный метод моделирования электромагнитного поля в асинхронной машине с заторможенным ротором типа беличья клетка. Анализируются явления происходящие при вынужденном изменении напряжений питающих обмотки статора. При решении рассматриваемых проблем применена полевая — контурная математическая модель. Эта модель содержит уравнение описывающее распределение векторного магнитного потенциала и уравнения описывающие схемы соединения витков и катушек. Представлена сетка резисторов которая хорошо отображает контур с ротором типа беличья клетка. Разработана процедура моделирования электромагнитного поля при помощи этой сетки и описан пример использования метода.

Prąd krytyczny przekształtnika z komutacją zewnętrzną

ANDRZEJ OPOLSKI (Gdańsk)

Instytut Elektrotechniki Morskiej i Przemysłowej, Politechnika Gdańska

Otrzymano 1986.05.12

Prąd krytyczny przekształtnika jest szczególną postacią prądu wyprostowanego występującą na granicy przewodzenia ciągłego i nieciągłego. Prąd krytyczny występuje przy określonym obciążeniu RLE dla określonego kątaysterowania α . W pracy przedstawiono dwa rodzaje prądu krytycznego: naturalny i komutowany. Przedstawiono także rozważania matematyczne oraz uzyskane wyniki użyteczne przy projektowaniu przekształtników.

1. WSTĘP

Pojęcie „prąd krytyczny przekształtnika” występuje w normie [6], przy opisie charakterystyki zewnętrznej przekształtnika. Z podanego tamże uzupełniającego sformułowania „...zmiany charakteru przewodzenia prądu (przewodzenie ciągłe i przewodzenie dorywcze)” wynika, że prąd krytyczny jest to szczególny prąd wyprostowany, którego przebieg czasowy można traktować jako graniczną postać prądu ciągłego i jednocześnie jako graniczną postać prądu przerywanego^{*)}. W pierwszym przypadku — prąd wyprostowany ciągły, tętniący — prąd krytyczny wystąpi gdy minimalne wartości chwilowe prądu będą wynosiły zero. W drugim przypadku — prąd wyprostowany przerywany — stan krytyczny wystąpi, gdy czas trwania impulsów prądu będzie równy ich okresowi powtarzania.

W niniejszej pracy przedstawia się analizę warunków pracy przekształtnika tj. jego obciążenie i sterowanie, przy których występuje prąd krytyczny. Zagadnienie to wiąże się pośrednio z praktyką projektowania przekształtników, ponieważ zaprezentowane wyniki umożliwiają np. racjonalny dobór dławika zapewniającego pracę z ciągłym prądem wyprostowanym w założonym zakresie obciążenia przekształtnika. Przedstawiona poniżej analiza dotyczy stanu ustalonego pracy przekształtnika i opiera się na ogólnie przyjętych w literaturze przedmiotu [1, 2, 3, 4] założeniach.

W literaturze np. [1, 4] zwykle rozważa się prąd krytyczny tylko jako graniczną postać prądu przerywanego, pomijając w ten sposób pewne przedziały warunków pracy prze-

^{*)} W literaturze spotyka się różne nazwy określające prąd nieciągły jak: dorywczy, przerywany, impulsowy. W dalszym tekście używa się nazwy „przerywany”.

kształtnika, w których prąd krytyczny może wystąpić. Niekiedy stosuje się analizę harmoniczną np. [3] prowadzącą do wyników przybliżonych.

Nowym, jak się wydaje, elementem przedstawionej tutaj analizy jest rozważenie przypadku występowania prądu krytycznego przy komutacji zaworów a także prezentacja wyników analizy w jednorodnej formie, dogodnej dla projektantów przekształtników.

2. PRZEDMIOT I ZAŁOŻENIA ANALIZY

Rozpatruje się przekształtnik tyrystorowy p -pulsowy przy czym p jest większe od 2. Przypadek $p = 2$ przedstawiono w [5], uzyskane tam wyniki wykorzystano do sporządzenia wykresów prezentowanych na rys. 7 niniejszej pracy.

Przekształtnik jest w pełni sterowany tj. zdolny do pracy prostowniczej i falowniczej. Zasilanie przekształtnika stanowi symetryczny układ napięć sinusoidalnych o amplitudach U_m generowanych ze źródeł idealnych. Pominięcie impedancji zasilania eliminuje z analizy zjawiska komutacyjne, jednakże ponieważ prąd krytyczny, będący głównym przedmiotem zainteresowania, ma zazwyczaj znacznie mniejsze wartości od prądu znamionowego, to i kąt komutacji przy prądzie krytycznym jest znacznie mniejszy od wartości oddziałujących istotnie na pracę przekształtnika. Zjawiska komutacyjne można wszakże uwzględniać, jednak kosztem komplikacji opisu formalnego.

Obciążenie przekształtnika stanowi rezystancja R , indukcyjność L oraz siła elektromotoryczna E . Wielkością sterującą jest kąt wysterowania zaworów α , odcierany od punktu komutacji naturalnej, jako zmienną pomocniczą stosuje się kąt ϑ — kąt wysterowania odcierany od punktu przecięcia sinusoidy napięcia z osią odciętych. Obydwa kąty wiąże zależność

$$\vartheta = \alpha + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \quad (1)$$

Rozpatruje się przekształtnik w stanie ustalonym tj. przyjmując, że wartości R , L , E , α oraz U_m są stałe, natomiast prąd wyprostowany $i_d(\omega t)$ oraz napięcie wyprostowane $u_d(\omega t)$ są funkcjami okresowymi kąta o okresie $2\pi/p$.

Zakłada się, że tyrystory są idealnymi zaworami o nieskończenie krótkich czasach załączania i wyłączania, bez prądu wstecznego i blokowania, o zerowym spadku napięcia w stanie przewodzenia.

3. PRĄD KRYTYCZNY NATURALNY

Prąd wyprostowany przekształtnika spełnia ogólny warunek

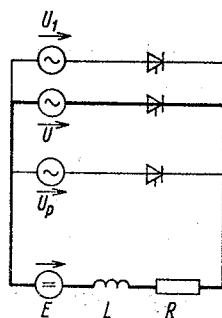
$$i_d(\omega t) \geq 0 \quad (2)$$

który dla prądu krytycznego można podzielić na dwie części

$$\begin{cases} i_d(\omega t) = 0 & \text{dla } \omega t = \frac{2k\pi}{p} \\ i_d(\omega t) > 0 & \text{dla } \omega t \neq \frac{2k\pi}{p}, \end{cases} \quad (3)$$

gdzie $k = 0, 1, 2 \dots$

Prąd krytyczny jest szczególnym przypadkiem przerywanego prądu wyprostowanego, w którym czas trwania impulsów prądowych jest równy okresowi ich powtarzania, a czas przerw między impulsami wynosi zero. Przy takim prądzie, podobnie jak przy dowolnym prądzie przerywanym zakończenie każdego impulsu prądu jest wymuszone działaniem napięć tylko w pojedynczym obwodzie przekształtnika — pokazanego na rys. 1 bez zmiany



Rys. 1. Układ przekształtnika p -pulsowego

konfiguracji przewodzących gałęzi przekształtnika spowodowanej załączeniem innego zaworu. Prąd krytyczny występujący przy takim sposobie pracy przekształtnika nazywa się naturalnym.

Wykorzystując powyższe stwierdzenie można sformułować dwa warunki pracy zaworu przy prądzie przerywanym — obowiązujące też dla naturalnego prądu krytycznego:

- warunek załączenia zaworu — napięcie główne zaworu nieujemne w momencie poprzedzającym początek impulsu prądu,
- warunek wyłączenia zaworu — napięcie główne zaworu niedodatnie w momencie następującym po zakończeniu impulsu prądu.

Impuls naturalnego prądu krytycznego rozpoczynający się załączeniem zaworu przy kącie wysterowania ϑ musi zakończyć się wyłączeniem zaworu przy kącie $\vartheta + \frac{2\pi}{p}$, zatem warunki pracy zaworu zapisuje się

$$U_m \sin \vartheta \geq E \quad (4a)$$

oraz

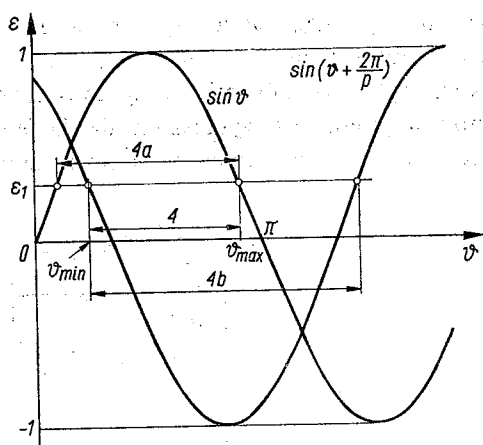
$$U_m \sin \left(\vartheta + \frac{2\pi}{p} \right) \leq E. \quad (4b)$$

Warunki (4a, 4b) można też interpretować jako nieujemną pochodną na początku oraz niedodatnią pochodną na końcu impulsu prądu. Oznaczając

$$\varepsilon = \frac{E}{U_m} \quad (5)$$

jako względną siłę elektromotoryczną obciążenia przedstawiono na rys. 2 zakresy kątów ϑ , dla których spełnione są warunki (4a), warunek (4b) oraz układ nierówności (4).

Z rysunku można odczytać, że jeżeli obciążenie przekształtnika zawiera ε_1 to prąd przerywany, krytyczny wystąpi przy kącie sterowania ϑ zawartym między $\vartheta_{\min}$ a $\vartheta_{\max}$. Dla naturalnego prądu krytycznego spełnienie układu nierówności (4) jest warunkiem koniecznym.



Rys. 2. Obszar wyznaczony przez układ nierówności (4)

Aby określić warunek wystarczający należy rozważyć układ z rys. 1. Układ opisuje się równaniem

$$\frac{L}{U_m} \frac{di_a}{dt} + \frac{R}{U_m} i_a + \varepsilon = \sin(\omega t + \vartheta), \quad (6)$$

które przy zerowym warunku początkowym ma rozwiązanie

$$i_a = \frac{U_m}{R} \{ [\varepsilon - \cos \varphi \sin(\vartheta - \varphi)] \exp(-\omega t \operatorname{ctg} \varphi) - \varepsilon + \cos \varphi \sin(\omega t + \vartheta - \varphi) \}, \quad (7)$$

gdzie

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}. \quad (8)$$

Jeżeli wzór (7) opisuje prąd krytyczny to zgodnie z (3) musi być

$$i_a \left(\frac{2\pi}{p} \right) = 0 \quad (9)$$

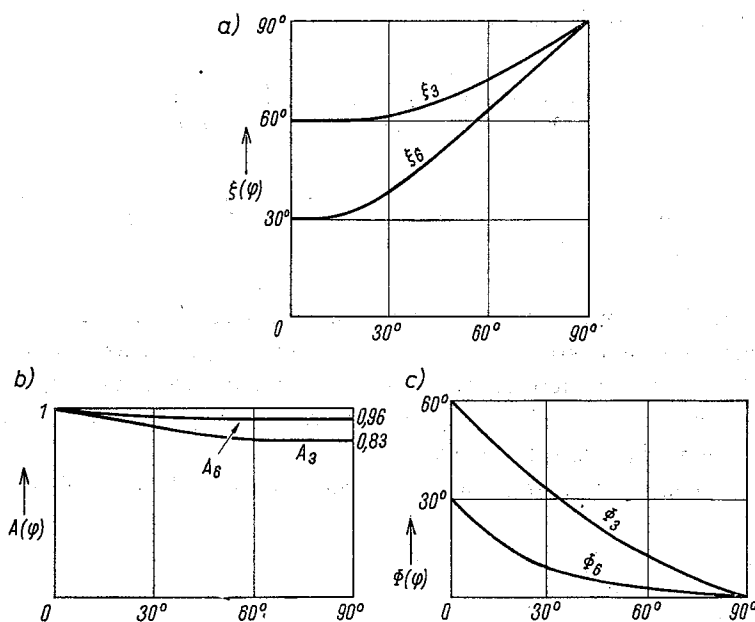
podstawiając (9) do (7) otrzymuje się:

$$\varepsilon_c = \frac{\cos \varphi}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi\right)} \left[\sin\left(\vartheta - \varphi + \frac{2\pi}{p}\right) - \sin(\vartheta - \varphi) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi\right) \right]. \quad (10)$$

Wzór (10) opisuje wartość *sem* obciążenia ε_c , przy której w przekształtniku z kątem fazowym obciążenia φ oraz sterowaniem ϑ wystąpi prąd krytyczny. Dla ułatwienia interpretacji związków opisanych wzorem (10) celowe jest uproszczenie jego zapisu. Można to osiągnąć wprowadzając wielkości pomocnicze A i Φ . Określa się wielkość $\xi_p(\varphi)$, definowaną wzorem

$$\operatorname{tg} \xi_p(\varphi) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{p} \operatorname{ctgh} \left(\frac{\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi \right). \quad (11)$$

Ponieważ ξ_p jest funkcją φ , dla danego przekształtnika, to można ξ_p nazwać zmodyfikowanym kątem fazowym obciążenia. Związek między φ a ξ_p dla $p = 3p$ oraz $p = 6$ pokazano na rys. 3a.

Rys. 3. Zależność zmiennych pomocniczych ξ , A , Φ od kąta fazowego obciążenia φ

Podstawiając (11) do (10) uzyskuje się:

$$\varepsilon_c = \cos \frac{\pi}{p} \frac{\cos \varphi}{\cos \xi_p} \sin \left(\vartheta + \xi_p + \frac{\pi}{p} - \varphi \right). \quad (12)$$

Wprowadzając dalsze wielkości pomocnicze

$$A_p(\varphi) = \cos \frac{\pi}{p} \frac{\cos \varphi}{\cos \xi_p} \quad (13)$$

oraz

$$\Phi_p(\varphi) = \xi_p - \varphi \quad (14)$$

(odpowiednie wykresy przedstawiono na rys. 3b, c), można zapisać wzór (10) w postaci

$$\varepsilon_c = A_p \sin \left(\vartheta + \frac{\pi}{p} + \Phi_p \right), \quad (15)$$

lub uwzględniając (1) w postaci

$$\varepsilon_c = A_p \cos(\alpha + \Phi_p). \quad (16)$$

Wzór (15) lub (16) przedstawia w prostej formie zależność pomiędzy względną *sem* obciążenia ε_c a kątem wysterowania ϑ lub α przy przepływie prądu krytycznego w przekształtniku p -pulsowym z obciążeniem o kącie fazowym φ .

Dla określenia wpływu wartości kąta φ na przebieg zależności (15) można wyznaczyć zakres zmienności parametrów ξ , A , Φ względem φ lub, co jest prostsze, określić granice funkcji (10).

Badając wzór (10) znajduje się:

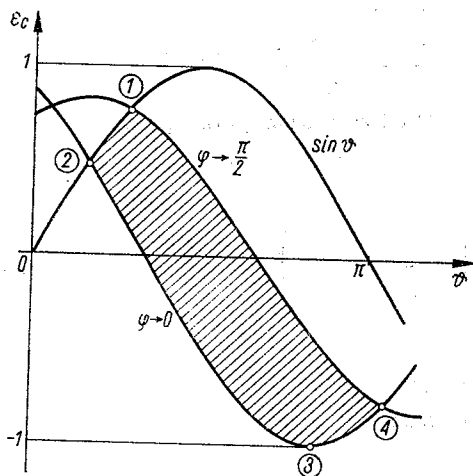
$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \varepsilon_c = \sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{p}\right) = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{p}\right) \quad (17)$$

oraz

$$\lim_{\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}} \varepsilon_c = \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cos\left(\vartheta + \frac{\pi}{p} - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cos \alpha \quad (18)$$

W tym ostatnim wzorze łatwo rozpoznać znaną zależność wartości średniej napięcia wyprostowanego od kąta wysterowania α co jest tutaj fizycznie uzasadnione. Warunek $\varphi = \pi/2$ można bowiem zinterpretować jako obciążenie czysto indukcyjne z siłą elektromotoryczną (obciążenie LE), dla którego stan ustalony polega na równości $\text{sem}E$ z wartością średnią napięcia wyprostowanego.

Na rys. 4 pokazano, z uwzględnieniem warunków (4), (17), (18), obszar wartości ϑ ,



Rys. 4. Obszar wartości ε_c , ϑ przy których może wystąpić naturalny prąd krytyczny

ε_c , dla których występuje naturalny prąd krytyczny. Na granicach tego obszaru można wyznaczyć cztery charakterystyczne punkty 1—4 odpowiadające ekstremalnym wartościom ε lub ϑ . Współrzędne tych punktów wynoszą:

$$\vartheta_1 = \arctg \frac{1 - \cos \frac{2\pi}{p}}{\frac{2\pi}{p} - \sin \frac{2\pi}{p}} \quad \varepsilon_1 = \sin \vartheta_1 \quad (19a)$$

$$\vartheta_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \quad \varepsilon_2 = \cos \frac{\pi}{p} \quad (19b)$$

$$\vartheta_3 = \frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{p} \quad \varepsilon_3 = -1 \quad (19c)$$

$$\vartheta_4 = \arctg \frac{\frac{2\pi}{p} \sin \frac{2\pi}{p} + \cos \frac{2\pi}{p} - 1}{\sin \frac{2\pi}{p} - \frac{2\pi}{p} \cos \frac{2\pi}{p}} \quad \varepsilon_4 = \sin \left(\vartheta_4 + \frac{2\pi}{p} \right). \quad (19d)$$

Wartości liczbowe współrzędnych ϑ , α i ε w punktach charakterystycznych dla przypadków $p = 3$ oraz $p = 6$ zebrano w tablicy.

Współrzedne punktów charakterystycznych

Punkt p		1	2	3	4
3	ϑ	50,7°	30°	150°	189,3°
	α	20,7°	0°	120°	159,3°
	ε	0,774	0,5	-1	-0,774
6	ϑ	70,1°	60°	210°	229,9°
	α	10,1°	0°	150°	169,9°
	ε	0,94	0,866	-1	-0,94

Wartości te pozwalają oszacować przedziały sterowania oraz siły elektromotorycznej obciążenia, w których możliwe jest wystąpienie naturalnego prądu krytycznego. Na przykład dla przekształtnika 6-pulsowego prąd krytyczny może wystąpić przy większości obserwowanych w praktyce napędowej, wartości $\sin E$, bo w przedziale wartości ε od 0.94 do -1 (teoretycznie względna wartość średnia napięcia wyprostowanego biegu jałowego dla tego prostownika wynosi 0.955).

4. PRĄD KRYTYCZNY KOMUTOWANY

W poprzednim punkcie przedstawiono prąd krytyczny traktowany jako graniczna postać prądu przerywanego. Wyniki analizy są ważne w określonym zakresie kątówysterowania, mniejszym od teoretycznego przedziału kątówysterowania przy prądzie ciągłym, który wynosi 180°el. Nasuwa to wniosek o celowości zbadania prądu krytycznego poza uprzednio określonym przedziałem czyli rozważenia prądu krytycznego jako granicznej postaci prądu ciągłego.

Takie podejście wymaga modyfikacji warunku załączenia zaworu (4a) ponieważ przy prądzie ciągłym załączenie kolejnego zaworu następuje przy przewodzącym zaworze uprzednio załączonym. Przy założeniu przewodzenia jednego z zaworów, dodatnie napięcie główne wystąpi na kolejnym zaworze poczynając od punktu komutacji naturalnej w czasie półokresu napięcia międzyprzewodowego tj. dla

$$0 \leq \alpha \leq \pi. \quad (20)$$

Prąd załączonego przy warunku (20) zaworu (który jest jednocześnie prądem wyprostowanym ponieważ efekty komutacyjne są pomijane) wyznacza się rozwiązując równanie (6) przy niezerowym warunku początkowym. Rozwiązanie to ma postać

$$i_d = \frac{U_m}{R} \left\{ \left[\frac{IR}{U_m} + \varepsilon - \cos \varphi \sin(\vartheta - \varphi) \right] \exp(-\omega t \operatorname{ctg} \varphi) - \varepsilon + \cos \varphi \sin(\omega t + \vartheta - \varphi) \right\} \quad (21)$$

gdzie

I — wartość początkowa prądu zaworu.

Wartość I przyjmuje się równą wartości prądu zaworu wyłączzonego skutkiem komutacji. Przy pracy okresowej układu musi być więc spełniony warunek

$$i_d(0) = i_d\left(\frac{2\pi}{p}\right) = I. \quad (22)$$

Z warunku (22) podstawionego do wzoru (21) wyznacza się wartość

$$\frac{IR}{U_m} = -\varepsilon + \frac{\cos \varphi}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi\right)} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{p} + \vartheta - \varphi\right) - \sin(\vartheta - \varphi) \exp\left(-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi\right) \right] \quad (23)$$

lub, porównując z wzorem (10), można zapisać

$$\frac{IR}{U_m} = A_p \cos(\alpha + \Phi_p) - \varepsilon. \quad (23a)$$

Dla znanych wielkości obciążenia ε , φ oraz sterowania ϑ można wyznaczyć z wzorów (23) lub (23a) wartość prądu w momencie komutacji i podstawiając ją do wzoru (21) obliczyć przebieg prądu wyprostowanego dla jednego pulsu przekształtnika. Przebieg ten może posiadać jedno minimum występujące przy pewnej wartości ωt_x tj.

$$\left. \frac{di_d}{dt} \right|_{\omega t = \omega t_x} = 0 \quad (24)$$

jeżeli ponadto wartość minimalna prądu wynosi

$$i_d|_{\omega t = \omega t_x} = 0 \quad (25)$$

to prąd wyprostowany jest prądem krytycznym. Dla odróżnienia od omawianego poprzednio prąd ten nazywa się prądem krytycznym komutowanym. Zakładając istnienie takiego prądu można wyznaczyć wartość ωt_x podstawiając (24) i (25) do równania (6). Otrzymuje się zależność

$$\sin(\omega t_x + \vartheta) = \varepsilon_c, \quad (26)$$

z której dla danego ε_c oraz ϑ można wyznaczyć kąt ωt_x wystąpienia wartości zerowej prądu krytycznego.

Wartość ωt_x , przedstawiająca opóźnienie od momentu załączenia zaworu do momentu kiedy jego prąd osiągnie wartość zero, nie może być ujemna lub większa od przedziału przewodzenia zaworu

$$0 \leq \omega t_x \leq \frac{2\pi}{p}. \quad (27)$$

Wzór (27) przedstawia, w postaci niejawnej, obszar ważności prezentowanej analizy.

Ponieważ przebieg prądu wyprostowanego, opisany równaniem (21) obowiązuje też dla prądu krytycznego to uwzględniając (25) musi być spełniony związek

$$\left[\frac{IR}{U_m} + \varepsilon_c - \cos \varphi \sin(\vartheta - \varphi) \right] \exp(-\omega t_x \operatorname{ctg} \varphi) - \varepsilon_c + \cos \varphi \sin(\omega t_x + \vartheta - \varphi) = 0 \quad (28)$$

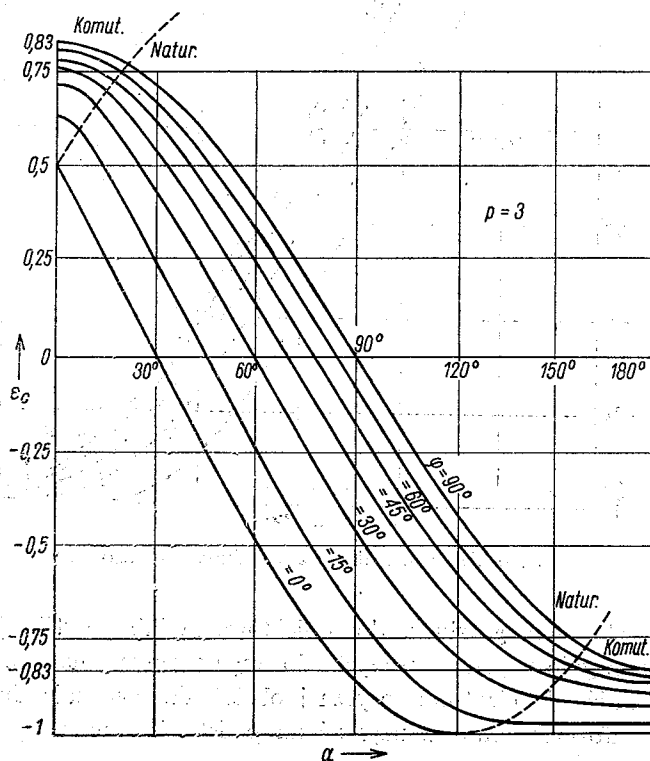
Podstawiając do (28) obowiązujący warunek okresowości (23) otrzymuje się

$$\frac{\varepsilon_c}{\cos \varphi} = \frac{\exp(-\omega t_x \operatorname{ctg} \varphi)}{1 - \exp\left(-\frac{2\pi}{p} \operatorname{ctg} \varphi\right)} [(-2) \sin(\alpha - \varphi)] \sin \frac{\pi}{p} + \sin(\omega t_x + \vartheta - \varphi) \quad (29)$$

Po podstawieniu do (29) wzoru (26) otrzymuje się równanie przestępne

$$f(\omega t_x, \vartheta, \varphi) = 0, \quad (30)$$

z którego można obliczyć dla danych wielkości φ , ϑ , wielkość ωt_x a następnie z wzoru (26) odpowiednią wartość ε_c . Przy wielokrotnym powtórzeniu tej procedury otrzymuje się zależność $\varepsilon_c(\vartheta)$ dla danego φ przedstawiającą warunki sterowania i obciążenia przekształtnika przy prądzie krytycznym komutowanym. Obliczone wartości mają sens tylko z uwzględnieniem przedziału ważności opisanego wzorem (27). Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5 i rys. 6 łącznie z zależnościami dla naturalnego prądu krytycznego. Należy

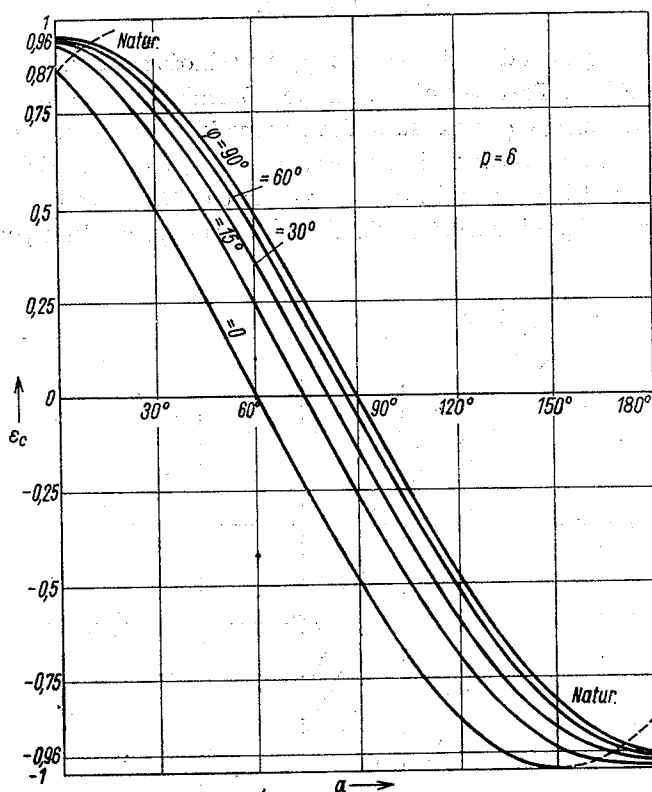


Rys. 5. Zależność względnej sem obciążenia od kąta wysterowania przy prądzie krytycznym dla przekształtnika 3-pulsowego

zwrócić uwagę, że przy pracy przekształtnika z prądem krytycznym komutowanym, można spodziewać się pewnego rodzaju niestabilności pracy, która nie występuje przy prądzie krytycznym naturalnym.

5. WNIOSKI

Wyniki powyższych rozważań przedstawione na rys. 5 i rys. 6, uzupełnione podobnym wykresem dla $p = 2$ wg [5], rys. 7, pozwalają określić sterowanie i obciążenie przekształtnika, przy którym występuje prąd krytyczny tj. umożliwiają oznaczenie przedziału sterowania i obciążenia, przy którym będzie zachowana ciągłość prądu wyprostowanego.

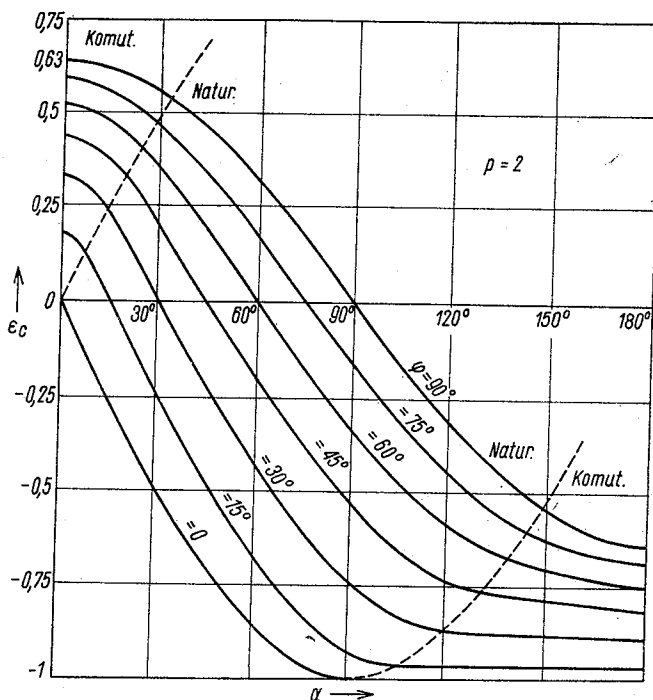


Rys. 6. Jak rys. 5 dla przekształtnika 6-pulsowego

Przedstawione wykresy mogą służyć do projektowania lub weryfikacji projektów przekształtników, szczególnie przeznaczonych do regulowanych napędów prądu stałego, w których wielkość siły elektromotorycznej obciążenia wykazuje dużą zmienność.

