

sąsiedztwie na komórkę reprezentującą tło (tzn. o wartości cyfrowej 0) dalsza analiza tego sąsiedztwa nie jest już potrzebna i komórce centralnej nadawana jest wartość $c(X, Y) = 2$, reprezentująca kontur. Taka struktura algorytmu pozwala na skrócenie czasu analizy komputerowej.

Krawędzie wydzielone operatorem $e(X, Y)$ posiadają jednolitą grubość i są pozbawione przerw (rys. 3). Natomiast krawędzie wydzielane metodami gradientowymi [3] posiadają rozmałą grubość i są często poprzerywane co utrudnia ich analizę w następnych etapach przetwarzania.

Lemat 2. Brzeg pojedynczego obiektu jest śledzony w następujący sposób:

- i. śledzenie brzegu pojedynczego obiektu rozpoczyna się w momencie natrafienia przez centrum operatora dziewięciokomórkowego na element konturowy;
- ii. komórka centralna reprezentująca brzeg jest kopiowana na oddzielny obraz z wysłedzoną krawędzią i jest usuwana z obrazu analizowanego;
- iii. badane jest istnienie komórek konturowych w sąsiedztwie ośmioelementowym centrum operatora. Jeżeli nie ma komórek brzegowych w sąsiedztwie ośmiokomórkowym, śledzenie postępuje z (v) ;
- iv. operator dziewięciokomórkowy jest przemieszczany do położenia pierwszego elementu brzegowego znalezioneego w sąsiedztwie ośmiokomórkowym. Współrzędne wszystkich pozostałych komórek brzegowych tego sąsiedztwa są zapamiętywane. Wszystkie komórki konturowe tego sąsiedztwa są kopiowane na obraz z wysłedzoną krawędzią i są usuwane z obrazu badanego. Śledzenie jest kontynuowane z (iii);
- v. operator dziewięciokomórkowy jest przesuwany do kolejnych współrzędnych zapamiętanych w (iv) i śledzenie postępuje z (iii). Śledzenie brzegu pojedynczego obiektu jest zakończone jeśli nie ma już więcej współrzędnych zapamiętanych w (iv).

Dowód.

Przedstawiony powyżej algorytm przemieszcza operator dziewięciokomórkowy wzdłuż brzegów dowolnego pojedynczego obiektu (lub obiektów zachodzących na siebie) i zapisuje ten brzeg na osobny obraz pozbawiony innych obiektów. Analizowane jest sąsiedztwo ośmiokomórkowe każdego elementu reprezentującego krawędź.

Operator dziewięciokomórkowy jest przesuwany w położenie pierwszego elementu brzegowego znalezioneego w sąsiedztwie ośmiokomórkowym elementu centralnego tego operatora znajdującego się w poprzednim położeniu. Współrzędne wszystkich następnych komórek brzegowych napotkanych w tym sąsiedztwie są zapamiętywane. Wszystkie komórki krawędziowe znalezione w tym sąsiedztwie są kopiowane na obraz z wysłedzoną krawędzią i jednocześnie są wymazywane z obrazu pierwotnego. W przypadku gdy w obszarze sąsiedztwa ośmiokomórkowego nie ma żadnych komórek brzegowych, operator jest przesuwany do kolejnych współrzędnych zapamiętanych przy szukaniu następnych elementów konturowych sąsiedztwa ośmiokomórkowego i proces śledzenia postępuje jak na początku śledzenia. Śledzenie jest zakończone gdy nie ma już nowych zapamiętanych komórek brzegowych.

Przedstawiony algorytm śledzenia posiada więc następujące cechy:

- a) użycie sąsiedztwa ośmiokomórkowego zapewnia, że żaden element brzegowy nie zostanie pominięty;

b) usuwanie wszystkich przeanalizowanych komórek brzegowych z pola operatora i zapamiętywanie współrzędnych komórek brzegowych, do których nie następuje bezpośrednie przemieszczenie operatora, nie dopuszcza do zapętlenia procesu śledzenia;

c) ponieważ brzeg obiektu wydzielonego operatorem $e(X, Y)$ nie ma przerw, przesuwanie operatora do pozycji pierwszego elementu brzegowego sąsiedztwa ośmiokomórkowego lub do pozycji komórek zapamiętanych zapewnia ciągłość procesu śledzenia aż do wyczerpania wszystkich komórek krawędziowych, cbdu.

Szczegółowy algorytm śledzenia brzegu obiektu obrazu dwuwartościowego jest przedstawiony na rys. 4. W algorytmie tym czyta się kolejne wartości cyfrowe IM (IE, JE) komórek obrazu IM. Komórki brzegowe tego obrazu mają wartości 2. Po znalezieniu pierwszego napotkanego elementu krawędziowego ustawiane są wstępne wartości parametrów procesu śledzenia.

W algorytmie użyto następujących oznaczeń:

a) II — indeks tablic współrzędnych komórek brzegowych zapamiętywanych podczas śledzenia (tylko pierwszy element krawędziowy sąsiedztwa ośmiokomórkowego nie jest zapamiętywany);

b) IQ — indeks tych samych tablic używany przy ich odczytywaniu, tj. przy skoku do korekcji śledzenia;

c) IP — liczba komórek brzegowych zliczanych w procesie śledzenia. IP służy jako jeden z parametrów globalnych wysłanego obiektu;

d) IA — liczba komórek wnętrza wysłanego obiektu, wyznaczana podczas wypełniania wnętrza wysłanego brzegu.

IA jest także parametrem globalnym obiektu;

e) ID — liczbą komórek brzegu dziury obiektu, wyznaczana podczas wypełniania;

f) ML, MU — minimum i maksimum współrzędnych komórek konturowych wzdłuż osi Ox układu odniesienia obrazu, poszukiwanych podczas śledzenia;

g) NL, NU — minimum i maksimum współrzędnych komórek brzegowych wzdłuż osi Oy badanego obrazu;

h) IO, JO — współrzędne pierwszego elementu konturowego znalezione w centrum operatora dziewięciokomórkowego. Po zakończeniu śledzenia brzegu pojedynczego obiektu rozpoczyna się poszukiwanie pierwszego elementu konturowego następnego obiektu z zapamiętanych współrzędnych IO, JO;

i) I, J — współrzędne komórek sąsiedztwa ośmiokomórkowego;

j) IS, JS — współrzędne centrum operatora dziewięcioelementowego;

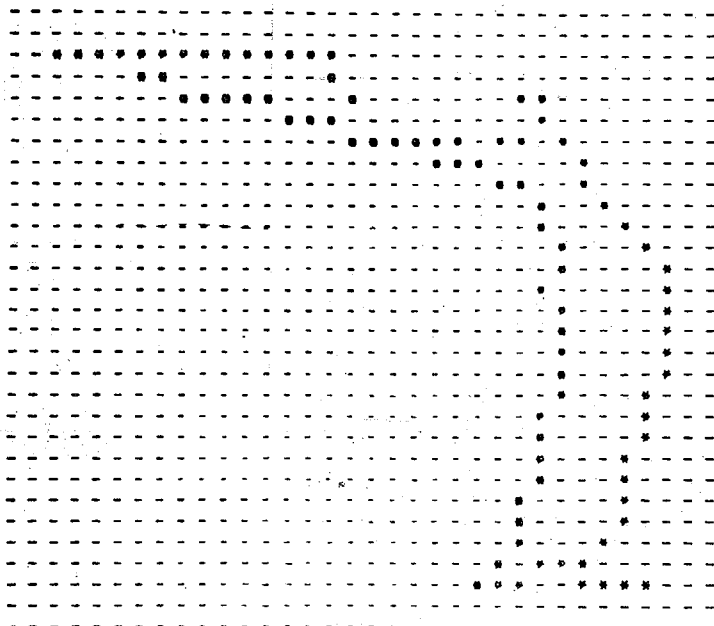
k) IE, JE — współrzędne pierwszego elementu brzegowego znalezione w sąsiedztwie ośmiokomórkowym. Do współrzędnych tych przemieszczany jest operator.

Każdy element sąsiedztwa ośmiokomórkowego jest analizowany przez procedurę CP (rys. 4.c). Analiza ta przebiega jedną z dwóch dróg, w zależności od wartości wskaźników AI. Wartość $AI = \text{TRUE}$ oznacza, że w sąsiedztwie ośmiokomórkowym znaleziony już został element konturowy, natomiast $AI = \text{FALSE}$ oznacza, że bieżący element jest pierwszą komórką brzegową tego sąsiedztwa. Jeżeli $AI = \text{TRUE}$, współrzędne bieżącego elementu konturowego są zapamiętywane w tablicach LI oraz LJ przy zwiększonej o 1 wartości wskaźnika II. Jeżeli $AI = \text{FALSE}$, centrum operatora otrzymuje nowe współrzędne I, J pierwszego elementu konturowego, a AI otrzymuje wartość TRUE.

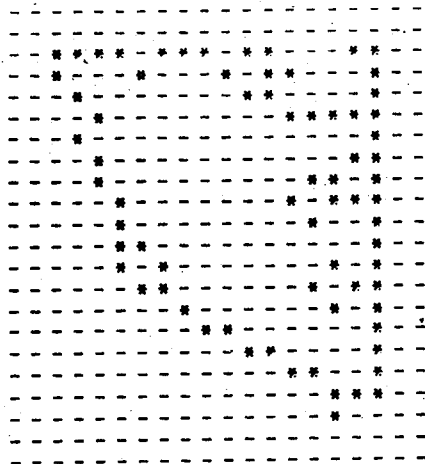
Procedura CP analizuje także współrzędne każdego elementu brzegowego w celu wyznaczania minimalnych i maksymalnych współrzędnych śledzonego konturu. Procedura ta usuwa także każdy wysledzony element konturowy przez przypisanie $IM(I, J) = 0$ oraz kopiuje każdą komórkę konturową na obraz prześladowanego przez przypisanie $IN(I, J) = 1$. Jednocześnie zwiększana jest liczba IP prześladowanych komórek brzegowych.

W trakcie śledzenia badane jest całe sąsiedztwo ośmiu komórek przez nadawanie

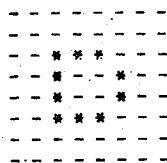
IM= 30 IV= 26 IP= 90 IA= 0



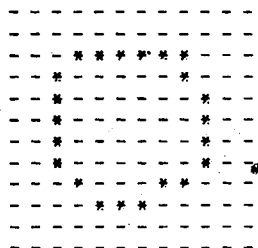
IM= 16 IV= 18 IP= 72 IA= 0



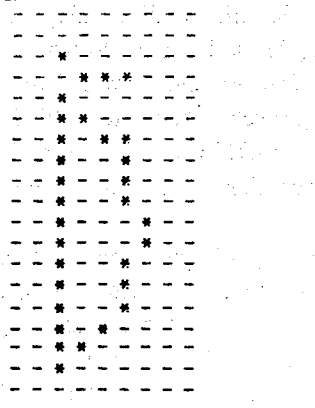
IM= 4 IV= 4 IP= 10 IA= 0



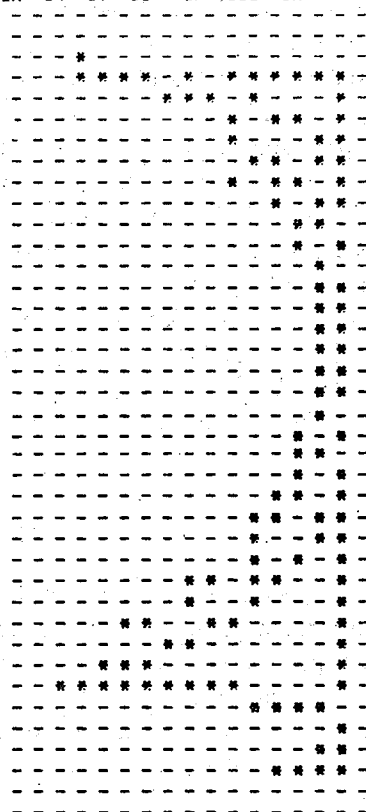
IM= 8 IV= 8 IP= 22 IA= 0



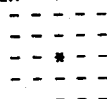
IH= 5 IV= 16 IP= 31 IA= 0



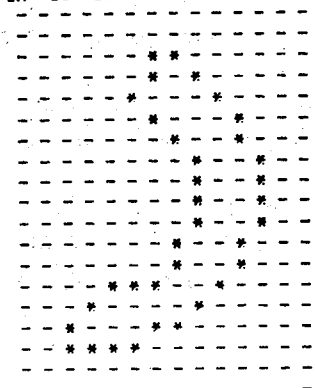
IH= 14 IV= 35 IP= 113 IA= 0



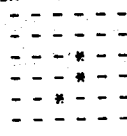
IH= 1 IV= 1 IP= 1 IA= 0



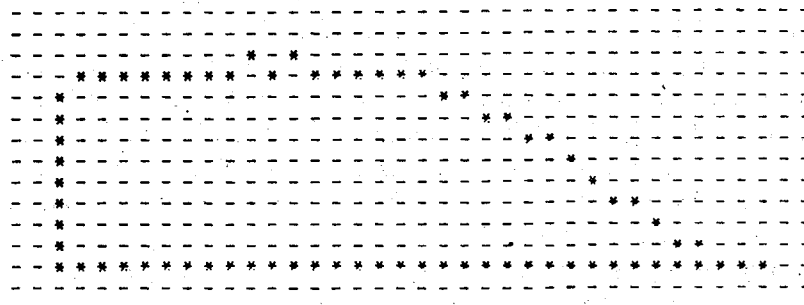
IH= 10 IV= 15 IP= 35 IA= 0



IH= 2 IV= 3 IP= 3 IA= 0



IH= 34 IV= 11 IP= 72 IA= 0



Rys. 5. Brzegi obiektów z rys. 3, wysłędzone za pomocą algorytmu opisanego w LEMACIE 2 i narysowanego na rys. 4

odpowiednich wartości współrzędnych I, J. Po zakończeniu analizy całego sąsiedztwa następuje przesunięcie operatora do współrzędnych IE, JE, jeśli AI miało wartość FALSE (tzn. do współrzędnych I, J pierwszego napotkanego elementu brzegowego) albo odbywa się korekcja śledzenia ze współrzędnych IS, JS pamiętanych w tablicach LT, LJ.

Rys. 5 przedstawia pojedyncze kontury (brzegi) obiektów z rys. 3, prześledzone za pomocą opisanego powyżej algorytmu, IH, IV są rozmiarami wysledzonych obiektów odpowiednio w poziomie i w pionie.

Trzecim i ostatnim etapem automatycznej segmentacji obrazu binarnego jest wypełnianie wnętrza każdego wydzielonego brzegu. Wypełnienie ma na celu całkowite odtworzenie analizowanego obiektu na osobnym obrazie na podstawie prześledzonego brzegu i obrazu wejściowego. Wynikiem wypełniania jest obiekt odseparowany.

Dla zaoszczędzenia czasu, wypełnianie odbywa się dla współrzędnych I, J spełniających następujące nierówności:

$$MU \geq I \geq ML \quad (4a)$$

$$NU \geq J \geq NL. \quad (4b)$$

Lemat 3. Wypełnianie wnętrza wysledzonego brzegu obiektu wzdłuż dowolnej kolumny komórek obrazu, w przypadku gdy nie są spodziewane dziury obiektu, jest następujące:

- i. odczyt pierwszego elementu kolumny obrazu zawierającego wysledzony brzeg;
 - ii. jeżeli element ten nie reprezentuje konturu, skok do (v);
 - iii. odczyt następnego elementu z obrazu wejściowego tej kolumny. Jeżeli nie reprezentuje on wnętrza obiektu, skok do (ii): odbywa się poszukiwanie następnej komórki konturowej;
 - iv. wypełnienie wysledzonego konturu tym elementem i skok do (iii);
 - v. poszukiwanie komórki konturowej przez odczyt następnego elementu kolumny.
- Jeżeli wszystkie komórki kolumny zostały już przeanalizowane, wypełnianie tej kolumny jest zakończone, w przeciwnym przypadku skok do (ii).

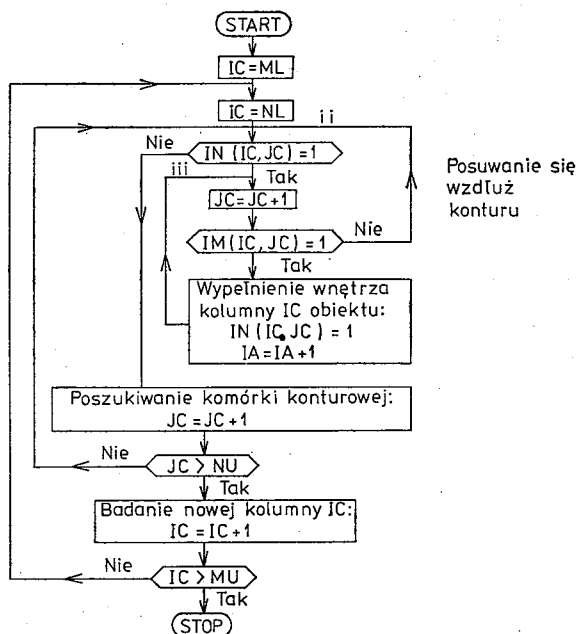
Dowód.

Wypełnienie wysledzonej krawędzi za pomocą komórki następuje, gdy istnieje spójność tej komórki z tą krawędzią poprzez obiekt obrazu wejściowego.

Aby nastąpiło wypełnienie wnętrza wysledzonego brzegu, musi zaistnieć koincydencja dwóch faktów: najpierw musi nastąpić przecięcie tego brzegu wzdłuż badanej kolumny (punkty (ii) oraz (iii)) a następnie musi być stwierdzona obecność wnętrza obiektu za tym brzegiem w obrazie wejściowym, czyli wejście do wnętrza wysledzonego brzegu pojedynczego obiektu (punkt (iii)). Znajdując się we wnętrzu brzegu, badana jest tylko obecność wnętrza obiektu w obrazie wejściowym dla komórek o tych samych współrzędnych, aż wewnątrz przestanie być odczytywane. Czynność ta powtarza się aż do zakończenia analizy dowolnej kolumny komórek obrazu, cbdu.

Szczegółowy algorytm wypełniania wysledzonego brzegu pojedynczego obiektu obrazu binarnego przy nieobecności dziur jest przedstawiony na rys. 6. Dla każdej kolumny IC obrazu IN zawierającego wysledzony brzeg zwiększany jest o jedność wskaźnik IC będący rzędną badanej komórki, aż odczytany zostanie element brzegowy (tzn. aż IN

(IC, JC) = 1). Jeżeli następny element tej samej kolumny o rzędnej $JC = JC + 1$ należy do wnętrza obiektu obrazu wejściowego (tzn. jeśli $IM(IC, JC) = 1$), następuje wypełnienie brzegu: komórce o rzędnej $JC = JC + 1$ przypisywana jest własność wnętrza obiektu przez podstawienie $IN(IC, JC) = 1$. Jeżeli kolejna komórka o rzędnej $JC = JC + 1$ nie reprezentuje wnętrza obrazu wejściowego, oznacza to, że albo wypełnianie brzegu zostało zakończone albo poszukiwanie przebiega wzdłuż brzegu. W pierwszym przypadku odczytywane jest $IN(IC, JC) = 0$ i następuje powrót do początku procesu wypełniania, a w drugim przypadku odczytywana jest wartość $IN(IC, JC) = 1$: odbywa się wtedy ponowne zwiększenie rzędnej JC o jedność i ponowny odczyt komórki o rzędnej $JC = JC + 1$ z obrazu z wysłyszonym brzegiem. Zwiększanie rzędnej JC i wypełnianie kolumny IC obrazu z konturem ustaje, gdy JC przekroczy maksymalny wymiar NU



Rys. 6. Algorytm wypełniania wysłanego brzegu pojedynczego obiektu obrazu binarnego w przypadku gdy nie są spodziewane dziury obiektu

wysłanego brzegu w kierunku osi rzędnych. Następuje wtedy wypełnianie następnej kolumny obrazu przez zwiększenie indeksu JC o jedność i powrót do początku wypełniania nowej kolumny obrazu.

Na rys. 8.a-i przedstawione są brzegi obiektów wypełnione przy pomocy przedstawionego powyżej algorytmu.

Lemat 4. Wypełnianie dowolnej kolumny wysłanego brzegu obrazu binarnego w przypadku możliwości istnienia dziur obiektu jest wykonywalne przez (rys. 7):

- i. odczyt pierwszego elementu badanej kolumny obrazu z wysłanym brzegiem. Zgaszenie wskaźnika wypełniania wnętrza obiektu;

- v. badany element reprezentuje brzeg dziury w obiekcie. Element ten wyróżniany jest oddzielną wartością cyfrową na obrazie z wysłedzonym i wypełnianym brzegiem;
- vi. jeśli następny element w obrazie wejściowym reprezentuje wnętrze, skok do (vii). Jeśli element ten reprezentuje brzeg w obrazie wejściowym, odbywa się przechodzenie przez wnętrze dziury przez skok do początku (vi), w przeciwnym przypadku odbywa się przechodzenie pionowym brzegiem dziury przez skok do (v);
- vii. wypełnienie wnętrza wysłedzonego brzegu obiektu przez zaznaczenie bieżącego elementu w obrazie w wysłedzonym brzegiem oddzielną wartością cyfrową, zapalenie wskaźnika wypełniania wnętrza obiektu, po czym skok do (iii);
- viii. odczyt następnego elementu w obrazie wejściowym. Jeżeli reprezentuje on wnętrze wysłedzonego obiektu, skok do (vii), w przeciwnym przypadku zgazzenie wskaźnika wypełniania wnętrza obiektu i skok do (iii);
- ix. zgazzenie wskaźnika wypełniania wnętrza obiektu. Jeżeli wszystkie komórki badanej kolumny obrazu wejściowego zostały przebadane, koniec pracy algorytmu. W przeciwnym przypadku odczyt następnego elementu i skok do (ii).

Dowód.

W odróżnieniu od algorytmu wypełniania wnętrza wysłedzonego obiektu, w którym nie są spodziewane dziury, algorytm ten wykrywa ponadto brzeg dziury obiektu, oznacza go i przechodzi przez wnętrze dziury. Natrafienie wzdłuż badanej kolumny na brzeg dziury w obiekcie jest rozpoznawane przez koincydencję następujących faktów:

a) Dziura może być napotkana tylko w trakcie wypełniania wnętrza obiektu. Ponieważ w procesie śledzenia wydzielane są wszystkie spójne elementy brzegowe, dziura na pewno nie przylega do brzegu i do wykrycia brzegu dziury konieczne jest wcześniejsze przejście przez normalny, zewnętrzny brzeg obiektu (tj. począwszy od punktu (iii)) i wykrycie wcześniejszego przejścia przez wnętrze obiektu;

b) Brak wnętrza w obrazie wejściowym po przejściu przez normalny, zewnętrzny brzeg wysłedzonego obiektu nie oznacza jeszcze wykrycia dziury, znacznie częściej oznacza to bowiem wyjście poza obiekt. Konieczne jest także znajdowanie się we wnętrzu obiektu, tj. palenie się wskaźnika wypełniania wnętrza obiektu, cbdu.

Rys. 8.j przedstawia wynik wypełniania obiektu z dziurami.

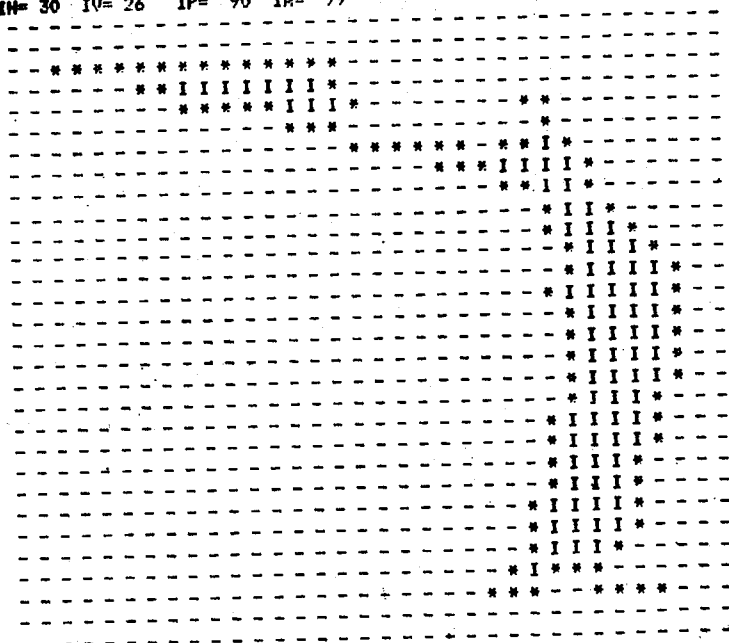
Lemat 5. Wyniki wszystkich trzech kolejnych etapów segmentacji obrazu binarnego; detekcji brzegów wszystkich obiektów, śledzenia brzegów każdego obiektu z osobna u wypełniania wnętrza każdego wysłedzonego brzegu, spełniają podstawowy warunek reprezentowania zdarzeń lub obrazów.

Dowód.

Wyniki te spełniają podstawowy warunek reprezentowania scen ponieważ:

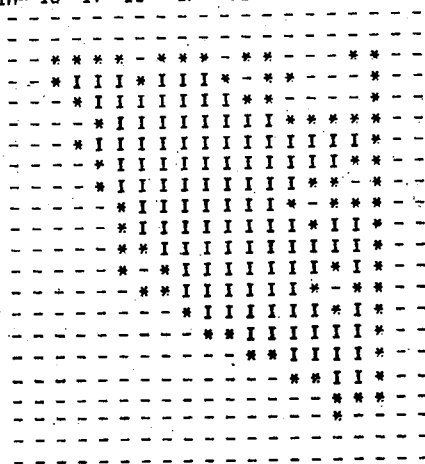
1. Każdy z tych wyników reprezentuje badaną cechę lub obiekt: wyniki działania operatora $e(X, Y)$ (wzory 1—3) reprezentują brzegi obiektów (por. rys. 3); wyniki działania algorytmu śledzenia (lemat 2 i rys. 4) są brzegami pojedynczych obiektów (por. rys. 5) a wyniki algorytmu wypełniania wysłedzonych brzegów (lemat 3 i 4 oraz rys. 7) są pojedynczymi, wypełnionymi obiektami (por. rys. 8). Zgodność symboli otrzymanych jako wyniki analizy obrazu z nazwami będącymi celem tej analizy, jest przedmiotem udowodnionych już lematów 2 do 4;

a) IH= 30 IV= 26 IP= 90 IA= 79

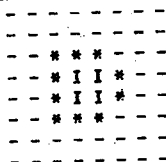


b)

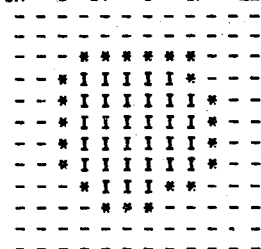
IH= 16 IV= 18 IP= 72 IA= 114



c) IH= 4 IV= 4 IP= 10 IA= 4



IH= 8 IV= 8 IP= 22 IA= 32



2. Każdy z tych wyników analizy jest niezmienny względem grupy możliwych przemieszczeń i obrotów analizowanego obrazu w polu obserwacji systemu rozpoznającego, ponieważ:

a) wartość operatora $e(X, Y)$ (tzn. wynik jego działania — wzór (1)) jest niezmienna względem obrotów badanego obrazu wokół komórki centralnej tego operatora oraz wszystkie komórki obrazu B są badane za pomocą jego;

b) śledzenie brzegu każdego obiektu (lemat 2 i rys. 4) odbywa się za pomocą operatora dziewięciokomórkowego, symetrycznego względem swojego środka. Przeszukiwany jest także cały obraz B z tą różnicą, że w przypadku natrafienia na obiekt, analizowany jest najpierw brzeg obiektu wydzielony operatorem $e(X, Y)$ spełniający podstawowy warunek reprezentowania zdarzeń i obrazów;

c) wypełnianie wysłedzonego brzegu (lematy 3 i 4) odbywa się kolumnami (ew. wierszami) obrazu. Wszystkie komórki obrazu są nadane, a wypełnianie rozpoczyna się i kończy na komórkach brzegowych — (lub dziurowych) wysłedzonych (lub wydzielonych) algorytmem którego wyniki spełniają podstawowy warunek reprezentowania obrazów, cbdu.

Ponieważ spełnienie podstawowego warunku reprezentowania zdarzeń przez wszystkie trzy kolejne etapy segmentacji jest jednocześnie warunkiem koniecznym i wystarczającym jego zajścia, udowodniona została prawidłowość procesu segmentacji binarnego obrazu graficznego, co kończy dowód twierdzenia 1.

Obiekt z rys. 8.i został wstępnie wyselekcjonowany do procesu kodowania kształtu na podstawie następujących globalnych parametrów: liczby komórek brzegowych wyznaczonych w trakcie śledzenia, liczby komórek wnętrza, wyznaczonych w wyniku wypełniania i rozpiętości D_1 w pionie i w poziomie:

$$D_1 = \sqrt{V^2 + H^2} \quad (5.a)$$

lub prościej:

$$D_2 = V + H, \quad (5.b)$$

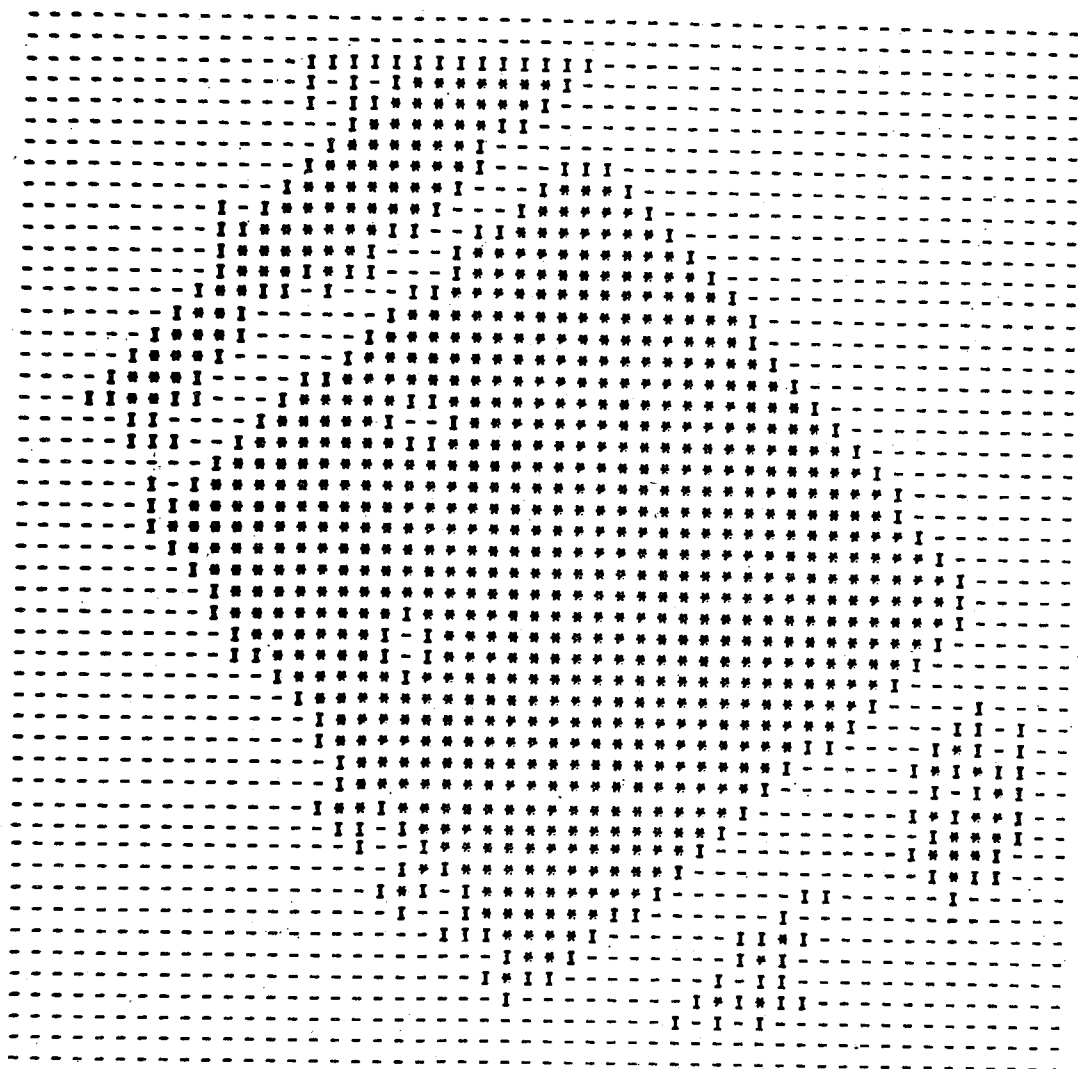
gdzie:

$$V = NU - NL + 1 \quad (6.a)$$

$$H = MU - ML + 1. \quad (6.b)$$

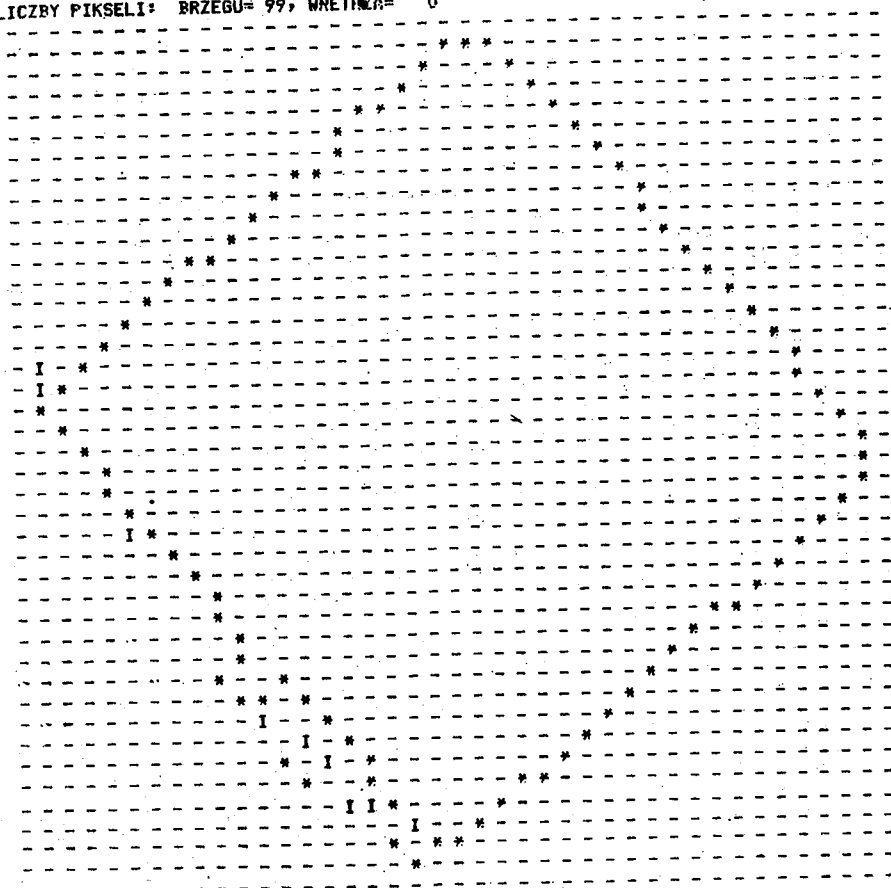
Miejsca, w których liczba komórek konturowych, badanych w sąsiedztwie ośmiokomórkowym w trakcie śledzenia, przekracza jeden, są tymi miejscami, w których występują nierównomierności brzegów obiektów, a więc defekty obrazów, są to po prostu miejsca, w których występuje większa niż normalnie gęstość brzegów. Rysunki 9 ÷ 11 potwierdzają praktycznie możliwości użycia tego spostrzeżenia do automatycznej inspekcji masek półprzewodnikowych i struktur półprzewodnikowych. Ponieważ w pierwszym kroku śledzenia brzegu obiektu liczba komórek konturowych wynosi co najmniej 2 (oprócz przypadków gdy obiekt nie zawiera wnętrza), pierwszy brzegowy element nadmiarowy sąsiedztwa ośmiokomórkowego przechowywany w tablicach LI oraz LJ (tzn. LI (1) oraz LJ (1) — rys. 4) nie jest sygnalizowany jako defekt.

Gęstość brzegów można mierzyć także bez powiązania z procesem śledzenia, przesuwając systematycznie operator po obrazie punkt po punkcie i obliczając liczbę komórek brzegowych wewnątrz tego operatora. Porównywanie liczby komórek brzegowych z progiem nie daje jednak możliwości wykrycia dziur w obiektach, nawet tych jednokomórkowych (patrz rys. 12). Natomiast w wyniku śledzenia można wydzielić brzeg każdej dziury z osobna, mierząc jednocześnie liczbę komórek brzegowych dziury. Zbyt mała liczba komórek odseparowanego brzegu pojedynczej dziury oznacza, że stanowi ona defekt obrazu.

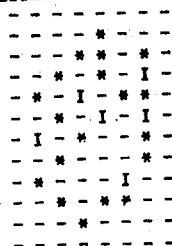


Rys. 9. Ucyfrowiony obraz mikrostruktury półprzewodnikowej z brzegami wydzielonymi przy użyciu operatora $e(X, Y)$

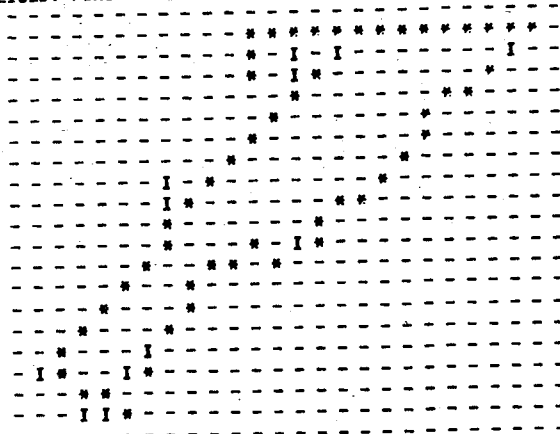
WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 39 NA 40 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 99, WNETRZA= 0



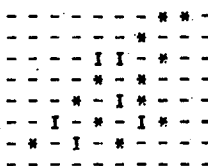
WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 6 NA 10 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 20, WNETRZA= 0



WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 24 NA 19 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 65, WNETRZA= 0

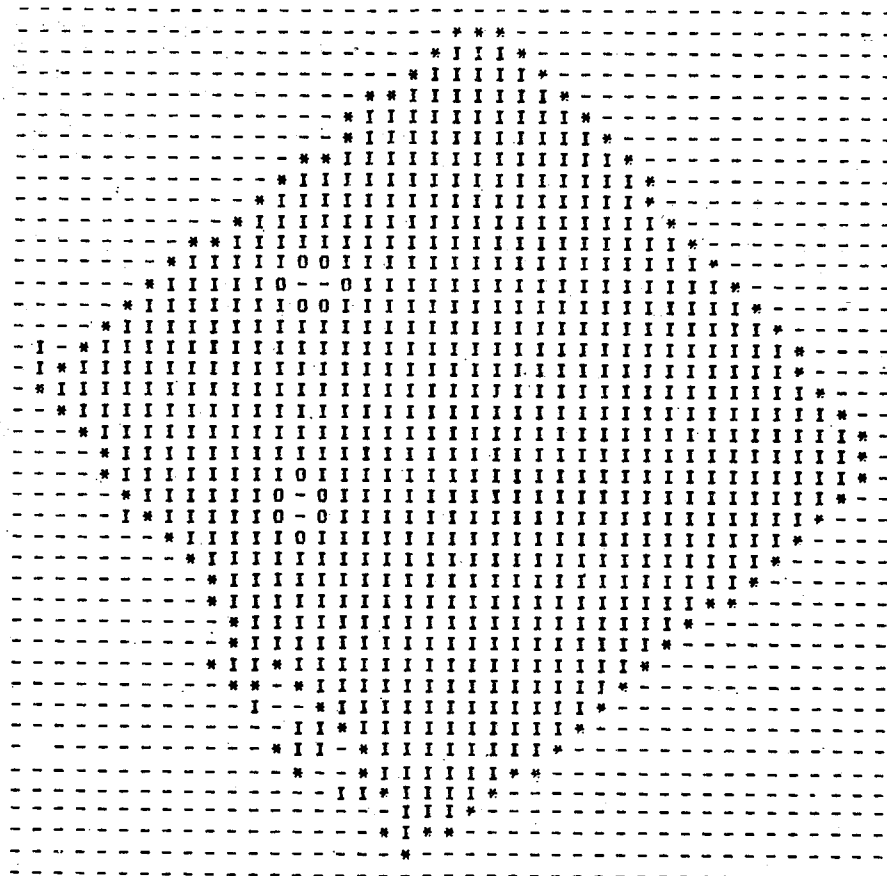


WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 8 NA 7 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 18, WNETRZA= 0

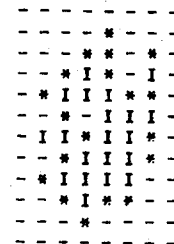


Rys. 10. Wyśledzone kontury obrazu z rys. 9 z zaznaczonymi komórkami, w których występuje niejednorodność brzegu obiektu

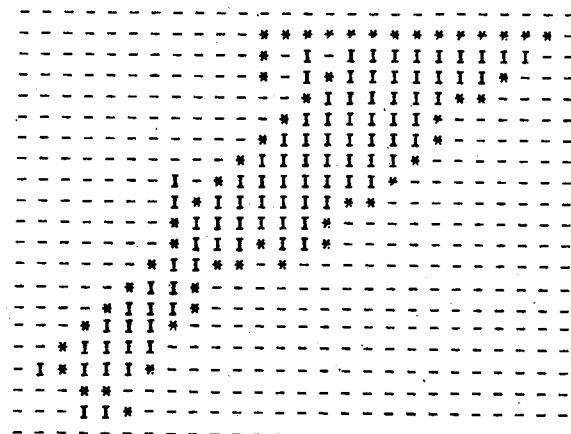
WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 39 NA 40 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 99, WNETRZA= 730
 12 PIKSELI DZIUROWYCH.



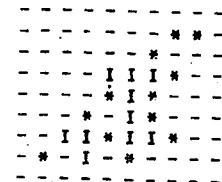
WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 6 NA 10 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 25, WNETRZA= 14
 ZAKLOECIE



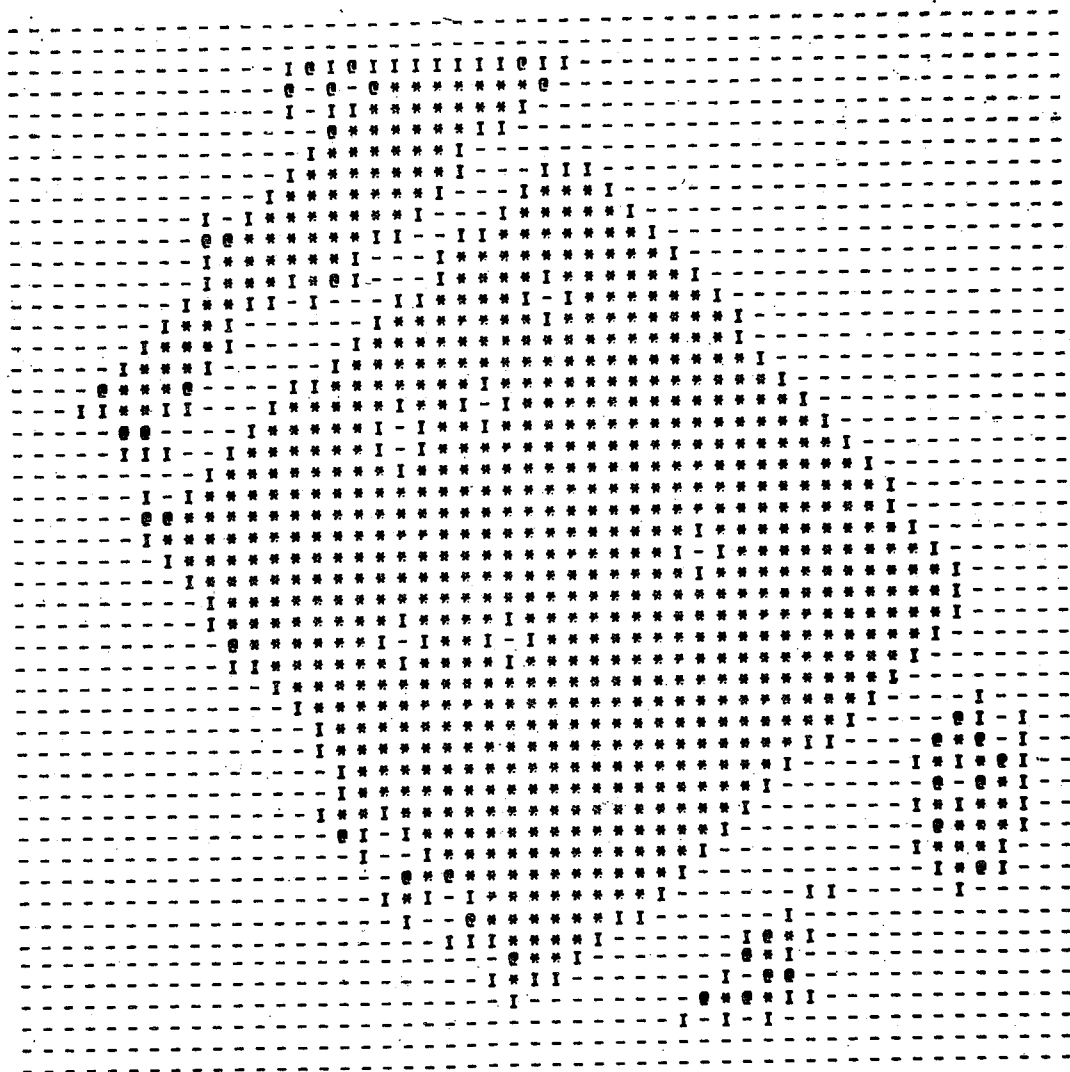
WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 24 NA 19 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 65, WNETRZA= 78
 ZAKLOECIE



WYMIARY OBRAZU OBIEKTU: 8 NA 7 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU= 18, WNETRZA= 4
 ZAKLOECIE



Rys. 11. Wypełnione brzegi obiektów z rys. 10

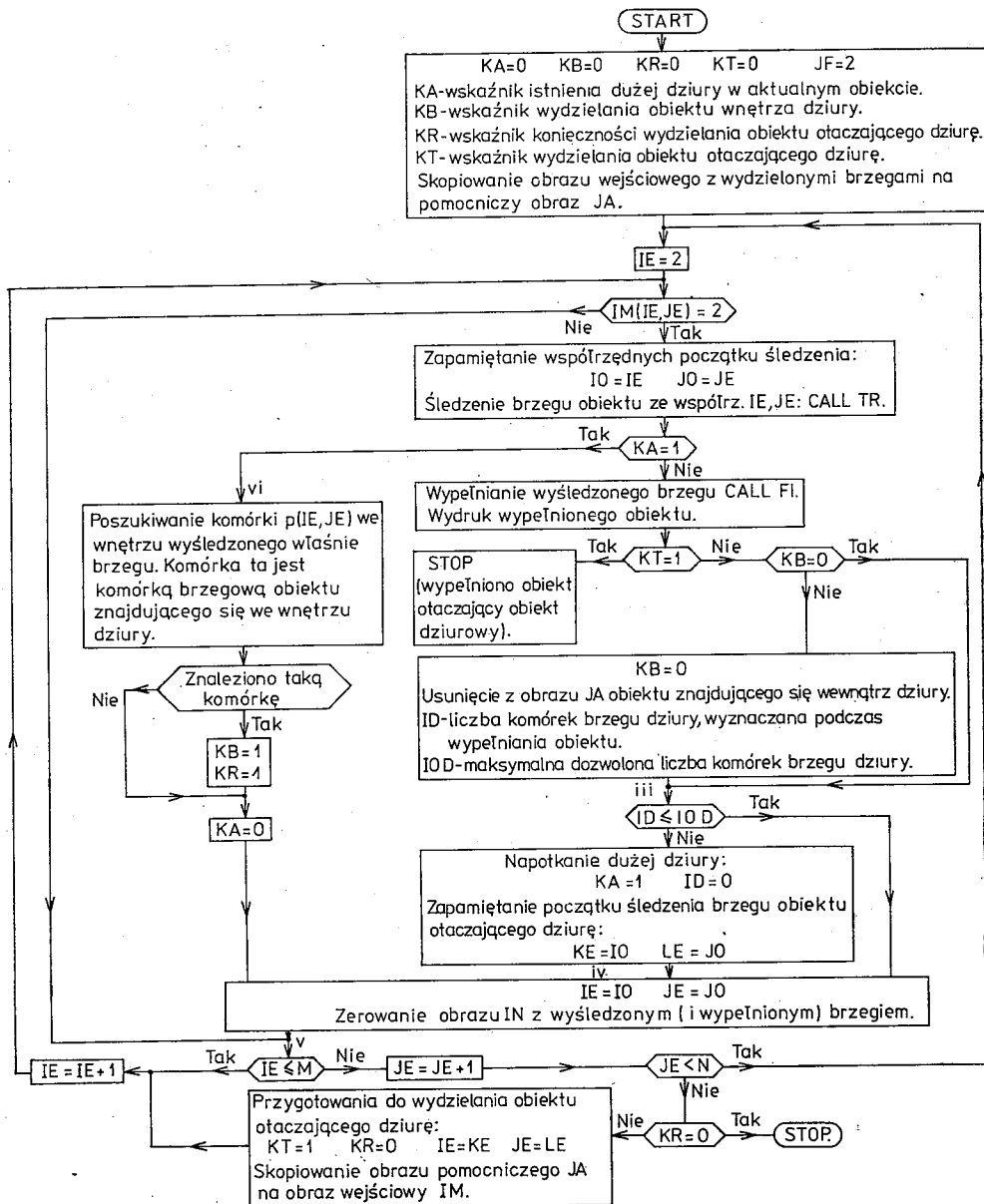


Rys. 12. Wyniki wyznaczania nierównomierności brzegów obiektów przez porównanie z progiem [równym 3) liczby pikseli brzegowych znalezionych w operatorze dziewięciopikselowym analiza taka nie wykrywa dziur w obiektach)

3. SEGMENTACJA OBRAZÓW STRUKTUR PÓLPRZEWODNIKOWYCH

Obrazy struktur półprzewodnikowych, zwłaszcza masek i metalizacji, składają się często z obiektów otoczonych innymi obiektami. Na przykład, metalizacja emitera jest otoczona całkowicie metalizacją bazy (rys. 14). Emiter jest tu obiektem dziurowym obszaru bazy.

Lemat 6. Automatyczna segmentacja obrazu, w skład którego wchodzi obiekt z dużą dziurą, wewnątrz której znajduje się inny obiekt, jest dokonywana w następujący sposób (rys. 13).



Rys. 13. Algorytm automatycznej segmentacji obrazu binarnego zawierającego obiekt z dziurą i z obiektem mieszczącym się całkowicie wewnątrz dziury

- i. — Zgaszenie wskaźników:
 - a) KA — wskaźnika istnienia obiektu otaczającego obiekt dziurowy;
 - b) KB — wskaźnika wydzielania obiektu wnętrza dziury;
 - c) KR — wskaźnika niewykonania segmentacji obiektu otaczającego dziurę, wewnątrz której jest prawdopodobnie jeszcze inny obiekt;
 - d) KT — wskaźnika dokonywania segmentacji obiektu zawierającego dziurę, wewnątrz której istnieje jeszcze inny obiekt;
 - skopiowanie obrazu wejściowego z wydzielonymi brzegami na pomocniczy obraz JA;
 - Odczyt pierwszego elementu obrazu wejściowego.
- ii. a). Jeżeli element ten nie reprezentuje brzeg obiektu obrazu wejściowego, skok do (v);
 - b) zapamiętanie współrzędnych bieżącego elementu będącego początkiem śledzenia brzegu obiektu w celu późniejszego kontynuowania poszukiwania pierwszego elementu brzegowego następnego obiektu dla ewentualnej późniejszej segmentacji obiektu otaczającego obiekt dziurowy;
 - c) śledzenie brzegu obiektu z bieżącego elementu;
 - d) jeśli wskaźnik KA istnienia zewnętrznego brzegu dziury jest zapalony, skok do (vi);
 - e) wypełnienie i ewentualny wydruk wysłedzonego brzegu obiektu;
 - f) jeśli wskaźnik KT dokonania segmentacji obiektu otaczającego obiekt dziurowy jest zapalony, koniec pracy algorytmu;
 - g) jeśli wskaźnik KB wydzielania obiektu dziurowego jest zgaszony, skok do (iii);
 - h) zgaszenie wskaźnika KB;
 - i) usunięcie obiektu dziurowego z obrazu pomocniczego;
- iii. — Jeśli liczba komórek brzegu dziury nie przekracza dopuszczalnej, założonej liczby komórek brzegu dziury, skok do (iv);
 - Napotkano dużą dziurę:
 - a) zapalenie wskaźnika KA istnienia dużej dziury w badanym obiekcie;
 - b) zapamiętanie współrzędnych komórek z którego rozpoczęło się śledzenie bieżącego obiektu zawierającego dużą dziurę;
 - c) podstawienie zapamiętanych w (ii.b) współrzędnych początku śledzenia brzegu pod współrzędne badanego aktualnie elementu;
- iv. — Zerowanie obrazu z wysłedzonym i wypełnionym brzegiem.
- v. — Odczyt następnego elementu obrazu wejściowego;
 - Jeśli nie wszystkie komórki badanego obrazu zostały odczytane, skok do (ii);
 - jeżeli wskaźnik KR niewydzielenia obiektu otaczającego obiekt dziurowy jest zgaszony, koniec pracy algorytmu;
 - zapalenie wskaźnika KT wydzielania obiektu otaczającego obiekt dziurowy;
 - podstawienie współrzędnych elementu początku śledzenia obiektu otaczającego obiekt dziurowy pod współrzędne bieżącego elementu, skok do (ii);
- vi. — Zgaszenie KA (ponieważ zewnętrzny brzeg obiektu zawierający dziurę został usunięty z obrazu wejściowego przez wysłedzenie jeszcze przed zapaleniem KA oraz

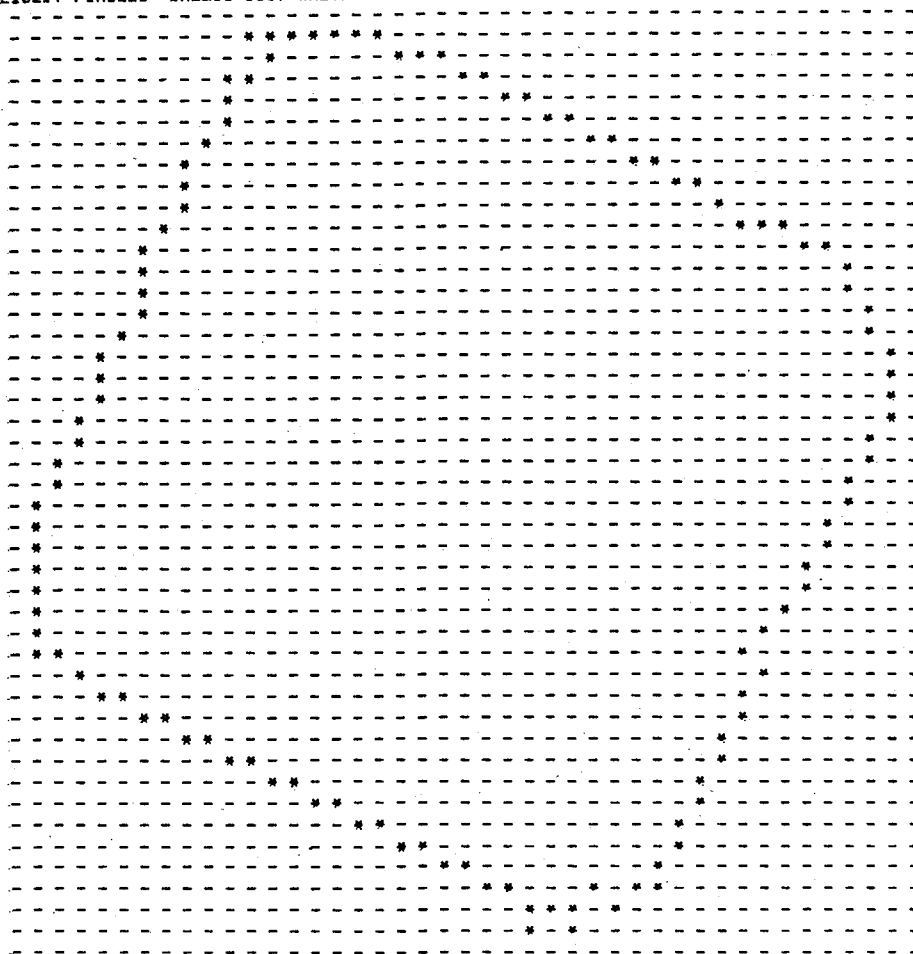
POZYCJA OBRAZU: 15, 7.
WYMIARY OBRAZU: 41 NA 43 PIKSELI.
LICZBY PIKSELI: BRZEGU=118, WNETRZA=428
304 MOLE EDGE PIXELS

POZYCJA OBRAZU: 21, 13.
WYMIARY OBRAZU: 28 NA 30 PIKSELI.
LICZBY PIKSELI: BRZEGU=139, WNETRZA= 0

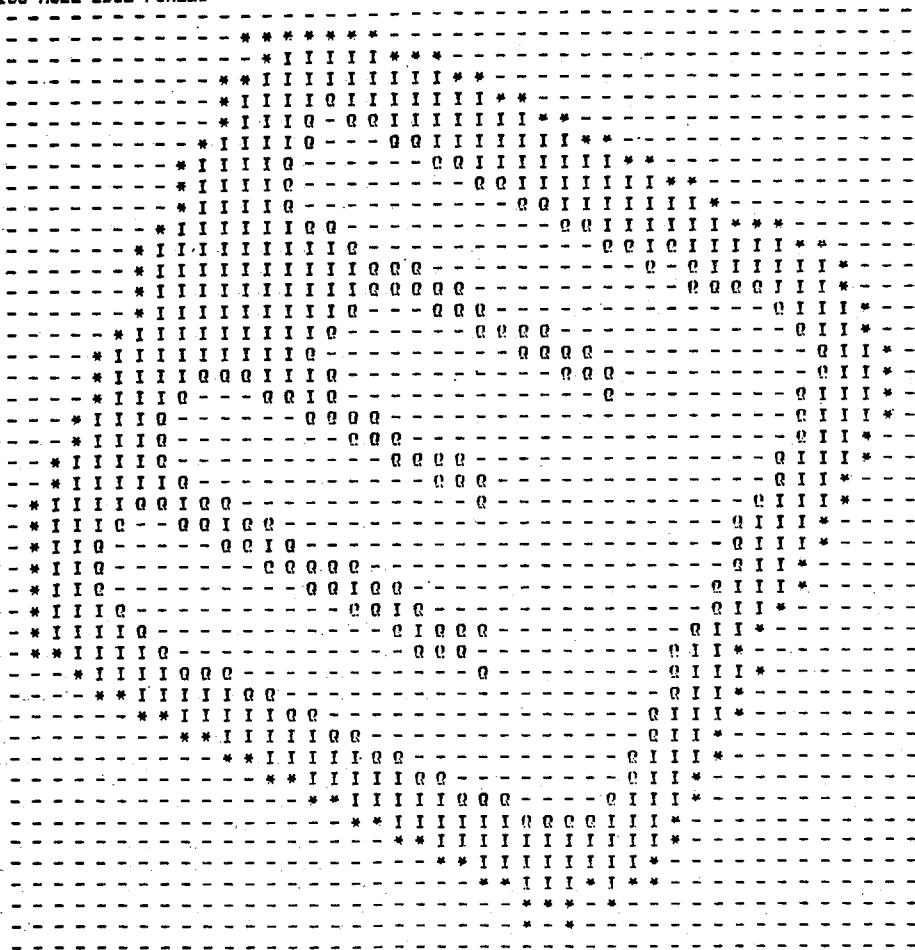
THE OBJECT SEARCHED FOR

WSPOLRZ. POCZATKU SLEDZENIA ORIEKTU Z DZIURA=25: 7

POZYCJA OBRAZU: 15. 7.
WYMIARY OBRAZU: 41 NA 43 PIKSELI.
LICZBY PIKSELI: BRZEGU=118: WNETRZA= 0



POZYCJA OBRAZU: 15, 7.
 WYMIARY OBRAZU: 41 NA 43 PIKSELI.
 LICZBY PIKSELI: BRZEGU=118, WNETRZA=344
 165 HOLE EDGE PIXELS



Rys. 14. Kolejne etapy segmentacji obrazu metalizacji tranzystora, zawierającego obszar bazy wewnątrz której znajduje się emiter — obiekt całkowicie otoczony obszarem bazy

- dzięki zapalonemu KA usunięty został właśnie wewnętrzny brzeg obiektu (będący zewnętrznym brzegiem dziury, przez co odsłonięty został ewentualny brzeg obiektu mogący znajdować się we wnętrzu dziury);
- poszukiwanie we wnętrzu wysłanego właśnie zewnętrznego brzegu dziury elementu brzegowego obiektu dziurowego;
 - jeżeli istnieje taki element, zapalenie wskaźnika KB w celu usunięcia obiektu dziurowego z pomocniczego obrazu JA oraz zapalenie wskaźnika KR w celu wydzielenia obiektu otaczającego obiekt dziurowy;
 - skok do (iv);

Dowód.

Wszystkie opisane w tym algorytmie zabiegi mają na celu odseparowanie od siebie obiektu otaczającego dziurę od obiektu mieszczącego się we wnętrzu dziury. Obiekt dziurowy nie styka się z obiektem otaczającym dziurę: gdyby się stykał, nie byłoby obiektu dziurowego.

W trakcie śledzenia każdy brzeg jest usuwany z obrazu wejściowego aby nie nastąpiło zapełnienie się programu. Po wypełnieniu obiektu z dziurą (rys. 14.b) jego brzeg zewnętrzny (rys. 14.d) jest zatem usunięty z obrazu wejściowego (rys. 14.a). Następny śledzony brzeg jest brzegiem zewnętrznym dziury. Po jego usunięciu (przez wysłanie) pozostaje brzeg (rys. 14c) obiektu zawierającego się całkowicie w dziurze, który jest wypełniany w normalny sposób. Brzeg różnicy zbiorów początkowego obrazu wejściowego (rys. 14.a) i wypełnionego obiektu dziurowego jest śledzony ponownie z elementu początku śledzenia obiektu otaczającego dziurę, dając brzeg jak na rys. 14.d. Po wypełnieniu tego brzegu otrzymuje się tym razem obiekt bez obiektu zawartego wewnątrz dziury (rys. 14.e), cbdu.

Każdy z obiektów, wydzielonych w trakcie przedstawionej powyżej segmentacji, może być poddany procesowi rozpoznawania kształtu.

4. PODSUMOWANIE

Przedstawione w pracy algorytmy segmentacji obrazu binarnego pracują sprawnie, czego dowodzą zamieszczone wyniki segmentacji rzeczywistych obrazów. Obok zastosowań procesu segmentacji do wyznaczania parametrów globalnych poszczególnych obiektów, z których składa się obraz, jak również do oddzielania od siebie tych obiektów w celu umożliwienia przeprowadzania niezakłóconego procesu rozpoznawania kształtu, praca zwraca uwagę także na możliwość użycia segmentacji do wykrywania lokalnych nieprawidłowości obrazu. Segmentacja daje tu możliwość wykrywania niewielkich dziur w obiektach (np. jednokomórkowych), czego nie zapewnia zwykle, systematyczne przetwarzanie obrazu za pomocą operatora w którym wyznacza się po prostu liczbę komórek brzegowych obiektów i porównuje się tę liczbę z zadaniem progiem. Przedstawione wyniki potwierdzają użyteczność metody do wykrywania defektów mikroukładów półprzewodnikowych.

Znaczenie praktyczne prezentowanego algorytmu segmentacji obrazu może być

znacznie pomniejszone przez złą jakość przetwornika optoelektronicznego (np. kamery TV) i brak wstępnej obróbki poprawiającej jakość obrazu. Na przykład, istnienie pomiędzy dwoma obiektami paru komórek o tej samej wartości co wydzielane obiekty całkowicie uniemożliwia prawidłową segmentację; obiekty połączone za pomocą zakłócenia są wydzielane łącznie, a nie osobno.

BIBLIOGRAFIA

1. Z. M. Wójcik: *Segmentacja i rozpoznanie głowicy silnika*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 1984, Gliwice
2. Z. M. Wójcik: *A Natural Approach in Pattern Recognition*, Rozprawy Elektrotechniczne, 3, 1985
3. Z. M. Wójcik: *Metoda detekcji i rozpoznawania konturów*, Rozprawy Elektrotechniczne, 1987, z. 3, s. 959—983

Z. M. WÓJCIK

ALGORITHM OF AUTOMATIC SEGMENTATION OF CERTAIN CLASSES OF BINARY IMAGES

Summary

Algorithms of segmentation of a binary image enabling the separation of particular objects of a graphic image are presented. The segmentation process enables to assign total parameters of these objects as well as to detect local irregularities of the image. The results of the segmentation of real images proving the correctness of the algorithms are quoted.

Z. M. WÓJCIK

ALGORITHME DE LA SEGMENTATION AUTOMATIQUE DE CERTAINES CLASSES D'IMAGES BINAIRE

Résumé

Dans cet article on a présenté les algorithmes de la segmentation de l'image binaire, qui permettent de séparer les différents objets de l'image graphique. Le processus de segmentation permet aussi de déterminer les paramètres globaux, ainsi que de découvrir les irrégularités de l'image. L'étude contient aussi les résultats de la segmentation réelle, qui prouvent la correction des algorithmes présentés.

Z. M. WÓJCIK

ALGORITHMUS AUTOMATISCHER SEGMENTIERUNG MANCHER KLASSEN DER BINÄRBILDER

Zusammenfassung

Im Artikel wurden Segmentierungsalgorithmen eines Binärbildes behandelt, die es ermöglichen, einzelne Objekte graphischer Bilder voneinander zu trennen. Der Segmentierungsprozeß macht es auch möglich, die Gesamtparameter dieser Objekte zu bestimmen, auch lokale Mängel der Bilder zu entdecken. Es wurden Segmentierungsergebnisse wirklicher Bilder angeführt, die die Richtigkeit der geschilderten Algorithmen nachweisen.

З. М. ВУЙЧИК

АЛГОРИТМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ БИНАРНЫХ ОБРАЗОВ

Резюме

Представлены алгоритмы сегментации бинарного образа, предоставляющие возможность отделения определенных объектов графического образа. Процесс сегментации дает возможность определения глобальных параметров этих объектов, как и обнаруживания локальных дефектов образа. Приведены результаты сегментации действительных образов, которые доказывают правильность представленных алгоритмов.

Wydajność informacyjna i informacyjna miara awaryjności narzędzi pomiarowych

ROMUALD RAKOWSKI

Katedra Elektroniki, Wyższa Oficerska Szkoła Radiotechniczna

Artykuł wpłynął 1986.08.20

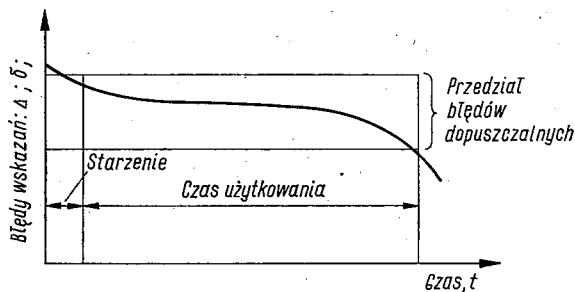
Autoryzowano do druku 1987.04.29

Przedstawiono definicję i metodę obliczania tzw. „wydajności informacyjnej” egzemplarzy narzędzi pomiarowych o błędach nie przekraczających wartości granicznej ustalonej przez producenta. Wydajność informacyjna określa możliwość dostarczania informacji przez poszczególne egzemplarze przyrządów. Jest ich „indywidualną” cechą. Wprowadzono także parametr będący informacyjną miarą awaryjności przyrządów pomiarowych, kiedy błędy na pewnych odcinkach zakresu przekraczają wartości graniczne określone klasą.

