

Modele i pola prądów zastępczych w strefie aktywnej turbogeneratorów

WŁODZIMIERZ PRZYBOROWSKI

Instytut Maszyn Elektrycznych, Politechnika Warszawska

Artykuł wpłynął 1987.01.06

Autoryzowano do druku 1987.06.24

W pracy przedstawiono model prądów zastępczych w strefie aktywnej turbogenerators. Wyznaczono przestrzenno-czasowe funkcje liniowych gęstości prądów magnetycznej i twornika, uzależnione od parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych maszyny. Rozważania zilustrowano przykładowymi obliczeniami dla trzech typów turbogeneratorów o mocach 200, 360, 500 MW.

1. WPROWADZENIE

Oprócz doskonalenia modeli i schematów obliczeniowych różnych zagadnień elektromagnetycznych dużych maszyn elektrycznych a przede wszystkim maszyn granicznych mocy — turbogeneratorów, bardzo ważne jest doskonalenie metod obliczeń w zakresie różnych zjawisk sprzężonych z efektami elektromagnetycznymi [5, 8]. Szczęólnego znaczenia nabierają zjawiska elastokinetyczne ponieważ są silnie zintensyfikowane wskutek dużej koncentracji pól elektromagnetycznych, a więc wzrostu obciążeń elektromagnetycznych i mechanicznych. Ponadto, ze względu na dynamikę tych zjawisk w sposób istotny decydują o niezawodności i trwałości maszyn elektrycznych.

Sprzężenie zjawisk o różnej naturze stanowi o ich złożoności i skłania do wypracowania specyficznych metod obliczeń. W każdym jednak przypadku zjawisk sprzężonych (mechanicznych lub cieplnych), punktem wyjścia jest opracowanie modeli fizykalnych ustroju maszyny i schematów obliczeniowych dla zjawisk elektromagnetycznych, dla których z kolei głównymi determinantami są pola prądów maszyn elektrycznych. Tak więc modele i metody obliczeń zagadnień elektromagnetycznych w problemach sprzężonych powinny się cechować dostateczną ogólnością i wyjątkową dalekosiężną operatywnością.

W pracy określono model uzwojeń i rozkłady pól prądów turbogeneratorów^{*)}. Jak zaznaczono jest to punkt wyjścia do obliczeń rozkładów pola elektromagnetycznego, więc przy formułowaniu modelu i określaniu właściwych temu modelowi funkcji brano pod uwagę ich dalsze zastosowania, również i do zagadnień pozaelektromagnetycznych.

Chociaż zasadniczy tok rozważań dotyczy tzw. prądów liniowych, to zaprezentowaną metodykę formułowania modelu i określone zależności rozkładów prądów można zastosować do funkcji gęstości prądów.

^{*)} Pracę wykonano w ramach RPBP 02.7

2. ŻŁBKOWY ROZKŁAD PRĄDÓW TURBOGENERATORA

Bezpośrednimi źródłami pola elektromagnetycznego w turbogeneratorach są prądy żłbkowe magnesu i twornika, zlokalizowane w przewodach prętów o określonej zwojności oraz warstwowości. Dokładne więc ujęcie zagadnień elektromagnetycznych wymaga uwzględnienia niemal przewodowego rozkładu prądów.

Poważnym utrudnieniem w operowaniu gęstościami prądów są niejednorodności obszarów przewodów i prętów wskutek istnienia, w tych przewodach i obszarach żłbków, kanałów do przepływu mediów chłodzących, jak również wskutek otoczenia i oddzielenia izolacją przewodów prętów i warstw uzwojenia. Wobec określonej struktury i otoczenia obszarów prądowych należy wprowadzić taki model tych obszarów, którego bazą będą uśrednione jednorodnie warstwy prądowe, co w przypadku granicznym, w naturalny sposób, prowadzi do warstewek prądowych o nieskończenie małej grubości.

Oceniając wstępnie odpowiedność do rzeczywistości fizycznej tak tworzonego modelu należy zwrócić uwagę na to, że grubość radialna przewodu d_j oraz odległość między

sąsiednimi (w kierunku radialnym) warstwami d_j są znikomo małe $\left(\frac{d_j}{R} \ll 1 \text{ i } \frac{d_j}{R} \ll 1\right)$,

w stosunku do promienia R pobocznicy walców, na których pasma warstewek są sytuowane. Ponadto zachowuje się obciążenie prądowe nieskończenie cienkich przewodów modelu. Nietrudno zauważyć, że przejście z obszarem prądowym do nieskończenie cienkiej warstewki prądowej jest tym dokładniejsze im obszar prądowy jest mniejszy (czyli przewód cieńszy). Należy przy tym zaznaczyć, że nie jest jednoznaczne przejście od przestrzennego obszaru prądowego do jego powierzchniowego modelu odpowiednio sytuowanego w strefie żłbkowo-zębowej maszyny.

Ze względu na odwzorowanie obszarów (i niektórych wielkości polowych) trójwymiarowych w dwuwymiarowe, a więc wobec wprowadzenia wielkości zastępczych, należy określić niezmienniki tych przekształceń.

Jako niezmiennik przekształcenia przyjmuje się równość wartości natężenia prądu od rzeczywistej gęstości prądu (j_A) grupy N_{jA} zwojów (magnesu — ρ) lub grupy przewodów w pręcie (twornika — s) i natężenia prądu od liniowej gęstości prądu (J_A) grupy N_{JA} (rys. 1) odpowiednich warstewek zastępczych

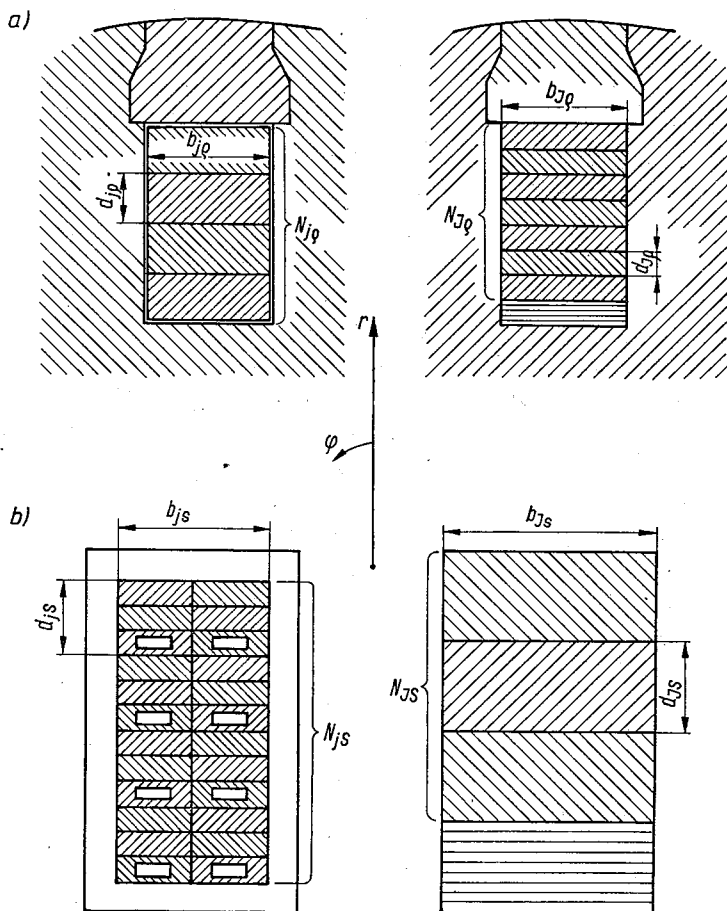
$$N_{jA} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi_{jA}} \int_{r^{(N)} - d_{jA}/2}^{r^{(N)} + d_{jA}/2} j_A r dr d\varphi = N_{JA} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0 + \Delta\varphi_{JA}} J_A r_0^{(k)} d\varphi. \quad (1)$$

Przy czym $\Delta\varphi_{jA}$ jest kątową rozpiętością szerokości przewodu, $r^{(N)}$ — średni promień lokalizacji N -tego przewodu, $\Delta\varphi_{JA} = b_{JA}/r^{(k)}$ — kątowa szerokość warstewki zastępczej, b_{JA} — szerokość i $r_0^{(k)}$ — promień warstewki zastępczej.

Uwzględniając powyższe związki oraz przyjmując, że obszar prądowy warstwy nieskończenie cienkiej powstaje przy przejściu w granicy do zera z grubością przewodu, można określić gęstość prądu tej warstwy w formie dystrybucyjnej

$$j_A^{(\text{inf})} = \frac{N_{jA} b_{jA}}{N_{JA} b_{JA}} d_{jA} j_A \delta(r - r_0^{(k)}). \quad (2)$$

W ten sposób tworzy się z obszaru przestrzennego (zawierającego N_{JA} elementarnych



Rys. 1. Szkic żłobka i pręta z przewodami rzeczywistymi i modelowymi a) magniesnicy, b) twornika

przewodów na wysokość żłobka lub pręta, względnie ich części), obszary powierzchniowe (o liczbie N_{JA}) w formie warstewek położonych na pobocznicach walców o promieniach $r^{(k)}$ ($k = 1, \dots, N_{JA}$).

Liniowa gęstość prądu w określonej grupie warstewek wynosi

$$J_A = j_A \frac{N_{JA} b_{JA}}{N_{JA} b_{JA}} d_{JA}. \quad (3)$$

Promień powierzchni skoncentrowania prądów liniowych $r^{(k)}$ odnoszą się do powierzchni przechodzącej przez środek (k -tego) obszaru o grubości d_{JA} , która wynika z podziału określonej strefy prądowej na N_{JA} warstw. Zatem wartość gęstości prądu w warstwie zastępczej wynosi

$$j_{JA} = \frac{J_A}{d_{JA}}. \quad (4)$$

Na podstawie zależności (3) i (4) otrzymuje się związek gęstości prądów w przewodach zastępczych i rzeczywistych

$$j_{JA} = j_A \frac{N_{JA} b_{JA} d_{JA}}{N_{JA} b_{JA} d_{JA}}. \quad (5)$$

Ze względu na stałą wartość wysokości żłbkowych obszarów prądowych, które podlegają podziałowi na warstwy lub podobszary prądowe oraz uwzględniając zależności (4) i (5), otrzymuje się związek dowodzący stałej wartości zastępczej gęstości prądu w warstwach przy różniczebnych podziałach obszarów prądowych

$$\frac{J_A^{(1)}}{d_{JA}^{(1)}} = \dots = \frac{J_A^{(K)}}{d_{JA}^{(K)}}, \quad A = \varrho, s. \quad (6)$$

Jak zaznaczono uprzednio podział prądu żłbkowego na warstwy prądowe lub (ogólnie) obszary prądowe cechuje się pewną dowolnością usytuowania i liczbą warstw lub obszarów. Można jednakże wskazać następujące wytyczne w tej kwestii, warunkujące strukturalne podobieństwo postulowanego modelu do rzeczywistego obiektu.