Dodatkowe informacje można uzyskać na podstawie obowiązującego dla wartości średnich wzoru

$$U_d = E + I_d R \quad (31)$$



Rys. 7. Jak rys. 5 dla przekształtnika 2-pulsowego

gdzie

U_d — napięcie wyjściowe przekształtnika (w. średnia)

I_d — prąd wyprostowany (w. średnia).

Ponieważ przy prądzie krytycznym kształt napięcia wyjściowego jest taki sam jak przy prądzie ciągłym więc obowiązuje wzór opisujący średnią wartość tego napięcia w zależności od sterowania (charakterystyka sterowania)

$$\frac{U_d}{U_m} = \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cos \alpha \quad (32)$$

Wykres tej zależności przedstawiono na rys. 5, 6 i 7 (pokrywa się on z krzywą dla $\varphi = \pi/2$). Różnica między krzywą dla danego φ a charakterystyką sterowania jest równa $I_d R/U_m$ a zatem jest miarą wartości średniej prądu krytycznego. Dla przykładu: przekształtnik 2-pulsowy, obciążenie RLE, przy czym $R = \omega L$ ($\varphi = 45^\circ el$), przy wysterowaniu $\alpha = 0$ znajdujemy $\varepsilon_c = 0.44$ oraz z charakterystyki sterowania dla $\alpha = 0$ wartość względna $u_d = 0.63$. Wyniki te oznaczają, że dla $\alpha = 0$, przy $\varphi = 45^\circ el$ stan krytyczny wystąpi dla $E = 0.44 U_m$ przy średniej wartości napięcia wyprostowanego $U_d = 0.63 U_m$ oraz średniej wartości prądu wyprostowanego $I_d = 0.19 U_m/R$. W tym samym przekształtniku gdyby wartość E wynosiła zero ($\varepsilon_c = 0$) to stan krytyczny wystąpi przy $\alpha = 45^\circ$ przy czym wartość średnia napięcia wynosi $U_d = 0.45 U_m$ a wartość średnia prądu krytycznego $I_d = 0.45 U_m/R$. Warto zauważyć znaczne różnice wartości średniej prądu krytycznego (ponad dwukrotne) występujące przy różnych wartościach i odpowiednim wysterowaniu.

BIBLIOGRAFIA

1. H. Bühler: *Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe*. Birkhauser, Basel 1962
2. J. Schaefer: *Rectifier circuits: theory and design*. J. Wiley, New York 1965
3. G. A. Riwkin, *Преобразовательные устройства*. Энергия, Москва 1970
4. H. Tunia i in., *Układy energoelektroniczne, obliczanie, modelowanie, projektowanie*. Warszawa: WNT, 1982
5. A. Opolski, *Critical current of 2-pulse, phase-controlled converter*. 5th Power Electronics Conference, Budapest 85
6. Polska Norma PN-75/E-06073, *Przekształtniki półprzewodnikowe z komutacją zewnętrzną*

A. OPOLSKI

CRITICAL CURRENT OF CONVERTER WITH EXTERNAL COMMUTATION

Summary

The critical current of a converter is a certain rectified current waveform appearing at the continuous/discontinuous conduction transition. The critical current occurs for specified values of both RLE load and firing angle α . Two kinds of the critical current (i.e. natural and commutated) are presented. Mathematical consideration and the obtained results, useful for converter design, are described.

A. OPOLSKI

COURANT CRITIQUE DU CONVERTISSEUR A COMMUTATION EXTERIEURE

Résumé

Le courant critique du convertisseur c'est une forme spécifique du courant continu, qui sépare la forme continue de la forme discontinue. Le courant critique existe pour la valeur déterminée de la charge RLE et pour l'angle d'amorçage α . Dans l'article on a présenté deux types de courant critique (naturel et commuté). On a décrit l'analyse mathématique et les résultats obtenus utilisés pour la construction du convertisseur.

A. OPOLSKI

KRITISCHER STROM EINES STROMRICHTERS MIT AUSSENKOMMUTATION

Zusammenfassung

Der kritische Strom eines Stromrichters ergibt eine besondere Stromkurve zwischen intermittierender und kontinuierlicher Stromführung. Der kritische Strom tritt bei einer bestimmten RLE-Belastung und einem bestimmten Zündwinkel α auf. Im vorliegenden Aufsatz werden zwei Typen des kritischen Stroms (natürlicher und kommutierter Strom) dargestellt. Es werden die mathematische Analyse und Problemlösungen beschrieben, die für das Entwerfen von Stromrichtern von Nutzen sein können.

А. ОПОЛЬСКИ

КРИТИЧЕСКИЙ ТОК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ВНЕШНЕЙ КОММУТАЦИИ

Резюме

Критическим током преобразователя называется особая форма выпрямленного тока разделяющая токи непрерывные от прерывистых. Критический ток протекает при определенной нагрузке и определенном угле управления α . Представлены два рода критического тока (натуральный и коммутированный). Приведены математические рассуждения и их результаты полезные при проектировании преобразователей.

Analiza porównawcza metody analogowej z metodą elementów skończonych przy wyznaczaniu stacjonarnego pola temperatury w ziemi niejednorodnej, otaczającej kable energetyczne

IRENA KUZORA (Rzeszów)

Zakład Elektrotechniki Teoretycznej, Politechnika Rzeszowska

Otrzymano 1986.06.10

W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne modelowania analogowego stacjonarnego pola temperatury kabli energetycznych. Podano wzory umożliwiające bezpośrednie wyznaczanie temperatury za pomocą wielkości elektrycznych oraz kompletny schemat modelu analogowego dla trzech kabli 220 kV ułożonych w rowie z gruntem stabilizowanym. Pomiary zrealizowano dla przypadku, który został rozwiązany metodą elementów skończonych, zachowując te same dane i parametry zarówno kabli, jak i środowiska otaczającego. Przedstawiono wykresy wyników uzyskane za pomocą obu metod, przeprowadzono ich porównanie oraz sformułowano wnioski.

1. WSTĘP

Własności cieplne gruntów, głębokość zakopania i wzajemne ułożenie kabli mają duży wpływ na ich krótko- i długotrwałą obciążalność. Przy wyznaczaniu rozkładu temperatury na zewnątrz linii kablowej zbudowanej z jednego lub z kilku kabli i ułożonej w ziemi można stosować metody numeryczne, a w szczególności metodę elementów skończonych [3, 4, 5, 6] lub metodę modelowania analogowego.

Modelowanie stacjonarnego pola temperatury na analogu dyskretnym w postaci siatki rezystancyjnej jest dość kłopotliwe ze względu na żmudne i pracochłonne konstruowanie takich siatek oraz trudności z odwzorowaniem kształtu badanego obszaru. Gotowe urządzenia jak np. analizator polowy AP 600 charakteryzuje wysoka cena (kilka milionów zł.).

Zaprezentowana w pracy metoda oparata o modelowanie na papierze elektroprzewodzącym, b. prosta i tania, prowadzi do szybkiego otrzymania wyników w postaci rozkładu temperatury wzdłuż wybranych osi układu albo w postaci rozkładu izoterm wokół badanych kabli.

Przyjęto następujące, analogiczne, jak w pracach [3, 4, 5, 6] założenia:

1) Pole temperatury jest polem płasko-równoległym zarówno w przekroju poprzecznym kabli, jak i w ziemi otaczającej. Jest to słuszne, gdy przyjmuje się, że właściwości gruntu

wzdłuż linii kablowej nie ulegają zmianie oraz pomija się zmiany temperatury wzdłuż osi kabli.

2) Rozchodzenie się ciepła następuje tylko przez przewodnictwo.

3) Środowisko może być niejednorodne, ale pod względem parametrów cieplnych liniowe. Pomija się więc zjawisko migracji wilgoci, które powoduje wysuszenie gruntu wokół kabla, a w konsekwencji zwiększenie rezystancji cieplnej i pogorszenie warunków odprowadzania ciepła. Jest to dopuszczalne przy niższych temperaturach powierzchni kabla — jako temperaturę krytyczną przyjmuje się najczęściej 50°C [7] — lub przy założeniu, że linia kablowa jest ułożona w rowie z kontrolowanym wypełnieniem (gruntem stabilizowanym) utrzymującym stałą przewodność cieplną w dużym zakresie zmian wilgotności.

Wyniki otrzymane z pomiarów na modelu reoelektrycznym porównano z wynikami uzyskanymi metodą elementów skończonych i przedstawionymi w pracy [3]. Na modelu odwzorowano linię kablową trójprzewodową 220 kV, zbudowaną z trzech kabli jednożyłowych ułożonych w rowie z gruntem stabilizowanym, zachowując te same, co w pracy [3] parametry kabli i środowiska otaczającego.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE METODY ANALOGOWEJ

Stacjonarne pole temperatury w ziemi spełnia równanie Laplace'a

$$\nabla^2 T = 0 \quad (1)$$

z warunkami brzegowymi:

— na konturze kabla

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{q}{\lambda} \quad (1.1)$$

lub

$$T = \text{const} \quad (1.2)$$

— na powierzchni ziemi $y = 0$

$$\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0) = 0 \quad (1.3)$$

lub

$$T = T_0, \quad (1.4)$$

a w dostatecznie dużej odległości od osi kabla

$$\lim_{x^2 + y^2 \rightarrow \infty} T = T_0 \quad (1.5)$$

gdzie

T — temperatura w danym punkcie obszaru,

T_0 — temperatura otoczenia (powietrza),

λ — przewodność cieplna ziemi,

α — współczynnik przejmowania ciepła,

q — gęstość strumienia cieplnego,

x, y — współrzędne prostokątne.

W przypadku, gdy nie ma wymiany ciepła na granicy ziemia-powietrze warunek brzegowy (1.3) przechodzi w warunek Dirichleta (1.4).

Dwuwymiarowe pole prądowe w modelu reoelektrycznym, podobnym geometrycznie do pola temperatury opisuje równanie Laplace'a

$$\nabla^2 \varphi_m = 0 \quad (2)$$

z warunkami brzegowymi:

— na konturze elektrody symulującej powłokę kabla

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial n_m} = \frac{J}{\gamma}, \quad (2.1)$$

lub

$$\varphi_m = \text{const.} \quad (2.2)$$

— na krawędzi modelu obrazującej powierzchnię ziemi $y_m = 0$

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial y_m} + k(\varphi_m - \varphi_0) = 0, \quad (2.3)$$

lub

$$\varphi_m = \varphi_0, \quad (2.4)$$

a w dostatecznie dużej odległości od elektrody symulującej kabel

$$\lim_{x_m^2 + y_m^2 \rightarrow \infty} \varphi_m = \varphi_0 \quad (2.5)$$

gdzie: φ_m — potencjał w danym punkcie modelu,

φ_0 — potencjał odpowiadający temperaturze otoczenia T_0 ,

J — gęstość prądu

γ — konduktywność papieru przewodzącego.

Współczynnik k w równaniu (2.3) jest określony jako

$$k = \frac{1}{\gamma \Delta s R_\alpha}, \quad (3)$$

gdzie: Δs — element krawędzi odpowiadającej powierzchni ziemi,

R_α — rezystancja związana z wymianą ciepła na granicy ziemia-powietrze.

Przekształcając równania (1)÷(1.5) oraz (2)÷(2.5) do postaci bezwymiarowej oraz zakładając równość odpowiednich współczynników otrzymuje się wzory określające temperaturę w ziemi otaczającej linię kablową w funkcji mierzonych na modelu wielkości elektrycznych [2].

Temperaturę w dowolnym punkcie modelu określa wzór

$$T = k_T(\varphi_m - \varphi_0) + T_0 \quad (4)$$

gdzie

$$k_T = \frac{T_k - T_0}{\varphi_k - \varphi_0} \quad (5)$$

zaś T_k — temperatura powłoki kabla,

φ_k — potencjał elektrody symulującej powłokę kabla.

Gdy powłoka kabla nie jest izotermą, a dana jest gęstość strumienia ciepłego q na powierzchni powłoki

$$k_T = \frac{q\gamma}{\alpha l_p J} \quad (6)$$

gdzie l_p — długość pasków papieru przewodzącego symulujących rezystancję brzegową R_α .

3. MODEL ELEKTRYCZNY I JEGO REALIZACJA

Zastosowanie metody analogii pola wymaga zachowania podobieństwa geometrycznego oraz podobieństwa warunków brzegowych występujących w badanym obiekcie oraz w modelu elektrycznym.

Warunek brzegowy Dirichleta $T = \text{const.}$, któremu odpowiada $\varphi = \text{const.}$ jest realizowany przez naniesienie ścieżki przewodzącej na odpowiedni brzeg obszaru. Warunek brzegowy Neumanna $\partial T / \partial n = 0$, któremu odpowiada $\partial \varphi / \partial n = 0$ symuluje się przez pozostawienie wolnego brzegu papieru. Opór przejmowania ciepła z gruntu do powietrza jest modelowany za pomocą pasków papieru przyłączonych do krawędzi obrazującej powierzchnię ziemi. Rezystancję brzegową R_α można otrzymać przez pocięcie pasa papieru powyżej linii odpowiadającej powierzchni ziemi na paski prostopadłe do tej linii.

Zgodnie z [2]

$$R_\alpha = \frac{\lambda}{\alpha k_1 \Delta s \gamma} \quad (7)$$

gdzie: Δs — szerokość paska, k_1 — geometryczny współczynnik skali

$$k_1 = \frac{l}{l_e} \quad (8)$$

gdzie: l — długość odcinka w polu temperatury

l_e — długość analogicznego odcinka w modelu.

Zakładając, że konduktywność pasków reprezentujących R_α jest równa konduktywności papieru odwzorowującego odpowiedni obszar w ziemi otrzymuje się zgodnie z [2]

$$l_p = \frac{\lambda}{\alpha k_1} \quad (9)$$

gdzie l_p — długość pasków.

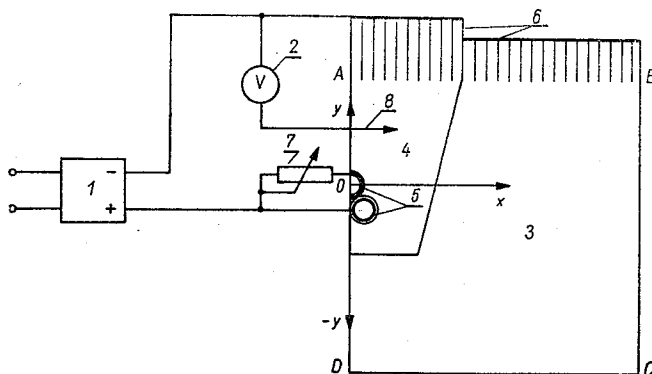
Model elektryczny zbudowano dla danych zawartych w pracy [3], odwzorowując linię kablową trójprzewodową 220 kV, zawierającą trzy polietylenowe kable jednożyłowe ($3 \times 805 \text{ mm}^2 \text{ Cu}$) ułożone w trójkąt w rowie z gruntem stabilizowanym.

D a n e:	średnica zewnętrzna kabla	106,2 mm
	średnica zewnętrzna powłoki metalowej	99,2 mm
	głębokość rowu z kontrolowanym wypełnieniem	1,2 m
	szerokość dna rowu	0,7 m
	szerokość rowu na powierzchni ziemi	1,0 m

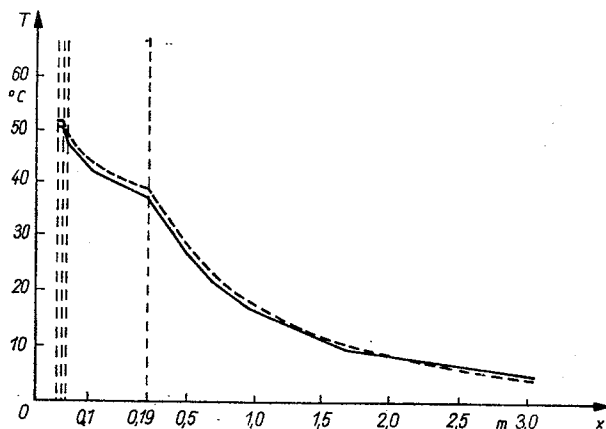
głębokość ułożenia kabla środkowego	1,0 m
konduktywność cieplna ziemi	$\lambda_1 = 1,0 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
konduktywność cieplna wypełnienia rowu	$\lambda_2 = 2,5 \text{ W/m}^\circ\text{C}$
współczynnik przejmowania ciepła na powierzchni ziemi	$\alpha = 5 \text{ W/m}^2\text{C}$
temperatura otoczenia	$T_0 = 0^\circ\text{C}$
wymiary obszaru	$2,74 \times 2,74 \text{ h}$
gdzie h oznacza głębokość zakopania kabla środkowego.	

Jeżeli powłoki metalowe kabli są izotermami, to rozkład temperatury wewnątrz kabli ma symetrię osiową. Pozwala to obliczyć temperaturę powłok za pomocą wzorów analitycznych i wyłączyć wnętrza kabli z badanego obszaru. Analogicznie jak w pracy [3] zróżnicowano temperatury powłok kabla środkowego i kabli bocznych. Model zbudowano w skali 1:4. Całkowity schemat modelu elektrycznego przedstawia rys. 1. Oznaczenia na rys. 1:

1 — zasilacz stabilizowany prądu stałego, 2 — woltomierz cyfrowy, 3 — papier symulujący ziemię, 4 — papier symulujący rów z kontrolowanym wypełnieniem, 5 — elektrody odwo-



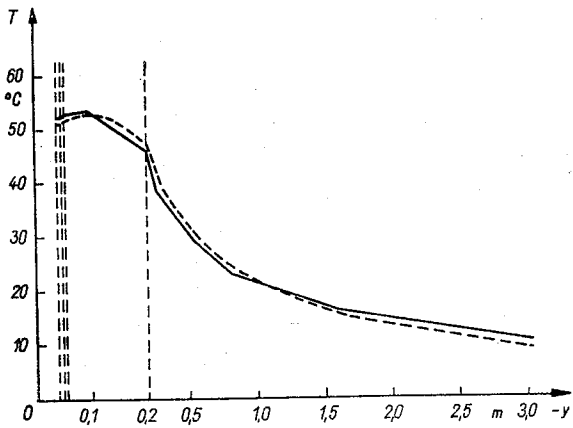
Rys. 1. Model elektryczny do wyznaczania rozkładu temperatury w ziemi otaczającej trzy kable ułożone w rowie z gruntem stabilizowanym



Rys. 2. Rozkład temperatury wzdłuż osi x na zewnątrz trójfazowej linii kablowej; krzywa ciągła — wyniki otrzymane metodą elementów skończonych, krzywa przerywana — wyniki otrzymane metodą analogową

rowujące powłoki metalowe kabli, 6 — izolowane od siebie paski papieru przewodzącego, 7 — potencjometr ustalający napięcie na powłoce kabla środkowego, 8 — sonda.

Na rys. 2 i rys. 3 przedstawiono wykresy zmian temperatury wzdłuż osi x i osi $(-y)$



Rys. 3. Rozkład temperatury wzdłuż osi $-y$ na zewnątrz trójfazowej linii kablowej; krzywa ciągła — wyniki otrzymane metodą elementów skończonych, krzywa przerywana — wyniki otrzymane metodą analogową

otrzymane metodą analogową i metodą elementów skończonych dla tego samego przypadku.

Zgodnie z [3] przedstawione wyniki stanowią średnią arytmetyczną temperatur, otrzymanych przy realizacji na krawędziach BC i DC kolejno warunków Neumanna i Dirichleta.

4. OMÓWIENIE WYNIKÓW, PORÓWNANIE OBU METOD I WNIOSKI

Porównanie wyników otrzymanych metodą modelowania analogowego i metodą elementów skończonych prowadzi do następujących wniosków:

- 1) Przy brzegach badanego obszaru różnice wyników są największe i dochodzą do 10% w osi x i 13% w osi $(-y)$. Przyczyną wymienionych różnic jest wzrost błędu metody elementów skończonych wskutek przyjmowania coraz większych trójkątów w miarę oddalania się od osi linii kablowej.
- 2) Dość znaczne kilkoprocentowe różnice temperatury występują w obszarze odpowiadającym kontrolowanemu wypełnieniu rowu kablowego. Jest to spowodowane niedokładnością klejenia dwóch różnych papierów elektroprowadzących, symulujących row.
- 3) W trakcie zbliżania się do powłoki kabla różnice wyników maleją do około 3%, co wynika z potraktowania powłoki kabla przy modelowaniu jako izotermy, podczas gdy w metodzie elementów skończonych różnice temperatur na powłoce wynosiły 2,5°C.
- 4) Papier elektroprowadzący posiada kilkoprocentowy rozrzut rezystywności, co jest również źródłem błęd.

Podsumowując można uznać, że wyniki otrzymane metodą modelowania analogowego i metodą elementów skończonych są zbieżne, a różnice występujące między nimi można pominąć przy praktycznym opracowywaniu termicznych warunków pracy kabli.

Zastosowanie metod numerycznych, a w szczególności metody elementów skończonych wymaga umiejętności układania programów komputerowych. Przygotowanie takiego programu jest pracochłonne i kosztowne. Wprawdzie jeden program można użytkować wielokrotnie dla różnych wariantów tego samego zadania, a także zadawać z większą dokładnością współczynniki opisujące badany obszar, ale dla pojedynczych, znacznie różniących się od siebie przypadków (np. innych warunków brzegowych) metoda ta nie wydaje się opłacalna.

Pełny czas budowy modelu z papieru elektroprzewodzącego wraz z przeprowadzeniem pomiarów przez dwie osoby zamyka się w granicach około 6 godzin, a koszty (materiał plus robocizna) dla modelu papierowego wynoszą kilka tysięcy zł.

Metoda modelowania analogowego pozwala również na uwzględnienie zmian współczynników cieplnych α i λ w badanym obszarze. Współczynnik α jest ściśle związany z rezystancją brzegową R_x , którą można zmieniać w szerokich granicach, aż do wartości równej zero, co odpowiada zwarcia brzegu AB modelu warstwą pasty srebrowej. Powierzchnia ziemi jest wówczas izotermą.

W rzeczywistych warunkach eksploatacyjnych konduktywność cieplna ziemi λ w bezpośrednim sąsiedztwie kabli zmienia się wskutek stosowania podsypki piaskowej, rowów z gruntem stabilizowanym, czy też występowania migracji wilgoci i wysychania gruntu. Metoda analogowa pozwala na zwiększanie konduktywności cieplnej ziemi przez sklejanie papierów elektroprzewodzących. Zmniejszanie konduktywności cieplnej związanej np. z wysychaniem gruntu osiąga się przez perforowanie papieru przewodzącego w otoczeniu kabli.

Prosto przedstawia się również realizacja obszarów nieograczonych, czy półograczonych za pomocą papieru przewodzącego. Dobór wymiarów modelu ma charakter eksperymentalny i został szczegółowo przedstawiony w pracy [2]. Natomiast uwzględnienie odpowiednio dużego obszaru w metodzie elementów skończonych wymagałączenia jej z innymi metodami, co komplikuje program i wydłuża czas jego opracowania.

Reasumując, w przypadku badania dwuwymiarowego stacjonarnego pola temperatury, przy braku gotowych programów, metoda modelowania na papierze przewodzącym ze względu na wyżej przedstawione możliwości, a przede wszystkim prostotę i niski koszt, wydaje się znacznie bardziej ekonomiczna niż metody numeryczne, a w szczególności metoda elementów skończonych.

BIBLIOGRAFIA

1. H. Brakelmann: *Temperaturfelder im Erdboden verlegter Energiekabel*. E.T.Z. Archiv 1979, H. 6, s. 173—177
2. I. Kuzora: *Teoria i zastosowanie reoelektrycznych modeli analogowych*. Zeszyty naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1986, s. 56—77
3. J. Sroka: *Opracowanie metody analizy pola temperatury linii kablowej wysokiego napięcia*. Praca doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1982
4. J. Sroka: *Analiza płaskiego pola temperatury wokół kabla energetycznego umieszczonego w ziemi*. Prace naukowe Politechniki Warszawskiej. Warszawa 1983, Elektryka z. 71, s. 41—54
5. J. Sroka: *The finite elements method in unbounded temperature field of power cables*. Archiv für Elektrotechnik 1984, z. 67

6. Z. Trzaska: *Wyznaczanie metodą elementów skończonych ustalonego rozkładu temperatury w obszarze z kablem energetycznym*. Rozprawy Elektrotechniczne 1978 z. 4
7. R. Włodarski, J. Bucholc: *Linie kablowe bardzo wysokich napięć. Projektowanie i budowa*. Warszawa: WNT, 1979

I. KUZORA

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ANALOGUE METHOD WITH THE FINITE ELEMENTS METHOD FOR DETERMINING THE STATIONARY TEMPERATURE FIELD IN A HETEROGENEOUS SOIL SURROUNDING POWER CABLES

Summary

The author presents the theoretical basis of the analogue modelling of the stationary temperature field of power cables. Formulae allowing for determining directly temperature by means of electrical quantities and the complete scheme of the analogue model for three 220 kV cables, placed in a ditch with a stabilized soil are quoted. Measurements were realized for the case tested by means of the finite elements method, preserving the same data and parameters of both cables and the surrounding medium. The results, obtained by means of both methods, are presented graphically. Their comparison is made and conclusions are drawn.

I. KUZORA

ANALYSE COMPARATIVE DE LA METHODE ANALOGUE ET DE CELLE DES ELEMENTS FINIS LORS DE LA DÉTERMINATION DU CHAMP THERMIQUE STATIONNAIRE DE LA TERRE HETEROGENE ENTOURANT DES CABLES ENERGETIQUES

Résumé

Dans cet article on a présenté des bases théoriques du modelage analogue du champ thermique stationnaire des câbles énergétiques. On a cité les formules permettant d'indiquer directement la température à partir des grandeurs électriques. On a présenté aussi le schéma complet du modèle analogue pour trois câbles de 220 kV placés dans le terrain stabilisé. On a fait les mesures pour le cas résolu avec la méthode des éléments finis, en gardant les mêmes données et les mêmes paramètres des câbles et du terrain. A l'aide des diagrammes on a présenté les résultats obtenus par la méthode analogue et des éléments finis. On a comparé ces deux méthodes et on a formulé les conclusions.

I. KUZORA

VERGLEICHUNGSANALYSE DER ANALOGMETHODE MITTELS FINITER ELEMENTENMETHODE ZWECKS ERMITTLUNG DES STATIONÄREN TEMPERATURFELDES VON STARKSTROMKABELN IM INHOMOGENEN ERDBODEN

Zusammenfassung

Im Beitrag wurden theoretische Grundlagen der elektrischen Modellierung eines stationären Temperaturfeldes dargestellt. Es wurden Formeln angegeben, die die unmittelbare Temperaturbestimmung mit Hilfe elektrischer Größen ermöglichen. Es wurde auch ein komplettes Schema eines Analogmodells für drei 220-kV-Kabel gebracht, die in einem Graben mit stabilisiertem Grund verlegt worden sind. Die Messungen wurden für einen gleichen Fall durchgeführt, der mittels finiter Elementenmethode gelöst worden ist. Die Ergebnisse beider Methoden wurden graphisch dargestellt, und miteinander verglichen sowie Schlußfolgerungen formuliert.

И. КУЗОРА

СРАВИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АНАЛОГОВОГО МЕТОДА С МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАЦИОНАРНОГО ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В НЕОДНОРОДНОЙ ПОЧВЕ, ОКРУЖАЮЩЕЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ КАБЕЛИ

Резюме

Представлены теоретические основы аналогового моделирования стационарного поля температуры энергетических кабелей. Указаны формулы, позволяющие непосредственно определить температуру с помощью электрических величин, дана также полная схема аналоговой модели для трех кабелей 220 кв, размещенных в канаве со стабилизированной почвой. Измерения осуществлены для случая, решенного методом конечных элементов, при сохранении тех же данных и параметров как для кабелей, так и для окружающей среды. Вычерчены результаты, полученные с помощью обоих методов, произведено их сравнение и сформулированы выводы.

Praca tensometru rezystancyjnego przy wymuszeniu impulsowym

ZDZISŁAW KACZMAREK (Kielce)

Instytut Elektrotechniki, Politechnika Świętokrzyska

Otrzymano 1986.05.15

W pracy przeanalizowano wpływ bazy pomiarowej tensometru rezystancyjnego na dokładność przetwarzania odkształceń impulsowych. Wykorzystując analizę harmoniczną wyznaczono związki funkcjonalne na błąd średniokwadratowy przetwarzania tensometru w funkcji stosunku wartości jego bazy pomiarowej i długości fali odkształcenia, dla odkształceń impulsowych, periodycznych i jednorazowych. Przedstawiono te związki funkcjonalne w postaci analitycznej i graficznej dla trzech podstawowych rodzajów odkształceń impulsowych: prostokątnego, trójkątnego i połówek cosinusoidy.

1. WPROWADZENIE

Pomiary impulsowych odkształceń (naprężeń) mechanicznych w ciele stałym związane są z dużymi trudnościami. Jedną z podstawowych trudności jest odpowiednie dobranie pod względem własności dynamicznych wszystkich ogniw łańcucha pomiarowego, dla uzyskania żądanej dokładności pomiarów. W pomiarach tych najchętniej jako czujniki pomiarowe stosuje się tensometry rezystancyjne, ze względu na ich bardzo dobre własności dynamiczne i łatwość instalowania.