1. WSTĘP

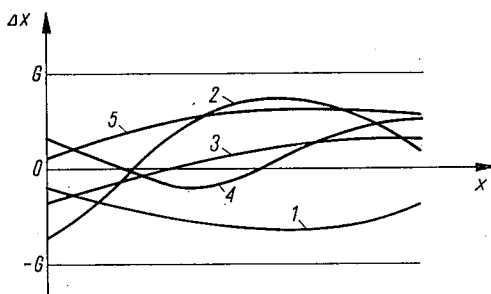
Obok uszkodzeń nagłych powodujących skokowe narastanie błędów występują powolne zmiany dokładności stopniowo prowadzące do wyjścia błędów poza wartości graniczne $\pm G$, określone klasą. Przy ciągłych zmianach parametrów w czasie, przekroczenie wartości granicznej w okresie przewidzianym na eksploatację nastąpi najczęściej na niewielkim odcinku zakresu. Przybliżony przebieg zmian w czasie normalnego życia przyrządu, przytacza literatura [5], z której wykres zamieszczono na rys. 1. Jest to tylko ogólne, przybliżone scharakteryzowanie zjawiska.

Błędy wzdłuż podziałki w granicach wartości dopuszczalnych rozkładają się w rodzinie egzemplarzy jednego typu częściowo losowo. Przykład takich rozkładów dla kilku



Rys. 1. Zmiany błędów w czasie normalnej eksploatacji przyrządu [5]

przyrządów przytoczono na rys. 2. Z analizy rys. 2 wynika, że ilość informacji, którą jest w stanie dostarczyć każdy z egzemplarzy przyrządów będzie inna. Każdy z nich wykaże inną sprawność w procesie pomiarowym, w możliwościach dostarczania informacji. Z rozważań tych wynika, że przydałaby się miara liczbowo tego parametru, nazwijmy go: „wydajnością informacyjną”. W artykule przedstawiono metodę uproszczonego



Rys. 2. Przykłady rozkładów błędów wzdłuż podziałki, w zależności od wartości mierzonych x , pięciu różnych egzemplarzy narzędzi, 1+5

obliczania tak rozumianej wydajności. Jak wiadomo tylko prosty niezasochłonny rachunek może znaleźć zastosowanie w praktyce.

W porównaniu do proponowanej wydajności informacyjnej, oddzielnym, drugim zagadnieniem opisanym w artykule, jest sposób ilościowego określania stopnia specyficznego uszkodzenia przyrządów lub systemów, których parametry przekraczają założone wartości graniczne, na przykład błąd maksymalny G .

Przekroczenie w pewnym punkcie zakresu błędów podstawowych nie stanowi jeszcze uzasadnienia do wycofania przyrządu z użytkowania. Jeżeli przekroczenie dokładności pojawiło się na niewielkim odcinku zakresu jednego z kanałów urządzenia wielotorowego to nie ma jeszcze ekonomicznej, ani też najczęściej metrologicznej podstawy, aby cały system informacyjno-pomiarowy uważać za niesprawny [1]. Jeżeli dopuszczamy taką ewentualność, to nasuwa się w tym miejscu pytanie: jak określać stopień uszkodzenia tych narzędzi? Jakimi wskaźnikami kierować się przy ich porównywaniu jeżeli wiemy, że błędy na pewnych odcinkach zakresu (lub w niektórych kanałach) wykraczają poza przyjęte granice.

Wydaje się, że istnieje (przede wszystkim w teorii) potrzeba wprowadzenia pojęć i uproszczonych metod obliczania: wydajności informacyjnej narzędzi pomiarowych i informacyjnej miary awaryjności. Na ile znajdują one zastosowanie w praktyce wykaże czas. Zadaniem teorii jest, między innymi, proponowanie różnych wariantów i możliwości rozwiązań. Przewidywane parametry umożliwiłyby porównywanie, na przykład dwóch przyrządów pod względem wydajności informacyjnej i stopnia zmniejszenia ilości informacji w przypadku uszkodzeń. Jak je zdefiniować? Do jakich wartości odnieść? Bardzo pomocną okazuje się w tym przypadku teoria informacji. Być może, że stanowi ona jedyne narzędzie pozwalające na rozwiązanie zasygnalizowanych problemów metrologicznych.

2. WYDAJNOŚĆ INFORMACYJNA NARZĘDZI POMIAROWYCH

Pod pojęciem wydajność informacyjna, rozumie się parametr określający stosunek ilości informacji, którą może dostarczyć określony przyrząd (w zależności od rozkładu błędów wzdłuż podziałki) do minimalnej ilości informacji dostarczonych przy założeniu, że błędy na całym zakresie we wszystkich punktach, równe są wartości granicznej, $\Delta x = G$.

Wydajność metrologiczną informacyjną η_{in} liczbowo można określić za pomocą wyrażenia:

$$\eta_{in} = \frac{I_{rz}}{I_{min}} = \frac{H_{rz}(x)}{H_g(x)}, \quad (1)$$

gdzie:

I_{rz} — ilość informacji, którą jest w stanie dostarczyć przyrząd, równa entropii $H_{rz}(x)$ z rozkładu prawdopodobieństwa wartości rozróżnianych, rys. 5;

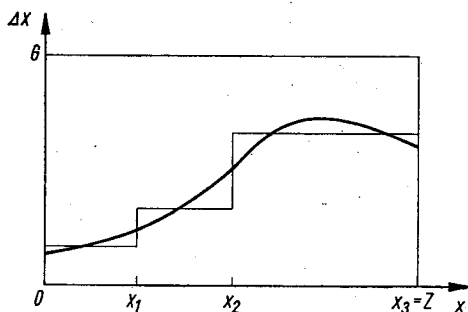
I_{min} — ilość informacji, którą jest w stanie dostarczyć przyrząd przy założeniu, że rozkład błędów wzdłuż podziałki jest w każdym punkcie równy wartościom granicznym G ;

$H_g(x)$ — entropia z rozkładu prawdopodobieństwa wartości rozróżnianych przy założeniu, że występują tylko błędy graniczne $d = \Delta x_g = G$.

We wzorze (1) przyjmuje się jednostajny rozkład gęstości prawdopodobieństwa sygnałów mierzonych, docierających do czujnika.

Sposób obliczania, jeśli ma znaleźć w pewnych szczególnych przypadkach zastosowanie w praktyce, musi być prosty. Oczywiście uproszczona metoda przeważnie wiąże się z małą dokładnością. Ze względu jednak na zmiany rozkładów w czasie, tylko rachunek uproszczony może znaleźć uzasadnienie i zastosowanie.

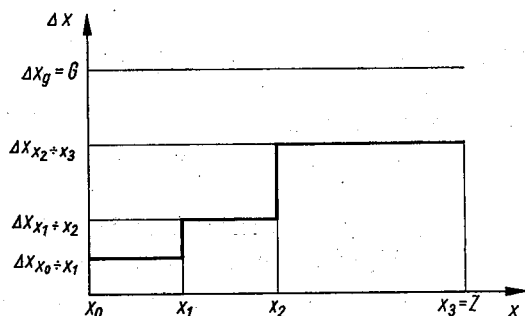
Prześledźmy obliczanie wydajności informacyjnej przyrządu pomiarowego lub pojedynczego kanału. Załóżmy, że błędy wzdłuż podziałki rozkładają się zgodnie z zamieszczonym wykresem na rys. 3. Wykres z rys. 3 zastępujemy schodkowym, uproszczonym, rys. 4. Określenie błędów w kilku punktach wzdłuż podziałki nie jest zabiegiem trudnym ani też czasochłonnym, o ile dysponujemy przyrządem dokładniejszym. Takie sprawdziany wykonywane są także w laboratoriach legalizacji w przewidzianych odstępach czasu. Cha-



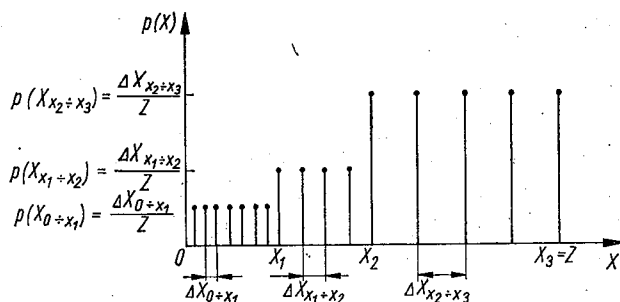
Rys. 3. Przykład rozkładu błędów wzdłuż podziałki, Δx — błędy bezwzględne, x — wielkość mierzona, G — błąd graniczny

rakteryzując własności przyrządu można wykorzystać dane z protokołów okresowych kontroli.

Każdemu z trzech wyodrębnionych przedziałów, rys. 4, odpowiada inna wartość błędów i rozróżnialności d mierzonych wartości. Przy założonej jednostajnej gęstości prawdopodobieństwa sygnału wejściowego można rozkład wartości rozróżnianych ziluwować graficznie w sposób przedstawiony na rys. 5. Korzystając z danych zawartych na rys. 5 można łatwo obliczyć entropię $H_{rz}(x)$ — różnorodność przypadków, które jest w stanie wykazać przyrząd. Nie będzie ona równa entropii z sygnału docierającego do czujnika $H(x)$. Entropia obliczona z rozkładu prążków przedstawionych na rys. 5; $H_{rz}(x)$ określa ilość informacji, którą jest w stanie dostarczyć przyrząd.



Rys. 4. Uproszczony rozkład błędów (histogram) odpowiadający krzywej z rys. 3



Rys. 5. Wykres prawdopodobieństw pojawiania się sygnałów rozróżnianych przez przyrząd, d_i — różnialność określona wartością błędów bezwzględnych Δx

Obliczając $H_{rz}(x)$, najprościej posłużyć się następującym wyrażeniem:

$$H_{rz}(x) = \sum_{i=1}^m p(x_i) \cdot \log \frac{1}{p(x_i)} \quad (2)$$

gdzie:

- m — liczba prążków na zakresie pomiarowym rys. 5;
- $p(x_i)$ — prawdopodobieństwo wystąpienia i -tego prążka;
- i — numeracja prążków.

W wyrażeniu (2) można stosować logarytmy naturalne dwójkowe lub dziesiętne w zależności od tego otrzymamy wynik w bitach, ditach lub nitach.

W przypadku jednostajnego rozkładu pojawiania się rozróżnianych przez przyrząd wartości, wysokość słupków będzie taka sama dla całego zakresu, ich prawdopodobieństwa określamy jako odwrotność całkowitej liczby prążków m :

$$p(x_i) = \frac{1}{m} = \frac{1}{\frac{Z}{\Delta x}}, \quad (3)$$

gdzie:

Z — wartość zakresu;

Δx — błąd bezwzględny,

Wydarzy się to przy jednakowych błędach każdej z mierzonych wartości, np. $\Delta x = G$. Obliczmy z kolei ilość informacji, jaką dostarczyłby przyrząd, gdyby jego błędy wzdłuż podziałki były graniczne, maksymalne G . Skorzystajmy z wyrażenia:

$$H_g(x) = \sum_{j=1}^k p(x_j) \log \frac{1}{p(x_j)}, \quad (4)$$

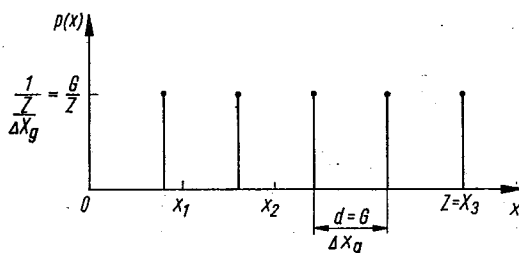
przy czym:

j — numeracja prążków;

k — liczba jednakowych prążków

$$p(x_j) = \frac{1}{\frac{Z}{G}} = \text{const.} \quad (4a)$$

Wtedy rozkład rozróżnianych wartości można przedstawić w sposób pokazany na rys. 6.



Rys. 6. Wykres prawdopodobieństwa pojawiania się rozróżnianych przez przyrząd wartości w przypadku występowania jednakowych błędów granicznych $x_i = G$, dla wszystkich x_i

Prążki będą rzadziej rozstawione w porównaniu do rys. 5, ponieważ rozróżnialność określona granicznym dużym błędem będzie mniejsza:

$$d = \Delta x_g = G.$$

Określenie wydajności informacyjnej w sposób zaproponowany jest proste, nie wymaga większego nakładu pracy. Może być obliczane bez większego przygotowania teoretycz-

nego. Parametr η_{in} charakteryzuje własności metrologiczne narzędzi precyzyjniej od innych dotychczas stosowanych. Określa możliwości pomiarowe każdego egzemplarza oddzielnie, ponieważ każdy egzemplarz jest inny.

3. INFORMACYJNA MIARA AWARYJNOŚCI NARZĘDZI POMIAROWYCH. METODA OBLICZANIA STOPNIA USZKODZENIA PRZYRZĄDÓW O BŁĘDACH CZĘŚCIOWO WYKRACZAJĄCYCH POZA WARTOŚCI GRANICZNE

Najczęściej nie ma potrzeby aby przyrządy lub złożone systemy uważać za nienadające się do eksploatacji, o ile w pewnych przedziałach zakresu lub w którymś z kanałów błąd przekracza wartość graniczną G ustaloną wcześniej przez producenta [1]. Sprawność urządzenia, wydajność informacyjna, przez to zostanie jednak zmniejszona. Jak tę zmniejszoną wydajność, charakteryzującą stopień uszkodzenia, zdefiniować i obliczyć? Bez wątplenia wskazanym jest wprowadzić parametr określający liczbowo stopień uszkodzenia przyrządu lub kanału systemu pomiarowego. W niniejszym artykule pod pojęciem informacyjnej miary awaryjności narzędzi pomiarowych, rozumie się wartość liczbową parametru określającego stosunek strat informacji spowodowanych wychodzeniem (na pewnym odcinku zakresu) błędów poza dopuszczalne wartości graniczne G , do minimalnej ilości informacji, którą może dostarczyć nieuszkodzony przyrząd (o błędach $\Delta x = G$). Parametr ten określa liczbowo na ile narzędzie jest uszkodzone (o ile obniżyła się jego wydajność) w oparciu o kryteria teorii informacji.

Zacznijmy analizować zagadnienie od określenia wydajności informacyjnej η_{in}^* odniesionej tylko do przedziału zakresu $x' \div x''$, na którym błędy przekraczają wartości graniczne $\Delta x > G$:

$$\eta_{in}^* = \frac{H(x'' \geq x \geq x')}{H_g(x'' \geq x \geq x')} \quad (6)$$

przy czym:

η_{in}^* — wydajność informacyjna w przedziale $x' \div x''$, w którym błędy $\Delta x > G$;

$H(x'' \geq x \geq x')$ — entropia z rozkładu prawdopodobieństwa wartości rozróżnianych przez przyrząd w przedziale, w którym błędy przekraczają wartość graniczną $\Delta x > G$;

$H_g(x'' \geq x \geq x')$ — entropia z rozkładu prawdopodobieństwa wartości rozróżnianych przez przyrząd w przedziale $x'' \geq x \geq x'$ przy założeniu, że $\Delta x = G$.

Następnie wprowadźmy parametr β_1 charakteryzujący względne straty informacji w przedziale $x'' \geq x \geq x'$ o błędach $\Delta x > G$:

$$\beta_1 = 1 - \frac{H(x'' \geq x \geq x')}{H_g(x'' \geq x \geq x')} \quad (7)$$

Są to straty wynikające z przekroczeń wartości dopuszczalnych, kiedy $\Delta x > G$. Natomiast wyrażenie:

$$\beta_2 = \left[1 - \frac{H(x'' \geq x \geq x')}{H_g(x'' \geq x \geq x')} \right] \frac{x'' - x'}{z} \quad (8)$$

jest iloczynem względnych strat informacji w przedziale $x'' \geq x \geq x' \beta_1$ i stosunku $\frac{x'' - x'}{Z}$ (szerokości odcinka $x'' - x'$, w którym $\Delta x > G$, do wartości całego zakresu pomiarowego Z).

Parametr β_2 charakteryzuje względne straty informacji, spowodowane błędami przekraczającymi w pewnym przedziale wartość graniczną G , odniesione do całego zakresu pomiarowego Z i ilości informacji kiedy $\Delta x = G$. Jest to informacyjna miara awaryjności przyrządu lub kanału przetwarzania, kiedy błędy na pewnym odcinku zakresu przekraczają wartości dopuszczalne.

4. WNIOSKI KOŃCOWE

Wprowadzone w rozdziale 2 pojęcie wydajności informacyjnej narzędzi pomiarowych η_{in} jest parametrem odnoszącym się do pojedynczych przyrządów. Każdy egzemplarz określonego typu będzie najczęściej wykazywał inną wartość opisywanej wydajności. Określa ona, ile informacji może dostarczyć interesujący nas przyrząd, odniesionej do ilości informacji, którą dostarczyłby gdyby wszystkie spośród mierzonych wartości charakteryzowały się błędami granicznymi G . Parametr ten umożliwia porównywanie liczbowe przyrządów, określa który z wybranych egzemplarzy jest lepszy metrologicznie i o ile. Jeżeli operujemy tylko wartościami granicznymi całej rodziny, nie widzimy jakie zróżnicowanie występuje wewnątrz populacji. Wydaje się, że porównywanie i wykazywanie różnic między egzemplarzami tego samego lub różnych typów jest możliwe tylko przy wykorzystaniu teorii informacji i sygnałów.

Do obliczenia wydajności informacyjnej η_{in} i parametru β_2 — informacyjnej miary awaryjności, potrzebny jest prosty eksperyment — pomiar błędów w oznaczonych punktach podziałki. Takie badania przeprowadza się w czasie legalizacji i zapisuje w protokołach.

Podano także uproszczoną metodę obliczania entropii z rozkładów wartości rozróżnionych przez przyrząd. Może nią posłużyć się każdy bez specjalnego przygotowania. Nie ma uzasadnienia stosowania precyzyjnych metod, ze względu na zachodzące w czasie eksploatacji zmiany rozkładów błędów. Uproszczony sposób postępowania przy obliczaniu parametrów egzemplarzy przyrządów, może znaleźć, w niektórych szczególnych przypadkach zastosowanie w praktyce, przede wszystkim wtedy gdy zachodzi potrzeba liczbowego wykazania różnic w możliwościach pomiarowych. W literaturze [1], o czym już wspomniano, zaleca się wykorzystywać w eksploatacji narzędzia, w których błędy na niewielkich odcinkach zakresu lub na wybranych kanałach przetwarzania wykraczają poza wartości graniczne. Dopuszcza się więc pracę na częściowo „uszkodzonej aparaturze”. Wtedy nasuwa się od razu pytanie, jak liczbowo określić stopień uszkodzenia. W artykule zdefiniowano parametr β_2 — informacyjną miarę awaryjności. Wartość β_2 określa stopień uszkodzenia narzędzia o błędach częściowo wykraczających poza graniczne, odpowiada na pytanie na ile przyrząd lub system jest uszkodzony.

Przedstawiony parametr β_2 i sposób jego obliczania może okazać się przydatnym w praktyce. Ze wzrostem błędów ponad graniczne $\Delta x > G$ na coraz szerszym odcinku,

zmniejsza się ilość dostarczonych informacji. O ile dopływ informacji obniża się ze wzrostem szerokości przedziału $x'' \geq x \geq x'$ i wielkości błędów Δx w tym przedziale, daje odpowiedź metoda przedstawiona w artykule.

Praktyczna działalność wymaga często przyjęcia pewnych wartości granicznych prawnie dopuszczalnych. W czasie legalizacji można byłoby nawet, szczególnie w odniesieniu do złożonych wielokanałowych systemów, sprawdzać, czy stopień uszkodzenia nie przekroczył granic przyjętych za dopuszczalne, posługując się informacyjną miarą awaryjności.

BIBLIOGRAFIA

1. G. I. Kawalerow, S. M. Mandelsztam: *Wprowadzenie do teorii pomiarów*, Warszawa: PWN 1983 r.,
2. M. Krauss, E. Woschin: *Systemy pomiarowo-informacyjne*. Warszawa: PWN 1979 r
3. R. Rakowski: *Probabilistyczne metody obliczania dokładności pomiarów i układów przetworników*. Jelenia Góra, WOSR 1985 r.
4. J. Seidler: *Nauka o informacji*, t. I i II. Warszawa: WN-T 1983 r
5. J. Sereda, S. Weinfeld: *Elektroniczne przyrządy pomiarowe (wskazówki doboru i eksploatacja)*. Warszawa: WNT 1975 r

R. RAKOWSKI

INFORMATION EFFICIENCY AND INFORMATION LOSS OF MEASURING SYSTEMS

Summary

The definition and a method of determination of the metrological-information efficiency for specimens of undamaged measuring tools showing errors not exceeding the limit value specified by manufacturer, are given. A parameter characterising information losses in tools, caused by the excess in certain sectors of their range of admissible limit errors is introduced. This parameter defines the fault rate of a given measuring tool. It depends on the magnitude of excess errors and the interval across which they appear.

R. RAKOWSKI

EFFICACITÉ DE L'INFORMATION ET MESURE DES DEFAUTS D'INFORMATION DES INSTRUMENTS DE MESURE

Résumé

On présente la définition et la méthode de calcul d'une soit disant „efficacité de l'information” de particuliers instruments de mesure, dont les erreurs ne dépassent pas la valeur limite déterminée par le producteur. L'efficacité de l'information détermine la possibilité d'envoyer des informations par des instruments particuliers et constitue leur trait individuel. On introduit aussi le paramètre qui est la mesure du défaut des instruments de mesure, lorsque les erreurs sur certains segments de l'étendue dépassent les valeurs limites déterminées par la classe.

R. RAKOWSKI

METROLOGISCHE LEISTUNG UND INFORMATIVE MEßGRÖßE DER UNZUVERLÄSSIGKEIT
VON MEßGERÄTEN

Zusammenfassung

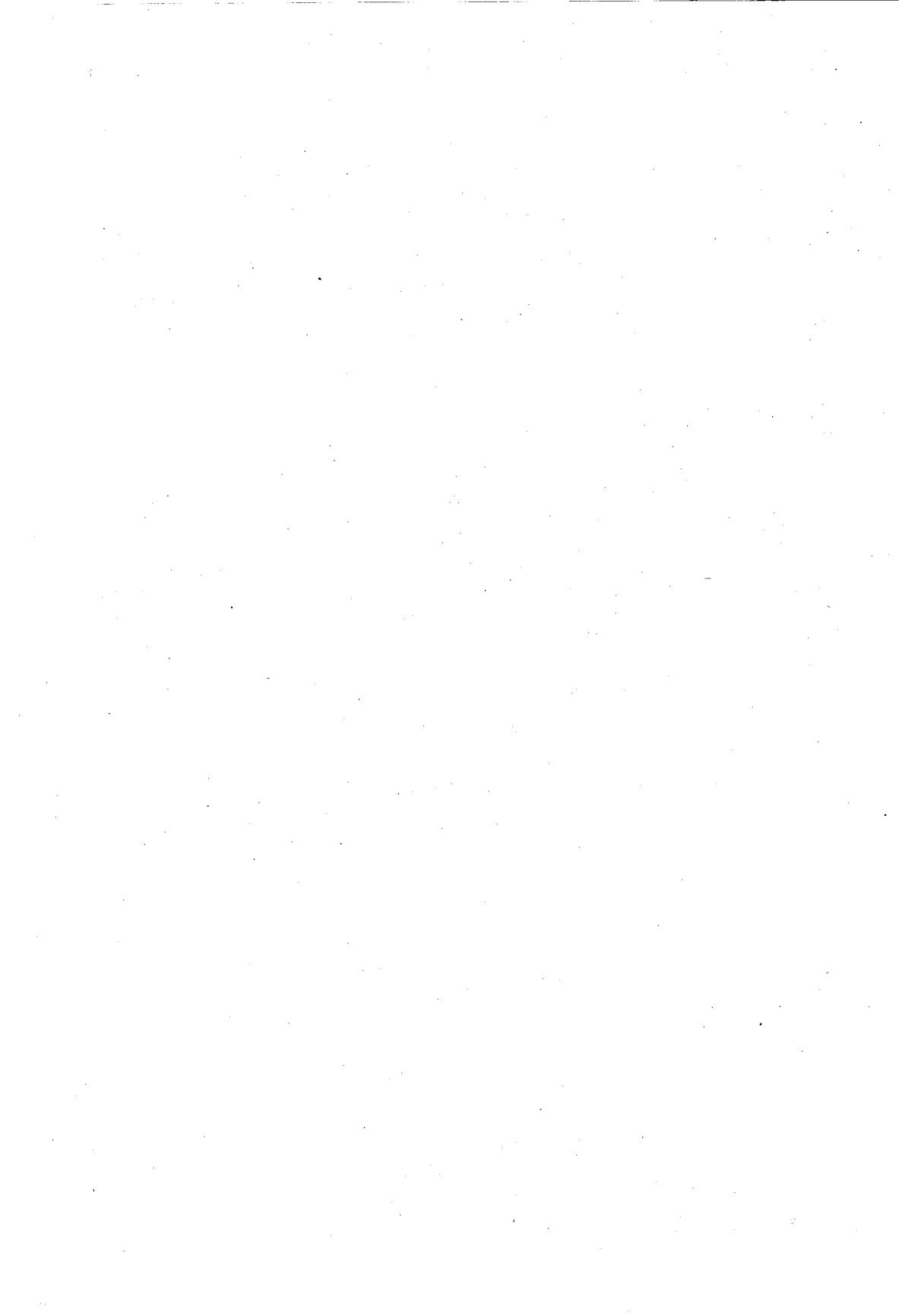
Es wurden Definition und Rechenmethode für die sog. metrologische Leistung von Meßgeräten angegeben, deren Fehler den von Hersteller bestimmten Grenzwert nicht überschreiten. Die metrologische Leistung bestimmt auch die Möglichkeit der einzelnen Geräte, Informationen zu sammeln; sie ist deren individuelle Eigenschaft. Es wurde auch ein Kennwert eingeführt, der als informative Meßgröße der Unzuverlässigkeit der Meßgeräte fungiert für den Zustand, wenn Fehler an manchen Abschnitten des Bereiches die durch ihre Klasse bezeichneten Grenzwerte übersteigen.

P. RAKOVSKI

ИНФОРМАЦИОННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ МЕРОЙ
АВАРИЙНОСТИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Резюме

Представлено определение и метод расчёта так называемого метрологического информационного коэффициента полезного действия экземпляров неповрежденных измерительных инструментов с погрешностями не выходящими за предельное значение определённое изготовителем. Определен параметр характеризующий потери информации в инструментах возникающие в результате перевышения на некоторых отрезках диапазона измерения допустимых предельных погрешностей. Этот параметр определяет степень безотказности измерительного инструмента, который зависит от величин погрешностей и ширины интервала в котором они выступают.



Laserowe wzorce częstotliwości

K. M. ABRAMSKI, W. MICHALSKI, R. NOWICKI, H. PERCAK, E. F. PLIŃSKI

Instytut Telekomunikacji i Akustyki, Politechnika Wrocławska

Artykuł wpłynął 1987. 07.27

Autoryzowano do druku 1987.08.28

Przedstawiono podstawowe wymagania, stawiane laserowym wzorcom częstotliwości. Opisano również podstawowe metody i podstawy działania aktywnej stabilizacji częstotliwości promieniowania laserów gazowych. Przedstawiono również metody pomiarów laserowych wzorców częstotliwości, rozwój dziedziny laserowych wzorców częstotliwości w okresie ostatnich dziesięciu lat na świecie oraz osiągnięcia krajowej w tej dziedzinie.

1. WSTĘP

Do czasu uzyskania pierwszej akcji laserowej istniała praktyczna konieczność rozróżniania wzorów czasu (częstotliwości) i długości. Było to spowodowane tym, że zjawiska fizyczne wykorzystywane jako wzorcowe, zapewniały jedynie stabilność i powtarzalność jednej z tych wielkości. Jako wzorec długości ustalono w 1960 roku „pomarańczowe” spontaniczne przejście $2p_{10} \rightarrow 5d_5$ atomu kryptonu ^{86}Kr o długości fali 605,7802105 nm i względnej stałości długości fali $3 \cdot 10^{-9}$ [1]. Pomiary długości są dokonywane metodami interferencyjnymi, a wymienione przejście promieniste atomu kryptonu pozwalało na uzyskanie najdłuższej drogi koherencji spośród wszystkich znanych, spontanicznie emitowanych linii emisyjnych z widzialnego zakresu spektralnego. Ta właściwość zadecydowała o wyborze wzorca długości.

Za wzorec czasu przyjęto w 1967 roku na XIII-ej Conférence Generale des Poids et Mesures wybrane przejście między dwoma poziomami struktury subtelnej stanu podstawowego atomu cezu ^{133}Cs . Jako sekundę uznano czas trwania 9 192 631 770 cykli wymienionego przejścia, a jednostkę częstotliwości odpowiednio jako odwrotność tej wielkości. Wzorec ten zapewnia względną niestałość częstotliwości rzędu $(1-2) \cdot 10^{-13}$ [2]. Wzorcem częstotliwości jest również maser wodorowy o częstotliwości 1 420 405 751, 7864 $\pm$ 0,001 Hz charakteryzujący się gorszą powtarzalnością częstotliwości lecz wyróżniający się lepszą stałością w czasie, rzędu 10^{-14} na dobę [3].

Wysoka stabilność częstotliwości wymienionych przejść promienistych oraz fakt, że częstotliwości emitowanych fal znajdują się w zakresie mikrofal, gdzie techniki obróbki sygnału są dobrze opanowane, zadecydowały o wyborze takich linii emisyjnych jako wzorców częstotliwości [4].

Lasery gazowe stwarzają szansę połączenia obu wzorców (długości i częstotliwości)

w jednym przyrządzie przy zwiększonej dokładności, a równocześnie przy niższym koszcie i dużej prostocie obsługi. Szerokość spektralna promieniowania laserowego jest o kilka rzędów wielkości mniejsza od spektralnej szerokości linii emisyjnej ośrodka aktywnego lasera. Stąd droga koherencji takiego promieniowania jest odpowiednio większa od drogi koherencji promieniowania wymienionego kryptonu ^{86}Kr . Laser jest zatem konkurencyjnym wzorcem długości dla wzorców atomowych.

Zgodnie ze wzorcem Schawlow'a i Townes'a na szerokość spektralną $\Delta\nu$ promieniowania emitowanego przez laser:

$$\Delta\nu = \frac{2\pi(\Delta\nu_b)^2}{P} \cdot h\nu \quad (1.1)$$

gdzie:

P — moc wyjściowa lasera,

h — stała Plancka,

$\Delta\nu_b$ — szerokość spektralna rezonansu rezonatora biernego,

ν — częstotliwość promieniowania lasera,

szerokość linii spektralnej np. lasera He-Ne dla typowych danych $\Delta\nu_b = 0,5$ MHz, $P = 1$ mW i $\nu = 473,612$ THz wynosi $5 \cdot 10^{-4}$ Hz. W rzeczywistości liczne wpływy zewnętrzne powodują zwiększenie tej szerokości o kilka rzędów wielkości. Tak koherentne promieniowanie jest łatwe do obróbki znanymi metodami radiotechnicznymi, jak na przykład heterodynowanie. Wynika stąd możliwość technicznej realizacji laserowych wzorców częstotliwości.

Lasery mają zatem cechy zarówno wzorców długości jak i częstotliwości. Odnosi się to zwłaszcza do laserów gazowych pracy ciągłej (atomowych i molekularnych) takich jak laser He-Ne i laser CO_2 . Jednakże laser gazowy sam w sobie nie może być standardem częstotliwości jak i długości dopóki nie zastosuje się dodatkowych urządzeń kontrolujących jego warunki pracy w celu osiągnięcia wysokiej stabilności. Istnieje szereg czynników powodujących niestabilną pracę lasera. Aby laser mógł stać się wzorcem częstotliwości lub długości musi on być stabilizowany czynnie i biernie [5, 6]. Problemom takiej stabilizacji poświęcone jest niniejsze opracowanie.

2. PODSTAWOWE WYMAGANIA STAWIANE LASEROWYM WZORCOM CZĘSTOTLIWOŚCI

Laser gazowy jest niestabilnym źródłem promieniowania. Widmo fluktuacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego jest praktycznie zawarte w zakresie od zera Hz do około 100 kHz, przy czym amplituda tych fluktuacji jest ograniczona szerokością krzywej wzmocnienia ośrodka aktywnego w laserze i na przykład w przypadku lasera He-Ne może wynosić maksymalnie ok. 1,5 GHz dla częstotliwości centrum krzywej wzmocnienia 473,612 THz. Fluktuacjom o częstotliwościach powyżej kilku Hz można przeciwdziałać tylko biernymi metodami stabilizacji częstotliwości. Destabilizujący wpływ fluktuacji niskoczęstotliwościowych, które są zawarte w zakresie od zera Hz do kilku Hz, może być minimalizowany w wyniku wykorzystania aktywnej stabilizacji częstotliwości, za pomocą elektronicznych układów ujemnego sprzężenia zwrotnego.

2.1. CZYNNIKI DESTABILIZUJĄCE CZĘSTOTLIWOŚĆ PROMIENIOWANIA LASERÓW GAZOWYCH

Częstotliwość promieniowania niestabilizowanego lasera zmienia się pod wpływem oddziaływania szeregu czynników zakłócających. Czynniki te można najogólniej podzielić na zewnętrzne i wewnętrzne. Do czynników zewnętrznych zalicza się zmiany temperatury otoczenia, zmiany atmosferyczne (zmiany ciśnienia i wilgotności powietrza), wibracje mechaniczne, zakłócenia akustyczne, wpływ pól elektrycznych i magnetycznych. Czynnikiem wewnętrznym jest destabilizujący wpływ wyładowania elektrycznego w gazie, stanowiącym ośrodek aktywny lasera. Wpływ ten sprowadza się zwłaszcza do fluktuacji prądu wyładowania oraz zmian temperatury i ciśnienia gazowej mieszanki laserowej. W laserach molekularnych należy dodatkowo uwzględnić zmiany składu chemicznego ośrodka aktywnego.

Przedstawione czynniki zakłócające powodują modulację częstotliwości promieniowania lasera, a więc rozszerzenie linii widmowej promieniowania w odniesieniu do szerokości określonej przez wzór (1.1). Niestalność częstotliwości ν promieniowania lasera jest określona przez niestalność długości optycznej rezonatora i opisana za pomocą zależności:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta n}{n}, \quad (2.1.1)$$

w której:

- L — długość geometryczna rezonatora,
- ΔL — zmiana długości geometrycznej rezonatora,
- n — współczynnik załamania ośrodka w rezonatorze,
- Δn — zmiana współczynnika załamania n .

Zmiany ΔL i Δn mają charakter stochastyczny i dlatego fluktuacje częstotliwości ν mają taki sam charakter. Z zależności (2.1.1) wynika, że w celu minimalizowania zmian częstotliwości promieniowania lasera należy minimalizować wszelkie zmiany długości geometrycznej rezonatora oraz zmiany współczynnika załamania ośrodka między zwierciadłami rezonatora.

Zmiany temperatury otoczenia stanowią jeden z najważniejszych czynników powodujących zmiany długości geometrycznej rezonatora. Procesy termiczne są procesami powolnymi i dlatego wpływają w sposób istotny na długoterminową niestalność częstotliwości promieniowania lasera.

W istotny sposób na niestalność częstotliwości promieniowania lasera wpływają również zmiany współczynnika załamania n , spowodowane przez zmiany temperatury powietrza oraz zmiany ciśnienia i wilgotności powietrza. Przedstawione zmiany atmosferyczne mogą mieć charakter powolny lub szybki. I tak na przykład turbulencje powietrza spowodowane przez prądy powietrzne mogą w laserach z zewnętrznymi zwierciadłami powodować szybkie fluktuacje częstotliwości rzędu kilku MHz na sekundę.

Istotną przyczyną niestalności częstotliwościowej promieniowania lasera gazowego są też wibracje mechaniczne. Aby w niestabilizowanym aktywnie laserze otrzymać względną niestalność częstotliwości promieniowania $\frac{\Delta \nu}{\nu}$ nie większą niż 10^{-8} przy długości rezonatora równej 1 m, długość ta musi być utrzymywana z dokładnością do 10 nm. Wibracje mechaniczne o takiej wielkości mogą często występować.

Na korpus rezonatora i jego oddzielne elementy mogą oddziaływać nie tylko vibracje mechaniczne, lecz także vibracje pochodzenia akustycznego. Te vibracje akustyczne mogą wywołać względną niestałość $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ częstotliwości promieniowania lasera wynoszącą kilka razy 10^{-7} .

Inną przyczyną niestałości częstotliwości promieniowania lasera gazowego może być wpływ pól magnetycznych. Magnetostrykcyjne właściwości materiałów, z których wykonany jest rezonator lasera, powodują zmiany długości rezonatora, a w następstwie tego — częstotliwości promieniowania lasera. Wpływ tylko pola magnetycznego Ziemi jest przyczyną zmian częstotliwości promieniowania o około 140 kHz w przypadku stosowania prętów inwarowych w konstrukcji rezonatora mechanicznego lasera. Również rozproszone pola magnetyczne, wytworzone przez lokalną aparaturę elektroniczną, mogą wywoływać zjawiska, które muszą być wzięte pod uwagę w laserach wysokostabilnych, a szczególnie w tych, gdzie częstotliwość promieniowania jest stabilizowana aktywnie w wyniku wykorzystania zjawisk magnetycznych.

Z kolei wpływom elektrycznych pól zakłócających ulegać mogą takie dielektryczne elementy konstrukcji lasera jak: szklana rura wyładowcza lasera, szklane okienka zamykające rurę wyładowczą, przesuwnik piezoelektryczny służący do przestrajania rezonatora lasera, itp.

Zmiany długości optycznej rezonatora mogą być również spowodowane przez ruch plazmy w rurze wyładowczej. W procesie wyładowania elektrycznego w gazie występują fluktuacje prądu wyładowania. Konsekwencją tego są fluktuacje gęstości plazmy, a stąd fluktuacje współczynnika załamania, co z kolei jest przyczyną fluktuacji częstotliwości promieniowania lasera. Fluktuacje gęstości plazmy mogą być również spowodowane przez oddziaływanie na plazmę elektrycznych lub magnetycznych pól zakłócających.

2.2. BIERNA STABILIZACJA CZĘSTOTLIWOŚCI PROMIENIOWANIA LASERÓW GAZOWYCH

Warunkiem koniecznym otrzymania laserowego wzorca częstotliwości jest bierna stabilizacja częstotliwości promieniowania lasera. I tak rezonator lasera o dobrej biernej stabilizacji częstotliwości promieniowania powinien mieć konstrukcję mechaniczną charakteryzującą się dużą odpornością na wpływ mechanicznych vibracji podłużnych (wzdłuż prętów — dystansowników rezonatora) oraz poprzecznych (prostopadłych do prętów — dystansowników rezonatora). Duża odporność rezonatora na wpływ vibracji podłużnych występuje wtedy, gdy spełniony jest warunek [7]

$$\frac{Y}{\rho L^2} = \text{maximum}, \quad (2.2.1)$$

w którym:

Y — moduł Younga materiału pręta-dystansownika,

ρ — gęstość (g/m^3) materiału pręta-dystansownika.

Współczynnik (Y/ρ) inwaru jest przeciętnie dziesięć razy większy od takiego współczynnika charakteryzującego inne materiały (wykorzystywane do budowy prętów-dystansowników w rezonatorach laserowych), takie jak kwarc topiony oraz szkła ceramiczne cer-vit i zero-dur. Dlatego tylko inwar wykorzystuje się do budowy optymalnego rezo-

natora laserowego [8]. Z warunku (2.2.1) wynika również potrzeba minimalizacji długości L rezonatora. Minimalizację tę można przeprowadzić jedynie w takim zakresie jaki jest dopuszczalny ze względu na podstawowe wymaganie uzyskania takiej wartości wzmocnienia ośrodka aktywnego w laserze, aby użyteczna moc wyjściowa promieniowania lasera nie była zbyt mała.

Mały destabilizujący wpływ wibracji poprzecznych na rezonator laserowy jest wynikiem pokrywania się wzdluznej osi symetrii układu prętów-dystansowników rezonatora z osią łączącą centralne punkty zwierciadeł rezonatora [7], a stąd też z osią rury wydawczej lasera.

W celu dalszego zredukowania destabilizującego wpływu wibracji mechanicznych na laser, konstrukcję lasera umieszcza się na stanowisku antywibracyjnym. Taka konstrukcja antywibracyjna, zabezpieczająca przed wibracjami pochodzącymi od podłoża, powinna być oparta na własnym, niezależnym, głęboko wpuszczonym w podłoże fundamencie. Proste i bardzo skuteczne stanowisko antywibracyjne może być zbudowane z ciężkiej płyty granitowej o masie kilkuset kilogramów, opartej na stalowej ramie podstawy, która z kolei spoczywa na niezależnym fundamencie. Między płytą granitową a ramą podstawy oraz między tą ostatnią a fundamentem należy umieścić dodatkowo podkładki amortyzacyjne. Bardzo skuteczne i jednocześnie proste zabezpieczenie przed wpływem pionowych i poziomych wibracji podłoża uzyskuje się przez zastosowanie podkładek gumowych między płytą granitową a ramą podstawy oraz podkładek kartonowych między ramą podstawy a niezależnym fundamentem. Stanowisko antywibracyjne o takiej konstrukcji ma trzy elementy inercyjne o znacznych masach, przedzielone tłumiącymi elementami elastycznymi. Częstotliwość rezonansu własnego takiego układu wynosi od ułamków herca do kilku herców.

Układ antywibracyjny nie chroni przed wpływem wibracji o częstotliwościach zbliżonych do częstotliwości rezonansu własnego. Zatem stanowisko antywibracyjne nie zabezpiecza przed wpływem mechanicznych wibracji podłoża o małych częstotliwościach, natomiast dobrze tłumi wpływ wibracji o dużych częstotliwościach. Dlatego konstrukcja rezonatora lasera powinna stanowić układ bardzo sztywny dla wibracji o częstotliwości do kilku herców, natomiast może być podatna na wpływ wibracji mechanicznych o dużych częstotliwościach. Pręty-dystansowniki rezonatora powinny więc mieć jak największą częstotliwość mechanicznego rezonansu własnego. Częstotliwość ta jest proporcjonalna do $(Y/\rho)^{1/2}$ [9]. Wynika z tego wniosek o konieczności zastosowania takiego materiału na pręty-dystansowniki, aby spełniony był warunek (2.2.1). Zatem zastosowanie inwaru jest powójnie uzasadnione: ze względu na dużą odporność rezonatora na wpływ wibracji podłużnych oraz ze względu na uzyskanie dużej sztywności rezonatora w zakresie małych częstotliwości wibracji.

Istnieje jeszcze jedna zaleta inwaru, stanowiąca trzecie uzasadnienie zastosowania takiego materiału do budowy prętów-dystansowników rezonatora laserowego. Zaletą tą jest bardzo mała rezszerzalność termiczna. Współczynnik α względnej termicznej rozszerzalności liniowej inwaru wynosi około 10^{-6} K^{-1} i jest to wartość takiego samego rzędu jak w przypadku kwarcu topionego lub szkła ceramicznego, stanowiących materiały o zminimalizowanej wartości współczynnika α .

Laser zabezpiecza się nie tylko przed destabilizującym wpływem wibracji mechanicz-

nych podłoża, ale również przed wibracjami (szumami) pochodzenia akustycznego. Przeciwdziała im się przez stosowanie osłon przeciwakustycznych. Prosta i stosunkowo skuteczną osłoną jest obudowa z drewna i włókna szklanego [10]. Obudowa taka powinna być jak najbardziej szczelna, gdyż nawet niewielkie szczeliny mogą w istotny sposób zmniejszyć skuteczność zabezpieczenia przeciwakustycznego.

Destabilizujący wpływ fluktuacji prądu wyładowania w rurze wyładowczej lasera minimalizuje się przez stabilizację natężenia tego prądu.

Destabilizującemu wpływowi zakłócających pól elektrycznych i magnetycznych przeciwdziała się przez nałożenie otulin na pręty-dystansowniki rezonatora [10, 11]. W konstrukcji otulin stosuje się warstwę kobaltu ekranującą od pól magnetycznych oraz folię metalową (np. aluminium lub miedź) ekranującą od pól elektrycznych małej częstotliwości i od pól elektromagnetycznych wielkiej częstotliwości.

Destabilizującemu wpływowi niestałości temperatury rury wyładowczej lasera i temperatury wody chłodzącej tę rurę, a także wpływowi zmian składu i ciśnienia ośrodka aktywnego w laserze przeciwdziała się przez:

- 1) zastosowanie rury wyładowczej wykonanej ze szkła kwarcowego,
- 2) stabilizację temperatury wody chłodzącej rurę wyładowczą,
- 3) utrzymanie stałego składu i ciśnienia ośrodka aktywnego.

W przypadku lasera z co najmniej jednym zewnętrznym zwierciadłem minimalizuje się odległość między końcem rury wyładowczej a zwierciadłem oraz stosuje się osłony zabezpieczające przed destabilizującym wpływem prądów powietrznych. Proste i skuteczne zabezpieczenie zapewnia w tym przypadku folia z tworzywa sztucznego, obejmująca szczelnie zwierciadło i koniec rury wyładowczej.

Przedstawione metody biernej stabilizacji nie określają ścisłej procedury konstruowania laserów o biernej stabilności. Na ogół konstruktorzy kierują się przedstawionymi przesłankami uwzględniając je w różnym stopniu.

2.3. AKTYWNA STABILIZACJA CZĘSTOTLIWOŚCI PROMIENIOWANIA LASERÓW GAZOWYCH

Aktywne metody stabilizacji częstotliwości oparte są na wykorzystaniu zewnętrznych obwodów ujemnego sprzężenia zwrotnego. Działanie tych obwodów polega na otrzymaniu sygnałów błędu i regulacji długości optycznej rezonatora odpowiednio do sygnału błędu. Wspólnym elementem dla wszystkich takich układów jest dyskryminator częstotliwości, który przekształca odchylenie częstotliwości promieniowania lasera w sygnał błędu prądu stałego zmieniającego się w czasie lub modulowanego prądu zmiennego. Amplituda i polaryzacja (lub faza) sygnału błędu podają wielkość i znak odchylenia częstotliwości. Po wzmocnieniu, sygnał błędu wykorzystuje się do regulacji długości optycznej rezonatora w ten sposób, aby zminimalizować sygnał błędu. Korekcyjna zmiana długości optycznej jest realizowana w wyniku zmiany współczynnika załamania jakiegokolwiek elementu wewnątrz rezonatora (np. przez wykorzystanie efektu elektrooptycznego lub zmiany ciśnienia) lub — o wiele częściej — w wyniku zmiany odległości między zwierciadłami. Do przesuwania zwierciadeł wykorzystuje się urządzenia, których działanie opiera się na magnetostrykcji, elektrostrykcji, a niekiedy również na termicznym rozszerzaniu, mimo że to ostatnie zjawisko charakteryzuje duża inercyjność.

Reakcja aktywnego układu stabilizacji częstotliwości na krótkoterminowe zaburzenie jest określona przez szerokość pasma obwodu sprzężenia zwrotnego oraz przez wzmocnienie pętlowe. Układ stabilizacji częstotliwości o dużej szerokości pasma charakteryzuje się małą stałą czasu, a zatem dużą szybkością działania. Układ taki jest jednak mało stabilny (może wzbudzić się), a także odznacza się długim czasem trwania procesów przejściowych, czyli złymi właściwościami dynamicznymi. Stała czasu układu stabilizacji nie może zatem być zbyt mała, tzn. szerokość pasma nie może być zbyt duża. Konsekwencją dużej stałej czasu jest dobra stabilizacja zaburzeń wolnozmiennych, lecz zła stabilizacja wpływu zaburzeń szybkozmiennych.

Istnieje wiele metod aktywnej stabilizacji częstotliwości laserów gazowych. Wśród nich można wyróżnić kilka najczęściej stosowanych i w tym sensie podstawowych. Należą do nich następujące metody:

- 1) stabilizacja względem ekstremum krzywej wzmocnienia linii emisyjnej ośrodka aktywnego lasera (stabilizacja względem maksimum krzywej wzmocnienia, albo względem dipu Lamba),
- 2) stabilizacja z wykorzystaniem efektu Zeemana,
- 3) stabilizacja z wykorzystaniem wewnętrznej komórki absorpcyjnej,
- 4) stabilizacja z wykorzystaniem zewnętrznej komórki absorpcyjnej.

Praktycznym rozwiązaniem aktywnej stabilizacji częstotliwości laserów poświęcono następny rozdział.

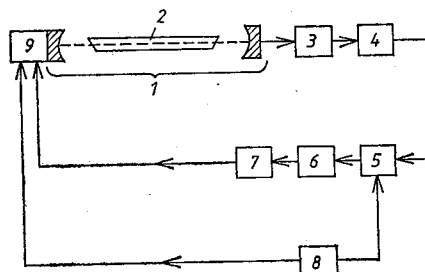
3. METODY I PODSTAWY DZIAŁANIA AKTYWNEJ STABILIZACJI CZĘSTOTLIWOŚCI PROMIENIOWANIA LASERÓW GAZOWYCH

3.1. STABILIZACJA WZGLĘDEM EKSTREMUM KRZYWEJ WZMOCNIENIA

Metoda polega na utrzymywaniu częstotliwości lasera gazowego w centrum krzywej wzmocnienia (lub w lokalnym minimum, gdy występuje dip Lamba). W celu otrzymania sygnału błędu wykorzystuje się w tej metodzie wymuszoną modulację częstotliwości promieniowania, realizowaną w wyniku przemieszczania jednego ze zwierciadeł rezonatora. Sygnał wyjściowy lasera jest przy tym również modulowany amplitudowo, a zatem modulowana jest moc promieniowania wyjściowego. Amplituda i częstotliwość modulacji długości rezonatora są stałe. W wyniku tego głębokość modulacji mocy promieniowania wyjściowego określa wielkość przesunięcia częstotliwości promieniowania, a faza — kierunek przesunięcia. Wzmocniony sygnał błędu, o odpowiednim znaku zapewnionym przez detekcję synchroniczną, wykorzystuje się do korygującego przesunięcia zwierciadła. Schemat blokowy takiego układu stabilizacji częstotliwości pokazano na rys. 1.

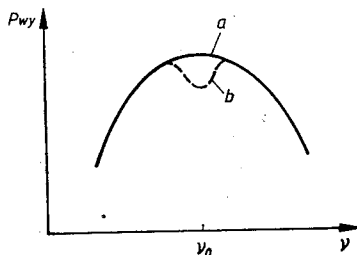
Częstotliwość generatora wiodącego (blok nr 8 na rys. 1), zapewniającego wymuszoną modulację częstotliwości i mocy promieniowania lasera, jest stała i ma zwykle wartość wynoszącą kilkaset herców.

Zastosowanie opisanego układu automatycznej stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego pozwala uzyskać długoterminową względną niestalość częstotliwości promieniowania lasera nie większą niż 10^{-7} w przypadku stabilizacji względem



Rys. 1. Schemat blokowy układu automatycznej stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego: 1 — laser jednoczęstotliwościowy, 2 — rura wyładowcza, 3 — detektor promieniowania, 4 — wzmacniacz prądu zmiennego, 5 — detektor synchroniczny, 6 — integrator operacyjny, 7 — wzmacniacz prądu stałego, 8 — generator wiodący, 9 — przesuwnik piezoelektryczny

maksimum krzywej wzmocnienia, oraz nie większą niż 10^{-8} w przypadku stabilizacji względem dipu Lamba. Lepsza o rząd wielkości stabilność częstotliwości lasera, w przypadku stabilizacji względem dipu Lamba, wynika z zawężenia krzywej wzorca częstotliwości w porównaniu z szerokością wzorca w postaci krzywej wzmocnienia. Ilustruje to rys. 2.



Rys. 2. Przykłady krzywych wzorca częstotliwości w postaci: maksimum krzywej wzmocnienia (a), oraz centrum dipu Lamba (b)

Stabilizację względem dipu Lamba najczęściej stosuje się w laserach He-Ne $0,63 \mu\text{m}$, ponieważ stosunkowo łatwo można uzyskać dip Lamba w tego typu laserach. Laser He-Ne, stabilizowany względem dipu Lamba, może być łatwo użyty jako standard długości wówczas, gdy są dopuszczalne niedokładności $(5-10) \cdot 10^{-8}$ [1]. Metoda stabilizacji częstotliwości względem maksimum krzywej wzmocnienia stosowana jest w szeregu innych laserach gazowych, takich jak: lasery CO_2 i CO (na dowolnie wybranej linii), lasery He-Ne $1,15 \mu\text{m}$ oraz He-Ne $3,39 \mu\text{m}$. Lasery stabilizowane tą metodą są stosowane jako wzorce w eksperymentach nie wymagających niestalości częstotliwości mniejszej niż 10^{-7} .

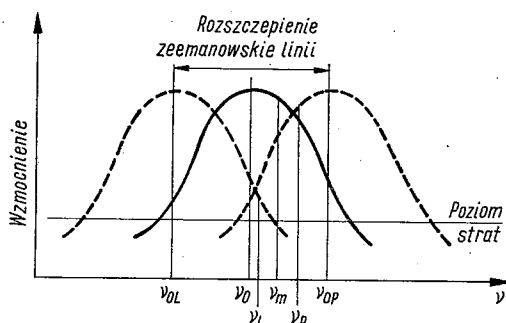
3.2. STABILIZACJA Z WYKORZYSTANIEM EFEKTU ZEEMANA

W niektórych zastosowaniach laserów gazowych stabilizowanych względem ekstremum krzywej wzmocnienia, niepożądana jest pomocnicza modulacja częstotliwości promieniowania laserowego, wprowadzana w celu otrzymania sygnału dyskryminacyj-

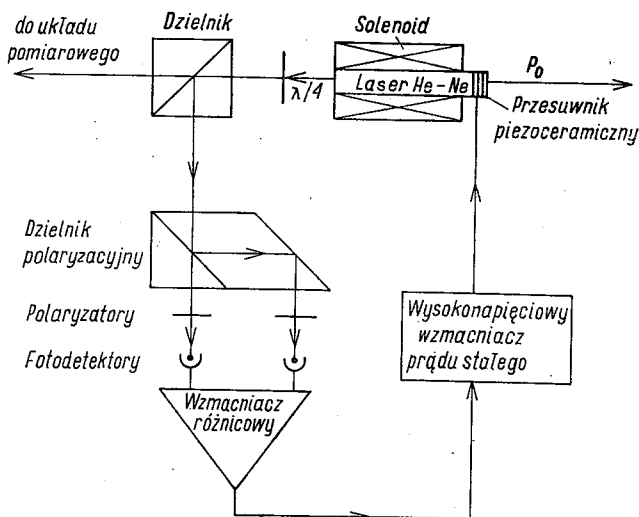
nego. Stosując stabilizację częstotliwości wykorzystującą efekt Zeemana można uniknąć efektu dodatkowej modulacji. Metodę tę stosuje się głównie w laserach He-Ne.

Kiedy wzdłużne pole magnetyczne zastosuje się do lasera He-Ne z wewnętrznymi zwierciadłami, wówczas wiązka laserowa rozdziela się na dwie polaryzacje kołowe oscylujące na nieco innych częstotliwościach w wyniku optycznej dwójłomności ośrodka. Polaryzacje te różnią się skrętnością i jedna z nich (o mniejszej częstotliwości) jest polaryzacją kołową lewoskrętną, a druga (o częstotliwości większej) jest polaryzacją kołową prawoskrętną.

Z chwilą rozszczepienia zeemanowskiego poszerzonej dopplerowsko emisyjnej linii spektralnej lasera He-Ne $0,63 \mu\text{m}$, otrzymuje się dwie linie, które jednak nie konkurują ze sobą, bowiem są one źródłem polaryzacji kołowych o różnych skrętnościach. Fakt, że częstotliwość prawo- i lewo-skrętnej polaryzacji modów różni się, jest wynikiem efektu przeciągania częstotliwości, charakteryzującego się tym, że częstotliwość pracy modu



Rys. 3. Schemat powstawania różnicy częstotliwości $\Delta\nu$ w laserze zeemanowskim



Rys. 4. Podstawowy schemat układu automatycznej stabilizacji częstotliwości lasera He-Ne z wykorzystaniem efektu Zeemana

„przeciągana” jest do centrum linii emisyjnej. Na rys. 3 przedstawiono schematycznie model spektralnego rozszczepienia oraz tworzenie się zeemanowskich rozszczepionych modów o częstotliwości ν_L (lewoskrętna polaryzacja kołowa) oraz ν_P (prawoskrętna polaryzacja kołowa) z różnicą częstotliwości $\Delta\nu = \nu_P - \nu_L$. Typowa wartość indukcji pola magnetycznego stosowana w tej metodzie wynosi od kilkudziesięciu do kilkuset Gs. Istota stabilizacji tą metodą polega na porównywaniu natężenia promieniowania obu rozszczepionych modów, jak pokazano na rys. 4.

Niestaołość częstotliwości w laserach stabilizowanych tą metodą wynosi ok. $5 \cdot 10^{-8}$. Zeemanowskie lasery He-Ne są powszechnie stosowane jako wzorce długości w pomiarach interferencyjnych.

3.3. STABILIZACJA Z WYKORZYSTANIEM NASYCALNEJ ABSORPCJI

3.3.1. Wprowadzenie

Uzyskanie lasera, stanowiącego kwantowy wzorec częstotliwości i długości fali, porównywalny z wzorcami atomowymi, stało się możliwe w wyniku stabilizowania częstotliwości promieniowania lasera gazowego za pomocą zjawiska nasycalnej absorpcji. Zasada takiej stabilizacji, oparta na nasyceniu absorpcji w spektralnych przejściach absorbujących w gazie o niskim ciśnieniu, została oryginalnie opracowana przez Letochova [15]. Niezależnie od niego, metodę stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego z wykorzystaniem absorpcji nasycalnej w gazie zawartym w komórce wewnątrz rezonatora laserowego opracowali i zrealizowali Lee i Skolnick w swojej pionierskiej pracy [16].

W celu zbudowania kwantowego wzorca częstotliwości konieczne jest dysponowanie atomowym lub molekularnym wzorcem, którego linia absorpcyjna pokrywa się z linią emisyjną lasera. Wzorec ten powinien spełniać następujące dwa wymagania: 1) częstotliwość wzorca atomowego lub molekularnego powinna być stała i powtarzalna co najmniej z dokładnością wymaganą od kwantowego wzorca częstotliwości, 2) względna szerokość krzywej rezonansowej wzorca atomowego lub molekularnego nie powinna przewyższać żądanej wielkości stałości częstotliwości wzorca kwantowego więcej niż 10^3 — 10^4 razy. To ostatnie wymaganie charakteryzuje poziom współczesnej techniki stabilizacji częstotliwości względem centrum krzywej rezonansowej za pomocą serwoukładu. Wynika stąd, że w celu otrzymania stałości częstotliwości i jej powtarzalności na przykład 10^{-13} , konieczne jest posiadanie spektralnego rezonansu o takiej samej stałości i powtarzalności centrum linii i o względnej szerokości około 10^{-9} — 10^{-10} . Taka stałość może być osiągnięta w zasadzie na wielu przejściach kwantowych atomów i molekuł, których początkowe i końcowe poziomy energetyczne ulegają słabym zaburzeniom przez zewnętrzne pola elektryczne i magnetyczne i przez zderzenia atomów lub molekuł między sobą. W każdym jednak przypadku ciśnienie gazu, w którym uzyskuje się żądany spektralny rezonans, powinno być dostatecznie niskie i wynosić około 0,1 Pa.

Dopplerowskie poszerzenie linii spektralnych w gazie, wynoszące zwykle 10^{-5} — 10^{-6} nie pozwala spełnić drugiego wymagania. W związku z tym stało się konieczne opracowanie metod zawężania linii spektralnych. Odkrycie wąskich, spektralnych rezonansów

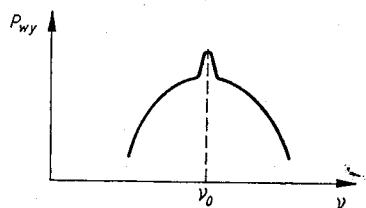
optycznych, indukowanych przez promieniowanie lasera, pozwoliło nie tylko w zasadniczy sposób rozwiązać problemy kwantowego wzorca częstotliwości zakresu optycznego, lecz także doprowadziło do powstania nieliniowej spektroskopii laserowej o bardzo dużej zdolności rozdzielczej.

3.3.2. Stabilizacja z wykorzystaniem wewnętrznej komórki absorpcyjnej

Stabilizacja tą metodą wykorzystuje zjawisko fizyczne, które można wyjaśnić w sposób następujący. Fala stojąca wewnątrz rezonatora lasera stanowi superpozycję dwóch fal bieżących o tej samej częstotliwości i amplitudzie, rozchodzących się w przeciwnych kierunkach wzdłuż osi rezonatora. Jeśli częstotliwość fali emitowanej przez laser pokrywa się dokładnie ze środkiem profilu dopplerowskiego linii absorpcyjnej molekuł absorbera umieszczonego w komórce wewnątrz rezonatora laserowego, to promieniowanie absorbowane będzie tylko przez te molekuły, dla których nie wystąpi dopplerowskie przesunięcie częstotliwości, tzn. takie, które nie mają składowej prędkości w kierunku wyznaczonym przez wiązkę laserową. Jeśli natomiast częstotliwość fali emitowanej przez laser nie będzie pokrywała się z centrum linii absorpcyjnej, to promieniowanie absorbowane będzie przez molekuły o ściśle określonej składowej prędkości w kierunku rozpatrywanej fali bieżącej.

Podobnie przedstawia się sytuacja w przypadku fali bieżącej w przeciwnym kierunku (stanowiącej drugą składową fali stojącej wewnątrz rezonatora lasera). Fala ta oddziałuje z inną grupą molekuł, mającą składową prędkości o znaku przeciwnym. Jeśli zatem częstotliwość promieniowania lasera (uwarunkowana dostrojeniem rezonatora) nie pokrywa się ze środkiem profilu dopplerowskiego linii absorpcyjnej, to rozchodzące się w przeciwnych kierunkach składowe fali stojącej oddziałują z różnymi grupami molekuł. W przypadku generacji lasera na częstotliwości centrum linii absorpcyjnej obie fale składowe oddziałują z tą samą grupą molekuł. W rezultacie zmniejsza się liczba molekuł absorbujących, a zatem zmniejszeniu ulega absorpcja. Konsekwencją omawianych procesów jest pojawienie się rezonansowego minimum w środku dopplerowskiego profilu linii absorpcyjnej, zwanego odwróconym dipem Lamba.

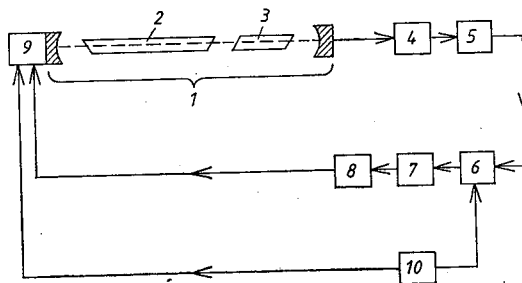
Ostatecznie, w wyniku wzajemnego oddziaływania linii wzmocnienia aktywnego ośrodka lasera z linią absorpcyjną ośrodka w komórce absorpcyjnej wewnątrz rezonatora lasera, powstaje rezonansowe maksimum mocy wyjściowej lasera (pik absorpcyjny) przy częstotliwości w pobliżu częstotliwości centrum linii absorpcyjnej (różnica wynika ze zjawiska przeciągania częstotliwości). Zjawisko to jest zilustrowane na rys. 5.



Rys. 5. Moc wyjściowa lasera jako funkcja częstotliwości generacji w laserze z wewnętrzną komórką absorpcyjną (ν_0 — centralna częstotliwość wąskiego pik, względem którego stabilizowana jest częstotliwość lasera)

Pierwszym wysokiej klasy laserem gazowym stabilizowanym metodą nasyczonej absorpcji względem centrum odwróconego dipu Lamba w linii absorpcyjnej metanu CH_4 był laser He-Ne $3,39 \mu\text{m}$ z wewnętrzną komórką absorpcyjną [17]. Otrzymano niestalość częstotliwości $1 \cdot 10^{-13}$ dla kilkusekundowych i dłuższych czasów uśredniania, i powtarzalność $1 \cdot 10^{-11}$.

Pik absorpcyjny, otrzymywany w centrum krzywej wzmocnienia lasera He-Ne $3,39 \mu\text{m}$, jest wynikiem pojawienia się odwróconego dipu Lamba w linii spektralnej P7 oscylacyjno-rotacyjnego pasma ν_3 metanu, którego czas życia szacuje się na 0,01 s. Szerokość pik absorpcyjnego w krzywej mocy wyjściowej lasera wynosi około 300 kHz. Stabilne maksimum pik absorpcyjnego jest bardzo dobrym znacznikiem częstotliwości. Poprzez zastosowanie metody detekcji synchronicznej, opisanej w rozdz. 3.1 (rys. 1), otrzymuje się krzywą dyskryminacyjną o bardzo dużym nachyleniu i dużym stosunku sygnału do szumu. Użycie klasycznej pętli stabilizacji (rys. 6) realizuje stabilizację częstotliwości lasera na centrum pik absorpcyjnego. Laser He-Ne, z wewnętrzną komórką absorp-



Rys. 6. Schemat blokowy układu automatycznej stabilizacji częstotliwości lasera z wewnętrzną komórką absorpcyjną:

1 — laser jednoczęstotliwościowy, 2 — rura wyladowcza, 3 — wewnętrzna komórka absorpcyjna, 4 — detektor promieniowania
5 — wzmacniacz prądu zmiennego, 6 — detektor synchroniczny, 7 — integrator operacyjny, 8 — wzmacniacz prądu stałego, 9 —
przesuwnik piezoelektryczny, 10 — generator wiodący

cyjną CH_4 , ze względu na uzyskiwane wyniki ma największe szanse być uznanym jako wzorzec częstotliwości i długości.

Inną atrakcyjną konstrukcją potencjalnego wzorca laserowego jest laser He-Ne $0,63 \mu\text{m}$ stabilizowany na centrum jednej z linii absorpcyjnych jodu umieszczonego również w wewnętrznej komórce absorpcyjnej. W przypadku jodu J^{127} czternaście nadsubtelnych składowych linii E(127) pasma 11-5 elektronowego przejścia $\text{B}^3\Pi_{ou}^+$ na $\text{X}^1\Sigma_{og}^+$ pokrywa się z dopplerowską linią emisyjną lasera He-Ne $0,63 \mu\text{m}$. Dla jodu J^{127} czterdzieści siedem takich linii koincyduje z linią emisyjną takiego lasera. Praktycznie stabilizację lasera można realizować na dowolnej z nich.

Linie absorpcyjne jodu nie pokrywają się dokładnie z centrum linii dopplerowskiej lasera He-Ne $0,63 \mu\text{m}$. Wpływa to destabilizująco na częstotliwość lasera stabilizowanego klasycznym układem przedstawionym na rys. 1. Wpływ ten można wyeliminować stosując zmodyfikowaną metodę stabilizacji. Metoda ta polega na detekcji synchronicznej nie pierwszej lecz trzeciej harmonicznej pomocniczego sygnału modulującego.

W większości istniejących konstrukcji długość rezonatora, zawierającego rurę laserową

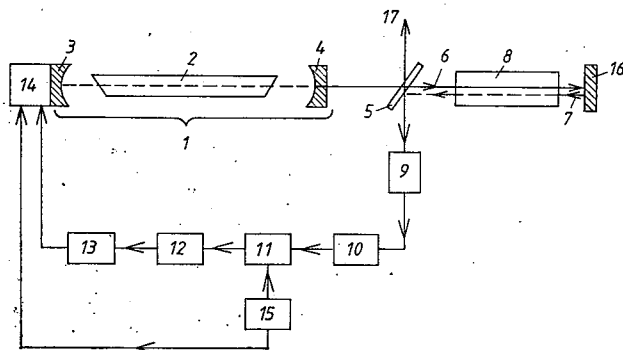
i komórkę jodową, wynosi około 0,3 m. Ciśnienie par jodu jest regulowane poprzez zmianę temperatury krystalicznego jodu za pomocą elementu Peltier'a. Realizacja stabilizacji względem zera trzeciej harmonicznej (trzeciej pochodnej) sygnału, uzyskanego w wyniku zastosowania detekcji synchronicznej, pozwala uzyskać niestalość częstotliwości od $3 \cdot 10^{-12}$ do $1 \cdot 10^{-11}$ w czasie uśredniania od 1 do 1000 s z powtarzalnością o rząd wielkości gorszą (od $4 \cdot 10^{-11}$ do $1 \cdot 10^{-10}$). Ze względu na to, że promieniowanie takiego lasera znajduje się w zakresie widzialnym widma, jest on w praktyce używany zwłaszcza jako wzorzec długości [14].