Stosunek liczb zadanych warstw lub obszarów prądowych w strefie magniesnicy i twornika $N_{J\varrho}/N_{Js}$, powinien być równy stosunkowi liczb odpowiednio zwojów magniesnicy i powtarzalnych grup (sekwencji d_{js}) przewodów w przecie warstwy uzwojenia twornika. Przy czym odpowiednia sekwencja powinna zawierać przewody o różnej konstrukcji. Graniczny podział nie powinien być większy od dwukrotnej liczby zwojów lub sekwencji pręta. Odległości warstw prądowych lub grubości radialne obszarów prądowych w strefie podziału powinny być jednakowe.

W zakończeniu powyższych rozważań należy zauważyć, że propozycja formułowania modelu obszarów prądowych maszyny w infitezymalnie cienne warstewki prądowe jest uogólnieniem pojęcia okładu prądowego zlokalizowanego przy szczelinie maszyny, który różny od rzeczywistości fizycznej okazuje się bardzo dogodny w praktyce inżynierskiej [5].

Gęstość prądu. Podstawą do obliczeń określonych powyżej gęstości prądów jest rzeczywista gęstość prądu. Parametr ten można obliczyć według znanych zależności, które stosuje się w toku obliczeń projektowych [5, 8]. Z uwagi jednak na to, że w przedstawionym modelu określa się prądy części uzwojeń (sekwencji zezwojów lub prętów), więc odpowiednie zależności klasyczne należy zmodyfikować wprowadzając prąd stanowiący część prądu żłbkowego.

Prąd ten wyraża się zależnością

$$I_{zA} = w_{JA} I_A \quad (7)$$

gdzie:

w_{JA} jest liczbą zwojów sekwencji zezwojów, I_A wartości amplitud prądów magniesnicy ($A = \varrho$) lub twornika ($A = s$).

Gęstości prądów w grupach przewodów lub zwojów albo w prętach oblicza się z zależności

$$j_A = \frac{I_{zA}}{M_A S_{pA}} \quad (8)$$

gdzie:

S_{pA} jest polem przekroju elementarnego przewodu lub zwoju albo pręta, M_A liczba elementarnych przewodów w przecie lub grupie zwojów. M_A jest w ogólnym przypadku

iloczynem liczby zwojów w_A i liczby przewodów równoległych. Jeżeli przekroje przewodów w sekwencji prętów lub zezwojów są zróżnicowane, to należy przyjąć średnią wartość przekrojów przewodów elementarnych.

3. OKŁADY PRĄDÓW

Okład prądu jest odwzorowaniem liniowych gęstości prądów żłobkowych w formę ciągłą przestrzennie i czasowo. W przedstawionym ujęciu wielkości te uzależnione są od wielu szczegółowych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych maszyny. Należy jednocześnie zaznaczyć, że rozważania ograniczone są do okładów prądów (magneśnicy i twornika) odnoszących się do warstewek stanowiących pasma ustalonych pobocznic walcowych o dowolnych promieniach $r_q^{(k)}$ i $r_s^{(k)}$ ($k = 1, \dots, N_z$).

3.1. OKŁADY PRĄDU MAGNEŚNICY

Przyjmuje się wstępnie, że układ współrzędnych walcowych jest związany z magneśnicą (rotorem) i usytuowany jest w ten sposób, że oś z pokrywa się z osią obrotu a oś r , w początkowym położeniu ($\varphi = 0$), pokrywa się z osią podłużną magneśnicy o zwrocie w kierunku bieguna $N^{1)}$.

Okład prądu magneśnicy sformułowano dla możliwie ogólnego przypadku struktury geometryczno-konstrukcyjnej strefy żłobkowo-zębowej tego podukładu turbogeneratora, czyli przypadku obejmującego zróżnicowaną geometrię żłobków i liczbę zwojów w żłobkach. Zakłada się jednocześnie, że warstewki prądowe małych i dużych żłobków sytuowane są na wspólnej powierzchni skoncentrowania prądów.

Punktem wyjścia do wyznaczenia okładu prądu jest określenie rozkładów liniowych gęstości prądów żłobkowych²⁾. Dyskretny rozkład prądów w obszarze małych żłobków można przedstawić:

$$J_{z_{qd}} = \begin{cases} J_{mz_{qd}} & \varphi \in \{(2\tau k + \alpha_0 + t_{qd}m_d; 2\tau k + \alpha_0 + t_{qd}m_d + \beta_{qd}) \cup \\ & \cup (2\tau k + \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + 2t_{e3} + (Z_q-1)t_e + t_{qd}m_d; \\ & (2\tau k + \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + \beta_d + 2t_{e3} + (Z_q-1)t_e + t_{qd}m_d + \beta_{qd})\} \\ -J_{mz_{qd}} & \varphi \in \{\tau(1+2k) + \alpha_0 + t_{qd}m_d; \tau(1+2k) + \alpha_0 + t_{qd}m_d + \beta_{qd}) \cup \\ & U(\tau(1+2k) + \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + \beta_e + (Z_q-1)t_e + t_{qd}m_d + 2t_{e3}; \\ & \tau(1+2k) + \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_d + \beta_e + (Z_q-1)t_e + t_{qd}m_d + 2t_{e3} + \beta_{qd})\} \\ & k = 0, 1, \dots, p-1, \quad m_d = 1, \dots, 2Z_{qd}. \end{cases} \quad (9a)$$

Rozkład prądów w obszarze dużych żłobków ma formę

$$J_{z_q} = \begin{cases} J_{mz_q} & \varphi \in \{\alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + t_{e3} + t_q m + 2\tau k; \\ & \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + t_{e3} + t_q m + 2\tau k + \beta_e\} \\ -J_{mz_q} & \varphi \in \{\alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{e1} + t_{e3} + t_q m + \tau(2k+1); \\ & \alpha_0 + (Z_{qd}-1)t_{qd} + \beta_{qd} + t_{e3} + t_q m + \tau(2k+1) + \beta_e\} \end{cases} \quad (9b)$$

gdzie:

$J_{mz_{qd}}$, J_{mz_q} amplitudy liniowych gęstości prądów warstewek żłobkowych odpowiednio

¹⁾ Usytuowanie układu współrzędnych nie ma wpływu na wyniki obliczeń, lecz określone położenie układu usprawnia obliczenia, precyzuje zapis i ułatwia dalsze interpretacje.

²⁾ Analogiczny rozkład może być dokonany dla powierzchniowych gęstości prądów.

w strefie małych (ϱd) i dużych (ϱ) żłobków magnesnicy, $2\alpha_0$ kąt rozwarcia dużego zęba, $2Z_{\varrho d}$, Z_{ϱ} liczby żłobków przypadających na jeden bieg, p liczba par biegunów, $\tau = \pi/p^3$ podziałka biegunowa, $t_{\varrho d}$, t_{ϱ} podziałki żłobkowe, $t_{\varrho 3}$ łukowa szerokość zęba oddzielającego małe i duże żłobki, $\beta_{\varrho d}$, β_{ϱ} łukowe szerokości odpowiednich warstwek prądowych.

Należy w tym miejscu zaznaczyć, że wielkości $\beta_{\varrho d}$, β_{ϱ} powinny być indeksowane wskaźnikiem numerującym promienie powierzchni lokalizacji określonych warstwek prądowych, bowiem $\beta_{\varrho d} = b_{\varrho d}/r^{(k)}$, $\beta_{\varrho} = b_{\varrho}/r^{(k)}$ i $r^{(k)}$ jest właśnie promieniem odpowiedniej powierzchni walcowej zawierającej te warstewki; $b_{\varrho d}$, b_{ϱ} są metrycznymi szerokościami warstwek prądowych w odpowiednich strefach żłobkowych. W tym miejscu jednak pomija się oznaczenie warstw, pamiętając o tym w zależnościach finalnych.

W oparciu o przedstawione powyżej dyskretne rozkłady prądów żłobkowych uzyskuje się, na podstawie analizy fourierowskiej, ciągły rozkład liniowej gęstości prądów magnesnicy

$$J_{\varrho} = \sum_n \frac{4p}{\pi n} k_{\tau n} [J_{mz\varrho} k_{\beta_{\varrho n}} k_{t_{\varrho n}} + 2J_{mz\varrho d} k_{\beta_{\varrho d n}} k_{t_{\varrho d n}} \cos n\gamma_{\varrho 1}] \sin n\varphi \quad (10)$$

$$n = p(2n' + 1) \quad n' = 0, 1, 2, \dots$$

przy czym

$$k_{\tau n} = \sin \frac{2}{n\tau}, k_{\beta_{\varrho n}} = \sin \frac{n\beta_{\varrho}}{2}, k_{t_{\varrho n}} = \frac{\sin nZ_{\varrho} t_{\varrho}/2}{\sin nt_{\varrho}/2}$$

współczynniki $k_{\beta_{\varrho d n}}$, $k_{t_{\varrho d n}}$ mają analogiczną formę:

$$\gamma_{\varrho 1} = \frac{1}{2} [(Z_{\varrho d} - 1)t_{\varrho d} + (Z_{\varrho} - 1)t_{\varrho} + \beta_{\varrho d} + \beta_{\varrho} + 2t_{\varrho 3}].$$

Formę przestrzenno-czasową układu prądu magnesnicy odniesioną do układu związanego ze statorem, wyznacza się na podstawie prostej transformacji kinematycznej postaci $\varphi_{\varrho} = n\varphi_s - \omega_n^* t$ gdzie: $\omega_n^* = n\omega^r$, ω^r — prędkość kątowna rotora; φ_{ϱ} , φ_s — współrzędne tangencjalne odpowiednio w ruchomym (ϱ) i stałym (s) układzie.