Podstawowym ograniczeniem stosowania tensometrów rezystancyjnych do pomiaru odkształceń impulsowych jest czynna długość siatki rezystancyjnej — bazy pomiarowej tensometru. Wpływ wartości bazy pomiarowej tensometru na dokładność przetwarzania wymuszeń harmoniczných przeanalizowano w pracach [2] i [4]. Zachowanie się tensometru rezystancyjnego przy przetwarzaniu wybranych przebiegów impulsowych przedstawiono w pracach [2] i [5]. Jako miarę dokładności przetwarzania w wyżej wymienionych pracach przyjmowano wartość błędu amplitudy. W niniejszej pracy dano próbę analizy zachowania się tensometru rezystancyjnego przy przetwarzaniu odkształceń impulsowych na bazie analizy harmonicznej. Za miarę dokładności przetwarzania przyjęto wartość błędu średniokwadratowego.

2. ANALIZA WPLYWU BAZY POMIAROWEJ TENSOMETRU NA DOKŁADNOŚĆ PRZETWARZANIA ODKSZTAŁCEŃ IMPULSOWYCH

Względna zmianę rezystancji tensometru rezystancyjnego o bazie pomiarowej l , przetwarzającego zmienne odkształcenie $\varepsilon(t)$ rozchodzące się w badanym materiale w postaci fali odkształcenia $\varepsilon(x)$ można zapisać w formie [2]

$$y = \frac{\Delta R}{R} = \frac{k_t}{l} \int_0^l \varepsilon(x) dx \quad (1)$$

natomiast względną zmianę rezystancji tensometru nieodkształcającego można zapisać w postaci

$$y_i = \frac{\Delta R}{R} = k_t \varepsilon(x), \quad (2)$$

przy czym: k_t — współczynnik czułości odkształceniowej tensometru

ΔR — bezwzględna zmiana rezystancji tensometru powodowana zmianą bazy pomiarowej

R — rezystancja tensometru nieodkształconego

ε — względne odkształcenie tensometru

Zależności (1) i (2) obowiązują przy założeniu, że współczynnik czułości odkształceniowej k_t ma taką samą wartość przy odkształceniach stałych i dynamicznych. Za miarę dokładności przetwarzania przyjmuje się wartość względnego błędu średniokwadratowego określonego jako [3]:

$$\delta_w^2 = \frac{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [y(t) - y_i(t)]^2 dt}{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} y_i^2(t) dt} \quad (3)$$

w przypadku sygnałów o skończonej mocy
oraz jako:

$$\delta_w^2 = \frac{\int_0^\infty [y(t) - y_i(t)]^2 dt}{\int_0^\infty y_i^2(t) dt} \quad (4)$$

w przypadku sygnałów o skończonej energii.

Każdy przebieg impulsowy periodyczny spełniający warunki Dirichleta można przedstawić w postaci szeregu Fouriera, składającego się w ogólnym przypadku z czynnika stałego i składowych harmonicznnych.

Mierzony przebieg odkształcenia impulsowego $\varepsilon(t)$ zapiszemy więc następująco:

$$\varepsilon(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{n=\infty} C_n \cos(n \cdot \omega_1 + \psi_n) = \sum_{n=0}^{n=\infty} C_n \cdot G_n, \quad (5)$$

przy czym: C_n — współczynniki szeregu Fouriera

G_n — funkcje harmoniczne zupełnego układu ortogonalnego.

Jeżeli odkształcenie jest harmoniczne i rozchodzi się w materiale jako płaska fala odkształceń o długości λ , amplitudzie ε_m , wzdłuż kierunku x zgodnego z kierunkiem bazy zainstalowanego tensometru, to zapiszemy je w postaci:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - v \cdot t) \quad (6)$$

przy czym: v — prędkość rozchodzenia się fali odkształcenia

t — czas.

Sygnał wyjściowy tensometru rezystancyjnego pod wpływem działania wymuszenia harmonicznego opisanego zależnością (6), po uwzględnieniu (1) ma postać [2]

$$y = k_t \cdot \varepsilon_m \frac{\sin \frac{\pi \cdot l}{\lambda}}{\frac{\pi \cdot l}{\lambda}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (7)$$

przy czym: $\varphi = \frac{\pi \cdot l}{\lambda}$. (8)

Wyrażenie $k_t B = k_t \frac{\sin \frac{\pi \cdot l}{\lambda}}{\frac{\pi \cdot l}{\lambda}}$ decyduje o wartości błędu amplitudowego z jakim prze-

tworza rzeczywisty tensometr rezystancyjny odkształcenie harmoniczne.

Dla zakresu odkształceń sprężystych tensometr rezystancyjny jest przetwornikiem liniowym. Jego sygnał wyjściowy na wymuszenie impulsowe $\varepsilon(t)$ wyznaczmy w oparciu o zasadę superpozycji, jako sumę odpowiedzi na sygnały harmoniczne stanowiące składowe szeregu Fouriera wymuszenia impulsowego.

Zapiszemy więc sygnały wyjściowe w postaci:

$$y = \sum_{n=0}^{n=\infty} k_t \frac{\sin \frac{n\pi l}{\lambda}}{\frac{n\pi l}{\lambda}} C_n \cdot \cos(n \cdot \omega_1 + \psi_n - \varphi_n) = \sum_{n=0}^{n=\infty} k_t \cdot B_n \cdot C_n \cdot G_n \quad (9)$$

dla tensometru rzeczywistego

i $y_i = \sum_{n=0}^{n=\infty} k_t C_n G_n$ dla tensometru idealnego. (10)

Uwzględniając zależności (3), (9) i (10) i korzystając z twierdzenia Parsewala [1] przy uśrednianiu za okres T repetycji impulsów, zależność na błąd średniokwadratowy tensometru zapiszemy:

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n^2 \cdot C_n^2 \cdot G_n'^2 dt - 2 \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n \cdot C_n \cdot G_n' \sum_{n=0}^{n=\infty} C_n \cdot G_n dt}{\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} y_i^2(t) dt} \quad (11)$$

$$\text{Skoro } \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} G_n'^2 dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \sin^2 n\omega t dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \cos^2 n\omega t dt = \frac{T}{2}$$

i ze względu na ortogonalność funkcji G_n a więc

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} G_i \cdot G_k dt = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ \frac{T}{2} & i = k \end{cases}$$

$$\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n \cdot C_n \cdot G_n' \sum_{n=0}^{n=\infty} C_n \cdot G_n dt = \frac{T}{2} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n \cdot C_n^2 \cdot \cos \frac{n\pi l}{\lambda} = \frac{T}{2} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_{2n} \cdot C_n^2$$

Zależność (11) ma postać:

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{\frac{T}{2} \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n^2 \cdot C_n^2 - T \sum_{n=0}^{n=\infty} B_{2n} \cdot C_n^2}{\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} y_i^2(t) dt} = 1 + \frac{\sum_{n=0}^{n=\infty} B_n^2 \cdot C_n^2 - 2 \sum_{n=0}^{n=\infty} B_{2n} \cdot C_n^2}{\sum_{n=0}^{n=\infty} C_n^2} \quad (12)$$

Przy działaniu na tensometr odkształcenia $\varepsilon(t)$ impulsowego jednorazowego sygnał na wyjściu ma postać:

$$y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k_t B(j\omega) F_\varepsilon(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (13)$$

dla tensometru rzeczywistego i

$$y_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} k_t F_\varepsilon(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (14)$$

dla tensometru idealnego

przy czym: $F_\varepsilon(j\omega)$ — prosta transformata Fouriera sygnału wejściowego $\varepsilon(t)$

$k_t B(j\omega)$ — transmitancja widmowa tensometru

$$|B(j\omega)| = \frac{\sin \frac{\omega \alpha}{2}}{\frac{\omega \alpha}{2}} \quad (15)$$

Błąd średniokwadratowy tensometru rezystancyjnego przy działaniu odkształceń impulsowych jednorazowych uwzględniając (4), (13) i (14) i korzystając z twierdzenia Rayleigha [1] oraz z twierdzenia o mocy [1], [7] zapiszemy w formie:

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{\int_0^\infty y^2(t) dt - 2 \int_0^\infty y_i(t) y(t) dt}{\int_0^\infty y_i^2(t) dt} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\pi} \int_0^\infty |B(j\omega) \cdot F_e(j\omega)|^2 d\omega - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty B(j\omega) F_e(j\omega) F_e^*(j\omega) d\omega}{\int_0^\infty y_i^2(t) dt}. \quad (16)$$

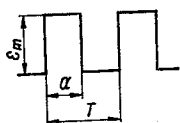
Dla funkcji rzeczywistych $\varepsilon(t) F_e^*(j\omega) = F(-j\omega)$, możemy więc zapisać ostatecznie

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{\frac{1}{\pi} \int_0^\infty |B(j\omega) F_e(j\omega)|^2 d\omega - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_e B(j\omega) |F_e(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty y_i^2(t) dt} =$$

$$= 1 + \frac{\int_0^\infty |B(j\omega) \cdot F_e(j\omega)|^2 d\omega - 2 \int_0^\infty R_e B(j\omega) |F_e(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |F_e(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (17)$$

przy czym: $F_e^*(j\omega)$ — prosta transformata Fouriera funkcji $\varepsilon(t)$ sprzężona jest z $F_e(j\omega)$.

Przyjmując jako kryterium doboru bazy tensometru do pomiarów odkształceń impulsowych, dokładność przetwarzania kształtu impulsów, za miarę której przyjęto względny błąd średniokwadratowy, uzyskane zależności (12) i (17) mogą stanowić podstawę tego kryterium. Zakładając wartość błędu średniokwadratowego, można z zależności (12) przy znanym współczynniku wypełnienia impulsów k wyznaczyć wartość stosunku długości bazy tensometru i długości fali mierzonego odkształcenia dla odkształceń impulsowych periodycznych, natomiast z zależności (17) wartość tego stosunku dla impulsowych odkształceń jednorazowych. Tak wyznaczone zależności dla trzech podstawowych rodzajów odkształceń impulsowych: prostokątnego, trójkątnego i połówek cosinusoidy wraz ze współczynnikami szeregu Fouriera dla sygnałów periodycznych i transformatami Fouriera dla sygnałów jednorazowych zestawiono poniżej.

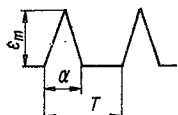


$$C_n = \frac{2\varepsilon_m}{\pi n} \sin(n\pi k) \quad (18)$$

$$a_0 = \varepsilon_m \cdot k \quad (19)$$

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{2}{\pi^4(k-k^2)D^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^4} \sin^2(n\pi D) \sin^2(n\pi k) -$$

$$-\frac{2}{\pi^3(k-k^2)D} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^3} \sin(n\pi D) \sin^2(n\pi k) \quad (20)$$

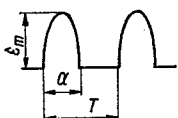


$$C_n = \frac{4\varepsilon_m}{\pi^2 n^2 k} \sin\left(\frac{2n\pi k}{2}\right) \quad (21)$$

$$a_0 = \frac{\varepsilon_m}{2} k \quad (22)$$

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{96}{\pi^6 k^2 D^2 (4k-3k^2)} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^6} \sin^4\left(\frac{n\pi k}{2}\right) \sin^2(n\pi D) -$$

$$-\frac{96}{\pi^5 k^2 D (4k-3k^2)} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^5} \sin^4\left(\frac{n\pi k}{2}\right) \sin(2n\pi D). \quad (23)$$



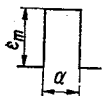
$$C_n = \varepsilon_m k \left[\frac{\sin \frac{\pi}{2} - n\pi k}{\frac{\pi}{2} - n\pi k} + \frac{\sin \frac{\pi}{2} + n\pi k}{\frac{\pi}{2} + n\pi k} \right] \quad (24)$$

$$a_0 = \frac{2\varepsilon_m}{\pi} \cdot k \quad (25)$$

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{k}{(\pi^2 - 8k)D^2} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^2} \sin(2n\pi D) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - n\pi k\right)}{\frac{\pi}{2} - n\pi k} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi k\right)}{\frac{\pi}{2} + n\pi k} \right]^2 -$$

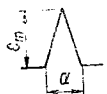
$$-\frac{2\pi k}{(\pi^2 - 6k)D} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n} \sin(n\pi D) \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - n\pi k\right)}{\frac{\pi}{2} - n\pi k} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi k\right)}{\frac{\pi}{2} + n\pi k} \right]^2 \quad (26)$$

przy czym $k = \frac{\alpha}{T}$, $D = \frac{l}{\lambda}$



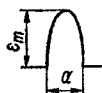
$$F_s(j\omega) = \varepsilon_m \frac{\sin \frac{\omega \alpha}{2}}{\frac{\omega \alpha}{2}} = \varepsilon_m S_a \frac{\omega \alpha}{2} \quad (27)$$

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{\alpha}{\pi} \int_0^\infty S_a^2\left(\frac{\omega \alpha}{2} d\right) S_a^2\left(\frac{\omega \alpha}{2}\right) d\omega - \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^\infty S_a(\omega \alpha d) S_a^2\left(\frac{\omega \alpha}{2}\right) d\omega \quad (28)$$



$$F_s(j\omega) = \frac{\varepsilon_m \alpha}{2} S_a^2\left(\frac{\omega \alpha}{4}\right) \quad (29)$$

$$\delta_w^2 = 1 + \frac{3\alpha}{4\pi} \int_0^\infty S_a^4\left(\frac{\omega\alpha}{4}\right) S_a^2\left(\frac{\omega\alpha}{2}d\right) d\omega - \frac{3\alpha}{2\pi} \int_0^\infty S_a^4\left(\frac{\omega\alpha}{4}\right) S_a(\omega\alpha d) d\omega \quad (30)$$

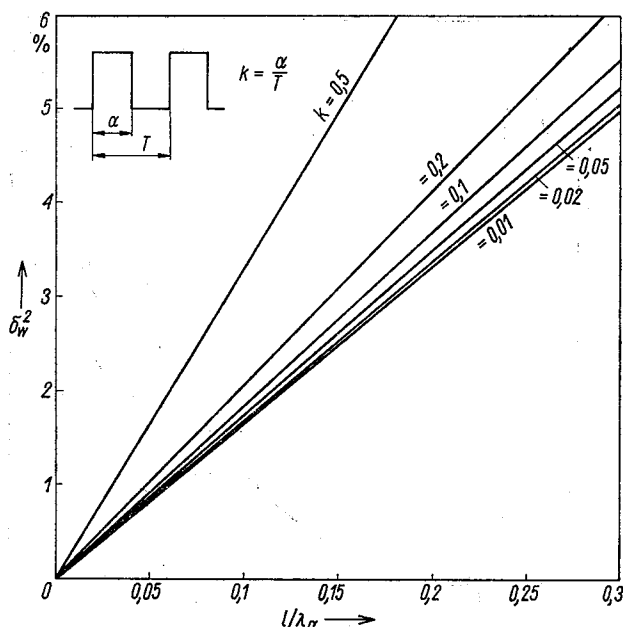


$$F_\epsilon(j\omega) = \frac{2\epsilon_m\alpha}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)}{1 - \frac{4}{\pi^2}\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)^2} \quad (31)$$

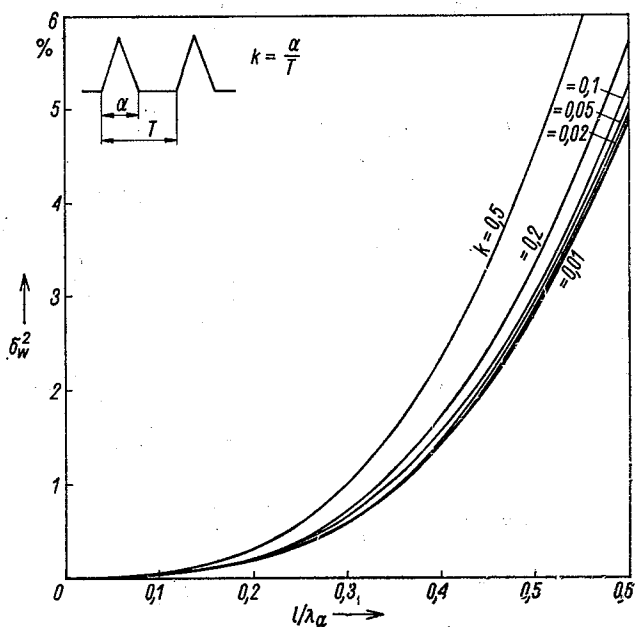
$$\delta_w^2 = 1 + \frac{8\alpha}{\pi^3} \int_0^\infty S_a^2\left(\frac{\omega\alpha}{2}d\right) \frac{\cos^2\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)}{\left[1 - \frac{4}{\pi^2}\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)^2\right]^2} d\omega - \frac{16\alpha}{\pi^3} \int_0^\infty S_a(\omega\alpha d) \frac{\cos^2\frac{\omega\alpha}{2}}{\left[1 - \frac{4}{\pi^2}\left(\frac{\omega\alpha}{2}\right)^2\right]^2} d\omega, \quad (32)$$

przy czym: $d = \frac{l}{\lambda_\alpha}$

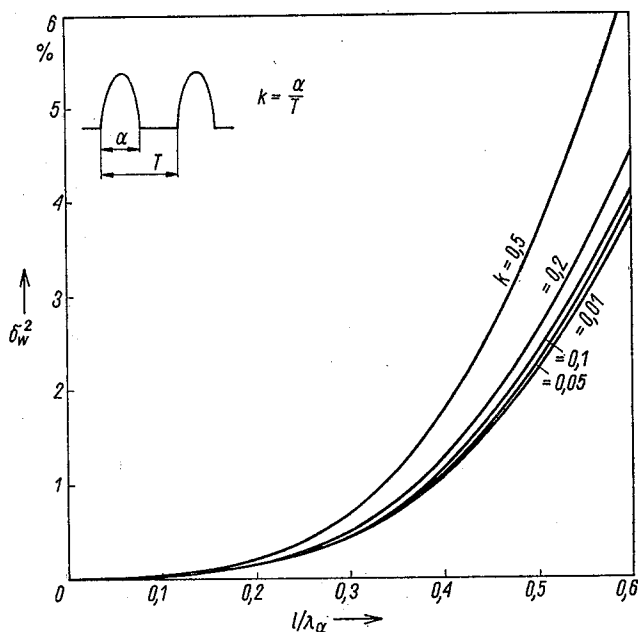
Zależności (20), (23) i (26) przedstawiono w postaci graficznej na rys. 1, 2 i 3 dla ustalonych wartości współczynnika wypełnienia k : 0,5; 0,2; 0,1; 0,05; 0,02; 0,01.



Rys. 1. Zależności błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenia impulsowe periodyczne o kształcie prostokątnym w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia

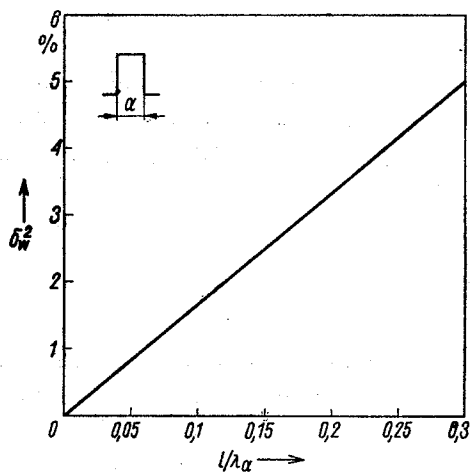


Rys. 2. Zależności błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenia impulsowe periodyczne o kształcie trójkątnym w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia

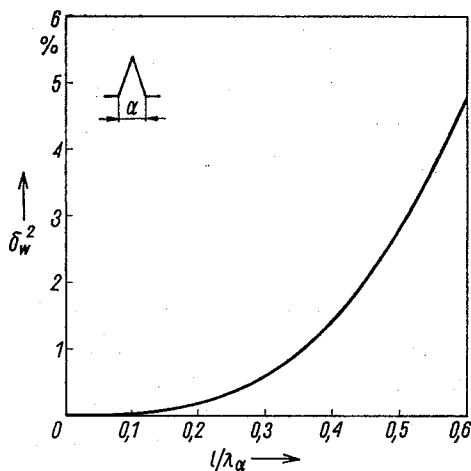


Rys. 3. Zależności błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenia impulsowe o kształcie połówek cosinusoidy w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia

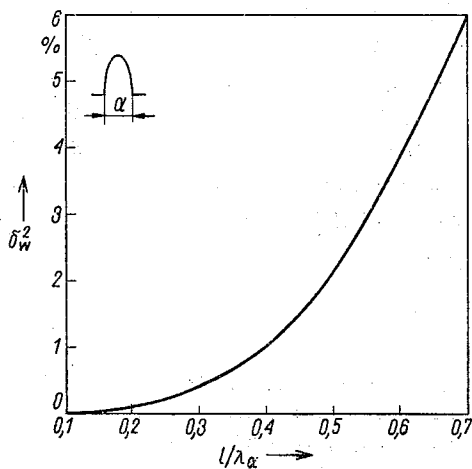
Rys. 4. Zależność błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenie impulsowe jednorazowe o kształcie prostokątnym w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia



Rys. 5. Zależność błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenie impulsowe jednorazowe o kształcie trójkątnym w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia



Rys. 6. Zależność błędu średniokwadratowego δ_w^2 tensometru rezystancyjnego przetwarzającego odkształcenie impulsowe jednorazowe o kształcie połówek cosinusoidy w funkcji stosunku $\frac{l}{\lambda_\alpha}$ długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia



Zależności (28), (30) i (32) pokazano w postaci graficznej na rys. 4, 5 i 6. Na wykresach jako zmienną niezależną przyjęto stosunek długości bazy tensometru i długości fali odkształcenia λ_α odpowiadającej czasowi trwania impulsu. Obowiązują przy tym następujące zależności:

$$\lambda = v \cdot T \quad \text{ i } \quad \lambda_\alpha = v \cdot \alpha \quad (33)$$

$$d = \frac{1}{k} D. \quad (34)$$

Z przeprowadzonych obliczeń i załączonych wykresów wynikają następujące wnioski:

1. Dla odkształceń impulsowych periodycznych błąd średniokwadratowy tensometru zależy od wartości współczynnika wypełnienia impulsów k i błąd ten maleje ze zmniejszaniem się wartości współczynnika k .
2. Spośród rozważanych kształtów impulsów: prostokątnego, trójkątnego i połówek kosinusoidy najmniejsza baza tensometru dla ustalonej jednakowej wartości błędu średniokwadratowego wymagana jest przy pomiarze impulsów prostokątnych.
3. Wartość błędu średniokwadratowego tensometru w funkcji stosunku długości bazy do długości fali odkształcenia, z punktu wymagań praktyki pomiarowej jest jednakowa dla impulsów jednorazowych i periodycznych tego samego typu, przy współczynniku wypełnienia $k < 0,01$.

3. PODSUMOWANIE

Dobór właściwej bazy pomiarowej tensometru rezystancyjnego jest podstawowym zadaniem w pomiarach odkształceń (naprężeń) impulsowych. Z przeprowadzonych rozważań wynika, że można to zadanie rozwiązać wykorzystując analizę harmoniczną. Przyjmując za miarę dokładności przetwarzania tensometru błąd średniokwadratowy, można z zależności (12) i (17) wyznaczyć wartość bazy pomiarowej tensometru przy znanym kształcie i parametrach α i k impulsu odkształcenia.

Praktycznie dla najczęściej spotykanych odkształceń impulsowych: prostokątnego, trójkątnego i połówek cosinusoidy wartość bazy tensometrów zastosowanych do pomiaru tych odkształceń można wyznaczyć z załączonych rys. 1—6, przy znanych parametrach mierzonych impulsów.

W przypadku nieznajomości kształtu mierzonego odkształcenia należy przyjąć kształt prostokątny i wyznaczyć bazę tensometru przy zadanej wartości błędu wykorzystując zależności (20) i (28) lub rys. 1 i 4. Wyznaczona w ten sposób wartość bazy pomiarowej tensometru gwarantuje wymaganą wierność przetwarzania impulsu bez względu na jego kształt.

BIBLIOGRAFIA

1. R. Bracewell: *Przekształcenie Fouriera i jego zastosowania*. Warszawa: WNT, 1968
2. R. M. Davis: *Wolny naprężeniej w twierdych ciałach*. Moskwa: IIL, 1961
3. R. Hagel, J. Zakrzewski: *Miernictwo dynamiczne*. Warszawa: WNT, 1984
4. O. Horna: *Tiensometricheskie mosty*. Moskwa: Gostmierzgoizdat 1962

5. Z. Kaczmarek: *Wyznaczanie częstotliwości granicznej sygnałów impulsowych*. Rozprawy elektrotechniczne. Warszawa 1986, 32, z. 4, ss 1195–1206
6. J. Klepaczek, S. Wodieniczarow: *Powiedzenie prowolocznych tiensomietrow pri impulsnych nagruzkach*. Metrologia 1975, nr 6
7. A. Papoulis: *The Fourier Integral and its applicationn*. New York, Mc Graw Hill 1962
8. A. Żuchowski: *Pomiary dynamiczne*. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej. Szczecin 1984

Z. KACZMAREK

BEHAVIOUR OF PULSED STRAIN GAUGE

Summary

The influence of the length of the strain gauge on accuracy of measurement of pulsed strain is analysed. On the basis of a spectral analysis, a formula for the mean square error of a strain gauge versus the ratio of the length of the strain gauge and the length of the strain wave for periodic and a-periodic pulse strain, is derived. These relations, in analytical and graphic form, are presented for three kinds of impulse strain: rectangular, triangular and half — cosine.

Z. KACZMAREK

TRAVAIL DE L'EXTENSOMETRE Á FIL RESISTANT SOUS CHARGE IMPULSIONNELLE

Résumé

Dans l'étude on a analysé l'influence de la base de mesure de l'extensomètre à fil résistant sur exactitude de la transformation des déformations impulsionnelles. En se basant sur l'analyse harmonique, on a déterminé les relations fonctionnelles de l'erreur moyenne quadratique de la transformation de l'extensomètre en fonction du rapport de la valeur de sa base de mesure et la longueur de l'onde de déformation pour les déformations impulsionnelles, périodiques et celles d'une fois. Les relations fonctionnelles ont été présentées sous la forme analytique et graphique pour trois principaux genres de déformations impulsionnelles: rectangulaire, triangulaire et demi-cosinusoidale.

Z. KACZMAREK

VERHALTEN DES DEHNMESSSTREIFENS BEI IMPULSDEHNUNGEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wurde der Einfluß der Dehnmeßstreifenlänge auf die Meßgenauigkeit analysiert. Auf Grund der Spektralanalyse wurden Formeln für die Standardabweichung in Funktion des Quotienten der Dehnmeßstreifenlänge und Dehnmeßlänge in Fällen periodischer und nichtperiodischer Impulsdehnungen bestimmt. Diese Formeln wurden in graphischer und analytischer Form in Fällen rechteckiger, dreieckiger und Halbcosinus-Impulsdehnungen dargestellt.

З. КАЧМАРЭК

ПОВЕДЕНИЕ ТЕНЗОРЕЗИСТОРА ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ

Резюме

Дан анализ влияния длины решетки тензорезистора на точность измерения импульсных деформации. Используя гармонический анализ, определены формулы для среднеквадратичной погрешности в зависимости от частного длины решетки тензодатчика и длины волны для периодических и однократных импульсных деформаций. Эти формулы представлены в графическом и аналитическом виде для трех родов деформаций: прямоугольной, треугольной и половины косинусоиды.

Circuital representation of cooperation of a three-phase UHP arc arrangement with an electric power system

WIESŁAW BROCIK (Warszawa)

Instytut Elektrotechniki Teoretycznej i Miernictwa Elektrycznego, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1985.04.30

The paper^{*)} presents a circuital model of the three-phase ultra high power (UHP) arc arrangement taking into account nonlinearity of the arc in particular phases as well as the windings vector groups of a furnace transformer. This model was designed on the ground of parameters resulting from a voltage-current characteristic of the arc. By means of nonlinear analysis program NAP 2 there was mapped co-operation of an arc arrangement with an electric power system. Values of current and voltage harmonics as well as voltage distortion factors in particular phases of the arc arrangement have been calculated. The designed circuital model makes it possible to determine interaction of parallel working arc arrangement and an electric power system.

1. INTRODUCTION

To the largest and most energy-consuming nonlinear high power receivers belong siderurgical arc arrangements provided with transformers amounted to power of tens MVA. In a production cycle of quality steel there are distinguished following periods: coding of charge, melting down the charge, refining draining off steel, repair. The most unfavourable working period for the electric power system is the melting down the charge period. During this period the power consumption is extreme for UHP furnaces — of the order of several tens MW. The characteristic feature for this period consists in very rough and irregular mutability of power consumption by the furnace caused by nonlinear variations of the arc resistance as well as variations of the plasma physicochemical properties in the arc's column. The arc furnace becomes then a nonlinear asymmetric receiver, and at low level of short-circuit power it gives occasion to interferences in the power supply network, thus making worse quality of electric power supplied from the heavy current system to other consumers. Such interferences include: fluctuations and asymmetry of voltage as well as deformation of voltage curve. As the electric arc is an element of non-

^{*)} The work reported in this paper was realized as a part of the government-sponsored project 05.5A „Chosen fundamental problems in electrical power engineering”.

linear voltage-current characteristic, therefore, the furnace draws out of the network a considerably deformed current and becomes a source of higher currents' harmonics. Investigation of influence of siderurgical arc arrangements on the electric power system wants establishment of higher harmonics current distribution in this system. This makes it possible to determine voltage drops of higher harmonics as well as those harmonics of voltage in any node of the system. One of the determination procedured of voltage distortion degree consists in determination of the voltage distortion factor ν determined by the following relation:

$$\nu = \sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_n^2 \%} \quad (1)$$

where $U_n\%$ is an rms value of the order "n" harmonic voltage — U_n in percentage of rms value of the basic harmonic voltage U_1 :

$$U_n\% = \frac{U_n}{U_1} 100 \quad (2)$$

There is also known the relation which determines the voltage distortion factor γ as follows:

$$\gamma = \frac{U_1}{U} = \frac{U_1}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2}} \quad (3)$$

where: U_1 — rms value of the voltage basic harmonic
 U — rms value of voltage.