3.3.3. Stabilizacja z wykorzystaniem zewnętrznej komórki absorpcyjnej

Modyfikacją metody stabilizacji częstotliwości z wykorzystaniem komórki absorpcyjnej jest zastosowanie zewnętrznej komórki absorpcyjnej. Warunkami stosowalności tej zmodyfikowanej metody są:

- 1) duża moc wyjściowa lasera,
- 2) wysoka absorpcja ośrodka nasyczonego.

Wymagania te spełnia laser CO_2 oraz absorber w postaci SF_6 , którego linie absorpcyjne oscylacyjno-rotacyjne koincydują z niektórymi liniami emisyjnymi współpracującego lasera CO_2 . Zaletą zastosowania zewnętrznej komórki absorpcyjnej, w porównaniu z wewnętrzną, jest wyeliminowanie efektu przeciągania częstotliwości. Schemat blokowy układu automatycznej stabilizacji częstotliwości lasera z zewnętrzną komórką absorpcyjną przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Schemat blokowy układu automatycznej stabilizacji częstotliwości lasera z zewnętrzną komórką absorpcyjną:

1 — laser jednoczęstotliwościowy, 2 — rura wyladowcza lasera, 3, 4 — zwierciadła lasera, 5 — płasko-równoległa płytka dzieląca, 6 — silna fala nasycająca, 7 — słaba fala wsteczna (fala detekcyjna), 8 — zewnętrzna komórka absorpcyjna z gazem o niskim ciśnieniu, 9 — detektor promieniowania, 10 — wzmacniacz prądu zmiennego, 11 — detektor synchroniczny, 12 — integrator operacyjny, 13 — wzmacniacz prądu stałego, 14 — przełącznik piezoelektryczny, 15 — generator wiodący, 16 — zwierciadło całkowicie odbijające, 17 — promieniowanie wyjściowe o stabilizowanej częstotliwości

Pik mocy wyjściowego promieniowania lasera powstaje w tym układzie w odmienny sposób aniżeli w przypadku wewnętrznej komórki absorpcyjnej. Wykorzystuje się tutaj silną falę nasycającą oraz słabą, wsteczną falę detekcyjną. Jeśli częstotliwość emitowanej przez laser fali nasycającej pokrywa się dokładnie ze środkiem profilu dopplerowskiego linii absorpcyjnej, to promieniowanie absorbowane będzie tylko przez te molekuly, dla

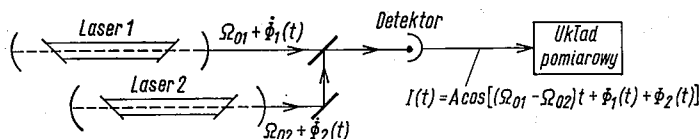
których nie wystąpi dopplerowskie przesunięcie częstotliwości, tzn. takie, które nie mają składowej prędkości w kierunku wyznaczonym przez falę nasycającą. Silna fala nasycająca wprowadza nasycenie absorpcji dla tej grupy molekuł, w rezultacie czego absorpcja słabej, wstecznej fali detekcyjnej, która oddziałuje z tą samą grupą molekuł, ulega zmniejszeniu. Konsekwencją opisanych procesów jest pojawienie się rezonansowego maksimum (piku absorpcyjnego) w profilu dopplerowskiej linii emisyjnej lasera, obserwowanego w słabej fali detekcyjnej po jej przejściu przez absorber. Dla bardzo niskich ciśnień absorbera w zewnętrznej komórce absorpcyjnej, rzędu 0,5 Pa, jest możliwe uzyskanie piku absorpcyjnego o szerokości połówkowej bardzo zbliżonej do szerokości naturalnej linii absorpcyjnej. W przypadku tak wąskiego piku uzyskuje się niestalość częstotliwości lasera CO_2 wynoszącą około 10^{-12} [18].

Stabilizację częstotliwości lasera CO_2 metodą nasycalnej absorpcji można również zrealizować stosując zewnętrzną komórkę absorpcyjną, zawierającą pary czterotlenku osmu OsO_4 . Jednak w tym przypadku uzyskuje się niestalość częstotliwości o rząd większą [19].

4. METODY POMIARÓW LASEROWYCH WZORCÓW CZĘSTOTLIWOŚCI

4.1. POMIAR NIESTAŁOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCI WZORCÓW LASEROWYCH

Praktyczna realizacja pomiaru stabilności częstotliwości laserów możliwa jest tylko metodą zdudniania dwóch laserów w układzie przedstawionym na rys. 8.



Rys. 8. Układ zdudniania częstotliwości dwóch laserów, wykorzystywany do pomiaru stabilności częstotliwości laserów

Analizowany detektorem sygnał zdudnienia $I(t)$ dwóch interferujących ze sobą wiązek laserowych o częstotliwościach Ω_{01} i Ω_{02} poddanych fluktuacjom $\Phi_1(t)$ i $\Phi_2(t)$ opisać można wyrażeniem

$$I(t) = A \cos[(\Omega_{01} - \Omega_{02}) \cdot t + \Phi_1(t) - \Phi_2(t)], \quad (4.1.1)$$

które przedstawia sobą obraz przesuwających się prążków interferencyjnych z szybkością zależną od chwilowej różnicy częstotliwości obu laserów. Wygodnie jest analizować sygnał zdudniania zliczając w czasie τ , periodycznie z okresem T , prążki interferencyjne. Interwał czasu τ , w którym dokonuje się pomiaru, jest w tym przypadku czasem uśredniania i faza sygnału w n -tym pomiarze przejdzie od stanu $\Phi(t+nT)$ do stanu $\Phi(t+nT+\tau)$, a licznik impulsów w n -tym okresie zliczy

$$y_n = \frac{\Phi(t+nT+\tau) - \Phi(t+nT)}{2\pi\tau}, \quad (4.1.2)$$

prążków. Dokonując pomiarów w N próbkach o okresie T z czasem uśredniania τ można obliczyć wariancję częstotliwości $\sigma^2(N, T, \tau)$ z N pomiarów [20] według zależności

$$\begin{aligned}\sigma^2(N, T, \tau) &= \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \left(y_n - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k \right)^2 = \\ &= \frac{1}{N-1} \left[\sum_{n=1}^N y_n^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N y_k \right)^2 \right].\end{aligned}\quad (4.1.3)$$

Ponieważ rejestrowany przebieg fluktuacji jest procesem różnicy chwilowych częstotliwości dwóch laserów $[\dot{\Phi}_1(t) - \dot{\Phi}_2(t)]$, to zakładając, że lasery fluktuują niezależnie oraz mają identyczne gęstości widmowe, można zapisać

$$\sigma^2[\dot{\Phi}_1(t) - \dot{\Phi}_2(t)] = 2\sigma^2[\Phi(t)].\quad (4.1.4)$$

Mając na uwadze (4.1.4), stabilność częstotliwości w dziedzinie czasowej można zdefiniować

$$S_\tau(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sigma(N, T, \tau)}{\Omega_0}\quad (4.1.5)$$

jako stosunek odchylenia standardowego $\sigma(N, T, \tau)$ do częstotliwości średniej Ω_0 .

Aby pomiary stabilności różnych wzorców mogły być porównywalne ze sobą, używana jest wygodna metoda pomiaru stabilności dla dwóch kolejnych próbek bezpośrednio następujących po sobie ($N = 2$, $T = \tau$). Zgodnie z (4.1.3)

$$\sigma^2(2, T = \tau) = \left(\frac{(y_{2k} - y_{2k-1})^2}{2} \right) \approx \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{(y_{2k} - y_{2k-1})^2}{2},\quad (4.1.6)$$

gdzie

m jest ilością pomiarów dwupróbkowych.

Wyrażenie (4.1.6) nazywane jest wariancją Allana [20, 21]. Pomiary stabilności w oparciu o definicję (4.1.6) są przejrzyste i proste ze względów technicznych.

Ze stabilnością częstotliwości ściśle związana jest powtarzalność częstotliwości generatora

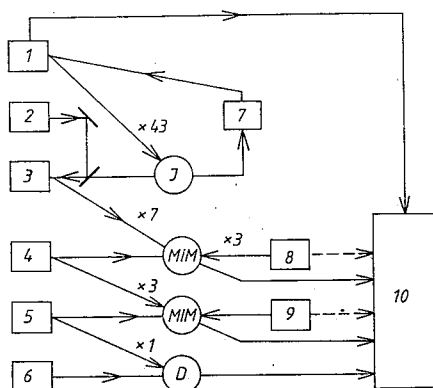
$$R_\nu = \frac{\sigma(\Delta\Omega)}{\Omega_0},\quad (4.1.7)$$

charakteryzująca dokładność z jaką częstotliwość można powtórzyć, jeśli naruszony był reżym generacji i przeprowadzono powtórnie justowanie generatora. Analogicznie jak w definicji stabilności, $\sigma(\Delta\Omega)$ jest standardowym odchyleniem częstotliwości generacji przy wielokrotnie powtarzanych włączeniach generatora laserowego.

4.2. POMIARY CZĘSTOTLIWOŚCI WZORCÓW LASEROWYCH

W celu porównania wzorców częstotliwości z różnych zakresów widma spektralnego zostały opracowane metody porównywania częstotliwości. Wynalezienie bardzo szybkich nieliniowych detektorów, takich jak dioda MIM (Metal-Insulation-Metal), dioda

Schottky'ego, czy złącze Josephson'a, pozwala realizować mieszanie fal elektromagnetycznych o częstotliwościach dużo różniących się od siebie. Można realizować wzajemne mieszanie fal z dowolnego zakresu widma od mikrofal do światła widzialnego. Takie wyrafinowane metody porównywania częstotliwości różnych wzorców były publikowane przez czołowe biura standardów [22, 23]. Na rys. 9 pokazano przykład układu pomia-



Rys. 9. Schemat blokowy układu do równoczesnego pomiaru częstotliwości różnych wzorców względem częstotliwości lasera He-Ne/CH₄:

1 — klistron (99 GHz), 2 — laser CO₂ (30 THz), 3 — laser submilimetryczny CH₃OH (4.25 THz), 4 — laser CO₂ (29 THz), 5 — laser He-Ne, 6 — laser He-Ne/CH₄ (88 THz), 7 — pętla sprzężenia fazowego, 8 — klistron (95 GHz), 9 — klistron (55 GHz), 10 — komputerowo wspomagany układ porównywania częstotliwości względem wzorca rubinowego, J — złącze Josephson'a D — fotodioda InAs

rowego częstotliwości szeregu wzorców względem wzorca rubinowego i lasera He-Ne/CH₄. Dzięki zastosowaniu tak wysublimowanej techniki, sygnał z dowolnego zakresu częstotliwości optycznej może być sprowadzony do zakresu radiotechnicznego, w którym może on być łatwo przetwarzany konwencjonalnymi metodami.

5. ROZWÓJ DZIEDZINY LASEROWYCH WZORCÓW CZĘSTOTLIWOŚCI W OSTATNIEJ DEKADZIE

W latach siedemdziesiątych można było zaobserwować intensywny rozwój badań i metod stabilizacji częstotliwości laserów. Inspiracją do tych badań było zwłaszcza odkrycie efektu nasycalnej absorpcji. Odkrycie to otworzyło perspektywy budowy laserowych wzorców częstotliwości w różnych optycznych zakresach spektralnych. Badania skierowano na poszukiwanie absorberów, których linie spektralne koincydowały by z liniami emisyjnymi istniejących już laserów gazowych. I tak powstało szereg konstrukcji laserów z komórkami absorpcyjnymi, takich jak laser He-Ne/J₂, laser He-Ne/CH₄, laser CO₂/SF₆, laser CO₂/OsO₄ [9, 17, 18, 19]. Jednocześnie w tych latach rozwijano intensywnie różne techniki stabilizacji, głównie oparte na opracowanej w latach sześćdziesiątych detekcji synchronicznej. W tym czasie poświęcono wiele prac problemom optymalizacji konstrukcji laserów gazowych, takim jak optymalizacja długości laserów,

długości komórek absorpcyjnych, wypełnień komórek absorpcyjnych, pętli stabilizacji itd. Wynikiem tego było opracowanie m.in. metody trzeciej harmonicznej [24], teleskopowych układów oświetlania absorberów o ekstremalnie niskich ciśnieniach [25], metody stabilizacji na odstęp częstotliwości [26].

W latach osiemdziesiątych stabilizację częstotliwości laserów z wykorzystaniem komórek absorpcyjnych zrealizowano na szeregu nowych linii lasera He-Ne: 515 nm, 612 nm, 633 nm, 640 nm [27-29]. Jest to okres porównywań różnych laserowych wzorców, konstruowanych w różnych laboratoriach [30-32]. Porównywania te polegają na pomiarach stałości i powtarzalności częstotliwości oraz wzajemnych różnic częstotliwości między wzorcami. W latach osiemdziesiątych nie opracowano jakościowo nowych metod stabilizacji, poprawiających w perspektywie stabilność częstotliwości laserów. Jednakże na uwagę zasługuje zmodyfikowana metoda stabilizacji, umożliwiająca eliminację modulacji pomocniczej w układzie lasera z zewnętrzną komórką absorpcyjną [33]. Ostatnio obserwuje się rozwój badań nad stabilizacją częstotliwości laserów submilimetrowych [34]. Lasery te nie konkurują pod względem stabilności częstotliwości z wysokostabilnymi laserami He-Ne, jakkolwiek sprzężenie z nimi umożliwia przeniesienie stabilności wzorca na stabilność lasera submilimetrowego (lasery HCN, D₂O [35]). Należy się spodziewać, że w najbliższych latach będą kontynuowane badania nad laserami stabilizowanymi z wykorzystaniem absorpcji nasycalnej w znanych ośrodkach gazowych, pod kątem poprawy stabilności i zwłaszcza powtarzalności, jak również poszukiwania nowych, stabilnych znaczników absorpcyjnych dla innych typów laserów.

6. OSIĄGNIĘCIA KRAJOWE

Zagadnieniem stabilizacji częstotliwości promieniowania laserów gazowych zajmuje się w Polsce od lat siedemdziesiątych zespół badawczy techniki laserowej w Instytucie Telekomunikacji i Akustyki Politechniki Wrocławskiej pod kierunkiem profesorów Z. Godzińskiego i R. Nowickiego. Prace nad tym zagadnieniem rozpoczęto od prostej konstrukcji jednomodowego lasera He-Ne 0,63 μm . Następnie opanowano metody stabilizacji częstotliwości, opracowując niezbędne elementy układów stabilizacji, takie jak przesuwники piezoelektryczne [36, 37] z układem sterującym [38], oraz elektroniczne pętle ujemnego sprzężenia zwrotnego [39-49]. Przeprowadzono obszerne badania zjawiska nasycalnej absorpcji w trzech podstawowych laserach: He-Ne 0,63 μm , He-Ne 3,39 μm , CO₂ 10,6 μm . Wynikiem tych badań było skonstruowanie układów stabilizacji względem centrów pików absorpcyjnych: w laserze He-Ne 0,63 μm z wewnętrzną komórką jodową (laser He-Ne/J₂), w laserze He-Ne 3,39 μm z wewnętrzną komórką metanową (laser He-Ne/CH₄) i w laserze CO₂ 10,6 μm z zewnętrzną komórką z sześciofluorkiem siarki (laser CO₂/SF₆). W stabilizowanym laserze He-Ne/J₂ uzyskano niestaość częstotliwości $2 \cdot 10^{-11}$ w czasie uśredniania 10 s [46]. W stabilizowanym laserze He-Ne/CH₄ uzyskano niestaość częstotliwości $5 \cdot 10^{-12}$ w czasie uśredniania 10 s [47]. W stabilizowanym laserze CO₂/SF₆ uzyskano niestaość częstotliwości $8 \cdot 10^{-12}$ w czasie uśredniania 1 s [48, 49]. Opracowano i wykonano układy stabilizacji częstotliwości dwóch laserów na odstęp częstotliwości [40, 41]. Zrealizowano również konstrukcje laserów CO₂ 10,6 μm ,

stabilizowanych klasyczną metodą na centrum linii emisyjnej laserowego ośrodka wzmacniającego, wraz z jej zmodyfikowanym wariantem optogalwanicznej stabilizacji bezdetektorowej [52, 53]. W roku 1987 uruchomiono laser He-Ne o częstotliwości stabilizowanej metodą z wykorzystaniem efektu Zeemana.

Należy zwrócić uwagę na konstrukcje częstotliwościowo stabilizowanych laserów w innych polskich ośrodkach. Ostatnio opracowano w Instytucie Technologii Elektronowej Politechniki Warszawskiej układ dwumodowego lasera He-Ne z wewnętrznymi zwierciadłami, stabilizowany częstotliwościowo metodą dyskryminacji polaryzacji [50]. Z kolei badania stabilizacji częstotliwości laserów falowodowych prowadzone są w Instytucie Elektroniki Kwantowej WAT [51]. Wyniki uzyskane w Polsce dorównują osiągnięciom światowym w dziedzinie stabilizacji częstotliwości laserów.

Bazując na dotychczasowych krajowych doświadczeniach w tej dziedzinie, jest możliwe dalsze polepszenie wyników stabilizacji częstotliwości laserów, a w konsekwencji zbudowanie w kraju laserowych wzorców częstotliwości, pod warunkiem przeznaczenia na ten cel znacznych środków finansowych.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Terrien: *Standards of length and time*. Rep. Prog. Phys., vol. 39, 1976, s. 1067—1108
2. R. E. Drullinger: *Frequency standards based on optically pumped cesium*. Proc. IEEE, 1986, vol. 74, s. 141—142
3. F. L. Walls: *Frequency standards based on atomic hydrogen*. Proc. IEEE, vol. 74, 1986, s. 142—146
4. H. W. Hellwig: *Atomic frequency standards: a survey*. Proc. IEEE, 1975, vol. 63, s. 212—229
5. G. V. Galutva, A. I. Riazancev: *Selekcja typów kolebanij i stabilizacja częstoty optyczskich kwantowych generatorov*. Sviaz, Moskva 1972
6. H. Percak: *Stabilizacja częstotliwości promieniowania laserów molekularnych*. Wyd. Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1978
7. O. A. Kolosovskij: *Rasčot niesuščej konstrukcji optičeskovo rezonatora*. Kvantovaja Elektronika, nr 6, Moskva 1973, s. 38—42
8. H. Percak: *Optymalizacja biernej stabilizacji częstotliwości promieniowania laserów gazowych*. Pomiary Automatyka Kontrola, 1984, nr 12, s. 357—359
9. A. J. Wallard: *The frequency stabilization of gas lasers*, J. Phys. E: Scient. Instrum., nr 9, 1973, s. 793—807
10. Ch. Freed: *Design and short-term stability of single-frequency CO₂ lasers*. IEEE J. Quant. Electron., 1968, nr 6, s. 404—408
11. Ch. Freed: *Stability measurements of CO₂—N₂—He lasers at 10,6 μm wavelength*. IEEE J. Quant. Electron., 1967, nr 5, s. 203—205
12. T. G. Polanyi, M. L. Skolnicki, I. Tobias: *Frequency stabilization of gas lasers*. IEEE J. Quant. Electron., 1966, nr 7, s. 178
13. T. Beer, F. V. Kowalski, J. L. Hall: *Frequency stabilization of a 0,63 μm He—Ne longitudinal Zeeman laser*. Appl. Opt. 1980, vol. 18, s. 3173
14. R. C. Quenelle, L. J. Wuerz: *A new microcomputer-controlled laser dimensional measurement analysis system*. Hewlett-Packard Journal, April 1983, s. 3
15. V. S. Letochov: *Avtostabilizacja częstoty świetlowych kolebanij lazera s nielinijnym paglaščeniem v gazie*. Pisma v ŽETF, 1967, vol. 6, s. 597—600
16. P. H. Lee, N. L. Skolnick: *Saturated neon absorption inside a 6328-Å laser*. Appl. Phys. Lett., 1967, vol. 10, str. 303—305

17. R. L. Barger, J. L. Hall: *Pressure shift and broadening of methane line at 3,39 μm studied by laser-saturated molecular absorption*. Phys. Rev. Lett., 1969, vol. 22, s. 4—8
18. M. Ouhayoun, C. J. Borde': *Frequency stabilization of CO₂ lasers through saturated absorption in SF₆*, Metrologia, 1977, vol. 13, s. 149—150.
19. E. N. Bazarov, G. A. Gerasimov, V. P. Gubin, J. I. Posudin: *Stabilizacja częstoty CO₂-lazera po uzkim rezonansam w OsO₄*. Izvestia Vuzov SSSR — Radioelektronika, 1977, t. 20, s. 39—44
20. J. A. Barnes i inni: *Characterization of frequency stability*. IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement, vol. IM-20, 1971, s. 105—120
21. D. W. Allan: *Statistics of atomic frequency standards*. Proceedings of the IEEE, 1966, vol. 54, s. 221—230
22. D. A. Jennings, K. M. Evenson, D. J. E. Knight: *Optical frequency measurements*. Proceedings of the IEEE, 1986, vol. 74, s. 168—179
23. C. R. Pollock, D. A. Jennings, F. R. Peterson, J. S. Wells, R. E. Drullinger, E. C. Beaty, K. M. Evenson: *Direct frequency measurements of transitions at 520 THz in iodine and 260 THz w neon*. Opt. Lett., 1983, vol. 8, s. 133—135
24. A. J. Wallard: *Frequency stabilization of the He—Ne laser by saturated absorption in iodine vapour*. J. Phys. E: Sci. Instrum., 1972, nr 5, s. 926—930
25. S. N. Bagayev i inni: *Tunable laser at $\lambda = 3,39 \mu\text{m}$ with line width of 7 Hz used in investigating a hyperfine structure of the F₂⁽²⁾ line of the methane*, Appl. Phys., 1977, nr 13, s. 291—297
26. V. P. Čebotajev: *Ispolzovanie svierchuzkich rezonansov w spektroskopii i dla stabilizacji częstot gazowych laserow*. Kvantovaja Elektronika, 1978, vol. 9, s. 2004—2014
27. J. Bönsch: *Simultaneous wavelength comparison of iodine stabilized lasers at 515 nm, 633 nm, and 640 nm*. Conference on Precision Electromagnetic Measurements, CPEM 84, Delft, the Netherlands, s. F. 15
28. T. Zhao: *¹²⁷I₂ — stabilized He — ²²Ne laser at 640 nm wavelength*. ibidem, 2.F. 17
29. F. Bertinotto: *He—Ne lasers stabilized to an external iodine cell at 612 nm*. ibidem, 2.F. 18
30. B. W. Jolliffe, G. Kramer, J. M. Chartier: *Methane-stabilized He—Ne lasers inter-comparisons 1976*. IEEE Trans. on Instrum. and Measur., 1976, vol. IM-25, s. 447—450
31. J. M. Chartier: *Results of international comparisons using methane stabilized He—Ne lasers at 3,39 μm and iodine stabilized He—Ne lasers at 633 nm*. Conference on Precision Electromagnetic Measurements CPEM 82, Boulder, Colorado, U.S.A., s. E-18
32. J. M. Chartier, R. Felder, M. Gläser, F. Bertinotto, P. Cordiale, G. B. Picotto: *BIPM and IMGC intercomparison between He—Ne(¹²I₂) lasers at 633 nm and at 612 nm*. ibidem, s. E-3
33. M. Nakazawa, J. Nakamura, T. Musha: *FM eliminated CH₄ locked frequency stabilization of 3,39 μm He—Ne laser in dual feedback control*. IEEE J. Quant. Electron., 1981, vol. QE17, s. 103—108
34. Y. S. Domaini inni: *Metrological basis of laser frequency measurements in the USSR*. Proc. IEE, 1986, vol. 74, s. 180—182
35. Y. S. Domaini inni: *Precise frequency measurements in submillimeter and infrared region*. IEEE Trans. Instrum. Measur., vol. 1980, IM-29, s. 264—267
36. K. M. Abramski, Z. Godziński: *Krajowa ceramika piezoelektryczna—własności, parametry i zastosowanie w technice laserowej*. Pomiary Automatyka Kontrola, 1977, nr 12, s. 452—454
37. K. M. Abramski, Z. Godziński, E. Matras: *Przesuwniki piezoceramiczne dla celów technik laserowych i interferometrii*. Pomiary Automatyka Kontrola, 1981, nr 5, s. 153—155
38. H. Percak: *Tranzystorowy wzmacniacz prądu stałego o dużym zakresie zmian napięcia wyjściowego*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1978, t. 24, s. 397—610
39. K. M. Abramski: *Analiza układu stabilizacji częstotliwości laserów gazowych*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1984, t. 30, s. 813—822
40. K. A. Abramski, A. Bieniek: *Stabilizacja częstotliwości różnicowej między dwoma laserami gazowymi*. Archiwum Elektrotechniki, 1984, t. 33, s. 249—256

41. K. M. Abramski: *Allowance for the influence of the modulation effect on measurements of laser frequency fluctuations*. Kvantovaja Elektronika, Moscow 1982, nr 9, s. 1904—1907.
42. H. Percak: *Elektroniczny układ przeskoku modowego lasera gazowego*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1985, t. 31, s. 835—839
43. H. Percak: *Optymalne nastawienie parametrów regulatora w układzie automatycznej stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego*. Komunikaty I Sympozjum Techniki Naserowej, Toruń 1984, s. 183—184
44. H. Percak: *Minimalizacja destabilizującego wpływu szumów własnych układu automatycznej stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego na niestalość częstotliwości promieniowania lasera gazowego*. ibidem, s. 185—186
45. H. Percak: *Minimalizacja wartości uchybu progowego układu automatycznej stabilizacji częstotliwości promieniowania lasera gazowego*. ibidem, s. 189
46. U. Godziński, E. Matras, K. M. Abramski: *Ultrastabilne lasery z częstotliwością stabilizowaną przy wykorzystaniu zjawiska nasycalnej absorpcji*. Lasery He—Ne/J₂. Elektronika, 1981, vol. 22, s. 23—26
47. Z. Godziński, K. M. Abramski, E. Matras: *Ultrastabilne lasery wykorzystujące zjawisko nasycalnej absorpcji*. Lasery He—Ne/CH₄. Elektronika, 1981, vol. 22, s. 16—19
48. E. F. Pliński, R. Nowicki: *Nonlinear laser spectroscopy applied to SF₆*. Optica Applicata, 1985, vol. 15, s. 39—43
49. E. F. Pliński, R. Nowicki, J. Rzepka: *Frequency stabilization of cw CO₂/SF₆ lasers*. Optica Applicata, 1985, vol. 15, s. 225—229
50. K. Modzelewski, W. Spytkowski: *Stabilizacja częstotliwości promieniowania lasera He—Ne z wewnętrznymi zwierciadłami*. Komunikaty I Sympozjum Techniki Laserowej, Toruń 1984, s. 166—167
51. Z. Puzewicz, M. Strzelec: *Badanie widma i stabilności częstotliwości laserów falowodowych CO₂*. Komunikaty I Sympozjum Techniki laserowej, Toruń 1984, s. 212—213
52. W. Michalski, H. Percak, J. Pieńkowski: *Model laboratoryjny lasera molekularnego CO₂ małej mocy o działaniu ciągłym ze stabilizowaną częstotliwością i mocą promieniowania wyjściowego*. Pomiary Automatyka Kontrola, 1987, nr 11, w druku
53. E. F. Pliński, R. Nowicki, K. M. Abramski, J. Pieńkowski, J. Rzepka: *Laser molekularny CO₂ małej mocy o stabilizowanej częstotliwości promieniowania wyjściowego*. Pomiary Automatyka Kontrola, 1983, vol. 29, s. 366—369

K. M. ABRAMSKI, W. MICHALSKI, R. NOWICKI, H. PERCAK, E. F. PLIŃSKI

LASER FREQUENCY STANDARDS

Summary

Fundamental requirements set before the laser frequency standards are presented. The fundamental methods and the principles of operation of active frequency stabilization of gas laser radiation are described.

Measuring methodes for laser frequency standards, the development of laser frequency standards during the last ten years in the world and Poland are presented.

K. M. ABRAMSKI, W. MICHALSKI, R. NOWICKI, H. PERCAK, E. F. PLIŃSKI

ETALON DE FRÉQUENCE À LASER

Résumé

On a présenté les principales exigences auxquelles les étalons de fréquence à laser doivent être soumis. On a décrit aussi les essentielles méthodes et les principes de l'activité de la stabilisation de fréquence

active de la radiation des lasers à gaz. On a présenté aussi les méthodes de mesure des étalons de fréquence à laser, l'essor obtenu dans la dernière décennie dans le domaine des étalons de fréquence à laser à l'étranger, ainsi que nos propres réalisations dans ce domaine.

K. M. ABRAMSKI, W. MICHALSKI, R. NOWICKI, H. PERCAK, E. F. PLIŃSKI

LASERFREQUENZSTANDARDEN

Zusammenfassung

Es wurden Grundforderungen dargestellt, die die Laserfrequenzstandarden zu erfüllen haben. Grundmethoden und Funktionsgrundlagen für die aktive Frequenzstabilisierung der Gaslaserstrahlung wurden ebenfalls beschrieben. Meßmethoden für die Laserfrequenzstandarden, weltweite Entwicklung auf diesem Gebiet im Zeitraum der letzten 10 Jahre, auch polnische Errungenschaften im Rahmen dieses Themas wurden dargestellt.

К. М. АБРАМСКИ, В. МИХАЛЬСКИ, Р. НОВИЦКИ, Г. ПЭРЦАК, Э. Ф. ПЛИНЬСКИ

ЛАЗЕРНЫЕ ЭТАЛОНЫ ЧАСТОТЫ

Резюме

Представлены фундаментальные требования, которые должны исполнять лазерные эталоны частоты. Описаны также основные методы и принципы действия активной стабилизации частоты излучения газовых лазеров. Представлены методы измерений лазерных эталонов частоты, развитие отрасли лазерных эталонов частоты в течение последних десяти лет во всем мире, а также польские достижения в этой области.

Wpływ zmian przestrzennego usytuowania wzorców inkrementalnych w optoelektronicznych przetwornikach na błędy fazy powstających w nich sygnałów

LESZEK WRONKOWSKI

Centrum Uczeniowo-Przemysłowe Metrologii i Systemów Pomiarowych, Politechnika Warszawska

Artykuł wpłynął 1986.05.23

Autoryzowano do druku 1987.06.25

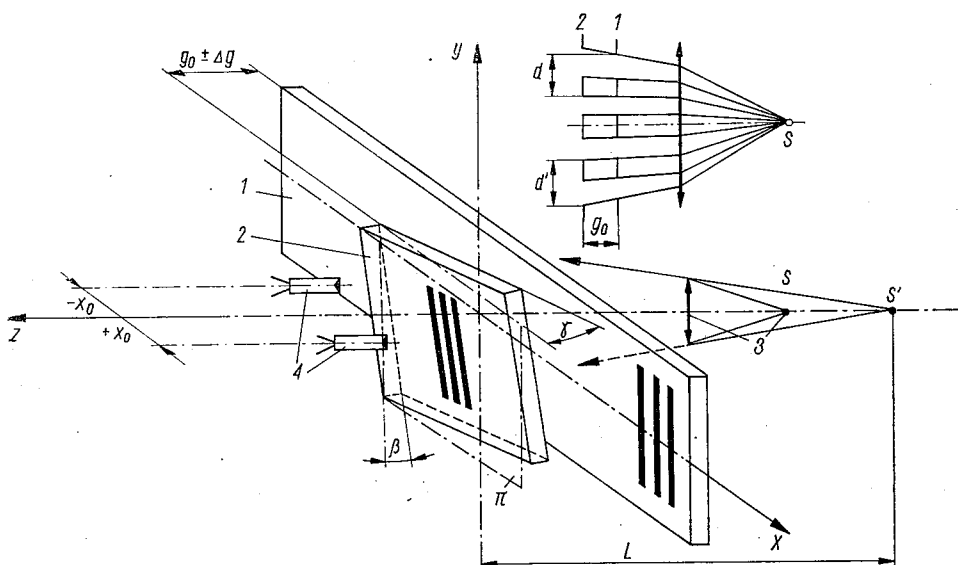
W pracy rozpatrzono analityczne związki pomiędzy wzajemnym przestrzennym usytuowaniem wzorców inkrementalnych w optoelektronicznych przetwornikach a błędami fazy ich sygnałów wyjściowych. Przedstawiono matematyczne zależności ujmujące powyższe związki oraz podano wyniki obliczeń błędów dla typowego przetwornika przeznaczonego do pomiaru długości.

1. WPROWADZENIE

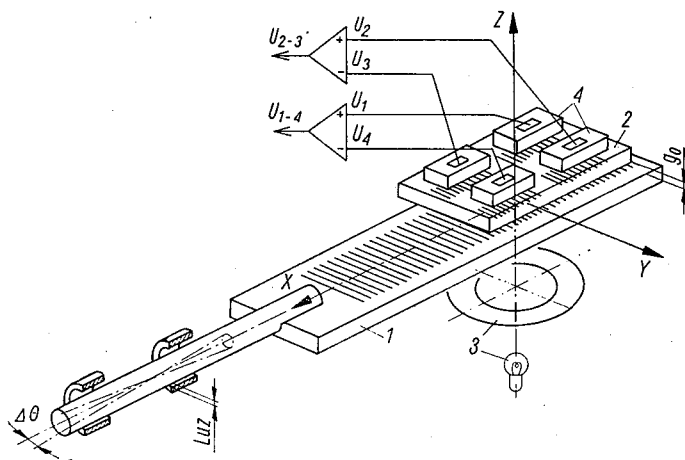
O dokładności pracy optoelektronicznych inkrementalnych przetworników (zwanymi czasami przetwornikami analogowo-impulsowymi) decyduje głównie wartość oraz stałość różnicy faz sygnałów uzyskanych na ich wyjściu. Przetworniki te są konstruowane najczęściej w oparciu o inkrementalne wzorce w postaci binarnych amplitudowych siatek dyfrakcyjnych.

Uproszczony schemat przetwornika przedstawiony jest na rys. 1a. Inkrementalny wzorec podstawowy (1) przesuwają się wzdłuż osi x względem układu detekcyjnego składającego się z przeciwwzorca (2), układu oświetlacza (3) i co najmniej jednej pary fotodetektorów. W najprostszym rozwiązaniu układu detekcyjnego przetwornika przeciwwzorec może być fragmentem wzorca podstawowego. Obydwa wzorce wówczas muszą być wzajemnie skrócone o niewielki kąt Θ (rys. 3). Wykorzystuje się tu tzw. zjawisko moiré polegające na powstawaniu prążków (moiré) o okresie (długości) $D = f(\Theta, d_1, d_2)$ znacznie większym niż okresy (stałe d_1, d_2) współpracujących z sobą wzorców (siatek dyfrakcyjnych) [1.4].

W efekcie projekcji testu wzorca podstawowego na przeciwwzorec za pomocą oświetlacza (3) pojawia się okresowo zmienny strumień świetlny o okresie D . Zmiany strumienia świetlnego są odbierane i przetwarzane przez fotodetektory na zmienny sygnał elektryczny. Różnica faz uzyskanych w ten sposób sygnałów zależy od dobranych odległości pomiędzy fotodetektorami $2a_0$ oraz kąta ξ zawartego pomiędzy linią łączącą osie optyczne fotodetektorów a kierunkiem przesuwu wzorca podstawowego x . Przy rewersyjnym zliczaniu impulsów różnica faz tych sygnałów powinna wynosić $\pi/2$.



Rys. 1. Uproszczony schemat projekcyjnego modelu przetwornika



Rys. 2. Uproszczony schemat przetwornika,

1 — inkrementalny wzorec podstawowy, 2 — optyczny przesuwnik fazy, 3 — układ oświetlający 4 — fotodetektory

Innym typem przeciwwzorca stosowanym w układach detekcyjnych przetworników jest tzw. optyczny przesuwnik fazy [6]. Zbudowany jest on w postaci szklanej płytki z naniesionymi na niej czterema sektorami wzorców inkrementalnych (siatek dyfrakcyjnych) przesuniętych wzajemnie w fazie o $d/4$, $d/2$ i $3/4d$. W przetworniku obydwa wzorce nie są względem siebie skręcone ($\Theta = 0$) a ich stałe są takie same ($d_1 = d_2$). Wykorzystuje się tutaj graniczną postać zjawiska moiré, okres prążka $D \rightarrow \infty$. Cztery sygnały uzyskane z fotodetektorów umieszczonych za poszczególnymi sektorami przeciwwzorca są najczęściej sumowane różnicowo. W rezultacie na wyjściu przetwornika

otrzymuje się również dwa sygnały przesunięte w fazie. Wartość tego przesunięcia fazowego zależy głównie od przyjętej struktury oraz dokładności rozmieszczenia sektorów optycznego przesuwnika fazy o ile spełniony jest warunek $D \rightarrow \infty$. W przeciwnym razie zależy również od odległości i dokładności rozmieszczenia fotodetektorów [3, 6, 8]. Uzyskane sygnały w opto-elektrycznym procesie przetwarzania są quasisinusoidalne (1,5% zawartość harmonicznych [11]).

Sygnały z przetwornika można bezpośrednio formować na przebieg prostokątny, różniczkować, a następnie zliczać uzyskane tą drogą impulsy w liczniku. Ilość zliczonych impulsów określa wartość wielkości mierzonej jaką jest droga przesunięcia wzorca podstawowego Δx . W przypadku konieczności zwiększenia rozdzielczości przyrządu pomiarowego stosuje się powielanie sygnałów uzyskanych z przetwornika w elektronicznym interpolatorze przed ich obróbką cyfrową [1.8].

W obydwóch przypadkach niespełnienie warunku przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami ($\Delta\varphi \neq \pi/2$) jak też jego zmienność w czasie przemieszczania się wzorca podstawowego przetwornika spowoduje powstanie błędów nierównomierności podziału ziarna dyskretyzacji na wyjściu przyrządu [7, 8, 9]. W rezultacie jeden z warunków bezbłędnego wskazania przyrządu z rewersyjnym zliczaniem impulsów można wyrazić następująco:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \pm 90^\circ = 0 \quad (1)$$

gdzie:

φ_1 i φ_2 — fazy sygnałów na wyjściu przetwornika,

$\Delta\varphi$ — błąd fazy.

Jednym z czynników wywołujących powyższy błąd jest nierównoległość ustawienia wzorców w przetworniku. Nierównoległość ta może być stałą — wywołaną niedoadjustowaniem układu detekcyjnego jak też zmienną — spowodowaną luzami układów łożyskowych przetwornika. Próba teoretycznego sformułowania zależności dla ilościowego oszacowania tego zjawiska będzie tematem przedstawionego materiału.

2. OPRACOWANIE ZALEŻNOŚCI DLA WYZNACZENIA DŁUGOŚCI PRAŻKÓW MOIRE'

Na przedstawionym uproszczonym modelu przetwornika (rys. 1a) prawidłowe ułożenie płytki przeciwwzorca oddalonej o g_0 względem wzorca podstawowego reprezentuje płaszczyzna π . W rzeczywistości przeciwwzorzec może być pochylony względem niej o kąt γ w płaszczyźnie x, z i o kąt β w płaszczyźnie yz . Dalej, jak to zasygnalizowano na rys. 1a,b, wiązka wychodząca z oświetlacza jest najczęściej rozbieżna (może być również zbieżna). Wynika to z przeogniskowania oświetlacza. Stosowane w tego typu przetwornikach proste układy oświetlaczy — jedna krótkoogniskowa soczewka i źródło światła o stosunkowo dużym wymiarze (włókno żarówki, świecąca struktura diody elektroluminiscencyjnej) — nie dają się w praktyce dokładnie justować.

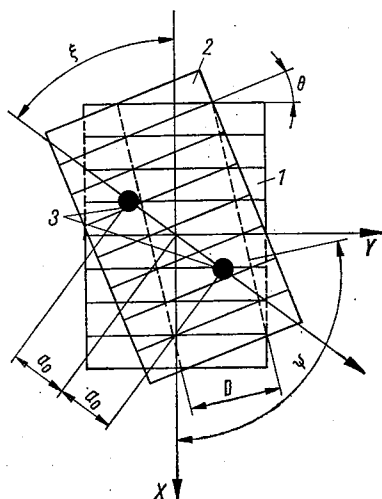
Na rys. 1b przedstawiono efekt jaki powstanie w przypadku oświetlenia wiązką rozbieżną dwóch kolejnych wzorców, których stałe są identyczne ($d_1 = d_2 = d$). Test binarny

wzorca podstawowego (1) projektowany na płaszczyznę przeciwwzorca (2) będzie miał stałą d' większą od stałej d . Nietrudno jest zauważyć, że względny przyrost stałej wzorca podstawowego będzie równy:

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{d' - d}{d} = \frac{g_0}{L}, \quad (2)$$

gdzie:

L — odległość umownego punkowego źródła światła tak dobrana aby kąt padania promieni świetlnych z tego źródła był równy średniemu kątowi padania promienia z rzeczywistego oświetlacza z soczewką. Stosunek g_0/L oznaczono symbolem δ , jest to parametr charakteryzujący własności projekcji w układzie detekcyjnym przetwornika.



Rys. 3. Schemat ilustrujący współzależność parametrów kątowych zespołu wzorców

Do dalszych rozważań przyjęto za punkt wyjścia ogólny wzór na długość (okres) prążka moiré, który został wyprowadzony różnymi drogami przez wielu autorów

$$D = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos \Theta}} \quad (3)$$

gdzie:

d_1, d_2 — rzeczywiste stałe współpracujących z sobą wzorców,

Θ — kąt wzajemnego skręcenia jednego z wzorców względem osi x w płaszczyźnie xy (rys. 3).

Założono również, że rzeczywiste stałe wzorców są sobie równe ($d_1 = d_2 = d$) i wiązka z oświetlacza jest rozbieżna ($\delta > 0$). Z prostych zależności geometrycznych można wówczas wyznaczyć pozorną stałą d' (4)

$$d' = d(1 + \delta), \quad (4)$$

która po pochyleniu wzorca w płaszczyźnie xz o kąt γ będzie określona zależnością (5)

$$d' = d \cos(1 + \delta), \quad (5)$$

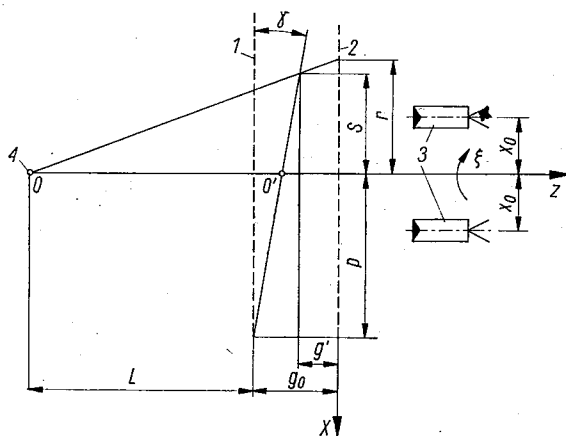
a wzór na długość prążków moiré przyjmie postać (6)

$$D = (\Theta, \delta, \gamma) = \frac{d \cos(1 + \delta)}{\sqrt{1 + \cos^2 \gamma (1 + \delta)^2 - 2 \cos \gamma (1 + \delta) \cos \Theta}} \quad (6)$$

W przypadku przetworników, w których wykorzystano optyczny przetwornik fazy ($\Theta = 0$) wzór ten będzie następujący

$$D(\delta, \gamma) = \frac{d \cos \gamma (1 + \delta)}{1 - \cos \gamma (1 + \delta)} \quad (7)$$

Dalsze rozważania w tym punkcie będą poświęcone temu przypadkowi.



Rys. 4. Schemat ilustrujący geometryczne związki wzorców z układem oświetlacza

Dla wyznaczenia prostych zależności geometrycznych prowadzących do wyznaczenia parametru δ w omawianym przypadku posłużono się rys. 3, są one następujące:

$$\delta = \frac{g'}{L + g_0 - g'}, \quad s = \frac{g_0 - g' - p \operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \gamma}$$

oraz

$$\frac{r}{L + g_0} = \frac{s}{L + g_0 - g} \quad \text{stąd otrzymano}$$

$$g' = \frac{(1 + g_0)(g_0 - x \operatorname{tg} \gamma - p \operatorname{tg} \gamma)}{L + g_0 - x \operatorname{tg} \gamma}$$

i ostatecznie

$$\delta = \frac{g_0 - x \operatorname{tg} \gamma - p \operatorname{tg} \gamma}{L + p \operatorname{tg} \gamma}.$$

Po wprowadzeniu uproszczenia $p = 0$ (wzorec obraca się w punkcie 0 rys. 3) co nie wpływa w sposób istotny na końcową postać wzorów (p. 3), parametr δ wyznaczy zależność (8):

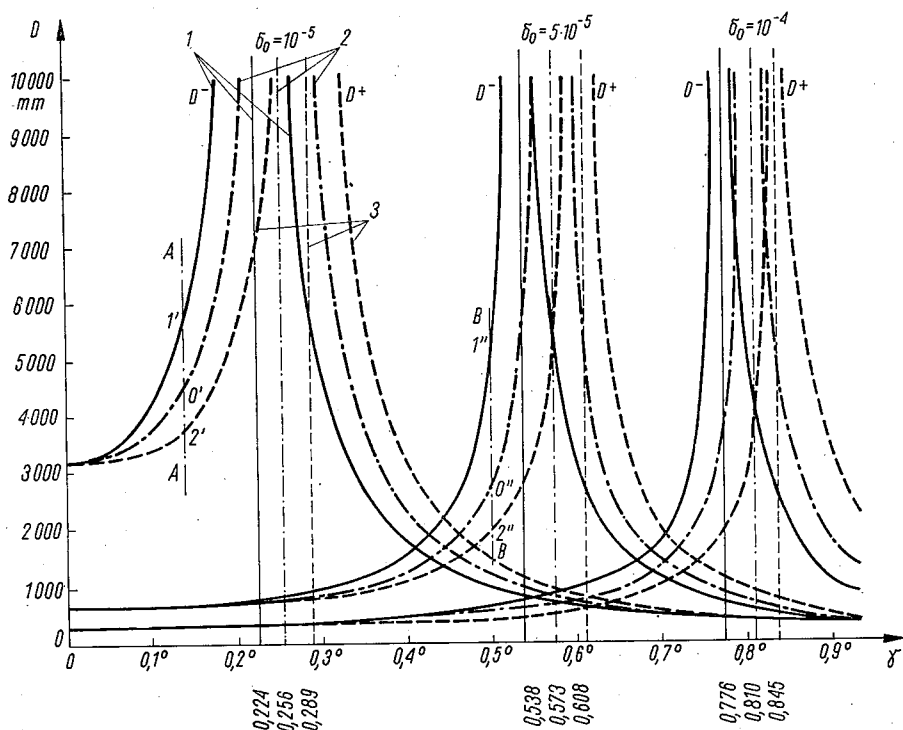
$$\delta = \frac{g_0}{L} - \frac{x \operatorname{tg} \gamma}{L} \Rightarrow \delta = \delta_0 - \delta(x, \gamma). \quad (8)$$

Składa się więc on z dwóch składników: δ_0 — związanego ze stopniem rozbieżności wiązki oświatlacza i $\delta(x, \gamma)$ — związanego zmianą długości promienia spowodowanej przekoszeniem wzorców (kąt γ), który jest również funkcją odległości pomiędzy fotodetektorami x_0 .

Podstawiając zależność (8) do wzoru na długość prążka (7) otrzymano ostateczną jego postać

$$D(\delta_0, x, \gamma) = \frac{\cos \gamma (L + g_0) - x \sin \gamma}{x \sin \gamma - (L + g_0) \cos \gamma + L}. \quad (9)$$

Na podstawie powyższej zależności (9) można uzyskać interesujące informacje dotyczące zmian obrazów moiré w rozpatrywanym modelu. Ilustrują to wykresy $D = f(\gamma)$ dla różnych parametrów δ_0 i x_0 przedstawione na rys. 5. Powstaje mianowicie zjawisko podobne do zjawiska elektrycznego czy też mechanicznego rezonansu polegające na tym, że dla określonej wartości parametru δ_0 można znaleźć taką parę wartości parametrów x_0 i γ , przy której długość prążka moiré osiąga wartość graniczną ($D \rightarrow \infty$). Następuje więc w tym przypadku kompensacja przeogniskowania układu oświatlacza ($\delta_0 = \delta(x_0, \gamma)$). Powyższe zjawisko nie można bezpośrednio wykorzystać do podwyższenia charakterystyki dokładnościowej przetwornika (dla omawianego wariantu przetwornika z optycznym



Rys. 5. Wykresy ilustrujące wpływ kąta γ na długość prążków moiré'a, 1 — wykresy $D = f(\gamma)$ dla $x_0 = 0,6$ mm, 2 — wykresy $D = f(\gamma)$ dla $x_0 = 0$, 3 — wykresy $D = f(\gamma)$ dla $x_0 = -0,6$ mm

przesuwnikiem fazy błąd fazy będzie najmniejszy dla $D \rightarrow \infty$ [3, 6, 8]). Otóż, jak wynika z wykresu (rys. 5), np. przy przeogniskowaniu oświetlacza wyrażonym parametrem $\delta_0 = s \cdot 10^{-5}$, dla pary fotodetektorów rozmieszczonych symetrycznie względem osi optycznej układu w odległościach $x_0 = \pm 0,6$ mm, długość prążka moiré osiągnie wartość graniczną odpowiednio: dla $x_0 = +0,6$ mm przy nachyleniu wzorców o kąt $\gamma = 0,538^\circ$ i dla $x_0 = -0,6$ mm przy nachyleniu wzorców o kąt $\gamma = 0,608^\circ$. Ewentualnych dróg wykorzystania tego zjawiska w rozważanym aspekcie można poszukać poprzez niesymetryczne rozmieszczenie fotodetektorów. Praktycznie jednak mogą tu wystąpić trudności w procesie adjustacji przetworników — problem dokładnego zmierzenia kąta γ w układzie detekcyjnym przetwornika. Niewykluczone natomiast jest wykorzystanie powyższego zjawiska do innych celów np. dokładnych pomiarów małych kątów.

Analizując dalej przedstawione wykresy obserwuje się w całym badanym przedziale funkcji $D = f(\gamma)$ pewną niesymetrię po wprowadzeniu dowolnego przekroju na wykresach wzdłuż osi rzędnych A—A, B—B itd. — zauważa się różnice długości odcinków pomiędzy punktami 1'—0' oraz 0'—2' i 1''—0'' oraz 0''—2'' itd., którym odpowiadają przyrosty długości prążków moiré spowodowane wprowadzeniem kąta γ . Ta właśnie niesymetria rozkładu przyrostu długości prążków powoduje powstanie błędów fazy sygnałów uzyskanych na wyjściu przetwornika.

3. FAZY I BŁĘDY FAZY SYGNAŁÓW PRZETWORNIKA W PRZYPADKU WZORCÓW WZAJEMNIE NIESKRĘCONYCH ($\theta = 0$)

Biorąc pod uwagę sposób przetwarzania informacji uzyskanej na wejściu przetwornika w postaci zamiany przemieszczenia na okresowy sygnał elektryczny (p. 1) przyrost fazy na elementarnym odcinku Δx może być zdefiniowany następującą formułą:

$$d(\varphi(x)) = \frac{2\pi}{D(x)} dx$$

a zmiana fazy w dowolnym przedziale $\langle x_1, x_2 \rangle$

$$\varphi(x) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{2\pi}{D(x)} dx, \quad (10)$$

gdzie:

funkcja $\varphi(x)$ jest funkcją pierwotną dla funkcji $\frac{2\pi}{D(x)}$.

Podstawiając dalej do zależności (10) wzór na długość prążka (9) przyjmując przedział całkowania $\langle 0, x_0 \rangle$ otrzymano wyrażenie

$$\varphi_\gamma(x_0) = \frac{2\pi L}{d \cos \gamma} \int_0^{x_0} \frac{1}{g_0 + L - x \tan \gamma} dx - 2\pi \int_0^{x_0} \frac{1}{d} dx,$$

które po przekształceniach matematycznych przyjmie postać wzoru (11):

$$\varphi_\gamma(x_0) = \frac{2\pi L}{d \sin \gamma} \ln \left| \frac{g_0 + L}{g_0 + L - x_0 \tan \gamma} \right| - \frac{2\pi x_0}{d}. \quad (11)$$

Powyższy wzór określa stan fazy w punkcie x_0 względem osi optycznej układu detekcyjnego przetwornika (rys. 1, 4).

Z punktu widzenia analizy dokładności charakterystyki metrologicznej przetwornika istotna jest różnica faz dwóch sygnałów odbieranych przez fotodetektory w punktach x_0 i $-x_0$ jaka nastąpi w wyniku obrócenia jednego z wzorców o kąt γ w stosunku do faz uzyskanych dla tego samego wzorca ale nie obróconego. Różnica tych faz jest z definicji błędem fazy $\Delta\varphi_\gamma(x_0)$ wywołanym nierównoległością ustawienia wzorców w układzie detekcyjnym przetwornika i można go wyrazić zależnością:

$$\Delta\varphi_\gamma(x_0) = [\varphi_\gamma(x_0) - \varphi_\gamma(-x_0)] - [\varphi_{\gamma=0}(x_0) - \varphi_{\gamma=0}(-x_0)], \quad (12)$$

gdzie składnik

$$\varphi_{\gamma=0} = \frac{2\pi x_0}{d} \left(\frac{L}{g_0 + L} - 1 \right)$$

został wyznaczony z wzoru (10) i uproszczonej zależności (9) dla warunku $\gamma = 0$. Ostateczna postać zależności na błąd fazy wyprowadzona w oparciu o wzory (9) i (10) dla dla warunku (12) jest następująca:

$$\Delta\varphi_\gamma(x_0) = \frac{2\pi L}{d \sin \gamma} \left[\ln \left| \frac{g_0 + L + x_0 \tan \gamma}{g_0 + L - x_0 \tan \gamma} \right| - \frac{2x_0}{d(g_0 + L)} \right]. \quad (13)$$

W przypadku konieczności przeprowadzenia obliczeń fazy dla błędów fazy dla wzorca, którego punkt obrotu O' jest przesunięty do 0 o dowolną wartość p (jak na rys. 4) należy we wzorach (11) i (12) parametr L stojący przed logarytmem powiększyć o $p \tan \gamma$ pozostałe parametry L w nawiasach nie ulegają zmianie. Dla przyjmowanych jednak w praktyce wartości parametrów L i p wpływ parametru p jest niezauważalny.

4. FAZY I BŁĘDY FAZY SYGNAŁÓW PRZETWORNIKA W PRZYPADKU WZORCÓW WZAJEMNIE SKRĘCONYCH ($\Theta \neq 0$)

W celu uzyskania zależności wyznaczających fazy i błędy fazy dla przypadku ogólnego modelu przetwornika (rys. 1 i 3), w którym uwzględniony jest kąt wzajemnego skręcenia wzorców Θ , należy wyprowadzić wzór na długość rzutu prążka moiré na kierunku ξ $D_\xi(\Theta, \delta, \gamma)$. We wzorze tym trzeba uwzględnić również kąt ψ , definiowany jako kąt zawarty pomiędzy osią x a prostopadłą do osi prążków (rys. 3), opisywany ogólnie znaną formułą [1]:

$$\psi(\Theta) = \arctg \left| \frac{d_1 \sin \Theta}{d_1 \cos \Theta - d_2} \right|. \quad (14)$$

W rozpatrywanym modelu przetwornika kąt ten zależy nie tylko od kąta Θ ale również od parametrów δ i γ . Tak więc wszystkie te trzy parametry będą wpływały także pośrednio na długość prążka $D_\xi(\Theta, \delta, \gamma)$.

Przyjmując założenie jak w p. 2 ($d_1 = d_2$) i $\delta > 0$ oraz wprowadzając do wzoru (14) zależność (5) przyjmie on postać następującą:

$$\psi(\Theta, \delta, \gamma) = \arctg \left| \frac{\sin \Theta}{\cos \Theta - \cos \gamma(1 + \delta)} \right|$$

oraz

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\sin \Theta}{\cos \Theta - \cos \gamma(1 + \delta)} \quad (15)$$

Na podstawie geometrii rozkładów osi prążków moiré [1] można udowodnić że:

$$\sin \psi = \frac{\sin \Theta}{\sqrt{1 + \cos^2 \gamma(1 + \delta)^2 - 2 \cos \gamma(1 + \delta) \cos \Theta}} \quad (16)$$

oraz

$$\cos \psi = \frac{\cos \Theta - \cos \gamma(1 + \delta)}{\sqrt{1 + \cos^2 \gamma(1 + \delta)^2 - 2 \cos \gamma(1 + \delta) \cos \Theta}} \quad (17)$$

o długość rzutu prążka na kierunku ξ będzie określona formułą (18)

$$D_{\xi}(\Theta, \delta, \gamma) = \frac{D(\Theta, \delta, \gamma)}{\cos(\xi - \psi)} \quad (18)$$

Podstawiając dalej do formuły (18) zależności (6), (16) i (17), po niezbędnych przekształceniach matematycznych otrzymano ostateczną postać wzoru

$$D_{\xi}(\Theta, \delta, \gamma) = \frac{d \cos \gamma(1 + \delta)}{\cos(\xi - \Theta) - \cos \gamma(1 + \delta)} \quad (19)$$

Dla uzyskania pełnego obrazu wpływu nierównoległego ustawienia wzorców na fazy i błędy faz sygnałów badanego układu uwzględniono drugi kierunek pochylenia wzorca o kąt β w płaszczyźnie yz (rys. 1a). W przeciwieństwie do kąta γ , kąt β nie wpływa bezpośrednio na zmianę pozornej stałej wzorca (1) w czasie projekcji (rys. 1) a jedynie tylko pośrednio przez zmianę długości promienia wiązki (zmiana parametru δ). Rezygnując z przedstawienia w tym materiale równie prostych jak w p. 3 przekształceń geometrycznych można podać ostateczną postać wzoru dla wyznaczenia parametru δ w funkcji kątów γ i β w formie następującej:

$$\delta_{\Theta} = \frac{g_0}{L} - \frac{a_0 \operatorname{tg} \gamma \cos \xi}{L} - \frac{a_0 \operatorname{tg} \beta \sin \xi}{L} \quad (20)$$

Zachodzi tu więc superpozycja składników parametru δ od kąta γ (δ_{μ}) i kąta β (δ_{β}), których udział w nim określa kąt ξ (odpowiednio $a_0 \cos \xi$ i $a_0 \sin \xi$).

Postępując analogicznie jak w punkcie poprzednim wykorzystując odpowiednio zależności (10), (19), (20) i warunek (12) wyprowadzono ostateczne wzory, na fazę sygnału w punkcie a_0 w stosunku do osi optycznej układu (21)

$$\varphi_{\gamma, \beta}(a_0) = \frac{2\pi L \cos(\xi - \Theta)}{d \cos \gamma(\operatorname{tg} \gamma \cos \xi + \operatorname{tg} \beta \sin \xi)} \times \ln \left| \frac{L + g_0}{L + g_0 - a_0(\operatorname{tg} \gamma \cos \xi + \operatorname{tg} \beta \sin \xi)} \right| - \frac{2\pi L \cos(\xi - \Theta)}{d(L + g_0)} a_0 \quad (21)$$

i błąd fazy (22)

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_{\gamma, \beta} \varphi(a_0) = & \frac{2\pi L \cos(\xi - \Theta)}{d \cos \gamma (\operatorname{tg} \gamma \cos \xi + \operatorname{tg} \beta \sin \xi)} \times \\ & \times \ln \left| \frac{L + g_0 + a_0 (\operatorname{tg} \gamma \cos \xi + \operatorname{tg} \beta \sin \xi)}{L + g_0 - a_0 (\operatorname{tg} \gamma \cos \xi + \operatorname{tg} \beta \sin \xi)} \right| + \\ & - \frac{4\pi L a_0 \cos(\xi - \Theta)}{d(L + g_0)}. \end{aligned} \quad (22)$$

5. ANALIZA WYNIKÓW BADAŃ I WNIOSKI

Przedstawiony w p. 4 wzór (22) można wykorzystywać do obliczeń błędów fazy po wcześniejszym uwzględnieniu związku pomiędzy kątami Θ i ξ wynikającego z warunku rewersyjnego zliczania impulsów — sygnały na wyjściu przetwornika powinny być przesunięte w fazie o $\pm \pi/2$.

Powyższy warunek spełnia równość

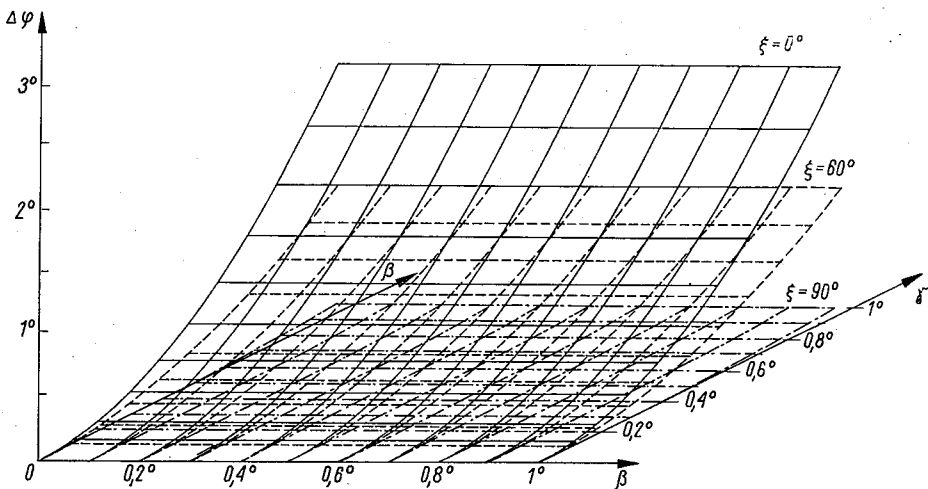
$$2a_0 = 1/4D\xi(\Theta, \delta_0, \gamma = 0), \quad (23)$$

na podstawie której po wprowadzeniu wzoru (19) uzyskano następującą zależność:

$$\Theta = \arccos \left[\cos \xi (1 + \delta) - \frac{d(1 + \delta)}{8a_0} \right] - \xi. \quad (24)$$

Wyniki obliczeń przeprowadzonych na podstawie wyprowadzonych tu wzorów (22) i (24) przedstawiono za pomocą przestrzennych wykresów $\Delta \varphi = f(\gamma, \beta)$ dla różnych kątów ξ ($0, 60^\circ, 90^\circ$), wartości $a_0 = 0,6$ mm i $\delta_0 = 10^{-5}$ przy czym kąty γ i β zmieniają się w przedziale $0 \div 1^\circ$ (rys. 6). Przyjęte do obliczeń wartości parametrów odpowiadają realnym ich wartościom jakie mogą wystąpić w przetwornikach.

Na podstawie analizy powyższych wykresów można sformułować następujące wnioski:



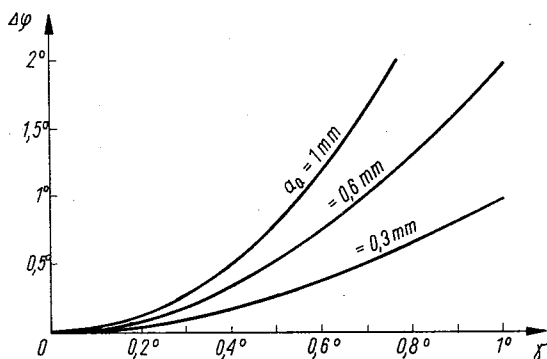
Rys. 6. Graficzne przedstawienie obliczeń $\Delta \varphi = f(\gamma, \beta)$

— przy nierównoległym ustawieniu wzorców dominujący wpływ na błędy fazy ma kąt γ , wpływ kąta β w badanym przedziale jego wartości można pominąć,

— zauważa się znaczny wpływ kąta ξ na wartość błędów fazy, przy jego granicznej wartości ($\xi = 90^\circ$) są one praktycznie skompensowane.

Wprowadzenie do analizy kąta ξ wiążącego kinematykę prążków moiré z kierunkiem ustawienia fotodetektorów pozwoliło w prosty sposób prześledzić badane tu zjawisko. Dodatkowe zalety powyższej operacji, to umożliwienie dobierania optymalnych parametrów δ_0 i Θ w procesie konstruowania a także prowadzenia prostej adiustacji przetwornika [1, 6, 8].

Istotny wpływ na wartość błędów fazy ma również odległość pomiędzy fotodetektorami. Jak ilustrują to wykresy $\Delta\varphi = f(\gamma)$ (rys. 7) wartość ich rośnie prawie proporcjonalnie w miarę wzrostu odległości a_0 . Obliczenia te były wykonane dla wzorców nieskręconych ($\Theta = 0$) wg zależności (13).



Rys. 7. Graficzne przedstawienie obliczeń $\Delta\varphi = f(\gamma)$ dla różnych odległości pomiędzy fotodetektorami

Przedstawione tu obliczenia nie udało się w sposób bezpośredni zweryfikować doświadczalnie z dwóch przyczyn:

— braku praktycznej możliwości całkowitego oddzielenia składników błędów fazy spowodowanych kątami γ i β od innych składników $\Delta\varphi$ wywołanych np. zmianą parametrów $\Delta\delta_0$ i $\Delta\Theta$ (analiza wpływu $\Delta\delta_0$ i $\Delta\Theta$ na $\Delta\varphi$ została przedstawiona w pracach wcześniejszych [2, 3, 6, 8]).

Badania dla większych zakresów zmian kątów γ i β potwierdziły charakter otrzymanych teoretycznie wyników. Bardziej istotne potwierdzenie poprawności proponowanych tu zależności uzyskano przy badaniach kompleksowych, gotowych już prototypów przyrządów (optoelektronicznych długościomierzy cyfrowych [10]). Mianowicie badano rozkłady błędów równomierności podziału Δ w [8] oraz maksymalnych błędów interpolacji ΔI [9] na wyjściu przyrządów w funkcji wszystkich parametrów wywołujących błędy fazy i otrzymano znaczną zgodność z obliczeniami teoretycznymi [7]. Zależności (22) i (24) mają charakter bardziej uniwersalny gdyż na ich podstawie można wyznaczyć numerycznie cały obszar zmienności błędów fazy $\Delta\varphi = f(\Delta\Theta, \Delta\delta_0, \Delta a_0, \gamma, \beta)$ jakie mogą wystąpić w optoelektronicznych układach pomiarowych. Należy tylko zaznaczyć, że przyjęty do powyższej analizy projekcyjny model przetwornika jest poprawny dla

niekoherentnego układu oświetlacza. W przypadku zastosowania w układzie detekcyjnym przetwornika oświetlacza dającego koherentną bądź częściowo koherentną wiązkę światła zaczyna dominować zjawisko dyfrakcji wymagające innego podejścia teoretycznego [11].

BIBLIOGRAFIA

1. L. Wronkowski: *Theoretical of the length measuring impuls transducer, accompanied by the computer simulation*. Acta IMEKO VII, 1987
2. L. Wronkowski: *Fehlerquellen zu langmassung bestimmten optoelektrischen Wandlern*. Feingeratechnik, 1980, nr 9
3. T. Karczmarczyk, L. Wronkowski: *Analiz pogrsznisti fazy i amplitudy w optoelektronicznych preobrazowatelach*. Mat. Konferencji „Emiscon'81”. Strebskie Pleso, 1981
4. T. Karczmarczyk: *Przyrządy do pomiaru długości oparte na optoelektronicznych przetwornikach analogowo-impulsowych*. Mechanik 1981, br 12
5. L. Wronkowski: *Wlijanie dikrakci Fresnela na metrologoczeskuju charakteristiku optoelektronnych analogowo-impulsnyh preobrazowatelnej*. Mat. Konferencji „Emiscon'83”. Tatrańska Łomnica, 1983
6. L. Wronkowski: *Analiza czułości układów detekcyjnych optoelektronicznego długościomierza cyfrowego na błędy technologiczne jego przetwornika*. Mat. „Metrologia'83” Warszawa, 1983
7. T. Karczmarczyk: *Wybrane zagadnienia interpolacji sygnałów w przyrządach z przetwornikami opartymi na wzorcach inkrementalnych*, Mat. „Metrologia'83” Warszawa 1983
8. L. Wronkowski: *Optoelektroniczne długościomierze — analiza struktury błędów*. Mechanik 1984, nr 2
9. T. Karczmarczyk: *Błędy procesu interpolacji przyrządach z przetwornikami opartymi na wzorcach inkrementalnych*. PAK, 1985, nr 5.
10. L. Wronkowski, T. Karczmarczyk, M. Pleskacz: *Optoelektroniczne długościomierze cyfrowe*. Aparatura Naukowa i Dqdatktyczna 1984, nr 9
11. L. Wronkowski, *Opto-electric analog-impuls transducer accuracy from the view-point of diffraction phenomenon*. Mat. X Kongresu IMEKO, 1985, nr 10

L. WRONKOWSKI

INFLUENCE OF CHANGES OF SPATIAL LOCATION OF INCREMENTAL GAUGES IN OPTOELECTRONIC TRANSDUCERS OF THE PHASE ERROR OF THE SIGNAL PRODUCED

Summary

Analytical relations between the mutual spatial location of incremental gauges and the phase errors of their output signals are considered. Equations describing the above relations are presented and results of error calculation for a typical length gauge are given.