Ostatecznie rozkład przestrzenno-czasowy liniowej gęstości prądu grupy warstwek zlokalizowanych na powierzchni walcowej o promieniu $r^{(k)}$ można napisać

$$J_{\varrho}^{(k)} = \sum_n J_{mn\varrho}^{(k)} \sin(n\varphi - n\omega^r t) \quad (11)$$

gdzie

$J_{mn\varrho}^{(k)}$ jest amplitudą (n -tej) składowej przestrzennej k -tej warstwy prądu magnesnicy. Wielkość tę przedstawia wyrażenie ujęte w nawias we wzorze (10).

3.2. NAPIĘCIE INDUKOWANE

Obliczenia związane z napięciem indukowanym w pasmach fazowych uzwojenia twornika od przepływu szczelinowego, mają w rozpatrywanym problemie znaczenie jedynie w określeniu przesunięcia kątownego między funkcjami (zmiennych przestrzenno-

³⁾ Większość parametrów określających liniowe rozmiary określonych elementów podukładów maszyny wyrażona jest w mierze łukowej.

czasowych) okładów prądów magnetycznej i twornika. Z tego względu rozważania ograniczone zostaną do podstawowych zależności.

Wychodząc z ogólnej definicji (reprezentacji całkowitej) przepływu wyrażonego przez liniową gęstość prądu oraz korzystając ze związku przepływu z indukcją szczelinową w maszynie elektrycznej, otrzymuje się (przy wykorzystaniu zależności (10)) następujące wyrażenie dla formy przestrzenno-czasowej indukcji

$$B_s(\varphi, t) = \sum_n B_{mn0} \cos(n\varphi - \omega^* n t), \quad (12')$$

gdzie

B_{mn0} są amplitudami harmonicznymi indukcji magnetycznej. Wielkości te uzależnione są od amplitud harmonicznymi liniowej gęstości prądu magnetycznej, wymiarów obszaru szczelinowego i przenikalności magnetycznej powietrza. W tym miejscu jednak nie przytacza się tych zależności, gdyż zasadnicze znaczenie w przedstawionym ujęciu ma forma zależności przestrzenno-czasowych.

Napięcie indukowane pasma fazowego wyznacza się z zależności

$$U_{if} = - \sum_n \sum_{K=0}^{q-1} \sum_{k=0}^{p-1} \int_S \int \frac{\partial B}{\partial t} dS. \quad (12)$$

Obszar całkowania dla pojedynczego zezwoju rozpościera się na część powierzchni walcowej o promieniu R_{st} (wewnętrznej powierzchni statora), i długości osiowej (części aktywnej maszyny) L , oraz długości obwodowej równej rozpiętości zwoju y_s i strefy żłobka β_s krańcowego boku pręta. Ponadto dokonuje się sumowania po strefie pasma fazowego zawartego w $2pq$ żłobkach (p — liczba par biegunów, q — liczba żłobków na biegun i fazę). Rozważane uzwojenie twornika jest dwuwarstwowe i stanowi uzwojenie trójfazowe, którego pasma fazowe przesunięte są na obwodzie maszyny o kąt $2\pi/3p$. Ustala się wstępnie kąt φ_0 , początkowego usytuowania osi r , od pierwszego zezwoju wyróżnionego pasma fazowego ($f = 1$).

Korzystając z zależności (12') i (12) otrzymuje się

$$U_{if} = - \sum_n U_{mn} \cos n \left(\varphi_0^* - \frac{\tau}{2} - \vartheta_f - \omega^* t \right) \quad (13)$$

gdzie:

U_{mn} amplituda n -tej harmonicznnej napięcia indukowanego,

$$\varphi_0^* = \varphi_0 + \frac{q-1}{2} t_s + \frac{\beta_s}{2} + \frac{y_s}{2}; \quad \vartheta_f = \frac{2}{3} \tau (f-1), f = 1, 2, 3;$$

gdzie:

t_s — podziałka żłobkowa twornika.

Ponieważ amplitudy harmonicznnych czasowych fazowych napięć indukowanych zmniejszają się proporcjonalnie do numeru harmonicznnej, więc odpowiednie amplitudy prądów zmniejszać się będą w stopniu silniejszym (n^2). Nastąpi jednocześnie wyrugowanie pewnych harmonicznnych ($3n$) wskutek skojarzenia uzwojeń, jak również zastosowania skrótu uzwojenia, przeto do dalszych obliczeń przyjmuje się wyrażenie dla pierwszej harmonicznnej napięcia indukowanego.

Funkcję czasową prądów fazowych twornika określa się na podstawie powyższych zależności biorąc pod uwagę przesunięcie napięcia na zaciskach maszyny (U) o kąt ϑ względem napięcia indukowanego (U_i) i przesunięcie o kąt φ_m prądu względem napięcia

Wyrażenie dla prądu twornika można napisać w postaci

$$I_{fs} = -I_{mfs} \cos p \left(\omega^r t - \varphi_0^* + \frac{\tau}{2} + \frac{\vartheta + \varphi_m}{p} + \vartheta_f \right) \quad (14)$$

gdzie

I_{mfs} jest amplitudą fazowego prądu twornika.

3.3. UKŁAD PRĄDU TWORNIKA

Układ współrzędnych parametryzujących przestrzeń zajętą przez określony podobszar maszyny sytuuje się analogicznie jak w przypadku obliczeń napięcia indukowanego, a więc z przesunięciem o kąt φ_0 początkowego położenia osi $r(\varphi = 0)$ względem początku jednej warstwy pasma fazowego pierwszej fazy uzwojenia twornika. Ze względu na dwuwarstwowość tego uzwojenia, rozkładów prądów dokonuje się dla dwu dowolnych grup pasm warstewek (należących odpowiednio do górnej (1) i dolnej warstwy (2)).

Punktem wyjścia wyznaczania okładu prądu twornika jest dyskretny rozkład i czasowy przebieg liniowych gęstości prądów w żłobkach twornika. Dla poszczególnych warstw i faz uzwojenia rozkłady te spełniają relację:

$$J_{zfs}^{(1)} = \begin{cases} -J_{zmfs} \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*) \\ \varphi \in (\varphi_0 + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau; \varphi_0 + mt_s + \beta_s + \vartheta_f + 2k\tau) \\ J_{zmfs} \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*) \\ \varphi \in (\varphi_0 + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau + \tau; \varphi_0 + mt_s + \beta_s + \vartheta_f + 2k\tau + \tau) \end{cases} \quad (15a)$$

$$J_{sfs}^{(2)} = \begin{cases} J_{zmfs} \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*) \\ \varphi \in (\varphi_0 + y + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau; \varphi_0 + y_s + \beta_s + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau) \\ -J_{zmfs} \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*) \\ \varphi \in (\varphi_0 + y + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau + \tau; \varphi_0 + y_s + \beta_s + mt_s + \vartheta_f + 2k\tau + \tau) \end{cases} \quad (15b)$$

$$f = 1, 2, 3; \quad k = 1, \dots, p; \quad m = 1, \dots, q.$$

$J_{\alpha}^{zmfs} (\alpha = 1, 2)$ — wartości fazowych amplitud liniowych gęstości prądów pojedynczych warstewek górnej ($\alpha = 1$) i dolnej ($\alpha = 2$) warstwy uzwojenia twornika;

$$\vartheta_\varphi = (\vartheta + \varphi_m)/p; \quad \varphi_1^* = \varphi_0 + (q_s - 1)t_s/2; \quad q_s = y_s + q - \tau$$

Dokonując rozkładu w szereg Fouriera prądów żłobkowych, otrzymuje się następujące zależności dla okładów prądów fazowych warstewek położonych w górnej i dolnej warstwie uzwojenia.

$$J_{zfs}^{(1)} = \sum_n J_{zmns}^{(1)} \sin n \left[\varphi + \varphi_1^* + \vartheta_f + \frac{y_s}{2} \right] \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*)$$

$$J_{sfs}^{(2)} = \sum_n J_{zmns}^{(2)} \sin n \left[\varphi + \varphi_1^* + \vartheta_f - \frac{y_s}{2} \right] \cos p(\omega^r t + \vartheta_\varphi + \vartheta_f - \varphi_1^*)$$

$$n = p(2\hat{n} + 1), \quad \hat{n} = 0, 1, 2, \dots$$

$$J_{zms} = J_{zms} \frac{4p}{\pi n} \sin \frac{n\beta_s}{2} \sin \frac{n\tau}{2} \sin \frac{nq\tau_s}{2} \left/ \sin \frac{n\tau_s}{2} \right.$$

przy czym zakłada się $J_{zms}^{(1)} = J_{kms}^{(2)} = J_{zms}$.

Dokonując sumowania fazowych układów prądów oraz redukując przyjęte uprzednio przesunięcie fazowe prądów i napięcia indukowanego ($\varphi_0 = -(q_s - 1)t_s/2 - \beta_s/2$), otrzymuje się jednolite przestrzenno-czasowe układy prądowe pojedynczych warstwek odpowiednich warstw twornika

$$J_{zs}^{(\alpha)} = (-1)^\alpha \frac{3}{2} \sum_n J_{zms} \sin \left[n\varphi - \omega_n t - (-1)^\alpha \frac{n\gamma_s}{2} + p \frac{\omega_n}{\omega} \vartheta_\varphi \right] \quad \alpha = 1, 2, \quad (17)$$

gdzie

ω jest częstością prądu twornika

$$\omega_n = \begin{cases} \omega & n = p(6\hat{n} + 1) \\ -\omega & n = p(6\hat{n} - 1) \end{cases} \quad \hat{n} = 0, 1, 2, \dots$$

4. PRZYKŁADOWE WYNIKI OBLICZEŃ

Pomimo, iż zasadniczym celem powyższych rozważań jest określenie przestrzenno-czasowych funkcji prądów magniesnicy i twornika dużej maszyny synchronicznej, zaprezentowano również przykładowe obliczenia ilustrujące rozkłady harmoniczných oraz rozkład podstawowych i dominujących harmoniczných tych prądów wzdłuż wysokości żłobka dla naturalnych podziałów modelowych.