Factors ν and γ are interrelated by relation:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1+\nu^2}} \quad (4)$$

In order to estimate quality of higher harmonics generated by the UHP arc furnace it is required to create a circuitual model of the siderurgical arc arrangement.

2. THE CIRCUITAL MODEL OF A THREE-PHASE UHP SIDERURGICAL ARC ARRANGEMENT

Fig. 1 presents the simplified power supply diagram of electric steel works with arc arrangements.

A three phase UHP siderurgical arc arrangement consists of (Fig. 1b): an arc furnace of capacity 140 Mg, strong-current circuit and furnace transformer. Accurate description of the effect which could make possible to create a precise model of the arc arrangement is rendered difficult. However, one should carry out investigations in this course in order to create a model of UHP arrangement which would reflect real operating conditions.

2.1. THE STRONG-CURRENT CIRCUITS AND ARC

Analysis of arc arrangement's circuit, taking into account non-sinusoidal courses of voltages and currents has been carried on among other procedures agreeing to the arc

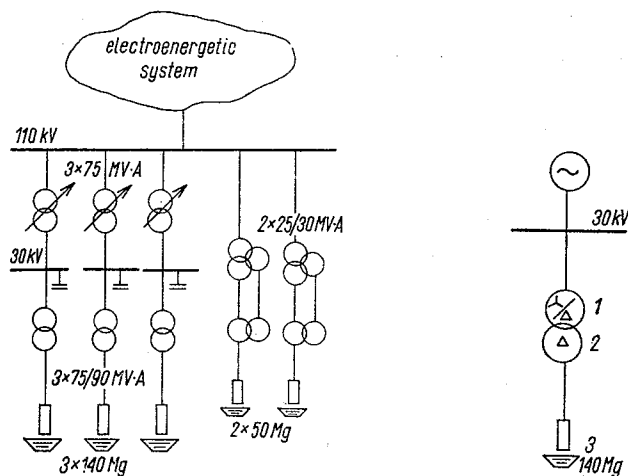


Fig. 1. Power supply diagram of: a) electric steel works; b) single arc arrangement; 1 — furnace transformer; 2 — strong current circuit; 3 — arc furnace

voltage as rectangular or trapezoidal voltage [4]. Acceptance of such courses is visual and does not reflect, however real courses because the voltage and current of arc fluctuate during heat's progress and e.g. in course of melting's period voltages and currents are so far deformed that acceptance of rectangular or trapezoidal substitute courses is a large scale simplification. In stages of puddling and refining courses of voltages and currents are practically sinusoidal ones. The problem of taking into account non-sinusoidality of the arc voltages and currents was reduced as well to get the expression of resistance R and reactance X of the furnace electric power circuit as nonlinear functions of current [4]:

$$X = X_z \left(\frac{I}{I_z} \right)^{-k_1}$$

$$R = R_z \left(\frac{I}{I_z} \right)^{-k_2}, \quad (5)$$

where:

X_z, R_z — reactance and resistance of the electric power circuit at a threephase short-circuit current I_z , respectively

k_1, k_2 — constant factors.

The represented model was designed on the ground of parameters resulting from the empirical determination method of the arc voltage-current characteristic. Considering inaccessibility of the furnace electrodes practically does not exist possibility of determination separately of the single arc characteristics and separately for the strong current circuit. When the circuital diagram of the strong current circuit and arc was formulated both these elements have been taken jointly. Registration of voltage on the real object of capacity 140 Mg was carried out at the secondary side of the furnace transformer and registration of currents — at the primary side of this transformer. Current values were converted to

secondary side of the furnace transformer. Finally, voltage-current characteristics for particular working stages of the arc arrangement have been obtained. Exemplary characteristics are shown in Fig. 2.

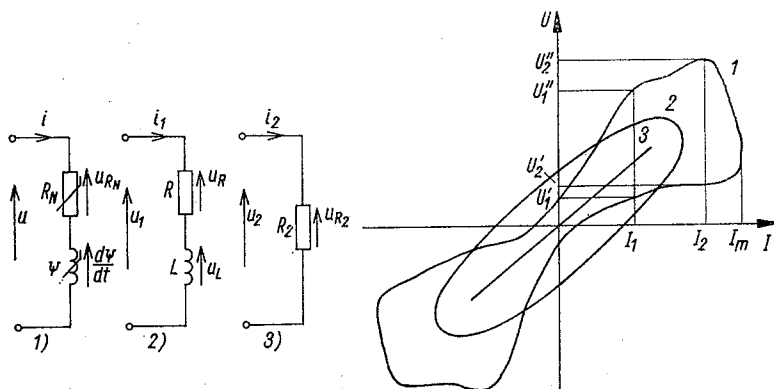


Fig. 2. Replacement diagrams of an arc for different working periods a) as well as corresponding with them voltage-current characteristic; b) 1 — for melting period, 2 — for refining period, 3 — for deoxidation period

For the refining period voltages and currents are practically sinusoidal, whereas, the voltage-current characteristic takes the shape of ellipse. Circuitual mapping of the characteristic for this period is the serial branch RL . For the melting period voltages and currents are non-sinusoidal, while, the voltage-current characteristic is deformed from ellipse and its equivalent circuit is the nonlinear serial branch $R_N\Psi$. In the final stage of metal — i.e. deoxidation — the voltage and current are in phase; this corresponds with the twoterminal resistance network R . Considerations concerning co-operation of the arc arrangement with the electric power system will be limited to the melting period. Equation of the nonlinear R in Fig. 2b is described by the relation [2]:

$$u = u_{R_N} + \frac{d\Psi}{dt} = u_{R_N} + \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt}. \quad (6)$$

The voltage-current characteristic of a nonlinear resistor was approximated by the following polynomial:

$$u_{R_N} = ai - bi^3. \quad (7)$$

The characteristic of a flux associated with a nonlinear coil was approximated by the following polynomial:

$$\Psi = ki - li^2, \quad (8)$$

whereas: a, b, k, l are constant coefficients.

In outcome of the carried out numerical tests it became evident that the accepted approximations make it possible to obtain values of currents and voltages in the analysed circuit of the arc arrangement equal to values occurring in exploitational circumstances of the arc arrangement.

At assumption of current's sinusoidal character $i = I_m \sin \omega t$ equation (6), taking into account relations (7) and (8), assumes the following form:

$$u = ai - bi^3 + (k - 2li)\omega I_m \left[\pm \sqrt{1 - \left(\frac{i}{I_m}\right)^2} \right]. \quad (9)$$

In order to determine coefficients a, b, k, l appearing in equation (9) one should draw up four equations for two values of current (I_1, I_2).

As the dynamic characteristic is equivocal tensionally, one value of current answers two values of voltage. The plus sign before the root equation (10) corresponds with voltage values out of the characteristic when di/dt is positive and the minus sign corresponds values out of the characteristic when the derivative di/dt is negative. Having at our disposal voltage-current characteristics for particular phases we can calculate the above mentioned coefficients for the whole receiver. For the melting period $a \neq b \neq k \neq l \neq 0$.

For the refining period $a \neq k \neq 0 \quad b = l = 0$.

For the deoxidation period $a \neq 0 \quad b = k = l = 0$.

2.2. THE FURNACE TRANSFORMER

The furnace transformer 30/0.75 kV of power $S = 75 \text{ MV} \cdot \text{A}$ has 12 degrees of voltage control. Low secondary voltage of this transformer is its characteristic feature. The most advantageous scheme of connections of a two-winding furnace transformer is:

- the primary winding with delta connection changed over voltagelessly into a star connected winding,
- the secondary winding should be always with delta connection.

Connection of the furnace transformer secondary terminals into triangle shows the following superiority in comparison with connection into star:

- the short-circuit current between electrodes is distributed into two phases of the transformer,
- connection of secondary terminals into triangle makes it possible to realize a so-called three-phase bifilar circuit.

Considerations concerning the furnace transformer have been carried out on the ground of the following assumptions:

- symmetry of windings and magnetic circuit, in each phase,

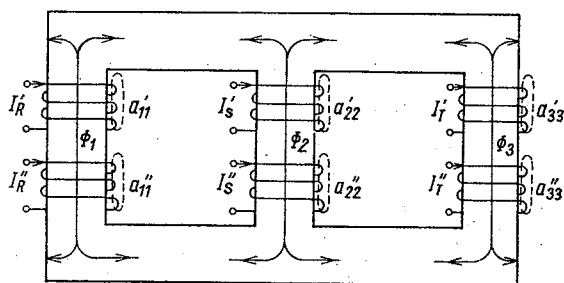


Fig. 3. Schematic diagram of a three-column transformer

- constant magnetic permeability,
- leaving interwinding capacitance and capacitance to earth out of account.

In Fig. 3 is shown schematic diagram of a three-column two-winding transformer. Magnetic flux Φ_i induced by the i -th primary winding may be described by the following relations:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^4 a_{ij} \Phi_j = \sum_{i=1}^4 \Phi_{ij} \quad (10)$$

where:

a_{ij} — coefficient which is a measure of the flux induced by the i -th winding in j -th area

$$a_{ij} = \frac{\Phi_{ij}}{\Phi_{ii}} \quad (11)$$

Φ_{ij} — the flux Φ_i in the j -th column,

Φ_{ii} — the flux Φ_i self-closing around the i -th winding.

Fluxes induced by both windings (primary and secondary) amount to:

$$\Phi'_i = \sum_{j=1}^4 a'_{ij} \Phi'_j = \sum_{j=1}^4 \Phi'_{ij} \quad (12)$$

$$\Phi''_i = \sum_{j=1}^4 a''_{ij} \Phi''_j = \sum_{j=1}^4 \Phi''_{ij} \quad (13)$$

As the fourth column was accepted the way of flux selfclosing through the transformer's tank.

Equations of fluxes take the matrix form.

$$\begin{bmatrix} \Phi'_1 \\ \Phi'_2 \\ \Phi'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi'_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi'_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi'_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi''_1 \\ \Phi''_2 \\ \Phi''_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi''_1 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi''_2 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi''_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a''_{11} & a''_{12} & a''_{13} & a''_{14} \\ a''_{21} & a''_{22} & a''_{23} & a''_{24} \\ a''_{31} & a''_{32} & a''_{33} & a''_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

The total flux Φ_1 in the first column equals:

$$\Phi_1 = \Phi'_1 - a'_{11} \Phi' - (\Phi''_1 - a''_{11} \Phi'') - a'_{21} \Phi'_2 + a'_{21} \Phi'_2 - a'_{31} \Phi'_3 + a'_{31} \Phi'_3 \quad (15)$$

after rearranging

$$\Phi_1 = \Phi'_1(1 - a'_{11}) - \Phi''_1(1 - a''_{11}) - a'_{21} \Phi'_2 - a'_{31} \Phi'_3 + a'_{21} \Phi'_2 + a'_{31} \Phi'_3 \quad (16)$$

For a three-column transformer equations of fluxes in particular columns take the form

$$\Phi = (1 - a') \Phi' - (1 - a'') \Phi'' \quad (17)$$

where

$$a' = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} \\ a'_{21} & a'_{22} & a'_{23} & a'_{24} \\ a'_{31} & a'_{32} & a'_{33} & a'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad a'' = \begin{bmatrix} a''_{11} & a''_{12} & a''_{13} & a''_{14} \\ a''_{21} & a''_{22} & a''_{23} & a''_{24} \\ a''_{31} & a''_{32} & a''_{33} & a''_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

The flux associated with the given winding with number of turns "z" is determined by the relation

$$\Psi = z\Phi \quad (19)$$

The fluxes Ψ' and Ψ'' associated with transformer's windings are described by the following equations

$$\begin{aligned} \Psi' &= (1-a' + a'_d)\Phi'_1 z_1 - (1-a'')\Phi''_1 z_1 \\ \Psi'' &= (1-a')\Phi'_1 z_2 - (1-a'' + a''_d)\Phi''_1 z_2 \end{aligned} \quad (20)$$

where

z_1, z_2 — numbers of turns adequately of primary and secondary winding, respectively

a'_d, a''_d — diagonal matrices containing adequately elements of matrices a' and a'' , respectively.

Substituting into equation (20) dependences of the flux from self-inductances and mutual inductances we obtain the following concluding form of equation for the associated fluxes

$$\begin{aligned} \Psi' &= L'I' - M'''I'' \\ \Psi'' &= M'''I' - L''I'' \end{aligned} \quad (21)$$

where

M''', M''' — diagonal matrix of mutual inductances between the windings of the same

$$M''' = M'''^T = M$$

The detailed form of equation (21) is as follows

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Psi'_R \\ \Psi'_S \\ \Psi'_T \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & L'_{13} \\ L'_{21} & L'_{22} & L'_{23} \\ L'_{31} & L'_{32} & L'_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'_R \\ I'_S \\ I'_T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_{rR} & 0 & 0 \\ 0 & M_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & M_{tT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I''_R \\ I''_S \\ I''_T \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Psi''_R \\ \Psi''_S \\ \Psi''_T \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{rR} & 0 & 0 \\ 0 & M_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & M_{tT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I'_R \\ I'_S \\ I'_T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L''_{11} & L''_{12} & L''_{13} \\ L''_{21} & L''_{22} & L''_{23} \\ L''_{31} & L''_{32} & L''_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I''_R \\ I''_S \\ I''_T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

The voltages U' and U'' of the turns are described by the following equations

$$\begin{aligned} U'(s) &= R'_d I' + s\Psi' = (R'_d + sL')I' - sMI'' \\ U''(s) &= -R''_d I'' + s\Psi'' = (-R''_d + sL'')I'' + sM^T I', \end{aligned} \quad (23)$$

where

$$\begin{aligned} U'(s) &= \begin{bmatrix} U'_R(s) \\ U'_T(s) \\ U'_S(s) \end{bmatrix} \quad U''(s) = \begin{bmatrix} U''_R(s) \\ U''_T(s) \\ U''_S(s) \end{bmatrix} \quad R'_d = \begin{bmatrix} R'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R'_{33} \end{bmatrix} \\ R''_d &= \begin{bmatrix} R''_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R''_{22} & 0 \\ 0 & & R''_{33} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

Equations (23) can be written in the following general matrix form

$$\begin{bmatrix} U' \\ U'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'_d + sL' & -sM \\ sM^T & -R''_d + sL'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I' \\ I'' \end{bmatrix} \quad (25)$$

In Fig. 4 it has been shown the equivalent circuit of the arch furnace. It has been built with the use of eqs. (10) ÷ (25).

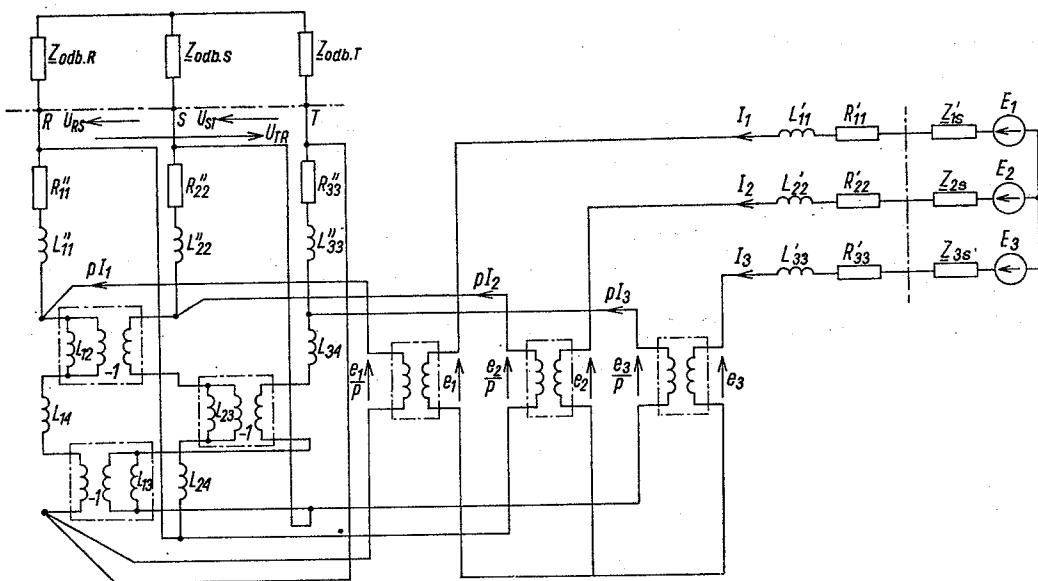


Fig. 4. Circuitual model of a three-phase transformer

3. THE NUMERICAL ANALYSIS OF CO-OPERATION OF A THREE-PHASE ARC ARRANGEMENT WITH AN ELECTRIC POWER SYSTEM

The replacement diagram of an arc arrangement working in the scheme of connections Δ/Δ of the furnace transformer is presented in Fig. 5. The transformer has been modelled using voltage and current controlled sources. The magnetizing branch is also represented by controlled sources.

Equations of the nonlinear circuit in Fig. 5 are described by the relation

$$e_1^{(t)} - e_3^{(t)} = (L'_{11} + L_{1s}) \frac{di'_1}{dt} + (R_{1s} + R'_{11}) i'_1 - \frac{1}{p} U''_1 + \\ - (L'_{33} + L_{3s}) \frac{di'_3}{dt} - (R'_{33} + R_{3s}) i'_3 + \frac{1}{p} U'_3 \quad (26)$$

$$e_1^{(t)} - e_1^{(t)} = (L'_{11} + L_{1s}) \frac{di'_1}{dt} + (R_{1s} + R'_{11}) i'_1 - \frac{1}{p} U''_1 + \\ - (L'_{22} + L_{2s}) \frac{di'_2}{dt} - (R'_{22} + R_{2s}) i'_2 + \frac{1}{p} U'_2 \quad (27)$$

$$i'_1 + i'_2 + i'_3 = 0. \quad (28)$$

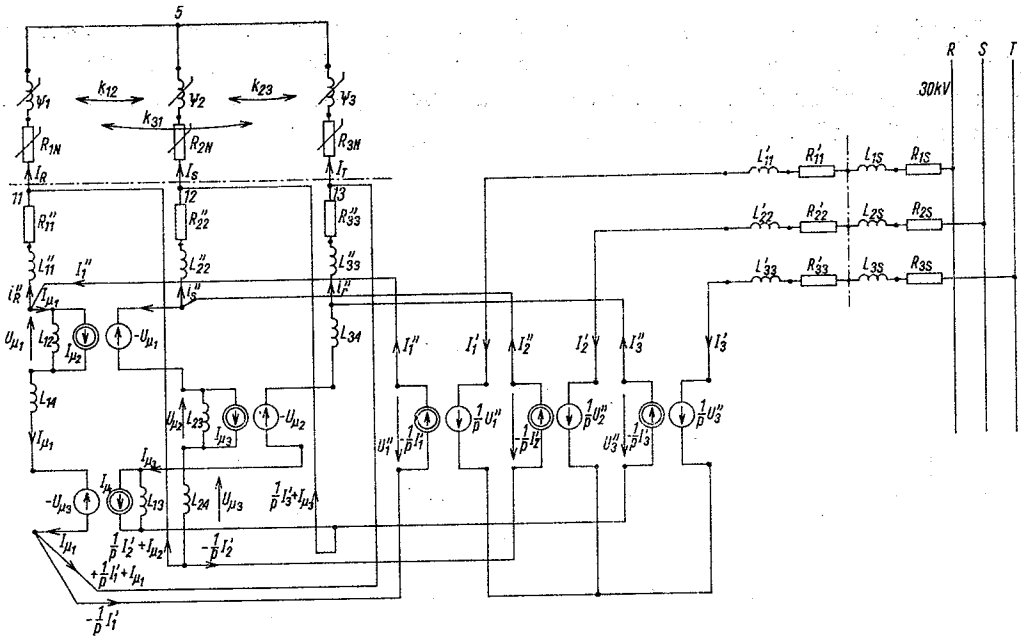


Fig. 5. Replacement diagram of an arc arrangement working in the scheme of connections Δ/Δ of the furnace transformer

$$\begin{aligned}
 & \frac{d\Psi_T(i_T)}{di_T} \frac{di_T}{dt} + u_T(i_T) + R'_{33} \left(i_T - i\mu_1 - \frac{1}{p} i'_1 \right) + \\
 & + L'_{33} \frac{d}{dt} \left(i_T - i\mu_1 - \frac{1}{p} i'_1 \right) + M_{23} \frac{di_s}{dt} + M_{13} \frac{di_R}{dt} + \\
 & - \frac{d\Psi_s(i_s)}{di_s} \frac{di_s}{dt} - u_s(i_s) - L_{34} \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{p} i'_3 - i_T + i\mu_1 + \frac{1}{p} i'_1 \right) + \\
 & + L_{13} \frac{d}{dt} \left(i\mu_1 + \frac{1}{p} i'_3 + i_T - i\mu_1 - \frac{1}{p} i'_1 \right) + \\
 & - M_{32} \frac{di_T}{dt} - M_{12} \frac{di_R}{dt} + U\mu_2 = 0.
 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{d\Psi_s(i_s)}{di_s} \frac{di_s}{dt} + u_s(i_s) + R'_{22} \left(-\frac{1}{p} i'_3 - i\mu_3 + i_s \right) + \\
 & + L'_{22} \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{p} i'_3 - i\mu_3 + i_s \right) + M_{12} \frac{di_R}{dt} + M_{32} \frac{di_T}{dt} + \\
 & - \frac{d\Psi_R(i_R)}{di_R} \frac{di_R}{dt} - u_R(i_R) - L_{23} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{p} i'_3 - i_s - \frac{1}{p} i'_2 \right) + \\
 & + L_{24} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{p} i'_3 + i\mu_3 - i_s - \frac{1}{p} i'_2 \right) - M_{31} \frac{di_T}{dt} - M_{21} \frac{di_s}{dt} + U\mu_1 = 0
 \end{aligned} \quad (30)$$

$$i_R + i_s + i_T = 0. \quad (31)$$

Equations (26)–(31) compose a set of differential equations. Analytical solution of this set is to all intents and purposes impossible, particularly when one wants to obtain instantaneous values of currents and voltages in separate phases. Therefore, it was taken the conception of numerical solution.

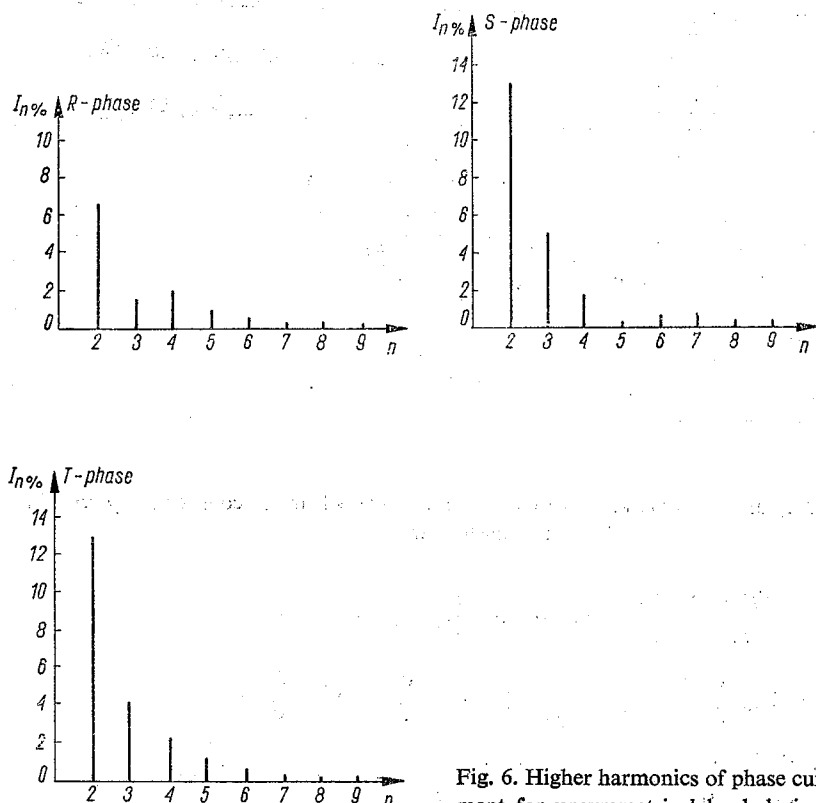


Fig. 6. Higher harmonics of phase currents of arc arrangement for unsymmetrical load during the melting period

An EMC CYBER 73 was applied to the numerical analysis of co-operation of a three-phase UHP arc arrangement with an electric power system, taking into account the non-linear load. To the calculations it was applied an universal software package for nonlinear analysis of electric circuit NAP 2. A block diagram of the program realizing calculation of the current and voltage higher harmonics contents with the voltage distortion factor determined by relation (1) is presented in Fig. 7. In table 1 arc inserted values of the voltage distortion factor determined by relation (1) for separate phases of the arc arrangement.

From among of tens of analysed working conditions of the arc arrangements there are presented in this research work calculation results of higher harmonics current for an unsymmetric load (Fig. 6).

$$u_{R1N} = 8 \cdot 10^{-3} i - 1,1 \cdot 10^{-12} i^3$$

$$\Psi_1 = 2 \cdot 10^{-5} i - 4,6 \cdot 10^{-10} i^2$$

$$u_{R2N} = 8,8 \cdot 10^{-3} i - 1,7 \cdot 10^{-12} i^3$$

$$\Psi_2 = 1,8 \cdot 10^{-5} i - 4 \cdot 10^{-10} i^2$$

(32)

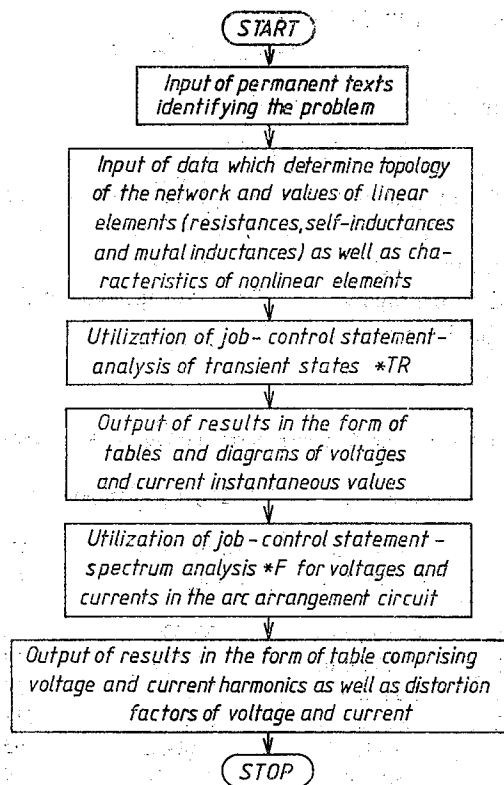


Fig. 7. Block diagram of the program realizing calculations of voltage and current higher harmonics as well as distortion factors of voltage and current.

Table 1
Voltage distortion factors between nodes of the diagram in Fig. 5.

No	R-phase	S-phase	T-phase	Balance 3-ph.
1	21,17	18,89	18,77	$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ $k_{12} = k_{23} = k_{31}$
2	21,62	19,08	18,67	$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ $k_{12} = k_{23} > k_{31}$
3	15,98	14,49	15,16	$\underline{Z}_1: a_1 \neq b_1 \neq k_1 \neq 0 \quad l_1 = 0$ $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 \quad k_{12} = k_{23} > k_{31}$
4	11,76	14,48	10,56	$\underline{Z}_1: a_1 = b_1 = 0 \quad k_1 \neq l_1 \neq 0$ $k_{12} = k_{23} = k_{31} = 0$ $\underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$
5	11,91	13,20	11,85	$\underline{Z}_1: b_1 = l_1 = 0 \quad a_1 \neq k_1 \neq 0$ $\underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3 \quad k_{12} = k_{23} = k_{31} = 0$
6	24,10	23,10	—	$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 \quad \underline{Z}_3 = \infty$

$$u_{R3N} = 8,1 \cdot 10^{-3}i - 1 \cdot 10^{-12}i^3$$

$$\psi_3 = 2,8 \cdot 10^{-5}i - 5 \cdot 10^{-10}i^2$$

by a symmetric extortion at the primary side

$$e_1(t) = 23 \cdot 10^3 \sqrt{2} \sin \omega t \text{ [V]}.$$

The obtained courses of voltages and currents in the receiver are deformed. There are inserted exemplary printouts. Table 2 contains percentage values of the current is higher harmonics in the arc arrangement.

In table 3 are inserted percentage values of the voltage harmonics as well as the voltage distortion factor determined by relation (1).