L. WRONKOWSKI

INFLUENCE DU CHANGEMENT DE LA POSITION SPATIALE DES RÈGLES INCRÉMENTALES UTILISEES EN TRANSMETTEURS OPTOÉLECTRONIQUES DE MESURE SUR L'ERREUR DE PHASE DES SIGNAUX DE SORTIE

Résumé

Dans l'article on a discuté les relations existant entre la position relative des règles incrémentales installées en optomètres et les erreurs de phase des signaux de sortie. On a exprimé ces relations en formes mathématiques et on a montré les résultats des calculs des erreurs d'un transducteur typique destiné mesurer la longueur.

L. WRONKOWSKI

**EINFLUß DER RÄUMLICHEN LAGEÄNDERUNG INKREMENTALER MAßSTÄBE IN
OPTOELEKTRISCHEN WANDLERN AUF DIE PHASENFEHLER DER ERZEUGTEN
MEßSIGNALE****Zusammenfassung**

Während der hier berichteten Arbeiten sind theoretische Zusammenhänge der in optoelektroschen Meßwandlern auftretenden Phasenfehler näher untersucht worden, die durch gegenseitig verschieden orientierte räumliche Anordnung der inkrementalen Maßstäbe hervorgerufen werden. Es wurden entsprechende mathematische Gleichungen abgeleitet, und Berechnungsergebnisse für einen typischen, für Längenmessungen bestimmten Wandler dargestellt.

Л. ВРОНКОВСКИ

**ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ
ИНКРЕМЕНТАЛЬНЫХ ЭТАЛОНОВ В ОПТОЭЛЕКТРОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ
НА ПОГРЕШНОСТИ ФАЗЫ ВОЗНИКАЮЩИХ В НИХ СИГНАЛОВ****Резюме**

Рассмотрены аналитические зависимости погрешности фазы выходных сигналов оптоэлектронных преобразователей от взаимного пространственного размещения инкрементальных эталонов. Показаны математические зависимости определяющие вышеуказанные зависимости, а также представлены результаты типичного преобразователя предназначенного для измерения длины.

Optyczne przesuwniki fazy i ich wpływ na dokładność pracy optoelektronicznych przetworników inkrementalnych

LESZEK WRONKOWSKI

Centrum Uczelniano-Przemysłowe Metrologii i Systemów Pomiarowych, Politechnika Warszawska

*Artykuł wpłynął 1986.05.23
Autoryzowano do druku 1987.06.25*

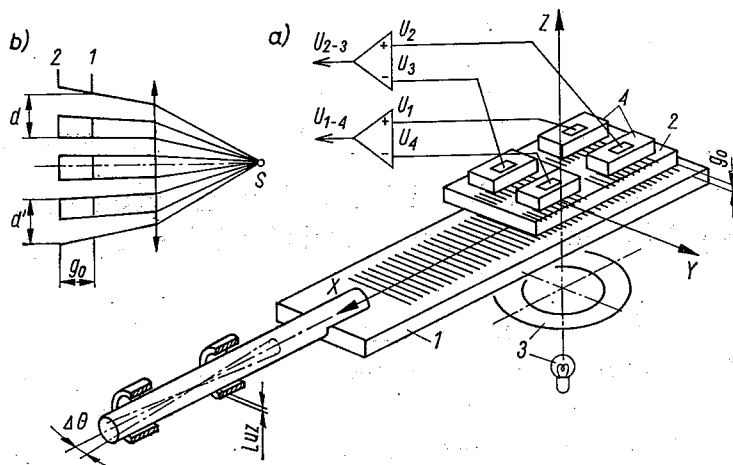
W pracy przedstawione zostały metody uzyskania dokładniejszych charakterystyk metrologicznych optoelektronicznych przetworników inkrementalnych za pomocą optycznych przesuwników fazy. Na podstawie analizy optoelektrycznego przetwarzania sygnałów podano teoretyczne zależności umożliwiające wyznaczanie błędów sygnałów wyjściowych dla poszczególnych typów przesuwników. Dołączono również wyniki obliczeń tych błędów.

1. WPROWADZENIE

Podstawowym zespołem w optoelektronicznym przetworniku inkrementalnym przeznaczonym do pomiaru długości jest jego układ detekcyjny. W układzie tym następuje odbiór dwukrotnie przetwarzanych tu sygnałów. Mianowicie: przemieszczenie Δx inkrementalnego wzorca podstawowego (1) (rys. 1) względem przeciwwzorca (2) — obydwie wzorce znajdują się w wiązce promieni oświetlacza (3) — powoduje powstanie w płaszczyźnie jednego z wzorców okresowo zmiennego strumienia świetlnego. Sygnał ten odbierany jest przez fotelementy (4) i przetwarzany na zmienne sygnały napięciowe, lub prądowe. Obydwie wzorce inkrementalne są binarnymi siatkami dyfrakcyjnymi. Dokładniejszy opis wariantów konstrukcyjnych przetworników i ich analiz teoretycznych można znaleźć w pracach [1, 4, 8, 10].

Najważniejszym zagadnieniem metrologicznym przy opracowywaniu konstrukcyjnym układu detekcyjnego, jak też całego przetwornika, jest zapewnienie stałości faz, amplitud i składowej stałej sygnałów wyjściowych. Różnica faz tych sygnałów powinna wynosić $\pi/2$, a wartość składowej stałej powinna być równa zero. Artykuł ten będzie poświęcony analizie dokładności przetworników, w których zastosowano przeciwwzorce w postaci optycznych przesuwników fazy¹⁾. Optyczny przesuwnik fazy (OPP) jest to n-elementowy zespół dyfrakcyjnych siatek binarnych naniesionych na jednej płaszczyźnie, np. szklanej płytce, w ten sposób, że kolejne elementy (sektory) siatek są wzajemnie poprzesuwane w fazie. Na przykład czteroelementowy przesuwnik ma przesunięte sektory o $1/4d$, $1/2d$

¹⁾ Optyczny przesuwnik fazy jest nazwą zaproponowaną przez autora



Rys. 1. Optoelektroniczny przetwornik inkrementalny, a — uproszczony schemat konstrukcyjny, b — proces projekcji wzorca (1) na przeciwwzorec (2)

i $3/4d$, gdzie d jest stałą siatki (rys. 1a). O poprawności pracy przesuwника decyduje nie tylko dokładność przesunięć fazowych sektorów, ale również struktura ich rozmieszczenia.

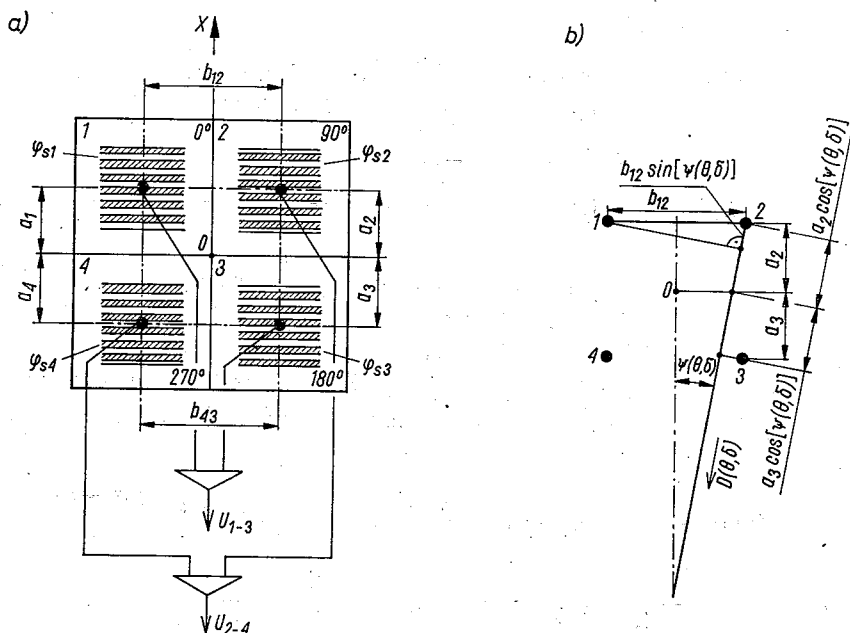
2. ANALIZA DOTYCHCZAS STOSOWANYCH STRUKTUR OPTYCZNYCH PRZESUWNIKÓW FAZY

W optoelektronicznych przetwornikach wykorzystywane jest zjawisko moire' polegające na powstawaniu prążków (moire') o okresie $D = f/\theta$, d_1, d_2 znacznie większym niż okresy (stałe d_1, d_2) nałożonych na siebie siatek dyfrakcyjnych (wzorców). Jeśli współpracujące z sobą siatki mają takie same stałe $d_1 = d_2$ a kąt wzajemnego ich skręcenia $\theta = 0$ wówczas długość prążka $D \rightarrow \infty$. Taki właśnie graniczny przypadek omawianego zjawiska został zastosowany w przetwornikach, w których jeden z wzorców ma postać optycznego przesuwника fazy. Dokładna analiza tego zjawiska została przedstawiona w pracy [11].

Na rys. 1a przedstawiony jest uproszczony schemat przetwornika z czteroelementowym przesuwnikiem fazy. Nad poszczególnymi sektorami OPF rozmieszczone są fotoelementy (4). Wiązka promieni oświetlacza spowoduje projekcję testu wzorca podstawowego na poszczególne sektory OPF (wzorcy nie są względem siebie skręcone). Zakładając, że wiązka promieni jest równoległa, to w trakcie przesuwania się wzorca podstawowego o Δx , na wyjściu fotoelementów pojawiają się cztery sygnały elektryczne przesunięte kolejno w fazie: $0, \pi/2, \pi$ i $3/4 \pi$. W płaszczyznach sektorów OPF bowiem pojawiają się periodyczne zmiany intensywności światła ($D \rightarrow \infty$), których maksymalne i minimalne wartości będą identycznie wzajemnie poprzysuwane w fazie niezależnie od odległości g_0 pomiędzy wzorcami.

W rzeczywistym układzie detekcyjnym wiązka projekcyjna oświetlacza jest rozbieżna

(może być też zbieżna) i obraz stałej wzorca podstawowego w płaszczyźnie OPF będzie powiększony wg zależności $d' = d/(1 + \delta)$, gdzie $\delta = g/L$ jest parametrem charakteryzującym projekcję (rys. 1b). Tak więc minimalna nawet odległość pomiędzy wzorami g_0 spowoduje pojawienie się prążka o skończonym okresie D a jej zmiana o Δg wywołała jego dodatni bądź ujemny przyrost $\Delta D(\Delta g)$. Drugim czynnikiem wpływającym na zmianę



Rys. 2. Schemat optycznego przesuwnika fazy: a — konstrukcja optycznego przesuwnika fazy wraz z systemem połączeń fotoelementów, b — schemat ilustrujący graficznie sposób powstawania składników błędów

długości prążka będzie kąt Θ , który może być różny od 0. Kąt $\Delta\Theta$, podobnie jak parametr Δg , będzie zmieniał się w trakcie przesuwania wzorca podstawowego względem układu detekcyjnego. Spowodowane to jest luzami w łożyskach prowadnic (rys. 1a).

Pojawienie się prążków moiré o skończonym okresie ($D \neq \infty$) jak też jego zmiany spowodują, że fazy sygnałów otrzymanych na wyjściu fotodetektorów nie będą wyłącznie zdeterminowane przesunięciami fazowymi sektorów OPF, ale również dodatkowym składnikiem wywołującym zmianę fazy $-\Delta\varphi^*(\Delta\Theta, \Delta g)$, którego wartość jak pokaże dalsza analiza powiązana jest z odległościami par fototranzystorów rozmieszczonych w kierunku osi x (rys. 2a).

Parametry $\Delta\Theta$ i Δg powodują także zmiany kąta nachylenia prążków moiré ψ , a zatem powstanie następnego zmiennego składnika przyrostu fazy $\Delta\varphi_\psi$ (rys. 2b).

Ponadto luz łożyskowy w prowadnicach umożliwia w pewnych granicach przestrzenne zmiany katowego ustawienia wzorców. Najbardziej niekorzystne jest nachylenie wzorców w płaszczyźnie xz o kąt γ [11]. Zjawisko to wywoła dodatkowe zmiany fazy $\Delta\varphi_\gamma$.

Ostatnim czynnikiem wprowadzającym tym razem stałe błędy faz φ_s pomiędzy sygnałami jest sam optyczny przesuwnik fazy. Wynikają one z różnic nominalnych i rzeczywistych przesunięć fazowych poszczególnych jego sektorów (błędy technologiczne wykonania OPF).

Uwzględniając wszystkie podane wyżej składniki wpływające na fazę sygnałów uzyskanych z poszczególnych fotodetektorów matematyczny zapis tych sygnałów będzie miał następującą postać:

$$U_1(x) = \sin(x + \varphi_{s1} + a_1 \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma(a_1) - b_{12} \Delta\varphi_\psi) \quad (1)$$

$$U_2(x) = \sin(x + \pi/2 + \varphi_{s2} + a_2 \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma(a_2)) \quad (2)$$

$$U_3(x) = \sin(x + \pi + \varphi_{s3} - a_3 \Delta\varphi^* - \Delta\varphi_\gamma(a_3)) \quad (3)$$

$$U_4(x) = \sin(x + 2/3\pi + \varphi_{s4} - a_4 \Delta\varphi^* - \Delta\varphi_\gamma(a_4) - b_{43} \Delta\varphi_\psi) \quad (4)$$

gdzie:

$\varphi_{s1,2,3,4}$ — błędy naniesienia przesunięć fazowych OPF względem punktu 0 (rys. 2a)

a_1, a_2, a_3, a_4 — odległość fotoelementów od punktu 0 (oś x)

b_{12}, b_{43} — odległość pomiędzy fotoelementami w osi y .

W celu wyeliminowania składowej stałej sygnałów jak też skompensowania najbardziej wpływowych składników błędu fazy sygnały uzyskane z fotodetektorów są parami sumowane różnicowo:

$$\begin{aligned} U_{1-3}(x) = & -2 \cos\left(x + \pi/2 + \frac{\varphi_{s1} + \varphi_{s2}}{2} + \frac{a_1 - a_3}{2} \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{a_1 - a_3}{2}\right) + \right. \\ & \left. - \frac{b_{12}}{2} \Delta\varphi_\psi\right) \cos\left(-\frac{\varphi_{s1} - \varphi_{s3}}{2} - \frac{a_1 + a_3}{2} \Delta\varphi^* + \right. \\ & \left. - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{a_1 + a_3}{2}\right) - \frac{b_{12}}{2} \Delta\varphi_\psi\right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U_{2-4}(x) = & -2 \cos\left(x + \pi + \frac{\varphi_{s2} + \varphi_{s4}}{2} - \frac{a_2 - a_4}{2} \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma\right) \left(\frac{a_1 - a_4}{2}\right) + \\ & - \frac{b_{43}}{2} \Delta\varphi_\psi \cos\left(-\frac{\varphi_{s2} - \varphi_{s4}}{2} - \frac{a_2 + a_4}{2} \Delta\varphi^* + \right. \\ & \left. - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{a_2 + a_4}{2}\right) + \frac{b_{43}}{2} \Delta\varphi_\psi\right). \end{aligned} \quad (6)$$

Poszczególne składniki funkcyjne w powyższych zależnościach można zapisać w sposób następujący:

— na podstawie rys. 2b $\Delta\varphi^* = \frac{\cos(\psi(\Delta\theta, \delta))}{D(\Delta, \theta, \delta)} 2\pi$, wykorzystując wyprowadzone w pracy [11] wzory 7, 8

$$\cos(\psi(\theta, \delta)) = \frac{1 + \delta - \cos\theta}{\sqrt{1 - 2\cos\theta(1 + \delta) + (1 + \delta)^2}} \quad (7)$$

$$D(\theta, \delta) = \frac{(1 + \delta)d}{\sqrt{1 - 2\cos\theta(1 + \delta) + (1 + \delta)^2}} \quad (8)$$

formuła dla wyznaczenia tego składnika będzie miała postać

$$\Delta\varphi^* = \frac{(1 + \delta - \cos\Delta\Theta)}{(1 + \delta)d} 2\pi. \quad (9)$$

Podobnie można wyznaczyć drugi składnik błędu fazy $\Delta\varphi_\psi$ spowodowany zmianą kąta $\psi(\Delta\Theta, \delta)$ (rys. 2b) — kąta nachylenia linii określającej kierunek rozchodzenia się prążków moiré' względem osi x .

$$\Delta\varphi_\psi = \frac{\sin\Delta\Theta}{(1 + \delta)d} 2\pi. \quad (10)$$

Obliczenie składnika błędu pochodzącego od wzajemnego pochylenia wzorców o kąt γ można przeprowadzić za pomocą wzoru (13) wyprowadzonego w pracy [11]

$$\Delta\varphi_\gamma = \frac{2\pi L}{d \sin \gamma} \ln \left| \frac{L + g_0 + a \tan \gamma}{L + g_0 - a \tan \gamma} \right| - \frac{2\pi a}{d(g_0 + L)}. \quad (11)$$

Powracając do zapisu różnicowych sygnałów wyjściowych (5,6) można zauważyć, że pierwsze funkcje $\cos$ są zależne od x , toteż ich argumenty decydują o fazie sygnałów, zaś drugi składnik tych wzorców jest stały i decyduje o wartości amplitud sygnałów. Ostatecznie błąd fazy $\Delta\Phi$ na wyjściu przetwornika będzie określony następującą zależnością:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(\Delta\Theta, \delta, \gamma, \varphi_s) &= \varphi_{1-3} - \varphi_{2-4} - \pi/2 = \\ &= - \left(\frac{\varphi_{s1} - \varphi_{s2} + \varphi_{s3} - \varphi_{s4}}{2} + \frac{(a_1 + a_4) - (a_2 + a_3)}{2} \Delta\varphi^* + \right. \\ &\quad \left. + \Delta\varphi_\gamma \left(\frac{(a_1 + a_4) - (a_2 + a_3)}{2} \right) + \frac{b_{12} - b_{14}}{2} \Delta\varphi_\psi \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Natomiast błąd amplitudy,

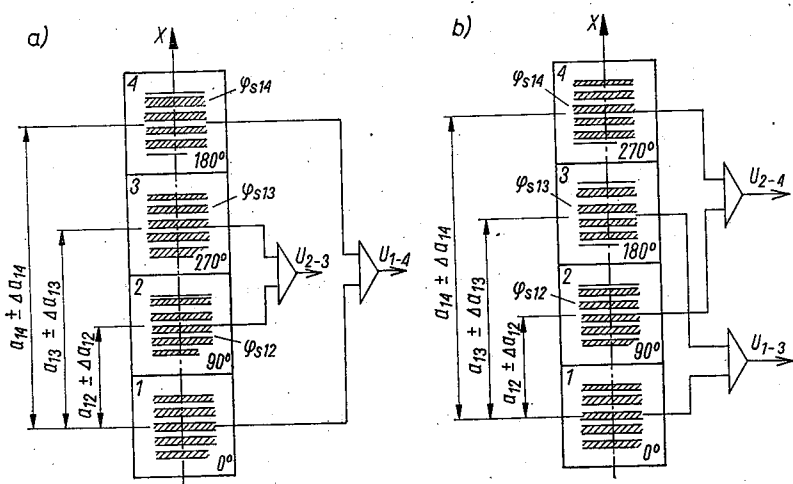
$$\begin{aligned} \Delta A(\Delta\Theta, \delta, \gamma, \varphi_s) &= A_{1-3} - A_{2-4} = 4 \sin \left(\frac{\varphi_{s1} - \varphi_{s4} + \varphi_{s2} - \varphi_{s3}}{4} + \right. \\ &\quad \left. - \frac{a_1 + a_4 + a_2 + a_3}{4} \Delta\varphi^* - \Delta\varphi_\gamma \left(\frac{a_1 + a_4 + a_2 + a_3}{4} \right) + \right. \\ &\quad \left. - \frac{b_{43} - b_{12}}{4} \Delta\varphi_\psi \right) \sin \left(\frac{\varphi_{s1} - \varphi_{s2} + \varphi_{s4} - \varphi_{s3}}{4} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(a_1 + a_3) - (a_2 + a_4)}{4} \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma \left(\frac{(a_1 + a_3) - (a_2 + a_4)}{4} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{b_{12} + b_{43}}{4} \Delta\varphi_\psi \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Analizując otrzymane wyniki możemy stwierdzić, że dla przyjętej struktury rozkładu sektorów OPF błąd fazy będzie dążył do wartości składnika błędu związanego z dokładnością wykonania opisanego przesuwnika fazy, o ile różnice pomiędzy odległościami odpowiednich par fotoelementów będą zmierzały do zera. Natomiast o wartości błędów amplitudy będą decydowały: drugi i trzeci składnik argumentu pierwszej funkcji sinus

i ostatni składnik argumentu drugiej funkcji sinus. Tak więc o wartości ΔA decydują odległości a i b pomiędzy fotoelementami — im będą mniejsze tym mniejsze będą amplitudy. Wymiar b zależy jedynie od geometrycznej wielkości użytych fotoelementów. Tymczasem wymiary a zależą od rozdzielczości zastosowanych siatek dyfrakcyjnych, im jest ona wyższa tym większa musi być odległość a . Wynika to z faktu, że niższe rzędy dyfrakcyjne, energetycznie silniejsze, uginają się pod większymi kątami dla siatek o większej rozdzielczości i mogą zakłócać pracę sąsiednich fotoelementów.

Omówiony tu optyczny przesuwnik fazy może być wykonywany w innych wersjach rozkładu kolejności przesunięć fazowych jego sektorów. Uzyskuje się wówczas korzystniejszą jego charakterystykę pod względem błędów amplitudy, odbywa się to jednak kosztem zwiększenia błędu fazy. Zjawisko to zostało omówione i przedstawione ilościowo w pracach [3, 7].

Na rys. 3ab pokazany jest schemat konstrukcyjny optycznego przesuwnika fazy. Przedstawiony jest on w dwóch wersjach rozkładu kolejności przesunięć fazowych jego sektorów.



Rys. 3. Schematy dwóch wersji optycznych przesuwników fazy dla kąta $\xi = 0$ wraz z systemami połączeń fotoelementów

Pominięte zostanie tutaj wyprowadzenie wzorów na błąd fazy i amplitudy, gdyż sposób postępowania jest podobny, jak w przypadku poprzednim. W przykładzie tym zmieniono punkt odniesienia względem którego oblicza się poszczególne fazy, jak też inaczej ustalono składniki błędów związanych z odległościami pomiędzy fotoelementami. Uzasadnienie takiego postępowania będzie przedstawione niżej. Dla wersji pierwszej (rys. 3a) formuły wyznaczające błędy fazy i amplitudy będą miały postacie następujące:

$$\Delta\Phi(\Delta\theta, \delta, \gamma, \varphi_s) = \frac{\varphi_{s14} + \varphi_{s13} - \varphi_{s12}}{2} + \frac{\Delta a_{14} - \Delta a_{12} - \Delta a_{13}}{2} \Delta\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma \left(\frac{a_{12} - a_{14}}{2} \right), \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
\Delta A(\Delta\theta, \delta, \gamma, \varphi_s) = & -4\sin\left(a\Delta\varphi^* + \frac{\Delta a_{13} + \Delta a_{14} - \Delta a_{12}}{4} \Delta\varphi^* + \right. \\
& + \frac{\varphi_{s13} + \varphi_{s14} - \varphi_{s12}}{4} + \Delta\varphi_\gamma(a) + \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{\Delta a_{12} + 2\Delta a_{13} + \Delta a_{14}}{4}\right)\Bigg) \\
& \times \sin\left(-\frac{a}{2} \Delta\varphi^* + \frac{\Delta a_{13} - \Delta a_{12} - \Delta a_{14}}{4} \Delta\varphi^* + \frac{\varphi_{s13} - \varphi_{s12} - \varphi_{s14}}{4} + \right. \\
& \left. - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{a}{2}\right) - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{\Delta a_{12} + \Delta a_{14}}{4}\right)\right). \quad (15)
\end{aligned}$$

Natomiast dla wersji drugiej (rys. 3b) wzory te przyjmą nieco inną postać:

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi(\Delta\theta, \delta, \gamma, \varphi_s) = & -a\Delta\varphi^* + \frac{\Delta a_{13} - \Delta a_{12} - \Delta a_{14}}{2} \Delta\varphi^* + \\
& + \frac{\varphi_{s13} - \varphi_{s12} - \varphi_{s14}}{2} + \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{\Delta a_{12} + \Delta a_{14}}{2}\right), \quad (16) \\
\Delta A(\Delta\theta, \delta, \gamma, \varphi_s) = & -4\sin\left(a\Delta\varphi^* + \frac{\Delta a_{13} + \Delta a_{14} - \Delta a_{12}}{4} \Delta\varphi^* + \right. \\
& + \frac{\varphi_{s13} + \varphi_{s14} - \varphi_{s12}}{4} + \Delta\varphi_\gamma(a) - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{\Delta a_{12} + 2\Delta a_{13} + \Delta a_{14}}{2}\right)\Bigg) \\
& \sin\left(\frac{\Delta a_{14} - \Delta a_{12} - \Delta a_{13}}{4} \Delta\varphi^* + \frac{\varphi_{s14} - \varphi_{s12} - \varphi_{s13}}{4} + \right. \\
& \left. - \Delta\varphi_\gamma\left(\frac{\Delta a_{12} - \Delta a_{14}}{4}\right)\right). \quad (17)
\end{aligned}$$

Na podstawie powyższych zależności przeprowadzono obliczenia numeryczne, w wyniku których opracowano wykresy $\Delta\Phi_{\max} = f(\delta)$ i $\Delta A_{\max} = f(\delta)$ — dla wersji pierwszej rys. 4ab, oraz dla wersji drugiej rys. 5ab. Dla opracowania programów numerycznych przyjęto zasadę obliczania maksymalnych błędów $\Delta\Phi$ i ΔA . Osiągnięto przyjmując skrajne, choć mało prawdopodobne, rozkłady błędów Δa i φ_s co do wartości i znaków. Na przykład dla obliczenia błędów fazy pierwszej wersji OPT przyjęto algorytm:

$$\Delta\Phi_{\max} = 3/2\varphi_s + 3/2\Delta a\varphi^* + \Delta\varphi_\gamma(\Delta a).$$

Dla wyznaczenia błędu $\Delta A_{\max}$ obliczenie przeprowadzono wg dwóch algorytmów, ponieważ rozkład znaków błędów w argumentach obydwóch funkcji sinus jest różny i wybierano mniej korzystny przypadek. Oczywiście zaistnienie sytuacji jednoczesnego wystąpienia $\Delta\Phi_{\max}$ i $\Delta A_{\max}$ jest niemożliwe.

Przyjęcie powyższego modelu obliczeń uzasadnia się znacznymi rozrzutami optycznych osi czułości fototranzystorów. W układach detekcyjnych przetworników konstruowanych w CUPMISP (Centrum Uczelniano-Przemysłowe Metrologii i Systemów Pomiarowych Politechniki Warszawskiej) rozmieszczenie geometryczne fotoelementów (np. fototranzystorów jest bardzo dokładne ($\Delta a < 5 \mu\text{m}$) — zespół fotoelementów składa się z n struktur naniesionych w odpowiedniej konfiguracji na jednym kryształie półprzewodnika. Natomiast oś geometryczna fotoelementów nie pokrywa się z osią optyczną

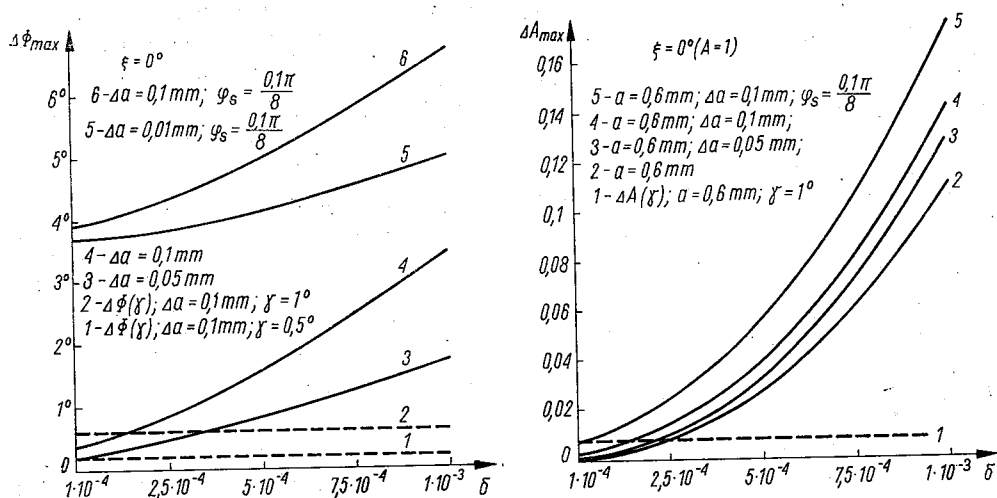
czułości, której położenie jest funkcją rozkładu obszarów jednakowego poziomu czułości w płaszczyźnie pojedynczej struktury. Obszary te są nieregularne i przypadkowo przesuwane względem środka fotoelementu. O dokładności pracy układu detekcyjnego decyduje oś optyczna czułości, a może się ona przemieszczać w dowolnym kierunku względem osi geometrycznej nawet o kilkadziesiąt mikrometrów.

Powyższy problem można rozwinąć inną metodą przedstawioną w pracy [2], wykorzystaną do analizy wpływu rozrzutu osi pojedynczych fotoelementów montowanych w układzie detekcyjnym. Mianowicie można przyjąć, że rozkłady błędów położenia osi fotoelementów są rozkładami normalnymi dwuwymiarowymi, o zmiennych losowych wzajemnie nieskorelowanych. Wprowadzenie jednak tej metody do przedstawionej tu analizy, uwzględniającej kilka składników błędów, znacznie by utrudniło interpretację jej wyników.

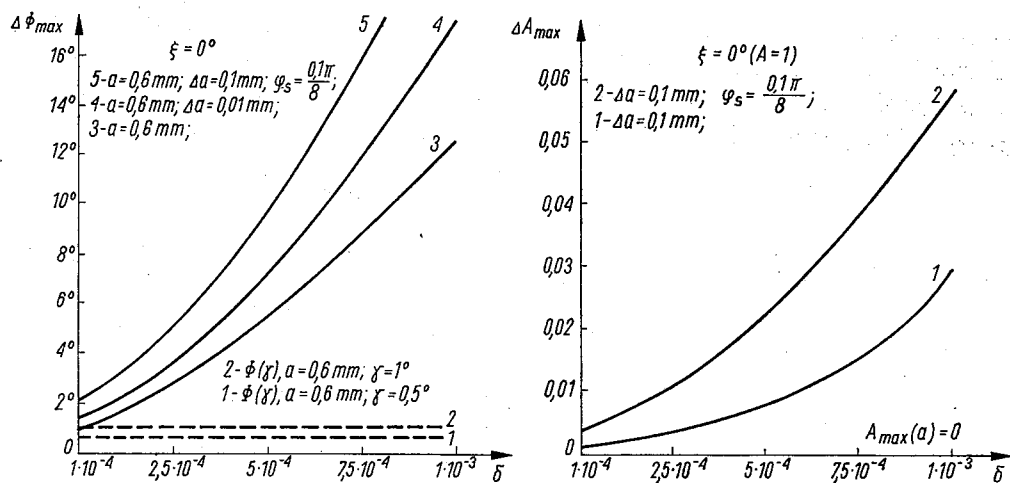
Przyjęta przez autora technologia wykonywania omawianego typu OPF polega na nanoszeniu poszczególnych jego sektorów ze stałym błędem granicznym, niezależnym od położenia sektora (rozkład błędów normalnych, błędy systematyczne automatycznie korygowane). Bazą wyjściową jest sektor o fazie 0. W podobny sposób naświetlana jest fotomaska, która służy do wykonywania fotoelementów. Powyższe argumenty uzasadniają przyjęcie wybranego punktu odniesienia, jak też sposobu wymiarowania odległości pomiędzy fotoelementami.

Analizując otrzymane wyniki obliczeń dla przyjętego zakresu $\Delta\delta \langle 10^{-4}, 10^{-3} \rangle$ $\Delta\theta \langle 0, 10^\circ \rangle$ (rys. 4ab) można sformułować następujące wnioski:

1. Pierwsza wersja optycznego przesuwника zapewnia kompensację głównego składnika błędu fazy związanego ze zmianą długości prążka moiré a $\Delta\varphi^*$. Tak więc błąd fazy nie zależy od odległości pomiędzy fotoelementami. W tej sytuacji na błąd fazy najczęściej wpływa niedokładność wykonania OPF, a w drugiej kolejności niedokładność rozstawienia fotoelementów Δa . Pomimo, że wartości obu błędów fazy są porównywalne w badanym przedziale należy zwrócić uwagę na wartość błędów geometrycznych, które te błędy spowodowały. Wynoszą one odpowiednio $0,1 \mu\text{m}$ i $0,1 \text{ mm}$ (różnica dwóch rzędów).



Rys. 4. Graficzne przedstawienie obliczeń funkcji: a — $\Delta\Phi_{\max} = f(\delta)$, b — $\Delta A_{\max} = f(\delta)$, dla pierwszej wersji optycznego przesuwника fazy ($\xi = 0$)



Rys. 5. Graficzne przedstawienie obliczeń funkcji: a — $\Delta\Phi_{\max} = f(\delta)$, b — $\Delta A_{\max} = f(\delta)$, dla drugiej wersji optycznego przesuwnika fazy $v\xi = 0$)

Wynika stąd wnioszek jak znaczne trudności technologiczne i metrologiczne należy pokonać przy wykonywaniu optycznych przesuwników fazy.

Wpływ składnika błędu pochodzącego od kąta skręcenia wzorców $\Delta\varphi$, jest stosunkowo mniejszy i ma on charakter stały. Zalety wersji OPF, przedstawione wyżej, w zakresie błędów fazy tracą nieco na wartości, gdy rozważy się jego wpływ na błąd amplitudy (rys. 4b). Po pierwsze — nie udaje się skompensować składnika pochodzącego od zmiany długości prążka $a\Delta\varphi^*$, a po drugie — zauważa się bardzo silny wpływ parametru δ .

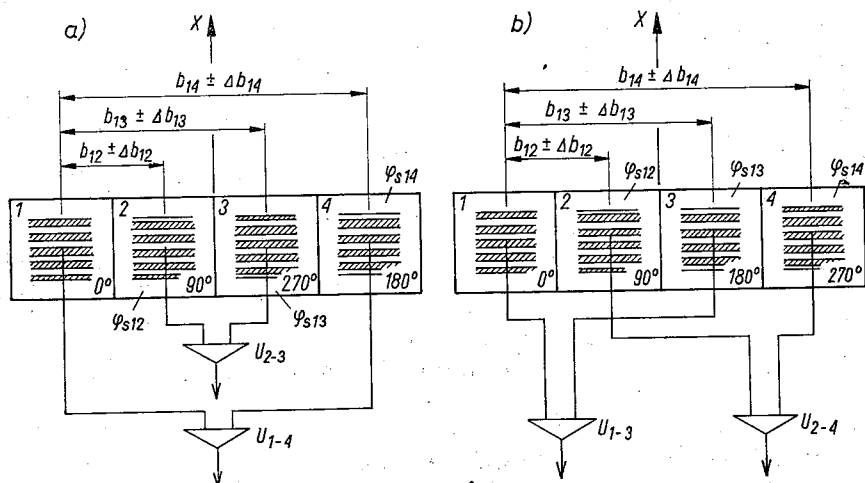
2. Druga wersja optycznego przesuwnika fazy (rys. 5b), przeciwnie niż poprzednia, jest wrażliwa w zakresie błędu fazy na składnik $a\Delta\varphi^*$, który dominuje swoją wartością nad innymi składnikami tego błędu. Natomiast w zakresie błędu amplitudy jest on skompensowany, składnikiem dominującym natomiast staje się składnik związany z dokładnością wykonania przesuwnika fazy. Wpływ pozostałych składników na błędy $\Delta\Phi_{\max}$ i $\Delta A_{\max}$ jest podobny do wersji poprzedniej OPF. Cechą łączącą obydwie wersje OPF jest ich zupełna niewrażliwość na zmianę parametru $\Delta\theta$. Przyrost błędu fazy $\Delta\Phi_{\max}(\Delta\theta)$ w przedziale $\Delta\theta < 0,10^\circ$ wyniesie $0,06^\circ$, a przyrost błędu amplitudy $\Delta A_{\max}(\Delta\theta)$ $0,05\%$. Zagadnienie to będzie szerzej omówione w ostatnim punkcie.

3. ANALIZA NOWEJ STRUKTURY OPTYCZNEGO PRZESUWNIKA FAZY

W punkcie tym zostanie przedstawiony optyczny przesuwnik fazy zaprojektowany i przebadany przez autora. Na rys. 6ab pokazane są dwie wersje OPF, o układzie sektorów i rozkładzie kolejności ich przesunięć fazowych identycznych jak w poprzednim OPF. Jedyną różnicą, jak się okaże — i to dość istotną — jest skręcenie osi nowego OPF o kąt 90° .

W nowym układzie OPF można przyjąć, że praktycznie wyeliminowane są składniki błędów pochodzące od zmiany długości prążka moiré $\Delta\varphi^*$ i od kąta γ — kąta nachylenia wzorców w płaszczyźnie xz . Natomiast pojawia się składnik $\Delta\varphi$, wywołany zmianą kąta

ψ — kąta kierunku rozchodzenia się prążków. Należy jeszcze zaznaczyć, że dla przyjętej konfiguracji wzorców może nastąpić wzajemne obrócenie wzorców w płaszczyźnie yz o kąt β wywołane luzem łożyskowym w przetworniku. Powstanie nowy składnik błędów $\Delta\varphi_\beta$. Wartość tego składnika błędów jest conajmniej o rząd mniejsza od składnika $\Delta\varphi_\gamma$,



Rys. 6. Schematy dwóch wersji optycznych przesuwników fazy dla kąta $\xi = 90^\circ$ wraz z systemami połączeń fotoelementów

więc możemy go pominąć [11]. Zależności matematyczne pozwalające na obliczenie błędów $\Delta\Phi$ i ΔA mają następującą postać:

dla wersji pierwszej (rys. 6a)

$$\Delta\Phi(\Delta\theta, \delta, \varphi_s) = \frac{\varphi_{s12} + \varphi_{s13} - \varphi_{s14}}{2} + \frac{\Delta b_{14} - \Delta b_{12} - \Delta b_{13}}{2} \Delta\varphi_\psi, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta A(\Delta\theta, \delta, \varphi_s) = & -4 \sin \left(\frac{\varphi_{s14} - \varphi_{s12} + \varphi_{s13}}{4} - b \Delta\varphi_\psi + \right. \\ & \left. - \frac{\Delta b_{14} - \Delta b_{12} - \Delta b_{13}}{4} \Delta\varphi_\psi \right) \sin \left(- \frac{\varphi_{s12} - \varphi_{s13} + \varphi_{s14}}{4} + \right. \\ & \left. + b/2 \Delta\varphi_\psi + \frac{\Delta b_{12} + \Delta b_{14} - \Delta b_{13}}{4} \Delta\varphi_\psi \right) \end{aligned} \quad (19)$$

i dla wersji drugiej (rys. 6b)

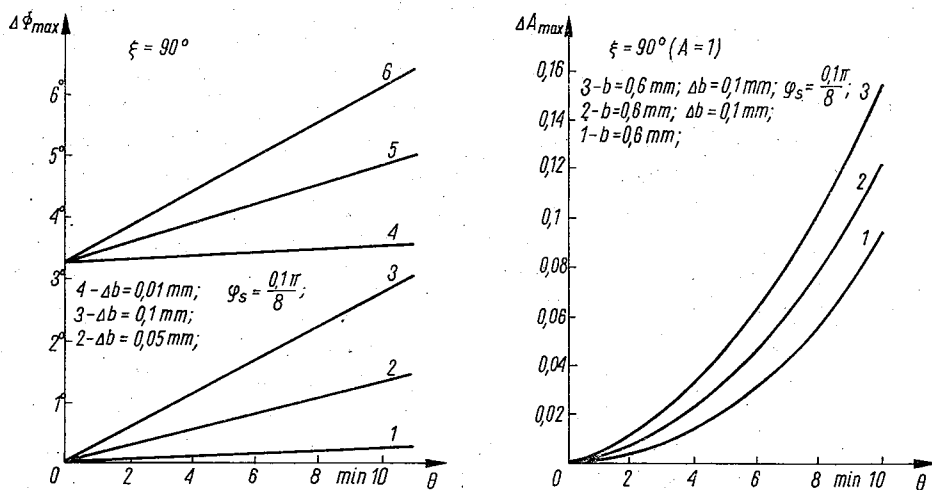
$$\Delta\Phi(\Delta\theta, \delta, \varphi_s) = -b \Delta\varphi_\psi - \frac{\Delta b_{13} - \Delta b_{12} - \Delta b_{14}}{2} \Delta\varphi_\psi + \frac{\varphi_{s12} + \varphi_{s14} - \varphi_{s13}}{2}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Delta A(\Delta\theta, \delta, \varphi_s) = & -4 \sin \left(\frac{\varphi_{s13} + \varphi_{s14} - \varphi_{s12}}{4} - b \Delta\varphi_\psi + \right. \\ & \left. - \frac{\Delta b_{13} + \Delta b_{14} - \Delta b_{12}}{2} \Delta\varphi_\psi \right) \sin \left(\frac{\varphi_{s14} - \varphi_{s12} - \varphi_{s13}}{4} - \right. \\ & \left. - \frac{\Delta b_{14} - \Delta b_{12} - \Delta b_{13}}{4} \Delta\varphi_\psi \right). \end{aligned} \quad (21)$$

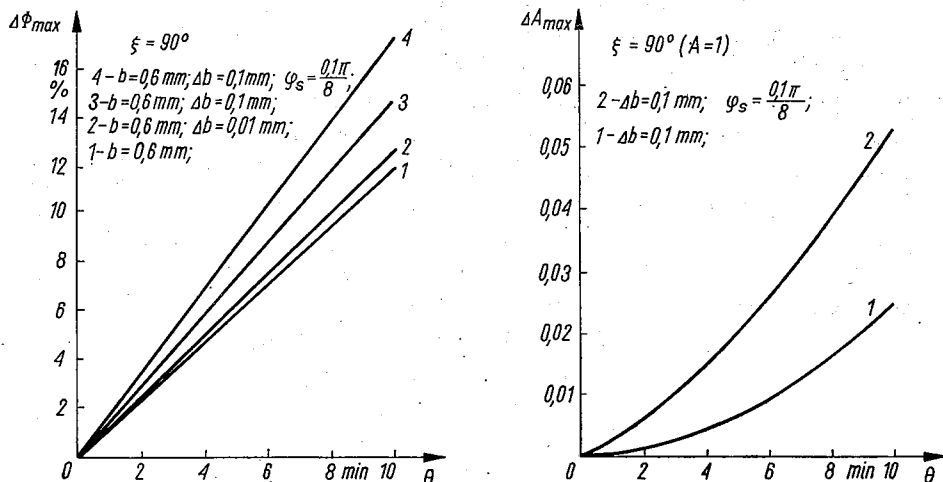
Numeryczne obliczenia błędów $\Delta\Phi_{\max}$ i $\Delta A_{\max}$ zostały przeprowadzone według schematu omówionego w p.2. Wyniki tych obliczeń przedstawiono graficznie na rys. 7ab i rys. 8ab.

Porównując wyniki obliczeń dla tego wariantu OPF z wynikami poprzedniego wariantu można znaleźć wiele wniosków wspólnych, dotyczy to wpływu składników $a\Delta\varphi^*$, lub $b\Delta\varphi_p$ na błąd fazy i amplitudy w obydwu wersjach rozkładu przesunięć fazowych sektorów OPF.

Istotną różnicą pomiędzy obydwoma optycznymi przesuwnikami fazy jest zmiana parametru wpływającego na wartość błędów fazy i amplitudy z parametru δ na para-



Rys. 7. Graficzne przedstawienie obliczeń funkcji: a — $\Delta\Phi_{\max} = f(\Theta)$, b — $\Delta A_{\max} = f(\Theta)$ dla pierwszej wersji optycznego przesuwnika fazy ($\xi = 90^\circ$)



Rys. 8. Graficzne przedstawienie obliczeń funkcji: a — $\Delta\Phi_{\max} = f(\Theta)$, b — $\Delta A_{\max} = f(\Theta)$ dla drugiej wersji optycznego przesuwnika fazy ($\xi = 90^\circ$)

metr Θ . W przyjętym przedziale fazy i amplitudy z parametru δ na parametr Θ . W przyjętym przedziale badań parametr $\Delta\delta$ nie wpływa na wartość $\Delta\Phi$ i ΔA ($\Delta\varphi_p$) $\Delta\delta < 10^{-4}$, 10^{-3} $\leq 0,02^\circ$, $\Delta A(\Delta\delta < 10^{-4}, 10^{-3}) \leq 0,01$.

Na podkreślenie zasługuje również fakt braku w tym wariancie OPF składnika błędu $\Delta\varphi\gamma$ spowodowanego nierównoległym ustawieniem się wzorców.

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Z porównania dwóch ostatnich przesuwników fazy wynika, że cechą najbardziej ich różniącą jest kąt ξ , kąt ustalenia osi fotoelementów względem kierunku przemieszczenia się wzorca x . W tradycyjnych rozwiązaniach konstrukcyjnych przetworników stosowany jest przeciwwzorec w postaci jednolitej siatki dyfrakcyjnej o parametrach identycznych z wzorcem podstawowym. Ustalenie odpowiednich przesunięć fazowych w układach detekcyjnych przetworników osiąga się poprzez odpowiednie dobranie długości prążka moiré $D(\Theta)$ i odległości a pomiędzy fotoelementami.

W poprzednich pracach [1, 2, 7, 8, 11] starano się dość dokładnie prześledzić działanie takiego układu detekcyjnego wprowadzając parametr δ charakteryzujący jakość układu oświetlenia, który wpływa na długość prążka moiré $D(\Theta, \delta)$, jak też na kąt $\varphi; (\Theta, \delta)$. Wprowadzono również kąt ξ jako czynnik adiustacyjny, który ułatwił analizę teoretyczną w poszukiwaniach bardziej korzystnych charakterystyk przetworników [1]. Na podstawie tej analizy, potwierdzonej zresztą doświadczeniami, stwierdzono, że w miarę wzrostu kąta ξ maleje udział składnika błędu fazy związany z rozbieżnością wiązki oświetlenia (parametr δ), a wzrasta udział składnika błędu fazy pochodzącego od zmiany parametru Θ . W krańcowych przypadkach można przyjąć, że dla kąta $\xi = 0$ wpływ Θ jest nieistotny na błąd fazy i odwrotnie dla kąta $\xi = 90^\circ$ nieistotny jest wpływ δ [7]. Potwierdzone to zostało w przedstawionych obliczeniach obydwóch typów OPF. Oczywiście łatwiej jest skonstruować oświetlacz dający bardziej skomplikowaną wiązkę, niż zawęzić granice luzów w łożyskach, gdyż może to spowodować wzrost histerezy wskazań przyrządu. Być może czynniki te spowodowały, że dotychczas nie stwierdzono wykorzystania OPF ustawionego pod kątem $\xi = 90^\circ$. Przewyższa on układy OPF dotychczas stosowane przynajmniej dwiema zaletami. Pierwsza wiąże się z eliminacją błędów spowodowanych nierównoległością ustawienia wzorców ($\Delta\varphi_p$). Druga natomiast związana jest z gabarytami OPF. Mianowicie w przypadku drugiego rozwiązania, przy wykorzystaniu w układzie detekcyjnym struktur fototranzystorów BPY21, wymiar optycznego przesuwnika fazy będzie wynosił $0,6 \text{ mm} \times 2,4 \text{ mm}$ (wymiar pojedynczej struktury $0,6 \text{ mm} \times 0,6 \text{ mm}$). Gdy tymczasem w drugim rozwiązaniu OPF ($\xi = 0$) poszczególne czynne struktury nie mogą się z sobą bezpośrednio stykać. Wynika to ze zjawiska dyfrakcji, które tym silniej wystąpi, im wzorce będą miały większą rozdzielczość [12]. Jeżeli przyjmemy, że stała wzorców (siatek dyfrakcyjnych) wynosi $d = 16 \mu\text{m}$ wówczas teoretycznie siatki te przeniosą 17 rzędów dyfrakcyjnych (harmonicznych). Należy pamiętać, że większą energię przenoszą niższe rzędy dyfrakcyjne. Jeżeli wymiary poszczególnych sektorów OPF będą się pokrywać z wymiarami struktur fototranzystorów, to połowa energii przeniesiona przez siatkę przejdzie na sąsiednie fotoelementy (wszystkie rzędy ujemne lub wszystkie

rzędy dodatnie) zakłócając pracę układu detekcyjnego przetwornika. Oddalenie sektorów od siebie o długość jednej struktury, przy przyjęciu odległości pomiędzy przeciwwzorcem a płaszczyzną struktury fototranzystora 1,5 mm (wymóg konstrukcyjny), spowoduje przejście na sąsiednie struktury informacji zawartej w rzędach $n > 6$ (długość fali źródła światła $\lambda_{st} = 0,91 \mu\text{m}$). Dopiero wynik rozsunęcia sektorów o dwie długości struktur można uznać za zadowalający — sąsiednie struktury będą zakłócone $n > 13$ rzędami. Podobnie wygląda sytuacja dla wzorców o $d = 8 \mu\text{m}$, przenoszą one 8 rzędów dyfrakcyjnych, przy rozsunieniu sektorów o jedną strukturę $n > 3$ i o dwie struktury $n > 5$. Tak więc minimalna długość OPF przy zastosowaniu fototranzystorów wyniesie 6 mm. Przy zastosowaniu innych fotoelementów, diod, fotoogniw będzie ona znacznie większa. Konieczność zwiększenia odległości pomiędzy fotodetektorami spowoduje znaczny wzrost błędów, amplitudy trzykrotny dla drugich wariantów OPF. W rezultacie przedstawiona tu nowa wersja rozwiązania konstrukcyjnego optycznego przesuwnika fazy może zapewnić korzystniejszą charakterystykę dokładnościową przetwornika.

W punkcie 1 przedstawionego artykułu zasygnalizowano jeszcze trzeci składnik błędów sygnału, jakim jest zmienność składowej stałej ΔC . Błąd ten szczególnie silnie wpływa na charakterystykę dokładnościową optoelektronicznych przyrządów w przypadku zastosowania interpolacji sygnałów [9]. Sumowanie różnicowe sygnałów w układach detekcyjnych przetworników powinno wyeliminować całkowicie składową stałą sygnałów wyjściowych. Pojawienie się pewnej składowej stałej ΔC może być spowodowane nierównomiernością oświetlenia fotoelementów w układzie detekcyjnym, bądź też różnymi ich charakterystykami. W obydwu przypadkach istnieje możliwość częściowego skompensowania tego błędu — optycznie — poprzez zastosowanie zmiennych przysłon dla każdego fotoelementu, lub elektrycznie — przez zmianę punktu pracy fotoelementów. Istnieje również możliwość pojawienia się zmiennej składowej stałej np. przy zabrudzeniu, zakurzeniu wzorca podstawowego. Wszystkie omówione czynniki powodujące pojawienie się błędu ΔC nie wiążą się funkcyjnie z kinematyką procesu przetwarzania sygnałów w przetworniku i zostały w przedstawionej tu analizie pominięte.

BIBLIOGRAFIA

1. L. Wronkowski: *Theoretical analysis of the length measuring impulse transducer, accompanied by the computer simulation*. Acta IMEKO VII, 1979
2. L. Wronkowski: *Fehlerquellen in zu Langmessung bestimmten optoelektronischen Wandlern*. Feingeratechnik 1980, nr 9
3. T. Karczmarczyk, L. Wronkowski: *Analiz pogresznosti fazy i amplitudy w optoelektronicznych preobrazowatielach*. Mat. Konferencji „Emiscon'81”. Strebskie Pleso, 1981
4. T. Karczmarczyk: *Przyrządy do pomiaru długości oparte na optoelektronicznych przetwornikach analogowo-impulsowych*. Mechanik 1981, nr 12
5. L. Wronkowski: *An analysis of the effect of diaphragm shape on the contrast of filtered moire fringe*. Optica Acta vol. 30, 1983, nr 1
6. L. Wronkowski: *Wlianie difrakcji Fresnela na metrologiczeskiju charakteristiku optoelektronicznych analogo-impulsnych preobrazowatielej*. Mat. Konferencji „Emiscon'83”. Tatrańska Łomnica, 1983
7. L. Wronkowski: *Analiza czulości układów detekcyjnych optoelektronicznego długościomierza cyfrowego na błędy technologiczne jego przetwornika*. Mat. „Metrologia'83” Warszawa, 1983

8. L. Wronkowski: *Optoelektroniczne długościomierze — analiza struktury błędów*. Mechanik, 1984, nr 2
9. T. Karczmarczyk: *Błędy procesu interpolacji w przyrządach z przetwornikami opartymi wzorcach inkrementalnych*. PAK, 1985, nr 5
10. L. Wronkowski, T. Karczmarczyk, M. Pleskacz: *Optoelektroniczne długościomierze cyfrowe*. Aparatura Naukowa i Dydaktyczna 1984, nr 9
11. L. Wronkowski: *Wpływ zmian przestrzennego usytuowania wzorców inkrementalnych w optoelektronicznych przetwornikach na błędy fazy powstających w nich sygnałów*. Rozprawy Elektrotechniczne, mat. przekazany do druku
12. L. Wronkowski: *Opto-electric point of diffraction phenomenon*. Mat. X Kongresu IMEXO 1985, vol. 10

L. WRONKOWSKI

OPTICAL PHASE SHIFTERS AND THEIR INFLUENCE ON ACCURACY OF OPTOELECTRONIC INCREMENTAL GAUGES

Summary

Methods of raising the accuracy of metrological characteristics of optoelectronic incremental transducers by means of optical phase shifters, are described. Theoretical relationships, formulated basing on the analysis of optoelectronic signal processing, enable the estimation of errors of output signals of various shifters. Results of error calculations are quoted.

L. WRONKOWSKI

DECALEURS OPTIQUES DE PHASE ET LEUR INFLUENCE SUR L'EXACTITUDE DES TRANSMETTEURS OPTOÉLECTRONIQUES DE MESURE

Résumé

Dans l'article on a présenté les méthodes de l'amélioration des paramètres métrologiques des optomètres à l'aide des décaleurs optiques de phase. En se basant sur l'analyse du traitement optoélectronique des signaux, on a tiré des formules qui rendent possible le calcul des erreurs des signaux de sortie, conformes au type respectif du décaleur de phase. On a aussi présenté des exemples de calcul de ces erreurs.

L. WRONKOWSKI

OPTISCHER PHASENSCHIEBER UND SEIN EINFLUSS AUF DIE BETRIEBSGENAUIGKEIT DER OPTOELEKTRISCHEN INKREMENTALEN MEßWANDLER

Zusammenfassung

In vorliegender Bearbeitung wurden Methoden für die Verbesserung von statischen Kenngrößen der inkrementalen optoelektrischen Wandler mittels optischer Phasenschieber dargestellt. An Hand einer Analyse der optoelektrischen Signalumwandlung hat man die theoretischen Beziehungen angegeben, die die Bestimmung von Fehlern der Eingangssignale verschiedener Phasenschieber ermöglichen. Es wurden auch Berechnungsergebnisse dieser Fehler angeführt.

Л. ВРОНКОВСКИ

ОПТИЧЕСКИЕ СМЕСТИТАЛИ ФАЗЫ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ТОЧНОСТЬ РАБОТЫ
ОПТОЭЛЕКТРОННЫХ ИНКРЕМЕНТАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Резюме

Представлены методы получения более точных метрологических характеристик с помощью оптических сместителей фазы. На базе анализа опто-электрического преобразования сигналов указаны теоретические зависимости, которые дают возможность вычисления погрешности выходных сигналов разных типов сместителей. Приведены также результаты вычисления этих погрешностей.

Reconnaissance des formes moyennant des nombres des objets comptés suivant des lignes sur un opérateur

ZBIGNIEW M. WÓJCIK

Przemysłowy Instytut Elektroniki (Warszawa)

Reçu 1985.06.12

Autorisé à être imprimé 1987.06.05

L'article concerne l'approche d'une reconnaissance des formes selon laquelle les objets sont décrits à l'aide de phrases de la langue naturelle. Cette description est ensuite transformée en un certain ensemble de graphes, moyennant des règles de grammaire de la langue naturelle. Les parties du discours sont utilisées comme graphes en tant qu'étiquettes des noeuds et des arcs.

1. INTRODUCTION

Le raisonnement par l'analogie aux théories formalisées conduit à créer un modèle d'une représentation des formes où des images et des événements sont traités comme un métalangage d'où à l'aide des algorithmes d'une reconnaissance sont prodzits des symboles du langage objectif: les graphes et les phrases (Wójcik [44]). Si les éléments du langage objectif sont conformes à la condition principale d'une représentation des images, on peut décider de la vérité de ces éléments. Tout élément du langage objectif [(c'est-à-dire, le résultat quelconque d'une reconnaissance) est vrai, si les descriptions des traits élémentaires de l'image préparés en termes des distributions des niveaux des grisés (ou des clartés) à l'intérieur d'un opérateur sont indépendants des rotations de l'image autour du centre d'un opérateur et si tout point de l'image est traité par l'opérateur (Wójcik, [3-5]):

Les algorithmes de reconnaissance, qui sont décrits dans cet article, concernent une transformation directe des images en graphes.

Relations bi-univoques existant entre les deux sortes essentielles du langage objectif: des graphes et les langues naturelles, permettent d'engendrer des phrases à partir des images et de recevoir des standards (des étalons) étant graphes à partir des phrases définissant des objets.

Les graphes obtenus de ces phrases qui décrivent l'objet en question sont utilisés en que de connaître tous les traits de l'objet et les relations définirs sur les traits. Ensuite, les algorithmes de reconnaissance sont construits à partir de ces traits et relations arrangées en graphes. Les noeuds de ces graphes sont étiquetés par les noms des traits (les noeuds représentent les relations zéroargumentes des images). Les noms des traits sont endendrés

à partir des nombres des objets comptés sur un opérateur qui suit la ligne ou le contour (Wójcik [3, 5, 7]). Chaque position d'un opérateur sur la ligne correspond à un noeud d'un graphe. Les paramètres quantitatifs de tout trait sont déterminés, comme la position, l'inclinaison, la longueur d'une ligne et la masse ou l'épaisseur. Les noms de ces paramètres et leurs valeurs quantitatives constituent les relations monoargumentes des traits qui étiquettent les arcs attachés aux noeuds (Wójcik, [3, 5, 7]). Tous deux noeuds consécutifs sont joints par une seule relation biargumente étiquetée par un verbe „avoisiner”. Alors, on peut reconnaître de cette manière les lignes de diverses épaisseurs.

Deux noeuds consécutifs étiquetés par le même nom sont complacés par un seul noeud si ces deux noeuds possèdent l'inclinaison semblable (ou la même). De cette manière la réduction du graphe est effectuée pour recevoir un graphe plus court dont chaque noeud consécutif représente un trait différent. La longueur étant une relation monoargumente du noeud réduit fait la somme de longueurs étant des relations monoargumentes des noeuds subissant la réduction (Wójcik, [3, 5]).

L'identification consiste en investigation de l'identité d'un graphe réduit avec un seul des graphes collectés dans un ensemble des étalons. Un objet reconnu (c'est-à-dire, transformé en graphe réduit) obtient le nom de cet étalon avec lequel il est identique qualitativement (c'est-à-dire, par rapport aux noms des noeuds et arcs). Les valeurs particulières des paramètres des traits sont examinées parfois en train d'effectuer le processus d'identification.

Il est évident, que le processus de reconnaissance est effectué le plus facilement si tous les parasites de l'image sont éliminés. La méthode du traitement des images préservant les bords des objets aurait dû être utilisée pour ne pas déformer des formes des objets. La méthode consiste examen de l'homogénéité entre le centre d'un opérateur et un voisinage qui tourne autour du centre (Wójcik, [6, 3, 7]). Le voisinage est la forme d'un secteur d'un cercle. Dans le processus de l'élimination des parasites on examine telle position du voisinage dont toutes les valeurs digitales sont identiques avec la valeur de centre de l'opérateur. S'il existe cette position du voisinage, le centre d'un opérateur est correct et sa valeur reste sans changement, sinon le centre représente des parasites (Wójcik, [6, 3, 7]). Pour éliminer les parasites il faut changer la valeur binaire des parasites (c'est-à-dire, la valeur du centre d'un opérateur) contre sa valeur opposée (il faut compléter la valeur binaire des parasites détectés).

Les parasites qui ne sont pas trop forts peuvent être éliminés par un seuil de la quantification qui s'adapte à un niveau inconnu d'un bruit de l'image (Wójcik, [5, 3]). Ce seuil, qui est près d'une valeur moyenne du noircissement local d'un opérateur, est modifié en train de s'adapter à un bruit, à l'aide d'un coefficient dont la valeur dépend d'une relation entre la valeur moyenne du noircissement local et noircissement moyen de toute l'image (dans le cas de l'image noir — blanc) ou l'abscisse du minimum du histogramme du noircissement de l'image (en cas de l'image consistant en deux des niveaux de noircissements). Le coefficient adapté automatiquement fait passer la valeur d'un seuil en dehors du niveau du bruit de l'image.

Le codage d'une forme de l'objet à l'aide d'un opérateur circulaire est souvent possible après le processus de segmentation de l'image en suite des objets séparés. La segmen-

tation est effectuée par la détection des bords de tous les objets, puis par le pistage du bord de chaque objet séparément et ensuite par le remplissage de l'intérieur de chaque bord pisté (Wójcik, [7]).

2. LE CODAGE DES FORMES DES OBJETS À L'AIDE D'UN OPÉRATEUR CIRCULAIRE

Un des algorithmes de la vérification des distances entre les objets présentés par Kruse [1] utilise l'idée de la détermination du nombre d'Euler à l'intérieur d'un opérateur circulaire. Cet algorithme est destiné à l'inspection visible des sentiers des assemblages sur circuit imprimé. Si le nombre des parties du fond à l'intérieur d'un opérateur est supérieur à 1, l'algorithme rend la décision que le sentier est trop étroit. Le diamètre d'un opérateur ne devrait pas être supérieur à la largeur d'un sentier en question.

Si le diamètre d'un opérateur est augmenté au-dessus de la largeur d'une ligne, il devient possible de détecter un segment d'une ligne dans l'opérateur si le nombre des parties du fond est égal à 2 à l'intérieur d'un opérateur. Cette observation faite par Wójcik [3, 5, 7] et complétée par lui avec les analyses de tous les types de lignes, a été développée en une méthode universelle du codage des formes. Cette méthode est de plus liée fortement avec la représentation des phrases par des graphes, si les phrases décrivent les mêmes formes (Wójcik, [3, 4]).

Le processus du codage d'une forme commence si le premier pixel représentant un objet est trouvé dans le centre d'un opérateur. Un simple segment d'une ligne est impliqué si le nombre I_p des intersections d'un objet avec le bord d'un opérateur est égal à 2. Un bout d'une ligne est reconnu si $I_p = 1$. Une bifurcation est constatée si $I_p = 3$. Un croisement est impliqué si $I_p = 4$ (Wójcik, [3, 5, 7]).

Après avoir déterminé ce paramètre qualitatif (le nom d'un trait) ou en train de ce processus on détermine les paramètres quantitatifs tels que la position d'un objet, sa masse, inclinaison et sa longueur, toutes exprimées en nombre des pixels. Si tous les paramètres nécessaires d'un trait sont déterminés, l'opérateur est déplacé à une position nouvelle sur l'objet (sur la ligne) fixée par l'intersection de l'objet avec le bord d'un opérateur. En même temps tous les pixels représentant l'objet sont éliminés de cet opérateur qui se trouve dans la position d'avant le déplacement. Les pixels éliminés ne dérangent pas l'analyse suivant la forme d'objet. En raison de l'élimination du contenu de l'opérateur, le nombre I_p diminue de 1 au cours du codage d'une ligne (figs 1. b—j): Fig. 1. présente les étapes plus importantes du codage d'un objet linéaire. Les paramètres de tous les segments d'une ligne couverte par l'opérateur à ses positions consécutives sont imprimés au-dessus de chaque image.