Obliczenia wykonano dla trzech typów turbogeneratorów ⁴⁾ w celu uwidocznienia pewnych prawidłowości i osobiwości określonych funkcji prądów. Wyniki obliczeń względnych wartości ⁵⁾ harmoniczných prądów przedstawiono na rysunku 2. Oznaczono tylko harmoniczne z przedziału $\langle 1, Z'_A + p \rangle$, które są większe od 0,1 pierwszej harmonicznej.

Z przedstawionych rezultatów obliczeń wynika, że znaczącymi są hamoniczne o liczbie stowarzyszonej z liczbą żłobków $Z'_A \mp p$ ⁶⁾ ($A = q, s$), przy czym w maszynach o większej liczbie żłobków wartości harmoniczných twornikowych zmniejszają się. W przypadku magniesnicy maszyny posiadającej nieregularną strukturę żłobków i nieparzystą liczbę podziałek żłobkowych (Z'_q) (500 MW), zwiększa się liczba harmoniczných o wyższym poziomie, lecz jednocześnie harmoniczne żłobkowe są zmniejszone w porównaniu z innymi konstrukcjami.

⁴⁾ Wartości parametrów istotnie charakteryzujących analizowane turbogeneratory wynoszą:

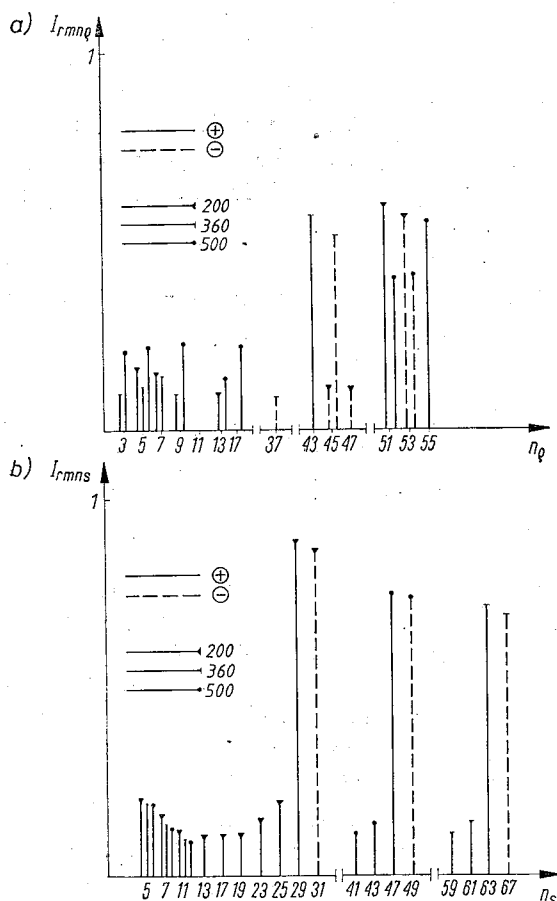
200 MW: $Z'_q = 18$, $Z'_s = 52$, $Z'_{qd} = 0$, $Z_s = 30$, $\delta = 0,08$ m, $N_{jq} = 7$, $N_{js} = 6$, $h_q/\delta = 2,05$, $h_s/\delta = 2,375$

360 MW: $Z'_q = 16$, $Z'_s = 44$, $Z'_{qd} = 0$, $Z_s = 66$, $\delta = 0,08$ m, $N_{jq} = 12$, $N_{js} = 4$, $h_q/\delta = 2,5$, $h_s/\delta = 2,625$.

500 MW: $Z'_q = 16$, $Z'_s = 53$, $Z'_{qd} = 1$, $Z_s = 48$, $\delta = 0,095$ m, $N_{jq} = 8$, $N_{js} = 8$, $h_q/\delta = 1,86$, $h_s/\delta = 2,326$

⁵⁾ We wszystkich obliczeniach jako wartość odniesienia przyjmuje się wartość pierwszej harmonicznej amplitudy liniowej gęstości prądu warstwy przyszczelinowej, odpowiednio dla magniesnicy i twornika.

⁶⁾ Liczba podziałek żłobkowych (Z'_A) twornika Z'_s jest równa liczbie żłobków.



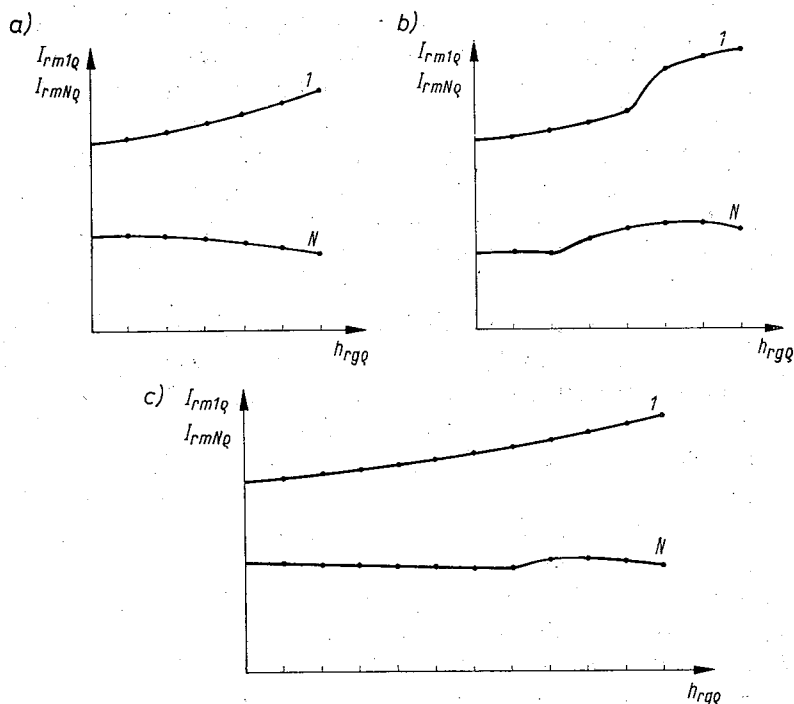
Ry. 2. Zespół harmonicznych przestrzennych liniowej gęstości prądu a) magneśnicy, b) twornika

Wyniki obliczeń rozkładów wartości okładów prądów w funkcji głębokości żłobków przedstawiono na rysunkach 3(abc) dla magneśnic i na rysunku 4 dla twornika.

W przypadku magneśnic wszystkich typów turbogeneratorów, dla naturalnego podziału żłobków, ze wzrostem głębokości pierwsze harmoniczne wzrastają. Natomiast pozostałe harmoniczne zmniejszają się w przypadku turbogeneratorów posiadających regularną strefę żłobkowo-zębową, a zwiększają się w turbogeneratorach o nieregularnych żłobkach. Globalnie, zmienności te zawierają się w przedziale $\langle 20-30\% \rangle$.

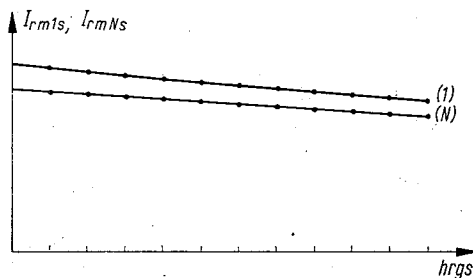
W przypadku twornika okłady prądów zmniejszają się ze wzrostem głębokości żłobka, i to zarówno dla podstawowej, jak i pozostałych harmonicznych. Odpowiednie funkcje dla rozpatrywanych maszyn są jakościowo bardzo zbliżone, więc ilustrację obliczeń ograniczono do jednego typu (200 MW) turbogeneratorsa.

Na podstawie przedstawionych zależności przy podziale naturalnym, można bez trudu wydedukować przebieg odpowiednich funkcji przy innych podziałach. Oczywiście wartości prądów są odpowiednio zmienione względem wartości przy podziale naturalnym, lecz warunek inwariantności prądów jest zachowany.



Rys. 3. Rozkłady harmonicznych podstawowych (1) i żłbkowych (N) liniowej gęstości prądu wzdłuż wysokości żłbka dla rozkładu naturalnego w strefach magnesnic a) tbg 200, b) tbg 360, c) tbg 500

Odległość h_{rgA} warstw prądowych określona jest od powierzchni przyszczelinowej



Rys. 4. Rozkłady harmonicznych: podstawowej (1) i żłbkowych (N) liniowej gęstości prądu dla podziału naturalnego wzdłuż wysokości żłbka tbg 200

Podział naturalny odpowiada liczbie rzeczywistych prętów w żłbku (magnesnica) lub liczbie powtarzalnych sekwencji przewodów w przecie (twornika)

5. UWAGI KOŃCOWE

Wyprowadzone zależności dla prądów żłbkowych i okładów prądów mają podstawowe znaczenie w obliczeniach, metodami analitycznymi, rozkładów pola magnetycznego w turbogeneratorach. Atrybutem określonych zależności dla źródeł pola jest ich struktura przestrzenno-czasowa i uzależnienie od wielu szczegółowych parametrów konstrukcyjnych i eksploatacyjnych maszyny. Zależności te mogą znaleźć również zastosowa-

nie w obliczeniach, bezpośrednimi metodami numerycznymi, pola elektromagnetycznego w dużych maszynach synchronicznych, gdy konieczne jest określenie prądów w obszarach zdyskretyzowanych, a także ustalenie korelacji przestrzennych między prądami magnetycznymi i twornika [1, 2].

Wyznaczone formuły są znacznie ogólniejsze od dotychczas stosowanych w zagadnieniach dotyczących sprzężonych efektów elektrodynamicznych w maszynach synchronicznych [6, 7]. A ponadto zawierają elementy uogólnień w odniesieniu do zależności stanowiących punkt wyjścia obliczeń pola gęstości prądów połączeń czołowych turbogeneratorów [3, 4].