Table 2

Values of the current I_s higher harmonics in an arc arrangement

Fourier components of transient response I (R2N). DC component = $-7.969E+01$					
Harmonic No	Frequency (Hz)	Fourier Component	Normalized Component	Phase (Deg)	Normalized Phase (Deg)
1	5.000E+01	4.859E+04	1.000000	26.022	0.000
2	1.000E+02	6.379E+03	.131273	-57.325	-83.347
3	1.500E+02	2.341E+03	.048185	-157.348	-183.370
4	2.000E+02	6.050E+02	.012450	111.414	85.392
5	2.500E+02	3.520E+01	.000724	93.008	66.986
6	3.000E+02	8.806E+01	.001812	49.182	23.160
7	3.500E+02	9.431E+01	.001941	-48.197	-74.219
8	4.000E+02	5.059E+01	.001041	-158.484	-184.506
9	4.500E+02	4.848E+01	.000998	76.778	50.756

Total harmonic $\nu_I = 14.042479$ percent

Table 3

Values of the S-phase voltage higher harmonics in an arc arrangement

Fourier components of transient response V (12,5) /see Table 1 p.2. DC component = $4.004E+00$					
Harmonic No	Frequency (HZ)	Fourier Component	Normalized Component	Phase (Deg)	Normalized Phase (Deg)
1	5.000E+01	5.424E+02	1.000000	-61.192	0.000
2	1.000E+02	8.121E+01	.149726	-62.711	-1.518
3	1.500E+02	5.997E+01	.110567	-112.006	-50.814
4	2.000E+02	2.194E+01	.040443	175.768	236.960
5	2.500E+02	3.971E+00	.007320	91.351	152.543
6	3.000E+02	1.478E+00	.002725	166.986	228.178
7	3.500E+02	3.737E+00	.006889	99.939	161.131
8	4.000E+02	2.742E+00	.005056	19.667	80.859
9	4.500E+02	1.416E+00	.002610	-90.127	-28.935

Total harmonic distortion $\nu_u = 19.083874$ percent

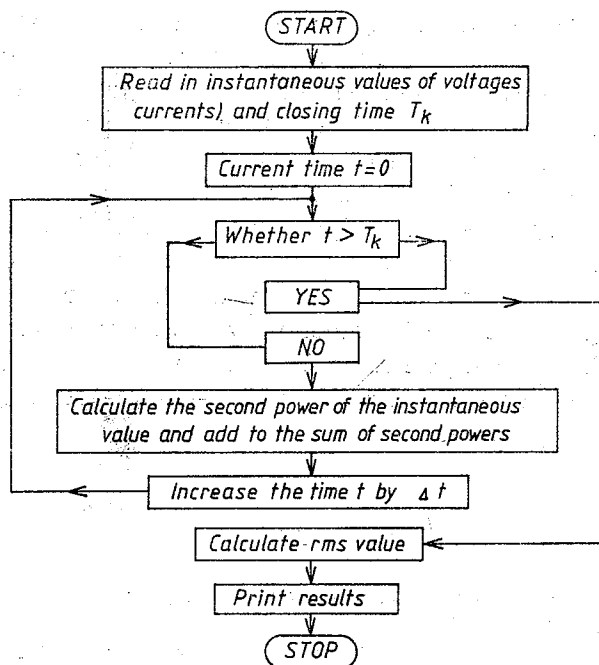


Fig. 8. Block diagram of the program calculating rms values of deformed courses

The program makes calculation of amplitude and phase for particular voltage or current harmonics. The obtained voltage and current harmonics can be written adequately as follows:

$$u = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{U}_n \exp \{jn\omega_1 t\}, \quad (33)$$

$$i = \sqrt{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \underline{I}_n \exp \{jn\omega_1 t\},$$

where $\omega_1 = 2\pi f_1 = 314 \text{ rad/s}$.

In order to calculate rms values and averages of deformed courses there were worked out the algorithm and program in language FORTRAN IV called WBR realizing these calculations. The block diagram of the program WBR is shown in Fig. 8. The worked out program makes it possible to represent symmetric and asymmetric operation of the arc arrangement at different short-circuit powers in the system represented in numeric calculations by elements R_s and L_s . It can be concluded from a numerical analysis of a melting period that extremal value of higher harmonics is observed for an unsymmetrical and nonlinear load and during a break in one of the phase.

4. CONCLUSIONS

In this paper it was carried out the circuital representation of co-operation of a three-phase UHP arc arrangement with an electric power system, taking into account non-linearity of the arc as well as the windings vector group of a furnace transformer.

The presented model of an arc arrangement was designed on the ground of parameters resulting from a voltage-current characteristic of the arc, appreciating that this characteristic constitutes the most important relation which characterizes electrical properties of the arc. Circuitual parameters of the furnace transformer have been calculated on the ground of rating of this transformer. There was carried out a numerical analysis necessary for determination of the current higher harmonics generated by the arc furnace during the melting period of a charge. The Knowledge of these harmonics values makes it possible to examine distribution there of in the system as well as determination of load of particular elements in the system by currents of higher harmonics. This is of particular importance with regard to arrangements and devices supple to overloads by these currents. The derived and elaborated model makes it possible to determine mutual interaction of arc arrangements and electric power system working in parallel — for separate stages of the technological process in steel production.

REFERENCES

1. J. Białek: *Heating power symmetrization method based on asymmetry factors*. Doctoral thesis. Politechnika Warszawska 1980 (in Polish)
2. S. Bolkowski, W. Brociek: *Deformation of voltages in three-phase networks comprising UHP nonlinear receivers*. Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej, 1982/71 (in Polish)
3. S. Bolkowski: *Theoretical electrotechnical engineering*. Warsaw: WNT 1983 (in Polish)
4. W. Brociek: *Reaction analysis of an UHP nonlinear receiver on operation of an electric power system*. Doctoral Thesis, Politechnika Warszawska, 1979 (in Polish)
5. E. Jezierski: *Transformers*. Warsaw: WNT, 1975 (in Polish)
6. Sz. Kujszczyk: *Modern calculation methods of distributive electric power networks*. Warsaw: WNT, 1984 (in Polish)
7. A. Magdziarz and other authors: *Protections properties estimation of block generator — transformer and generator-transformer-line, particularly taking into account transients of input quantities*. Politechnika Warszawska Institute of Electric Power Engineering, Warsaw, 1978 (in Polish)
8. A. Wąsowski: *Interactions of utilized in parallel arc furnaces and an electric power system*. Qualifying as assistant professor thesis, Radom 1975 (in Polish)

W. BROCIK

OBWODOWE ODWZOROWANIE WSPÓŁPRACY TRÓJFAZOWEGO URZĄDZENIA ŁUKOWEGO UHP Z SYSTEMEM ELEKTROENERGETYCZNYM

Streszczenie

W artykule przedstawiono model obwodowy trójfazowego urządzenia łukowego Ultra High Power (UHP) z uwzględnieniem nieliniowości łuku w poszczególnych fazach oraz grupy połączeń uzwojeń transformatora piecowego. Model ten opracowano na podstawie parametrów wynikających z charakterystyki napięciowo-prądowej łuku. Za pomocą programu analizy nieliniowej NAP 2 odwzorowano współpracę urządzenia łukowego z systemem elektroenergetycznym. Obliczono wartość harmoniczných prądu i napięcia, oraz współczynniki odkształcenia napięcia w poszczególnych fazach urządzenia łukowego. Opracowany model obwodowy pozwala na określenie wzajemnego oddziaływania równolegle pracujących urządzeń łukowych i systemu elektroenergetycznego.

W. BROCIK

REPRODUCTION CIRCULAIRE DE INTERACTION D'UN DISPOSITIF À ARC
ELECTRIQUE TRIPHASÉ UHP ET DU SYSTÈME ÉLECTROÉNERGÉTIQUE

Résumé

L'article présente le modèle circulaire d'un dispositif triphasé à arc électrique Ultra High Power, dans lequel on prend en considération la non-linéarité de l'arc dans les différentes phases ainsi que les groupes de couplage des enroulements du transformateur de four. Ce modèle a été élaboré à partir des paramètres résultant de la caractéristique courant-tension de l'arc électrique. Le programme d'analyse non-linéaire NAP2 a permis de présenter l'interaction du dispositif à arc électrique et du système électroénergétique. Dans l'article on a calculé les composantes harmoniques du courant et de la tension ainsi que les taux de déformation dans les différentes phases. Le modèle permet de définir l'interaction des dispositifs à arc électrique et du système électroénergétique travaillant en parallèle.

W. BROCIK

NUMERISCHE ANALYSE DER ZUSAMMENARBEIT EINES DREIPHASIGEN
UHP-LICHTBOGENOFENS MIT EINEM ELEKTROENERGETISCHEN SYSTEM

Zusammenfassung

Das im Aufsatz dargestellte Modell einer dreiphasigen UHP-Lichtbogenanlage (Ultra high power) wird auf Grund der Stromspannungs-Kennlinie des Bogens gebaut. Die Ersatzschaltung der Drehstrom bogenanlage wurde mit Hilfe des Rechners CYBER 73 erarbeitet. Für die Berechnungen wurde das universale NAP-Programmpaket für die Analyse elektrischer Schaltungen angewandt. Die numerische Analyse der Ersatzschaltung gestattet die Gewinnung der Strom- und Spannungsverläufe in den einzelnen Phasen des Bogenofens. Das Modell ermöglicht auch, die Wechselwirkung des elektroenergetischen Systems und der parallel arbeitenden Bogenöfen mit verschiedenen Kapazitäten zu bestimmen.

В. БРОЦЕК

ЦЕПНАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОЙ ДУГОВОЙ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Резюме

Представлена цепная модель трехфазной дуговой сталеплавильной печи (ДСП) с учетом печного трансформатора и нелинейной нагрузки в отдельных фазах дуги. В основе рассуждений приняты динамические вольтамперные характеристики (ВАХ) дуги. Эти характеристики неоднозначны. В случае синусоидального напряжения и тока в любой фазе, ВАХ имеет вид эллипса — она воспроизведена эквивалентной последовательной схемой. Когда напряжение и ток в любой фазе искажены, ВАХ отличается от эллипса — она воспроизведена нелинейной схемой $R_N - \psi$. Представлена методика расчетов при цепном воспроизведении неоднозначных характеристик. Таким образом получается цепная модель трехфазной ДСП с различными нелинейными нагрузками в отдельных фазах. При помощи языка моделирования „NAP 2M” отображается работа ДСП с электроэнергетической системой.

621.33:621.316.992

A method of calculating non-equipotential earthing systems of D.C. traction sub-stations

JÓZEF GĘBALA (Częstochowa)

Instytut Elektroenergetyki, Politechnika Częstochowska

SŁAWOMIR LATA CZ (Częstochowa)

Ośrodek Informatyki, Politechnika Częstochowska

Otrzymano 1985.12.28

The paper presents a method of calculating extensive earthing systems in traction sub-stations. The electrical properties of earth electrode elements are described by means of per unit and wave parameters. The method includes a mathematical model for calculating potential and current distributions in earthing systems, a mathematical model of calculating the distribution of resistances to earth of complete earthing systems, a mathematical model for calculating relative potentials at arbitrary points on the ground surface and a block algorithm for calculation of the latter systems. Basing on the presented algorithm, calculations of an existing earthing system of a power substation is made, taking into account the geoelectrical characteristics of the soil in which that system is laid. The calculation results of the system are compared with the results of measurements and a statistical estimation is made. Advantages of applying the presented method to the calculation of extensive earthing system in D.C. traction sub-stations are discussed and compared with those of the existing modified method of supplementary potentials and the simulation method.

1. INTRODUCTION

Protective, lightning, working and auxiliary earthings are used in traction substations. Technical and economic considerations require that in majority of cases for various kinds of the substation's earthing a common grid earth electrode systems should be built from steel elements connected metallicly.

In this situation a correct operation of the substation and the safety of the service personnel are connected with the electrical parameters of the earth electrode system which are determined by means of site measurements or calculations.

The technical method of week current is universally applied in the measurements of earth electrode systems. However, the tests of the constructed earth electrodes in traction substations [1, 2] have shown in some cases considerable discrepancies between the results

obtained from measurements and calculations. Analysis of causes of the discrepancies allows to state that the longitudinal and transverse unit-length parameters of the earth electrode elements are the main source of such discrepancies.

In [3] is presented a method of calculating the electrical parameters of equipotential earth electrode systems based on a new idea of obtaining information about the geoelectrical structure of real ground and direct utilization of this information in the calculation process. This method, which is expected to yield good results and significantly contribute to the development of the field, has been elaborated under the assumption that extensive earth electrode system can be considered as a whole, without taking into account the distributed electrical parameters of its elements.

In this situation, the hitherto used methods of calculating the earth electrodes of traction substations do not allow to make an objective assessment of their operating conditions, and any attempts at experimental determination of the electrical parameters of the extensive earth electrode systems for the expected values of earth fault current and the probable site location of its inflow to the earth electrode would require to perform a great number of tests.

This paper presents a method of calculating non-equipotential earth electrode systems which permits to take into account the influence of the value of earth fault current and site location of the current inflow on the resultant electrical parameters of earth electrodes using the geoelectrical characteristics of real ground.

2. MATHEMATICAL MODEL OF CALCULATING DISTRIBUTION POTENTIAL AND CURRENT IN EARTH ELECTRODE SYSTEM

A model of a homogeneous element of the earth electrode system is represented in Fig. 1 as a segment earth-return circuit in the form of four-terminal networks Π connected

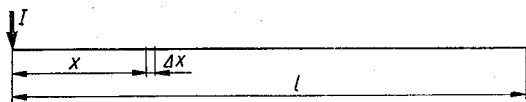


Fig. 1. Model of the system's element energized by current

in a chain. In order to determine the relationships between potential and current in an arbitrary place of the system's element an elementary section of the length Δx , represented schematically in Fig. 2, is cut out. On the basis of Fig. 2, differential equations with the x

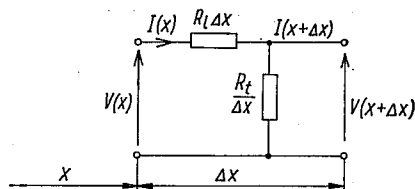


Fig. 2. Elementary section of the system's element at distance x from the origin element; R_l = longitudinal unit-length resistance in the system's element, R_t = transverse unit-length resistance in the system's element

counted from the origin of the system's element are formulated in the form

$$-\frac{dI(x)}{dx} = \frac{1}{R_c} V(x) \quad (1a)$$

$$-\frac{dV(x)}{dx} = R_l I(x) \quad (1b)$$

In traction sub station earth electrode systems, elements containing steel tapes are connected metallically in the form of DC meshes in the system as in Fig. 3. It is assumed

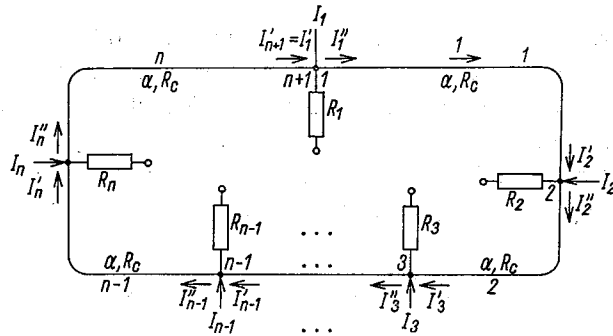


Fig. 3. Model of homogeneous system mesh energized by direct currents. α is the attenuation constant in 1, 2, ..., n of the system's mesh element; R_c is the characteristics resistance in 1, 2, ..., n of this mesh element; R_l is the resistance to earth of vertical element concentrated in 1, 2, ..., n node of the system's mesh

that transverse currents in the form $I_1, I_2, \dots, I_n$ are known or determined with adjacent meshes by the mesh current method [4] for each mesh. For each system's mesh, a principle was adopted in secondary representation to treat one of the nodes with a transverse current as the reference node. This will enable one to formulate Kirchhoff's equations for particular nodes in the form

$$\begin{aligned} -I'_{n+1} + I''_{n-1} &= -V_{1,2}(x_1)/R_1 + I_1 & n+1,1 \\ V_{n,n+1}(x_{n+1}) &= V_{1,2}(x_1) \\ -I'_2 + I''_2 &= -V_{2,3}(x_2)/R_2 + I_2 & 2 \\ V_{1,2}(x_2) &= V_{2,3}(x_2) \\ -I'_3 + I''_3 &= -V_{3,4}(x_3)/R_3 + I_3 & 3 \\ V_{2,3}(x_3) &= V_{3,4}(x_3) \\ &\vdots \\ -I'_{n-1} + I''_{n-1} &= -V_{n-1,n}(x_{n-1})/R_{n-1} + I_{n-1} & n-1 \\ V_{n-2,n-1}(x_{n-1}) &= V_{n-1,n}(x_{n-1}) \\ -I'_n + I''_n &= -V_{n,n+1}(x_n)/R_n + I_n & n \\ V_{n-1,n}(x_n) &= V_{n,n+1}(x_n) \end{aligned} \quad (2)$$

in which $V_{1,2}(x_1), V_{2,3}(x_2), \dots, V_{n,n+1}(x_{n+1})$ are the element potentials 1,2; 2,3; ..., $n, n+1$ of the system's mesh in node 1, 2, ..., $n+1$ of this mesh at distances $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$

from reference node $x_1 = 0$; $R_1, R_2, \dots, R_n$ are resistances to earth of vertical elements concentrated in node $1, 2, \dots, n$ of this mesh.

For the calculation of the resistance to earth of vertical earth electrode elements, the following formulae of Wołkowiński's [5]

$$R = \frac{\rho_s}{2\pi l} \left[n \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{4t+3l}{4t+l}} \right] \quad \Omega \text{ or Ollendorff [6]} \quad (3)$$

$$R = \frac{\rho_s}{2\pi} \left[n \left(\frac{l}{r} \right) + \frac{1}{4t} \right] \quad \Omega \quad (4)$$

are used effectively. In formulae (3) and (4), ρ_s is the substitute resistivity of the ground (Ωm); l is the length of vertical element (m); t is the location depth of vertical element under the ground surface (m); r is the radius of vertical element (m); d is the diameter of vertical element (m).

The differences between formulae (3) and (4) result from a different way of dimensioning (Figs. 4 and 5) the vertical element located under the ground surface.

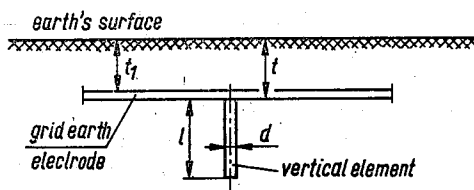


Fig. 4. Vertical element of earth electrode system located under earth's surface to calculate from Wołkowiński's formula

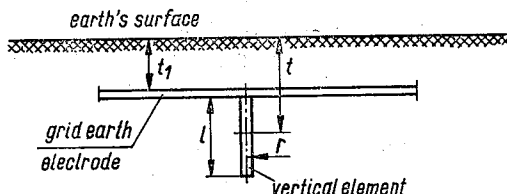


Fig. 5. Vertical element of earth electrode system located under earth's surface to calculate from Ollendorff's formula

In order to determine integration constants for particular elements of the system's mesh in Fig. 3, eqs. (1a) and (1b) are expressed after solution in the form

$$I'_i = A_{2i-3} \exp(\alpha x_i) + A_{2i-2} \exp(-\alpha x_i) \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (5a)$$

$$I'_i = A_{2i-1} \exp(\alpha x_i) + A_{2i} \exp(-\alpha x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5b)$$

$$V_{i,i+1}(x_i) = R_{ci} [-A_{2i-1} \exp(\alpha x_i) + A_{2i} \exp(-\alpha x_i)] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5c)$$

$$V_{i-1,i}(x_i) = R_{ci-1} [-A_{2i-3} \exp(\alpha x_i) + A_{2i-2} \exp(-\alpha x_i)] \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (5d)$$

On the basis of eqs. (5), the components of transverse current and potential for particular nodes of the system's mesh are expressed in the form

$$\begin{aligned}
& -A_{2n-1} \exp(\alpha x_{n+1}) - A_{2n} \exp(\alpha x_{n+1}) + A_1(1 - R_c/R_1) \exp(\alpha x_1) + \\
& + A_2(1 + R_c/R_1) \exp(-\alpha x_1) = I_1 \quad i = n+1, 1 \\
& -A_{2n-1} \exp(\alpha x_{n+1}) + A_{2n} \exp(-\alpha x_{n+1}) + A_1 \exp(\alpha x_1) - A_2 \exp(-\alpha x_1) = 0 \\
& -A_1 \exp(\alpha x_2) - A_2 \exp(-\alpha x_2) + A_3(1 - R_c/R_2) \exp(\alpha x_2) + \\
& + A_4(1 + R_c/R_2) \exp(-\alpha x_2) = I_2 \quad i = 2 \\
& -A_1 \exp(\alpha x_2) + A_2 \exp(-\alpha x_2) + A_3 \exp(\alpha x_2) - A_4 \exp(-\alpha x_2) = 0 \\
& -A_3 \exp(\alpha x_3) - A_4 \exp(-\alpha x_3) + A_5(1 - R_c/R_3) \exp(\alpha x_3) + \\
& + A_6(1 + R_c/R_3) \exp(-\alpha x_3) = I_3 \quad i = 3 \\
& -A_3 \exp(\alpha x_3) + A_4 \exp(-\alpha x_3) + A_5 \exp(\alpha x_3) - A_6 \exp(-\alpha x_3) = 0 \\
& \vdots \quad \vdots \quad (6) \\
& -A_{2n-5} \exp(\alpha x_{n-1}) - A_{2n-4} \exp(-\alpha x_{n-1}) + A_{2n-3}(1 - R_c/R_{n-1}) \exp(\alpha x_{n-1}) + \\
& + A_{2n-2}(1 + R_c/R_{n-1}) \exp(-\alpha x_{n-1}) = I_{n-1} \\
& -A_{2n-5} \exp(\alpha x_{n-1}) + A_{2n-4} \exp(-\alpha x_{n-1}) + \quad i = n-1 \\
& + A_{2n-3} \exp(\alpha x_{n-1}) - A_{2n-2} \exp(-\alpha x_{n-1}) = 0 \\
& -A_{2n-3} \exp(\alpha x_n) - A_{2n-2} \exp(-\alpha x_n) + A_{2n-1}(1 - R_c/R_n) \exp(\alpha x_n) + \\
& + A_{2n}(1 + R_c/R_n) \exp(-\alpha x_n) = I_n \quad i = n \\
& -A_{2n-3} \exp(\alpha x_n) + A_{2n-2} \exp(-\alpha x_n) + \\
& + A_{2n-1} \exp(\alpha x_n) - A_{2n} \exp(-\alpha x_n) = 0
\end{aligned}$$

In order to automatically create the system's meshes on the basis of secondary representation, eqs. (6) are expressed in the matrix form (7) in which they are denoted as follows: $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ are integration constants for particular elements of the system's mesh; $x_1 = 0, x_2, \dots, x_n, x_{n+1} = l$ (where l is length of the system's mesh) are distances of transverse currents from the reference node; $1, 2, \dots, n, n+1$ are the numbers of the system's mesh nodes.

In order to facilitate the application of numerical methods, matrix eqs. (7) is written in the form

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}, \quad (8)$$

where $\mathbf{A}$ is a square matrix, such that $A_{i,j} \in \mathbf{A}$ if $i, j = 1, 2, \dots, 2n$, whereas $\mathbf{X}$ and $\mathbf{B}$ are single-column matrices, such that $\mathbf{X}^T = (A_1, A_2, \dots, A_{2n})$ and $\mathbf{B}^T = (I_1, I_2, 0, \dots, I_n, 0, 0)$.

Non-zero values of the elements of the $2n \times 2n$ square matrix are expressed in the form

$$\begin{aligned}
A(1, 1) &= (1 - R_c/R_1) \exp(\alpha x_1) \\
A(1, 2) &= (1 + R_c/R_1) \exp(-\alpha x_1) \\
A(1, 2n-1) &= -\exp(\alpha x_{n+1}) \\
A(1, 2n) &= -\exp(-\alpha x_{n+1}) \\
A(2i-2, 2i-3) &= -\exp(\alpha x_i) \\
A(2i-2, 2i-2) &= -\exp(-\alpha x_i) \\
A(2i-2, 2i-1) &= (1 - R_c/R_i) \exp(\alpha x_i) \\
A(2i-2, 2i) &= (1 + R_c/R_i) \exp(-\alpha x_i) \quad i = 2, 3, \dots, n
\end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix}
 (1-R_c/R_1)e^{\alpha x_1} & (1+R_c/R_1)e^{-\alpha x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 -e^{\alpha x_2} & -e^{-\alpha x_2} & (1-R_c/R_2)e^{\alpha x_2} & (1+R_c/R_2)e^{-\alpha x_2} & 0 & 0 & \dots \\
 -e^{\alpha x_2} & -e^{-\alpha x_2} & e^{\alpha x_2} & -e^{-\alpha x_2} & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & -e^{\alpha x_3} & -e^{-\alpha x_3} & (1-R_c/R_3)e^{\alpha x_3} & (1+R_c/R_3)e^{-\alpha x_3} & \dots \\
 0 & 0 & -e^{\alpha x_3} & -e^{-\alpha x_3} & e^{\alpha x_3} & -e^{-\alpha x_3} & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\
 e^{\alpha x_1} & -e^{-\alpha x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots
 \end{bmatrix}$$

$$A(2i-1, 2i-3) = -\exp(\alpha x_i)$$

$$A(2i-1, 2i-2) = \exp(-\alpha x_i)$$

$$A(2i-1, 2i-1) = \exp(\alpha x_i)$$

$$A(2i-1, 2i) = -\exp(-\alpha x_i)$$

$$A(2n, 1) = \exp(\alpha x_1)$$

$$A(2n, 2) = -\exp(-\alpha x_1)$$

$$A(2n, 2n-1) = -\exp(\alpha x_{n+1})$$

$$A(2n, 2n) = \exp(-\alpha x_{n+1})$$

On the basis of the integration constants determined for particular elements of the system's mesh, one can write equations for the calculation of component currents and potential in the nodes of the system's mesh. For this purpose, integration constants A_1 , A_2 , ..., A_{2n} are inserted to eqs. (5) which are presented in the form

$$I'_i = A_{2i-3} \exp(\alpha x_i) + A_{2i-2} \exp(-\alpha x_i) \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (10a)$$

$$I''_i = A_{2i-1} \exp(\alpha x_i) + A_{2i} \exp(-\alpha x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10b)$$

$$\begin{aligned}
 V_i|_{i=1} &= R_c[-A_{2i-1} \exp(\alpha x_i) + A_{2i} \exp(-\alpha x_i)] = \\
 &= V_i|_{i=n+1} = R_c[-A_{2i-3} \exp(\alpha x_i) + A_{2n-2} \exp(-\alpha x_i)] \quad (10c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_i &= R_c[-A_{2i-3} \exp(\alpha x_i) + A_{2i-2} \exp(-\alpha x_i)] = \\
 &= R_c[-A_{2i-1} \exp(\alpha x_i) + A_{2i} \exp(-\alpha x_i)] \quad i = 2, 3, \dots, n. \quad (10d)
 \end{aligned}$$

Using eqs. (10), components of currents in the nodes of the system's mesh are expressed in the form

$$I''_1 = A_1 \exp(\alpha x_1) + A_2 \exp(-\alpha x_1) \quad i = 1$$

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & -e^{\alpha x_{n+1}} & -e^{-\alpha x_{n+1}} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 -e^{-\alpha x_{n-1}} & (1-R_c/R_{n-1})e^{\alpha x_{n-1}} & (1+R_c/R_{n-1})e^{-\alpha x_{n-1}} & 0 & 0 \\
 -e^{-\alpha x_{n-1}} & e^{\alpha x_{n-1}} & -e^{-\alpha x_{n-1}} & 0 & 0 \\
 0 & -e^{\alpha x_n} & -e^{-\alpha x_n} & (1-R_c/R_n)e^{\alpha x_n} & (1+R_c/R_n)e^{-\alpha x_n} \\
 0 & -e^{\alpha x_n} & -e^{-\alpha x_n} & e^{\alpha x_n} & -e^{-\alpha x_n} \\
 0 & 0 & 0 & -e^{\alpha x_{n+1}} & -e^{-\alpha x_{n+1}}
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ \vdots \\ A_{2n-4} \\ A_{2n-3} \\ A_{2n-2} \\ A_{2n-1} \\ A_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ 0 \\ I_3 \\ 0 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ 0 \\ I_n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad [7]$$

$$\begin{aligned}
 I'_2 &= A_1 \exp(\alpha x_2) + A_2 \exp(-\alpha x_2) & i &= 2 \\
 I''_2 &= A_3 \exp(\alpha x_2) + A_4 \exp(-\alpha x_2) \\
 &\vdots & &\vdots \\
 I'_n &= A_{2n-3} \exp(\alpha x_n) + A_{2n-2} \exp(-\alpha x_n) & i &= n \\
 I''_n &= A_{2n-1} \exp(\alpha x_n) + A_{2n} \exp(-\alpha x_n) \\
 I'_{n+1} &= I'_1 = A_{2n-1} \exp(\alpha x_{n+1}) + A_{2n} \exp(-\alpha x_{n+1}) & i &= n+1
 \end{aligned} \quad (11a)$$

and potentials in the nodes

$$\begin{aligned}
 V_1 &= R_c [-A_1 \exp(\alpha x_1) + A_2 \exp(-\alpha x_1)] & i &= 1 \\
 V_2 &= R_c [-A_1 \exp(\alpha x_2) + A_2 \exp(-\alpha x_2)] = R_c [-A_3 \exp(\alpha x_2) + A_4 \exp(-\alpha x_2)] & i &= 2 \\
 &\vdots & &\vdots \\
 V_n &= R_c [-A_{2n-3} \exp(\alpha x_n) + A_{2n-2} \exp(-\alpha x_n)] = \\
 &= R_c [-A_{2n-1} \exp(\alpha x_n) + A_{2n} \exp(-\alpha x_n)] & i &= n \\
 V_{n+1} &= R_c [-A_{2n-1} \exp(\alpha x_{n+1}) + A_{2n} \exp(-\alpha x_{n+1})] & i &= n+1
 \end{aligned} \quad (11b)$$

3. UNIT-LENGTH AND WAVE ELECTRIC PARAMETERS

The electrical properties of the earth electrode element have been determined by means of two unit-length parameters: the longitudinal and transverse unit-length resistances of an element.