Un seul noeud d'un graphe correspond à chaque position d'un opérateur sur la ligne. Ce noeud est étiqueté par le nom du trait produit à partir d'un nombre I_p des intersections d'un bord de l'opérateur avec l'objet en question. Chaque paramètre du trait et sa valeur forment une relation monoargumente d'un trait. Cette relation étiquette un seul arc attaché à l'unique noeud terminal représentant ce trait (Fig. 2). Deux noeuds consécutifs représentant deux traits élémentaires reconnus à l'intérieur d'un opérateur se trouvent

g) NOMBRES D'INTERSECTIONS D'OBJET AVEC LE BORD DE L'OPERATEUR:

1 2 2 1 1 1 1 2 2

MASSES DES SEGMENTS CONTENUES DANS L'OPERATEUR (EN PIXELS):

12 32 58 11 15 5 4 4 7 2

POSITIONS D'INTERSECTIONS DE L'OBJET AVEC OPERATEUR:

21.83 22.16 26.00 29.27 29.53 27.80 25.00 22.25 21.00 15.00

31.42 26.38 20.52 17.55 14.33 12.00 10.50 9.25 8.00 5.00

INCLINAISONS DES SEGMENTS (RAD):

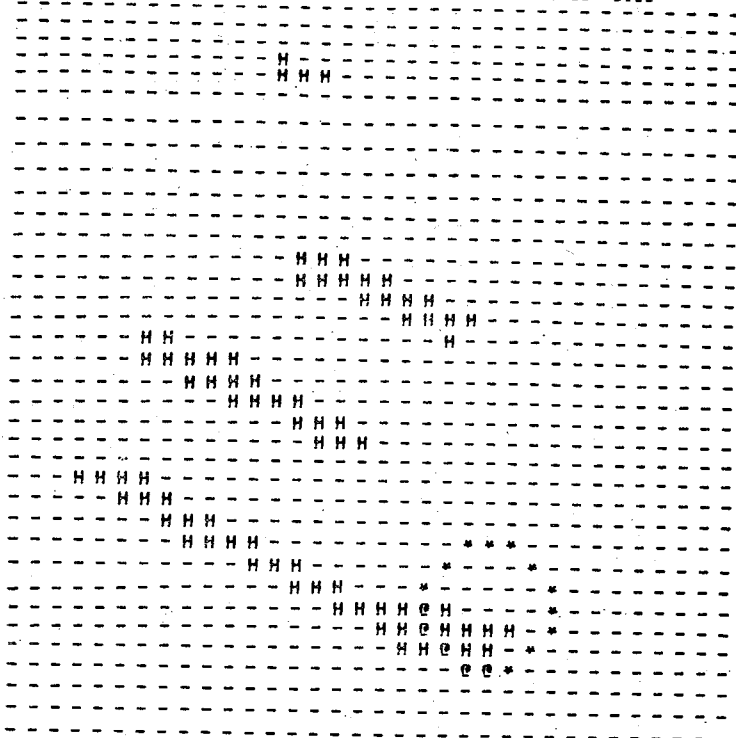
-1.51 -0.99 -0.74 -1.49 0.93 0.49 0.43 0.79 0.32 0.32

1 SIGNIFIE UN SEGMENT D'UNE LIGNE; 2 - ROUT; 3 - BIFURCATION:

1 3 3 1 1 1 1 1 1 1

LONGUEURS DES SEGMENTS (EN NOMBRES DES PIXELS):

5.05 7.00 4.42 3.22 2.91 3.18 3.02 1.77 3.16 3.16



j) NOMBRES D'INTERSECTIONS D'OBJET AVEC LE BORD DE L'OPERATEUR:

0	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1
1	1	1	1	2	2	1	0			

MASSES DES SEGMENTS CONTENUES DANS L'OPERATEUR (EN PIXELS):

2	5	5	4	4	3	5	12	32	52	11
15	5	4	4	7	2	4	0			

POSITIONS D'INTERSECTIONS DE L'OBJET AVEC OPERATEUR:

4.50	6.80	9.20	12.00	14.75	17.00	19.00	21.83	22.16	24.00	29.27
29.53	27.80	25.00	22.25	21.00	15.00	13.75	13.75			
24.00	24.60	26.40	27.50	28.75	30.00	31.20	31.42	26.38	20.52	17.55
14.33	12.00	10.50	9.25	8.00	6.00	4.75	4.75			

INCLINAISONS DES SEGMENTS (RAD):

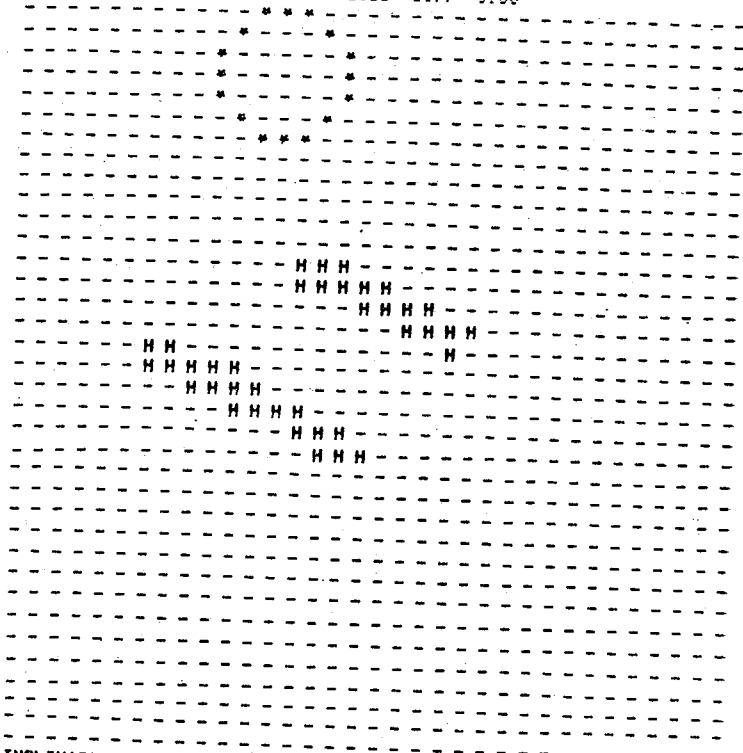
0.00	0.64	0.37	0.43	0.51	0.54	0.08	-1.51	-0.99	-0.74	-1.49
0.93	0.49	0.43	0.79	0.32	0.32	0.79	0.00			

1 SIGNIFIE UN SEGMENT D'UNE LIGNE; 2 - BOUT; 3 - RIFURCATION:

2	1	1	1	1	1	1	1	3	3	1
1	1	1	1	1	1	1	2			

LONGUEURS DES SEGMENTS (EN NOMBRES DES PIXELS):

2.38	3.00	3.01	3.02	2.57	2.33	2.84	5.05	7.00	4.42	3.22
2.91	3.18	3.02	1.77	3.16	3.16	1.77	0.00			



INCLINAISONS CORRIGÉES (RAD):

0.00	0.55	0.37	0.43	0.51	0.54	0.08	-1.51	-0.99	-0.74	-1.49
0.93	0.49	0.43	0.49	0.32	0.32	0.43	0.00			

CHANGEMENTS DES INCLINAISONS (RAD):

0.00	0.00	-0.18	0.05	0.08	0.03	-0.46	1.56	0.52	0.25	-0.75
-0.72	-0.44	-0.07	0.06	-0.17	0.00	0.11	0.00			

k) FRAGMENT LINEAIRE D'UN GRAPHE REDUIT DE LA LIGNE NO. 1:

NOMS DES TRAITS RECONNUS: 1 - SIGNIFIE UN SEGMENT; 2 - UN ROUT;
3 - BIFURCATION; 4 - ARC; 5 - COIN;

2 1 5 4 3 3 4 4 5 1 2

POSITIONS MOYENS DES TRAITS RECONNUS:

4.50 11.95 19.00 21.83 22.16 26.00 29.27 29.52 27.80 19.40 13.75

24.00 27.45 31.20 31.42 26.38 20.52 17.55 14.73 12.00 7.70 4.75

LONGUEURS DES TRAITS RECONNUS (EN NOMBRES DES PIXELS):

2.38 13.94 2.84 5.05 7.00 4.42 3.72 2.91 3.18 12.88 0.00

INCLINAISONS DE CES TRAITS:

0.00 0.48 0.08 -1.51 -0.89 -0.74 -1.49 0.93 0.49 0.40 0.00

CHANGEMENTS TOTAUX DES INCLINAISONS DE CES TRAITS (RAD):

0.00 -0.01 -0.46 1.56 0.52 0.25 -0.75 -0.72 -0.44 -0.06 0.00

EPAISSEURS MOYENNES DE CES TRAITS (EN PIXELS):

0.84 1.51 1.76 2.38 4.57 13.11 3.41 5.16 1.57 1.63 0.00

MASSSES DE CES TRAITS (EN NOMBRES DES CELLULES):

2 21 5 12 32 58 11 15 5 21 0

COORDONNEES DE LA RIFURCATION 1: X=26.00; Y=20.52

Fig. 1. Un objet linéaire en train de dépister par un opérateur circulaire et les paramètres de codage de la ligne principale de cet objet: a) la première position de l'opérateur après son placement sur la ligne; b) la ligne après avoir dépisté le premier fragment droit; b), c) le codage du premier fragment courbe de la ligne; d) le segment courbe passant devant une bifurcation (e) et à la suite de cela inclut à cette bifurcation; e), f) la détection de la bifurcation avec un plus grand opérateur (si l'opérateur admis initialement est trop petit); g) le second segment courbe de la ligne; h) la ligne principale après avoir dépisté le deuxième fragment droit, et la détection d'un bout; i) le tour d'un opérateur à l'achèvement du codage de cette ligne; j) le second bout de la ligne principale et la fin du dépistage; k) les traits et leurs paramètres après la réduction des fragments droits de la ligne principale

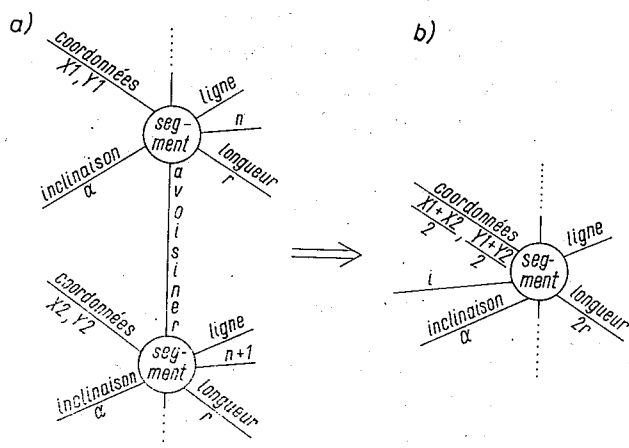


Fig. 2. La réduction des deux segments consécutifs (a) d'une ligne droite (possédant des inclinaisons semblables) au seul segment (b)

à deux positions consécutives sur une ligne sont joints à l'aide d'un arc représentant enu relation biargumente, habituellement, avec la relation „avoisiner”.

Si la longueur d'intersection du bord de l'opérateur avec l'objet est égale ou supérieur au diamètre de l'opérateur, alors l'opérateur à un plus grand diamètre est engendré (fig. 1. e, f).

Lemme 1.

En cas du codage d'un objet linéaire sans noeuds (fig. 3), chaque bifurcation ajoute une seule ligne distincte à dépister par l'opérateur.

Démonstration. En train du codage, l'opérateur est déplacé à travers la bifur-



Fig. 3. Le noeud de bifurcation (a) et le noeud de croisement d'une ligne

cation le long d'une ligne s'approchant de la bifurcation et puis le long de seconde ligne passant par la bifurcation. Alors, il reste encore la troisième ligne pour dépister.

Fig. 1. j présente deux lignes d'un objet restant après avoir dépisté la ligne principale à travers deux bifurcations ajoutant ainsi deux lignes distinctes à dépister.

Théoreme 1. En cas d'un objet linéaire sans noeuds et sans croisements le nombre G des bifurcations est inférieur de 1 au nombre F des lignes d'un seul objet à dépister par l'opérateur:

$$F = G + 1 \quad (1)$$

Démonstration (inductive). Pour un objet linéaire sans bifurcations le nombre des lignes à dépister est égal à 1. Pour un objet avec une seule bifurcation, le nombre des lignes dépistées séparément est égal à 2 (voir lemme 1). Alors, l'expression (1) est vraie. On admet maintenant, que le nombre G des bifurcations est arbitraire (mais naturel) et on admet la vérité de la formule (1). En vertu de Lemme 1, l'addition d'une seule bifurcation nouvelle $G+1$ augmente le nombre F précédent des lignes dépistés séparément de 1, et alors:

$$(F+1) = (G+1) + 1$$

Lemme 2.

Pour un objet linéaire sans noeuds, chaque croisement ajoute deux lignes distinctes à dépister par l'opérateur.

Démonstration. L'opérateur est déplacé le long de l'une d'entre les lignes s'approchant du croisement, et ensuite le long d'une deuxième ligne passant par le croisement. A la suite de l'utilisation d'un seul opérateur (ou en conséquence de la remise à zéro de son contenu), ces deux lignes laissant et formant le croisement restent disjointes en constituant ainsi deux lignes distinctes à dépister.

Théoreme 2. Pour l'objet linéaire sans noeuds, le nombre F des lignes dépistées séparément est donné:

$$F = G + 1 + K \cdot 2 \quad (2)$$

où K est le nombre de croisements de l'objet linéaire.

Démonstration (inductive). En vertu du Théoreme 1, pour $K = 0$ la formule (2) est vraie. Pour un seul croisement la vérité de la formule (2) résulte directement de Lemme 2. En admettant la vérité de la formule (2) pour un nombre arbitraire K des croisements et en ajoutant un seul croisement à un objet linéaire en question, on obtient directement, en vertu du Lemme 2, l'augmentation du nombre F des lignes à dépister de 2:

$$(F+2) = G+1+(K+1) \cdot 2.$$

Théoreme 3. Quand le dépistage d'une ligne par l'opérateur ne commence pas d'un noeud, chaque noeud seul diminue le nombre des lignes à dépister de 1.

Démonstration. Une ligne sans bifurcations et sans croisements ne contient pas de noeuds, parce que le noeud forme une bifurcation ou un croisement. Un seul noeud doit pour conséquence retourner l'opérateur à une bifurcation ou à un croisement à la suite du dépistage de la ligne. C'est pourquoi:

$$F = G + 1 + K \cdot 2 - L \quad (3)$$

où L signifie le nombre des noeuds. Le

Les théoremes 1, 2 et 3 sont utilisés à déterminer la fin du codage d'un objet linéaire. En cas du codage des bords d'objet binaire, le processus du dépistage commence toujours d'un noeud formé par les bords, où on a:

$$F = G + 2 + K \cdot 2 - L. \quad (4)$$

On peut détecter chaque noeud en vérifiant si deux bouts d'une ligne sont éloignés l'un de l'autre non plus que d'un diamètre de l'opérateur.

Le processus du dépistage de l'objet donné (figure 1.a) est contrôlé par Théoreme 1 (par son équation (1)). Après avoir dépisté toute la ligne, on retourne au codage d'une ligne nouvelle distincte en commençant de la bifurcation consécutive (voir figs. 1.k et 4.c.). Les premières données d'une ligne de bifurcation sont constituées par les paramètres de la bifurcation d'où recommence le dépistage (voir Figs. 4.a et 5.a). La seconde position des données d'une ligne de bifurcation forme les paramètres de la dernière (plus courte) intersection d'un bord de l'opérateur avec l'objet (voir Figs. 4.a et 5.a). Ce n'est que sous la troisième position des données, les paramètres de segment contenu dans le premier opérateur sur la ligne de bifurcation sont enregistrés.

La dernière étape de la reconnaissance des formes à l'aide d'un opérateur dépistant les lignes est la réduction d'un graphe initial. Tous ces noeuds consécutifs représentant des segments d'une ligne qui ont la valeur du paramètre d'inclinaison semblable sont remplacés par un seul noeud étiqueté par le non „segment”. L'inclinaison, position et épaisseur, étant les paramètres d'une ligne droite représentée par un seul noeud résultant, font la valeur moyenne des paramètres des segments correspondants constituants et subissant la réduction (Figs. 1.k, 4.c et 5.c). Les autres paramètres du segment résultant,

a) NOMBRES D'INTERSECTIONS D'OBJET AVEC LE BORD DE L'OPERATEUR:

2 2 1 1
0 2 6
MASSES DES SEGMENTS CONTENUES DANS L'OPERATEUR (EN PIVELS):

POSITIONS D'INTERSECTIONS DE L'OBJET AVEC OPERATEUR:

26.00 22.00 20.50

20.52 17.00 16.00

INCLINAISONS DES SEGMENTS (RAD):

0.00 0.00 0.00

1 SIGNIFIE UN SEGMENT D'UNE LIGNE: 2 - PONT, 3 - RIFURCATION:

2 1 1

LONGUEURS DES SEGMENTS (EN NOMBRES DES PIVELS):

0.00 0.00 7.12

b) NOMBRES D'INTERSECTIONS D'OBJET AVEC LE BORD DE L'OPERATEUR:

2 2 1 1 1 0
0 2 6 4 3
MASSES DES SEGMENTS CONTENUES DANS L'OPERATEUR (EN PIVELS):

POSITIONS D'INTERSECTIONS DE L'OBJET AVEC OPERATEUR:

26.00 22.00 20.50 18.00 16.00 14.33

20.52 17.00 16.00 14.75 13.75 13.33

INCLINAISONS DES SEGMENTS (RAD):

0.00 0.00 0.00 0.46 0.45 0.00

1 SIGNIFIE UN SEGMENT D'UNE LIGNE: 2 - ROUTE, 3 - RIFURCATION:

2 1 1 1 1 2

LONGUEURS DES SEGMENTS (EN NOMBRES DES PIVELS):

0.00 0.00 7.12 2.80 2.24 1.72

CHANGEMENTS DES INCLINAISONS (RAD):

0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

c) FRAGMENT LINEAIRE D'UN GRAPHE REÇU DE LA LIGNE NO. 2:

NOMS DES TRAITS RECONNUS: 1 SIGNIFIE UN SEGMENT; 2 - UN RUIT;
 3 - BIFURCATION; 4 - ARC; 5 - COIN:

	1	2	3
POSITIONS MOYENS DES TRAITS RECONNUS:			
	26.00	19.13	14.33
	20.52	15.38	13.33
LONGUEURS DES TRAITS RECONNUS (EN NOMBRES DES PIXELS):			
	0.00	12.15	1.72
INCLINAISONS DE CES TRAITS:			
	0.00	0.46	0.00
CHANGEMENTS TOTALS DES INCLINAISONS DE CES TRAITS (RAD):			
	0.00	0.00	0.00
EPAISSEURS MOYENNES DE CES TRAITS (EN PIXELS):			
	0.00	1.32	1.75
MASSES DE CES TRAITS (EN NOMBRES DES CELLULES):			
	0	16	3

COORDONNEES DE LA BIFURCATION 2: X=27.14; Y=26.33

Fig. 4. Le codage de la première ligne de bifurcation d'un objet linéaire de la figure 1: a) le recommencement du dépistage de la ligne de bifurcation; b) le bout et les paramètres des segments de la ligne de bifurcation; c) les traits et les paramètres de la première ligne de bifurcation

c) FRAGMENT LINEAIRE D'UN GRAPHE REDUIT DE LA LIGNE NO. 2:

NOMS DES TRAITS RECONNUS: 1 SIGNIFIE UN SEGMENT; 2 - UN ROUT;
3 - BIFURCATION; 4 - ARC; 5 - COIN;

POSITIONS MOYENS DES TRAITS RECONNUS:

	1	2
22.16	13.99	7.50
26.38	20.58	17.50

LONGUEURS DES TRAITS RECONNUS (EN NOMBRES DES PIXELS):

	1	2
0.00	14.77	2.47

INCLINAISONS DE CES TRAITS:

	1	2
0.00	0.51	0.00

CHANGEMENTS TOTALS DES INCLINAISONS DE CES TRAITS (RAD):

	1	2
0.00	-0.04	0.00

EPAISSEURS MOYENNES DE CES TRAITS (EN PIXELS):

	1	2
0.00	1.29	1.62

MASSSES DE CES TRAITS (EN NOMBRES DES CELLULES):

	1	2
0	19	4

PARAMETRES GLOBAUX DES LIGNES PARTICULAIRES RECONNUES:

LIGNE NO.:	1	2	3
LONGUEURS (PIX):	57.82	13.87	17.24
MASSSES (PIX):	182.0	19.0	23.0

Fig. 5. La seconde ligne de bifurcation en train de dépiler: le recommencement (a) et la fin du codage; c) les traits de la deuxième ligne de bifurcation et ses paramètres, et aussi les paramètres globaux de toutes les trois lignes composantes de l'objet de figure 1.a

tels que la longueur et la masse (la surface), sont égaux aux sommes des paramètres des segments composants.

En train de cette réduction on cherche des inclinaisons dont le changement (à l'égard de l'inclinaison du segment précédent) est supérieur à une valeur de seuil. Le segment qui possède cette inclinaison trouvée fait le coin dans le cas où il avoisine un segment droit, sinon il constitue un arc d'une ligne (Figs. 1.k, 4.c et 5.c).

3. TABLEAU DU CODAGE DES FORMES

Le tableau inventé par Wójcik [5], assurant une grande rapidité du dépistage des objets linéaires à l'aide d'un opérateur, consiste en deux réseaux des registres de décalages. Un réseau forme des colonnes de l'image et l'autre réseau constitue des lignes de l'image. On peut glisser toute l'image verticalement le long du réseau constituant les colonnes, ou indépendamment, horizontalement à l'aide du réseau formant les lignes. On peut enregistrer en parallèle l'image d'un réseau à l'autre. De cette manière on peut déplacer toute l'image en opérateur du vecteur arbitraire, en décalant en valeurs des grisés le long du réseau, ensuite en enregistrant l'image décalée dans l'autre réseau et puis en glissant l'image perpendiculairement au premier décalage, conformément à un vecteur donné. La figure 6 représente un exemple du tableau de codage des formes (Wójcik, [5]) aux dimensions de 8 par 8 pixels. Le tableau consiste des cellules, chaque cellule consistant de deux registres de décalages de 1 bit, et chacun de ces deux registres appartenant à l'un des deux réseaux. Chaque cellule (Fig. 6.b.) possède quatre entrées et quatre sorties en séries à glissement de l'image verticalement (V) où horizontalement (H). Les connexions en parallèle permettant la transmission rapide de l'image entre les deux réseaux sont faites à l'intérieur de chaque cellule. Le signal $MD = 0$ rend possible de stockage de l'image en série dans le réseau H du tableau à travers les portes I ou la sortie de l'image après le dépistage des formes. Le signal $MD = 1$ permet de glisser l'image en série à droite le long de chaque réseau H à travers les portes sans changement de lignes.

4. CONCLUSIONS

Le méthode présentée dans cet article permet de remplacer des niveaux des grisés de l'image contenus dans un opérateur par le non du trait présent dans cet opérateur et par quelques paramètres de ce trait. Puisque l'opérateur est déplacé le long de l'objet en question, on obtient une série des traits et paramètres représentables sous forme d'un graphe. C'est l'aspect d'un objet qui accorde la configuration d'un graphe. L'opérateur cherche exclusivement ces endroits de l'image où existe l'objet, ce qui économise le temps du traitement par l'ordinateur.

Un graphe dû à la reconnaissance est équivalent à une série des phrases de langue naturelle (Wójcik, [3, 4]). Alors, on peut décrire l'objet par des phrases. Le sujet et le complément d'objet d'une phrase sont les traits de l'image et font les noeuds d'un graphe. Le prédicat (ou le verbe avec une préposition) est la relation biargumente sur les traits

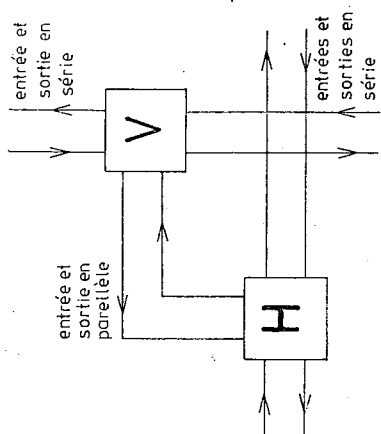
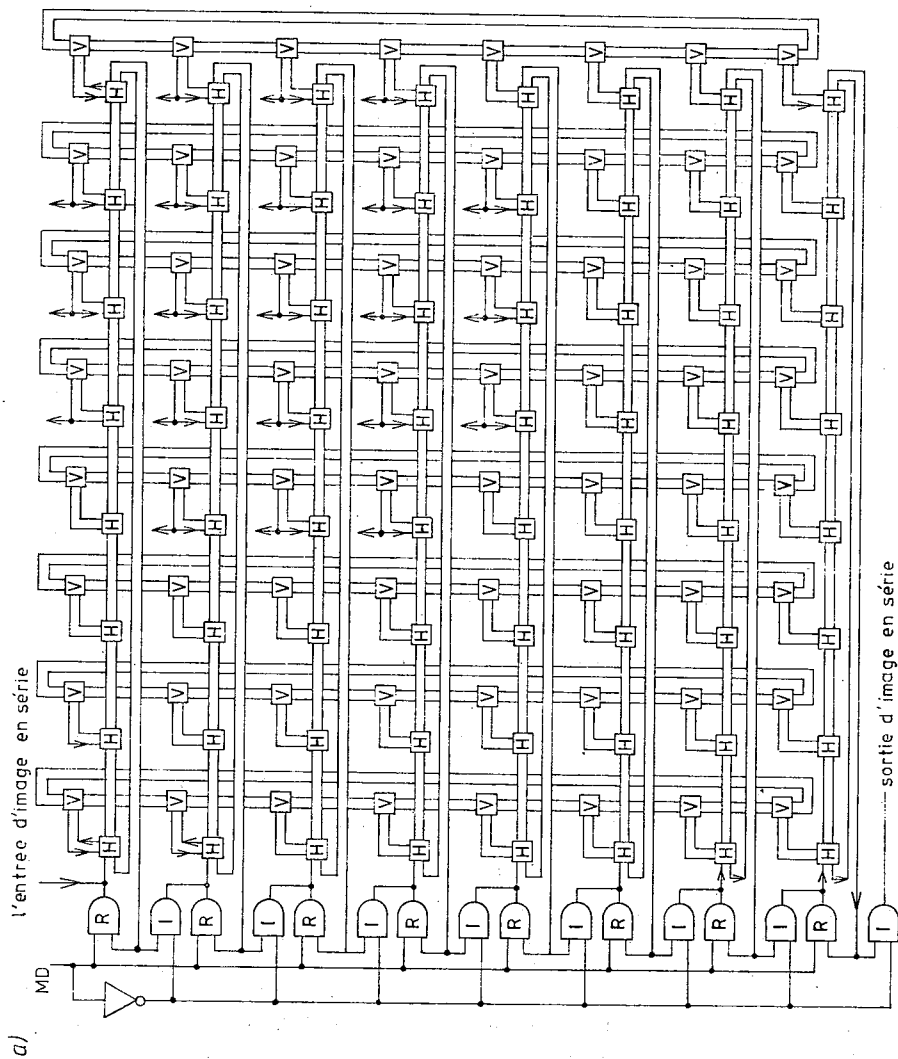


Fig. 6. Un exemple du tableau de codage des formes (a) de Wójcik leur cellule isolée (b)

et constitue un arc sagittal associant ces deux noeuds. Les compléments du nom sont les relations monoargumentes sur les traits (et en paramètres y compris) qui font les arcs associés aux noeuds seuls. Le graphe obtenu des phrases décrivant l'objet permet de mettre en évidence tous ces traits et des relations sur eux en vue de préparer des algorithmes pour les reconnaître. Des graphes équivalents à des phrases sont utiles comme une base de connaissance acquise par un système expert même grâce à la reconnaissance des formes. Telle base de connaissance est communicative pour l'homme.

RÉFÉRENCES

1. P. E. Danielsson, B. Kruse: *Distance checking algorithms*. Computer Graphics Image Processing, 1979, vol. 4, s. 349—376
2. A. Rosenfeld, A. C. Kak: *Digital Picture Processing*. New York: Academic Press, 1976
3. Z. M. Wójcik: *An approach to the recognition of contours and line-shaped objects*. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1984, vol. 25, s. 184—204
4. Z. M. Wójcik: *Conclusiveness of natural languages and recognition of images*. Cybernetics and systems, An International Journal, 1983, vol. 14, s. 1—31
5. Z. M. Wójcik: *Metoda detekcji i rozpoznawania konturów obrazu*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1983, t. 29, z. 3, s. 959—983
6. Z. M. Wójcik: *Automatic detection of semiconductor masks defects*. Microelectronics and Reliability, Elmsford, N. Y. Pergamon, 1976, vol. 15
7. Z. M. Wójcik: *Segmentacja obrazu i rozpoznawanie obiektów głowicy silnika*, Gliwice: Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, 1984, z. 75, s. 269—289

Z. M. WÓJCIK

ROZPOZNAWANIE OBRAZÓW PRZEZ OBLICZANIE LICZB OBIEKTÓW WEWNĄTRZ OPERATORA ŚLEDZĄCEGO LINIE

Streszczenie

Artykuł dotyczy próby rozpoznawania kształtów, według której obiekty są opisywane za pomocą zdań języka naturalnego. Opis ten jest następnie transformowany w pewien zbiór grafów przy użyciu reguł gramatycznych języka naturalnego. W grafach tych części mowy są użyte jako etykiety węzłów i łuków. Na podstawie tych grafów opracowywane są operatory i algorytmy rozpoznawania, zdolne do przekształcania kształtów w opracowane grafy. Wyniki rozpoznawania spełniają warunek podstawowy rozpoznawania obrazów, jeżeli są niezależne od rotacji obrazu względem centrum operatora i jeżeli każdy punkt obrazu jest przetwarzany.

Z. M. WÓJCIK

RECOGNITION OF IMAGE THROUGH COUNTING THE NUMBER OF OBJECTS INSIDE OPERATOR TRACKING LINES

Summary

The paper concerns an approach to pattern recognition in which objects are described by sentences in natural language. The description is, next, transformed into a set of graphs by using grammar rules of natural language. The parts of speech are used as labels of nodes and of arcs of the graphs. Operators and recognition algorithms are developed basing on the graphs prepared. The recognition results satisfy the basic conditions of representing images: if they are independent of image rotation around the operator centre and if every image point is processed.

Z. M. WÓJCIK

ERKENNUNG DER BILDER MITTELS ZAHLENBERECHNUNG VON OBJEKTEN
IM INNERN DES DIE LINIEN NACHFÜHRENDEN OPERATORS

Zusammenfassung

Der Artikel betrifft eine Probe der Erkennung von Formen, wonach die Objekte mittels Sätzen in Natursprache beschrieben werden. Diese Beschreibung wird dann in eine gewisse Graphensammlung unter Anwendung grammatischer Regeln der Natursprache transformiert. In diesen Graphen werden die einzelnen Teile der Sprache als Knoten- und Bogenetiketten angewandt. Auf Grund dieser Graphen werden Operatoren und Erkennungsalgorithmen erarbeitet, die dazu geeignet sind, Formen in bearbeitete Graphen umzugestalten. Die Erkennungsergebnisse erfüllen die Grundbedingung, die Bilder zu erkennen, wenn sie von der Bildrotation dem Operatorenzentrum gegenüber unabhängig sind, und wenn jeder Punkt des Bildes verarbeitet wird.

З. М. ВУЙЧИК

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ ПУТЕМ ПОДСЧЁТА КОЛИЧЕСТВА ОБЪЕКТОВ ВНУТРИ
ОПЕРАТОРА НАБЛЮДАЮЩЕГО ЗА ЛИНИЯМИ

Резюме

Описана попытка распознавания формы, в которой объекты описываются при помощи предложений натурального языка. Это описание затем трансформируется, при использовании грамматических правил натурального языка, в определённое множество графов. В этих графах части речи употребляются как этикетки узлов и дуг. На основании этих графов выработаны операторы и алгоритмы распознавания, пригодные для преобразования форм в разработанные графы.

A method of calculating non-equipotential and non-linear earthing systems of power substations energized by alternating currents

JÓZEF GĘBALA

Instytut Elektroenergetyki, Politechnika Częstochowska

Received 1985.08.30

Authorized 1987.05.12

The paper presents a method of calculating extensive earthing electrode systems in power stations energized at an arbitrary place with an alternating current of frequency up to 1000 Hz. The method includes a mathematical model for calculating the potential and current distributions in the earthing electrode systems, a mathematical model for calculating the distributions of impedances to earth in the whole earth electrode system, a mathematical model for calculating relative potentials at arbitrary points on the ground surface and a block scheme of an algorithm for calculating these systems. On the basis of the presented algorithm, a numerical model and calculations of the existing earthing system in a power station are made, taking into account the geoelectrical characteristics of actual soil in which the system is layed. The calculation results of the earthing system are compared with measuring results and their statistical estimation is made. Advantages of applying the presented method to the calculation of extensive earthing systems in power stations are discussed and compared with the existing modifications of the method of additional potentials and the simulation method.

1. INTRODUCTION

Protective and working earthing is used in power substations. Technical and economic considerations require that, in the majority of cases and for various kinds of substations, a common earthing grid system be built up of steel or copper elements galvanically bonded.

In this situation, the correct operation of the substation and the safety of the personnel depend on the electrical parameters of the earthing system, determined by means of field measurements or calculations.

The either weak or high current methods are, generally applied in the measurements of earthing systems. However, tests made on actual earthing systems in EHV power substations show [1, 2], in some cases, considerable discrepancies between the results obtained from each of these methods. The analysis of these discrepancies allows to state that the longitudinal and transverse electrical parameters of the earthing system elements are the main source of the latter. These parameters depend, amongst others, on the site of current input to the earthing system and on its value.

A method of calculating the electrical parameters of equipotential earthing systems based on a new idea of obtaining information about the geoelectrical structure of actual soil and direct utilization of this information in the calculation process is presented in [3]. This method, expected to yield good results and to bring about a significant progress in the field concerned is developed under the assumption that an extensive earthing system can be considered neglecting the distributed electrical parameters of its elements. In consequence of this assumption, one does not take into account a site of earth current input on the resultant electrical parameters of earth electrode because its equipotential.

The up-to-date methods of calculating the earthing systems of EHV power substations do not allow to make an objective assessment of their operating conditions and all attempts to determine experimentally the electrical parameters of extensive earthing systems at the expected values of the earth-fault current and probable site of its input to the earthing system would require a great number of tests carried out generally by the strenuous high-current method.

This paper presents a method of calculating non-equipotential earthing systems which permits to take into account the influence of the value of the earth-fault current and site of the current input on the resultant electrical parameters of earth electrodes, including the geoelectrical characteristics of actual soil.

An analysis of earthing systems is feasible after adoption of the following simplifying assumptions:

- (1) one neglects the influence of current on soil conductivity;
- (2) frequency range cannot exceed 1000 Hz.

Assumptions (1) is admissible for sandy soils, which is confirmed by results of the investigation presented in [4]. However, in formulae for unit-length and wave parameters of earthing elements for clayey soils, one must relate soil conductivity to current intensity flowing from these elements to soil.

Assumption (2) was introduced in this paper due to the fact that formulae for unit-length and wave parameters of earthing elements adopted from the literature [5] hold true for frequencies up to 1000 Hz. However, this calculation method is correct for earthing systems supplied by currents of increased frequencies under the condition that adequate formulae for wave and unit-length parameters of these elements are applied.

2. MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING THE POTENTIAL AND CURRENT DISTRIBUTION IN EARTHING SYSTEMS

A model of a homogeneous element of an earthing system is represented in Fig. 1 as a chain segment circuit built up by four-terminal networks Π (Fig. 2).

In order to determine the relations between potential and current in an arbitrary

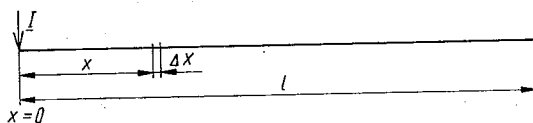


Fig. 1. Model of energized system element

point of the system element an elementary section of the length Δx , represented schematically in Fig. 2, is cut out. On the basis of Fig. 2, differential equations with x counted from the origin of the system element are formulated as follows:

$$-\frac{dI(x)}{dx} \underline{YV} = (x) \quad (1a)$$

$$-\frac{dV(x)}{dx} = \underline{ZI}(x) \quad (1b)$$

where

x is measured clockwise from reference node (for a mesh from Fig. 3, it is node 1, i.e. $x_1 = 0$) along earthing elements.

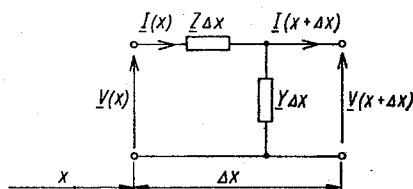


Fig. 2. Elementary section of the system element at distance x from the origin of the coordinate system. $\underline{Z}$ = longitudinal unit-length impedance in the system element; $\underline{Y}$ = transverse unit-length admittance in the system element

In power substation earthing systems the elements containing steel tapes are connected galvanically forming meshes shown in Fig. 3. It is assumed that transverse currents with adjacent meshes $I_1, I_2, \dots, I_n$ are known or determined for each mesh [6, 7]. It is assumed that one of the nodes with a transverse current is treated as the reference node. This allows to express Kirchhoff's equations for particular nodes in the form:

$$\begin{aligned} -I'_{n+1} + I''_1 &= -V_{1,2}(x_1)/R_1 + I_1 \\ V_{n,n+1}(x_{n+1}) &= V_{1,2}(x_1) \end{aligned} \quad n+1, 1$$

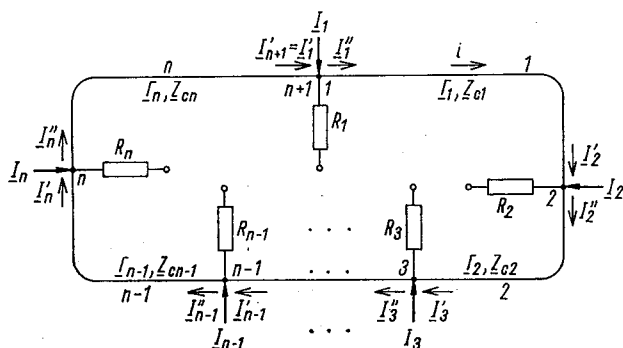


Fig. 3. Model of a system mesh energized by alternating current. $\underline{I}_i$ — propagation coefficient in 1, 2, ..., n system mesh elements; $\underline{Z}_{ci}$ — characteristic impedance in 1, 2, ..., n of mesh elements; R_i — resistance to earth in 1, 2, ..., nodes of the system mesh

$$\begin{aligned}
 -I'_2 + I''_2 &= -V_{2,3}(x_2)/R_2 + I_2 & 2 \\
 V_{1,2}(x_2) &= V_{2,3}(x_2) \\
 -I'_3 + I''_3 &= -V_{3,4}(x_3)/R_3 + I_3 & 3 \\
 V_{2,3}(x_3) &= V_{3,4}(x_3) \\
 &\vdots & \vdots \\
 -I'_{n-1} + I''_{n-1} &= -V_{n-1,n}(x_{n-1})/R_{n-1} + I_{n-1} & n-1 \\
 V_{n-2,n-1}(x_{n-1}) &= V_{n-1,n}(x_{n-1}) \\
 -I'_n + I''_n &= -V_{n,n+1}(x_n)/R_n + I_n & n \\
 V_{n-1,n}(x_n) &= V_{n,n+1}(x_n)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

where:

$V_{1,2}(x_1), \dots, V_{n,n+1}(x_{n+1})$ — the element potentials 1, ..., n of the system mesh in nodes 1, ..., $n+1$ of this mesh at a distance $x_1, \dots, x_{n+1}$ from reference node $x_1 = 0$; R_i — the resistance to earth of vertical earth electrodes. For the calculation of the resistance to earth of vertical earth electrodes, the following formula of Wołkowiński [8]

$$R = \frac{\rho_e}{2\pi l} \ln \frac{2l}{d} \sqrt{\frac{4t+3l}{4t+l}} \quad \Omega \tag{3}$$

or of Ollenderff [9]

$$R = \frac{\rho_e}{2\pi l} \left[\ln \left(\frac{l}{r} \right) + \frac{l}{4t} \right] \quad \Omega \tag{4}$$

apply effectively. In formulae (3) and (4), ρ_e is the equivalent resistivity of the soil ($\Omega \cdot m$); l is the length of the vertical electrode (m); t is the depth of the vertical electrode under ground level (m); r is the radius of the vertical electrode (m); d is the diameter of vertical electrode (m).

The differences between formulae (3) and (4) are the consequence of a different way of dimensioning (Figs. 4 and 5) of the vertical earth electrode under ground level. In the calculation program formula (3) was used. The integration constants for particular

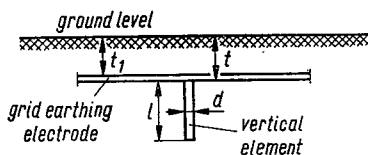


Fig. 4. Vertical element of the system under ground level for calculation according to Wołkowiński's formula

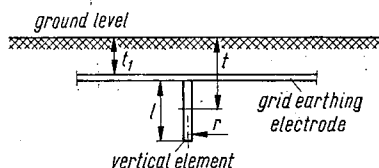


Fig. 5. Vertical element of the system under ground level for calculation according to Ollenderff's formula

elements of the system mesh, according to Fig. 3 eqs. (1a) and (1b) are expressed in the form:

$$I_i' = \underline{A}_{2i-3} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) + \underline{A}_{2i-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \quad \left. \vphantom{I_i'} \right\} i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (5a)$$

$$\underline{V}_{i-1,i}(x_i) = \underline{Z}_{ci-1} [-\underline{A}_{2i-3} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) + \underline{A}_{2i-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i)] \quad (5b)$$

$$I_i' = \underline{A}_{2i-1} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) + \underline{A}_{2i} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \quad \left. \vphantom{I_i'} \right\} i = 1, 2, \dots, n. \quad (5c)$$

$$\underline{V}_{i,i+1}(x_i) = \underline{Z}_{ci} [-\underline{A}_{2i-1} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) + \underline{A}_{2i} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i)] \quad (5d)$$

Basing on eqs. (5), the components of transverse current and potential for particular nodes of the system mesh are expressed in the form:

$$\begin{aligned} & -\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) - \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) + \underline{A}_1 (1 - \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) + \\ & + \underline{A}_2 (1 + \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1) = \underline{I}_1 \\ & \underline{Z}_{cn} [-\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1})] - \underline{Z}_{c1} [-\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) + \\ & + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1)] = 0 \quad i = n+1, 1 \\ & -\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_2) - \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_2) + \underline{A}_3 (1 - \underline{Z}_{c2}/R_2) \exp(\underline{\Gamma}_2 x_2) + \\ & + \underline{A}_4 (1 + \underline{Z}_{c2}/R_2) \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_2) = \underline{I}_2 \quad i = 2 \\ & \underline{Z}_{c1} [-\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_2) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_2)] - \underline{Z}_{c2} [-\underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x_2) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_2)] = 0 \\ & -\underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x_3) - \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_3) + \underline{A}_5 (1 - \underline{Z}_{c3}/R_3) \exp(\underline{\Gamma}_3 x_3) + \\ & + \underline{A}_6 (1 + \underline{Z}_{c3}/R_3) \exp(-\underline{\Gamma}_3 x_3) = \underline{I}_3 \quad i = 3 \\ & \underline{Z}_{c2} [-\underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x_3) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_3)] - \underline{Z}_{c3} [-\underline{A}_5 \exp(\underline{\Gamma}_3 x_3) + \underline{A}_6 \exp(-\underline{\Gamma}_3 x_3)] = 0 \\ & \vdots \quad \vdots \quad (6) \\ & -\underline{A}_{2n-5} \exp(\underline{\Gamma}_{n-2} x_{n-1}) - \underline{A}_{2n-4} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-2} x_{n-1}) + \\ & + \underline{A}_{2n-3} (1 - \underline{Z}_{cn-1}/R_{n-1}) \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_{n-1}) + \\ & + \underline{A}_{2n-2} (1 + \underline{Z}_{cn-1}/R_{n-1}) \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_{n-1}) = \underline{I}_{n-1} \quad i = n-1 \\ & \underline{Z}_{cn-2} [-\underline{A}_{2n-5} \exp(\underline{\Gamma}_{n-2} x_{n-1}) + \underline{A}_{2n-4} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-2} x_{n-1})] + \\ & - \underline{Z}_{cn-1} [-\underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_{n-1}) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_{n-1})] \\ & - \underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) - \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) + \underline{A}_{2n-1} (1 - \underline{Z}_{cn}/R_n) \exp(\underline{\Gamma}_n x_n) + \\ & + \underline{A}_{2n} (1 + \underline{Z}_{cn}/R_n) \exp(-\underline{\Gamma}_n x_n) = \underline{I}_n \quad i = n \\ & \underline{Z}_{cn-1} [-\underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_n)] + \\ & - \underline{Z}_{cn} [-\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_n) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_n)]. \end{aligned}$$

For creating automatically the system meshes on the basis of the secondary representation (Table 4), eqs. (6) are expressed in the matrix form (7) in which: $\underline{A}_1, \underline{A}_2, \dots, \underline{A}_{2n}$ — integration constants of particular elements of the system mesh; $x_1 = 0, x_2, \dots, x_n, x_{n+1} = l$ (where l is the length of the system mesh) — distances of transverse currents measured clockwise from reference node along mesh elements; $1, 2, \dots, n, n+1$ — the numbers of the system mesh nodes.

In order to facilitate the application of numerical methods, the matrix eq. (7) is written in the form:

$$AX = B \quad (8)$$

where:

A — square matrix $A_{i,j} \in A$ if $i, j = 1, 2, \dots, 2n$, X and B — single-column matrices $X^T = (\underline{A}_1, \underline{A}_2, \dots, \underline{A}_{2n})$ and $B^T = (\underline{I}_1, \underline{I}_2, 0, \dots, \underline{I}_n, 0, 0)$.

Non-zero values of the coefficients of the $2n \times 2n$ square matrix are expressed in the form:

$$\begin{aligned}
 A(1, 1) &= (1 - \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) \\
 A(1, 2) &= (1 + \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1) \\
 A(1, 2n-1) &= -\exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) \\
 A(1, 2n) &= -\exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) \\
 A(2i-2, 2i-3) &= -\exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\
 A(2i-2, 2i-2) &= -\exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\
 A(2i-2, 2i-1) &= (1 - \underline{Z}_{ci}/R_i) \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) \\
 A(2i-2, 2i) &= (1 + \underline{Z}_{ci}/R_i) \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \\
 A(2i-1, 2i-3) &= -\underline{Z}_{ci-1} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\
 A(2i-1, 2i-2) &= \underline{Z}_{ci-1} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\
 A(2i-1, 2i-1) &= \underline{Z}_{ci} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) \\
 A(2i-1, 2i) &= -\underline{Z}_{ci} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \\
 A(2n, 1) &= \underline{Z}_{c1} \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) \\
 A(2n, 2) &= -\underline{Z}_{c1} \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1) \\
 A(2n, 2n-1) &= -\underline{Z}_{cn} \exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) \\
 A(2n, 2n) &= \underline{Z}_{cn} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1}).
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A(1, 1) &= (1 - \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) \\ A(1, 2) &= (1 + \underline{Z}_{c1}/R_1) \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1) \\ A(1, 2n-1) &= -\exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) \\ A(1, 2n) &= -\exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) \\ A(2i-2, 2i-3) &= -\exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\ A(2i-2, 2i-2) &= -\exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\ A(2i-2, 2i-1) &= (1 - \underline{Z}_{ci}/R_i) \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) \\ A(2i-2, 2i) &= (1 + \underline{Z}_{ci}/R_i) \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \\ A(2i-1, 2i-3) &= -\underline{Z}_{ci-1} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\ A(2i-1, 2i-2) &= \underline{Z}_{ci-1} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \\ A(2i-1, 2i-1) &= \underline{Z}_{ci} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) \\ A(2i-1, 2i) &= -\underline{Z}_{ci} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \end{aligned}} \right\} i = 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

Basing on the integration constants determined for particular elements of the system mesh, one can write equations for calculation of the component currents and potentials in the nodes of the system mesh. For this purpose, integration constants $\underline{A}_1, \underline{A}_2, \dots, \underline{A}_{2n}$ are inserted to eqs. (5) which are expressed in the form

$$\underline{I}'_i = \underline{A}_{2i-3} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) + \underline{A}_{2i-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) \quad i = 2, 3, \dots, n+1 \quad (10a)$$

$$\underline{I}''_i = \underline{A}_{2i-1} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) + \underline{A}_{2i} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10b)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_{i|i=1} &= \underline{Z}_{ci} [-\underline{A}_{2i-1} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) + \underline{A}_{2i} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i)] = \\
 &= \underline{V}_{i|i=n+1} = \underline{Z}_{ci-1} [-\underline{A}_{2i-3} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) + \underline{A}_{2i-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i)]
 \end{aligned} \quad (10c)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_i &= \underline{Z}_{ci-1} [-\underline{A}_{2i-3} \exp(\underline{\Gamma}_{i-1} x_i) + \underline{A}_{2i-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{i-1} x_i)] = \\
 &= \underline{Z}_{ci} [-\underline{A}_{2i-1} \exp(\underline{\Gamma}_i x_i) + \underline{A}_{2i} \exp(-\underline{\Gamma}_i x_i)] \quad i = 2, 3, \dots, n
 \end{aligned} \quad (10d)$$

Using eqs. (10), the complex components of currents in the nodes of the system mesh are expressed in the form:

$$\begin{aligned}
 \underline{I}''_1 &= \underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1) & i = 1 \\
 \underline{I}'_2 &= \underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_2) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_2) & i = 2 \\
 \underline{I}''_2 &= \underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x_2) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_2) \\
 &\vdots & \vdots \\
 \underline{I}'_n &= \underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) & i = n \\
 \underline{I}''_n &= \underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_n) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_n) \\
 \underline{I}'_{n+1} &= \underline{I}'_1 = \underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) & i = n+1
 \end{aligned} \quad (11a)$$

and the complex potentials in these nodes in the form:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \underline{Z}_{c1}[-\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_1) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_1)] & i=1 \\ \underline{V}_2 &= \underline{Z}_{c1}[-\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x_2) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x_2)] = & i=2 \\ &= \underline{Z}_{c2}[-\underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x_2) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x_2)] \\ &\vdots & \vdots \\ \underline{V}_n &= \underline{Z}_{cn-1}[-\underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x_n) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x_n)] = & \\ &= \underline{Z}_{cn}[-\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_n) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_n)] & i=n \\ \underline{V}_{n+1} &= \underline{Z}_{cn}[-\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x_{n+1}) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x_{n+1})] & i=n+1 \end{aligned} \quad (11b)$$

The solution of differential eqs. (1a) and (1b) for particular elements of a system mesh is given by

$$\begin{array}{lll} 1, 2 & \underline{I}(x) = \underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x) & x_1 \leq x \leq x_2 \\ 2, 3 & \underline{I}(x) = \underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x) & x_2 \leq x \leq x_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1, n & \underline{I}(x) = \underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x) & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ n, n+1 & \underline{I}(x) = \underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x) & x_n \leq x \leq x_{n+1} \end{array} \quad (12a)$$

and

$$\begin{array}{lll}
 1, 2 & \underline{V}(x) = \underline{Z}_{c1}[-\underline{A}_1 \exp(\underline{\Gamma}_1 x) + \underline{A}_2 \exp(-\underline{\Gamma}_1 x)] & x_1 \leq x \leq x_2 \\
 2, 3 & \underline{V}(x) = \underline{Z}_{c2}[-\underline{A}_3 \exp(\underline{\Gamma}_2 x) + \underline{A}_4 \exp(-\underline{\Gamma}_2 x)] & x_2 \leq x \leq x_3 \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 n-1, n & \underline{V}(x) = \underline{Z}_{cn-1}[-\underline{A}_{2n-3} \exp(\underline{\Gamma}_{n-1} x) + \underline{A}_{2n-2} \exp(-\underline{\Gamma}_{n-1} x)] & n_{n-1} \leq x \leq x_n \\
 n, n+1 & \underline{V}(x) = \underline{Z}_{cn}[-\underline{A}_{2n-1} \exp(\underline{\Gamma}_n x) + \underline{A}_{2n} \exp(-\underline{\Gamma}_n x)] & x_n \leq x \leq x_{n+1}.
 \end{array} \quad (12b)$$

For in eqs. (12a) and (12b) for individual circuit segments, distances counted from the reference node were substituted.

Unit-length electrical parameters $\underline{Z}_i$, $\underline{Z}$, $\underline{Y}$ and wave parameters $\underline{\Gamma}$ and $\underline{Z}_c$ are determined in [5]. These parameters depend on currents flowing through earth system elements.

3. MATHEMATICAL MODELS FOR CALCULATING ELECTRIC SHOCK HAZARD

The current intensity leaking from elementary segments of the earth system elements may be calculated according to approximate formula:

$$\underline{I}_{ei} = \frac{\underline{Y}_j / I_j (\underline{V}_{oj} + \underline{V}_{ei})}{2N_j} \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad l = \sum_i N(i), \quad (13)$$

where:

V_{0j} — potential at the origin of the j -th earth system element (V); V_{ej} — the potential at the end of the j -th earth system element [V]; Y_j — transverse admittance of the j -th earth system element [S/m], determined in [5]; $|l_j|$ — length of the j -th earth system element [m]; N_j — number of elementary segments of the j -th earth element; m — the number of earth system elements.

The intensity of currents leaking from vertical elements of the earth system

$$\underline{I}_{vi} = \underline{V}_i / R_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

where:

$\underline{V}_i$ — potential on i -th node of the earth system (V); R_i — resistance to earth at i -th node of the vertical earth system elements (Ω); n — number of nodes in the earth system.

Basing on formulae (13) and (14), the complex value of the impedance to earth in nodes 1, 2, ..., n of the earth system is:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_e(1) &= \frac{\underline{V}(1)}{\sum_{i=1}^l \underline{I}_e(i) + \sum_{i=1}^n \underline{I}_v(i)} \\ &\vdots \\ \underline{Z}_e(n) &= \frac{\underline{V}(n)}{\sum_{i=1}^l \underline{I}_e(i) + \sum_{i=1}^n \underline{I}_v(i)} \end{aligned} \quad (15)$$

The resultant potential at the investigated point at ground level is determined as a sum of potentials generated by currents leaking from all elementary segments of horizontal elements and all vertical elements.

For this purpose, equivalent lumped current sources in the soil with an equivalent resistivity ρ_e , are represented in the adopted system of coordinates x, y, z by

$$\begin{aligned} x_e(1), \dots, x_e(l), x_v(1), \dots, x_v(n) \\ y_e(1), \dots, y_e(l), y_v(1), \dots, y_v(n) \\ z_e(1), \dots, z_e(l) = t_e(l), z_v(1), \dots, z_v(n) = t_v(n), \end{aligned} \quad (16)$$

while currents of these sources are given by:

$$\underline{I}_e(1), \dots, \underline{I}_e(l), \underline{I}_v(1), \dots, \underline{I}_v(n) \quad (17)$$

where:

1, ..., l — indices corresponding to the number of elementary sources at a depth $t_e(l)$ under ground level; 1, ..., n — indices corresponding to the number of sources at the depth $t_v(n)$ under ground level; $x_e(l)$, $y_e(l)$ — coordinates of elementary segments of system elements; $x_v(n)$, $y_v(n)$ — coordinates of vertical elements.

The calculated values of resultant potentials at k points at the ground level are denoted by:

$$\underline{V}_r(1), \dots, \underline{V}_r(k), \quad (18)$$

while p.u. potentials at ground level by:

$$\underline{\varphi}^*(1), \dots, \underline{\varphi}^*(k) \quad (19)$$

and the coordinates of the points of these potentials by:

$$\begin{aligned} x_0(1), \dots, x_0(k) \\ y_0(1), \dots, y_0(k), \end{aligned} \quad (20)$$

where:

1, ..., k — indices corresponding to successive points at the ground level, at which resultant potentials and p.u. potentials are calculated.

Distances between equivalent sources in the ground and at the considered point 1 on its surface are calculated from formulae:

$$\begin{aligned}
 r_e(1) &= \{[x_e(1) - x_0(1)]^2 + [y_e(1) - y_0(1)]^2 + [t_e(1)]^2\}^{1/2} \\
 &\vdots \\
 r_e(l) &= \{[x_e(l) - x_0(1)]^2 + [y_e(l) - y_0(1)]^2 + [t_e(l)]^2\}^{1/2} \\
 r_v(1) &= \{[x_v(1) - x_0(1)]^2 + [y_v(1) - y_0(1)]^2 + [t_v(1)]^2\}^{1/2} \\
 &\vdots \\
 r_v(n) &= \{[x_v(n) - x_0(1)]^2 + [y_v(n) - y_0(1)]^2 + [t_v(n)]^2\}^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{21}$$

Potentials at point 1 at ground level from particular sources are determined, respectively:

$$\begin{aligned}
 V_e(1) &= q_e \frac{I_e(1)}{4\pi r_e(1)} \\
 &\vdots \\
 V_e(l) &= q_e \frac{I_e(l)}{4\pi r_e(l)} \\
 V_v(1) &= q_e \frac{I_v(1)}{4\pi r_v(1)} \\
 &\vdots \\
 V_v(n) &= q_e \frac{I_v(n)}{4\pi r_v(n)}.
 \end{aligned} \tag{22}$$

The expression for the resultant potential at point 1 at ground level has the form:

$$V_r(1) = \sum_{i=1}^l V_e(i) + \sum_{i=1}^n V_v(i) \quad r = 1 \tag{23}$$

Distances between equivalent sources in the ground and at the considered point k on its surface are calculated from formulae:

$$\begin{aligned}
 r_e(1) &= \{[x_e(1) - x_0(k)]^2 + [y_e(1) - y_0(k)]^2 + [t_e(1)]^2\}^{1/2} \\
 &\vdots \\
 r_e(l) &= \{[x_e(l) - x_0(k)]^2 + [y_e(l) - y_0(k)]^2 + [t_e(l)]^2\}^{1/2} \\
 r_v(1) &= \{[x_v(1) - x_0(k)]^2 + [y_v(1) - y_0(k)]^2 + [t_v(1)]^2\}^{1/2} \\
 &\vdots \\
 r_v(n) &= \{[x_v(n) - x_0(k)]^2 + [y_v(n) - y_0(k)]^2 + [t_v(n)]^2\}^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Potentials at point k at ground level due to particular sources are determined from formulae (22). The expression of the resultant potential at point k at ground level has the form:

$$V_r(k) = \sum_{i=1}^l V_e(i) + \sum_{i=1}^n V_v(i) \quad r = k \tag{25}$$

The p.u. potential at ground level at 1, 2, ..., k points is given by:

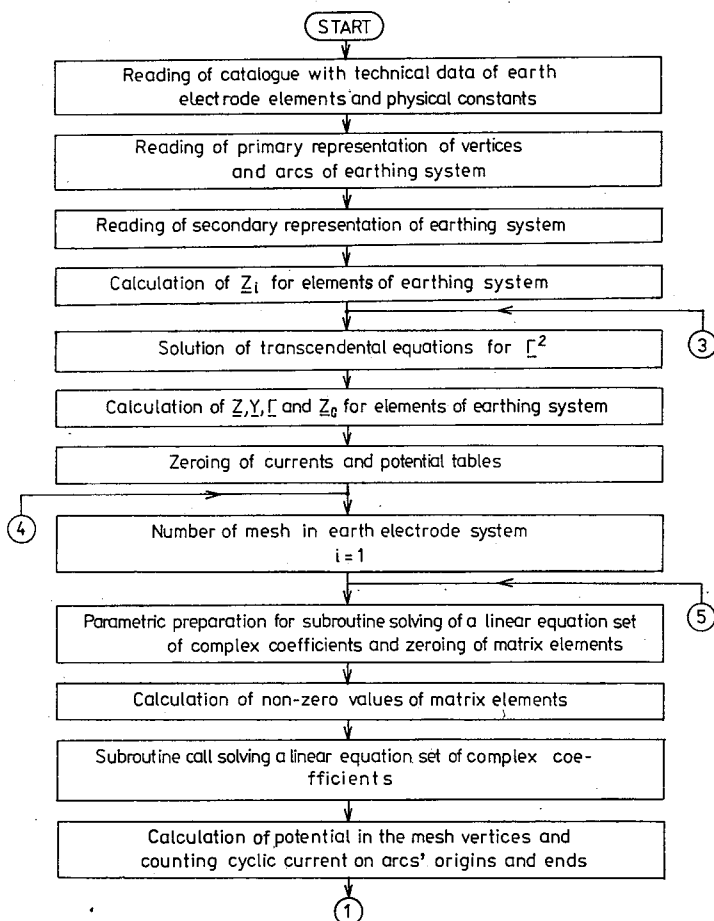
$$\begin{aligned} \underline{\varphi}^*(1) &= \frac{\underline{V}_r(1)}{\underline{V}(1)} \\ &\vdots \\ \underline{\varphi}^*(k) &= \frac{\underline{V}_r(k)}{\underline{V}(1)}, \end{aligned} \quad [\text{V}] \quad (26)$$

where

$\underline{V}(1)$ — potential [V] of the node to which the earth current is input.

4. ALGORITHM FOR SOLUTION OF MATHEMATICAL MODELS

In order to solve mathematical models of looped earth systems, each having n points of current input (Table 2), a logic diagram is plotted. Basing upon the algorithm shown in Fig. 6, a program is written in FORTRAN for a digital computer ODRA 1305. In the



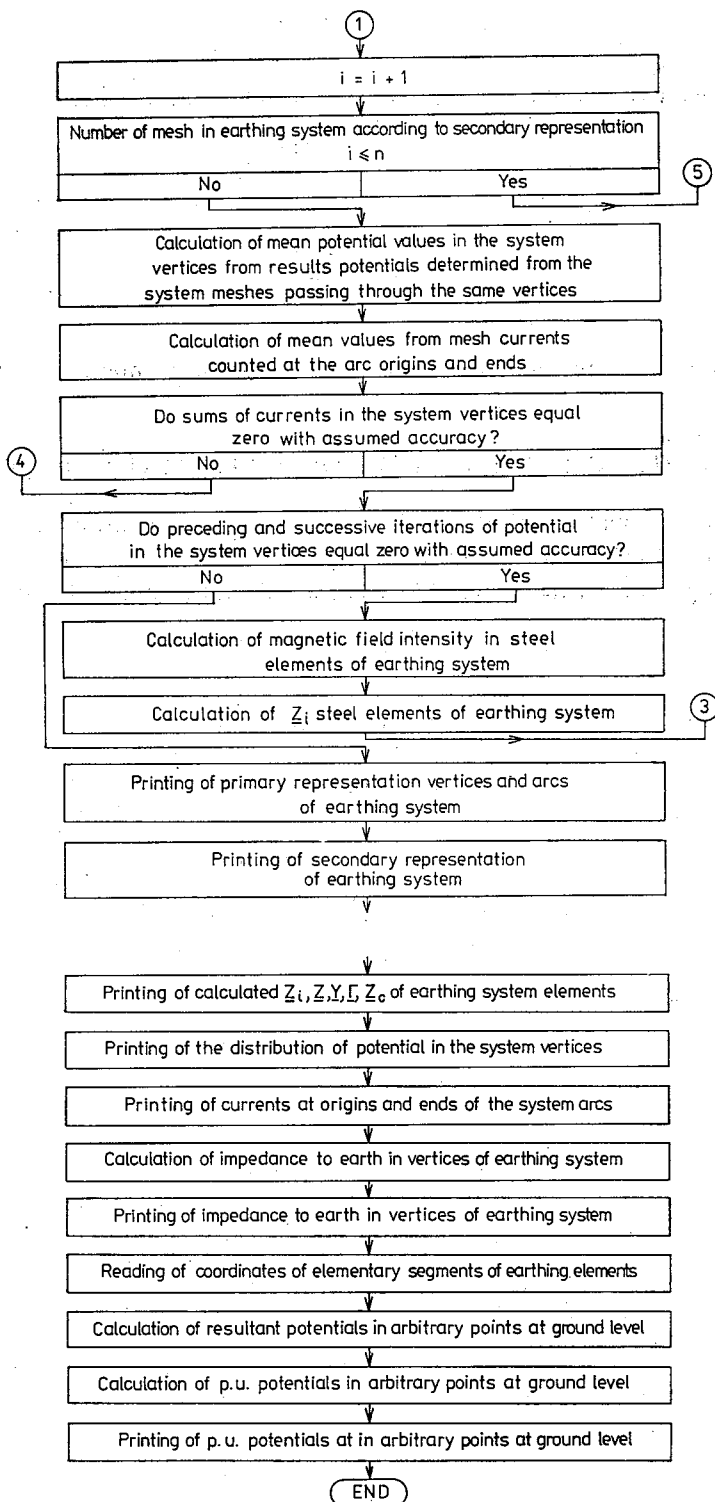


Fig. 6. Logical diagram of the algorithm for calculating earthing systems energized by alternating current. Z_l = unit-length internal impedance of earth electrode elements

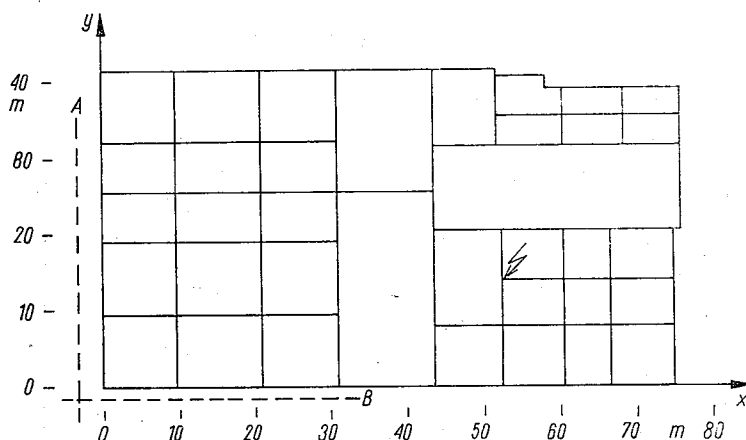


Fig. 7. Earthing system of power 110/20 kV substation. *A*, *B* — measuring directions of potential at ground level

system, as in Fig. 7, numerical calculations of the electrical parameters of the earth system are made. Calculation time ranged about 12 minutes. IBM XT/AT compatible computers can be used for calculations.

5. INVESTIGATED POWER SUBSTATION EARTH SYSTEM

The calculations concern an earth system of a power 110/20 kV substation (Fig. 7). The configuration of the system [3] is determined on the basis of technical documentation. The earth elements of the substation are made of zinc-coated steel tape of equivalent radius of cross-section $r = 0.008$ m, p.u. mean magnetic permeability $\mu_r = 200$, conductivity $\gamma = 7246000$ S/m. The tape is laid in the soil at a depth $t_1 = 0.8$ m.

Goelectrical characteristics of the soil in the investigated substation, determined from the measurements made by means of the modified two-electrode method, is represented in [3] and quoted in Table 1.

For the investigated soil, the characteristic of apparent resistivity is:

$$\varrho_a(r_i) = 4\pi r_i \psi(r_i) \quad \Omega \cdot \text{m} \quad (27)$$

where:

r_i — the spacing of electrodes [m]; $\psi(r_i)$ — the goelectric characteristic of soil measured by the modified two-electrode method with the measuring electrodes located at the depth t_1 under ground level [Ω].

In order to determine the constant value of equivalent ground resistivity ϱ_e , it is necessary to approximate the characteristic $\psi(r_i)$ by a function

$$\psi(r_i) = \frac{a}{r_i} \quad (28)$$

Table 1
Geoelectrical characteristic of soil $\psi(r_i)$

i	r_i in m	$\psi(r_i)$ in Ω
1	0.1	293.00
2	0.2	198.50
3	0.3	133.00
4	0.4	109.00
5	0.5	89.50
6	0.6	76.00
7	0.7	65.25
8	0.8	56.30
9	0.9	50.25
10	1.0	43.75
11	1.2	35.25
12	1.4	29.50
13	1.6	24.50
14	1.8	21.25
15	2.0	18.75
16	2.4	14.25
17	2.8	11.50
18	3.2	9.70
19	3.6	8.32
20	4.0	7.37
21	4.8	5.87
22	5.6	4.80
23	6.4	3.95
24	7.2	3.45
25	8.0	3.08
26	9.6	2.45
27	11.2	1.98
28	12.9	1.83
29	14.4	1.63
30	16.0	1.50
31	19.2	1.18

because only then formula (27) will lead to the constant value. On the basis of (27) and (28)

$$\varrho_e = 4\pi a. \quad (29)$$

In order to determine parameter a , one can apply approximation resulting from the least square method. Then by minimalizing the function

$$F(a) = \sum_{i=1}^n \left[\psi(r_i) - \frac{a}{r_i} \right]^2 = \min \quad (30)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\psi(r_i) - \frac{a}{r_i} \right] \frac{-1}{r_i} = 0 \quad (31)$$

one gets

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\psi(r_i)}{r_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i^2}}. \quad (32)$$

Inserting measurement data into formula (32), one determines α which after inserting into formula (29) yields ρ_e .

The graphical-numerical representation of the system of Fig. 7 is given in Fig. 8 and

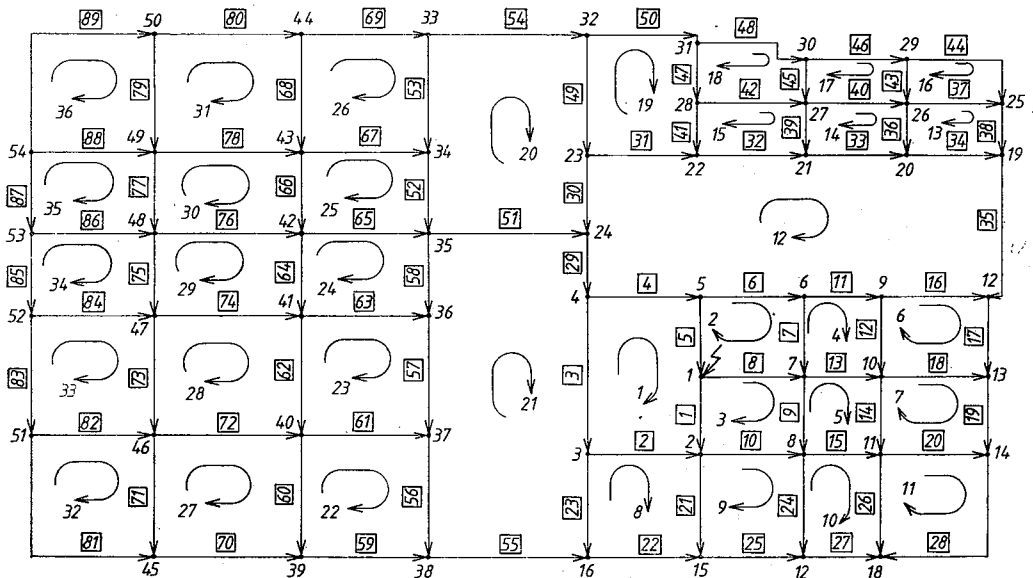


Fig. 8. Graphical and numerical representation of earthing system with Fig. 7. 1, 2, ... numbers of vertices; [1], [2], ... numbers of arcs

Tables 2—4. This representation was made on the basis of numerical modelling described in [10, 11], which was developed by means of terminology from graph theory. Hence in the data for the calculations in a logic diagram of the algorithm and in the calculation results there occur terms „arc and vertex”.

For a calculation example presented in this paper a universal numerical program was used as it contains catalogued different kinds of earthing elements. Therefore, in Table 2 are represented number of catalogue and number of item in the catalogue.

6. ANALYSIS OF INVESTIGATION AND CALCULATION RESULTS OF IMPEDANCE TO EARTH

The values of the measured earth system impedance (Z_M) in the investigated substation, calculated under the assumption of DC equipotentiality of the earth system (R_S) and calculated by the proposed method (Z_G) are shown in Table 5.