Na zakończenie autor chciałby zwrócić uwagę na pewien element metodyczny przedstawionych modeli prądów. Ze względu na osobliwości konstrukcyjne przewodów i prętów uzwojenia, modele fizyczne dla tych elementów proponuje się tworzyć w formie nieskończonego cienkiego przewodu. Implikuje to zastosowanie formalizmu dystrybucji. Funkcje dystrybucyjne dobrze odwzorowują te osobliwości, lecz jednocześnie wprowadza się pewnego rodzaju cechy niefizyczne modelu. W celu więc złagodzenia tych niedogodności rozrzuca się zbiór funkcji dystrybucyjnych poza zbiór jednoelementowy (jak ma to miejsce w przypadku przyszczelinowego okładu prądu). Utrzymuje się jednocześnie testowy charakter tych funkcji, wprowadzając skończony zbiór nośników funkcji. Naturalną konsekwencją takiego modelowania, odnośnie np. uzwojeń twornika, jest wprowadzenie oddzielnych okładów prądów dla dolnej i górnej warstwy uzwojenia. Prowadzić to będzie w rezultacie do dość znacznej modyfikacji obliczeń i bardziej szczegółowych analiz rozkładów pól magnetycznych i innych efektów, dla których pole prądów jest determinantą.

BIBLIOGRAFIA

1. M. V. K. Chari, Z. J. Csendes, S. H. Minnich, S. C. Tandon, J. Berkery: *Load characteristics of synchronous generators by the finite element method*. IEEE PES Winter Power Meeting, N. Y., 1980
2. J. W. Dugherty, S. H. Minnich: *Finite element modelling of large turbine generators: calculations versus load test data*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1981 Vol PAS-100, nr 8
3. A. N. Krawczenko, M. F. Gorbatjuk: *Sastawlajuszczije wektora plotnosti toka obmotok statora turbogeneratorsa w cilindriczeskoj sistemie koordinat*. Kijew: Elektroenergetika i magnitnaja gidrodinamika, Technika, 1974
4. A. N. Krawczenko, M. F. Gorbatjuk: *Sastawlajuszczije wektora plotnosti toka obmotki rotora turbogeneratorsa w cilindriczeskoj sistemie koordinat*. Problemy techniczeskoj elektrodinamiki 1976 nr 58
5. W. Latek: *Turbogeneratory*. Wrszawa: WNT, 1973
6. W. Przyborowski: *Naprężenia elektromagnetyczne na powierzchni statora turbogeneratorsa*. Rozpr. Elektrotechniczne, 1978, t. 24 nr 4
7. W. Przyborowski: *Ultraharmoniczne dynamiczne naprężenia elektromagnetyczne w statorze turbogeneratorsa*. XX Sympozjum Maszyn Elektrycznych — Maszyny Synchroniczne, Kazimierz Dolny, 1984
8. W. W. Titow, G. M. Chutoreckij, G. A. Zagoradnaja, G. P. Wartanjan, D. J. Zasiławskij, I. A. Smotrow: *Turbogeneratory — Rasczet i konstrukcja*. Leningrad: Energija, 1967

W. PRZYBOROWSKI

MODELS AND EQUIVALENT CURRENT FIELDS IN THE ACTIVE ZONE
OF TURBO-GENERATORS

Summary

The physical model of equivalent currents in the active zone are presented. Space-time functions of linear current density of exciter and stator, depending on various structural parameters of the machine, are determined. Considerations are illustrated by calculations for three types of turbogenerators with rated power of 200, 360 and 500 MW.

W. PRZYBOROWSKI

MODÈLE ET CHAMP DES COURANTS ÉQUIVALENTS DANS LA ZONE ACTIVE DES
TURBOGÉNÉRATEURS

Résumé

Dans l'étude on a présenté le modèle physique des courants équivalents dans la zone active des turbogénérateurs. On a déterminé des fonctions d'espace et de temps des densités linéaires des courants de l'inducteur et de l'induit, dépendant de nombreux paramètres constructifs de la machine. Les considérations ont été illustrées avec des exemples de calcul pour trois types de turbogénérateurs à puissance de 200, 360 et 500 MW.

W. PRZYBOROWSKI

MODELLE UND ERSATZSTROMFELDER IN AKTIVER ZONE VON TURBOGENERATOREN

Zusammenfassung

Es wurde ein physikalisches Ersatzstrommodell in aktiver Zone eines Turbogenerators geschildert. Die raum-zeitlichen Linienfunktionen der Stromdichte eines Feldmagneten und eines Ankers wurden bestimmt; sie sind von vielen Konstruktionsparametern der Maschine abhängig. Die Erwägungen wurden mit Berechnungsbeispielen von 3 Typen Turbogeneratoren mit Leistung 200, 360 und 500 MW illustriert.

В. ПШИБОРОВСКИ

МОДЕЛЬ И ПОЛЕ ЗАМЕЩЕННЫХ ТОКОВ В АКТИВНОЙ ЗОНЕ ТУРБОГЕНЕРАТОРОВ

Резюме

Рассмотрена физическая модель эквивалентных токов в активной зоне турбогенератора. Приведены соотношения пространственно-временных функции линейных плотностей токов ротора и статора, в зависимости от многих конструкторских параметров машины. Изложенный метод иллюстрирован вычислениями для трех типов турбогенераторов о мощности 200, 360, 500 МВт.

Zastosowanie prostownika tranzystorowo-diodowego do regulacji napięcia samochodowej prądnicy prądu przemiennego ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym

JERZY MORAWSKI

Politechnika Świętokrzyska, Kielce

Artykuł wpłynął 1987.01.08

Autoryzowano do druku 1987.05.12

Przedstawiono obliczenia teoretyczne i wyniki badań laboratoryjnych tranzystorowo-diodowego układu regulacji napięcia wyprostowanego alternatora ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym.

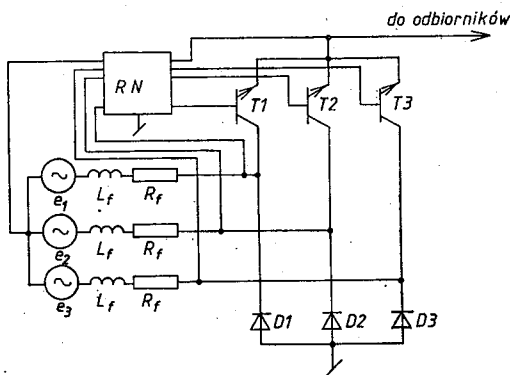
1. WSTĘP

Samochodowe prądnice prądu przemiennego ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym — alternatory — nie znalazły jak dotąd, pomimo bardzo istotnych zalet, szerszego zastosowania w technice motoryzacyjnej. Na przeszkodzie stoją trudności w regulacji napięcia wyprostowanego. Regulacja parametryczna lub przeciwbiegunowa nie zapewniają wymaganej dokładności [1, 2]. Dużą dokładność regulacji napięcia otrzymać można poprzez zastosowanie tyrystorowych prostowników sterowanych. Regulatory takie nie są jednak rozpowszechnione, bowiem przy pracy prądnicy w zakresie prędkości kątowych większych od znamionowej (obliczeniowej), utrzymanie stałej średnicy wartości napięcia wyprostowanego wymaga sterowania prostownika z dużym kątem załączania zaworów, co powoduje zwiększenie przesunięcia fazowego pomiędzy napięciem indukowanym w uzwojeniach a pierwszą harmoniczną prądu fazowego a w efekcie końcowym znaczne zmniejszenie mocy wyjściowej. Otrzymanie niezbędnej wartości mocy czynnej w omawianych warunkach możliwe jest jedynie poprzez zwiększenie wymiarów obwodu elektromagnetycznego, wzrastają więc ciężar i koszt maszyny. Postęp w dziedzinie budowy tranzystorów mocy pozwala obecnie na wykorzystanie tych elementów w prostownikach prądnic z magnesami trwałymi [6]. Przy odpowiednim sterowaniu można uzyskać praktycznie stałą wartość mocy czynnej na wyjściu maszyny niezależnie od zmian obciążenia i prędkości kątowej.

W niniejszej pracy przedstawiono jedno z możliwych rozwiązań takiego układu regulacji napięcia.

2. ANALIZA PRACY UKŁADU

W [4] przedstawiono różne rodzaje trójfazowych prostowników tranzystorowych. Niektóre z nich mogą znaleźć zastosowanie przy regulacji napięcia wyprostowanego alternatorów ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym. Najprostszym a zarazem najtańszym i łatwym w sterowaniu jest trójfazowy mostkowy prostownik tranzystorowo-diodowy (rys. 1).



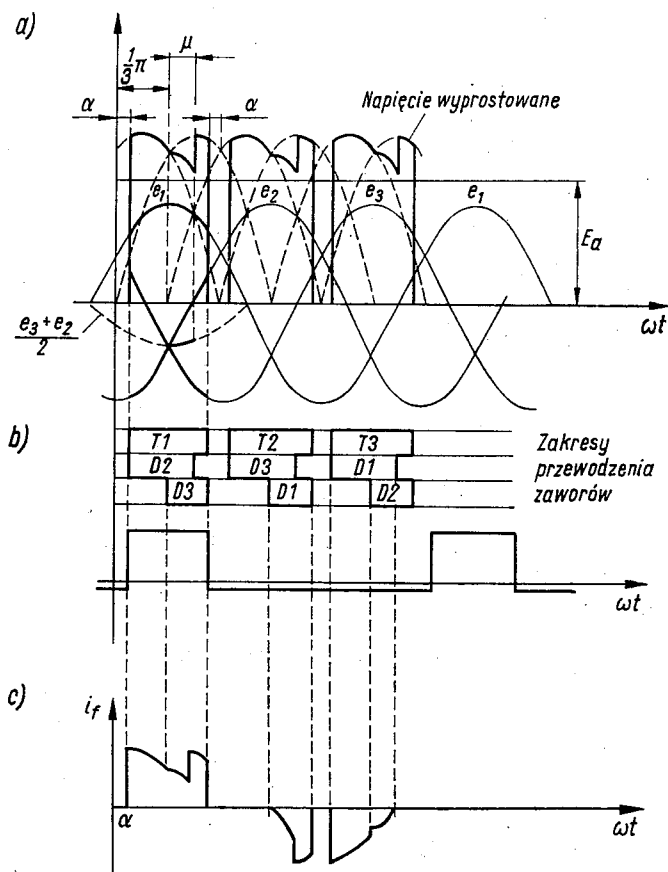
Rys. 1. Schemat połączeń alternatora i tranzystorowo-diodowego regulatora napięcia

Regulacja napięcia odbywa się w nim poprzez sterowanie tranzystorów impulsami o zmiennej — w zależności od średniej wartości napięcia wyprostowanego — szerokości, synchronizowanymi napięciem fazowym, symetrycznymi względem maksymalnej wartości napięcia fazowego [4.6], (rys. 2). Współpracę pomiędzy alternatorem a prostownikiem wygodnie przeanalizować rozwiązując równania opisujące trzy charakterystyczne stany pracy układu (rys. 3).