All electrical values of currents flowing in elements and in the earth depend on the values and variations of these parameters. The attenuation constant of an element is a solution of Krakowski's transcendental equation [7] in the form

$$\frac{\alpha^2}{\pi\gamma_s} \ln \frac{1.12}{\alpha\sqrt{2rt_1}} = R_l \quad (12)$$

where γ_s is the substitute conductivity of the ground, in S/m; t is the depth of location of an element under the ground surface, in m; r is the radius of an element, in m.

For solution of eqn. (12), the iteration method has been applied and the following dependence obtained

$$\alpha_{n+1}^2 = \frac{R_l}{\frac{1}{\pi\gamma_s} \ln \frac{1.12}{\alpha_n\sqrt{2rt_1}}} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

This permits calculation of α_{n+1} , if α_n is known. Values for α_0 can be freely adopted, e.g. $\alpha_0 = 10^{-3}$ 1/m for the direct current. The sequence $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots$ is convergent and approaches the solution of eqn. (13); thus two or three steps are sufficient to obtain the result with practical accuracy.

The longitudinal unit-length resistance of an element is expressed by the equation

$$R_l = 1/(\gamma S) \quad \Omega/\text{m} \quad (14)$$

where γ is the element conductivity at a temperature of 15°C, expressed in m(Ωmm^2); and S is the cross-section of the element expressed in mm^2 . The unit-length resistance of the element can also be read from tables.

The transverse unit-length resistance of the element is expressed by

$$R_t = \frac{1}{\pi\gamma_s} \ln \frac{1.12}{\alpha\sqrt{2rt_1}} \quad \Omega\text{m} \quad (15)$$

Two wave parameters characterize an element:

(1) the attenuation constant, expressed as

$$\alpha = \sqrt{R_l/R_t} \quad 1/\text{m} \quad (16)$$

and being the real part of the propagation constant;

(2) the characteristic resistance

$$R_c = \sqrt{R_l R_t} \quad \Omega \quad (17)$$

4. MATHEMATICAL MODELS OF CALCULATING ELECTRIC SHOCK HAZARD

Intensity of current leaking from elementary segments of earth electrode system elements may be calculated according to approximate formula

$$I_{el} = \frac{|I_j|(V_{0j} + V_{ej})}{2R_t} \quad j = 1, 2, \dots, m \quad i = 1, 2, \dots, l \quad l = \sum_j N(j) \quad (18)$$

in which V_{0j} is the potential at the origin of the j -th earth electrode system element (V); V_{ej} is the potential at the end of the j -th earth electrode system element (V); $|I_j|$ is the length of the j -th earth electrode system element (m); N_j is the quantity elementary segments of the j -th earth electrode element; m is the quantity in earth electrode system elements.

Intensity of current leaking from vertical elements of the earth electrode system is

$$I_{vi} = \frac{V_i}{R_i} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (19)$$

where V_i is the potential in i -th node of the earth electrode system (V); R_i is the resistance to earth in i -th node of vertical earth electrode system elements (Ω); n is the quantity nodes in the earth electrode system.

On the basis of formulae (18) and (19) the value of resistance to earth in 1, 2, ..., n node of earth electrode system is

$$\begin{aligned} R_e(1) &= \frac{V(1)}{\sum_{i=1}^l I_e(i) + \sum_{i=1}^n I_v(i)} \\ &\vdots \\ R_e(n) &= \frac{V(n)}{\sum_{i=1}^l I_e(i) + \sum_{i=1}^n I_v(i)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Resultant potential of the investigated point on the ground surface was determined as a superposition of potentials generated by currents leaking from all elementary segments of horizontal elements and with all vertical elements.

For this purpose, equivalent concentrated current sources in the ground with substitute resistivity ρ_s are represented in the adopted system of coordinates x, y, z by

$$\begin{aligned} &x_e(1), \dots, x_e(l), x_v(1), \dots, x_v(n) \\ &y_e(1), \dots, y_e(l), y_v(1), \dots, y_v(n) \\ &z_e(1), \dots, z_e(l) = t_e(l), z_v(1), \dots, z_v(n) = t_v(n) \end{aligned} \quad (21)$$

while the values of these sources are given by

$$I_e(1), \dots, I_e(l), I_v(1), \dots, I_v(n) \quad (22)$$

where 1, ..., l are the indices corresponding to the numbers of elementary sources located at the depth $t_e(l)$ under the ground surface; 1, ..., n are the indices corresponding to the numbers of sources located at the depth $t_v(n)$ under the ground surface.

The calculated quantities of resultant potentials at k points on the ground surface are denoted by

$$V_r(1), \dots, V_r(k), \quad (23)$$

while relative potentials on the ground surface by

$$\varphi^*(1), \dots, \varphi^*(k) \quad (24)$$

and the coordinates of points of these potentials by

$$\begin{aligned} &x_0(1), \dots, x_0(k), \\ &y_0(1), \dots, y_0(k), \end{aligned} \quad (25)$$

where 1, ..., k are the indices corresponding to the successive points on the ground surface in which resultant potentials and relative potentials are calculated.

Distances between equivalent sources in the ground and point 1 on its surface are calculated from formulae

$$\begin{aligned} r_e(1) &= \{[x_e(1) - x_0(1)]^2 + [y_e(1) - y_0(1)]^2 + [t_e(1)]^2\}^{1/2} \\ &\vdots \\ r_e(l) &= \{[x_e(l) - x_0(1)]^2 + [y_e(l) - y_0(1)]^2 + [t_e(l)]^2\}^{1/2} \\ r_v(1) &= \{[x_v(1) - x_0(1)]^2 + [y_v(1) - y_0(1)]^2 + [t_v(1)]^2\}^{1/2} \\ &\vdots \\ r_v(n) &= \{[x_v(n) - x_0(1)]^2 + [y_v(n) - y_0(1)]^2 + [t_v(n)]^2\}^{1/2} \end{aligned} \quad (26)$$

Potentials at point 1 on the ground surface are determined from the successive sources respectively

$$\begin{aligned} V_e(1) &= \varrho_s \frac{I_e(1)}{4\pi r_e(1)} \\ &\vdots \\ V_e(l) &= \varrho_s \frac{I_e(l)}{4\pi r_e(l)} \\ V_v(1) &= \varrho_s \frac{I_v(1)}{4\pi r_v(1)} \\ &\vdots \\ V_v(n) &= \varrho_s \frac{I_v(n)}{4\pi r_v(n)}. \end{aligned} \quad (27)$$

The expression of the resultant potential at point 1 on the ground surface has the form

$$V_r(1) = \sum_{i=1}^l V_e(i) + \sum_{i=1}^n V_v(i), \quad r = 1. \quad (28)$$

Distances between equivalent sources in the ground and the considered point k on its surface are calculated from formula

$$\begin{aligned} r_e(1) &= \{[x_e(1) - x_0(k)]^2 + [y_e(1) - y_0(k)]^2 + [t_e(1)]^2\}^{1/2} \\ &\vdots \\ r_e(l) &= \{[x_e(l) - x_0(k)]^2 + [y_e(l) - y_0(k)]^2 + [t_e(l)]^2\}^{1/2} \\ r_v(1) &= \{[x_v(1) - x_0(k)]^2 + [y_v(1) - y_0(k)]^2 + [t_v(1)]^2\}^{1/2} \\ &\vdots \\ r_v(n) &= \{[x_v(n) - x_0(k)]^2 + [y_v(n) - y_0(k)]^2 + [t_v(n)]^2\}^{1/2} \end{aligned} \quad (29)$$

Potentials at point k on the ground surface are determined from the successive sources using formulae (27).

The expression of the resultant potential at point k on the ground surface has the form

$$V_r(k) = \sum_{i=1}^l V_e(i) + \sum_{i=1}^n V_v(i). \quad r = k \quad (30)$$

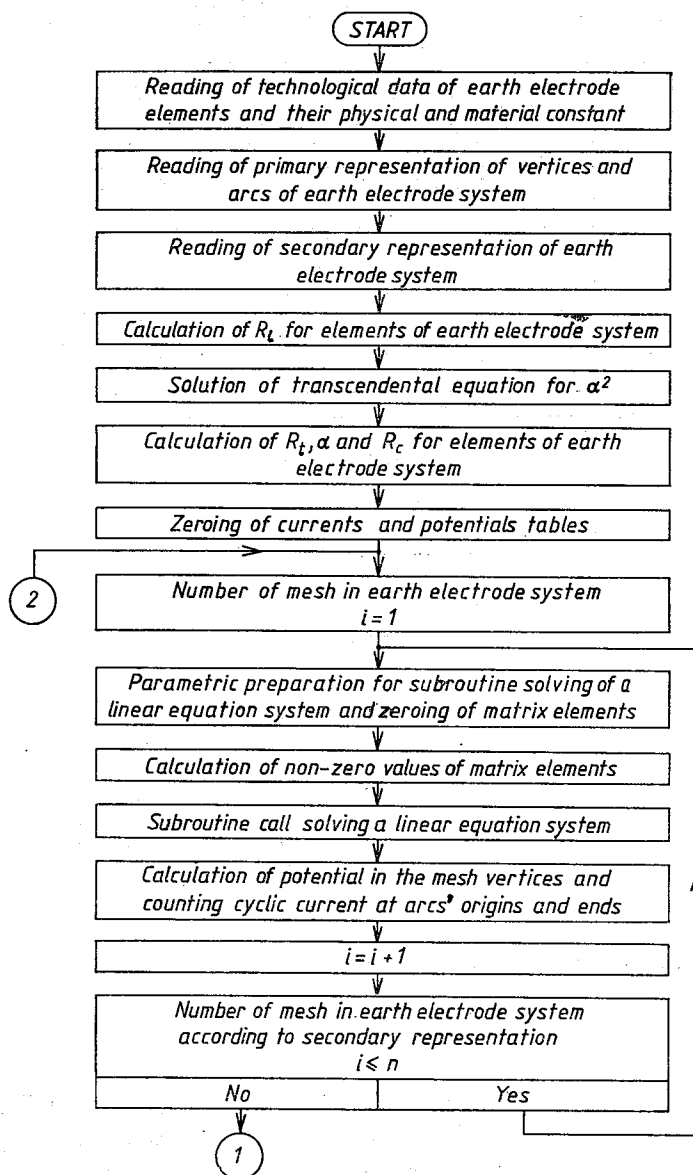
Relative potential on the ground surface at 1, 2, ..., k point is given by

$$\varphi^*(1) = \frac{V_r(1)}{V(1)} \dots \varphi^*(k) = \frac{V_r(k)}{V(1)}, \quad (31)$$

where $V(1)$ is the potential of this node to which grounding current inflows.

5. ALGORITHM FOR SOLUTION OF THE MATHEMATICAL MODELS

In order to solve the mathematical models of earth electrode systems, each of which contains n points of current energization and current outflow, a logical diagram of the



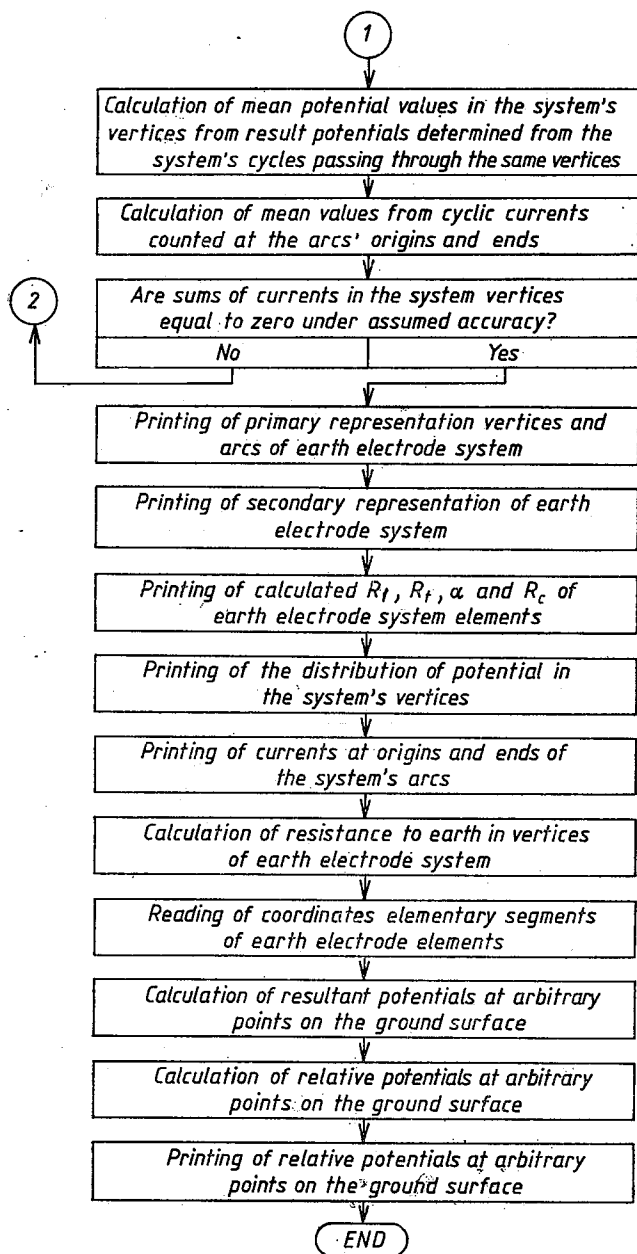


Fig. 6. Logical diagram of the algorithm for calculating earth electrode systems energized by direct currents

algorithm has been constructed. On the basis of the algorithm shown in Fig. 6 a program has been written in FORTRAN for a digital computer. In the system, as in Fig. 7, numerical calculations of the electrical parameters of the earth electrode system have been made.

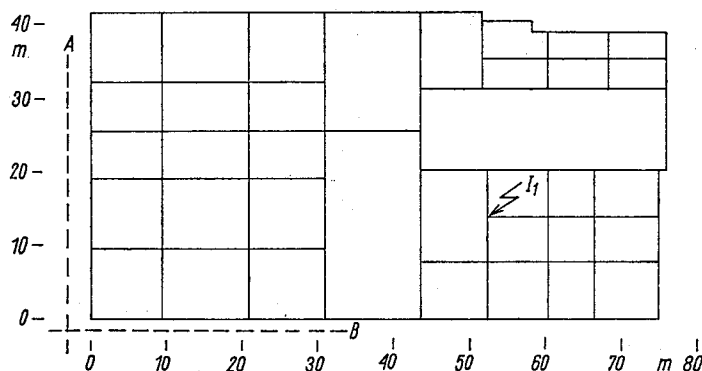


Fig. 7. Earth electrode system of power station. A, B — measurement directions of potential on the ground surface; $I_1 = 13.6$ A — current inflow to the earth electrode

6. INVESTIGATED EARTH ELECTRODE SYSTEM OF THE POWER STATION

The calculations included the earth electrode system of a power station (Fig. 7). The system's configuration [3] was determined on the basis of technical documentation. The earth electrode elements of the station are made from zinc-coated steel tape with equivalent radius of cross-section $r = 0.008$ m, conductivity $\gamma = 7246000$ S/m. The tape is laid in the ground at the depth $t_1 = 0.8$ m. The geoelectrical characteristic of the ground in the investigated station, calculated from the results of the measurements made by means of the modified two-electrode method, is presented in [3, 8]. For the investigated ground, the characteristic of apparent resistivity

$$\varrho_a(r_i) = 4\pi r_i \psi(r_i) \quad \Omega m \quad (32)$$

where r_i is the distance between electrodes (m); $\psi(r_i)$ is the geoelectric characteristic of the ground measured by modified two-electrode method when the measuring electrodes were located at the depth t_1 under the ground surface (Ω).

In order to determine the constant value of substitute ground resistivity ϱ_s , it is necessary to approximate the characteristic $\psi(r_i)$ by a function

$$\psi(r_i) = \frac{a}{r_i} \quad (33)$$

because only then formula (32) will lead to the constant value. On the basis of (32) and (33)

$$\varrho_s = 4\pi a \quad (34)$$

In order to determine parameter a , one can apply approximation resulting from the least square method. Then by minimalizing the function

$$F(a) = \sum_{i=1}^n \left[\psi(r_i) - \frac{a}{r_i} \right]^2 = \min \quad (35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\psi(r_i) - \frac{a}{r_i} \right] \frac{-1}{r_i} = 0 \quad (36)$$

on gets

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\psi(r_i)}{r_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i^2}} \quad (37)$$

Inserting measurement data into formula (37), one determines a which after inserting into formula (34) yields ρ_s .

The graphical-numerical representation of the system in Fig. 7 shown in Fig. 8 and Tables in [8].

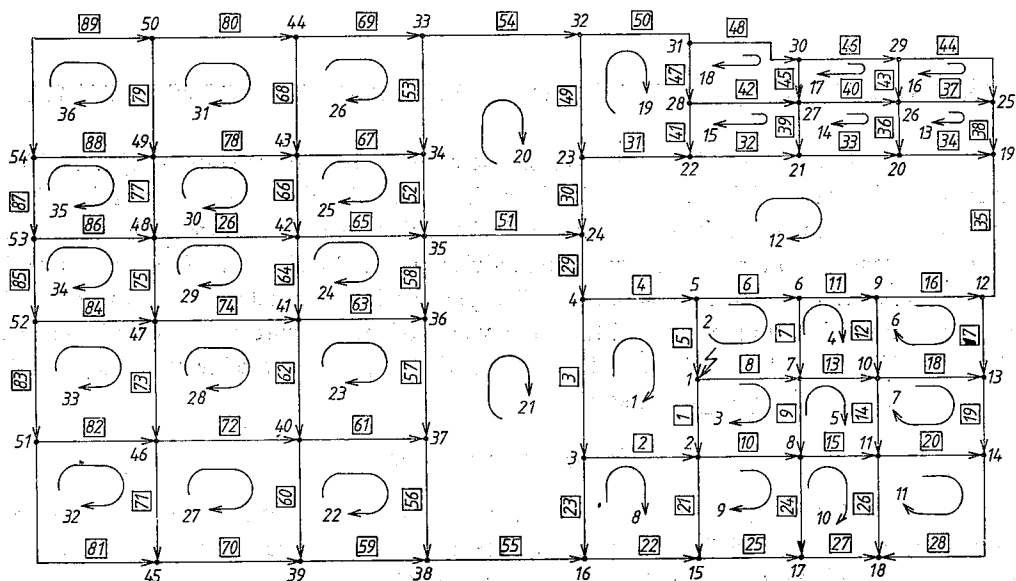


Fig. 8. Graphical and numerical representation of the earth electrode system with Fig. 7. 1, 2, ..., numbers of vertices, [1], [2], ... numbers of arcs

7. ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE INVESTIGATION AND THE CALCULATIONS OF RESISTANCE TO EARTH

The value of the measured (Z_M) earth electrode system's resistance to earth in the investigated station, calculated under the assumption of equipotentiality of the earth electrode (R_S), and calculated by the proposed method (R_G) is shown in Table 1. Relative differences of the measured earth electrode resistance to earth and the calculated

$$\delta R_S = \left| \frac{Z_M - R_S}{Z_M} \right| \cdot 100\% \quad (35)$$

Table 1

Results of measurements and calculation of resistance to earth in the system from Fig. 7

Earthing current measurement in A	Resistance to earth in Ω			Relative difference in %	
	Z_M	R_S	R_G	δR_S	δR_G
13.6	1.51	1.40	1.65	7.28	9.26

$$\delta R_G = \left| \frac{Z_M - R_G}{Z_M} \right| \cdot 100\% \quad (36)$$

allow to state for the considered station that if distributed elements of the earth electrode system energized by DC are considered the differences between the results of analytical and empirical investigations increase. This difference should not be identified, however with the errors of the presented method of calculation, and an analysis of one station does not permit to perform a statistical verification.

8. ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE INVESTIGATION AND CALCULATION OF RELATIVE POTENTIALS ON THE GROUND SURFACE

In order to determine the adequacy of the calculation with respect to relative potentials on the ground surface of the investigated station (Fig. 7), the values of these quantities were considered for different directions determined on the basis of measurements (φ_M^*), calculated under the assumption of equipotentiality of the earth electrode (φ_S^*) and calculated by the proposed method (φ_G^*) (Table 2). As the potentials calculated by each of the mentioned methods and the potentials determined from measurements may include different errors, the further analysis is concerned with quotients of the values of relative, calculated and measured potentials

$$X_S = \frac{\varphi_S^*}{\varphi_M^*} \quad (37)$$

$$X_G = \frac{\varphi_G^*}{\varphi_M^*} \quad (38)$$

In effect, it was found in [3] that the highest discrepancies between the results of the calculations and the results determined from the measurements occur at those points on the ground surface where local differences in configuration of the calculated and measured earth electrode system were observed, as well as in those cases where local characteristics of real ground considerably differed from the resultant characteristic adopted for calculations.

Table

Relative potentials on the ground surface of power station

Results of measurements and calculations of relative potentials

Coordinates of point in m		Direction A			Coordinates of point in m		Direction B		
x	y	φ_M^*	φ_S^*	φ_E^*	x	y	φ_M^*	φ_S^*	φ_E^*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-3	0.0	0.4415	0.5261	0.5792	0.0	-1.5	0.6366	0.5630	0.6276
	0.5	0.4561	0.5356	0.5868	0.5		0.6415	0.5794	0.6394
	1.0	0.4659	0.5452	0.5940	1.0		0.6439	0.5976	0.6497
	1.5	0.4756	0.5548	0.6007	1.5		0.6537	0.6169	0.6585
	2.0	0.4854	0.5642	0.6070	2.0		0.6585	0.6356	0.6664
	2.5	0.4976	0.5731	0.6130	2.5		0.6632	0.6517	0.6535
	3.0	0.5000	0.5813	0.6186	3.0		0.6878	0.6644	0.6801
	3.5	0.5146	0.5888	0.6240	3.5		0.6976	0.6740	0.6864
	4.0	0.5244	0.5956	0.6292	4.0		0.7024	0.6816	0.6926
	4.5	0.5390	0.6017	0.6342	4.5		0.7024	0.6879	0.6987
	5.0	0.5537	0.6074	0.6391	5.0		0.7024	0.6935	0.7048
	5.5	0.5707	0.6126	0.6439	5.5		0.7073	0.6987	0.7108
	6.0	0.5829	0.6176	0.6485	6.0		0.7098	0.7037	0.7169
	6.5	0.6122	0.6223	0.6531	6.5		0.7098	0.7086	0.7231
	7.0	0.6415	0.6268	0.6575	7.0		0.7024	0.7134	0.7293
	7.5	0.6317	0.6312	0.6617	7.5		0.7024	0.7184	0.7355
	8.0	0.6293	0.6355	0.6658	8.0		0.7078	0.7234	0.7416
	8.5	0.6276	0.6396	0.6696	8.5		0.7195	0.7285	0.7474
	9.0	0.6317	0.6437	0.6732	9.0		0.7220	0.7339	0.7526
	9.5	0.6317	0.6476	0.6764	9.5		0.7220	0.7394	0.7570
	10.0	0.6293	0.6513	0.6792	10.0		0.7244	0.7450	0.7603
	10.5	0.6366	0.6547	0.6818	10.5		0.7268	0.7506	0.7627
	11.0	0.6366	0.6579	0.6841	11.0		0.7317	0.7554	0.7645
	11.5	0.6341	0.6606	0.6861	11.5		0.7268	0.7590	0.7661
	12.0	0.6341	0.6630	0.6881	12.0		0.7220	0.7610	0.7677
	12.5	0.6366	0.6649	0.6899	12.5		0.7171	0.7616	0.7693
	13.0	0.6366	0.6666	0.6917	13.0		0.7122	0.7617	0.7711
	13.5	0.6366	0.6681	0.6935	13.5		0.7113	0.7616	0.7730
	14.0	0.6317	0.6694	0.6953	14.0		0.7073	0.7617	0.7751
	14.5	0.6317	0.6707	0.6972	14.5		0.7073	0.7621	0.7774
	15.0	0.6317	0.6720	0.6990	15.0		0.7073	0.7627	0.7799
	15.5	0.6366	0.6733	0.7009	15.5		0.7073	0.7636	0.7826
	16.0	0.6415	0.6747	0.7028	16.0		0.7073	0.7647	0.7854
	16.5	0.6390	0.6761	0.7047	16.5		0.7073	0.7660	0.7885
	17.0	0.6366	0.6775	0.7065	17.0		0.7092	0.7675	0.7917
	17.5	0.6366	0.6790	0.7081	17.5		0.7132	0.7692	0.7952
	18.0	0.6366	0.6805	0.7097	18.0		0.7174	0.7710	0.7988
	18.5	0.6293	0.6821	0.7110	18.5		0.7195	0.7731	0.8026
	19.0	0.6341	0.6836	0.7120	19.0		0.7220	0.7753	0.8065

Table 2. continued.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	19.5	0.6366	0.6851	0.7127	19.5	-1.5	0.7200	0.7778	0.8104
	20.0	0.6415	0.6864	0.7132	20.0		0.7195	0.7805	0.8141
	20.5	0.6439	0.6876	0.7134	20.5		0.7195	0.7835	0.8173
	21.0	0.6345	0.6885	0.7134	21.0		0.7195	0.7867	0.8197
	21.5	0.6415	0.6891	0.7133	21.5		0.7171	0.7902	0.8211
	22.0	0.6415	0.6894	0.7132	22.0		0.7171	0.7935	0.8217
	22.5	0.6415	0.6896	0.7129	22.5		0.7220	0.7964	0.8219
	23.0	0.6415	0.6896	0.7126	23.0		0.7268	0.7983	0.8218
	23.5	0.6415	0.6896	0.7121	23.5		0.7317	0.7988	0.8218
	24.0	0.6415	0.6895	0.7116	24.0		0.7366	0.7983	0.8220
	24.5	0.6366	0.6895	0.7108	24.5		0.7390	0.7973	0.8223
	25.0	0.6366	0.6894	0.7098	25.0		0.7366	0.7963	0.8229
	25.5	0.6366	0.6893	0.7086	25.5		0.7268	0.7955	0.8238
	26.0	0.6300	0.6892	0.7070	26.0		0.7220	0.7950	0.8249
	26.5	0.6561	0.6889	0.7051	26.5		0.7171	0.7947	0.8263
	27.0	0.6610	0.6884	0.7029	27.0		0.7146	0.7948	0.8280
	27.5	0.6561	0.6877	0.7006	27.5		0.7142	0.7951	0.8299
	28.0	0.6512	0.6868	0.6981	28.0		0.7142	0.7956	0.8321
	28.5	0.6512	0.6856	0.6955	28.5		0.7158	0.7965	0.8346
	29.0	0.6488	0.6842	0.6927	29.0		0.7151	0.7976	0.8373
	29.5	0.6439	0.6826	0.6899	29.5		0.7149	0.7990	0.8400
	30.0	0.6439	0.6810	0.6870	30.0		0.7193	0.8006	0.8427
	30.5	0.6439	0.6779	0.6838	30.5		0.7200	0.8027	0.8449
	31.0	0.6512	0.6777	0.6804	31.0		0.7220	0.8050	0.8464
	31.5	0.6537	0.6760	0.6767	31.5		0.7224	0.8076	0.8469
	32.0	0.6512	0.6743	0.6727	32.0		0.7221	0.8101	0.8467
	32.5	0.6463	0.6724	0.6683	32.5		0.7221	0.8121	0.8460
	33.0	0.6488	0.6704	0.6636	33.0		0.7223	0.8130	0.8453
	33.5	0.6220	0.6681	0.6585	33.5		0.7223	0.8123	0.8447
	34.0	0.6024	0.6654	0.6531	34.0		0.7271	0.8105	0.8444
	34.5	0.5878	0.6624	0.6475					
	35.0	0.5732	0.6591	0.6418					
	35.5	0.5707	0.6554	0.6358					
	36.0	0.5683	0.6515	0.6298					

Table 3

Parameters of distribution quotient calculated and measured of relative value potential on the ground surface

Direction	Arithmetic mean		Variance		Mean square deviation	
	$\bar{E}(X_S)$	$\bar{E}(X_G)$	$D^2(X_S)$	$D^2(X_G)$	$\sigma(X_S)$	$\sigma(X_G)$
A	1.0739	1.1099	0.0020635	0.0038002	0.0454	0.0620
B	1.0593	1.0943	0.0034755	0.0037352	0.0590	0.0617

However, these are not all the cases of the above mentioned discrepancies. There exist a lot of random factors whose influence on the results of measurements is impossible to assess. Therefore, in further considerations the methods of mathematical statistics were applied. It was found [3] that the quotients of the values of relative potentials individually calculated and measured for each direction were subject to normal distribution. The parameters of these distributions, calculated by a digital computer, are presented in Table 3. It follows from the table that if calculations of the constant distributed earth electrode elements of an inextensive earth electrode system are considered an increase is observed in relative differences between the values of relative, calculated and experimentally determined potentials with respect to the results of calculations obtained by a method that assumed equipotentiality of the earth electrodes. However, precision of the calculations

Table 4

Potential distribution in the system from Fig. 8

Serial number of vertex i	Potential at the vertex of earth electrode system $V_i(V)$	Serial number of vertex i	Potential at the vertex of earth electrode system $V_i(V)$
1	22.532	28	22.425
2	22.501	29	22.427
3	22.458	30	22.423
4	22.452	31	22.419
5	22.498	32	22.400
6	22.502	33	22.356
7	22.516	34	22.347
8	22.516	35	22.357
9	22.500	36	22.352
10	22.515	37	22.359
11	22.522	38	22.375
12	22.486	39	22.332
13	22.510	40	22.328
14	22.521	41	22.322
15	22.488	42	22.316
16	22.442	43	22.316
17	22.513	44	22.318
18	22.524	45	22.302
19	22.447	46	22.301
20	22.440	47	22.297
21	22.437	48	22.291
22	22.430	49	22.291
23	22.419	50	22.292
24	22.420	51	22.291
25	22.438	52	22.288
26	22.433	53	22.283
27	22.429	54	22.282