Table 2

Primary representation of earthing system vertices as in Fig. 8

Serial number of vertex i	Supply current I_i [A]	Impedance to earth $Z_i(\Omega)$	Serial number of vertex i	Supply current I_i [A]	Impedance to earth $Z_i(\Omega)$
1	2	3	4	5	6
1	13.60+j0.00	∞	28	0.00+j0.00	∞
2	0.00+j0.00	∞	29	0.00+j0.00	∞
3	0.00+j0.00	∞	30	0.00+j0.00	∞
4	0.00+j0.00	∞	31	0.00+j0.00	∞
5	0.00+j0.00	∞	32	0.00+j0.00	∞
6	0.00+j0.00	∞	33	0.00+j0.00	∞
7	0.00+j0.00	∞	34	0.00+j0.00	∞
8	0.00+j0.00	∞	35	0.00+j0.00	∞
9	0.00+j0.00	∞	36	0.00+j0.00	∞
10	0.00+j0.00	∞	37	0.00+j0.00	∞
11	0.00+j0.00	∞	38	0.00+j0.00	∞
12	0.00+j0.00	∞	39	0.00+j0.00	∞
13	0.00+j0.00	∞	40	0.00+j0.00	∞
14	0.00+j0.00	∞	41	0.00+j0.00	∞
15	0.00+j0.00	∞	42	0.00+j0.00	∞
16	0.00+j0.00	∞	43	0.00+j0.00	∞
17	0.00+j0.00	∞	44	0.00+j0.00	∞
18	0.00+j0.00	∞	45	0.00+j0.00	∞
19	0.00+j0.00	∞	46	0.00+j0.00	∞
20	0.00+j0.00	∞	47	0.00+j0.00	∞
21	0.00+j0.00	∞	48	0.00+j0.00	∞
22	0.00+j0.00	∞	49	0.00+j0.00	∞
23	0.00+j0.00	∞	50	0.00+j0.00	∞
24	0.00+j0.00	∞	51	0.00+j0.00	∞
25	0.00+j0.00	∞	52	0.00+j0.00	∞
26	0.00+j0.00	∞	53	0.00+j0.00	∞
27	0.00+j0.00	∞	54	0.00+j0.00	∞

P.u. difference between the measured system impedance and the calculated system resistance and impedance to earth:

$$\delta R_s = \left| \frac{Z_M - R_s}{Z_M} \right| \cdot 100\% \quad (33)$$

$$\delta Z_G = \left| \frac{Z_M - Z_G}{Z_M} \right| \cdot 100\% \quad (34)$$

allow to state that, in the considered substation when taking into account the distribution of the elementary constants of the earth system at AC, the differences of the results of analytical and empirical investigations decrease. This difference should not be identified, however, with the error of the suggested method of calculation and the analysis of a single substation does not allow for a statistical approach.

Table 3

Primary representation of earthing system arcs as in Fig. 8

Serial number of arc j	Number of vertical		Number of catalogue	Number of item in the catalogue	Length of arc $ l_j $ [m]
	at the origin of arc l_j	at the end of arc l_j			
1	2	3	4	5	6
1	1	2	4	5	6
2	3	2			9
3	4	3			12.5
4	4	5			9
5	5	1			6.5
6	6	1			8
7	6	7			6.5
8	1	7			8
9	7	8			6
10	2	8			8
11	6	9			6
12	9	10			6.5
13	7	10			6
14	10	11			6
15	8	11			6
16	9	12			8.5
17	12	13			6.5
18	10	13			8.5
19	13	14			6
20	11	14			8.5
21	2	15			8
22	16	15			9
23	3	16			8
24	8	17			8
25	15	17			8
26	11	18			8
27	17	18			6
28	14	18			16.5
29	24	4			5
30	23	24			6
31	23	22			8
32	22	21			9
33	21	20			8
34	20	19			7.5
35	19	12			12
36	26	20			4
37	26	25			7.5
38	25	19			4
39	27	21			4
40	27	26			8
41	28	22			4
42	28	27			9

Table 3 Continued

1	2	3	4	5	6
43	29	26	4	5	3.5
44	29	25			11
45	30	27			3.5
46	30	29			8
47	31	28			5
48	31	30			10.5
49	32	23			10
50	32	31			8
51	35	24			12.5
52	34	35			6.5
53	33	34			9.5
54	33	32			12.5
55	38	16			12.5
56	37	38			9.5
57	36	37			9.5
58	35	36			6.5
59	39	38			10
60	40	39			9.5
61	40	37			10
62	41	40			9.5
63	41	36			10
64	42	41			6.5
65	42	35			10
66	43	42			6.5
67	43	34			10
68	44	43			9.5
69	44	33			10
70	45	39			11.5
71	46	45			9.5
72	46	40			11.5
73	47	46			9.5
74	47	41			11.5
75	48	47			6.5
76	48	42			11.5
77	49	48			6.5
78	49	43			11.5
79	50	49			9.5
80	50	44			11.5
81	51	45			19
82	51	46			9.5
83	52	51			9.5
84	52	47			9.5
84	52	47			9.5
85	53	52			6.5
86	53	48			9.5
87	54	53			6.5
88	54	49			9.5
89	54	50			19

Table 4

Secondary representation of system as in Fig. 8

Serial number of block meshe	Serial number of vertex in secondary representation	Number of vertex i primary representation	Number of arc in primary representation	Number of arc in primary representation which supplies meshe vertex			
				5	6	7	8
1	1	1	1	8	21		
	2	2	-2	10			
	3	3	-3	23			
	4	4	4	-29			
	5	5	5	6			
2	1	1	-5	1	9		
	2	5	6	-4			
	3	6	7	11			
	4	7	-8	13			
3	1	1	8	-5	13	24	-2
	2	7	9	-7			
	3	8	-10	15			
	4	2	-1	21			
4	1	7	-7	-8	9	14	
	2	6	11	-6			
	3	9	12	16			
	4	10	-13	18			
5	1	7	13	-7	-8	18	26
	2	10	14	-12			
	3	11	-15	20			
	4	8	-9	24			
6	1	10	-12	14	-13		
	2	9	16	-11			
	3	12	17	-35			
	4	13	-18	19			
7	1	10	18	-13	-12	-15	
	2	13	19	-17			
	3	14	-20	28			
	4	11	-14	26			
8	1	2	21	-1	10		
	2	15	-22	25			
	3	16	-23	-55			
	4	3	2	-3			
9	1	2	10	-1	-2	15	
	2	8	24	-9			
	3	17	-25	27			
	4	15	-21	-22			

Table 4. Continued

1	2	3	4	5	6	7	8
10	1 2 3 4	8 11 18 17	15 26 -27 -24	-10 -14 -28 -25	-9 20		
11	1 2 3	11 14 18	20 28 -26	-15 -19 -27	-14		
12	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11	5 4 24 23 22 21 20 19 12 9 6	-4 -29 -30 31 32 33 34 35 -16 -11 -6	5 3 -51 -49 -41 -39 -36 -38 17 12 7			
13	1 2 3 4	20 26 25 19	-36 37 38 -34	-33 -40 -44 35	-43		
14	1 2 3 4	21 27 26 20	-39 40 36 -33	-32 -42 -43 34	-45 37		
15	1 2 3 4	22 28 27 21	-41 42 39 -32	-31 -47 -45 33	40		
16	1 2 3	26 29 25	-43 44 -37	36 -46 38	-40		
17	1 2 3 4	27 30 29 26	-45 46 43 -40	39 -48 44 37	-42 36		
18	1 2 3 4	28 31 30 27	-47 48 45 42	41 -50 46 40	39		

Table 4. Continued

1	2	3	4	5	6	7	8
19	1	23	-49	30			
	2	32	50	-54			
	3	31	47	48			
	4	28	41	42			
	5	22	-31	32			
20	1	24	-51	29			
	2	35	-52	58	-65		
	3	34	-53	67			
	4	33	54	-69			
	5	32	49	50			
	6	23	30	31			
21	1	4	3	4			
	2	3	25	2			
	3	16	-55	22			
	4	38	-56	-59			
	5	37	-57	-61			
	6	36	-58	-63			
	7	35	51	-65	-52		
	8	24	29	-30			
22	1	38	-59	55			
	2	39	-60	-70			
	3	40	61	-72	-62		
	4	37	56	-57			
23	1	37	-61	56			
	2	40	-62	60	-72		
	3	41	63	-74	-64		
	4	36	57	-58			
24	1	36	-63	57			
	2	41	-64	62	-74		
	3	42	65	-76	-66		
	4	35	58	-52	51		
25	1	35	-65	51	58		
	2	42	-66	64	-76		
	3	43	67	-78	-68		
	4	34	52	-53			
26	1	34	-67	52			
	2	43	-68	66	-78		
	3	44	69	-80			
	4	33	53	54			
27	1	39	-70	59			
	2	45	-71	-81			
	3	46	72	-82	-73		
	4	40	60	-62	71		

Table 4. Continued

1	2	3	4	5	6	7	8
28	1	40	-72	61	60		
	2	46	-73	71	-82		
	3	47	74	-84	-75		
	4	41	62	-64	63		
29	1	41	-74	63	62		
	2	47	-75	73	-84		
	3	48	76	-86	-77		
	4	42	64	-66	65		
30	1	42	-76	65	64		
	2	48	-77	75	-86		
	3	49	78	-88	-79		
	4	43	66	-68	67		
31	1	43	-78	67	66		
	2	49	-79	77	-88		
	3	50	80	-89			
	4	44	68	69			
32	1	45	-81	70			
	2	51	82	-83			
	3	46	71	-73	72		
33	1	46	-82	72	71		
	2	51	-83	81			
	3	52	84	-85			
	4	47	73	-75	74		
34	1	47	-84	74	73		
	2	52	-85	83			
	3	53	86	-87			
	4	48	75	-77	76		
35	1	48	-86	76	75		
	2	53	-87	85			
	3	54	88	89			
	4	49	77	-79	78		
36	1	49	-88	78	77		
	2	54	89	87			
	3	50	79	80			

Table 5

Results of measurement and calculation of impedance to earth and resistance to earth

Measuring earthing current in A	Impedance to earth and resistance to earth in Ω			P.u. difference in %	
	Z_M	R_S	Z_G	δR_S	δZ_G
13.6	1.51	1.40	1.55	7.4	2.65

7. ANALYSIS OF INVESTIGATION AND CALCULATION RESULTS OF P.U. POTENTIALS AT GROUND LEVEL

In order to determine the adequacy of the presented method of calculation with respect to p.u. potentials at ground level in the investigated substation (Fig. 7), their values are considered in different directions determined on the basis of measurements (φ_M^*), calculated under the assumption of DC equipotentiality of the earth system (φ_S^*) and calculated by the proposed method (φ_G^*) (Table 6). As the potentials calculated by each of the above mentioned methods and the potentials determined from measurements may bring about different errors, the further analysis is concerned with quotients of the p.u. values of calculated and measured potentials:

$$X_S = \frac{\varphi_S^*}{\varphi_M^*} \quad (35)$$

$$X_G = \frac{\varphi_G^*}{\varphi_M^*} \quad (36)$$

In consequence, it is found [3] that the highest discrepancies between the results from calculations and from measurements occur at points at the ground level where local differences in the configuration of the calculated and measured earth system were observed as well as, in cases, where local characteristics of the actual ground considerably differed from the characteristic adopted for calculations.

However, these are not all cases of the above mentioned discrepancies. There exist a lot of random factors whose influence on the results of measurements is impossible to assess. Therefore, in further considerations statistics are applied. It is found [3] that quotients of the values of p.u. potentials calculated individually and measured for every direction are subject to the Gaussian distribution. The parameters of this distribution, determined by a digital computer are presented in Table 7. It ensues from this table that, taking into account constant distributed earth elements of an earthing system, causes an increase in p.u. differences between the values of calculated and experimentally determined p.u. potentials with respect to the results of calculations obtained by a method that assumes equipotentiality of the earthing elements because the calculations included formulae for unit-length and wave parameters which are less accurate for short elements. Nevertheless, precision of calculations is within the range of technical specifications and the information obtained upon the earthing systems (Tables 8—10) exceeds, in this respect the method of additional potentials and the simulation [3, 12—14]. The method, presented in this paper, can be applied to lumped earthing systems in power substations but, first of all, it is convenient for calculation of extensive earth electrode systems in EHV power substations for which distributed constants of earth elements are to be taken into account (for instance to $400 \times 400 \text{ m}^2$).

8. CONCLUSIONS

1. The presented method of calculation takes into account the nonlinear character of variation of the parameters of longitudinal earth electrode elements and allows to determine analytically the electrical parameters of earthing systems for arbitrary values

Table 6

Relative potentials at ground level of a substation

Results of measurements and calculations of p.u. potentials									
Coordinates of point in m		Direction A			Coordinates of point in m		Direction B		
x	y	φ_M^*	φ_S^*	φ_E^*	x	y	φ_M^*	φ_S^*	φ_E^*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-3	0.0	0.4415	0.5261	0.6176	0.0	-1.5	0.6366	0.5630	0.6692
	0.5	0.4561	0.5356	0.6257	0.5		0.6415	0.5794	0.6818
	1.0	0.4659	0.5452	0.6333	1.0		0.6439	0.5976	0.6927
	1.5	0.4756	0.5548	0.6405	1.5		0.6537	0.6169	0.7022
	2.0	0.4854	0.5642	0.6473	2.0		0.6585	0.6356	0.7105
	2.5	0.4976	0.5731	0.6536	2.5		0.6632	0.6517	0.7181
	3.0	0.5000	0.5813	0.6569	3.0		0.6878	0.6644	0.7252
	3.5	0.5146	0.5888	0.6654	3.5		0.6976	0.6740	0.7319
	4.0	0.5244	0.5956	0.6709	4.0		0.7024	0.6816	0.7385
	4.5	0.5390	0.6017	0.6763	4.5		0.7024	0.6879	0.7450
	5.0	0.5537	0.6074	0.6815	5.0		0.7024	0.6935	0.7517
	5.5	0.5707	0.6126	0.6865	5.5		0.7073	0.6987	0.7579
	6.0	0.5829	0.6176	0.6915	6.0		0.7098	0.7037	0.7644
	6.5	0.6122	0.6223	0.6963	6.5		0.7098	0.7086	0.7710
	7.0	0.6415	0.6268	0.7010	7.0		0.7024	0.7134	0.7776
	7.5	0.6317	0.6312	0.7056	7.5		0.7024	0.7184	0.7842
	8.0	0.6293	0.6355	0.7099	8.0		0.7078	0.7234	0.7907
	8.5	0.6276	0.6396	0.7403	8.5		0.7195	0.7285	0.7969
	9.0	0.6317	0.6437	0.7178	9.0		0.7220	0.7339	0.8025
	9.5	0.6317	0.6476	0.7212	9.5		0.7220	0.7394	0.8071
	10.0	0.6293	0.6513	0.7243	10.0		0.7244	0.7450	0.8106
	10.5	0.6366	0.6547	0.7270	10.5		0.7268	0.7506	0.8132
	11.0	0.6366	0.6579	0.7294	11.0		0.7317	0.7544	0.8152
	11.5	0.6341	0.6606	0.7316	11.5		0.7268	0.7590	0.8169
	12.0	0.6341	0.6630	0.7337	12.0		0.7220	0.7610	0.8186
	12.5	0.6366	0.6649	0.7356	12.5		0.7171	0.7617	0.8203
	13.0	0.6366	0.6666	0.7376	13.0		0.7122	0.7617	0.8222
	13.5	0.6366	0.6681	0.7395	13.5		0.7113	0.7617	0.8243
	14.0	0.6317	0.6694	0.7417	14.0		0.7073	0.7617	0.8265
	14.5	0.6317	0.6707	0.7434	14.5		0.7073	0.7621	0.8289
	15.0	0.6317	0.6720	0.7454	15.0		0.7073	0.7627	0.8316
	15.5	0.6366	0.6733	0.7474	15.5		0.7073	0.7636	0.8344
	16.0	0.6415	0.6747	0.7494	16.0		0.7073	0.7647	0.8375
	16.5	0.6390	0.6761	0.7513	16.5		0.7073	0.7660	0.8407
	17.0	0.6366	0.6775	0.7533	17.0		0.7092	0.7675	0.8442
	17.5	0.6366	0.6790	0.7551	17.5		0.7132	0.7692	0.8479
	18.0	0.6366	0.6805	0.7567	18.0		0.7174	0.7710	0.8517
	18.5	0.6293	0.6821	0.7581	18.5		0.7195	0.7731	0.8558
	19.0	0.6341	0.6836	0.7582	19.0		0.7220	0.7753	0.8600
	19.5	0.6366	0.6851	0.7599	19.5		0.7200	0.7778	0.8641
	20.0	0.6415	0.6864	0.7604	20.0		0.7195	0.7805	0.8681

Table 6. Continued

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-3	20.5	0.6439	0.6876	0.7607	20.5	-1.5	0.7195	0.7835	0.8715
	21.0	0.6345	0.6885	0.7607	21.0		0.7195	0.7867	0.8740
	21.5	0.6415	0.6891	0.7606	21.5		0.7171	0.7902	0.8755
	22.0	0.6415	0.6894	0.7604	22.0		0.7171	0.7935	0.8762
	22.5	0.6415	0.6896	0.7602	22.5		0.7220	0.7964	0.8763
	23.0	0.6415	0.6896	0.7598	23.0		0.7268	0.7983	0.8763
	23.5	0.6415	0.6896	0.7593	23.5		0.7317	0.7988	0.8763
	24.0	0.6415	0.6895	0.7587	24.0		0.7366	0.7983	0.8765
	24.5	0.6366	0.6895	0.7579	24.5		0.7390	0.7973	0.8768
	25.0	0.6366	0.6894	0.7569	25.0		0.7366	0.7963	0.8775
	25.5	0.6366	0.6893	0.7555	25.5		0.7268	0.7955	0.8784
	26.0	0.6390	0.6892	0.7538	26.0		0.7220	0.7950	0.8796
	26.5	0.6561	0.6889	0.7518	26.5		0.7171	0.7947	0.8811
	27.0	0.6610	0.6884	0.7495	27.0		0.7146	0.7948	0.8828
	27.5	0.6561	0.6877	0.7470	27.5		0.7142	0.7951	0.8849
	28.0	0.6512	0.6868	0.7443	28.0		0.7142	0.7956	0.8873
	28.5	0.6512	0.6856	0.7416	28.5		0.7158	0.7965	0.8899
	29.0	0.6488	0.6842	0.7387	29.0		0.7151	0.7976	0.8927
	29.5	0.6439	0.6826	0.7356	29.5		0.7149	0.7990	0.8957
	30.0	0.6439	0.6810	0.7325	30.0		0.7193	0.8006	0.8985
	30.5	0.6439	0.6779	0.7291	30.5		0.7200	0.8027	0.9009
	31.0	0.6512	0.6777	0.7255	31.0		0.7220	0.8050	0.9025
	31.5	0.6537	0.6760	0.7216	31.5		0.7224	0.8076	0.9031
	32.0	0.6512	0.6743	0.7173	32.0		0.7221	0.8101	0.9028
	32.5	0.6463	0.6724	0.7126	32.5		0.7221	0.8121	0.9021
	33.0	0.6488	0.6704	0.7075	33.0		0.7223	0.8130	0.9013
	33.5	0.6220	0.6681	0.7021	33.5		0.7223	0.8123	0.9007
	34.0	0.6024	0.6654	0.6964	34.0		0.7271	0.8105	0.9004
	34.5	0.5878	0.6624	0.6904					
	35.0	0.5732	0.6591	0.6843					
	35.5	0.5707	0.6554	0.6780					
	36.0	0.5683	0.6515	0.6715					

Table 7

Parameters of the distribution quotient calculated and measured of p.u. potentials at ground level

Direction	Arithmetic mean		Variance		Mean square deviation	
	$\bar{E}(X_S)$	$\bar{E}(X_G)$	$D^2(X_S)$	$D^2(X_G)$	$\sigma(X_S)$	$\sigma(X_G)$
A	1.0739	1.1837	0.0020635	0.0042922	0.0454	0.0660
B	1.0593	1.1668	0.0034755	0.0042416	0.0590	0.0656

Table 8

Potential distribution in system from Fig. 8

Serial number of vertex i	Potential at the vertex of earthing system $V_i[V]$	Serial number of vertex i	Potential at the vertex of earthing system $V_i[V]$
1	2	3	4
1	21.0381-j1.3356	28	20.9141-j1.5053
2	21.0022-j1.3909	29	20.9186-j1.4970
3	20.9565-j1.4270	30	20.9136-j1.5024
4	20.9484-j1.4444	31	20.9087-j1.5082
5	21.0004-j1.3878	32	20.8907-j1.5137
6	21.0022-j1.3986	33	20.8458-j1.5369
7	21.0159-j1.3905	34	20.8373-j1.5388
8	21.0149-j1.4027	35	20.8479-j1.5314
9	20.9980-j1.4126	36	20.8422-j1.5369
10	21.0124-j1.4094	37	20.8491-j1.5316
11	21.0195-j1.4123	38	20.8675-j1.5105
12	20.9819-j1.4343	39	20.8239-j1.5343
13	21.0061-j1.4233	40	20.8189-j1.5418
14	21.0173-j1.4201	41	20.8123-j1.5454
15	20.9865-j1.4167	42	20.8070-j1.5453
16	20.9391-j1.4456	43	20.8065-j1.5472
17	21.0108-j1.4134	44	20.8085-j1.5472
18	21.0203-j1.4161	45	20.7939-j1.5479
19	20.9393-j1.4820	46	20.7919-j1.5511
20	20.9310-j1.4947	47	20.7876-j1.5531
21	20.9267-j1.5016	48	20.7828-j1.5536
22	20.9205-j1.5035	49	20.7821-j1.5544
23	20.9109-j1.4974	50	20.7834-j1.5546
24	20.9139-j1.4804	51	20.7823-j1.5543
25	20.9293-j1.4895	52	20.7788-j1.5558
26	20.9241-j1.4963	53	20.7745-j1.5562
27	20.9197-j1.5021	54	20.7738-j1.5568

of earth-fault current and for an arbitrary localization of the point of this current's input to the earth system. The way of determining the geoelectrical structure of soil and the direct use of this information in the calculation of earthing systems eliminate errors from a subjective interpretation of the actual soil characteristic made according to Wenner's method [8].

2. The proposed method can be useful in the designing and measuring practice and, thereby, may contribute to a better use of earth systems in power substations having extensive earthing systems and to the reduction of strenuous tests of power substation earthing systems performed by the high current method.

3. Calculations show that the neglect of interactions of the earth electrode elements exerts no effect on calculation results, these interactions being mutually compensated [15].

Table 9

Current distribution in system from Fig. 8

Serial number of arc j	Numbers of vertices		Current at the origin of arc l_j A	Current at the end of arc l_j A
	at the origin of arc l_j	at the end of arc l_j		
1	2	3	4	5
1	1	2	$-5.2009 + j0.0009$	$5.0931 + j0.0023$
2	3	2	$2.2796 - j0.0068$	$-2.4408 + j0.0054$
3	4	3	$0.6540 - j0.0040$	$-0.8773 + j0.0026$
4	4	5	$3.5168 - j0.0100$	$-3.6780 + j0.0087$
5	5	1	$4.4521 - j0.0041$	$-4.5688 + j0.0025$
6	5	6	$-0.7741 - j0.0047$	$0.6307 + j0.0032$
7	6	7	$0.6911 - j0.0019$	$-0.8077 + j0.0007$
8	1	7	$-3.8303 - j0.0033$	$3.6865 + j0.0014$
9	7	8	$-1.1333 - j0.0006$	$1.0257 - j0.0005$
10	2	8	$-0.7795 - j0.0043$	$0.6360 + j0.0028$
11	6	9	$-1.3218 - j0.0013$	$1.2142 + j0.0003$
12	9	10	$0.3003 - j0.0020$	$-0.4168 + j0.0009$
13	7	10	$-1.7451 - j0.0015$	$1.6778 + j0.0004$
14	10	11	$-0.2496 - j0.0012$	$0.1419 + j0.0003$
15	8	11	$-0.8611 - j0.0022$	$0.7541 + j0.7541$
16	9	12	$-1.5145 + j0.0017$	$1.3623 - j0.0028$
17	12	13	$1.0107 - j0.0042$	$-1.1272 + j0.0034$
18	10	13	$-0.9713 - j0.0001$	$0.8189 - j0.0011$
19	13	14	$0.3083 - j0.0023$	$-0.4159 - j0.0014$
20	11	14	$-0.5776 - j0.0009$	$0.4251 - j0.0004$
21	2	15	$-1.8728 + j0.0012$	$1.7294 - j0.0026$
22	16	15	$1.8618 - j0.0090$	$-2.0227 + j0.0080$
23	3	16	$-1.4024 + j0.0042$	$1.2594 - j0.0050$
24	8	17	$-0.7999 - j0.0000$	$0.6564 - j0.0013$
25	15	17	$0.2934 - j0.0054$	$-0.4368 + j0.0042$
26	11	18	$-0.3184 - j0.0006$	$0.1748 - j0.0007$
27	17	18	$-0.2196 - j0.0029$	$0.1120 + j0.0020$
28	14	18	$-0.0093 - j0.0010$	$-0.2869 - j0.0014$
29	24	4	$4.0816 - j0.0145$	$-4.1708 + j0.0140$
30	23	24	$1.4625 - j0.0018$	$-1.5694 + j0.0017$
31	23	22	$-0.4191 - j0.0021$	$0.2765 + j0.0022$
32	22	21	$0.0651 - j0.0024$	$-0.2255 + j0.0025$
33	21	20	$0.4097 - j0.0030$	$-0.5523 + j0.0030$
34	20	19	$0.8781 - j0.0040$	$-1.0118 + j0.0039$
35	19	12	$2.1586 - j0.0079$	$-2.3730 + j0.0070$
36	26	20	$0.2545 - j0.0010$	$-0.3258 + j0.0010$
37	26	25	$0.4402 - j0.0024$	$-0.5739 + j0.0023$
38	25	19	$1.0755 - j0.0041$	$-1.1468 + j0.0040$
39	27	21	$0.1129 - j0.0004$	$-0.1842 + j0.0004$
40	27	26	$0.3389 - j0.0026$	$-0.4814 + j0.0027$
41	28	22	$0.2704 - j0.0002$	$-0.3417 + j0.0003$
42	28	27	$0.1351 - j0.0023$	$-0.2954 + j0.0024$

Table 9. Continued

1	2	3	4	5
43	29	26	0.1509-j0.0007	-0.2132+j0.0007
44	29	25	0.3056-j0.0019	-0.5016+j0.0018
45	30	27	0.0904-j0.0006	-0.1564+j0.0006
46	30	29	0.3140-j0.0026	-0.4565+j0.0026
47	31	28	0.3165-j0.0024	-0.4055+j0.0025
48	31	30	0.2211-j0.0029	-0.4081+j0.0031
49	32	23	0.8655-j0.0037	-1.0434+j0.0039
50	32	31	0.3953-j0.0052	-0.5377+j0.0054
51	35	24	2.2900-j0.00123	-2.5123+j0.00126
52	34	35	0.6170-j0.0026	-0.7323+j0.0031
53	33	34	-0.2300+j0.0024	0.0615-j0.0017
54	33	32	1.0389-j0.0082	-1.2609+j0.0089
55	38	16	2.8987-j0.0144	-3.1213+j0.0141
56	37	38	1.1801-j0.0060	-1.3488+j0.0065
57	36	37	0.2434-j0.0011	-0.4119+j0.0018
58	35	36	-0.5468+j0.0034	0.4315-j0.0029
59	39	38	1.3726-j0.0074	-1.5500+j0.0080
60	40	39	0.3575-j0.0018	-0.5257+j0.0026
61	40	37	0.5910-j0.0035	-0.7682+j0.0043
62	41	40	0.1454-j0.0006	-0.3136+j0.0015
63	41	36	0.4978-j0.0031	-0.6749+j0.0039
64	42	41	-0.0296+j0.0005	-0.0855+j0.0002
65	42	35	0.8339-j0.0050	-1.0110+j0.0058
66	43	42	0.1056-j0.0002	-0.2206+j0.0008
67	43	34	0.5014-j0.0034	-0.6785+j0.0043
68	44	43	-0.0925+j0.0010	-0.0756-j0.0000
69	44	33	0.6318-j0.0049	-0.8090+j0.0058
70	45	39	0.6434-j0.0037	-0.8469+j0.0048
71	46	45	0.1009-j0.0005	-0.2689+j0.0015
72	46	40	0.4314-j0.0027	-0.6349+j0.0038
73	47	46	0.0522-j0.0001	-0.2201+j0.0012
74	47	41	0.3544-j0.0023	-0.5578+j0.0035
75	48	47	0.0165+j0.0001	-0.1314+j0.0006
76	48	42	0.3804-j0.0025	-0.5837+j0.0037
77	49	48	0.0131+j0.0002	-0.1279+j0.0006
78	49	43	0.3281-j0.0023	-0.5314+j0.0036
79	50	49	-0.0828+j0.0008	-0.0851+j0.0004
80	50	44	0.3360-j0.0026	-0.5394+j0.0039
81	51	45	0.0387-j0.0001	-0.3745+j0.0023
82	51	46	0.1443-j0.0009	-0.3122+j0.0020
83	52	51	0.0152+j0.0001	-0.1831+j0.0010
84	52	47	0.1073-j0.0007	-0.2752+j0.0018
85	53	52	0.0077+j0.0002	-0.1225+j0.0006
86	53	48	0.1012-j0.0007	-0.2690+j0.0018
87	54	53	-0.0059+j0.0002	-0.1089+j0.0005
88	54	49	0.0882-j0.0007	-0.2560+j0.0018
89	54	50	-0.0823+j0.0004	-0.2533+j0.0019

Table 10

Distribution of impedance to earth of system from Fig. 8

Serial number of vertex i	Z_{ei} Ω	Serial number of vertex i	Z_{ei} Ω
1	2	3	4
1	1.5467-j0.0982	28	1.5377-j0.1106
2	1.5441-j0.1022	29	1.5380-j0.1100
3	1.5407-j0.1049	30	1.5376-j0.1104
4	1.5401-j0.1062	31	1.5372-j0.1109
5	1.5440-j0.0120	32	1.5359-j0.1113
6	1.5441-j0.1028	33	1.5326-j0.1130
7	1.5451-j0.0122	34	1.5320-j0.1131
8	1.5450-j0.1031	35	1.5328-j0.1126
9	1.5438-j0.1038	36	1.5323-j0.1130
10	1.5448-j0.0136	37	1.5328-j0.1126
11	1.5454-j0.1038	38	1.5342-j0.1110
12	1.5426-j0.1054	39	1.5310-j0.1128
13	1.5444-j0.1046	40	1.5306-j0.1133
14	1.5452-j0.1044	41	1.5301-j0.1136
15	1.5429-j0.1041	42	1.5297-j0.1136
16	1.5395-j0.1063	43	1.5297-j0.1137
17	1.5447-j0.1039	44	1.5299-j0.1137
18	1.5454-j0.1041	45	1.5288-j0.1138
19	1.5395-j0.1089	46	1.5286-j0.1140
20	1.5389-j0.1099	47	1.5283-j0.1142
21	1.5386-j0.1104	48	1.5280-j0.1142
22	1.5380-j0.1105	49	1.5279-j0.1143
23	1.5374-j0.1101	50	1.5280-j0.1143
24	1.5370-j0.1088	51	1.5279-j0.1143
25	1.5387-j0.1095	52	1.5277-j0.1144
26	1.5384-j0.1100	53	1.5274-j0.1144
27	1.5380-j0.1104	54	1.5273-j0.1144

REFERENCES

1. W. Hoppel: *Ocena adekwatności metody małoprądowej w badaniach układów uziomowych stacji elektroenergetycznych o dużym prądzie zwarcia z ziemią*. Rozprawa doktorska. Politechnika Poznańska 1980
2. K. Wołkowiński: *Wpływ różnych czynników na wyniki pomiarów napięć rażeniowych w stacjach elektroenergetycznych*. Energetyka 1975, nr 4, s. 133—136
3. B. Szatkowska: *Metoda obliczania elektrycznych parametrów układów uziomowych stacji elektroenergetycznych*. Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska 1980
4. W. Wasiluk: *Konduktywność gruntów przy przepływie prądów udarowych i prądów przemennych*. Przegląd Elektrotechniczny 1977, nr 6, s. 250—252
5. J. Gębala: *Electrical parameters of elements in industrial earth electrode systems*. Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, 1986, Vol. 8, N° 2, p. 1—16
6. J. Gębala: *A method of iterating flows in industrial earth electrode systems*. Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, 1986, Vol. 8, N° 2, p. 49-63

7. J. Gębala: *A method of successive approximations of calculating current and potential distributions in branched circuits with distributed constants*. Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, 1988, Vol. 15, N° 1, p. 45—64
 8. K. Wołkowiński: *Uziemienia urządzeń elektroenergetycznych*. Warsaw: WNT, Wyd. 4, 1972
 9. F. Ollendorff: *Erdströme*. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1969
 10. J. Gębala: *A method of calculating closed earth-return networks containing underground conductors supplied by alternating currents*. Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, 1986, Vol. 6, N° 4, p. 1—29
 11. J. Gębala: *A method of calculating industrial earth electrode systems energized by alternating currents*. Modelling, Simulation and Control, A, AMSE Press, 1987, Vol. 14, N° 2, p. 33—64
 12. J. Bujko: *Nowa metoda obliczania układów uziomowych stacji elektroenergetycznych najwyższych napięć*. Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska 1973
 13. R. Aleksiejczyk: *Metoda obliczania nieekwipotencjalnych układów uziomowych*. Rozprawa doktorska, Politechnika Wrocławska 1982.
 14. F. Dawalibi, D. Mukhedkar: *Sur les conditions de simulation des mises à la terre*. RGÉ 1984, Vol. 83, N° 3, p. 170—175
 15. G. G. Puczkow: *Elektromagnitnoje pole složnogo zaziemlitielja*. VIII międzynarodowe sympozjum uziemień i ochrony przeciwporażeniowej. Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej 1984, nr 18/61, s. 269—277
- Useful references not mentioned in the text:

M. Krakowski: *Obwody ziemnopowrotne*. Warsaw: WNT 1979

E. D. Sunde: *Earth conduction effects in transmission systems*. New York: (an Nostrand 1949

J. Gębala: *Obliczanie przemysłowych układów uziomowych*. Częstochowa: Wydawnictwa Politechniki Częstochowskiej, Seria Monografie nr 3, 1987

J. GĘBALA

METODA OBLICZANIA NIEEKWIPOTENCJALNYCH I NIELINIOWYCH UKŁADÓW UZIOMOWYCH STACJI ELEKTROENERGETYCZNYCH ZASILANYCH PRĄDAMI PRZEMIENNYMI

Streszczenie

W pracy przedstawiono metodę obliczania rozległych układów uziomowych stacji elektroenergetycznych zasilanych prądem przemiennym o częstotliwości do 1000 Hz. Obejmuje ona model matematyczny obliczania rozkładów potencjałów i prądów w układach uziomowych, model matematyczny obliczania rozkładów impedancji uziemienia w całych układach uziomowych, model matematyczny obliczania potencjałów względnych w dowolnych punktach na powierzchni gruntu i schemat blokowy algorytmu obliczania tych układów. Na podstawie przedstawionego algorytmu wykonano model numeryczny i obliczenia istniejącego układu uziomowego stacji elektroenergetycznej z uwzględnieniem charakterystyki geoelektrycznej gruntu rzeczywistego, w którym ten układ jest ułożony. Wyniki obliczeń układu uziomowego porównano z wynikami jego pomiarów i wykonano ocenę statyczną tych wyników. Omówiono korzyści wynikające z zastosowania przedstawionej metody do obliczania rozległych układów uziomowych stacji elektroenergetycznych w porównaniu z istniejącymi modyfikacjami metody potencjałów dodatkowych i metody symulacyjnej.

J. GĘBALA

MÉTHODE DE CALCUL DE NON-EQUIPOTENTIELS ET NON-LINEAIRES SYSTÈMES DE PRISES DE TERRE DES STATIONS ÉLECTROÉNERGETIQUES ALIMENTÉES PAR COURANT ALTERNATIF

Résumé

Dans le travail on a présenté la méthode de calcul de vastes systèmes de prises de terre des stations électroénergétiques, alimentées par courant alternatif à fréquence de 1000 Hz. Cette méthode comprend

le modèle mathématique de calcul de la répartition des potentiels et des courants dans les systèmes de prises de terre, le modèle mathématique de la répartition de l'impédance de prise de terre dans tous les systèmes de prises de terre, le modèle mathématique des potentiels relatifs dans les points arbitrairement choisis sur la surface du terrain et le schéma-bloc de l'algorithme de calcul de ces systèmes. A partiel de l'algorithme présenté on a effectué le modèle numérique et les calculs du système existant de prise de terre de la station électroénergétique, en tenant compte de la caractéristique géoélectrique du sol, dans lequel ce système est installé. On a comparé les résultats de calcul du système de prise de terre avec les résultats de ces mesures et on a fait une estimation statistique de ces résultats. On a discuté les avantages obtenus grâce à l'application de la méthode ci-dessus présentée aux calculs de vastes systèmes de prise de terre des stations électroénergétiques par rapport aux modifiées et connues méthodes de potentiels supplémentaires et de la méthode de simulation.

J. GEBALA

BERECHNUNGSMETHODE FÜR NICHTQUIPOTENTIALE UND NICHTLINEARE ERDSYSTEME ELEKTROENERGETISCHER, MIT WECHSELSTRÖMEN EINGESPEISTER STATIONEN

Zusammenfassung

Im Artikel wurde eine Berechnungsmethode für ausgedehnte Erdsysteme elektroenergetischer, mit Wechselstrom mit Frequenz bis 1000 Hz gespeister Stationen dargestellt. Sie umfaßt ein mathematisches Berechnungsmodell für die Verteilung von Potentialen und Strömen in Erdsystemen, ein mathematisches Modell für die Berechnung der Impedanzverteilung der Erdung in ganzen Erdsystemen, ein mathematisches Modell für die Berechnung der relativen Potentiale im beliebigen Punkt der Bodenfläche sowie das Blockschema der Algorithmenberechnung dieser Systeme. Auf Grund des obengenannten Algorithmus wurde ein numerisches Modell ausgeführt, als auch Berechnungen für das bestehende Erdsystem der elektroenergetischen Station unter Berücksichtigung geoelektrischer Charakteristik des wirklichen Bodens, worin sich dieses System befindet. Die Berechnungsergebnisse des Erdsystems wurden mit den entsprechenden Meßergebnissen verglichen, wonach eine statische Bewertung erfolgte. Diskutiert wurden Vorteile, die aus der Anwendung der dargestellten Methode für die Berechnung von ausgedehnten Erdsystemen elektroenergetischen Stationen ergehen im Vergleich zu den bestehenden Modifikationen der Methode zusätzlicher Potentiale und der Simulationsmethode.

Ю. ГЕМБАЛЯ

МЕТОД РАСЧЁТА НЕЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАЗЕМЛЯЮЩИХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ ПИТАЕМЫХ ПЕРЕМЕННЫМИ ТОКАМИ

Резюме

Изложен метод расчёта протяженных заземляющих систем электроэнергетических станций, питаемых в произвольных местах переменным током с частотой до 1000 Гц. Этот метод относится также и к математической модели расчёта распределения потенциалов и токов в заземляющих системах, математической модели расчёта распределения импеданса заземления в заземляющих системах в целом, к математической модели расчёта относительных потенциалов в произвольных точках на поверхности грунта и к блочной схеме алгоритма расчёта этих систем. На основании представленного алгоритма, была выполнена численная модель и расчёты данной заземляющей системы электроэнергетической станции с учётом геоэлектрической характеристики реального грунта, в котором расположена эта система. Результаты расчётов заземляющей системы соответствовали результатам её измерений. Была также проведена статистическая оценка этих результатов. Обсуждена полезность обсуждаемого метода для расчёта протяженных заземляющих систем электроэнергетических станций по сравнению с существующими модификациями метода добавочных потенциалов и моделирующего метода.

Basic equations for calculation of current and torque components of a three-phase slip-ring induction machine with space harmonics at non-sinusoidal feeding

STANISŁAW RAWICKI

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Politechnika Poznańska

Received 1986.08.27

Authorized 1987.06.17

A method of calculation of steady-state current and torque components of a three-phase slip-ring induction machine, for a general case of two-sided feeding by non-sinusoidal voltages, is presented. The interaction of space harmonics both in the stator and in the rotor is taken into consideration. The method suggested in the paper allows for a full analysis of stray effects (e.g. stray torque components and stray losses) in a three-phase slip-ring induction machine operating with thyristor speed controllers.

1. INTRODUCTION

Only a simultaneous analysis of the effect of the harmonics of a non-sinusoidal supply voltage and of the influence of space harmonics allows for a full assessment of the stray effect (e.g. additional torque components and stray losses) in a three-phase slip-ring induction machine working with thyristor speed controllers. A method of calculation of current and torque components of a three-phase slip-ring induction machine in steady state, for a general case of two-sided feeding by non-sinusoidal voltages, is presented. A case of one-sided feeding of an induction machine can be easily dealt with general formulae.

In speed control thyristor systems, the phase supply voltages of an induction machine are non-sinusoidal. The fundamental harmonic of the supply voltage has an angular frequency ω_s in the stator and $\omega_s - \omega$ in the rotor (ω — electrical speed of the rotor). As a rule, time functions of the supply voltages keep to:

$$F(\alpha) = -F(\alpha + \pi) \quad (1)$$

and contain odd harmonics of the following angular frequencies:

- in the stator: fundamental ω_s and: $5\omega_s, 7\omega_s, 11\omega_s, 13\omega_s, \dots, (6n \pm 1)\omega_s$,
- in the rotor: fundamental $\omega_s - \omega$ and: $5(\omega_s - \omega), 7(\omega_s - \omega), 11(\omega_s - \omega), 13(\omega_s - \omega), \dots, (6n \pm 1)(\omega_s - \omega)$, where $n = 1, 2, 3 \dots$

The fundamental harmonics of the phase supply voltages and harmonics of order

$(6n+1)\omega_s$ or $(6n+1)(\omega_s-\omega)$ form positive phase sequences while harmonics of order $(6n-1)\omega_s$ or $(6n-1)(\omega_s-\omega)$ — negative phase sequences.

If the stator is star-connected with a neutral conductor, currents may also flow under the influence of time harmonics of the supply voltages with the following angular frequencies: $3\omega_s, 9\omega_s, \dots, (6n-3)\omega_s$. These time harmonics form the zero-sequence system and generate magnetic fields having a stationary axis. For a typical design of the three-phase slip-ring induction machine, the rotor has three slip-rings and the zero-sequence currents cannot flow from an external voltage source of the rotor. If the rotor winding is delta-connected, the zero-sequence currents may flow only within the delta-circuit and may appear only in effect of the zero-sequence magnetic field of the stator winding.

It is assumed that the supply voltages in the stator and rotor circuit are described by the following time functions:

$$\begin{aligned}
 u_A &= \sqrt{2} U_{s1} \cos(\omega_s t + \gamma_{s1}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n \mp 1)} \cos[(6n \mp 1)\omega_s t + \gamma_{s(6n \mp 1)}] + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n-3)} \cos[(6n-3)\omega_s t + \gamma_{s(6n-3)}] \\
 u_B &= \sqrt{2} U_{s1} \cos\left(\omega_s t + \gamma_{s1} - \frac{2\pi}{3}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n \mp 1)} \cos\left[(6n \mp 1)\omega_s t + \gamma_{s(6n \mp 1)} \pm \frac{2\pi}{3}\right] + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n-3)} \cos[(6n-3)\omega_s t + \gamma_{s(6n-3)}] \\
 u_C &= \sqrt{2} U_{s1} \cos\left(\omega_s t + \gamma_{s1} + \frac{2\pi}{3}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n \mp 1)} \cos\left[(6n \mp 1)\omega_s t + \gamma_{s(6n \mp 1)} \mp \frac{2\pi}{3}\right] + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{s(6n-3)} \cos[(6n-3)\omega_s t + \gamma_{s(6n-3)}] \\
 u_a &= \sqrt{2} U_{r1} \cos[(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r1}] + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{r(6n \mp 1)} \cos[(6n \mp 1)(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r(6n \mp 1)}] \\
 u_b &= \sqrt{2} U_{r1} \cos\left[(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r1} - \frac{2\pi}{3}\right] + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{r(6n \mp 1)} \cos\left[(6n \mp 1)(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r(6n \mp 1)} \mp \frac{2\pi}{3}\right] \\
 u_c &= \sqrt{2} U_{r1} \cos\left[(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r1} + \frac{2\pi}{3}\right] + \\
 &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_{r(6n \mp 1)} \cos\left[(6n \mp 1)(\omega_s - \omega)t + \gamma_{r(6n \mp 1)} \mp \frac{2\pi}{3}\right]. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Windings of a three-phase slip-ring induction machine can be substituted by equivalent two-phase windings and the zero-sequence system. In the simplified model of a three-

phase induction machine allowing for space harmonics, a separate electrical circuit is formed for each space harmonic in the secondary winding and it is assumed that current induced by the space harmonic of the primary winding generates in the secondary winding only one space harmonic of identical order. For an induction machine with two-sided feeding, such means of modelling of the effect of space harmonics imposes the use of the superposition principle for supply voltages in the stator and in the rotor.

Fig. 1 presents the circuit diagram for the equivalent two-phase system of the simplified model of the polyharmonic induction machine with non-sinusoidal feeding of the stator winding while Fig. 2 refers to feeding of the rotor, Fig. 3 shows the simplified

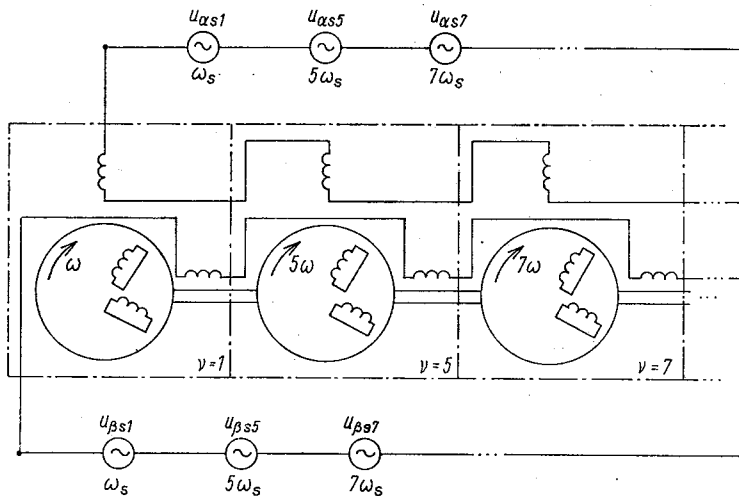


Fig. 1. Circuit diagram for an equivalent two-phase system of the simplified model of a polyharmonic three-phase induction machine with non-sinusoidal feeding of the stator winding

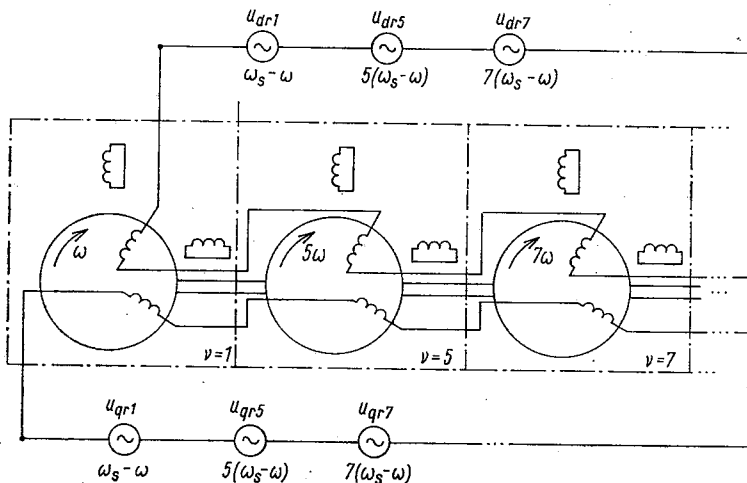


Fig. 2. Circuit diagram for an equivalent two-phase system of the simplified model of a polyharmonic three-phase induction machine with non-sinusoidal feeding of the rotor winding

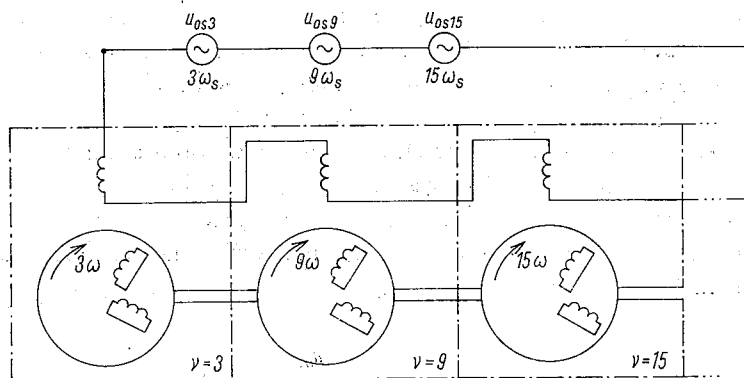


Fig. 3. Zero-sequence system of a three-phase induction machine in its simplified simulation

representation of the zero-sequence system: the stator contains here a single-phase winding and the rotor — a two-phase winding. In Figs. 1—3, electrical speeds are described; they are different for various space harmonics while the mechanical speed of harmonics machines is identical (common mechanical shaft).

In the simplified model of the induction machine allowing for space harmonics, the elimination of the dependence of the rotor angle and obtainment of simple equivalent circuits are possible. But in papers [5, 6], it is shown that the simplified model is inaccurate for the machine with a slip-ring rotor because of the neglect of the natural interaction of space harmonics. Actually, the rotor winding of the zero-sequence system of the slip-ring machine is of a single-phase nature and additionally complicates the process of generation of the infinite sequence of stator and rotor current components of various angular frequencies.

For simultaneous analysis of the effect of time harmonics of a non-sinusoidal supply voltage and influence of space harmonics, the author admits the following model of windings:

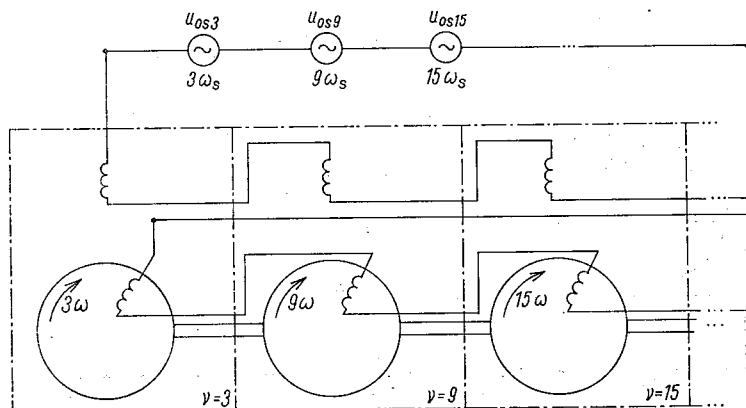


Fig. 4. Correct configuration of windings for the zero-sequence system of a three-phase slip-ring induction machine for the case of harmonics

- the stator winding shown in Fig. 1,
- the rotor winding presented in Fig. 2.

In the model, phase windings of individual harmonics machines are connected in series both in the stator and in the rotor instead of artificial separate electrical circuits for individual space harmonics in the secondary winding. Fig. 4 presents the model of windings admitted here for the zero-sequence system. A precise model of a slip-ring induction machine allowing for the representation of space harmonics requires the use of a more complicated calculation method in comparison with the simplified model.

In order to reduce the number of various trigonometrical functions, the natural system of the three-phase slip-ring induction machine is transformed to the zero-sequence system and the equivalent two-phase system α, β in a coordinate system stationary in relation to the stator.

It is assumed here that the induction machine has an internal symmetry and that the magnetic circuit is linear. Windings contain odd space harmonics of the order $\nu = 1, 3, 5, \dots, (2k-1)$, where $k = 1, 2, 3, \dots$

2. RELATION BETWEEN FLUXES AND CURRENTS

In the natural system of a three-phase slip-ring induction machine, the relation between the flux vector Ψ and the current vector I is:

$$\Psi = LI \quad (3)$$

where

$$\Psi = [\psi_A \ \psi_B \ \psi_C \ \psi_a \ \psi_b \ \psi_c]^T \quad (3a)$$

$$I = [i_A \ i_B \ i_C \ i_a \ i_b \ i_c]^T; \quad (3b)$$

A, B, C and a, b, c — stator and rotor phases; inductance matrix L is:

$$L = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M^T & L_r \end{bmatrix} \quad (3c)$$

where

$$L_s = \begin{bmatrix} L'_s & M_s & M_s \\ M_s & L'_s & M_s \\ M_s & M_s & L'_s \end{bmatrix} \quad (3d) \quad L_r = \begin{bmatrix} L'_r & M_r & M_r \\ M_r & L'_r & M_r \\ M_r & M_r & L'_r \end{bmatrix} \quad (3e)$$

$$M = \sum_{\nu=2k-1}^{\infty} M'_\nu \begin{bmatrix} \cos \nu \varphi & \cos \nu \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \nu \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \nu \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \nu \varphi & \cos \nu \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \nu \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \nu \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \nu \varphi \end{bmatrix} \quad (3f)$$

and

L'_s, L'_r — stator and rotor phase self inductance,
 M_s, M_r — mutual inductance between the stator phases and rotor phases,

M'_ν — mutual inductance between the stator and rotor phases for the harmonic of order ν and for the angle $\varphi = 0$,

φ — electric angular position of the rotor for the fundamental harmonic.

The inductances may be calculated on the ground of winding and electromagnetic data by the formulae given e.g. in [8].

The transformation matrix A is:

$$A = \begin{bmatrix} A_s \\ A_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A_s = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$A_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \cos \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \sin \varphi & \sin \left(\varphi + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (4b)$$

After transformation of the natural system to the equivalent two-phase system α, β and the zero-sequence system, relations between fluxes and currents are:

$$\psi_{\alpha s} = L_s i_{\alpha s} + \left(M_1 + \sum_{k=1}^{\infty} M'_k \cos 6k\varphi \right) i_{\alpha r} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} M''_k \sin 6k\varphi \right) i_{\beta r}$$

$$\psi_{\beta s} = L_s i_{\beta s} - \left(\sum_{k=1}^{\infty} M''_k \sin 6k\varphi \right) i_{\alpha r} + \left(M_1 + \sum_{k=1}^{\infty} M'_k \cos 6k\varphi \right) i_{\beta r}$$

$$\psi_{s0} = L_{s0} i_{s0} + \left[\sum_{k=1}^{\infty} M_{6k-3} \cos(6k-3)\varphi \right] i_{r0}$$

$$\psi_{\alpha r} = L_r i_{\alpha r} + \left(M_1 + \sum_{k=1}^{\infty} M'_k \cos 6k\varphi \right) i_{\alpha s} - \left(\sum_{k=1}^{\infty} M''_k \sin 6k\varphi \right) i_{\beta s}$$

$$\psi_{\beta r} = L_r i_{\beta r} + \left(\sum_{k=1}^{\infty} M''_k \sin 6k\varphi \right) i_{\alpha s} + \left(M_1 + \sum_{k=1}^{\infty} M'_k \cos 6k\varphi \right) i_{\beta s}$$

$$\psi_{r0} = L_{r0} i_{r0} + \left[\sum_{k=1}^{\infty} M_{6k-3} \cos(6k-3)\varphi \right] i_{s0}, \quad (5)$$

where

$$L_s = L'_s - M_s$$

$$L_{s0} = L'_s + 2M_s$$

$$\begin{aligned}
 L_r &= L'_r - M_r & L_{r0} &= L'_r + 2M_r \\
 M_1 &= \frac{3}{2} M'_1 & M_{6k-3} &= 3M'_{6k-3} \\
 M_{6k-1} &= \frac{3}{2} M'_{6k-1} & M'_k &= M_{6k-1} + M_{6k+1} \\
 M_{6k+1} &= \frac{3}{2} M'_{6k+1} & M''_k &= M_{6k-1} - M_{6k+1}
 \end{aligned}$$

Space harmonics of order $(6k-3)$ are connected with the zero-sequence system while other harmonics — with the system α, β . For a three-phase slip-ring induction machine with internal symmetry, windings of the zero-sequence system and the system α, β are independent; these systems are connected only by a common mechanical shaft.

3. CALCULATION OF STEADY CURRENT COMPONENTS

For the steady state:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0. \quad (6)$$

After transformation, the supply voltages in the new system are:

a) for the two-phase system α, β :

$$\begin{aligned}
 u_{\alpha s} &= \sum_{\mu}^{\infty} \sqrt{3} U_{s\mu} \cos(\mu\omega_s t + \gamma_{\mu s}) \\
 u_{\beta s} &= \pm \sum_{\mu}^{\infty} \sqrt{3} U_{s\mu} \sin(\mu\omega_s t + \gamma_{\mu s}) \\
 u_{\alpha r} &= \sum_{\mu}^{\infty} \sqrt{3} U_{r\mu} \cos[(\mu\omega_s - \mu\omega \pm \omega)t + \gamma_{r\mu} \pm \varphi_0] \\
 u_{\beta r} &= \pm \sum_{\mu}^{\infty} \sqrt{3} U_{r\mu} \sin[(\mu\omega_s - \mu\omega \pm \omega)t + \gamma_{r\mu} \pm \varphi_0]
 \end{aligned} \quad (7)$$

where

$\mu = 1$ and $5, 7, 11, 13, \dots, (6n \mp 1)$;

the upper sign relates to $\mu = 1$ and $7, 13, \dots, (6n+1)$ while the lower sign — for $\mu = 5, 11, \dots, (6n-1)$,

b) for the zero-sequence system

$$u_{s0} = \sum_{\mu}^{\infty} \sqrt{6} U_{s\mu} \cos(\mu\omega_s t + \gamma_{s\mu}) \quad (8)$$

$$u_{r0} = 0$$

where

$\mu = 3, 9, 15, \dots, (6n-3)$.

The transformation A changes angular frequencies of the supply voltages only in the rotor while stator angular frequencies are identical in the actual and the equivalent systems.

Relations (5) between the fluxes and the currents, relation (6) and the following voltage differential equations:

$$\begin{aligned} D\psi_{\alpha s} &= u_{\alpha s} - R_s i_{\alpha s} \\ D\psi_{\beta s} &= u_{\beta s} - R_s i_{\beta s} \\ D\psi_{s0} &= u_{s0} - R_s i_{s0} \\ D\psi_{\alpha r} &= u_{\alpha r} - \omega \psi_{\alpha r} - R_r i_r \\ D\psi_{\beta r} &= u_{\beta r} + \omega \psi_{\beta r} - R_r i_{\alpha r} \\ D\psi_{r0} &= -R_r i_{r0} \end{aligned} \quad (9)$$

constitute output formulae for calculation of steady current components (D — differential operator).

Due to the space harmonics interaction, an infinite sequence of currents with various angular frequencies is generated for each time harmonic of the supply voltages. According to this process for steady current components, the infinite system of equations can be obtained individually for every parameter μ of the supply voltages. For the positive phase sequence ($\mu = 1, 7, 13, \dots$) of the supply voltages, the infinite system of equations is:

$$\begin{aligned} &\dots\dots\dots \\ &S(x) \\ &\dots\dots\dots \\ &S(12) \\ &S(6) \\ &S(0) \\ &S(-6) \\ &S(-12) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (10)$$

where

parameter $x = 0, \pm 6, \pm 12, \dots$

system $S(x)$:

$$\begin{aligned} U_s &= [R_s + j(\mu\omega_s + x\omega)L_s]I_{\alpha s(x)} + j(\mu\omega_s + x\omega)M_1 I_{\alpha r(x)} + \\ &+ j(\mu\omega_s + x\omega) \sum_{k=1}^{\infty} [M_{6k+1} e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha r(x-6k)} + M_{6k-1} e^{-j6k\varphi_0} I_{\alpha r(x+6k)}] \\ U_r &= \{R_r + j[\mu\omega_s + (x-1)\omega]L_r\}I_{\alpha r(x)} + j[\mu\omega_s + (x-1)\omega]M_1 I_{\alpha s(x)} + \\ &+ j[\mu\omega_s + (x-1)\omega] \sum_{k=1}^{\infty} [M_{6k-1} e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha s(x-6k)} + M_{6k+1} e^{-j6k\varphi_0} I_{\alpha s(x+6k)}] \end{aligned} \quad (11)$$

and

$$U_s = \sqrt{3} U_{s\mu} e^{j\gamma_{s\mu}} \text{ for parameter } x = 0 \text{ and } U_s = 0 \text{ for } x \neq 0$$

$$U_r = \sqrt{3} U_{r\mu} e^{j(\gamma_{r\mu} + \varphi_0)} \text{ for parameter } x = 1 - \mu \text{ and } U_r = 0 \text{ for } x \neq 1 - \mu.$$

The notation of type $I_{(x)}$ represents the complex amplitude of the current component with angular frequency $\mu\omega_s + x\omega$. During calculations, a finite number of equations is taken into account. The solution of equations is possible simultaneously for the supply voltages of the stator and the rotor having an identical parameter μ . Calculations are repeated for various values of parameter μ .

For the windings β_s, β_r , complex current components are calculated as follows:

$$I_{\beta s(x)} = -jI_{\alpha s(x)} \quad I_{\beta r(x)} = -jI_{\alpha r(x)}. \quad (12)$$

For the negative phase sequence ($\mu = 5, 11, 17, \dots$) of the supply voltages, the infinite system of equations is:

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ & T(x) \\ & \dots\dots\dots \\ & T(12) \\ & T(6) \\ & T(0) \\ & T(-6) \\ & T(-12) \end{aligned} \quad (13)$$

where $T(x)$:

$$\begin{aligned} U_s &= [R_s + j(\mu\omega_s + x\omega)L_s]I_{\alpha s(x)} + j(\mu\omega_s + x\omega)M_1 I_{\alpha r(x)} + \\ &+ j(\mu\omega_s + x\omega) \sum_{k=1}^{\infty} [M_{6k-1} e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha r(x-6k)} + M_{6k+1} e^{-j6k\varphi_0} I_{\alpha r(x+6k)}], \\ U_r &= \{R_r + j[\mu\omega_s + (x+1)\omega]L_r\}I_{\alpha r(x)} + j[\mu\omega_s + (x+1)\omega]M_1 I_{\alpha s(x)} + \\ &+ j[\mu\omega_s + (x+1)\omega] \sum_{k=1}^{\infty} [M_{6k+1} e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha s(x-6k)} + M_{6k-1} e^{-j6k\varphi_0} I_{\alpha s(x+6k)}] \end{aligned} \quad (14)$$

and

$$U_s = \sqrt{3} U_{s\mu} e^{j\gamma_{s\mu}} \text{ for } x = 0 \text{ and } U_s = 0 \text{ for } x \neq 0$$

$$U_r = \sqrt{3} U_{r\mu} e^{j(\gamma_{r\mu} - \varphi_0)} \text{ for } x = -1 - \mu \text{ and } U_r = 0 \text{ for } x \neq -1 - \mu$$

For the windings β_s, β_r , we obtain:

$$I_{\beta s(x)} = jI_{\alpha s(x)} \quad I_{\beta r(x)} = jI_{\alpha r(x)}. \quad (15)$$

In the system α, β , the steady currents have the following angular frequencies: $\mu\omega_s, \mu\omega_s \pm 6\omega, \mu\omega_s \pm 12\omega, \mu\omega_s \pm 18\omega, \dots$, where $\mu = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$

The zero-sequence infinite system ($\mu = 3, 9, 15, \dots$) is:

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots \\ & V(x) \\ & \dots\dots\dots \\ & V(12) \\ & V(6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &V(0) \\
 &V(-6) \\
 &V(-12) \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

where $V(x)$:

$$\begin{aligned}
 U_s &= [R_s + j(\mu\omega_s + x\omega)L_{s0}]I_{s0}(x) + \\
 &+ \frac{1}{2}j(\mu\omega_s + x\omega) \sum_{k=1}^{\infty} \{M_{6k-3}[e^{j(6k-3)\varphi_0}I_{r0}(x-6k+3) + e^{-j(6k-3)\varphi_0}I_{r0}(x+6k-3)]\} \\
 0 &= \{R_r + jI_{r0}[\mu\omega_s + (x-3)\omega]\}I_{r0}(x-3) + \frac{1}{2}j[\mu\omega_s + (x-3)\omega] \times \\
 &\times \sum_{k=1}^{\infty} \{M_{6k-3}[e^{j(6k-3)\varphi_0}I_{s0}(x-6k) + e^{-j(6k-3)\varphi_0}I_{s0}(x+6k-6)]\}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

and

$$U_s = \sqrt{6} U_{s\mu} e^{j\gamma_{s\mu}} \text{ for } x = 0 \text{ and } U_s = 0 \text{ for } x \neq 0.$$

In the zero-sequence system, the steady currents have the following angular frequencies:

- in the stator: $\mu\omega_s$, $\mu\omega_s \pm 6\omega$, $\mu\omega_s \pm 12\omega$, $\mu\omega_s \pm 18\omega$, ..., where $\mu = 3, 9, 15, \dots$,
- in the rotor: $\mu\omega_s \pm 3\omega$, $\mu\omega_s \pm 9\omega$, $\mu\omega_s \pm 15\omega$, ...

4. TORQUE COMPONENTS

For the new system, the torque m can be calculated as follows:

$$m = \frac{1}{2} p_1 I^{NT} A \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} L \right) A^{-1} I^N \tag{18}$$

where

$$I^N = [i_{\alpha s} i_{\beta s} i_{s0} i_{\alpha r} i_{\beta r} i_{r0}]^T \tag{19}$$

p_1 — pole-pair number of an induction machine.

Individual formulae for the fundamental space harmonic and the space harmonic of order $6k-1$, $6k+1$ and $6k-3$ are obtained:

$$m = m_1 + \sum_{k=1}^{\infty} (m_{6k-1} + m_{6k+1} + m_{6k-3}) \tag{20}$$

$$m_1 = p_1 M_1 (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \tag{20a}$$

$$m_{6k-1} = -(6k-1)p_1 M_{6k-1} [(i_{\alpha s} i_{\alpha r} + i_{\beta s} i_{\beta r}) \sin 6k\varphi + (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \cos 6k\varphi] \tag{20b}$$

$$m_{6k+1} = -(6k+1)p_1 M_{6k+1} [(i_{\alpha s} i_{\alpha r} + i_{\beta s} i_{\beta r}) \sin 6k\varphi - (i_{\beta s} i_{\alpha r} - i_{\alpha s} i_{\beta r}) \cos 6k\varphi] \quad (20c)$$

$$m_{6k-3} = -(6k-3)p_1 M_{6k-3} i_{s0} i_{r0} \sin(6k-3)\varphi. \quad (20d)$$

The steady torque for the system α, β is:

— for the supply voltages with positive phase sequence ($\mu = 1, 7, 13, \dots$):

$$\begin{aligned} m_1 &= -p_1 M_1 \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2)\omega]t} \\ m_{6k-1} &= (6k-1)p_1 M_{6k-1} \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2 + k)\omega]t} \\ m_{6k+1} &= -(6k+1)p_1 M_{6k+1} \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j e^{-j6k\varphi_0} I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2)\omega]t} \end{aligned} \quad (21)$$

— for the supply voltages with negative phase sequence:

$$\begin{aligned} m_1 &= p_1 M_1 \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2)\omega]t} \\ m_{6k-1} &= -(6k-1)p_1 M_{6k-1} \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2 - k)\omega]t}, \\ m_{6k+1} &= (6k+1)p_1 M_{6k+1} \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j e^{j6k\varphi_0} I_{\alpha s \mu_1(6l_1)} I_{\alpha r \mu_2(6l_2)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2 + k)\omega]t}, \end{aligned} \quad (22)$$

where

$l_1, l_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

and the notation of type $I_{\mu(6l)}$ represents the complex amplitude of the current component with angular frequency $\mu\omega_s + 6l\omega$.