W stanie pierwszym, dla $\alpha \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$ (rys. 3a), przewodzi tranzystor T1 wraz z diodą D2. W stanie drugim, dla $\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} + \mu$ (rys. 3b), występuje komutacja pomiędzy diodami D2 i D3. Dioda D2 kończy przewodzenie a dioda D3 przewodzenie rozpoczyna. W trzecim stanie pracy, dla $\frac{\pi}{3} + \mu \leq \omega t \leq \frac{2}{3}\pi - \alpha$ (rys. 3c), komutacja zostaje zakończona i przewodzą zawory T1 i D3. Trzeci stan pracy układu prostownikowego nie występuje o ile kąt komutacji $\mu \geq \frac{\pi}{3} - \alpha$.

W układzie zachodzić może tylko komutacja prosta, nie ogranicza więc ona maksymalnej prędkości kątowej prądnicy i nie powoduje zmniejszenia mocy czynnej przy dużych prędkościach kątowych z jakim mamy do czynienia w prądnicach o wzbudzeniu elektromagnetycznym i prostownikiem niesterowanym [5].

Układ sterowania załączeniem tranzystorów reaguje na średnią wartość napięcia wyprostowanego, podobnie więc jak w prądnicach ze wzbudzeniem elektromagnetycznym, częstotliwość zmian regulowanego napięcia jest wielokrotnie mniejsza od częstotliwości napięcia indukowanego strumieniem głównym w uzwojeniach maszyny. Można



Rys. 2. Teoretyczne, uproszczone przebiegi elektryczne w 3-fazowym tranzystorowo-diodowym układzie prostownikowym: a) napięcia wyprostowane, b) impulsu sterującego, c) prądu fazowego

zatem przyjąć założenie, że w trakcie rozpatrywanych okresów pracy, przy stałym obciążeniu i prędkości kątowej, kąt załączenia α i amplituda indukowanego napięcia są stałe. Po przyjęciu dodatkowych założeń, takich jak stała wartość rezystancji diod i tranzystorów w stanie przewodzenia oraz sinusoidalny kształt indukowanego napięcia, rozwiązanie równań opisujących charakterystyczne stany pracy przedstawia się następująco:

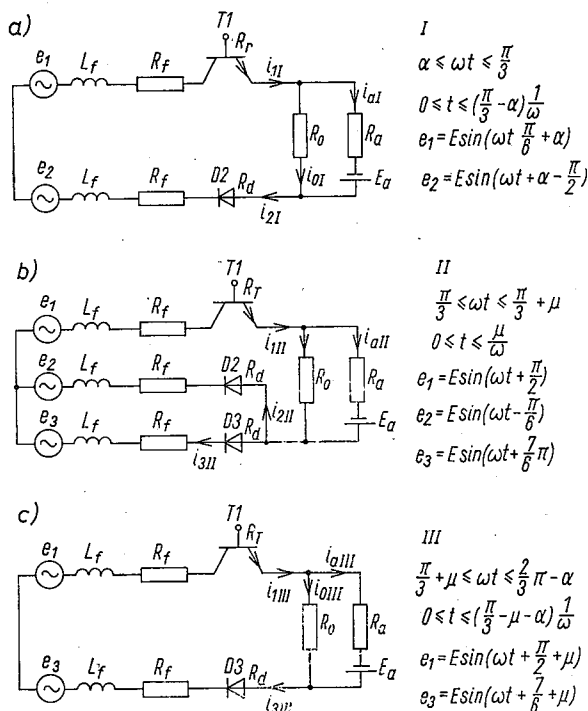
— dla stanu pierwszego $\left(\alpha \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} \right.$ — rys. 3a),

$$i_{o1} = \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi}{2R_f + R_T + R_d + R_0} \left[\sin \left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) - \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \right]$$

$$i_{a1} = \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi_a}{2R_f + R_T + R_d + R_a} \left[\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \varphi_a \right) + \right. \\ \left. - \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \varphi_a \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_a} - \frac{E_a}{\sqrt{3}E \cos \varphi_a} (1 - e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_a}) \right]$$

$$i_{11} = i_{o1} + i_{a1},$$

(1)



Rys. 3. Charakterystyczne stany pracy prostownika:

a) dla $\alpha \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3}$, b) dla $\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} + \mu$, c) dla $\frac{\pi}{3} + \mu \leq \omega t \leq \frac{2}{3}\pi - \alpha$

gdzie,

$$\varphi = \arccos \frac{2R_f + R_d + R_T + R_0}{\sqrt{(2R_f + R_d + R_T + R_0)^2 + 4\omega^2 L_f^2}},$$

$$\varphi_a = \arccos \frac{2R_f + R_d + R_T + R_0}{\sqrt{(2R_f + R_d + R_T + R_a)^2 + 4\omega^2 L_f^2}},$$

E — amplituda napięcia fazowego indukowanego strumieniem głównym,

R_0 — rezystancja obciążenia,

R_a — rezystancja wewnętrzna akumulatora,

R_T — rezystancja tranzystora,

R_d — rezystancja diody,

E_a — siła elektromotoryczna akumulatora,

L_f — indukcyjność rozproszenia uzwojeń fazowych,

R_f — rezystancja uzwojeń fazowych

— dla stanu drugiego $\left(\frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} + \mu\right)$ — rys. 3.b),

$$i_{0II} = \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi_k}{3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d} \left\{ \sin\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi - \varphi_k\right) + \right. \\ \left. - \sin\left(\frac{2}{3}\pi - \varphi_k\right) e^{-\omega t \cot \varphi_k} + \frac{1}{2} \left[\sin(\omega t + \varphi_k) + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\sin(-\varphi_k)e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_k} \Big] \Big\} + i_{0II}(0)e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_k} \\
i_{aII} = & \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi_{ak}}{3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d} \left\{ \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi - \varphi_{ak} \right) + \right. \\
& -\sin \left(\frac{2}{3} \pi - \varphi_{ak} \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} + \frac{1}{2} \left[\sin(\omega t - \varphi_{ak}) + \right. \\
& \left. \left. -\sin(-\varphi_{ak})e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} \right] - \frac{E_a}{\sqrt{3}E \cos \varphi_{ak}} (1 - e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}) + \right. \\
& \left. + i_{aII}(0)e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}, \right. \\
i_{2II} = & \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi_k}{3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d} \left\{ \frac{[3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d] \cos \varphi_f}{(R_f + R_d) \cos \varphi_k} \cdot \right. \\
& \cdot [\sin(\omega t - \varphi_f) + \sin \varphi_f e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_f}] + \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi - \varphi_k \right) + \\
& -\sin \left(\frac{2}{3} \pi - \varphi_k \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_k} + \frac{1}{2} \left[\sin(\omega t - \varphi_k) + \right. \\
& \left. + \sin \varphi_k e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_k} \right] \Big\} + \frac{\sqrt{3}E_a \cos \varphi_{ak}}{3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d} \cdot \\
& \left\{ \frac{[3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d] \cos \varphi_f}{(R_f + R_d) \cos \varphi_{ak}} \cdot \left[\sin(\omega t - \varphi_f) + \right. \right. \\
& + \sin \varphi_f e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_f}] + \sin \left(\omega t + \frac{2}{3} \pi - \varphi_{ak} \right) - \sin \left(\frac{2}{3} \pi - \varphi_{ak} \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} + \\
& + \frac{1}{2} [\sin(\omega t - \varphi_{ak}) + \sin \varphi_{ak} e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}] - \frac{E_a}{\sqrt{3}E \cos \varphi_{ak}} \cdot \\
& \left. (1 - e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}) \right\} + \frac{1}{2} i_{2II0}(0)(e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_k} + e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_f}) + \\
& + \frac{1}{2} i_{2IIa}(0)(e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} + e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_f}), \tag{2}
\end{aligned}$$

$$i_{1II} = i_{0II} + i_{aII},$$

$$i_{3II} = i_{1II} - i_{2II},$$

gdzie,

$$\varphi_k = \arccos \frac{3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d}{\sqrt{[3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d]^2 + (3\omega L_f)^2}},$$

$$\varphi_{ak} = \arccos \frac{3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d}{\sqrt{[3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d]^2 + (3\omega L_f)^2}},$$

$$\varphi_f = \arccos \frac{R_f + R_d}{\sqrt{(R_f + R_d)^2 + \omega^2 L_f^2}},$$

$$i_{0II}(0) \text{ — warunek początkowy prądu odbiornika, } i_{0II}(0) = i_{0I} \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right),$$

$$i_{aII}(0) \text{ — warunek początkowy prądu akumulatora, } i_{aII}(0) = i_{aI} \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right),$$

$i_{2\text{II}0}(0)$, $i_{2\text{II}a}(0)$ — warunki początkowe prądu fazowego od składowej prądu odbiornika i prądu akumulatora,

$$i_{2\text{II}0}(0) = i_{0\text{I}}\left(\frac{\pi}{3}\right), \quad i_{2\text{II}a}(0) = i_{a\text{I}}\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