Table 5

Current distribution in the system from Fig. 8

Serial number of arc j	Numbers of vertices		Current at the origin of arc l_j $I_j(A)$	Current at the end of arc l_j $I_j(A)$
	at the origin of arc l_j	at the end of arc l_j		
1	2	3	4	5
1	1	2	-5.201	5.094
2	3	2	2.282	-2.443
3	4	3	0.655	-0.878
4	4	5	3.520	-3.681
5	5	1	4.453	-4.570
6	5	6	-0.773	0.630
7	6	7	0.692	-0.808
8	1	7	-3.829	3.686
9	7	8	-1.133	1.026
10	2	8	-0.778	0.635
11	6	9	-1.321	1.214
12	9	10	0.301	-0.417
13	7	10	-1.745	1.638
14	10	11	-0.249	0.142
15	8	11	-0.861	0.754
16	9	12	-1.515	1.363
17	12	13	1.012	-1.128
18	10	13	-0.971	0.819
19	13	14	0.309	-0.416
20	11	14	-0.577	0.425
21	2	15	-1.873	1.730
22	16	15	1.865	-2.025
23	3	16	-1.404	1.261
24	8	17	-0.800	0.657
25	15	17	0.295	-0.438
26	11	18	-0.318	0.175
27	17	18	-0.219	0.111
28	14	18	-0.009	-0.286
29	24	4	4.086	-4.175
30	23	24	1.463	-1.570
31	23	22	-0.418	0.276
32	22	21	0.066	-0.226
33	21	20	0.411	-0.553
34	20	19	0.879	-1.013
35	19	12	2.161	-2.375
36	26	20	0.255	-0.326
37	26	25	0.441	-0.575
38	25	19	1.077	-1.148
39	27	21	0.113	-0.184
40	27	26	0.340	-0.482
41	28	22	0.270	-0.342
42	28	27	0.136	-0.296
43	29	26	0.151	-0.213

Table 5. Continued

1	2	3	4	5
44	29	25	0.306	-0.502
45	30	27	0.094	-0.157
46	30	29	0.315	-0.457
47	31	28	0.317	-0.406
48	31	30	0.222	-0.409
49	32	23	0.867	-1.045
50	32	31	0.397	-0.539
51	35	24	2.294	-2.516
52	34	35	0.618	-0.733
53	33	34	-0.231	0.062
54	33	32	1.041	-1.264
55	38	16	2.903	-3.126
56	37	38	1.182	-1.351
57	36	37	0.244	-0.412
58	35	36	-0.548	0.432
59	39	38	1.375	-1.553
60	40	39	0.358	-0.527
61	40	37	0.592	-0.770
62	41	40	0.146	-0.314
63	41	36	0.499	-0.676
64	42	41	-0.030	-0.086
65	42	35	0.835	-1.013
66	43	42	0.106	-0.221
67	43	34	0.502	-0.680
68	44	43	-0.093	-0.076
69	44	33	0.633	-0.811
70	45	39	0.645	-0.848
71	46	45	0.101	-0.269
72	46	40	0.432	-0.636
73	47	46	0.052	-0.221
74	47	41	0.355	-0.559
75	48	47	0.017	-0.132
76	48	42	0.381	-0.585
77	49	48	0.013	-0.128
78	49	43	0.329	-0.533
79	50	49	-0.083	-0.085
80	50	44	0.337	-0.541
81	51	45	0.039	-0.375
82	51	46	0.145	-0.313
83	52	51	0.015	-0.183
84	52	47	0.108	-0.276
85	53	52	0.008	-0.123
86	53	48	0.101	-0.270
87	54	53	-0.006	-0.109
88	54	49	0.088	-0.257

Table 6

Distribution of resistance to earth of the system from Fig. 8

Serial number of vertex i	R_{ei} Ω	Serial number of vertex i	R_{ei} Ω
1	1.655	28	1.648
2	1.653	29	1.648
3	1.650	30	1.647
4	1.650	31	1.647
5	1.653	32	1.646
6	1.653	33	1.643
7	1.654	34	1.642
8	1.654	35	1.643
9	1.653	36	1.642
10	1.654	37	1.643
11	1.655	38	1.644
12	1.652	39	1.641
13	1.654	40	1.640
14	1.655	41	1.640
15	1.652	42	1.640
16	1.649	43	1.640
17	1.654	44	1.640
18	1.655	45	1.639
19	1.649	46	1.638
20	1.649	47	1.638
21	1.648	48	1.638
22	1.648	49	1.638
23	1.647	50	1.638
24	1.647	51	1.638
25	1.649	52	1.638
26	1.648	53	1.637
27	1.648	54	1.637

is within the range delimited by technical requirements, and the amount of information obtained about the earth electrode systems (Tables 4÷6) surpasses in this respect the method of additional potentials [37] and the simulation methods. [11]. It follows that the method presented in this paper can be applied to inextensive earth electrode systems in traction substation, but first of all it is suitable for the calculation of extensive earth electrode systems in traction substation for which distributed constants of earth electrode elements must be taken into account.

9. CONCLUSIONS

1. The presented method of calculation of the earth electrode of traction substations allows to determine analytically the electrical parameters of earth electrode systems for arbitrary values of earth fault current and for arbitrary localization of the place

of this current's inflow to the earth electrode. The method of obtaining information about the geoelectrical structure of the ground and direct utilization of this information in the calculation of earth electrodes eliminates errors resulting from a subjective interpretation of the real ground characteristic which are made after the application of Wenner's method.

2. The proposed method may be useful in designing and measurement practice and thereby it may contribute to a better utilization of earth installations in traction substations that have extensive earth electrode systems. It eliminates the need for strenuous preventive tests of the substations' earth electrodes.
3. It follows from the results of the calculations that a neglect of the mutual interactions of the earth electrode elements has no influence on the calculation because these interactions are mutually compensated [10].

REFERENCES

1. W. Hoppel: *Ocena adekwatności metody małoprądowej w badaniach układów uziomowych stacji elektroenergetycznych o dużym prądzie zwarcia z ziemią*. Rozprawa doktorska. Politechnika Poznańska 1980
2. K. Wołkowiński: *Wpływ różnych czynników na wyniki pomiarów napięć rażeniowych w stacjach elektroenergetycznych*. Energetyka 1975, nr 4, s. 133—136
3. B. Szatkowska: *Metoda obliczania elektrycznych parametrów układów uziomowych stacji elektroenergetycznych*. Rozprawa doktorska. Politechnika Wrocławska 1980
4. J. Gębala: *A method of iterating flows in industrial earth electrode systems*. International AMSE Conference "Modelling and Simulation". Monastir (Tunisia) 1985, Periodical: Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, Vol. 8, No. 2, 1986, pp. 49—63
5. K. Wołkowiński: *Uziemienia Urządzeń Elektroenergetycznych*. WNT, Wyd. 4, Warsaw 1972
6. F. Ollendorff: *Erdröme*, Birkhäuser. Basel und Stuttgart 1969
7. M. Krakowski: *Obwody Ziennopowrotne*, Warsaw: WNT, 1979
8. J. Gębala: *A method of calculating non-equipotential and non-linear earth electrode systems of power stations*, Rozprawy Elektrotechniczne (submitted for publication in October 1985)
9. B. Szatkowska: *Aproksymacja charakterystyk geoelektrycznych gruntów przy projektowaniu uziomów, VIII międzynarodowe sympozjum uziemień i ochrony przeciwporażeniowej*. Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej 1984, nr 18/61, s. 291—296
10. G. G. Puczkow: *Elektromagnitnoje pole słoznogo zaziemlitielja, VIII międzynarodowe sympozjum uziemień i ochrony przeciwporażeniowej*. Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej 1984, nr 18/61, s. 269—277
11. F. Dawalibi, D. Mubhedkar: *Sur les conditions de simulation des mises à la terre*. RGE, 1974, t. 83, nr 3, p. 170-175

J. GĘBALA, S. LATACZ

METODA OBLICZANIA NIEEKWIPOTENCJALNYCH UZIOMÓW STACJI TRAKCYJNYCH ZASILANYCH PRĄDAMI STAŁYMI

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę obliczania rozległych układów uziomowych stacji trakcyjnych zasilanych w dowolnych miejscach prądami stałymi. W tej metodzie właściwości elektryczne elementów uziom-

mowych opisano za pomocą parametrów jednostkowych i falowych. Metoda ta obejmuje model matematyczny obliczania rozkładów potencjałów i prądów w układach uziomowych, model matematyczny obliczania rozkładów rezystancji uziemienia w całych układach uziomowych, model matematyczny obliczania potencjałów względnych w dowolnych punktach na powierzchni gruntu i schemat blokowy algorytmu obliczania tych układów. Na podstawie przedstawionego algorytmu wykonano obliczenia istniejącego układu uziomowego stacji elektroenergetycznej z uwzględnieniem charakterystyki geoelektrycznej gruntu rzeczywistego, w którym ten układ jest ułożony. Wyniki obliczeń układu uziomowego porównano z wynikami jego pomiarów i wykonano ocenę statystyczną tych wyników. Omówiono korzyści wynikające z zastosowania przedstawionej metody do obliczania rozległych układów uziomowych stacji trakcyjnych w porównaniu z istniejącymi modyfikacjami metody potencjałów dodatkowych i metody symulacyjnej.

J. GĘBALA, S. LATA CZ

MÉTHODE DE CALCUL DE NON-EQUIPOTENTIELLES PRISES DE TERRE DES STATIONS DE TRACTION ALIMENTÉES PAR COURANT CONTINU

Résumé

Dans ce travail on a présenté la méthode de calcul d'étendues prises de terre des stations de traction alimentées en lieux quelconques par courant continu. Cette méthode décrit des propriétés électriques des éléments des prises de terre à l'aide des paramètres unitaires et ondulatoires. La méthode renferme un modèle mathématique de calcul des répartitions des potentiels et des courants dans les systèmes de prises de terre, un modèle mathématique de calcul des répartitions des résistances de la mise à la terre dans les systèmes de prise de terre dans leur ensemble, un modèle mathématique de calcul des potentiels relatifs dans les points quelconques de la surface du sol et le schéma-bloc de l'algorithme de calcul de ces systèmes. A la base de l'algorithme présenté on a effectué des calculs du système existant de prise de terre de la station de transport et de distribution de l'énergie électrique, prenant en considération la caractéristique géo-électrique du sol réel dans lequel ce système est installé. On a comparé les résultats des calculs du système de prise de terre aux résultats de ses mesurages et on a fait l'évaluation statistique de ces résultats. On a discuté les profits résultant de l'application du procédé, ci-dessus exposé, du calcul des systèmes étendus des prises de terre des stations de traction en comparaison avec les modifications existantes de la méthode des couples additionnels et de la méthode de simulation.

J. GĘBALA, S. LATA CZ

BERECHNUNGSVERFAHREN FÜR NICHTÄQUIPOTENTIALES ERDEN VON MITTELS GLEICHSTRÖMEN GESPEISTEN LOKOMOTIVBAHNHÖFEN

Zusammenfassung

In der Bearbeitung wurde ein Berechnungsverfahren für ausgedehnte Erdersysteme von Lokomotivbahnhöfen dargestellt, die an willkürlichen Stellen mit Gleichströmen gespeist werden. Bei diesem Verfahren sind die elektrischen Eigenschaften der Erderelemente mit Hilfe von Einheits- und Wellenparametern beschrieben worden. Dieses Verfahren umfaßt: ein mathematisches Modell für die Berechnung der Potentialsysteme, ein mathematisches Modell für die Berechnung von Resistanzverteilungen der Erdung im ganzen Erdersystem, ein mathematisches Modell für die Berechnung der Relativpotentiale an willkürlichen Stellen auf der Grundfläche und ein Blockdiagramm des Berechnungsalgorithmus dieser Systeme. An Hand des dargestellten Algorithmus wurden Berechnungen für das bestehende Erdersystem eines elektroenergetischen Bahnhofs unter Berücksichtigung der geoelektrischen Charakteristik des Realgrundes durchgeführt. Die Vorteile der Anwendung dieses Verfahrens für die Berechnung ausgedehnter Erdersysteme der Lokomotivbahnhöfe wurden hinsichtlich der bestehenden Modifikationen des Verfahrens zusätzlicher Potentiale sowie des Simulationsverfahrens erörtert.

Ю. ГЕМБАЛЯ, С. ЛЯТАЧ

МЕТОД РАСЧЕТА НЕЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЗАЗЕМЛИТЕЛЕЙ
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ СТАЦИЙ ПИТАЕМЫХ ПОСТОЯННЫМИ ТОКАМИ

Р е з ю м е

Изложен метод расчета протяженных заземляющих систем железнодорожных станций, питаемых в произвольных местах постоянными токами. Электрические свойства элементов заземлителя определены посредством единичных и волновых параметров. Этот метод относится также и к математической модели расчета распределения потенциалов и токов в заземляющих системах, математической модели расчета распределения сопротивления растеканию в заземляющих системах в целом, к математической модели расчета относительных потенциалов в произвольных точках на поверхности грунта и к блочной схеме алгоритма расчета этих систем. На основании представленного алгоритма выполнены расчеты существующей заземляющей системы электроэнергетической станции с учетом геоэлектрической характеристики реального грунта, в котором расположена эта система. Результаты расчетов заземляющей системы сравнены с результатами ее измерений. Проведена также статистическая оценка этих результатов. Обсуждены преимущества применения обсуждаемого метода для расчета протяженных заземляющих систем железнодорожных станций по сравнению с существующими модификациями метода добавочных потенциалов и симуляционного метода.

SPIS TREŚCI

E. Wolniewicz-Warska: <i>Pojęcie N-wrotnika w świetle teorii grafów</i>	610
B. Biły: <i>O pewnym problemie sterowania optymalnego dla układów typu 2D</i>	613
W. Marszałek: <i>Modelowanie układów o parametrach rozłożonych za pomocą dwuwymiarowych liniowych równań dyskretnych</i>	640
C. Dreger: <i>Metoda obliczania czasu przejścia w binarnej pętli fazowej</i>	641
J. Gołębiowski: <i>Wykorzystanie funkcji Greena do analizy słabego zjawiska naskórkowości zachodzącego w cienkiej płycie prostokątnej pod wpływem poprzecznego pola o dowolnej niejednorodności</i>	655
M. Kaźmierski: <i>Przyczynek do analizy pola elektromagnetycznego na powierzchni masywnej stali o zmiennej przenikalności magnetycznej</i>	692
P. Staszewski: <i>Numeryczna analiza rozkładu pola magnetycznego w maszynie prądu stałego</i>	695
W. Przyborowski: <i>Elementy teorii elektrodynamicznych drgań dużych maszyn elektrycznych</i>	711
Z. Rutkowski: <i>Model reluktancyjny anizotropowego obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego dla biegu jałowego</i>	729
T. Koter, J. Anuszczyk, Z. Rutkowski: <i>Analiza rozkładu pola w obwodzie magnetycznym silnika indukcyjnego z uwzględnieniem anizotropii blachy elektrotechnicznej</i>	745
J. Płoszyńska, R. Rut: <i>Narastanie temperatury w trapezowych prętach uzwojeń klatkowych wirników silników indukcyjnych przy zmieniającej się skuteczności przejmowania ciepła z prętów przez rdzeń wirnika</i>	775
R. Rut: <i>Wpływ przejmowania ciepła przez rdzeń wirnika na szybkość narastania temperatury silnika indukcyjnego</i>	787
A. Dementko: <i>Modelowanie rozkładu pola elektromagnetycznego w magnetowodach maszyn elektrycznych z uzwojeniem klatkowym</i>	799
A. Opolski: <i>Prąd krytyczny przekształtnika z komutacją zewnętrzną</i>	823
I. Kuzora: <i>Analiza porównawcza metody analogowej z metodą elementów skończonych przy wyznaczaniu stacjonarnego pola temperatury w ziemi niejednorodnej, otaczającej kable energetyczne</i>	835
Z. Kaczmarek: <i>Praca tensometru rezystancyjnego przy obciążeniu impulsowym</i>	845
W. Brociek: <i>Obwodowe odwzorowanie współpracy trójfazowego urządzenia łukowego UHP z systemem elektroenergetycznym</i>	870
J. Gębala, S. Latacz: <i>Metoda obliczania nieekwipotencjalnych uziomów stacji trakcyjnych zasilanych prądami stałymi</i>	894

CONTENTS — TABLE DES MATIÈRES — INHALT

E. Wolniewicz-Warska: <i>Defining N-ports by graphs</i>	595
<i>Notion de N-porte à la lumière de la théorie des graphes</i>	611
<i>Begriff des N-Tores als Graphendefinition</i>	611
B. Biły: <i>On some problems of optical control for 2D system</i>	624
<i>Problème de commande optimale pour les systèmes du type 2D</i>	625
<i>Über einige Probleme der Optimalsteuerung für das 2D System</i>	625

W. Marszałek: <i>On modelling of distributed processes with two-dimensional discrete linear equations</i>	627
<i>Méthode de la modelage des systemes aux parameters repartis par les equations lineaires discrete a deux dimensions</i>	640
<i>Modellierung der Anordnungen verteilter Parameter unter Anwendung von diskreten zweidimensionalen Zustandsgleichungen</i>	640
C. Dreger: <i>Method of calculation of the first transit time in binary PLL</i>	652
<i>Méthode de calcul du temps de la propagation dans une boucle de phase binaire</i>	652
<i>Berechnungsverfahren für die Durchlaufzeit im binären Phasenregelkreis</i>	652
J. Gołębiowski: <i>Green's function applied to weak skin effect within a thin small rectangular plate due to a transversal field of arbitrary heterogeneity</i>	667
<i>Application de la fonction de Green a l'analyse du faible effet de peau se produisant dans une mince plaque rectangulaire sous l'action du champ transversal a hétérogénéité arbitraire</i>	667
<i>Nutzung der Green-Funktion für die Analyse des schwachen, in einer dünnen Rechteckplatte unter dem Einfluss des Querfeldes mit beliebiger Ungleichartigkeit auftretenden Hauteffektes</i>	667
M. Kaźmierski: <i>A contribution to the analysis of the electromagnetic field on the surface of solid iron of variable magnetic permeability</i>	669
<i>Contribution a l'analyse du champ électromagnétique sur la surface de l'acier solide a perméabilité magnétique variable</i>	693
<i>Beitrag zur Analyse eines elektromagnetischen Feldes an der Oberfläche vom massiven Stahl mit variabler Magnetpermeabilität</i>	693
P. Staszewski: <i>Numerical analysis of electromagnetic circuit of DC machines</i>	710
<i>Analyse numérique du circuit électromagnétique d'une machine à courant continue</i>	710
<i>Numerische Analyse des elektromagnetischen Kreises einer Gleichstrommaschine</i>	710
W. Przyborowski: <i>Contribution to the theory of electrodynamic vibration in large electric machine</i>	727
<i>Elements de la théorie des vibrations électrodynamiques dans de grandes machines électriques</i>	727
<i>Theorieelemente elektrodynamischer Schwingungen bei grossen Elektromaschinen</i>	727
Z. Rutkowski: <i>Reluctance model of an anisotropic magnetic circuit of an induction motor no-load state</i>	743
<i>Modèle de reluctance du circuit magnétique anisotrope du moteur a induction marchant à vide</i>	743
<i>Reluktanzmodell für den anisotropen Magnetkreis eines Induktionsmotors während seines Leerlaufes</i>	743
T. Koter, J. Anuszczyk, Z. Rutkowski: <i>Field distribution analysis in the magnetic circuit of an induction motor including the magnetic anisotropy of electrical sheets</i>	772
<i>Analyse de la répartition du champ magnétique dans le noyau du moteur a induction en considération de l'anisotropie de la tôle</i>	772
<i>Analyse der Feldverteilung im magnetischen Kreis eines Induktionsmotors unter Berücksichtigung der Anisotropie des Elektrobleches</i>	772
J. Płoszyńska, R. Rut: <i>Temperature rise in trapezoidal rods of squirrel-cage windings of induction-motor rotors with variable efficiency of heat dissipation from rod to the rotor core</i>	784
<i>Accroissement de la température dans les barres à section trapézoïdale des enroulements a cage d'écureuil des rotors des moteurs a induction lorsque l'efficacité d'interception de la chaleur des barres par le noyau de rotor varie</i>	784
<i>Temperaturanwachsen in Trapezstäben der Käfigwicklungen von Induktionsmotorläufern bei wechselnder Wirksamkeit des Wärmeüberganges von den Stäben in den Läuferkern</i>	784
R. Rut: <i>Effect of the heat adsorption by the rotor core on the temperature rise rate in deep-groove square bars of an induction-motor squirrel-cage winding</i>	797
<i>Influence de l'interception de la chaleur par le noyau du rotor sur la vitesse d'accroissement de la température dans les barres rectangulaires à encoches profondes de l'enroulement a cage d'écureuil des moteurs à induction</i>	798

	<i>Einfluss der Wärmeübernahme durch den Läuferkern auf die Geschwindigkeit des Temperaturanzuwachsens in rechteckigen Tiefnutstäben der Käfigwicklung eines Induktionsmotors</i>	798
A. Demenko:	<i>Modelling of electromagnetic field in squirrel-cage motor with stopped rotor</i>	821
	<i>Modelage de la repartition du champ magnétique d'un moteur asynchrone à gage ayant un rotor calé</i>	822
	<i>Verteilungsmodellierung des elektromagnetischen Feldes eines asynchronen Käfigmotors mit gebremstem Rotor</i>	822
A. Opolski:	<i>Critical current of converter with external commutation</i>	834
	<i>Courant critique du convertisseur a commutation exterieure</i>	834
	<i>Kritischer Strom eines Stromrichters mit Aussenkommutation</i>	834
I. Kuzora:	<i>Comparative analysis of the analogue method with the finite elements method for determining the stationary temperature field in a heterogenous soil surrounding power cables</i>	842
	<i>Analyse comparative de la méthode analogue et de celle des elements finis lors de la determination du champ thermique stationnaire de la terre heterogene entourant des cables energetiques</i>	842
	<i>Vergleichungsanalyse der Analogmethode mittels finiter Elementenmethode zwecks Ermittlung des stationären Temperaturfeldes von Starkstromkabeln im inhomogenen Erdboden</i>	842
Z. Kaczmarek:	<i>Bahaviour of pulsed strain gauge</i>	855
	<i>Travail de l'extensometre à fil resistant sous charge impulsionnelle</i>	855
	<i>Verhalten des Dehmessstreifens bei Impulsdehnungen</i>	855
W. Brociek:	<i>Circuitall representation of cooperation of a three-phase UHP arc arrangement with an electric power system</i>	857
	<i>Reproduction circulaire de interaction d'undispositif à arc électrique triphasé UHP et du systeme électroénergétique</i>	871
	<i>Numerische Analyse der Zusammenarbeit eines dreiphasigen UHP-Lichtbogenofens mit einem elektroenergetischen System</i>	871
J. Gębala, S. Latacz:	<i>A method of calculating non-equipotential earthing systems of DC traction sub-stations</i>	873
	<i>Méthode de calcul de non-equipotentiellles prises de terre des stations de traction alimentees par corant continu</i>	894
	<i>Berechnungsverfahren für nichtäquipotentiale Erden von mittels Gleichströmen gespeisten Lokomotivbahnhöfen</i>	895

СОДЕРЖАНИЕ

Е. Вольневич-Варска:	<i>N-двухполюсник с точки зрения теории графов</i>	611
Б. Билы:	<i>О некоторой проблеме оптимального управления для системы типа 2-Д</i>	625
В. Маршалэк:	<i>Моделирование систем с распределенными параметрами при помощи дискретных двумерных линейных уравнений</i>	640
Ц. Дрегер:	<i>Метод вычисления времени первого достижения в цепи фазовой автоподстройки</i>	653
В. Голэмбовски:	<i>Использование функции Грина для анализа слабого поверхностного явления в тонкой прямоугольной плитке под влиянием поперечного поля любой неоднородности</i>	667
М. Казьмерски:	<i>К вопросу об анализе электромагнитного поля на поверхности массивной стали с нелинейной магнитной проницаемостью</i>	694
П. Сташевски:	<i>Численный анализ электромагнитной цепи электрической машины постоянного тока</i>	710
В. Пшиборовски:	<i>Элементы теории электродинамических колебаний больших электрических машин</i>	728
З. Рутковски:	<i>Релюктанционный модель анизотропной магнитной цепи индукционного двигателя для холостого хода</i>	744
Т. Котэр, Я. Анущик, З. Рутковски:	<i>Анализ распределения поля в магнитном контуре асинхронного двигателя с учетом анизотропии электротехнической стали</i>	772

Я. Плошиньска, Р. Рут: <i>Нарастание температуры в трапецидальных стержнях бел беличьих клеток обмоток роторов асинхронных двигателей при изменяющейся эффективности проникновения тепла от стержней к сердечнику ротора</i>	785
Р. Рут: <i>Влияние проникновения тепла в сердечник ротора на скорость увеличения темпера- туры в глубокопазном прямоугольном стержне обмотки клеточного асинхронного двигателя</i>	798
А. Деменко: <i>Моделирование электромагнитного поля в асинхронном двигателе с затор- моженным ротором типа беличья клетка</i>	822
А. Опольски: <i>Критический ток преобразователя внешней коммутации</i>	834
И. Кузора: <i>Сравнительный анализ аналогового метода с методом конечных элементов при определении стационарного поля температуры в неоднородной почве, окружающей энергетиче- ские кабели</i>	843
З. Качмарэк: <i>Поведение тензорезистора при импульсных нагрузках</i>	856
В. Броцек: <i>Цепная модель трехфазной дуговой сталеплавильной печи</i>	871
Ю. Гембаля, С. Лятач: <i>Метод расчета неэквипотенциальных заземлителей желез- нодорожных стаций питаемых постоянными токами</i>	895

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka i charakter artykułów.* Redakcja przyjmuje do druku prace przeglądowe, komplikacyjne i monograficzne, wchodzące w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, które powinny jednak zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognoście itp. Autorów obowiązuje jak najdalej posunięta zwięzłość.

2. *Wymagania podstawowe.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach, w zasadzie w języku polskim; dopuszczalne są jednak również artykuły w językach: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie tekstu atramentem lub długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyny do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich stronach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjiowania (rozstrzelania), podkreślania i pisanie tekstów dużymi literami, z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjiowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej stronie maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej strony powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zecerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu.

5. *Sposób pisania wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami Polskiego Komitetu Normalizacji, Miar i Jakości (oznaczonymi literą E i numeracją od 01200 do 01245; przydatna może się okazać książka K. Michela, T. Sapińskiego: „Rysunek techniczny elektryczny”), na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenie (w 2 egz.) w językach obcych: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien podać przynajmniej terminy obcojęzyczne niezbędne do wykonania tłumaczenia.

8. *Bibliografia.* Na końcu maszynopisu należy podać w przyjętej przez Autora kolejności (np. chronologicznej, alfabetycznej itp.) wykaz publikacji, na które Autor w tekście się powołuje, lub które uważa za słuszne wymienić z innych powodów. W każdej pozycji wykazu należy podać w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

9. *Informacje dodatkowe.*

— Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

— Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

— Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem Redakcji.

— Redakcja prosi Autorów o podawanie miejsca pracy i adresu prywatnego, a także o powiadamianie o zmianie adresu.