For the zero-sequence system, the steady torque is:

$$\begin{aligned} m_{6k-3} &= \frac{1}{4} p_1 (6k-3) M_{6k-3} \operatorname{Re} \sum_{\mu_1}^{\infty} \sum_{\mu_2}^{\infty} \sum_{l_1}^{\infty} \sum_{l_2}^{\infty} j I_{s0\mu_1(6l_1)} \times \\ &\quad \times \{ I_{r0\mu_2(6l_2-3)} e^{j[(\mu_1 + \mu_2)\omega_s + 6(l_1 + l_2 + k - 1)\omega]t + (6k-3)\varphi_0} - \\ &\quad - I_{r0\mu_2(6l_2-3)} e^{j[(\mu_1 + \mu_2)\omega_s + 6(l_1 + l_2 - k)\omega]t - (6k-3)\varphi_0} - \\ &\quad - I_{r0\mu_2(6l_2-3)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_2 - l_1 - k + 1)\omega]t - (6k-3)\varphi_0} + \\ &\quad + I_{r0\mu_2(6l_2-3)}^* e^{j[(\mu_1 - \mu_2)\omega_s + 6(l_1 - l_2 + k)\omega]t + (6k-3)\varphi_0} \}. \end{aligned} \quad (23)$$

The transformation by matrix A — Eq. (4) — has the property of equivalence in relation to the torque. The above formulae make calculation of all steady torque components for feeding by the non-sinusoidal voltages described by Eqs. (2) possible.

REFERENCES

1. J. Brown, O. Butler: *The zero-sequence parameters and performance of three-phase induction motors*. Proc. IEE, 1954, Vol. 101, Part IV, p. 219—224.
2. H. Harders, B. Weidemann: *Pendelmomententwicklung bei der stromrichter gespeisten Asynchronmaschine mit Berücksichtigung des welligen Zwischenkreisstroms*. Archiv für Elektrotechnik, 1982, z. 64, p. 297—305.
3. K. Kluszczyński: *Mathematical model of a polyphase asynchronous machine* (in Polish). Zesz. Nauk. Pol. Łódzkiej — Elektryka, 1983, nr 74.
4. W. Paszek: *Transient states of alternating current electrical machines* (in Polish). Warszawa: WNT, 1986.
5. S. Rawicki: *The zero-sequence performance of a three-phase slip-ring induction machine*. Archiv für Elektrotechnik, 1984, z. 67, p. 237—246.
6. S. Rawicki: *Investigation of the influence of the space harmonics interaction phenomenon on transient and steady state characteristics of a three-phase slip-ring induction machine*. Archiv für Elektrotechnik, z. 68, 1985, p. 161—173.
7. J. Rusek: *Drehmoment und Strom einer über stromeinprägenden Wechselrichter gespeisten Asynchronmaschine im stationären Betriebszustand*. Archiv für Elektrotechnik, 1984, z. 67, p. 151—160.
8. J. Turowski: *Electromagnetic calculations of elements of electrical machines and devices* (in Polish). Warszawa: WNT, 1982.

S. RAWICKI

RÓWNANIA WYJŚCIOWE DO OBLICZANIA PRĄDÓW I MOMENTU TRÓJFAZOWEJ MASZYNY INDUKCYJNEJ PIERŚCIENIOWEJ PRZY ODKSZTAŁCONYM NAPIĘCIU ZASILAJĄCYM Z UWZGLĘDNIENIEM WYŻSZYCH HARMONICZNYCH ROZKŁADU PRZESTRZENNEGO POLA MAGNETYCZNEGO

Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę obliczania składowych prądów i momentu trójfazowej maszyny indukcyjnej pierścieniowej dla ogólnego przypadku dwustronnego zasilania napięciem odkształconym. Uwzględniono wzajemne oddziaływanie wyższych harmoniczných przestrzenných w stojanie oraz w wirniku. Podana w artykule metoda umożliwia pełną ocenę efektów pasożytniczych (np. dodatkowe straty, dodatkowe składowe momentu) w trójfazowej maszynie indukcyjnej pierścieniowej współpracującej z tyrystorowymi regulatorami prędkości.

S. RAWICKI

EQUATIONS DE SORTIE POUR CALCULER LES COURANTS ET LE MOMENT D'UNE MACHINE D'INDUCTION TRIPHASÉE A BAGUES COLLECTRICES À TENSION D'ALIMENTATION NON SINUSOÏDALE PRENANT EN CONSIDÉRATION LES HARMONIQUES SUPÉRIEURES DE LA RÉPARTITION SPATIALE DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Résumé

Dans l'article on a présenté la méthode de calcul des composantes des courants et du moment d'une machine d'induction triphasée à collectrices pour le cas général d'alimentation bilatérale par la tension non sinusoidale. On a pris en considération l'interaction des harmoniques supérieures spatiales dans le stator et le rotor. La méthode présentée dans l'article permet d'estimer avec précision les effets parasites (par ex. les pertes supplémentaires, les composantes supplémentaires du moment) dans la machine d'induction triphasée à bagues collectrices travaillant avec les régulateurs de vitesse à thyristor.

S. RAWICKI

AUSGANGSGLEICHUNGEN FÜR DIE BERECHNUNG DER STRÖME- UND
DREHMOMENTKOMPONENTEN EINER DREIPHASIGEN
SCHLEIFRINGLÄUFERMASCHINE BEI MEHRWELLIGER SPEISESPANNUNG UNTER
BERÜCKSICHTIGUNG DER RAUMHARMONISCHEN

Zusammenfassung

Im Aufsatz wird eine Methode für die Berechnung der Ströme- und Drehmomentkomponenten einer dreiphasigen Schleifringläufermaschine beim allgemeinen Fall einer zweiseitigen Speisung über mehrwellige Spannung dargestellt. Die Methode berücksichtigt die Wechselwirkung zwischen den Raumharmonischen sowohl im Stator, als auch im Rotor. Mit Hilfe des beschriebenen mathematischen Modells kann man parasitäre Effekte (z. B. zusätzliche Drehmomentkomponenten, Verlustleistung) bei einer dreiphasigen Schleifringläufermaschine im Zusammenwirken mit einem Thyristordrehzahlregler voll einschätzen.

С. РАВИЦКИ

ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОКОВ И МОМЕНТА ТРЁХФАЗНОЙ
ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ С ФАЗОВЫМ РОТОРОМ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНОМ
НАПРЯЖЕНИИ ПИТАНИЯ И С УЧЁТОМ ВЫСШИХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ
ГАРМОНИК

Резюме

Представлен метод вычисления составляющих токов и момента трёхфазной индукционной машины с фазовым ротором для общего случая двустороннего питания при несинусоидальном напряжении. Учтено взаимодействие высших пространственных гармоник как в статоре так и в роторе. Метод позволяет на полный анализ паразитных эффектов (например добавочные потери, добавочные составляющие моментов) в трёхфазной индукционной машине с фазовым ротором, взаимодействующей с тиристорными регуляторами скорости.



Komputerowa symulacja i analiza napięć formowanych według metody modulacji szerokości impulsów w zastosowaniu do projektowania napędów z silnikami asynchronicznymi

MIECZYŚLAW NOWAK

Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej. Politechnika Warszawska

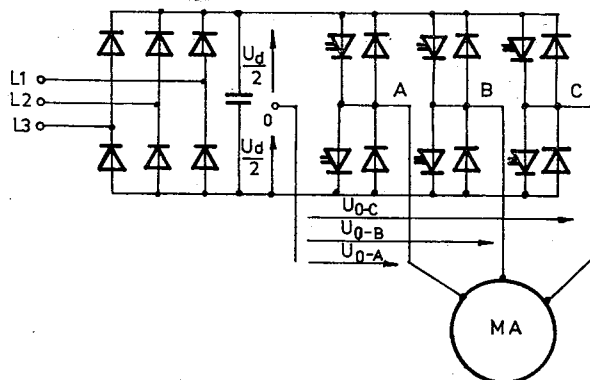
*Artykuł wpłynął 1987.08.28
Autoryzowano do druku 1987.09.14*

Komputery stanowią niezastąpione narzędzie umożliwiające ilościowe określenie właściwości i parametrów przekształtników energoelektronicznych przy rozwiązywaniu problemów związanych z ich projektowaniem. Analiza i projektowanie statycznych przemienników częstotliwości z modulacją szerokości impulsów napięcia wyjściowego stanowi jedno z takich zadań.

W artykule omówiono krótko podstawowe metody modulacji: przez porównanie dwóch sygnałów oraz metodę reprezentacji przestrzennego wektora napięcia. Podano szczegółowe algorytmy do symulacji przebiegów napięcia o modulowanej szerokości impulsów. Na podstawie tych algorytmów przygotowano programy w języku Pascal i zastosowano je do wyznaczenia charakterystyk sterowania i obliczania dodatkowych strat mocy w silniku. W obliczeniach uwzględniono minimalny czas dopuszczalny pomiędzy dwoma kolejnymi przełączeniami w jednej fazie falownika.

WPROWADZENIE

Przy projektowaniu znajdujących szerokie zastosowanie w praktyce falowników napięcia o modulacji szerokości impulsów (Rys. 1), konieczne jest zastosowanie wspomaganie komputerowego. W pracy przedstawiono struktury algorytmów programów słu-

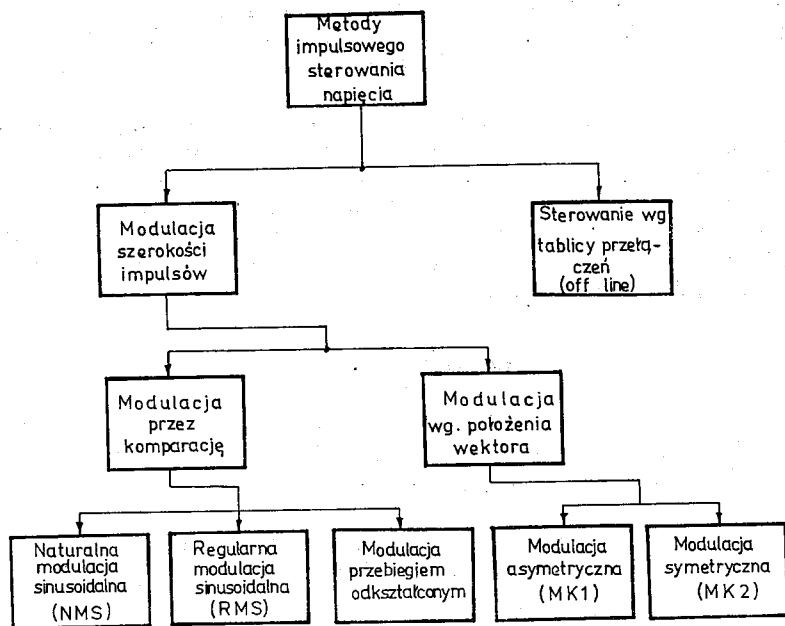


Rys. 1. Schemat przemiennika z falownikiem o modulacji szerokości impulsów napięcia wyjściowego

żących do symulacji napięć wyjściowych falowników przy podstawowych rodzajach modulacji. W algorytmach tych uwzględniono przypadek pracy falownika przy uwzględnieniu minimalnego czasu trwania impulsów napięcia wyjściowego falownika wynikającego z czasu trwania procesów komutacji. W części końcowej, w celu zobrazowania przydatności opracowanych plików programowych podano przykładowe wyniki ich zastosowania do wyznaczenia charakterystyk sterowania napięcia wyjściowego falownika MSI oraz obliczenia strat dodatkowych w silniku zasilanym z takiego falownika.

PODSTAWOWE METODY MODULACJI SZEROKOŚCI IMPULSÓW NAPIĘCIA WYJŚCIOWEGO FALOWNIKÓW

Na rys. 2 ukazano pewien sposób klasyfikacji metod sterowania szerokością impulsów stosowanych w falownikach napięcia. Metody polegające na sterowaniu łącznikami energoelektronicznymi według wartości czasów zapisanych w pamięci (jako tzw. tablice cza-



Rys. 2. Klasyfikacja metod sterowania napięcia wyjściowego falowników MSI

sów przełączeń) nie będą w niniejszym artykule rozpatrywane. Stanowią one pewną oddzielną grupę, w której czasy przełączania są obliczone z zastosowaniem komputera poza rzeczywistym czasem sterowania falownika (tzw. sterowanie „off line”) i z uwzględnieniem określonych kryteriów optymalizacji kształtu fali napięcia wyjściowego. Metody te przedstawiają zatem same w sobie specyficzny problem obliczeń projektowych wspomaganych komputerem.

Metody modulacji szerokości impulsów w rozumieniu przedstawionej klasyfikacji

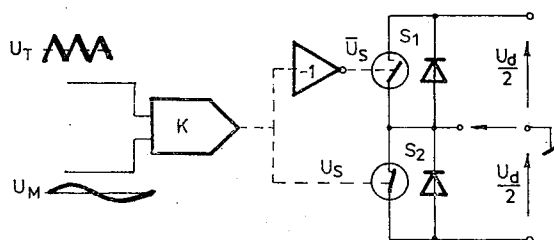
dotyczą określonego układu elektronicznego, którego sposób funkcjonowania narzuca formę impulsów napięcia wyjściowego falownika.

Jak wynika z rys. 2., metody modulacji można podzielić na dwie grupy: modulacje poprzez porównanie dwóch sygnałów oraz modulacje poprzez zadawanie położenia wektora napięcia stojana silnika zasilanego z falownika napięcia.

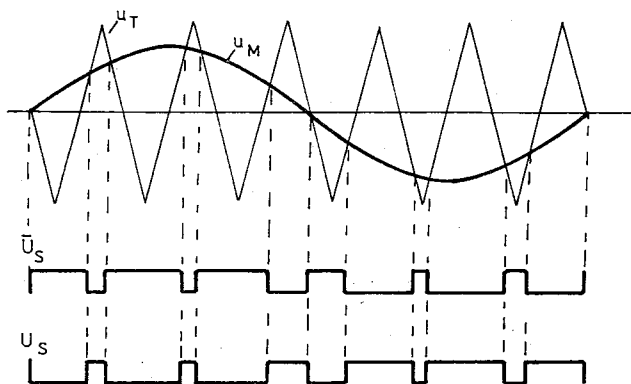
MODULACJA PRZEZ PORÓWNANIE SYGNAŁÓW

Istotę tego rodzaju modulacji (9) można wyjaśnić na przykładzie schematu i przebiegów podanych na rys. 3a, b i dotyczących jednej fazy falownika. W komparatorze stanowiącym zasadniczy fragment modulatora porównywane są dwa sygnały: jeden (u_t)

a)



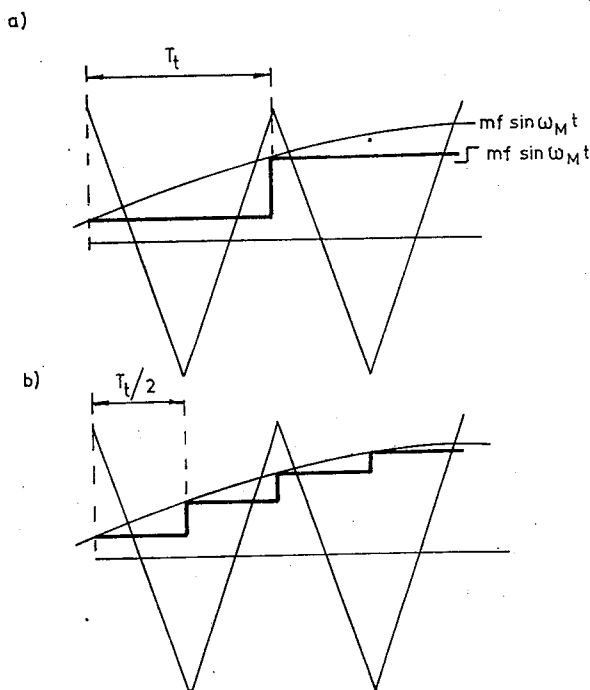
b)



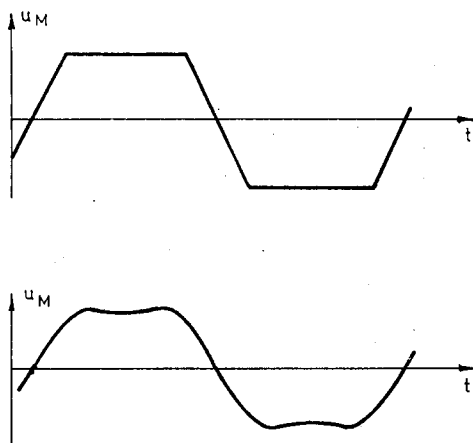
Rys. 3. Zasada modulacji przez komparację a) — schemat, b) — przebiegi sygnałów sterujących

o częstotliwości f_t i o kształcie trójkątnym (liniowo zmieniający się w czasie) i drugi (u_m) zwany modulującym o częstotliwości równej podstawowej harmonicznej przebiegu wyjściowego falownika ($f_s = f_m$). W sygnale modulującym zawarta jest informacja o amplitudzie harmonicznej podstawowej. Sygnały wyjściowe z komputera (u_s i $\bar{u}_s$) sterują załączaniem na przemian łączników jednej fazy falownika. W przypadku cyfrowej realizacji węzła komparacji w komparatorze porównuje się cyfrowe reprezentacje obydwu sygnałów (taktującego i modulującego) niemniej ogólną zasadą modulacji pozostaje

zgodna z ukazaną na rys. 3. Jako sygnał liniowo zmienny w czasie stosuje się w praktyce przebieg trójkątny symetryczny (rys. 3.b). Kształt przebiegu sygnału modulującego może być różnorodny. Najczęściej stosowana jest fala sinusoidalna i wtedy mówi się o tzw. naturalnej modulacji sinusoidalnej (NMS). W pewnych rozwiązaniach — szczególnie w przypadku cyfrowej realizacji układu — wygodniej jest zastąpić falę sinusoidalną przez funkcję



Rys. 4. Sygnał trójkątny i modulujący przy regularnej modulacji sinusoidalnej a) — symetrycznej, b) — asymetrycznej

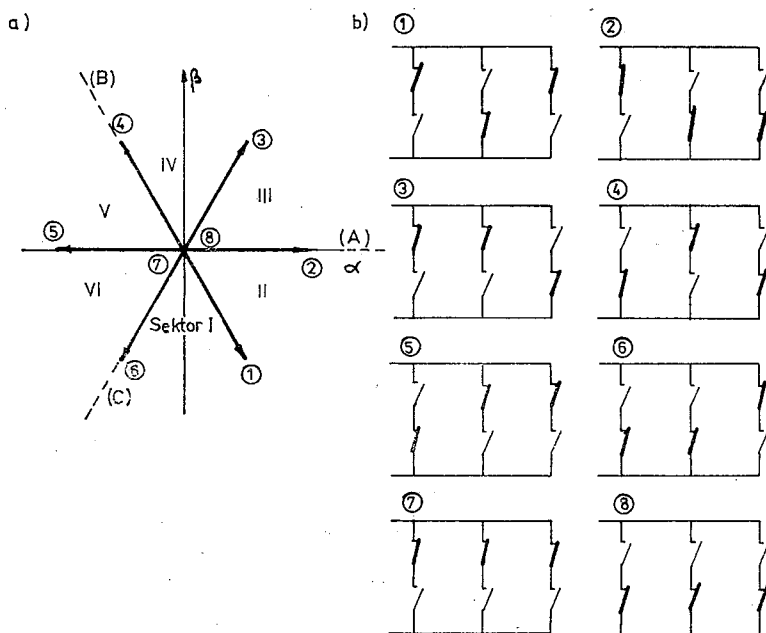


Rys. 5. Inne kształty fali modulujących a) — trapezoidalna, b) — sinusoidalna z trzecią harmoniczną

schodkową funkcji sinus. Ten rodzaj modulacji nazywa się regularną modukacją sinusoidalną (RMS), przy czym najczęściej funkcja sinus jest próbkowana jeden raz na okres przebiegu trójkątnego (modulacja regularna symetryczna) bądź też dwa razy w okresie fali trójkątnej (modulacja regularna niesymetryczna) — rys. 4a, b. W schemacie klasyfikacji metod modulacji przez komparację poza dwoma wyszczególnionymi, została podana trzecia, obejmująca przypadki, w których stosowane są inne kształty sygnałów modulujących niż funkcja sinus i funkcja schodkowa sinusoidalna. Charakterystyczne przykłady takich sygnałów modulujących to przebieg odcinkami liniowy (trapezoidalny) lub sygnał będący sumą dwóch przebiegów sinusoidalnych o częstotliwościach będących w stosunku 1:3 — rys. 5. [5]

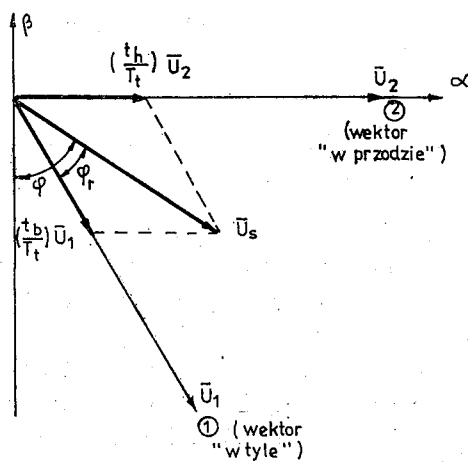
MODULACJA WEDŁUG POŁOŻENIA WEKTORA NAPIĘCIA STOJANA (MODULACJA KOŁOWA)

Metoda ta różni się w sposób istotny od metody modulacji przez komparację. Wywodzi się ona z nowoczesnego opisu maszyny prądu zmiennego z zastosowaniem pojęcia wektorów przestrzennych i wiążących się z tym opisem metod sterowania silników przez kontrolę modułu i zwrotu (położenia) wektorów reprezentujących wielkości silnika — w tym również wektora napięć stojana silnika stanowiącego wymuszenie. Jeżeli silnik trójfazowy zasilany jest symetrycznym, trójfazowym napięciem sinusoidalnym, to wektor napięcia porusza się po ciągłej trajektorii o kształcie koła. W przypadku, gdy silnik zasilany jest z falownika napięcia, wektor napięcia stojana może przyjmować jedynie osiem położeń (rys. 6), przy czym dwa z nich odpowiadają tzw. wektorom zerowym występu-



Rys. 6. Położenia wektora napięć stojana — a) i odpowiadające im stany falownika — b)

jącym w przedziałach czasu, gdy załączone są wszystkie trzy dolne lub wszystkie trzy górne łączniki falownika. Położenia pośrednie wektora, nie związane z siedmioma charakterystycznymi punktami na płaszczyźnie poprzecznego przekroju stojana ($\alpha - \beta$), mogą być uzyskane nie jako odzwierciedlenie określonych stanów fizycznych lecz jedynie jako rozwiązanie algorytmu reprezentującego pewien model. Sens tego modelu można objaśnić na podstawie rys. 7. Jeżeli w przedziale czasu stanowiącym okres taktu wek-



Rys. 7. Interpretacja zastępczego wektora napięcia uzyskiwanego przez przełączanie stanów falownika

tor napięcia stojana przez czas t_b przyjmie położenie 1, przez czas t_n — położenie 2, a przez czas $t_o = T_t - t_b - t_h$ położenie 7 lub 8, to można wprowadzić dla tego przedziału T_t wektora zastępczego u_s zdefiniowanego jako suma geometryczna dwóch wektorów zgodnie z zależnością:

$$\bar{u}_s = \bar{u}_1 \cdot (t_b/T_t) + \bar{u}_2 \cdot (t_h/T_t). \quad (1)$$

Oznacza to, że dowolne położenie wektora zastępczego może być odzwierciedlone przez odpowiednią sekwencję trzech stanów falownika w czasie jednego okresu taktowania. W stanie ustalonym koniec zastępczego wektora napięcia porusza się po okręgu wykonując w czasie jednego okresu napięcia wyjściowego pełny obrót. Ze względu na kształt trajektorii wektora napięcia w dalszym ciągu artykułu w odniesieniu do tego typu modulacji będzie stosowany termin „modulacja kołowa” — (MK).

PROGRAMY KOMPUTEROWE DO SYMULACJI I ANALIZY NAPIĘĆ WYJŚCIOWYCH FALOWNIKÓW MSI

Zasadniczą część plików opracowanych z myślą o tworzeniu systemu oprogramowania do analizy i projektowania przemienników częstotliwości z pośredniczącym obwodem napięcia stanowią bloki służące do symulacji fali napięcia wyjściowego falownika MSI.

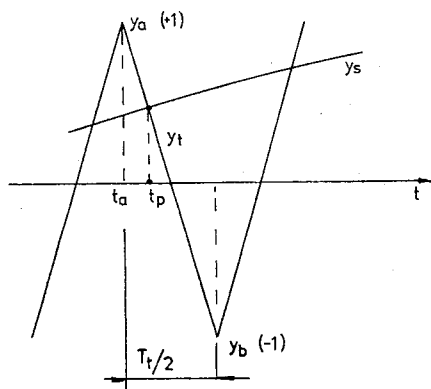
W prezentowanej wersji programów uwzględniono podprogramy umożliwiające symulację następujących rodzajów modulacji:

- naturalna modulacja sinusoidalna, symetryczna i asymetryczna
- modulacja kołowa (dwie wersje).

Nie przedstawia jakiegokolwiek trudności wprowadzenie bloków przeznaczonych do symulacji innych rodzajów modulacji. Poniżej podano podstawowe zależności i struktury algorytmów, które posłużyły do opracowania programów obliczeń komputerowych.

MODULACJA SINUSOIDALNA

Jak wynika z rys. 8, momenty przełączenia w fazie falownika sterowanej z modulatora, w którym następuje porównanie fali przebiegu sinusoidalnego z przebiegiem trójkątnym, można wyznaczyć rozwiązując w kolejnych przedziałach czasu odpowiadających zboczom przebiegu trójkątnego równanie:



Rys. 8. Graficzna prezentacja zasady wyznaczania czasów przełączeń przy NMS

gdzie:

$$y_t = y_s,$$

przy czym:

$$y_t = y_a + 2(t + t_a) \cdot (y_b - y_a) / T_t$$

$$y_s = m_f \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t + \varphi_p)$$

y_a, y_b — wartość początkowa i końcowa funkcji liniowej w przedziale jednego półokresu przebiegu trójkątnego (przyjmuje wartości +1 i -2)

t_a — wartość czasu odpowiadającego początkowi przedziału jednego zbocza trójkątnego przebiegu

m_f — współczynnik głębokości modulacji

f_s — częstotliwość sygnału modulującego

φ_p — faza początkowa sygnału modulującego.

Napięcie wyjściowe falownika opisane jest zależnością:

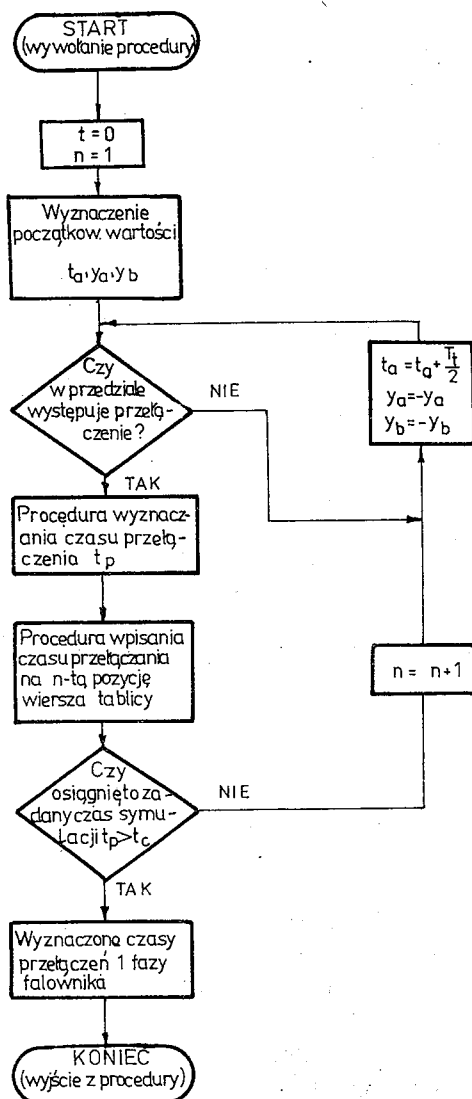
$$u_w = Ud/2 \text{ dla } y_t \leq y_s \text{ i } u_w = -Ud/2 \text{ dla } y_t > y_s.$$

W przypadku, gdy jako sygnał modulujący występuje funkcja schodkowa sinus, wtedy

$$y_s = mfsin(2\pi f_s \cdot n \cdot t_e + \varphi_p).$$

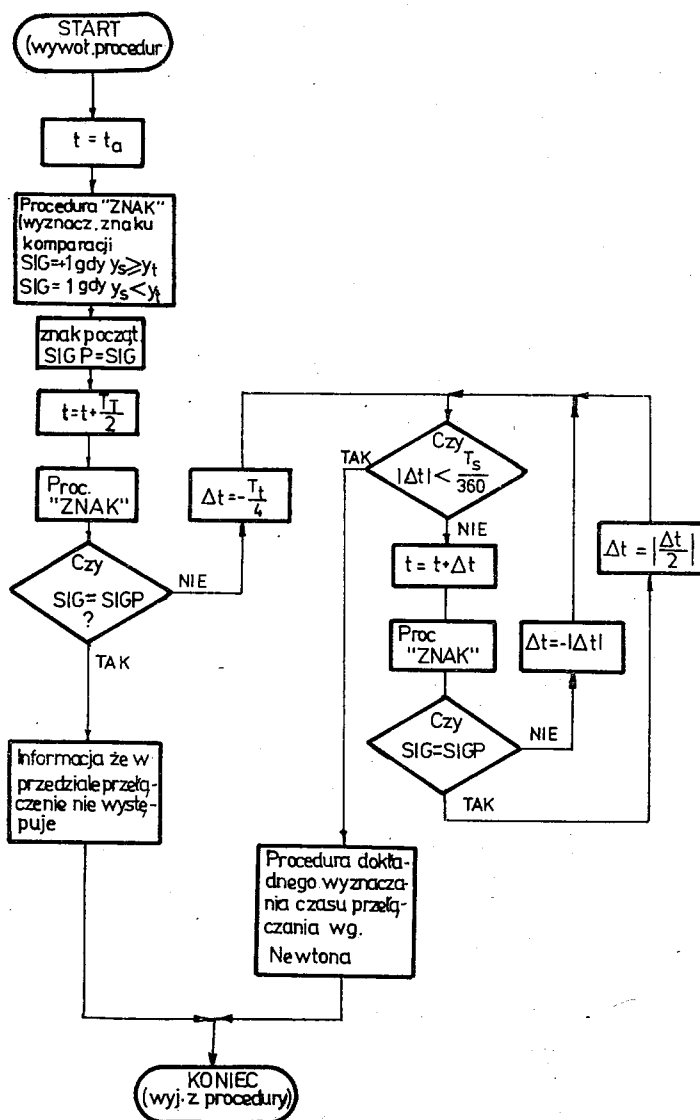
Jeżeli $t_e = T_s$ (rys. 4a), wtedy występuje modulacja regularna symetryczna, natomiast przy $t_e = T_t/2$ mówi się o modulacji regularnej asymetrycznej.

Organizacja podprogramu służąca do wyznaczania czasu przełączania a także wartości napięcia fazowego pomiędzy dwoma kolejnymi przełączeniami przedstawiona jest w formie sieci działań na rys. 9. Rezultatem otrzymywanym w wyniku wykonania tej



Rys. 9. Sieć działań w bloku służącym do wyznaczania tablicy czasów przełączeń przy NSM

procedury jest zapisana w pamięci komputera tablica czasów przełączeń w jednej lub w trzech fazach falownika w zadanym przedziale czasu. Każda wartość odpowiadająca czasowi przełączenia umieszczona w tablicy zaopatrzona jest znakiem przekazującym informacje o wartości napięcia wyjściowego w czasie poprzedzającym dane przełączenie. Podstawowym fragmentem podprogramu mającego na celu wyznaczenie tablicy stanowiącej zapis przebiegu fali napięcia wyjściowego jest blok wyznaczania czasu przełączania w przedziale jednego półokresu przebiegu trójkątnego. W bloku tym rozwiązywane jest metodami numerycznymi równanie transcendentalne. Zastosowano przy tym metodę bisekcji w zakresie dokładności 1 stopnia a dokładne wyznaczenie czasu przełączenia



Rys. 10. Sieć działań w procedurze służącej do wyznaczania pojedynczego czasu przełączenia

dokonywane jest przez wprowadzenie korekty proporcjonalnej w przypadku modulacji RMS lub z zastosowaniem metody Newtona przy NMS. Ogólny schemat sieci działań w bloku wyznaczania czasów przełączania ukazano na rys. 10. Kolejne przybliżenia $tp_{(n)}$ oblicza się z zależności:

$$tp_{(n)} = \frac{y_t - y_{t'} \cdot t_{p(n-1)} - y_s + y_{s'} \cdot t_{n(n-1)}}{y_{s'} - y_{t'}}$$

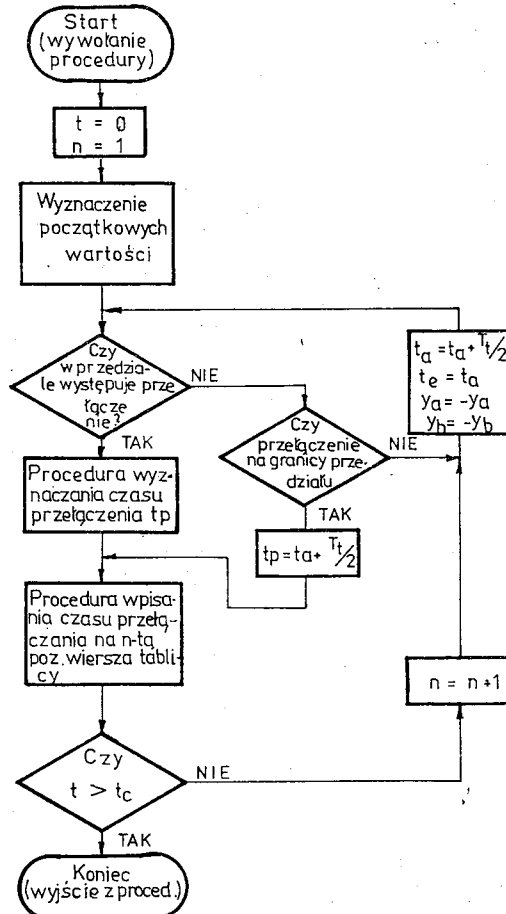
gdzie:

y_t, y_s — wartości funkcji liniowej (przebieg trójkątny) i funkcji sinusoidalnej w chwili $t_{p(n-1)}$

$y_{t'}, y_{s'}$ — wartości pochodnych funkcji liniowej i sinusoidalnej w chwili $t_{p(n-1)}$.

Dzięki bardzo dobrej zbieżności ciągu w 2—3 kolejnych przybliżeniach uzyskuje się uchyb względny ($\varepsilon = (t_{p(n)} - t_{p(n-1)}) : t_{p(n)}$) mniejszy od $1 \cdot 10^{-10}$.

W przypadku wyznaczania czasów przełączania przy modulacji regularnej niezbędne jest w podprogramie wprowadzenie dodatkowego bloku, który służy do sprawdzenia



Rys. 11. Sieć działań w bloku służącym do wyznaczania tablicy czasów przełączeń przy RSM

czy przyłączenie nie występuje w momencie skokowej zmiany funkcji modulującej (rys. 11). W podprogramie przewidziano możliwość symulacji napięć wyjściowych w warunkach tzw. nadmodulacji, t.zn. gdy $m_f > 1$. Odpowiada to pracy modulatora przy wartościach szczytowych przebiegu modulującego przewyższających wartości szczytowe przebiegu trójkątnego. Takie sterowanie ma uzasadnienie szczególnie w przypadku falowników tyrystorowych, gdy przy znamionowej częstotliwości wyjściowej konieczne jest uzyskanie dostatecznie dużej amplitudy pierwszej harmonicznej napięcia wyjściowego.

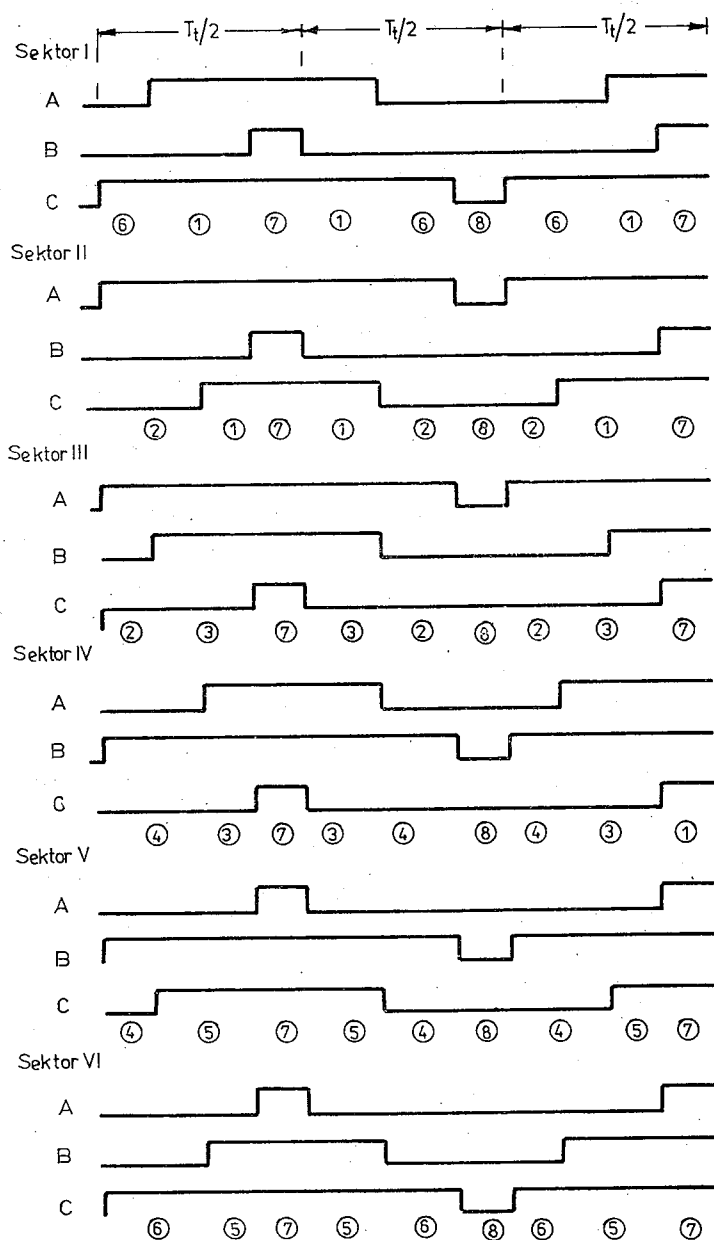
MODULACJA KOŁOWA

Ogólny sens określenia „*modulacja kołowa*” został wyjaśniony uprzednio. Realizacja sterowania według położenia wektora poruszającego się ruchem okrężnym jest możliwa z zastosowaniem dwóch sposobów. W pierwszym z nich, określonym w dalszym ciągu jako modulacja kołowa pierwszego rodzaju (MK 1), wektor zastępczy napięcia stojana jest odwzorowywany przez jedną z dwóch sekwencji „*do przodu*” lub „*do tyłu*”.

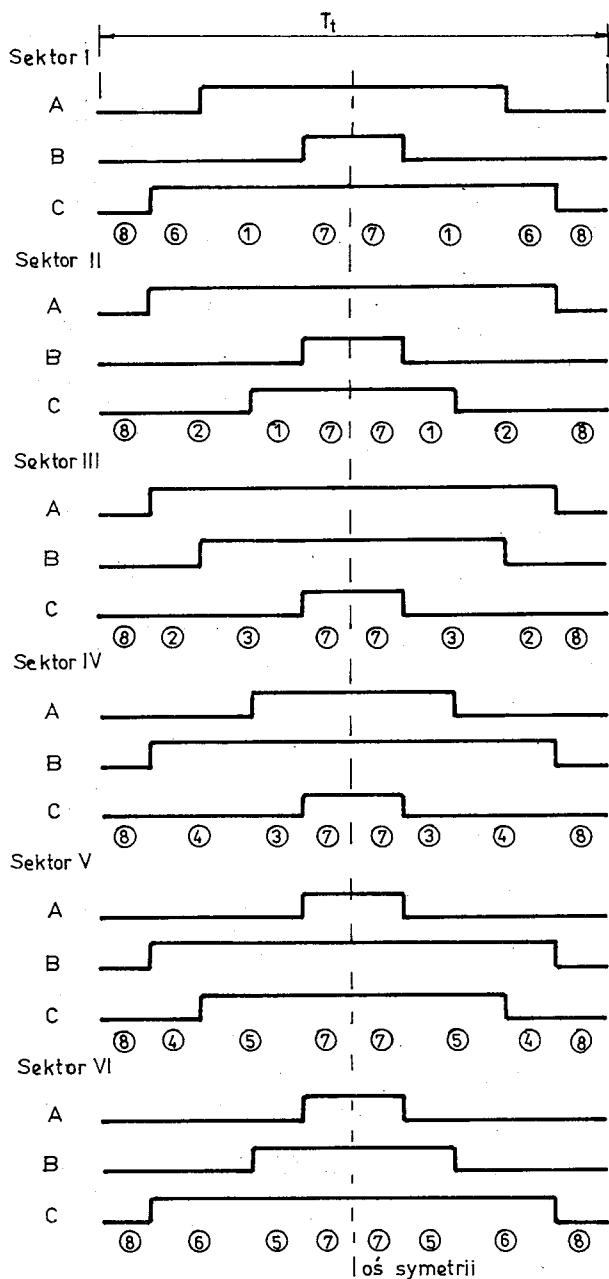
Do objaśnienia tych sekwencji posłuży rys. 7. Ukazany tam zastępczy wektor napięcia może być uzyskany przez załączenie w jednym okresie taktu na czas t_b położenia (6) — cofniętego do tyłu w odniesieniu do przyjętego kierunku wirowania, następnie załączenie na czas t_h położenia (1) przesuniętego do przodu, a w końcu na czas t_0 załączenie „*najbliższego*” stanu zerowego — w omawianym przykładzie położenia (7). Ten sposób przełączania stanów przyjęto jako sekwencję „*do przodu*”. Sekwencja „*do tyłu*” jest w przypadku położenia zastępczego wektora w sektorze I określona następująco: przez czas t_b — położenie (1), przez czas t_h — położenie (6) i przez czas t_0 — położenie (8). Jeżeli wektor zastępczy porusza się w obrębie jednego sektora, to przy odwzorowaniu jego kolejnych położenia należy stosować obydwie sekwencje na przemian (tzn. „*do przodu*” — „*do tyłu*” — „*do przodu*”). Przy zmianie sektora powinny następować po sobie dwie identyczne sekwencje (tzn. „*do przodu*” — „*do przodu*” lub „*do tyłu*” — „*do tyłu*”). Zachowanie podanych zasad sterowania falownika zapewnia jego pracę przy minimalnej liczbie przełączeń w jednym cyklu napięcia wyjściowego.

Na rys. 12 przedstawiono wykresy sygnałów sterujących falownikiem w każdym z sześciu sektorów płaszczyzny — w przypadku modulacji MK 1. Drugi sposób modulacji kołowej (tzw. modulacja kołowa drugiego rodzaju — MK 2) tym różni się od sposobu opisanego powyżej, że odwzorowanie położenia zastępczego wektora napięcia jest dokonywane przez podwójną sekwencję stanów załączenia falownika. Uwidocznione jest to na rys. 13 przedstawiającym sygnały sterujące w sześciu sektorach. Każda podwójna sekwencja zaczyna się i kończy tym samym stanem zerowym. Dzięki temu w układzie sterowania nie jest konieczne kontrolowanie, czy występuje zmiana sektora, a falownik będzie pracował przy minimalnej liczbie łączeń. Mankamentem drugiego sposobu modulacji kołowej jest konieczność odtwarzania jednego położenia zastępczego wektora przez sześć przełączeń falownika zamiast trzech, jak miało to miejsce w MK 1.

Komputerowa symulacja przebiegów napięcia wyjściowego trójfazowego falownika sterowanego według metody modulacji kołowej sprowadza się do wyznaczenia tablicy czasów przełączeń zgodnie z algorytmami, dla których sieci działań podano na rys. 14.

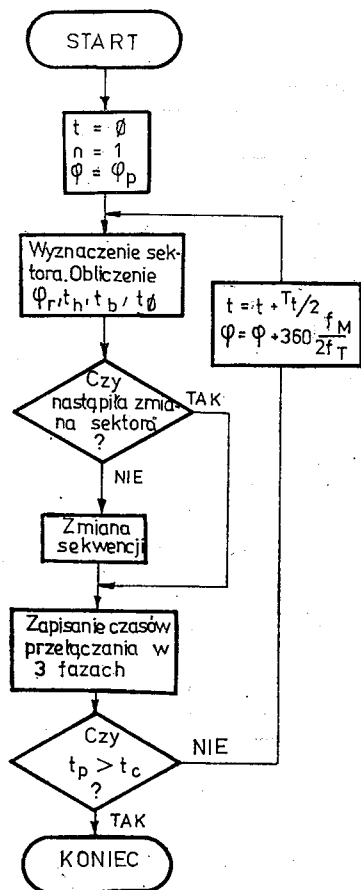


Rys. 12. Przebiegi sygnałów sterujących falownikiem w sześciu sektorach przy modulacji MK1

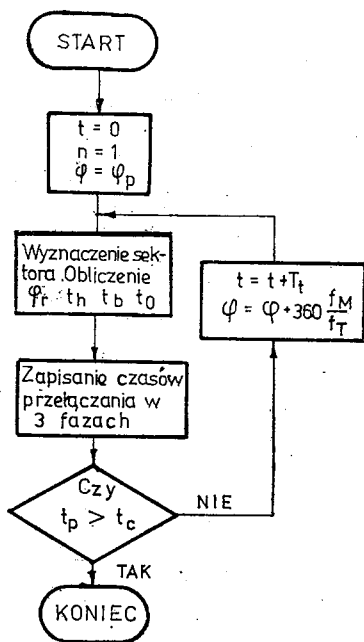


Rys. 13. Przebiegi sygnałów sterujących falownikiem w sześciu sektorach przy modulacji MK2

a)



b)



Rys. 14. Sieć działań w bloku do wyznaczania czasów przełączeń przy modulacji kołowej a) — MK1, b) — MK2

Jak widać, w podprogramie wyliczane są wartości czasów trwania poszczególnych stanów falownika w połowie czasu odpowiadającego jednemu cyklowi taktowania ($T_t/2$). Służą do tego wzory wynikające z zależności trygonometrycznych według rys. 7.

$$t_b = T_t/2 \cdot (\sqrt{3} mf/2) \cdot [\sin(2 \cdot \pi/3 - \varphi_r) - \sin \varphi_r]$$

$$t = T_t/2 \cdot (\sqrt{3} mf/2) \cdot \sin \varphi_r$$

$$t_0 = T_t/2 - t_b - t_h$$

gdzie:

t_b — czas trwania stanu odpowiadającego wektorowi napięcia przesuniętemu do tyłu w stosunku do wektora zastępczego

t_h — czas trwania stanu odpowiadającego wektorowi napięcia przesuniętemu do przodu

t_0 — czas trwania stanu zerowego

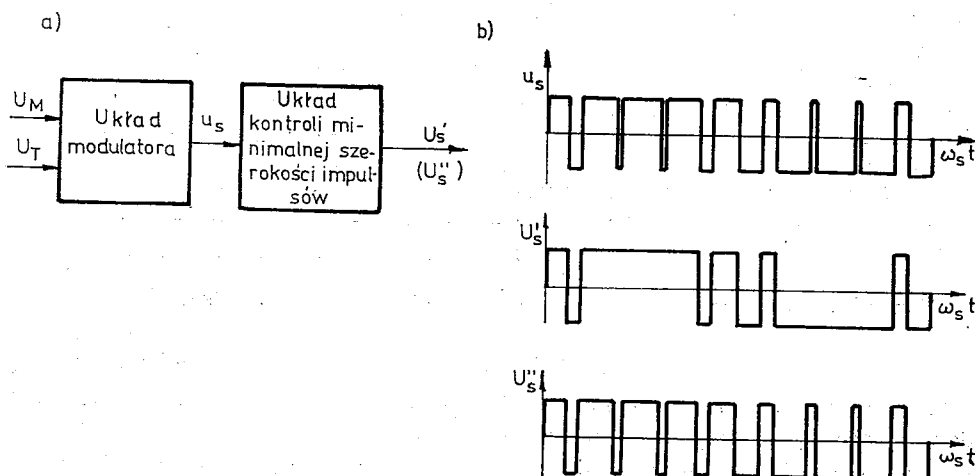
φ_r — kąt pomiędzy wektorem zastępczym a wektorem cofniętym do tyłu (w ramach jednego sektora)

$\sqrt{3} mf/2$ — współczynnik określający znormalizowaną długość wektora zastępczego i odpowiadającej mu wartości pierwszej harmonicznej napięcia.

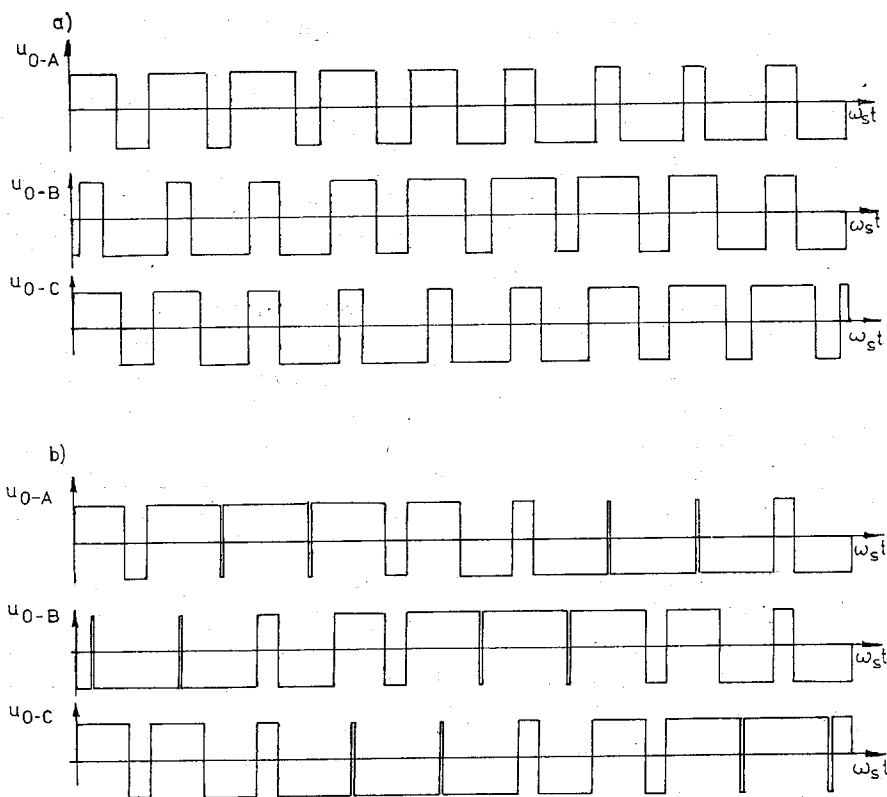
W dalszych blokach podprogramu następuje określenie, w którym sektorze jest położony odwzorowywany zastępczy wektor napięcia i wyznaczenie na podstawie macierzy odwzorowującej układy stanów falownika we wszystkich sektorach (rys. 12 lub rys. 13) sekwencji czasów przełączania w każdej z faz falownika.

Warto zwrócić uwagę na różnice występujące w podprogramach dla obu typów modulacji kołowej. W przypadku MK 1 położenie wektora zastępczego jest zmieniane co pół okresu taktu, przy czym w algorytmie uwzględniana jest zasada minimalnej liczby przełączeń (zmiana sekwencji „do przodu” i „do tyłu” za wyjątkiem zmiany sektora). W modulacji MK 2 położenie wektora jest zmieniane raz na okres taktu, w którym realizowane są symetrycznie względem półokresu obydwie sekwencje — „do przodu” i „do tyłu”. Zarówno na początku jak i na końcu każdej podwójnej sekwencji występuje ten sam stan zerowy. W wyniku wykonania podprogramu symulacji napięć wyjściowych falownika zarówno przy metodzie modulacji przez komparację jak i modulacji kołowej uzyskuje się zapamiętaną w pamięci komputera tablicę zawierającą czasy przełączeń w jednej lub trzech fazach i dla określonego w danych wyjściowych programu przedziału czasu. Poza liczbą faz i czasem analizy w danych wyjściowych podprogramów są uwzględniane następujące wielkości: współczynnik głębokości modulacji, częstotliwość pierwszej harmonicznej napięcia wyjściowego falownika oraz faza pierwszego impulsu przebiegu wyjściowego. Faza ta, w odniesieniu do modulacji sinusoidalnej jest rozumiana jako przesunięcie przebiegu trójkątnego a przy modulacji kołowej jako faza pierwszego odwzorowywanego położenia wektora zastępczego. W odniesieniu do modulacji sinusoidalnej jest w danych uwzględniana również faza początkowa przebiegu modulującegogo.

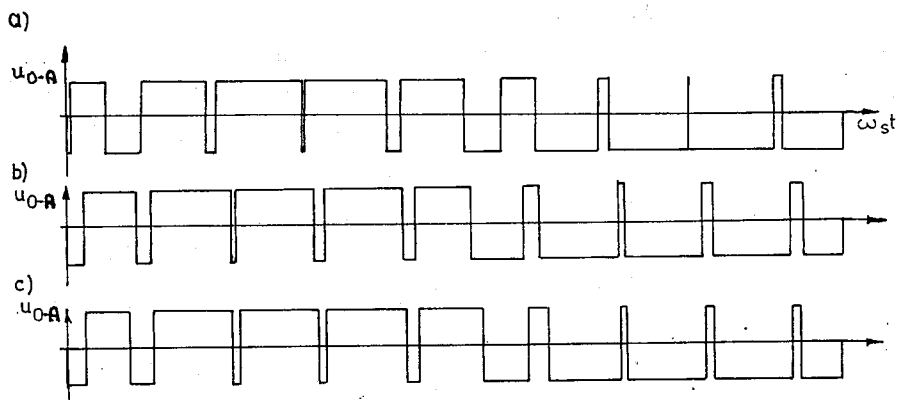
Stosując metody modulacji szerokości impulsów do sterowania falownikami tyrystorowych napotyka się na ważny praktycznie problem minimalnej szerokości impulsu



Rys. 15. Zasada eliminacji lub standaryzacji zbyt krótkich impulsów

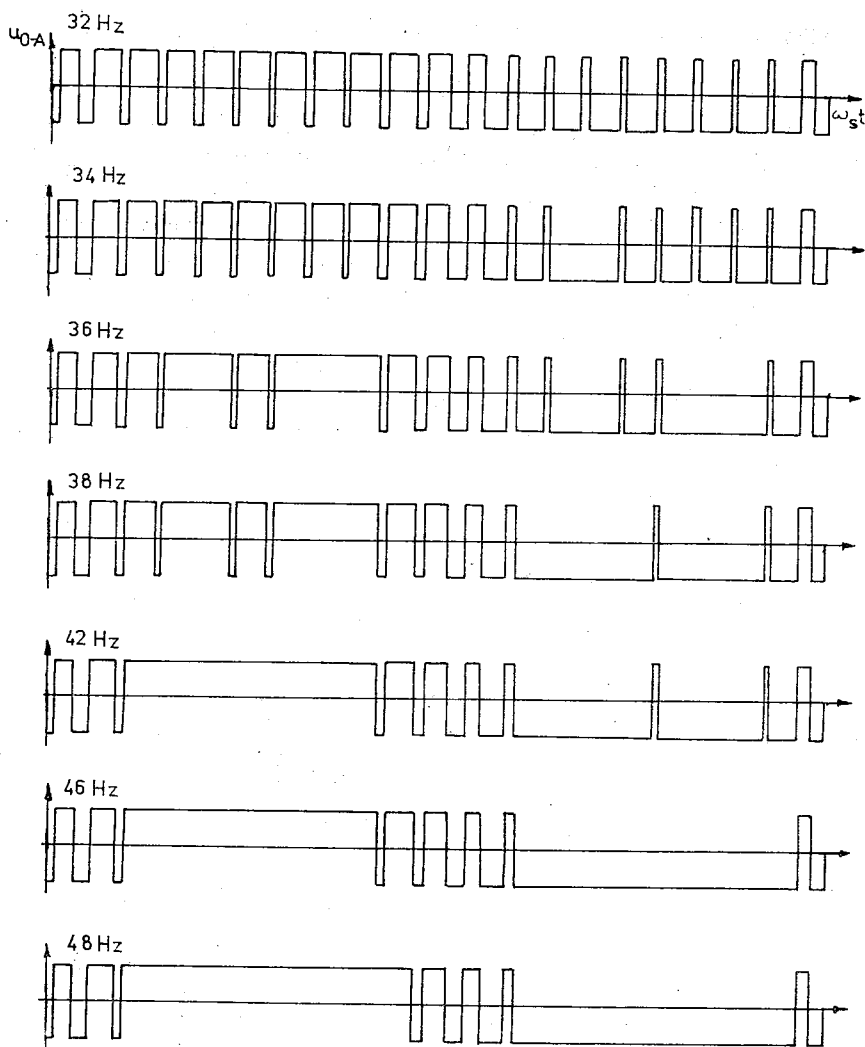


Rys. 16. Przykładowe przebiegi napięć przy NMS a) — $mf = 0,5$, b) — $mf = 1$



Rys. 17. Przykładowe przebiegi napięć przy $mf = 1$ a) — RMS, b) — MK1, c) — MK2

napięcia wyjściowego. Otóż, ze względu na procesy komutacji impulsowej pomiędzy dwoma przełączeniami w jednej fazie musi występować pewien minimalny czas zwany w dalszym ciągu granicznym czasem impulsu. W układach sterowania falownikiem MSI stosowane są specjalne obwody mające za zadanie zagwarantowanie granicznego czasu impulsów. Możliwe są przy tym dwa rozwiązania, których istotę zilustrowano na prze-



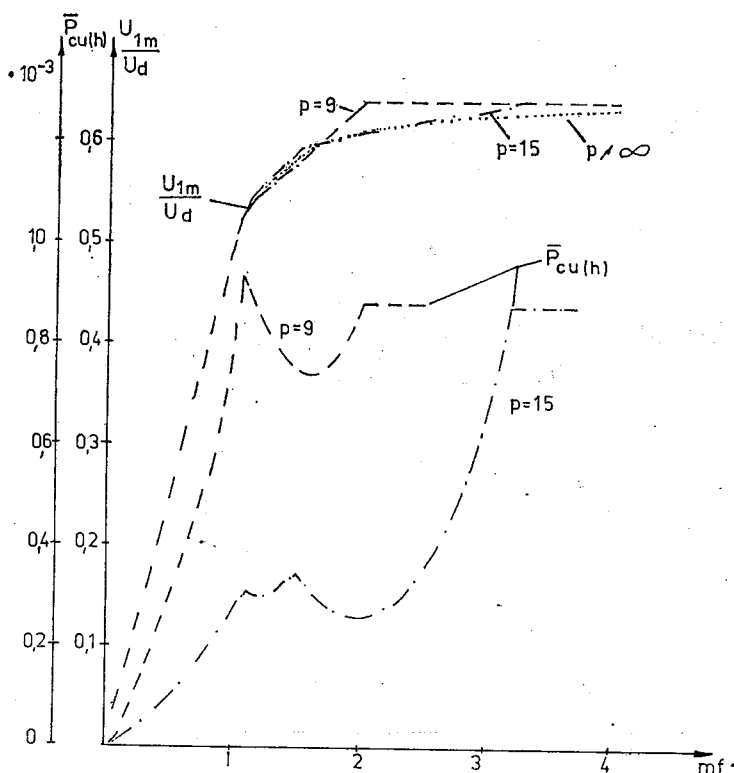
Rys. 18. Ilustracja eliminacji zbyt krótkich impulsów w przebiegu napięcia wyjściowego falownika (MK1, $f_t/f_s = 21$, $t_{\min} = 200 \mu s$)

biegach z rys. 15. Jak widać, jeżeli w sygnale otrzymanym z modulatora występują impulsy o czasie krótszym od założonego, następuje eliminacja tych impulsów (rys. 15a) bądź też następuje standaryzacja czasu trwania impulsu do wartości granicznej (rys. 15b). W programach do symulacji i analizy napięć MSI wprowadzono bloki umożliwiające eliminację bądź też standaryzację impulsów napięcia wyjściowego o czasie krótszym od zadanej wartości minimalnej. Wywołanie jednego u tych bloków powoduje sprawdzenie tablicy z czasami przełączeń i zapisanie nowej tablicy stanowiącej odwzorowanie pracy falownika sterowanego poprzez obwody kontroli szerokości impulsów napięcia wyjściowego. Na rys. 16—18 przedstawiono wyznaczone przy użyciu komputera wyidealizowane przebiegi napięć wyjściowych falownika sterowanego według zaprezentowanych metod modulacji. Stanowią one ilustrację poprawności działania podprogramów symulacyjnych.

PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA PROGRAMÓW DO SYMULACJI NAPIĘĆ MSI

Przedstawione podprogramy służące do symulacji napięć wyjściowych falowników stanowią zasadniczą część programów przeznaczonych do badania drogą symulacji właściwości przekształtnikowego napędu z silnikiem asynchronicznym zasilanym napięciem MSI. Zadanie to może sprowadzać się do wyznaczania przebiegów prądów fazowych silnika a w dalszej kolejności do obliczania wielkości pochodnych, takich jak moment elektromagnetyczny średni, straty mocy w silniku, wartości skuteczne i średnie prądów w zaworach falownika, prądy przełączane itp.. Obliczenia takie służą bezpośrednio przy projektowaniu przemiennika do napędu z silnikiem asynchronicznym. Wiele istotnych informacji potrzebnych przy projektowaniu można uzyskać stosując pliki programów służących do symulacji i analizy napięć wyjściowych falownika. W dalszej części artykułu przedstawiono przykładowo wybrane wykresy i charakterystyki będące rezultatem obliczeń komputerowych. Są to charakterystyki sterowania falownika MSI oraz wykresy dodatkowych strat mocy wywołanych wyższymi harmonicznymi występującymi w prądzie silnika. Obliczenia przeprowadzono na przykładzie znajdującym odzwierciedlenie w praktyce. Założono, że dotyczą one falownika tyrystorowego a zatem charakteryzującego się zadaną wartością granicznego czasu zerwania impulsu wyjściowego napięcia (w większości obliczeń przyjęto wartość tego czasu równą 200 mikrosekund). Wzięto też pod uwagę pracę falownika przy typowych dla rozwiązania z zastosowaniem tyrystorów stosunkach częstotliwości taktu do częstotliwości modulacji (21:1, 15:1, 9:1). Prezentowane w postaci graficznej wyniki dotyczą zakresu częstotliwości wyjściowych od 25 do 50 Hz, co ma uzasadnienie w tym, że w normalnych warunkach w tym właśnie przedziale występuje zjawisko nadmodulacji oraz eliminacji impulsów o czasie mniejszym od granicznego. Dzięki takiemu doborowi założeń i danych podane poniżej charakterystyki stanowią nie tylko ilustrację przydatności programów symulacji i analizy napięć MSI w procesie projektowania przemienników z falownikami MSI. Posłużyć mogą one również do bezpośredniego porównania poszczególnych metod modulacji.

Pierwsza część wyników (rys. 19—21) dotyczy przypadku, gdy graniczny czas trwania impulsu jest równy zeru. Ponieważ z punktu widzenia wyznaczanych wielkości i charakterystyk wartość częstotliwości pierwszej harmonicznnej napięcia wyjściowego nie wpływa na wyniki jako wielkość zmienną, przyjęto w tym przypadku współczynnik głębokości modulacji (mf) a jako parametr stosunek ft/fm . Jak wynika z wykresów, amplituda pierwszej harmonicznnej w funkcji współczynnika mf w zakresie wartości $mf < 1$ jest liniowa i przy każdym rodzaju modulacji osiąga wartość $U_d/2$ dla $mf = 1$. Przy współczynniku głębokości modulacji większym od jedności jedynie w przypadku modulacji kołowej charakterystyka sterowania jest liniowa, jednak maksymalna możliwa do osiągnięcia wartość amplitudy pierwszej harmonicznnej napięcia wynosi przy modulacji kołowej $2 U_d(\sqrt{3}) \simeq 1.154 U_d$). Stosując modulację sinusoidalną naturalną lub regularną przy $mf > 1$ uzyskuje się zjawisko tzw. nadmodulacji. W tym zakresie współczynnika modulacji charakterystyka sterowania przestaje być liniowa i przy rosnącej amplitudzie harmonicznnej podstawowej wzmocnienie maleje, co wymaga uwzględnienia przy projektowaniu obwodu regulacji. Widoczna jest też różnica pomiędzy charakterystykami ste-



Rys. 19. Charakterystyki sterowania i wykresy dodatkowych względnych strat mocy w silniku przy NMS.

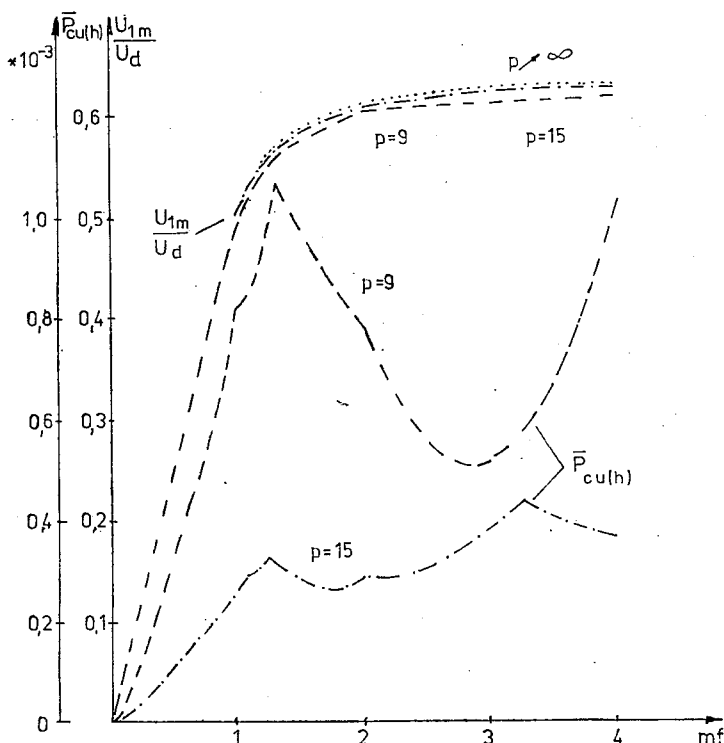
rowania przy modulacji naturalnej i regularnej. W przypadku pierwszej można przy f_t/f_m równym 1:9 lub 1:15 uzyskać prostokątną falę napięcia wyjściowego, co odpowiada maksymalnej możliwej do osiągnięcia amplitudzie pierwszej harmonicznej napięcia wyjściowego ($2UD/\pi = 0,6366 U_d$). Przy modulacji regularnej przejście do fali prostokątnej nie jest w praktyce możliwe. Z podanych na rys. 19 i 20 wykresów wynika ponadto, że w miarę zwiększania się stosunku f_t/f_m charakterystyki sterowania zbliżają się do pewnej krzywej granicznej wspólnej dla obu typów modulacji sinusoidalnej. W uzupełnieniu do charakterystyk sterowania na rys. 19–21 podano wyznaczone przy użyciu programów komputerowej symulacji i analizy napięć MSI wykresy względnych dodatkowych strat w zwojeniach silnika jako funkcja parametru mf . Posłużono się przy tym wzorem:

$$\bar{P}_{cuh} = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{U_n}{n} \right)^2$$

gdzie:

$\bar{U}_n$ — względna amplituda n -tej harmonicznej (odniesiona do napięcia zasilania U_d).