— dla stanu trzeciego $\left(\frac{\pi}{3} + \mu \leq \omega t \leq \frac{2}{3}\pi - \alpha\right)$ — rys. 3.c.),

$$\begin{aligned} i_{0\text{III}} &= \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi}{2R_f + R_T + R_d + R_0} \left[\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} + \mu - \varphi \right) + \right. \\ &\quad \left. - \sin \left(\mu + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi} \right] + i_{0\text{III}}(0) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi}, \\ i_{a\text{III}} &= \frac{\sqrt{3}E \cos \varphi_a}{2R_f + R_T + R_d + R_a} \left[\sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3} + \mu - \varphi_a \right) + \right. \\ &\quad \left. - \sin \left(\mu + \frac{\pi}{3} - \varphi_a \right) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_a} - \frac{E_a}{\sqrt{3}E \cos \varphi_a} (1 - e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_a}) \right] + \\ &\quad + i_{a\text{III}}(0) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \varphi_a} \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie,

$i_{0\text{III}}(0)$, $i_{a\text{III}}(0)$ — warunki początkowe prądu odbiornika i prądu akumulatora, $i_{0\text{III}}(0) = i_{0\text{II}}(\mu)$, $i_{a\text{III}}(0) = i_{a\text{II}}(\mu)$

W oparciu o uzyskane wyniki wyznaczyć można przebiegi prądów fazowych w całym okresie ich zmian. Przykładowo prąd i_1 opisują zależności:

$$i_1 = \begin{cases} 0 & \text{dla } -\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \alpha \\ i_{0\text{I}}(\omega t - \alpha) & \text{dla } \alpha \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} \\ i_{1\text{II}}\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) & \text{dla } \frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} + \mu \\ i_{1\text{III}}\left(\omega t - \frac{\pi}{3} - \mu\right) & \text{dla } \frac{\pi}{3} + \mu \leq \omega t \leq \frac{2\pi}{3} - \alpha \\ 0 & \text{dla } \frac{2}{3}\pi - \alpha \leq \omega t \leq \pi \\ -i_{3\text{II}}(\omega t - \pi) & \text{dla } \pi \leq \omega t \leq \pi + \mu \\ i_{1\text{III}}(\omega t - \pi - \mu) & \text{dla } \pi + \mu \leq \omega t \leq \frac{4}{3}\pi - \alpha \\ 0 & \text{dla } \frac{4}{3}\pi - \alpha \leq \omega t \leq \frac{4}{3}\pi + \alpha \\ -i_{0\text{I}}\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi - \mu\right) & \text{dla } \frac{4}{3}\pi + \alpha \leq \omega t \leq \frac{5}{3}\pi \\ -i_{2\text{II}}\left(\omega t - \frac{5}{3}\pi\right) & \text{dla } \frac{5}{3}\pi \leq \omega t \leq \frac{5}{3}\pi + \mu \\ 0 & \text{dla } \frac{5}{3}\pi + \mu \leq \omega t \leq \frac{11}{6}\pi \end{cases}$$

Kąt komutacji μ w różnych warunkach pracy maszyny w zależności od parametrów $L_f, R_f, R_0, R_d, R_T, \beta = E_a/\sqrt{3}E$, i dla różnej prędkości kątowej $\omega_a = \omega/p$ (p — liczba par biegunów) wyznaczyć można z warunku $i_{2II}(\mu) = 0$. Otrzymamy:

$$\begin{aligned} & \frac{\cos \varphi_k}{3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d} \left\{ \frac{[3R_f + 2(R_T + R_0) + R_d] \cos \varphi_f}{(R_f + R_d) \cos \varphi_k} \cdot \right. \\ & \cdot [\sin(\mu - \varphi_k) + \sin \varphi_f e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_f}] + \sin \left(\mu + 2 \frac{\pi}{3} - \varphi_k \right) + \\ & - \sin \left(2 \frac{\pi}{3} - \varphi_k \right) e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_k} + \frac{1}{2} [\sin(\mu - \varphi_k) - \sin \varphi_k e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_k}] \Big\} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi_k}{2R_f + R_d + R_T + R_0} \left[\sin \left(\alpha + \frac{5}{6} \pi - \varphi \right) - \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \varphi \right) e^{-\frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \varphi_k} \right] \Big\} \cdot \\ & \cdot (e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_k} + e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_f}) + \frac{\cos \varphi_{ak}}{3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d} \cdot \\ & \cdot \left\{ \frac{[3R_f + 2(R_T + R_a) + R_d] \cos \varphi}{(R_f + R_d) \cos \varphi_{ak}} [\sin(\mu - \varphi_f) - \sin \varphi_f e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_f}] + \right. \\ & + \sin \left(\mu - \frac{2}{\pi 3} - \varphi_{ak} \right) - \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \varphi_{ak} \right) e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} + \\ & + \frac{1}{2} [\sin(\mu - \varphi_{ak}) - \sin \varphi_{ak} e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}] - \frac{\beta}{\cos \varphi_{ak}} (1 - e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_{ak}}) \Big\} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\cos \varphi_a}{2R_f + R_d + R_T + R_a} \left[\sin \left(\frac{5}{6} \pi + \alpha - \varphi_a \right) + \right. \\ & - \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \varphi_a \right) e^{-\frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \varphi_a} - \frac{\beta}{\cos \varphi_a} (1 - e^{-\frac{\pi}{2} \operatorname{ctg} \varphi_a}) \Big] \cdot \\ & \cdot (e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_{ak}} + e^{-\mu \operatorname{ctg} \varphi_f}) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Na rysunku 4 przedstawiono przykładowo wartości kąta komutacji wyznaczone z równania (5). Mogą one stanowić nomogramy pomocnicze do obliczeń technicznych. Dla uproszczenia przyjęto stałe wartości R_d, R_T i β .

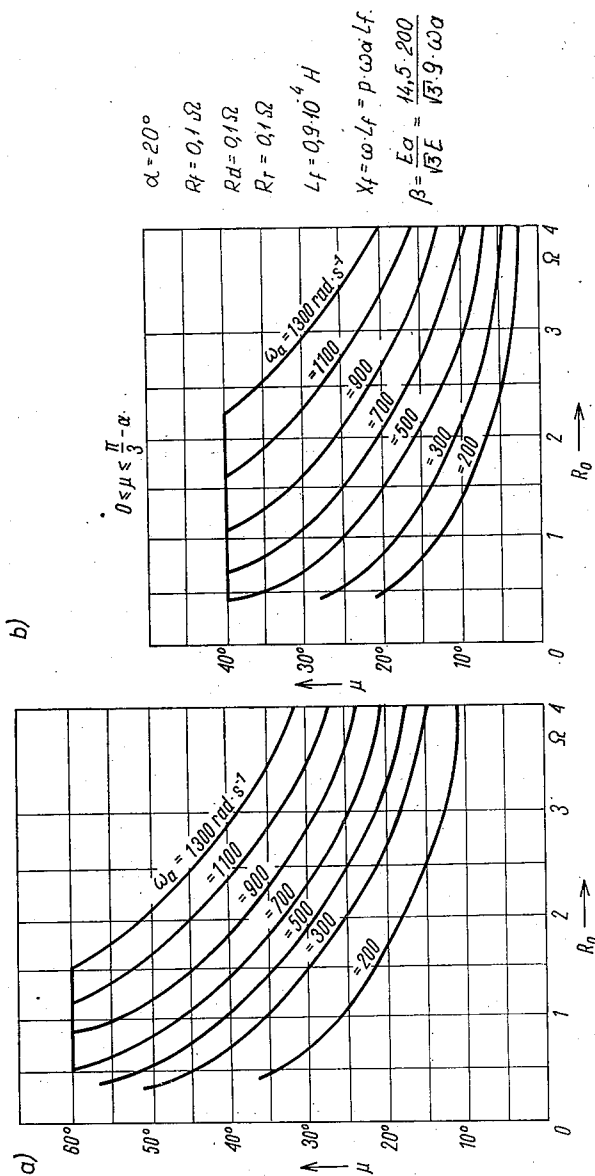
Omawiany układ przebadano laboratoryjnie wykorzystując do tego celu alternator A12M. Układ prostownikowy zrealizowano używając trzech diod prostownika alternatora i trzech tranzystorów mocy.

Na rysunku 5 przedstawiono przykładowo jeden z oscylogramów przebiegów prądu fazowego, napięcia fazowego i napięcia wyprostowanego przy prędkości kątowej $\omega_a = 500 \text{ rd s}^{-1}$, napięciu regulacji $U_r = 14,5 \text{ V}$ i prądzie obciążenia alternatora $I_a = 20 \text{ A}$.