NOTATKI

NOTATKI

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

SPIS TREŚCI DO TOMU XXXIII – 1987

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1988

SPIS TREŚCI DO TOMU XXXIII — 1987

ZESZYT 1

W. Marszałek: Dwuwymiarowe dyskretne modele Roessera dla równania Poissona	3
M. Walaszek: Analiza korelacyjna zniekształceń nieliniarnych przy zastosowaniu gaussowskiego sygnału wejściowego	11
M. Tadeusiewicz: Zagadnienie rozwiązalności nieliniowych obwodów rezystancyjnych	31
H. Gierasimowicz: O przewodności właściwej substancji ziarnistej	49
H. Gierasimowicz: Porównanie elektrycznych właściwości modeli złączy ziaren substancji ziarnistych	55
E. Z. Pawlak: Modele przewodnictwa cienkich polikrystalicznych warstw krzemu	71
R. Pałka: Synteza dwuwymiarowego pola magnetycznego prądów stałych	107
Cz. Królikowski, A. Kamińska-Pranke: Warunki palenia się łuku elektrycznego w jednofazowym obwodzie prądu przemiennego	121
T. J. Sobczyk: Równania stanów nieustalonych w indukcyjnych silnikach klatkowych o symetrycznej budowie	137
T. J. Sobczyk, J. Mikulik: Model matematyczny klatkowego silnika łukowego	151
J. Płoszyńska, R. Rut: Nagrzewanie trapezowych głębokożłobkowych prętów uzwojenia klatkowego silnika indukcyjnego w stanie zwarcia	167
Z. Dmochowski: Projektowanie wysokonapięciowych przekładników prądowych generatorowych za pomocą techniki obliczeniowej	183
R. Borucki, G. Szymański: Rozkład prądu zmiennozwarciego i rozkład potencjału w napowietrznych liniach elektroenergetycznych	209
A. Michalski: Wektor wagi w zagadnieniu pomiaru metodą elektromagnetyczną średniej prędkości wody w kanałach otwartych	219
J. Siuzdak: Metody pomiaru fazy odporne na zakłócenia szumowe.	229
St. Skoczowski: Proste modele obiektów elektrotermicznych dla regulacji temperatury	241
M. Głowacki, M. Pierzchała, J. Stanlik: Wpływ filtru dolnoprzepustowego i skończonej szybkości zmian sygnału wejściowego na warunki powstawania dynamicznych zniekształceń intermodulacyjnych we wzmacniaczach mocy z kompensacją biegunem dominującym	257
J. Purczyński, L. Kaszycki: Wyznaczanie siły lewitacji kuli żyroskopowej w żyrokompasie okrętowym metodą potencjału wektorowego	269

ZESZYT 2

Do Czytelników „Rozpraw Elektrotechnicznych”	
A. Brykański: Zastosowanie metody elementów skończonych do wyznaczania czasu trwania zaburzeń aperiodycznych w trój- i dwuwymiarowych układach o parametrach rozłożonych	297
T. Łuba, B. Zbierzchowski: Modele topologiczne funkcji boolowskich i ich zastosowanie w syntezie złożonych układów kombinacyjnych.	309
A. Czarniak: Częstotliwościowe kryteria zbieżności szeregów Volterry opisujących układy nieliniowe	325
A. S. Jagiełło: Metoda formułowania modeli matematycznych zjawisk elektromagnetycznych związanych z procesem komutacji w maszynach komutatorowych	339

A. Sawicki: Sposób wyprowadzania i właściwości macierzy wykorzystywanych w spektralnej metodzie quasistatycznej analizy wieloprzewodowych linii paskowych	361
M. Brodzki: Pewna interpretacja teorii sieci elektrycznych w teorii wiązek włókniстых . .	375
T. Wysocki, M. Rydel: Metoda obliczania gęstości widmowej mocy sygnałów modulowanych ciągiem danych cyfrowych	401
J. Ociepka: Zastosowanie pseudoprzypadkowych sekwencji binarnych o długości cyklu $2p$ w pomiarach charakterystyk częstotliwościowych	423
A. Kunicki: Wpływ wycięcia małych częstotliwości na rozpoznawalność sygnału kodowego w teletransmisyjnych światłowodowych systemach PCM	435
B. Mędrzecka, M. Walaszek, K. Korcz: Analiza i miara zjawisk nieliniowych zachodzących w odbiornikach radiokomunikacyjnych w obecności zakłóceń	451
J. Halawa, T. Halawa: Badania symulacyjne połączonych systemów elektro-energetycznych układem regulacji wtórnej przy uwzględnieniu redukcji rzędu modelu matematycznego	473
A. K. Gąsiorowski: Straty mocy w przewodzących kształtownikach dowolnie ustawionych względem poprzecznego magnetycznego pola sinusoidalnego	485
J. Skierski: Wpływ zjawisk elektrodynamicznych występujących w stanach przejściowych na trwałość silników indukcyjnych dużej mocy	505
G. Kamiński, A.L. Biczal: Wybrane zagadnienia dynamiki silnika asynchronicznego o ruchu złożonym z twornikiem sferycznym	529
R. Sochocki, Z. Goryca: Metoda ograniczenia drgań magnetoelektrycznego silnika skokowego	547
A. Wolkenberg: Ruchliwość Halla jako element klasyfikacji jakościowej monokryształów krzemu	557

ZESZYT 3—4

E. Wolniewicz-Warska: Pojęcie N-wrotnika w świetle teorii grafów.	595
B. Biły: O pewnym problemie sterowania optymalnego dla układów typu 2D	613
W. Marszałek: Modelowanie układów o parametrach rozłożonych za pomocą dwuwymiarowych liniowych równań dyskretnych	627
C. Dreger: Metoda obliczania czasu przejścia w binarnej pętli fazowej	641
J. Gołębiowski: Wykorzystanie funkcji Greena do analizy słabego zjawiska naskórkowości zachodzącego w cienkiej płycie prostokątnej pod wpływem poprzecznego pola o dowolnej niejednorodności	655
M. Kaźmierski: Przyczynek do analizy pola elektromagnetycznego na powierzchni masywnej stali o zmiennej przenikalności magnetycznej	669
P. Staszewski: Numeryczna analiza rozkładu pola magnetycznego w maszynie prądu stałego	695
W. Przyborowski: Elementy teorii elektrodynamicznych drgań dużych maszyn elektrycznych	711
Z. Rutkowski: Model reluktancyjny anizotropowego obwodu magnetycznego silnika indukcyjnego dla biegu jałowego.	729
T. Koter, J. Anuszczyk, Z. Rutkowski: Analiza rozkładu pola w obwodzie magnetycznym silnika indukcyjnego z uwzględnieniem anizotropii blachy elektrotechnicznej . .	745
J. Płoszyńska, R. Rut: Narastanie temperatury w trapezowych prętach uzwojeń klatkowych wirników silników indukcyjnych przy zmieniającej się skuteczności przejmowania ciepła z prętów przez rdzeń wirnika	775
R. Rut: Wpływ przejmowania ciepła przez rdzeń wirnika na szybkość narastania temperatury silnika indukcyjnego	787
A. Dementko: Modelowanie rozkładu pola elektromagnetycznego w silniku asynchronicznym klatkowym z zahamowanym wirnikiem	790
A. Opolski: Prąd krytyczny przekształtnika z komutacją zewnętrzną	823

J. Kuzora: Analiza porównawcza metody analogowej z metodą elementów skończonych przy wyznaczaniu stacjonarnego pola temperatury w ziemi niejednorodnej, otaczającej kable energetyczne	835
Z. Kaczmarek: Praca tensometru rezystancyjnego przy obciążeniu impulsowym.	845
W. Brociek: Obwodowe odwzorowanie współpracy trójfazowego urządzenia łukowego UHP z systemem elektroenergetycznym	857
J. Gębala, S. Łatacz: Metoda obliczania nieekwipotencjalnych uziomów stacji trakcyjnych zasilanych prądami stałymi	873

CONTENTS — TABLE DES MATIERES — INHALT VOL. XXXIII — 1987

Nr 1

W. Marszałek: Two-dimensional discrete Roesser's models for the Poisson equation	3
Modeles bidimensionnels discrets de Roesser pour l'equation de Poisson	
Zweidimensionale discrete Roesser-Modelle für die Poisson Gleichung.	
M. Walaszek: Correlation analysis of non-linear distortion in the output of devices using wideband Gaussian signal in the output	11
Analyse corrélatrice des distortion non-linéaires dans les circuit appliquant le signal d'entree Gaussien	
Korrelationanalyse der nichtlinearen Verzerrungen bei Anwendung eines Gauss-Eingangssignals	
M. Tadeusiewicz: The solvability of d.c. non-linear networks	31
Problème de la resolution des circuits non-linéaires à resistance	
Problem der Lösbarkeit von nichtlinearen Resistanzschaltungen	
H. Gierasimowicz: On conductivity of granular substances	49
Sur la conductivité des substances granulaires	
Über die spezifische Leitfähigkeit körniger Substanzen	
H. Gierasimowicz: Comparison of electric properties of grain junction models of granular substances	55
Comparaison des propriétés électriques des modèles de jonction des substances granulaires	
Vergleich der elektrischen Eigenschaften von Modellen der Verbindungen bei körnigen Substanzen	
E. Pawlak: Models of conductivity of thin polycrystalline silicon films.	71
Modèles de conductivité des couches minces polycrystallines de silicium	
Leitfähigkeitsmodelle dünner polikrystalliner Siliziumschichten	
R. Pałka: Synthesis of two-dimensional magnetic fields of direct current	107
Synthèse du champ bidimensionnel magnétique du courant continu	
Synthese eines Zweidimensionalen Gleichstrommagnetfeldes	
C. Królikowski, A. Kamińska-Pranke: Conditions of burning in an electric arc in a single phase a.c. circuit	121
Conditions de fonctionnement de l'arc électrique dans le circuit monophasé du courant alternatif	
Brennbedingungen des Lichtbogens in einem einphasigen Wechselstromkreis	
T. J. Sobczyk: Equations of squirrel-cage induction motors with symmetrical design in steady state operation	137
Equations d'états établis dans les moteurs d'induction à cage de construction symétrique	
Gleichungen der stationären Zustände bei Käfigläufer-Induktion-Motoren mit symmetrischen Aufbau.	
T. J. Sobczyk, J. Mikulik: A mathematical model of an arch motor with a squirrel cage as a secondary	151

	Modèle mathématique du moteur à arc avec la cage considérée comme circuit secondaire . . .	
	Mathematisches Modell eines Bogenständer-asynchronmotors mit einem Käfig als Sekundärteil	
J.	Płószczyńska, R. Rut: Heating of short-circuited deep-grooved trapezoid rods of the squirrel-cage coils of an inductance motor	167
	Echauffement des barres trapezoidales aux encoches profondes de l'enroulement a cage d'ecureuil d'un moteur a induction dans l'etat de court-circuit	
	Erwärmung von trapezförmigen tiefgerillten Wicklungsstäben eines induktiven Käfigläufermotors im Kurzschlusszustand	
Z.	Domochowski: Design of high voltage generator current transformers using digital engineering	183
	Methode de projeter les transformateurs de courant à haute tension pour les generateurs à l'aide d'un calculateur numerique	
	Rechnergestützte Projektierung der Generator-Hochspannungs-Stromwandler	
R.	Borucki, G. Szymański: Earth-fault current distribution and potentials in overhead a.c. transmission lines	209
	Répartition des courants et des potentiels dans les installations de mise à la terre des lignes electriques aeriennes pendant les courts-circuits à la terre	
	Strom- und Potentialverteilung im erdesystem von elektroenergetischen Luftnetzen während Erdkurzschlüsse	
A.	Michalski: Application of the weight vector to the problems of electromagnetic measurements of mean flow velocity in open channels	219
	Vecteur de poids le problème de mesure de la vitesse moyenne de l'eau dans les canaux ouverts par méthode electro-aimantée	
	Wertigkeitsvektor im Process der mittleren magnetisch-induktiven Wasserdurchflussmessung in offenen Gerinnen	
J.	Siuzdak: Noise resistant methods of phase measurement	229
	Méthodes de mesure de la phase resistant aux bruits	
	Messmethoden für die rauschbeständigen Phasenstörungen	
S.	Skoczowski: Simple models of electrothermal devices for regulation of temperature	241
	Simples modèles des objets électrothermiques pour régulation de la température	
	Einfache Modelle von Wärmeregelstrecken für die Temperaturregulierung	
M.	Głowacki, M. Pierzchała, J. Stanclik: Influence of low-pass filter and limited-rate input signal changes on rise conditions of dynamic intermodulation distortions in lag-compensated power audio amplifiers	257
	L'influence du filtre passe-bas et de la rapidité finie de croissance du signal d'entrée sur les conditions de formation des distorsions dynamiques d'intermodulation dans l'amplificateur de puissance avec compensation par pole dominant	
	Der Einfluss des Tiefpasses und der Endgeschwindigkeit der Änderungen des Eintrittsignals auf die Entstehungsbedingungen dynamischer Intermodulationsverzerrungen in den Niederfrequenzverstärkern mit dominierenden Pole	
J.	Purczyński, L. Kaszycki: Evaluation of the levitation force exerted on a gyroscope ball in shipborne gyrocompasses using the method of vector potential	269
	Détermination de la force soulevant une sphère du gyrocompas de navire en utilisant la méthode du potentiel	
	Bestimmung der Tragkraft der Gyroskopskugel im Kreiselkompass mittels der Methode des magnetischen Vektorpotentials	

A. Brykałski: An application of the finite element method to determination of the duration of aperiodic perturbations in three and two-dimensional systems with distributed parameters Application de la méthode des éléments finis pour la détermination de la durée des perturbations aperiódiques dans les systèmes tri et bidimensionnels aux paramètres repartis	297
Anwendung der Fe-Methode für die Bestimmung der Dauer der aperiódischen Störungen in drei- und zweidimensionalen Anordnungen mit verteilten Parametern	
T. Łuba, B. Zbierzchowski: Topological notation of Boolean function and its application for complex logical synthesis.	309
Modèles topologiques des fonctions de Boole et leur application à la synthèse des circuits combinatoires complexes	
Topologische Modelle Boolescher Funktionen und deren Anwendung bei der Synthese zusammengesetzter kombinierter Systeme.	
A. Czarniak: Frequency-domain conditions for the convergence of Volterra series describing nonlinear networks	325
Critères de fréquence de convergence des séries de Volterra servant à décrire les systèmes non-linéaires	
Frequenzkriterien für die Volterra-Reihenkonvergenz zur Zweckbeschreibung nichtlinearer Systeme	
A. S. Jagiello: A method of deriving mathematical models of electromagnetic phenomena connected with the process of communication in commutator machines	339
Méthode de formuler des modèles mathématiques des phénomènes électromagnétiques liés au processus de commutation des machines au collecteur	
Formulierungsmethode für mathematische Modelle der mit dem Kommutierungsprozess bei Kommutatormaschinen verbundenen elektromagnetischen Phänomene	
A. Sawicki: On a technique of derivation and the properties of matrices used in the spectral method of quasistatic analysis of multi-conductor strip line structure	361
Mode de déduction de la matrice et ses propriétés mises à profit dans l'analyse quasistatique spectrale des lignes microrubans aux couches diélectriques multiples.	
Ableitungsverfahren sowie Eigenschaften von Matrizen, die bei der Spektralmethode für die Quasistatische Analyse von mehrleitenden Streifenlinien benutzt werden	
M. Brodzki: Some applications of the theory of fiber bundles in the electric network domain Certaines interprétations de la théorie des réseaux électriques dans la théorie des fibrations Manche Anwendungsbeispiele der Faserbündeltheorie auf dem Gebiet der elektrischen Netze	375
T. Wysocki, M. Rydel: A method of evaluating power spectral density of digitally modulated signals	401
Méthode de calcul de la densité spectrale de puissance des signaux modulés par une suite des données numériques	
Berechnungsmethode für die spektrale Leistungsdichte der mit einer Folge von digitalen Daten modulierten Signale	
J. Ociełka: An application of pseudorandom binary sequences of length 2 to transfer function measurement	423
Application des séquences pseudostochastiques binaires pseudoaléatoires de 2 de longueur du cycle aux mesures des réponses de fréquence	
Anwendung pseudozufälliger binärer Impulsfolgen mit 2-Länge bei Messungen der Frequenzcharakteristiken	
A. Kunicki: Low frequency cut off point effect on transmission fidelity in optical fiber PCM communication systems	435
Influence de la coupure des basses fréquences sur la fidélité de la transmission dans les systèmes PCM de télétransmissions à fibres optiques	
B. Mędrzecka, M. Walaszek, K. Korcz: Analysis and the measure of nonlinear effects in radiocommunication receivers in the presence of a spurious signal	451
Analyse et mesure des phénomènes non-linéaires paraissant dans les récepteurs de radiocommunications en présence des perturbations	
Analyse und Ausmaß der nichtlinearen Phänomene in einem Seefunkempfänger bei Störungen	

J. Halawa, T. Halawa: Simulation investigations of electromagnetic systems coupled with a secondary control system regarding order reduction of mathematical model.	473
Essais de simulation des systèmes électroénergétiques liés au système de régulation secondaire prenant en consideration la reduction de l'ordre du modele mathématique.	
A. K. Gąsiorowski: Power losses in conducting elements placed in a transverse magnetic field with respect to their cross-section shapes	485
Pertes de puissance dans les profils conducteurs disposés arbitrairement par rapport au champ magnétique sinusoidal transversal.	
Leitungsverluste in den in einem magnetischen Querfeld willkürlich plazierten stromleitenden Profil	
J. Skierski: The influence of the electromagnetic phenomena occuring in transient states on service lives of big power induction motors	505
Influence des phénomènes électrodynamiques se produisant dans les régimés transitoires sur la durabilité des moteurs d'induction à grande puissance	
Einfluss der in Übergangszuständen auftretenden elektrodynamischen Erscheinungen auf die Laufzeit von Induktionsmotoren mit grosser Leistungsfähigkeit	
G. Kamiński, A.L. Biczek: Some problems in the spherical armature asynchronous motor dynamics of a composite motion	529
Problèmes choisis de la dynamique d'un moteur asynchrone au mouvement composé et induit sphérique	
Gewählte Probleme der Dynamik bei einem Asynchronmotor in einem sphärischen Anker	
R. Sochocki, Z. Goryca: A method of vibration damping of the permanent magnet stepping motors	547
Méthode de limitation des vibrations d'un moteur magnétoélectrique pas à pas.	
Methode für die Beschränkung von Schwingungen eines magnet-elektronischen Hubmotors	
A. Wolkenberg: Hall's mobility as a classificatory criterion in assessment of cristalline silicon	557
Mobilité de Hall comme element de classification qualitative des monocristaux de silicium	
Hallsche Beweglichkeit als Elements der Güteklassifizierung von Siliziummonokristallen	
Nr 3—4	
E. Wolniewicz-Warska: Defining N-ports by graphs.	595
Notion de N-porte à la lumière de la théorie des graphes	
Begriff des N-Tores als Graphendefinition	
B. Biły: On some problems of optical control for a 2D system	613
Problème de commande optimale pour les systèmes du type 2D.	
Über einige Probleme der Optimalsteuerung für das 2D System.	
W. Marszałek: On modelling of distributed processes with two-dimensional discrete linear equations	627
Méthode de la modelage des systèmes aux paramètres repartis par les équations linéaires discrètes à deux dimensions	
Modellierung der Anordnungen verteilter Parameter unter Anwendung von diskreten zweidimensionalen Zustandgleichungen	
C. Dreger: Method of calculation of the first transit time in binary PLL	641
Méthode de calcul du temps de la propagation dans une boucle de phase binaire.	
Berechnungsverfahren für die Durchlaufzeit im binären Phasenregelkreis	
J. Gołębiowski: Green's function applied to weak skin effect within a thin small rectangular plate due to a transversal field of arbitrary heterogeneity	655
Application de la fonction de Green à l'analyse du faible effet de peau se produisant dans une mince plaque rectangulaire sous l'action du champ transversal à hétérogénéité arbitraire	
Nutzung der Green-Funktion für die Analyse des schwachen, in einer dünnen Rechteckplatte unter dem Einfluss des Querfeldes mit beliebiger Ungleichartigkeit auftretenden Hauteffektes	

M. Kaźmierski: A contribution to the analysis of the electromagnetic field on the surface of solid iron of variable magnetic permeability	669
Contribution à analyse du champ électromagnétique sur la surface de l'acier solide à perméabilité magnétique variable	
Beitrag zur Analyse eines elektromagnetischen Feldes an der Oberfläche vom massiven Stahl mit variabler Magnetpermeabilität	
P. Staszewski: Numerical analysis of electromagnetic circuit of DC machines	695
Analyse numérique du circuit électromagnétique d'une machine à courant continu	695
Numerische Analyse des elektromagnetischen Kreises einer Gleichstrommaschine	
W. Przyborski: Contribution to the theory of electrodynamic vibration in large electric machine	711
Elements de la théorie des vibrations électrodynamiques dans de grandes machines électriques	
Theorieelemente elektrodynamischer Schwingungen bei grossen Elektromaschinen.	
Z. Rutkowski: Reluctance model of an anisotropic magnetic circuit of an induction motor no-load state	729
Modèle de reluctance du circuit magnétique anisotrope du moteur à induction marchant à vide	
Reluktanzmodell für den anisotropen Magnetkreis eines Induktionsmotors während seines Leerlaufes	
T. Koter, J. Anuszczyk, Z. Rutkowski: Field distribution analysis in the magnetic circuit of an induction motor including the magnetic anisotropy of electrical sheets.	745
Analyse de la répartition du champ magnétique dans le noyau du moteur à induction en considération de l'anisotropie de la tôle	
Analyse der Feldverteilung im magnetischen Kreis eines Induktionmotors unter Berücksichtigung der Anisotropie des Elektrobleches	
J. Płoszyńska, R. Rut: Temperature rise in trapezoidal rods of squirrel-cage windings of induction-motor rotors with variable efficiency of heat dissipation from rod to the motor core	
Accroissement de la temperature dans les barres à section trapezoidale des enroulements a cage d'ecureuil des moteurs à induction lorsque l'efficacité d'interception de la chaleur des barres par le noyau de rotor varie	
Temperaturanwachsen in Trapezstäben der Käfigwicklungen von Induktionsmotorläufern bei wechselnder Wirksamkeit des Wärmeüberganges von den Stäben in den Läuferkern	
R. Rut: Effect of the heat adsorption by the rotor core on the temperature rise rate in deep-groove square bars of an induction-motor squirrel-cage winding	787
Influence de l'interception de la chaleur par le noyau du rotor sur la vitesse d'accroissement de la température dans les barres rectangulaires à encoches profondes de l'enroulement à cage d'ecureuil des moteurs à induction	
Einfluss der Wärmeübertrage durch den Läuferkern auf die Geschwindigkeit des Temperaturanwachsens in rechteckigen Tiefnutstäben der Käfigwicklung eines Induktionsmotor	
A. Demenko: Modelling of electromagnetic field in squirrel-cage motor with stopped rotor	790
Modelage de la repartition du champ magnétique d'un moteur asynchrone à gage ayant un rotor calé	
Verteilungsmodellierung des elektromagnetischen Feldes eines asynchronen Käfigmotors mit gebremmstem Rotor	
A. Opolski: Critical current of converter with external commutation	823
Courant critique du convertisseur à commutation exterieure	
Kritischer Strom eines Stromrichters mit Aussenkommutation	
I. Kuzora: Comparative analysis of the analogue method with the finite elements method for determining the stationary temperature field in a heterogenous soil surrounding power cables	835
Analyse comparative de la méthode analogue et de celle des elements finis lors de la détermination du champ thermique stationnaire de la terre hetrogene entourant des cables énergétiques	

Vergleichungsanalyse der Analogmethode mittels finiter Elementenmethode zwecks Ermittlung des stationären Temperaturfeldes von Starkstromkabeln im inhomogenen Erdboden	
Z. Kaczmarek: Behaviour of pulsed strain gauge	845
Travail de l'extensometre à fil resistant sous charge impulsionnelle	
Verhalten des Dehmessstreifens bei Impulsdehnungen	
W. Brociek: Circuital representation of cooperation of a three-phase UHP arc arrangement with an electric power system	857
Reproduction circulaire de interaction d'un dispositif à arc électrique triphasé UHP et du système électroénergétique	
Numerische Analyse der Zusammenarbeit eines dreiphasigen UHP-Lichtbogenofens mit einem elektroenergetischen System	
J. Gębala, S. Latacz: A method of calculating non-equipotential earthing systems of DC traction sub-stations	873
Méthode de calcul de non-equipotentielles prises de terre des stations de traction alimentées par courant continu	
Berechnungsverfahren für nichtäquipotentiale Erden von mittels Gleichströmen gespeisten Lokomotivbahnöfen	

СОДЕРЖАНИЕ Т. XXXIII—1987

№ 1

В. Маршалек: Двухмерные дискретные модели Рессера для уравнения Пуассона	3
М. Валяшек: Корреляционный анализ нелинейных искажений в электроакустическом тракте при использовании входного гауссовского сигнала	11
М. Тадеусевич: Разрешимость нелинейных резистивных цепей	31
Х. Герасимович: Об удельной проводимости зернистого вещества	49
Ф. Герасимович: Сравнение электрических свойств моделей соединения зерен зернистых веществ	55
З. Павляк: Модели проводимости тонких поликристаллических пленок кремния	71
Р. Палка: Синтез двухмерного магнитного поля постоянных токов	107
Ч. Круликовски, А. Каминьска-Пранке: Условия горения электрической дуги в однофазной цепи переменного тока	121
Т. Я. Собчик: Уравнения установившихся режимов в симметричных индукционных двигателях с беличьей клеткой	137
Т. Я. Собчик, Е. Микulik: Математическая модель короткозамкнутого дугового двигателя	151
Я. Плошиньска, Р. Рут: Нагревание трапециодальных глубокопазных стержней беличьей клетки ротора асинхронного двигателя в режиме короткого замыкания	167
З. Дмоховски: Проектирование высоковольтных генераторных трансформаторов тока с помощью вычислительной техники	183
Р. Боруцки, Г. Шиманьски: Распределение токов и потенциалов в земной системе электроэнергетических линий во время короткого замыкания	209
А. Михальски: Вектор веса в проблеме измерения средней скорости воды в открытых каналах электромагнитным методом	219
Е. Сюздак: Помехоустойчивые методы измерения разности фаз	229
С. С. Скочовски: Простые модели объектов регулирования температуры и их применимость	241

М. Гловацки, М. Пешчала, Ю. Станцлик: Влияние фильтра нижних частот и окончательной скорости изменений входного сигнала на условия возникновения динамических искажений в усилителе мощности с компенсацией доминирующим полюсом	257
Я. Пурчиньски, Л. Кашички: Определение силы левитации шара жироскопа в корабельном жироскопе методом векторного потенциала	269

№ 2

А. Брыкальски: Применение метода конечных элементов для определения продолжительности аperiodических возмущений в трех- и двухмерных системах с распределенными параметрами	297
Т. Луба, Б. Эбешховски: Топологическое представление булевых функций и его применение в синтезе комбинационных схем	309
А. Черняк: Частотные критерии сходимости ряда Вольтерры описывающего нелинейные схемы	325
А. С. Ягелло: Метод формулирования математических моделей электромагнитных явлений процесса коммутации коллекторных электродвигателей	339
А. Савички: Способ построения и свойства матриц используемых при спектральном квази-статическом анализе многопроводниковых полосковых линий	361
М. Бродзки: Некоторые применение теории расслоений в области электрических цепей	375
Т. Высоцки, М. Рыдель: Метод вычисления спектральной плотности мощности сигналов модулированных последовательностью цифровых данных	401
Я. Оценка: Применение псевдослучайных последовательностей длительности 2 в измерениях передаточной функции	423
А. Кунички: Влияние выреза низких частот на вероятность трансмиссии в телетрансмиссионных световодных системах PCM	435
Б. Менджецка, М. Валяшек, К. Корч: Анализ и показатель нелинейных явлений, выступающих в приемниках при наличии помех.	451
Я. Халява, Т. Халява: Имитационные исследования соединенных электроэнергетических систем с вторичной регулирующей системой с учетом редукции порядка математической модели	473
А. К. Гонсировски: Потери мощности в проводящих профилях произвольно установленных по отношению к поперечному магнитному синусоидально переменному полю	485
П. Сташевски: Численный анализ электромагнитной цепи электрической машины постоянного тока	505
Я. Скерски: Влияние электродинамических явлений возникающих в переходных режимах на срок службы асинхронных электродвигателей большой мощности	529
Г. Каминьски, А. Л. Бичель: Избранные проблемы динамики асинхронного двигателя со сложным движением сферического якоря	547
Р. Сохоцки, З. Горыца: Метод ограничивающего колебаний шагового электродвигателя.	
А. Волькэнберг: Подвижность Холла как элемент качественной классификации монокристаллов кремния	557

№ 3—4

Е. Вольневич-Варска: И-двухполюсник с точки зрения теории графов	595
Б. Билы: О некоторой проблеме оптимального управления для системы типа 2-Д	613
В. Маршалек: Моделирование систем с распределенными параметрами при помощи дискретных двухмерных линейных уравнений	627

Ц. Дрегер: Метод вычисления времени первого достижения в цепи фазовой автоподстройки	641
Е. Голэмбовски: Использование функции Грина для анализа слабого поверхностного явления в тонкой прямоугольной плитке под влиянием поперечного поля любой неоднородности	655
М. Казмерски: К вопросу об анализе электромагнитного поля на поверхности массивной стали с нелинейной магнитной проницаемостью	669
П. Сташевски: Численный анализ электромагнитной цепи электрической машины постоянного тока	695
В. Пшиборовски: Элементы теории электродинамических колебаний больших электрических машин	711
З. Рутковски: Релоктансионная модель анизотропной магнитной цепи индукционного двигателя холостого хода	729
Т. Котэр, Я. Анущик, З. Рутковски: Анализ распределения поля в магнитном контуре асинхронного двигателя с учетом анизотропии электротехнической стали	745
Я. Плошиньска, Р. Рут: Нарастание температуры в трапецидальных стержнях беличьих клеток обмоток роторов асинхронных двигателей при изменяющейся эффективности проникновения тепла от стержней к сердечнику ротора	775
Р. Рут: Влияние проникновения тепла в сердечник ротора на скорость увеличения температуры в глубокопазном прямоугольном стержне обмотки клеточного асинхронного двигателя	
А. Деменко: Моделирование электромагнитного поля в асинхронном двигателе с заторможенным ротором типа беличья клетка	787
А. Опольски: Критический ток преобразователя внешней коммутации	823
И. Кузора: Сравнительный анализ аналогового метода с методом конечных элементов при определении стационарного поля температуры в неоднородной почве, окружающей энергетические кабели	835
З. Качмарэк: Поведение тензорезистора при импульсных нагрузках	845
В. Броцек: Цепная модель трехфазной дуговой сталеплавильной печи	857
Ю. Гембалья, С. Лятчс: Метод расчета неэквипотенциальных заземлителей железнодорожных станций питаемых постоянными токами	873

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

CZASOPISMO

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

Prenumeratę na kraj przyjmują i informacji o cenach udzielają urzędy pocztowe i doręczyciele na wsi oraz Oddziały RSW „Prasa-Książka-Ruch” w miastach.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PKO BP XV Oddział w Warszawie Nr 1658-201045-139-11. Wysyłka za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Terminy przyjmowania prenumerat na kraj i za granicę:

- do dnia 10 listopada na I półrocze roku następnego i na cały rok następny,
- do dnia 1 czerwca na II półrocze roku bieżącego.

Bieżące i archiwalne numery można nabyć lub zamówić we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa.

Subscription orders for all the magazines published in Poland available through the local press distributors or directly through the Foreign Trade Enterprise ARS POLONA, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland.

Our bankers:

BANK HANDLOWY WARSZAWA S.A.

Rozpr. Elektrot. T. 33, z. 3—4, 593—904, Warszawa 1987

Indeks 37483