Powyższa zależność umożliwia porównanie poszczególnych typów modulacji z punktu widzenia strat dodatkowych powstających w silniku na skutek odkształconej fali prądu. Ponadto wyznaczony wskaźnik $\bar{P}_{cuh}$ wprowadzony do wzoru:



Rys. 20. Charakterystyki sterowania i wykresy względnych dodatkowych strat mocy w silniku przy RMS

$$P_{cuh} = \bar{P}_{cuh} \cdot 3 \cdot R_z (U_d / 2\pi \cdot f_s L_o) / 2$$

gdzie:

U_d — napięcie stałe źródła zasilającego falownik

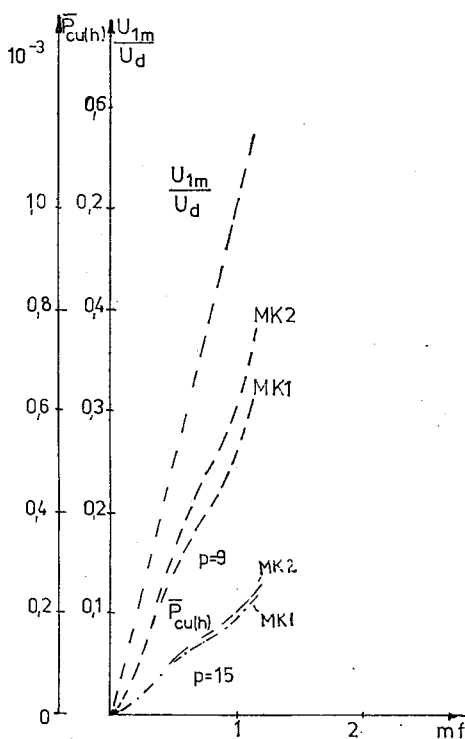
f_s — częstotliwość harmonicznej podstawowej (pierwszej)

L_o — indukcyjność zastępcza rozproszenia silnika

R_z — rezystancja zastępcza jednej fazy silnika

umożliwia obliczenie bezwzględnej wartości strat dodatkowych mocy wydzielających się w silniku przy zasilaniu modulowanym napięciem. Wykresy P_{cuh} na rys. 19—12 wskazują na stosunkowo nieznaczne różnice pomiędzy rozpatrywanymi typami modulacji, przy czym w zakresie $0,5 < mf < 1,15$ najkorzystniej przedstawia się modulacja kołowa (szczególnie MK 1).

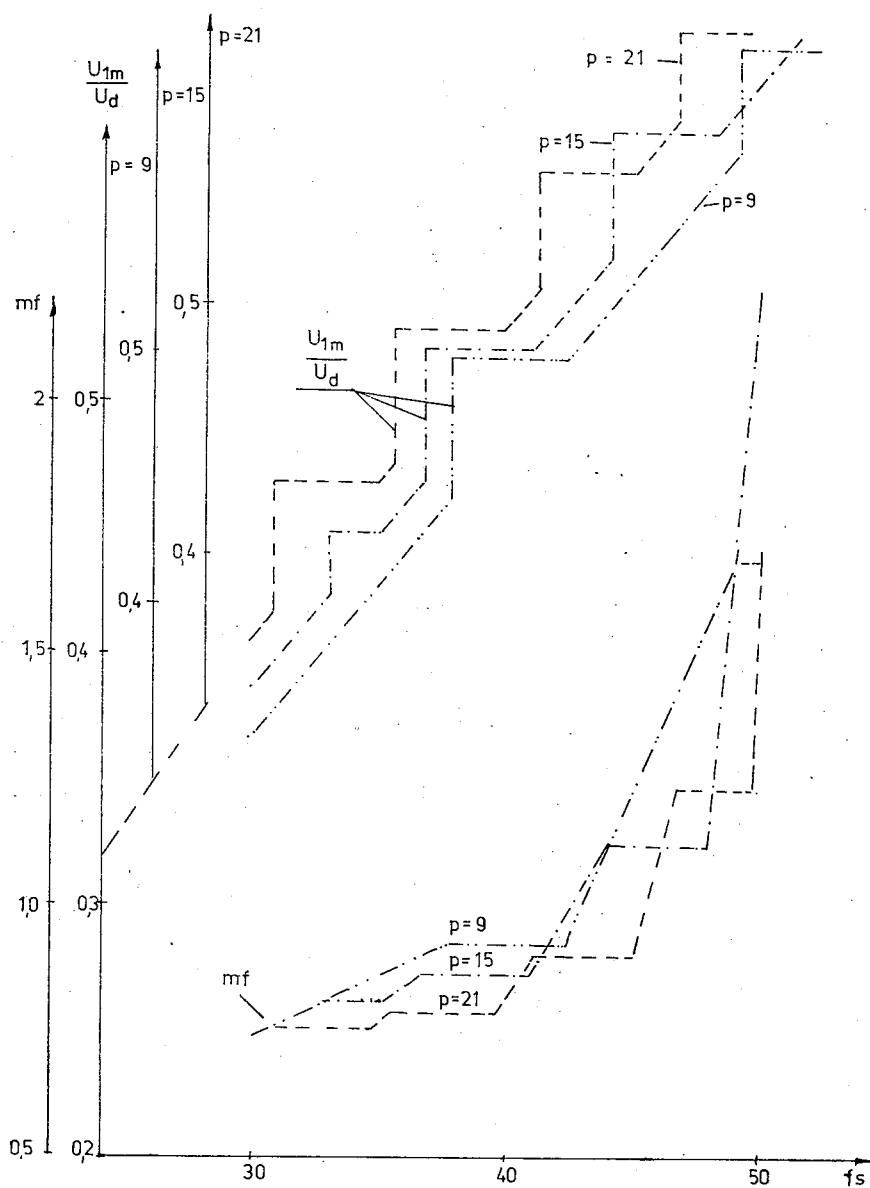
Druga część wykresów (rys. 22 — rys. 27) uzyskanych z zastosowaniem programów symulacji i analizy napięć MSI dotyczy falownika tyrystorowego o określonym czasie granicznym impulsów napięcia wyjściowego. Przy syntezie charakterystyk sterowania napięciem wyjściowym przyjęto jako założenie liniową zależność pomiędzy częstotliwością f_s i pierwszą harmoniczną napięcia. Na skutek eliminacji w przebiegu wyjściowym falownika impulsów o czasie krótszym od zadanego na charakterystykach występują skokowe zmiany napięcia, które uniemożliwiają dopasowanie w górnym zakresie częstotliwości. Przy wyznaczaniu charakterystyk przyjęto zatem zasadę, że w tych przedzia-



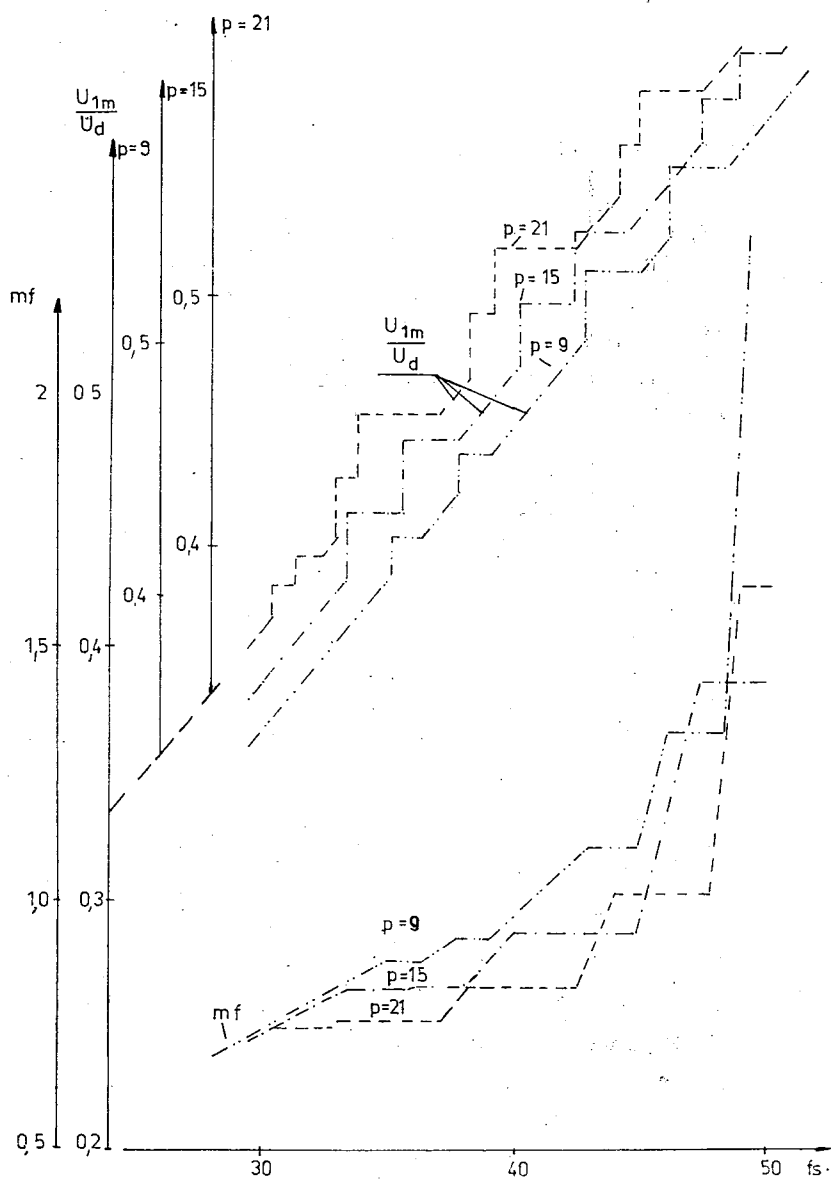
Rys. 21. Charakterystyki sterowania i wykresy względnych dodatkowych strat mocy w silniku przy MK1 i MK2

łach częstotliwości, gdy pierwsza harmoniczna jest większa od tej jaka wynika z teoretycznej zależności liniowej, współczynnik głębokości modulacji utrzymywany jest na stałej wartości. Założono ponadto w odniesieniu do wszystkich podanych charakterystyk, że pomiędzy pierwszą harmoniczną napięcia i jej częstotliwością obowiązuje zależność $U_1 = 0,61 U_{\omega} f_s / 50$, co przy napięciu stałym równym 514 V odpowiada wartości skutecznej równej 220 V przy 50 Hz. Razem z charakterystykami sterowania na rys. 22—25 umieszczono skorelowane z nimi zależności współczynnika głębokości modulacji od częstotliwości. Obydwe rodziny krzywych ilustrują różnice występujące między różnymi rodzajami modulacji dostarczając przy tym informacji o warunkach pracy silnika i przemiennika.

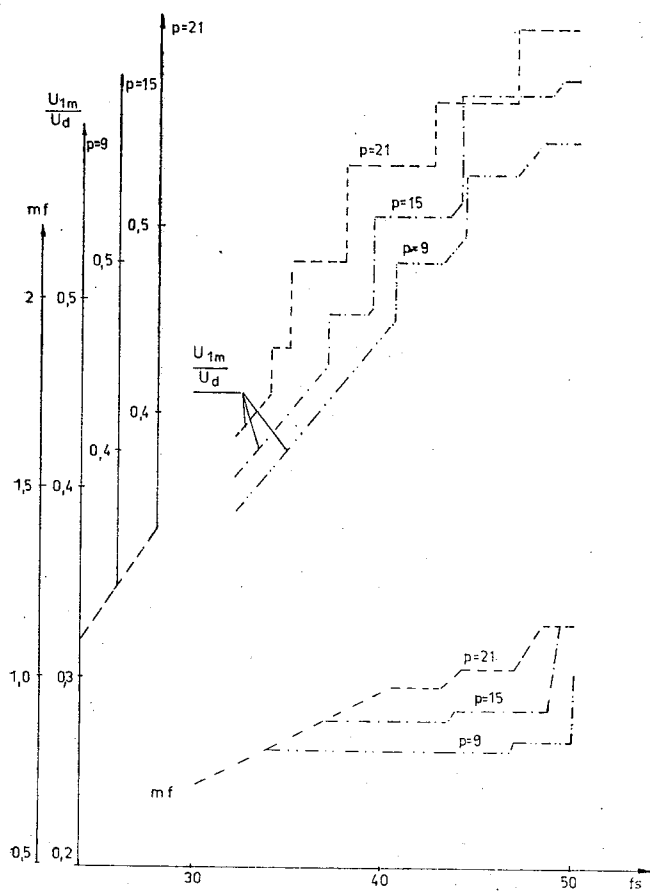
Na rys. 26 i 27 zamieszczono wykresy względnych dodatkowych strat wyznaczone przy tych samych założeniach co charakterystyki z rys. 22—25. Na ich podstawie można wysunąć wniosek, że nie jest uzasadnione w przypadku sterowania falownikiem tyrystorowym MSI zmniejszanie stosunku częstotliwości $f_t : f_m$, gdyż prowadzi to do wzrostu strat. Jeżeli to możliwe, należy stosować modulacje przy większych wartościach f_t / f_m , a dzięki układom eliminacji za krótkich impulsów ilość łączy w falowniku w jednym cyklu będzie ze wzrostem częstotliwości zmniejszała się utrzymując niejako automatycznie w przybliżeniu stałą częstotliwość łączy falownika.



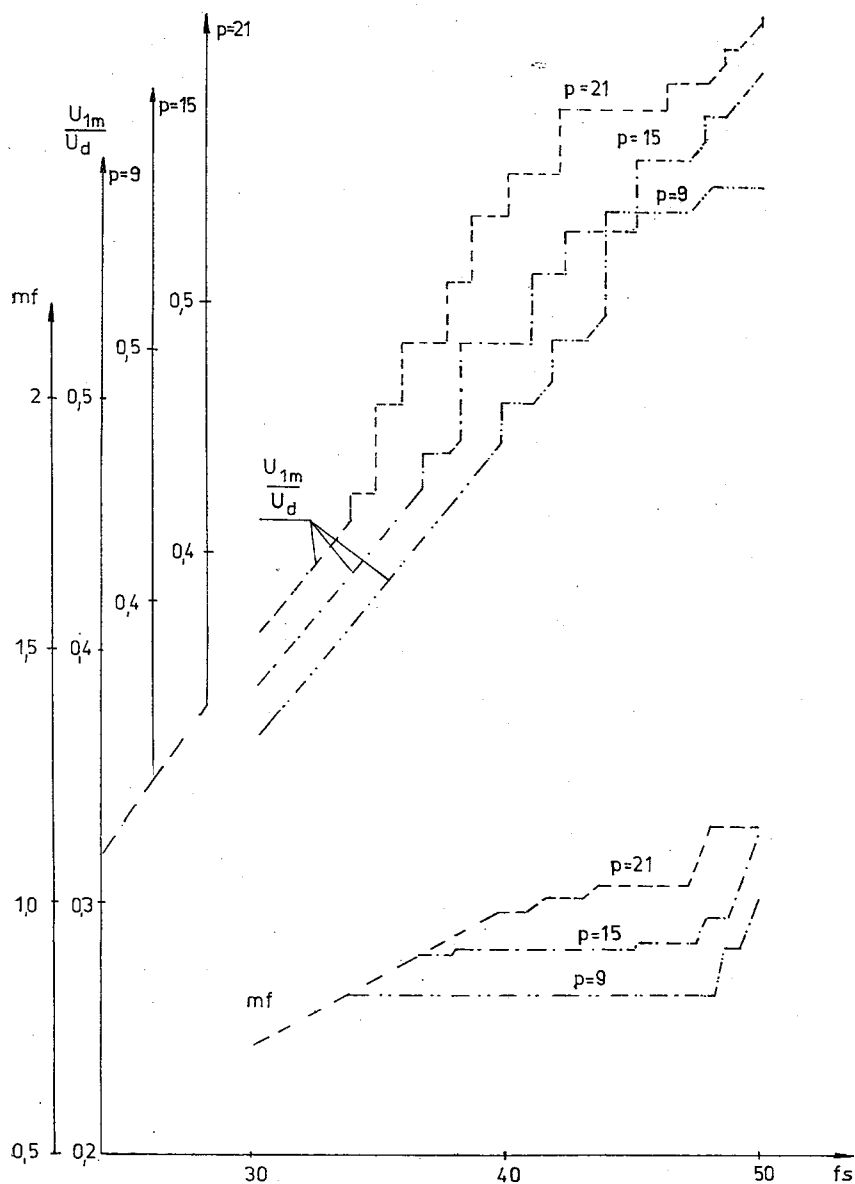
Rys. 22. Charakterystyki sterowania przy NMS z uwzględnieniem eliminacji za krótkich impulsów ($t_{\min} = 200 \mu s$)



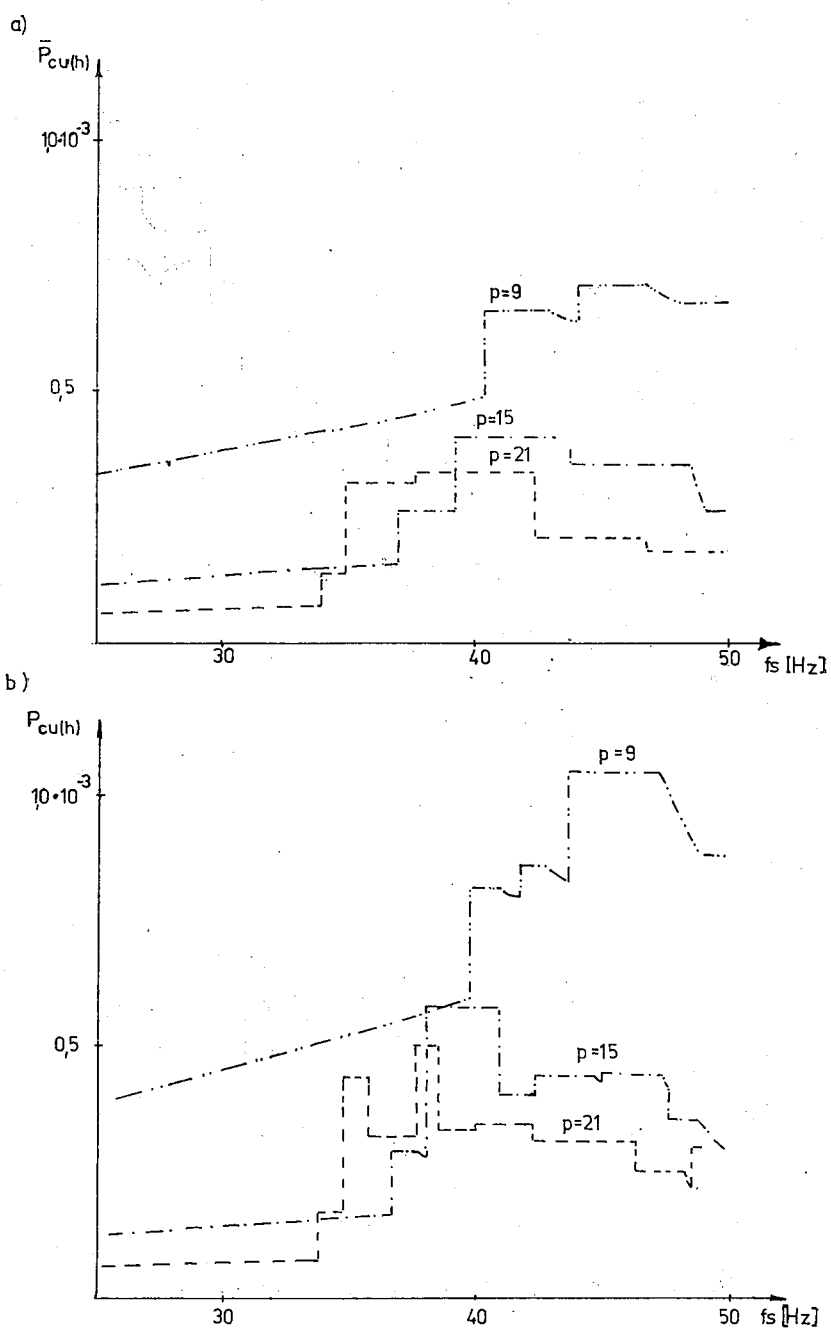
Rys. 23. Charakterystyki sterowania przy RMS ($t_{\min} = 200 \mu s$)



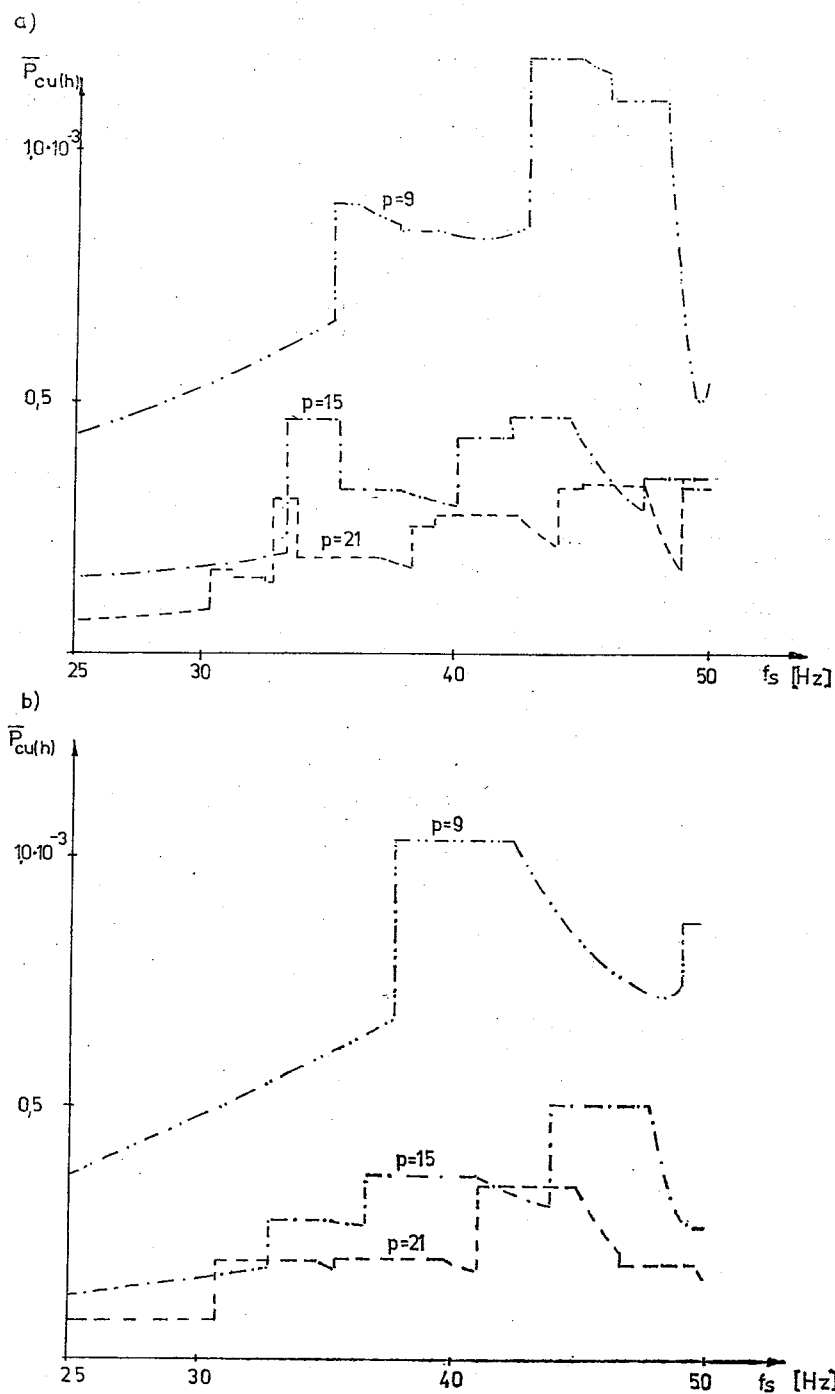
Rys. 24. Charakterystyki sterowania przy MK1 ($t_{min} = 200 \mu s$)



Rys. 25. Charakterystyki sterowania przy MKS ($t_{min} = 200 \mu s$)



Rys. 26. Wykresy względnych dodatkowych strat mocy ($t_{min} = 200 \mu s$) a) — NMS, b) — RMS



Rys. 27. Wykresy względnych dodatkowych strat mocy ($t_{min} = 200 \mu s$) a) MK1, b) MK2

UWAGI KOŃCOWE

Projektowanie przemienników z falownikami napięcia o MSI wiąże się z prowadzeniem złożonych obliczeń, przy których niezbędne jest zastosowanie komputera z odpowiednim oprogramowaniem specjalistycznym. Zasadniczym fragmentem takiego oprogramowania są podprogramy służące do symulacji przebiegów napięcia wyjściowego falowników przy różnych typach modulacji szerokości impulsów.

Przy analizie przebiegów napięć modulowanych największe praktyczne usługi oddaje blok wyznaczania składowych harmoniczných, który można wykorzystywać w sposób uniwersalny. Między innymi z jego zastosowaniem przeprowadzono syntezę charakterystyk sterowania falownika a także posłużono się nim przy wyznaczaniu dodatkowych strat mocy w silniku wywołanych wyższymi harmonicznymi prądu. Zbiór podprogramów do badania różnych rodzajów modulacji ma charakter otwarty i może być uzupełniany przez bloki służące do badania innych, nowo opracowanych rodzajów modulacji. Z tego punktu widzenia komputerowe programy symulacji i analizy napięć MSI mogą okazać się bardzo użyteczne przy pracach rozwojowych nad nowymi rodzajami modulatorów — w szczególności budowanych z zastosowaniem mikroprocesów.

Autor składa tą drogą podziękowanie profesorowi H. Ch. Skudelnemu dyrektorowi Instytutu Techniki Przekształtnikowej i Napędu Elektrycznego RWTH Aachen oraz jego współpracownikom dr inż. H. W. van der Broeck i inż. G. Stanke za uwagi ukierunkowujące pracę oraz udostępnienie warsztatu komputerowego.

BIBLIOGRAFIA

1. T. H. Barton: *Pulse width modulation waveforms — the Bessel approximation*. IAS Conf. Rec. 1978
2. T. L. Grant, T. H. Barton: *Control strategies for PWM drives*. IEEE Trans. Ind. App. 1980 nr 2
3. B. Grzesik: *On certain possibility of comparison of different methods of multiple pulse modulation with the help of integral square error criterion*. IFAC Symp. 1974
4. D. A. Grant: *Technique for puls dropping puls width modulated inverters*. Proc. IEE. Tom 128 nr 1. 1981
5. I. A. Houldsworth, D. A. Grant: *The use of harmonic distortion to increase voltage of a three phase PWM inverter*. IEEE Trans. Ind. App. 1984 Br 3
6. S. R. Bowes, R. R. Clements: *Computer aided design of PWM inverter systems*. Proc. IEE. 1982 t. 129, nr 1
7. S. R. Bowes, R. R. Clements: *Digital computer simulation of variable-speed PWM inverter — machine drives*. Proc. IEEE, 1983 t. 130, nr 3,
8. M. W. Gekeler: *Digitales Steuergerät für dreiphasige Pulswechselrichter*. Elektronik, 1982 nr 18
9. A. Schoöning, H. Stemmler: *Geregelter Drehstromantrieb mit gesteuertem Umrichter nach emd Unterschwingungsverfahren*. BBC Nachrichten. Dec. 1964, t. 46
10. J. M. D. Murphy, M. G. Egon: *A comparison of PWM strategies for inverter fed induction motors*. IEE Trans. Ind. Appl. 1983 nr 3
11. M. Dzikowski, H. Mroczek, Z. Nowacki, L. Pobjega: *Koncepcja rozwiązania mikrokomputerowego układu sterowania falownikiem u modulacją szerokości impulsów (PWM)*. IV Kraj. Sem. Sulejów 1986
12. Van der Broeck: *Auswirkungen der Pulsweitenmodulation hoher Taktzahl auf die Oberschwingungsbelastung einer Asynchronmaschine bei speisung durch einen U-Wechselrichter*. Archiv. f. Elektrotechnik 1985 t. 68, s. 279—291

M. NOWAK

COMPUTER SIMULATION AND ANALYSIS OF PWM VOLTAGES USED FOR THE DESIGN OF INDUCTION MOTOR DRIVES

Summary

Digital computers are an indispensable tool allowing for a quantitative estimation of performances and parameters of power electronic systems when solving many important problems connected with their designing. The analysis and design of static frequency converters provided with PWM voltage inverters and feeding an induction motor constitutes one of these problems.

The paper gives a brief survey of the basic PWM concepts: the comparison of two signals and the voltage space vector representation. Detailed algorithms useful for PWM simulation are described. Basing on these algorithms some programs in the Pascal language are developed and used for the calculation of inverter control characteristics and of stray power losses of the motor for the PWM methods investigated. This calculation takes into account the minimum permissible time interval between two successive switchings in a phase of the inverter.

M. NOWAK

SIMULATION À L'AIDE D'UN CALCULATEUR ET ANALYSE DES TENSIONS DÉFINIES AVEC LA MÉTHODE DE MODULATION DE LA LARGEUR DES IMPULSIONS APPLIQUÉES À PROJETER LES PROPULSIONS AVEC UN MOTEUR À INDUCTION

Résumé

Les calculateurs constituent un instrument irremplaçable pour déterminer la quantité des propriétés et des paramètres des convertisseurs énergétiques électroniques, lors de la résolution des problèmes liés à l'établissement de leurs projets. L'analyse et l'établissement du projet des convertisseurs statiques de fréquence à modulation de la largeur des impulsions de tension de sortie constituent un de ces problèmes. Dans l'article on a passé rapidement en revue les principales méthodes de modulation par comparaison de deux signaux et la méthode de la représentation du vecteur spatial de tension. On a précisé les algorithmes pour la simulation des parcours des tensions à largeur des impulsions modulée. À partir de ces algorithmes on a préparé les programmes en langue Pascal et on s'en est servi pour déterminer les caractéristiques de la commande et du calcul des pertes de puissance supplémentaires dans le moteur. Dans les calculs on a pris en considération le temps minime admissible entre deux renversements successifs d'une phase de l'onduleur.

M. NOWAK

DIGITALE KOMPUTERSIMULATION UND ANALYSE DER NACH DEM UNTERSCHWINGUNGSVERFAHREN EINGEPRÄGTEN SPANNUNGEN FÜR DAS ENTWERFEN VON ANTRIEBEN MIT INDUKTIONSMOTOREN

Zusammenfassung

Komputer sind unersetzbaren Werkzeuge, die eine quantitative Bestimmung von Eigenschaften und Parametern der energoelektrischen Stromrichter bei Lösung der Projektierungsprobleme ermöglichen. Analyse und Entwerfen von Wechselrichtern mit Ausgangsspannungssteuerung stellt solch eine Aufgabe dar. Im vorliegenden Aufsatz werden Hauptmethoden für die Steuerung nach dem Unterschwingungsverfahren erörtert; sie werden mittels Vergleiches von zwei Signalen und der Spannungsraumzeiger-Repräsentation kurz beschrieben. Bis ins einzelne gehende Simulationsalgorithmend der Ausgangsspannungen werden angegeben, und auf dieser Grundlage Programme in PASCAL-Sprache aufgesetzt. Unter Anwendung dieser Programme wurden Steuerkennlinien des Wechselrichters, als auch Leistungszusatzverluste des Motors berechnet. Bei den Berechnungen wurdender minimale Zeitabstand zwischen den aufeinanderfolgenden Löschvorgängen in einer Phase des Wechselrichters berücksichtigt.

М. НОВАК

КОМПЬЮТЕРНАЯ СИМУЛЯЦИЯ И АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ ФОРМИРУЕМЫХ МЕТОДОМ ШИРИНЫ ИМПУЛЬСОВ В ПРИМЕНЕНИИ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПРИВОДОВ С АСИНХРОННЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Резюме

Компьютеры являются незаменимым инструментом дающим возможность количественной оценки свойств и параметров энергоэлектронных преобразователей при их проектировании. Анализ проектирования статических преобразователей частоты с модуляцией ширины импульсов выходного напряжения является одним из их применений. Кратко обсуждены основные методы модуляции: путем сравнения двух сигналов и путем репрезентации пространственного вектора напряжения. Приведен подробный алгоритм симуляции пробегов напряжения с модулированной шириной импульсов. Согласно этим алгоритмам изготовлены программы на языке Паскаль, которые применены к определению характеристик управления и к расчеты дополнительных потерь мощности в двигателе. При расчетах учтен минимальный допустимый интервал времени между двумя очередными переключениями в одной фазе инвертора.

Pola prędkości synchronicznej silnika asynchronicznego z twornikiem sferycznym

GRZEGORZ KAMIŃSKI, ANDRZEJ BICZEL

Instytut Maszyn Elektrycznych, Politechnika Warszawska

Artykuł wpłynął 1986.06.20

Autoryzowano do druku 1987.05.25

W artykule przedstawiona jest analiza pola prędkości synchronicznej i jego wpływ na parametry elektromagnetyczne maszyny asynchronicznej o tworniku sferycznym: poślizgów lokalnych i wersorów momentów elektromagnetycznych. Przedyskutowano ich zależność od usytuowania wzbudnika względem twornika.

WPROWADZENIE

Silniki o geometrii sferycznej są jednym z najciekawszych pod względem poznawczym obiektów. Swoją złożoność zawdzięczają kulistemu twornikowi, który zawieszony w odpowiedni sposób w stosunku do wzbudnika daje bardzo wiele możliwości ruchowych. Struktura geometryczna obwodów magnetycznych oraz elektrycznych jest istotnym czynnikiem wpływającym na parametry elektromagnetyczne, a przede wszystkim kinetyczne tych maszyn. Tak więc, wprowadzeniem do formalnej analizy tych maszyn musi być szczegółowy opis struktury i zasadniczych węzłów konstrukcyjnych. Wydaje się bowiem, że dla tego typu maszyn o niekonwencjonalnej kinematyce, specjalnego znaczenia nabiera usytuowanie obudów wzbudnika, twornika i węzłów kinematycznych.

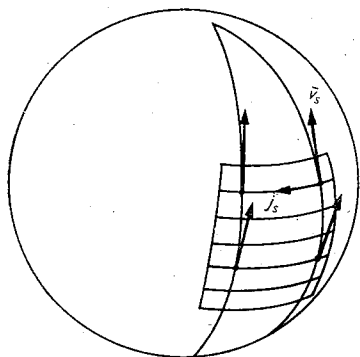
Osobliwość silników sferycznych polega pod względem kinematycznym przede wszystkim na tym, że tylko jeden rodzaj konstrukcji wzbudnika przy określonym jego usytuowaniu realizuje w sposób naturalny jeden stopień swobody. Natomiast wzbudniki o jednokierunkowych fazach prądowych pasm fazowych wymuszają dwustopniową kinematykę. Osobliwością tych maszyn jest również to, że znaczną klasę mogą stanowić maszyny o konstrukcji charakteryzującej się brakiem osiowej symetrii w rozmieszczeniu wzbudników, czy nawet zmiennością usytuowania wzbudników względem chwilowych osi obrotu. Związane jest to z różnymi możliwościami odbioru mocy elektromagnetycznej,

Analizując więc w pierwszym etapie badań kinematykę pola elektromagnetycznego, a następnie twornika, można rozpatrywać pewien modułowy wzbudnik z jednokierunkowymi pasmami fazowymi.

1. SFORMUŁOWANIE PROBLEMU

Dany jest model asynchronicznego silnika o ruchu złożonym z twornikiem sferycznym i wzbudnikiem o konstrukcji modułowej. W przedstawionej analizie rozpatruje się jeden moduł wzbudnika. Obwód magnetyczny wzbudnika modułowego posiada jedno lub dwa galwanicznie izolowane uzwojenia wielofazowe, których pasma fazowe są równoleżnikowo ułożone. Uzwojenia wzbudnika wytwarzają pola magnetyczne wędrujące o propagacjach południkowych rys. 1.

Gładki, sferyczny twornik usytuowany jest współśrodkowo ze wzbudnikiem modu-



Rys. 1. Orientacja torów prądowych i kierunków propagacji pola elektromagnetycznego

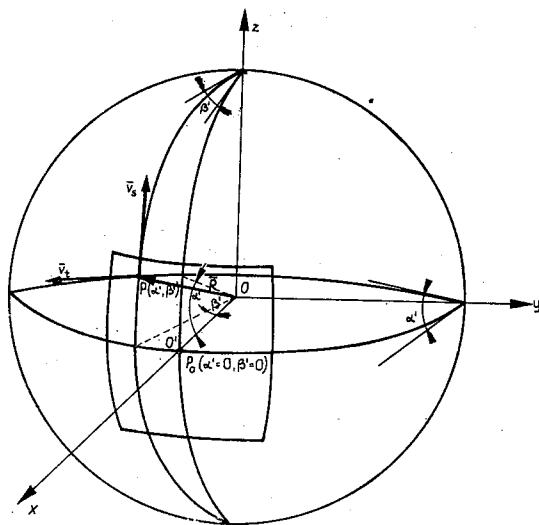
łowym. Obszar rozdzielający twornik od wzbudnika w kierunku promieniowym stanowi szczelinę powietrzną. Rozpatruje się dwa rodzaje zawieszenia twornika względem wzbudnika:

- swobodne, które może być realizowane za pomocą poduszki powietrznej;
- mechanicznie w pierścieniach Cardana,

2. UKŁADY WSPÓŁRZĘDNYCH

Dla opisu prędkości synchronicznych pola i ruchu twornika oraz ich wpływu na parametry elektromagnetyczne oraz ruchowe maszyny, wprowadzane są dwa układy współrzędnych. Ich wykorzystanie uzależnione jest od sposobu realizacji zawieszenia twornika.

Przy zawieszeniu swobodnym wystarczające jest opisanie ruchu twornika i prędkości synchronicznych wzbudnika we wspólnym układzie współrzędnych, związanym ze wzbudnikiem modułowym. Układ ten przedstawiony jest na rysunku 2. Położenie osi tego układu określone jest przez geometrię uzwojeń wzbudnika. Przyjmuje się, że oś x wyznaczona jest przez środek symetrii układu 0 i punkt przecięcia kół wielkich okładu prądowego 0'. Punkt ten charakteryzuje się tym, że pasma fazowe okładów prądowych wzbudzenia i prędkości synchroniczne są do siebie prostopadłe. Położenie dowolnego punktu na powierzchni wzbudnika wyznaczone jest przez kąty sferyczne α' , β' . Zakres zmienności tych kątów wynika z wielkości przestrzeni aktywnej wzbudnika.



Rys. 2. Układ współrzędnych dla twornika zawieszonego swobodnie w stosunku do wzbudnika

Przy zawieszeniu twornika w pierścieniach Cardana dla opisu ruchu twornika, konieczne jest wprowadzenie drugiego układu współrzędnych, związanego z obudową maszyny (rys. 3). Prędkości kątowe twornika wyrażają się przez prędkość obrotu własnego twornika ω i prędkości zmian położenia pierścieni, następującymi wzorami:

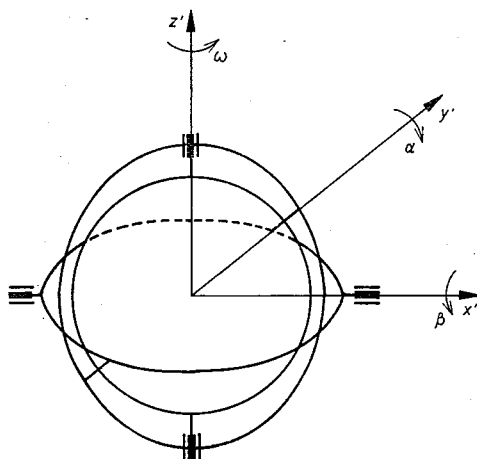
$$\begin{aligned}\omega_{x'} &= \dot{\beta} + \omega \sin \alpha \\ \omega_{y'} &= \dot{\alpha} \cos \beta - \omega \cos \alpha \sin \beta \\ \omega_{z'} &= \dot{\alpha} \sin \beta + \omega \cos \alpha \cos \beta,\end{aligned}\quad (1)$$

gdzie:

$\omega_{x'}$, $\omega_{y'}$, $\omega_{z'}$ — składowe prędkości kątowej twornika w układzie związanym z obudową;

α , β — kąty wychylenia pierścieni Cardana;

$\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ — prędkości kątowe ruchu pierścieni zawieszenia.



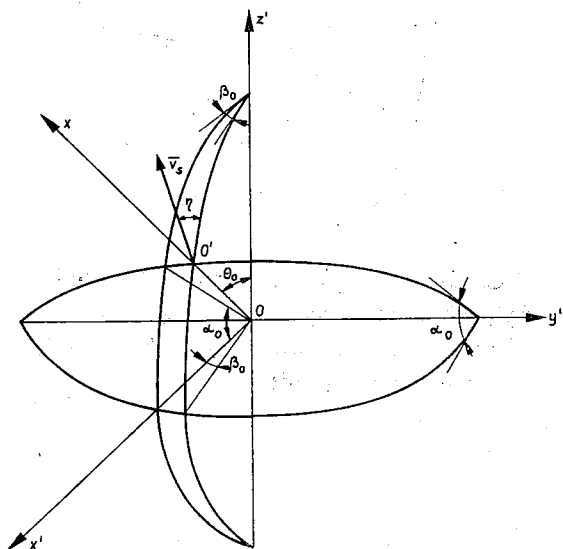
Rys. 3. Układ współrzędnych związany z podstawą maszyny dla zawieszenia twornika w pierścieniach Cardana

Prędkości synchroniczne pola magnetycznego opisywane są jak poprzednio w układzie związanym ze wzbudnikiem.

Zależności między układami współrzędnych $U(x, y, z)$ i $U'(x', y', z')$ związanymi ze wzbudnikiem i obudową, określona jest przez położenie wzbudnika względem podstawy zawieszenia Cardana (Rys. 4). Położenie to wyznaczone jest przez kąty:

α_0, β_0 — kąty sferyczne opisujące położenie środka symetrii wzbudnika O' względem układu związanego z obudową;

η — kąt obrotu wzbudnika wokół osi $x = 00'$.



Rys. 4. Położenie wzbudnika modułowego względem podstawy zawieszenia Cardana twornika

Prędkości kątowe twornika w układzie związanym ze wzbudnikiem, wyrażają się następującymi wzorami:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \omega_{x'} \sin \Theta_0 \cos \beta_0 + \omega_{y'} \sin \Theta_0 \sin \beta_0 + \omega_{z'} \cos \Theta_0 \\ \omega_y &= \omega_{x'} (-\cos \Theta_0 \cos \beta_0 \sin \eta - \sin \beta_0 \cos \eta) + \\ &\quad + \omega_{y'} (-\cos \Theta_0 \sin \beta_0 \sin \eta + \cos \beta_0 \cos \eta) + \\ &\quad + \omega_{z'} \sin \Theta_0 \sin \eta \\ \omega_z &= \omega_{x'} (-\cos \Theta_0 \cos \beta_0 \cos \eta + \sin \beta_0 \sin \eta) + \\ &\quad + \omega_{y'} (-\cos \Theta_0 \sin \beta_0 \cos \eta - \cos \beta_0 \sin \eta) + \\ &\quad + \omega_{z'} \sin \Theta_0 \cos \eta\end{aligned}\quad (2)$$

gdzie:

Θ_0 — kąt biegunowy położenia twornika

$$\begin{aligned}\sin \Theta_0 &= \frac{\cos \alpha_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0 \sin^2 \beta_0}} \\ \cos \Theta_0 &= \frac{\sin \alpha_0 \cos \beta_0}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0 \sin^2 \beta_0}}.\end{aligned}$$

Wyznaczenie $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$, prędkości kątowej twornika w układzie związanym ze wzбудnikiem pozwala na prowadzenie dalszej analizy identycznie jak dla przypadku twornika o zawieszeniu swobodnym.

3. PRĘDKOŚCI SYNCHRONICZNE

Analizowany model maszyny ma cechy silnika liniowego łukowego, którego jedną z cech charakterystycznych jest prędkość synchroniczna pola wędrującego. Dla pełnego opisu zjawisk zachodzących w maszynie, celowe jest wprowadzenie dwu związanych ze sobą prędkości synchronicznych:

$\vec{V}$ — prędkości liniowej, charakterystycznej dla silnika liniowego,

$\vec{\omega}_1$ — prędkości kątowej, związanej z ruchem obrotowym twornika.

W ogólnym przypadku fala pola magnetycznego wędrującego przedstawiona jest w postaci:

$$b(\vec{x}, t) = \sum_n \sum_m \mathcal{B}_{mn} \sin(\omega_n t - 2\pi \vec{k}_m \cdot \vec{x}), \quad (3)$$

gdzie:

$b(\vec{x}, t)$ jest radialną składową wektora indukcji magnetycznej.

Rozważana będzie przy tym pierwsza harmoniczna pola, to znaczy zakłada się następującą postać fali pola magnetycznego:

$$b(\vec{x}, t) = \mathcal{B} \sin(\omega_0 t - 2\pi \vec{k} \cdot \vec{x}), \quad (4)$$

gdzie:

ω_0 — pulsacja prądu zasilającego;

$\vec{k} = \frac{\vec{\Omega}_v}{\lambda}$ — wektor falowy,

$\vec{\Omega}_v$ — wektor kierunkowy prędkości pola,

λ — długości fali pola,

$\vec{x}$ — wektor wodzący punktu na powierzchni wzбудnika.

3.1. PRĘDKOŚĆ LINIOWA

Wykorzystując zależność (4) prędkość liniowa fali wyraża się zależnością:

$$\vec{V} = V \vec{\Omega}_v \quad (5)$$

gdzie:

V — moduł prędkości liniowej,

$\vec{\Omega}_v$ — wektor kierunkowy prędkości liniowej.

Wektor kierunkowy prędkości liniowej można wyznaczyć rozważając trójkąty sferyczne [1, 3] wyznaczone przez punkt $P(\alpha', \beta')$ na powierzchni strefy aktywnej i osie układu współrzędnych $U(x, y, z)$ (rys. 2). Wektory te mają następującą postać:

$$\vec{\Omega}_s = [-\cos \beta' \cos \theta' - \sin \beta' \cos \theta' \sin \theta'] \quad (6a)$$

dla pasm fazowych leżących w płaszczyźnie (x, y) — uzwojenie s , oraz

$$\vec{\Omega}_t = [\cos \alpha' \cos \delta' - \sin \delta' \sin \alpha' \cos \delta'] \quad (6b)$$

dla pasm fazowych leżących w płaszczyźnie (x, z) — uzwojenie t ,
gdzie:

α', β' — współrzędne rozpatrywanego punktu przestrzeni aktywnej,

Θ', δ' — kąty biegunowe rozpatrywanego punktu względem osi z i y .

Zależności kątów biegunowych od współrzędnych rozpatrywanego punktu są następujące:

$$\begin{cases} \sin \Theta' = \frac{\cos \alpha'}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha' \sin^2 \beta'}} \\ \cos \Theta' = \frac{\sin \alpha' \cos \beta'}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha' \sin^2 \beta'}} \end{cases} \quad \begin{cases} \sin \delta' = \frac{\cos \beta'}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha' \sin^2 \beta'}} \\ \cos \delta' = \frac{\cos \alpha' \sin \beta'}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha' \sin^2 \beta'}} \end{cases} \quad (7)$$

W ogólnym przypadku liniowa prędkość pola synchronicznego może mieć dwie składowe (s, t) , stąd jej wartość wynosi:

$$\vec{V} = V_s \vec{O}_s + V_t \vec{O}_t \quad (8)$$

$V_s = \frac{\lambda_s \omega_0}{2\pi}$ — prędkość fali generowanej uzwojeniem s ,

$V_t = \frac{\lambda_t \omega_0}{2\pi}$ — prędkość fali generowanej uzwojeniem t ,

$\lambda_{s,t} = 2\tau_{s,t}$

$\tau_{s,t}$ — podziałki biegunowe uzwojeń s i t .

Rozważa się przypadek zasilania uzwojeń z jednego źródła napięcia przemiennego o pulsacji ω_0 . Kąt między składowymi (s, t) zależny jest od położenia punktu przestrzeni aktywnej i jego cosinus wynosi:

$$\cos(\vec{V}_s, \vec{V}_t) = \sin \alpha' \sin \beta' \quad (9)$$

3.2. PRĘDKOŚĆ KĄTOWA

Prędkość kątowna pola synchronicznego względem punktu obrotu twornika można wyznaczyć z ogólnych wzorów analizy wektorowej i definicji prędkości kątowej [1, 2]:

$$\vec{V} = \vec{\omega}_1 \times \vec{x} \quad (10)$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} \quad (11)$$

stąd otrzymuje się:

$$\vec{\omega}_1 = \frac{1}{x^2} \vec{x} \times \vec{V}. \quad (12)$$

Uwzględniając szczególną geometrię silnika, otrzymuje się

$$\vec{x}^2 = R^2 = \text{const} \quad (13)$$

$$\vec{X} = R[\cos \beta' \sin \Theta', \sin \beta' \sin \Theta', \cos \Theta']^T \quad (14)$$

lub

$$\vec{X} = R[\cos \alpha' \sin \delta', \cos \delta', \sin \alpha' \sin \delta']^T, \quad (15)$$

gdzie:

R — promień strefy przyszczelinowej wzbudnika;

$\alpha', \beta', \Theta', \delta'$ — kąty opisane powyżej.

Wstawiając równania (13—15) i (6, 8) do równania (12) otrzymuje się następujące równanie na kątową prędkość synchroniczną pola:

$$\vec{\omega}_1 = \frac{V_s}{R} [\sin \beta', -\cos \beta', 0]^T + \frac{V_t}{R} [\sin \alpha', 0, -\cos \alpha']^T. \quad (16)$$

4. PRĘDKOŚĆ TWORNIKA

Ruch twornika opisywany jest wektorem prędkości kątowej $\vec{\omega}_r$, względem nieruchomego środka symetrii układu 0. Wektor ten można przedstawić w postaci:

$$\vec{\omega}_r = \omega_r \vec{Q}_r, \quad (17)$$

gdzie:

ω_r — chwilowa wartość prędkości kątowej twornika (rotora);

$\vec{Q}_r$ — wektor kierunkowy osi obrotu twornika (rotora).

Prędkość ta w danej chwili czasu jest jednakowa dla wszystkich punktów na powierzchni twornika. Każdy z tych punktów będzie charakteryzował się inną prędkością liniową, analogicznie do zależności (10), a zatem:

$$\vec{v}_r = \vec{\omega}_r \times \vec{R}_r, \quad (18)$$

gdzie:

$\vec{R}_r$ — wektor wodzący punktu na powierzchni twornika.

Zakładając, że grubość szczeliny powietrznej jest mała w stosunku do promienia twornika, w dalszych rozważaniach przyjmuje się dla punktów twornika znajdujących się w strefie aktywnej wzbudnika, że

$$\vec{R}_r = \vec{x}$$

gdzie:

$\vec{x}$ — promień wodzący punktu na powierzchni wzbudnika.

Zatem prędkość liniowa punktu twornika wyznaczonego współrzędnymi α', β' strefy aktywnej wzbudnika wynosi:

$$\vec{V}_r = \vec{\omega}_r \times R [\cos \beta' \sin \Theta', \sin \beta' \sin \Theta', \cos \Theta']^T \quad (20)$$

lub

$$\vec{V}_r = \vec{\omega}_r \times R [\cos \alpha' \sin \delta', \cos \delta', \sin \alpha' \sin \delta']^T. \quad (21)$$

5. POŚLIZGI LOKALNE

Wielkością istotnie wpływającą na parametry ruchowe maszyny asynchronicznej jest poślizg definiowany dla maszyn klasycznych przez równanie:

$$s = 1 - \frac{V_r}{V_*} \quad (22)$$

$$s = 1 - \frac{\omega_r}{\omega^*}, \quad (22a)$$

gdzie

wzór (22) jest wzorem ogólnym, a wzór (22.a) stosuje się w strukturach cylindrycznych. Prędkości V^* , ω^* są prędkościami synchronicznymi maszyny.

Odmienność struktury geometrycznej rozważanej maszyny powoduje, że należy wprowadzić nową definicję poślizgu, wychodząc z napięć indukowanych w obwodzie prądów indukowanych twornika. Zakłada się, że trajektorie prądów indukowanych są odbiciem torów prądowych wzbudnika i nie zależą od ruchu twornika. Rozważa się przy tym elementarny odcinek trajektorii Δl o położeniu określonym kątami α' , β' (rys. 2) i powyższym założeniem. Zgodnie z ogólnym prawem, napięcie indukowane w tym odcinku dane jest wzorem:

$$U_{\text{ind}} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (23)$$

gdzie:

strumień skojarzony z odcinkiem Δl , Φ dany jest równaniem:

$$\Phi = \int_{\Delta S} \vec{b} \cdot \vec{dS}. \quad (24)$$

Zakładając że, rozmiar elementu ΔS jest dostatecznie mały i biorąc pod uwagę zależność (4) otrzymuje się:

$$U_{\text{ind}} = -\omega_0 \cdot s \cdot \Delta S \cdot B \cdot \cos(\omega_0 t - 2\pi \vec{k} \cdot \vec{x}) \quad (25)$$

gdzie:

$$s = \cos \delta \left(1 - \frac{2\pi \vec{k} \cdot \vec{V}_r}{\omega_0} \right) \quad (26)$$

jest poślizgiem lokalnym w rozpatrywanym elemencie strefy aktywnej, wyrażonym przez liniowe prędkości pola i twornika.

W powyższym równaniu $\vec{k}$, $\vec{V}_r$, ω_0 zostały zdefiniowane wcześniej. Współczynnik rozbieżności wektora indukcji i kierunku normalnego do elementu ΔS , $\cos \delta$, określony jest przyjętym założeniem o położeniu trajektorii prądów indukowanych i wynosi:

$$\cos \delta_s = \frac{|V_s| + V_r \text{sign}(V_s) \sin \alpha' \sin \beta'}{V} \quad (27)$$

$$\cos \delta_t = \frac{|V_t| + V_s \text{sign}(V_t) \sin \alpha' \sin \beta'}{V} \quad (28)$$

dla odcinków będących odbiciem odpowiednio uzwojenia s i t . Równanie (26) opisuje poślizgi lokalne w funkcji prędkości liniowych pola i rotora (twornika). Biorąc pod uwagę przedstawione powyżej zależności między prędkościami liniowymi i kątowymi, równanie to można przekształcić do postaci:

$$s_{s,t}(\alpha', \beta') = \cos \delta_{s,t} \left(1 - \frac{\vec{\omega}_r \cdot \vec{\omega}_1}{\omega_1^2} \right) \quad (29)$$

gdzie:

$\vec{\omega}_1$ i $\vec{\omega}_r$ dane są wzorami (16, 17).

Równanie (29) przedstawia poślizg lokalny w funkcji kątowych prędkości pola i twornika.

Ostatnie równanie można łatwo sprowadzić do przypadku klasycznej maszyny asynchronicznej o strukturze cylindrycznej lub płaskiej. W przypadku maszyny klasycznej, występuje tylko jedno uzwojenie, przy czym:

$$\cos \delta = 1$$

$$\vec{\omega}_r \cdot \vec{\omega}_1 = \omega_r \cdot \omega_1$$

$$V_r = R\omega_r = \text{const}$$

$$V = R\omega_1 = \text{const},$$

więc równania (26, 29) sprowadzają się do klasycznej definicji poślizgu danej równaniem (22).

Analizy parametrów elektromagnetycznych maszyny dokonuje się zazwyczaj w funkcji poślizgu, wyrażając prędkości twornika przez przekształcenie wzorów (22, 22.a):

$$v_r = V^*(1-s) \quad (30)$$

lub

$$\omega_r = \omega^*(1-s). \quad (31)$$

W równaniach tych V^* i ω^* są prędkościami synchronicznymi pola (liniową i kątową), charakteryzującymi dany wzбудnik. W rozpatrywanej maszynie jako prędkości synchroniczne wzбудnika przyjęte zostaną wartości V i ω_1 uśrednione po powierzchni strefy aktywnej.

Wprowadzając zależności (31) do wzoru (29) otrzymuje się następujące zależności opisujące poślizgi lokalne w funkcji poślizgu zadawanego:

$$s_{s,t} = \cos \delta_{s,t} \left[1 - \omega^*(1-s) \frac{\vec{\Omega}_r \cdot \vec{\omega}_1}{\omega_1^2} \right]. \quad (32)$$

Równanie to można sprowadzić do liniowej zależności poślizgów lokalnych od poślizgu zadawanego:

$$S_{s,t} = S_{s,t}^1 + S_{s,t}^2 \cdot s \quad (33)$$

gdzie:

$$S_{s,t}^1 = \left(1 - \frac{\omega^* \vec{\Omega}_r \cdot \vec{\omega}_1}{\omega_1^2} \right) \cos \delta_{s,t}$$

$$S_{s,t}^2 = \frac{\omega^* \vec{\Omega}_r \cdot \vec{\omega}_1}{\omega_1^2} \cos \delta_{s,t}.$$

6. WERSORY MOMENTÓW ELEKTROMAGNETYCZNYCH

W oparciu o przyjęte założenia dotyczące trajektorii prądów indukowanych na tworniku siłę działającą na jednostkę długości trajektorii prądu indukowanego w dowolnym punkcie strefy aktywnej można określić z zależności:

$$\vec{f}_{s,t} = b \cdot j_{s,t} \cdot \vec{\Omega}_{s,t}, \quad (34)$$

gdzie:

b — radialna składowa wektora indukcji magnetycznej, równanie (4);

$j_{s,t}$ — natężenie prądu indukowanego w gałęziach s, t twornika;

$\vec{\Omega}_{s,t}$ — wektor kierunkowy propagacji pól wędrujących, równania (6a, b).

Korzystając z ogólnej zależności, moment elektromagnetyczny wyraża się wzorem:

$$\vec{m} = (\vec{f}_s + \vec{f}_t) \times \vec{x} \quad (35)$$

gdzie promień wodzący siły elektromagnetycznej $\vec{x}$ dany jest równaniami (14, 15). Wykorzystując równania (6a, 6b, 14, 15) można równanie (35) sprowadzić do postaci:

$$\vec{m} = m_s \vec{\mathcal{M}}_s + m_t \vec{\mathcal{M}}_t \quad (36)$$

gdzie:

momenty elektromagnetyczne działające na trajektorie s i t prądów indukowanych;

$$m_s = R b j_s \quad \vec{\mathcal{M}}_s = [\sin \beta', -\cos \beta', 0]^T$$

$$m_t = R b j_t \quad \vec{\mathcal{M}}_t = [\sin \alpha', 0 -\cos \alpha']^T$$

wersory momentów elektromagnetycznych trajektorii s i t prądów indukowanych w układzie związanym ze wzbudnikiem.

Momenty działające na poszczególne odcinki trajektorii prądów indukowanych, bądź ich sumę będącą wypadkowym momentem elektromagnetycznym działającym na twornik, transformuje się do układu związanego z obudową zawieszenia Cardana przy pomocy równań (2). W przypadku rozpatrywania obrotu twornika wokół ustalonej osi obrotu o wersorze $\vec{\Omega}_r$ (równanie 17) do równań ruchu potrzebny jest rzut momentu elektromagnetycznego na oś obrotu twornika dany równaniem:

$$m_r = m_s \vec{\mathcal{M}}_s \cdot \vec{\Omega}_r + m_t \vec{\mathcal{M}}_t \cdot \vec{\Omega}_r \quad (37)$$

7. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY I WNIOSKI

Dla efektywnego wyznaczenia momentów elektromagnetycznych (równania 36, 37) konieczne jest obliczenie radialnej składowej indukcji szczelinowej b i prądów indukowanych j_s, j_t . Wyznaczone będą one z obwodowej analizy pola elektromagnetycznego rozważanej maszyny, która przedstawiona zostanie w odrębnej pracy.

Prędkość synchroniczna i poślizgi lokalne analizowane w tym artykule są danymi wejściowymi dla takiej analizy. Poniżej przedstawione są przykładowe wyniki obliczeń prędkości synchronicznej i poślizgów lokalnych. Dla jakościowego zobrazowania otrzymywanych rezultatów, przedstawiono wyniki obliczeń dla dwu położeń symetrycznego wzbudnika o następujących danych:

promień twornika: $R = 1$ [m]

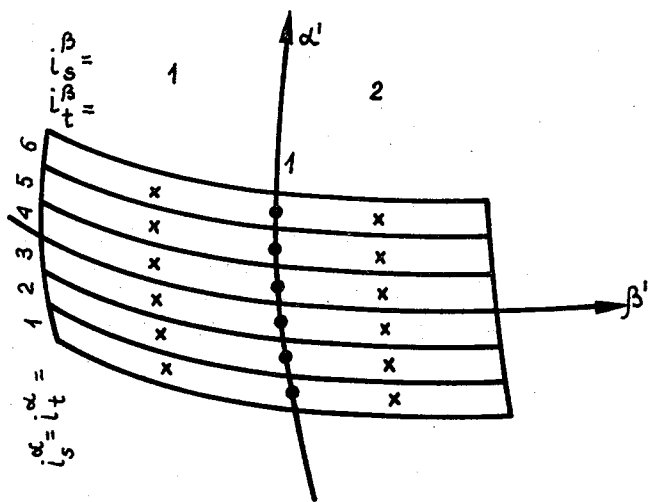
wymiary strefy aktywnej wzbudnika:

$$\alpha'_1 = -9^\circ, \alpha'_2 = 9^\circ$$

$$\beta'_1 = -25,8^\circ, \beta'_2 = 25,8^\circ.$$

Wzbudnik posiada jedno uzwojenie, wytwarzające pole wędrujące o prędkości $V_s = 1$ m/s. Oś obrotu twornika skierowana jest zgodnie z kierunkiem osi y' ($\alpha = 0$, $\beta = 90^\circ$) układu związanego z podstawą maszyny.

Strefa aktywna podzielona została na dwanaście podobszarów odpowiadających dwunastu trajektoriom prądów indukowanych j_s w tworniku i sześciu trajektoriom j_t (rys. 5). Poślizgi lokalne dla poszczególnych podobszarów oraz wersory momentu elek-



Rys. 5. Podział strefy aktywnej na podobszary, x — reprezentatywny węzeł podobszaru trajektorii prądu indukowanego j_s ; 0 — reprezentatywny węzeł podobszaru trajektorii prądu indukowanego j_t .

Tablica 1

Współczynniki poślizgu lokalnego, wersory momentu i jego rzut na oś twornika dla trajektorii j_s prądu indukowanego.

Symetryczne położenie wzbudnika:

$$\alpha_0 = \beta_0 = \eta = 0$$

$$\vec{\omega}_1 = [0, 0.967, 0]^T$$

i_s^β	i_s^α	s_s^1	s_s^2	$\mathcal{M}_{s,x}$	$\mathcal{M}_{s,y}$	$\mathcal{M}_{s,z}$	$\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{\Omega}_r$
1	1	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
	2	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
	3	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
	4	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
	5	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
	6	0.058	0.942	0.223	0.975	0.	0.975
2	1	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975
	2	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975
	3	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975
	4	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975
	5	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975
	6	0.058	0.942	-0.223	0.975	0.	0.975

Tablica 2

Współczynniki poślizgu lokalnego, wersory momentu i jego rzut na oś obrotu twornika dla trajektorii j_t prądu indukowanego

i_t^β	i_t^α	S_t^1	S_t^2	$\mathcal{M}_{t,x}$	$\mathcal{M}_{t,y}$	$\mathcal{M}_{t,z}$	$\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{\Omega}_r$
1	1	0.	0.	-0.131	0.	-0.991	0.
	2	0.	0.	-0.078	0.	-0.997	0.
	3	0.	0.	-0.026	0.	-0.999	0.
	4	0.	0.	0.026	0.	-0.999	0.
	5	0.	0.	0.078	0.	-0.997	0.
	6	0.	0.	0.131	0.	-0.991	0.

Tablica 3

Współczynniki poślizgu lokalnego, wersory momentu i jego rzut na oś obrotu twornika dla trajektorii j_s prądu indukowanego. Wzbudnik przesunięty i obrócony

$$\alpha_0 = 0^\circ, \beta_0 = 15^\circ, \eta = 45^\circ$$

$$\vec{\omega}_1 = [-0.277, 0.633, 0.676]^T, |\vec{\omega}_1| = 0.967$$

i_s^β	i_s^α	S_s^1	S_s^2	$\mathcal{M}_{s,x}$	$\mathcal{M}_{s,y}$	$\mathcal{M}_{s,z}$	$\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{\Omega}_r$
1	1	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
	2	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
	3	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
	4	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
	5	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
	6	.327	.673	-.066	.696	.715	.696
2	1	.438	.562	-.492	.582	.648	.582
	2	.438	.562	-.492	.582	.648	.582
	3	.438	.562	-.492	.582	.648	.582
	4	.438	.562	-.492	.582	.648	.582
	5	.438	.562	-.492	.582	.648	.582
	6	.438	.562	-.492	.582	.648	.582

Tablica 4

Współczynniki poślizgu lokalnego wersory momentu i jego rzut na oś obrotu twornika dla trajektorii j_t prądu indukowanego

i_t^β	i_t^α	S_t^1	S_t^2	$\mathcal{M}_{t,x}$	$\mathcal{M}_{t,y}$	$\mathcal{M}_{t,z}$	$\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{\Omega}_r$
1	1	0.	0.	-.204	.671	-.713	.671
	2	0.	0.	-.154	.688	-.709	.688
	3	0.	0.	-.104	.704	-.703	.704
	4	0.	0.	-.055	.717	-.695	.717
	5	0.	0.	-.005	.729	-.685	.729
	6	0.	0.	.046	.738	-.673	.738

tromagnetycznego i jego rzut na oś obrotu twornika, wyznaczono ze współrzędnych węzłów reprezentujących te podobszary (tj. środków podobszarów).

Wyniki obliczeń wykonanych dla dwu położań wzbudnika, zawarte są w tablicach 1—4. Przedstawione w nich dane pozwalają na jakościowe wnioski o wpływie ustawienia wzbudnika na wielkości prądów indukowanych i momentów elektromagnetycznych:

— przy pracy jednego uzwojenia (uzwojenie s) wzbudnika, zależność od kąta α' ujawnia się tylko w wersorach momentów działających na prądy indukowane j_t ;

— przy symetrycznym położeniu wzbudnika, efektywnie działają tylko momenty równoległe do osi prędkości kątowej pola (znikają prądy indukowane j_t);

— przy przesunięciu wzbudnika wobec asymetrii poślizgów lokalnych w trajektoriach h_s może pojawić się niezerowy prąd indukowany j_t , a zatem i składowe momentu elektromagnetycznego kierujące oś obrotu twornika na kierunek osi obrotu pola elektromagnetycznego.

BIBLIOGRAFIA

1. K. Borsuk: *Geometria analityczna wielowymiarowa*. Warszawa: PWN, 1966
2. W. Rubinowicz: *Mechanika teoretyczna*. Warszawa: PWN, 1955
3. I. Pawłowicz: *Trygonometria sferyczna w ujęciu wektorowym*. Warszawa: WPW, 1971
4. G. Kamiński, W. Przyborowski: *Characteristics, parameters of complex motion motor*. Proc. IMACS TG1, 1984
5. G. Kamiński, A. Biczal: *Wybrane zagadnienia dynamiki silnika asynchronicznego o ruchu złożonym z twornikiem sferycznym*. Rozpr. Elektr. (w druku)

G. KAMIŃSKI, A. BICZAL

SYNCHRONEOUS VELOCITY FIELDS OF THE ASYNCHRONOUS MOTORS WITH SPHERICAL ARMATURE

Summary

This paper presents an analysis of synchronous velocity fields and their influence on the electromagnetic parameters of an asynchronous machine with the spherical armature: the local slip and the electromagnetic momentum versors. The influence of the inductor versus rotor placement on those quantities is discussed.

G. KAMIŃSKI, A. BICZAL

CHAMP DE LA VITESSE DE SYNCHRONISME D'UN MOTEUR ASYNCHRONE À INDUIT SPHÉRIQUE

Résumé

Dans l'étude on présente l'analyse des champs de la vitesse de synchronisme et leur influence sur les suivants paramètres électromagnétiques d'une machine asynchrone à induit sphérique: glissements locaux et vecteurs-unités d'un couple électromagnétique. On discute la dépendance de ces paramètres de la localisation de l'inducteur par rapport à l'induit.

G. KAMIŃSKI, A. BICZAL

SYNCHRONDREHZAHLFELD EINES ASYNCHRONMOTORS MIT KUGELANKER

Zusammenfassung

Im Artikel wird die Analyse eines Synchrondrehzahlfeldes und sein Einfluß auf die elektromagnetischen Parameter einer Asynchronmaschine mit Kugelanker dargestellt: die Lokalschlüpfе und Versoren der elektromagnetischen Momente. Deren Abhängigkeit von der Induktorlage dem Anker gegenüber wurde diskutiert.

chen Parameter einer Asynchronmaschine mit Kugelanker dargestellt: die Lokalschlüpfе und Versoren der elektromagnetischen Momente. Deren Abhängigkeit von der Induktorlage dem Anker gegenüber wurde diskutiert.

Г. КАМИНЬСКИ, А. БИЧЕЛЬ

ПОЛЕ СИНХРОННОЙ СКОРОСТИ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ СО СФЕРИЧЕСКИМ ЯКОРЕМ

Резюме

Представлен анализ полей синхронной скорости и их влияние на электромагнитные параметры асинхронной машины со сферическим якорем: местных скольжений и единичных векторов электромагнитного момента. Проведена дискуссия зависимости этих параметров от размещения индуктора относительно якоря.