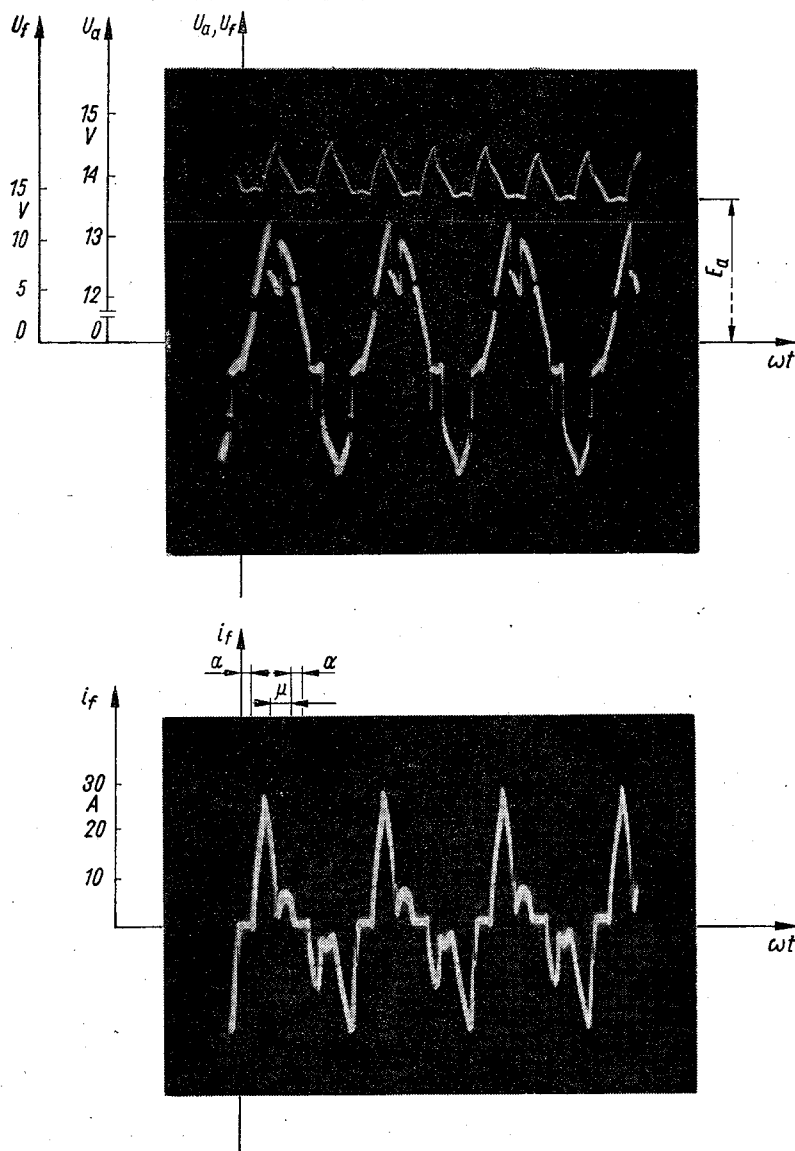
Rysunek 6 przedstawia porównanie charakterystyk prądowo-prędkościowych alternatora A12M z prostownikiem diodowym i alternatora A12M z dołączonym układem prostownikowym tranzystorowo-diodowym, przy napięciu wyprostowanym $U_r = 14,5 \text{ V}$ i prądzie wzbudzenia $I_w = 3 \text{ A}$.

Przeprowadzone rozważania teoretyczne i wyniki badań laboratoryjnych można skomentować następująco:

1. Przy prędkościach alternatora mniejszych od znamionowej uzyskano moce mniej-



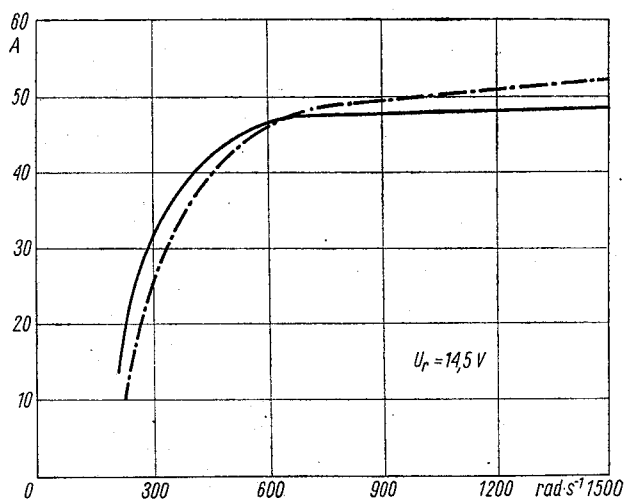
Rys. 4. Wartości kąta komutacji dla różnych obciążeń i prędkości alternatora; a) — dla $\alpha = 0$, b) dla $\alpha = 20^\circ$



Rys. 5. Rzeczywiste przebiegi napięcia fazowego — u_f , napięcia wyprostowanego — u_a , i prądu fazowego — i_f alternatora z prostownikiem tranzystorowo — diodowym przy napięciu regulacji $U_r = 14,5$ V obciążeniu $I_a = 20$ A i $\omega_a = 500$ rd s^{-1}

sze niż z układu fabrycznego z prostownikiem diodowym. Jest to konsekwencją zwiększenia strat w prądnicy w związku z dużą zawartością wyższych harmonicznych w prądach fazowych.

2. Przy prędkościach kątowych alternatora większych od znamionowej uzyskano moce większe niż z układu z prostownikiem diodowym. Związane jest to z mniejszym wpływem jaki wywiera zjawisko komutacji w prostowniku tranzystorowo-diodowym



Rys. 6. Charakterystyki prądowo prędkościowe alternatora z prostownikiem diodowym — linia ciągła i prostownikiem diodowo-tranzystorowym — linia przerywana

na moc wyjściową alternatora. Nie powoduje ono, tak jak to ma miejsce przy zastosowaniu prostownika diodowego, przesunięcia fazowego pomiędzy indukowanym napięciem fazowym a pierwszą harmoniczną prądu fazowego, wobec czego wykorzystanie obwodu elektromagnetycznego maszyny jest dużo lepsze [5].

3. W prostowniku tranzystorowo — diodowym zachodzi jedynie komutacja prosta zaworów, zatem maksymalna wartość prędkości kątowej maszyny ograniczona jest jedynie wytrzymałością mechaniczną elementów konstrukcji. Przy zastosowaniu prostownika diodowego komutacja złożona może wystąpić przy prędkościach mniejszych niż maksymalna

- wyznaczona z warunku mechanicznej wytrzymałości konstrukcji
- powodując wadliwą pracę układu [5].

4. Pulsacje napięcia wyprostowanego nie przekraczają 8%.

ZAKOŃCZENIE

Brak odpowiednich układów regulacji napięcia wyjściowego alternatorów ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym stanowi jak dotąd istotną przeszkodę w szerokim zastosowaniu w/w maszyn w technice motoryzacyjnej. Użycie do tego celu odpowiednio sterowanych układów prostownikowych tranzystorowo — diodowych być może rozwiąże ten problem. Dotychczasowe rezultaty badań pomimo ich fragmentaryczności dają bowiem pozytywne wyniki.

BIBLIOGRAFIA

1. W. A. Bałagurow: *Projektowanie specjalnych elektrycznych maszyn pieremiennego toku*. Wyższa Szkoła — Moskwa 1982
2. E. Koziej: *Maszyny elektryczne pojazdów samochodowych*. Warszawa: WNT 1984

3. J. Morawski: *Wpływ składowej zmiennej prądu wzbudzenia na pracę alternatora samochodowego*. Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Elektryka, 1982 nr. 9
4. J. Morawski: *Wpływ komutacji w układzie prostownikowym na wielkość mocy czynnej i graniczną wartość prędkości samochodowej prądnicy prądu przemiennego*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1985 nr. 2
5. W. Bodo, J. Morawski: *Prostowniki tranzystorowe*. Zeszyty Naukowe Politechniki Świętokrzyskiej, Elektryka, 1985, nr 15
6. J. Morawski, Z. Kobierski: *Regulator napięcia samochodowej prądnicy prądu przemiennego z magnesami trwałymi*. Patenty PRL nr 138773, 138971

J. MORAWSKI

APPLICATION OF TRANSISTOR/DIODE RECTIFIER FOR VOLTAGE CONTROL OF A CAR A.C. GENERATOR WITH MAGNETOELECTRIC EXCITATION

Summary

An analytic method of calculation and results of laboratory tests of transistor — diode voltage regulator for a motor car alternator with permanent magnet are given.

J. MORAWSKI

REDRESSÉUR À TRANSISTOR-DIODE APPLIQUE À LA REGULATION DE LA TENSION D'UN GENERATEUR D'AUTOMOBILE À COURANT ALTERNATIF AVEC EXCITATION MAGNÉTOÉLECTRIQUE

Résumé

Dans cet article on a présenté les calculs théoriques et les résultats des essais de laboratoire du système à transistor-diode de la régulation de la tension redressée d'un alternateur à excitation magnétoélectrique.

J. MORAWSKI

ANWENDUNG EINES TRANSISTOR-DIODENGLEICHRICHTERS FÜR DIE SPANNUNGSREGULUNG DES LICHTWECHSELSTROMGENERATORS MIT ELEKTROMAGNETISCHER ERREGUNG

Zusammenfassung

In diesem Beitrag werden theoretische Berechnungen sowie Ergebnisse von Laboruntersuchungen eines Transistor-Diodenspannungsreglers eines Klauenpolgenerators mit elektromagnetischer Erregung dargestellt.

Е. МОРАВСКИ

ПРИМЕНЕНИЕ ТРАНЗИСТОРНО-ДИОДНОГО РЕГУЛЯТОРА НАПЯЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЬНОГО АЛЬТЕРНАТОРА С ВОСБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯВВЫХ МАГНИТОВ

Резюме

Представлены теоретические выводы и результаты лабораторных испытаний транзисторно-диодового регулятора напряжения автомобильного генератора переменного тока с возбуждением от постоянных магнитов.

Zastosowanie symulacji komputerowej do analizy energetycznej konwertera Čuka

MAREK WYSZOMIRSKI

Instytut Elektroniki, Politechnika Łódzka

Artykuł wpłynął 1986.07.21

Autoryzowano do druku 1987.04.22

W pracy przedstawiono możliwości wykorzystania symulacji komputerowej do analizy energetycznej konwertera Čuka. Zastosowana metoda pozwala na stosunkowo proste wyznaczanie charakterystyk konwertera przy uwzględnieniu zarówno rezystancji cewek indukcyjnych, jak i statycznych oraz dynamicznych parametrów elementów półprzewodnikowych. Zgodność uzyskanych charakterystyk z danymi doświadczalnymi jest dużo lepsza, niż w przypadku charakterystyk wyznaczonych na podstawie zależności znanych w literaturze. Zaproponowane charakterystyki udziału strat w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy konwertera pozwalają na szybkie wyodrębnienie elementów o największych stratach mocy, co jest istotne w przypadku optymalizacji parametrów energetycznych konwertera.

1. WSTĘP

W ostatnich latach znacznie wzrosło zainteresowanie rozwojem techniki tranzystorowych przetwornic napięć stałych. Jest to związane z dynamicznym rozwojem technologicznym prowadzącym do znacznej obniżki kosztów wytwarzania wysokonapięciowych tranzystorów mocy przy jednoczesnej poprawie ich parametrów elektrycznych. Jedną z najbardziej interesujących koncepcji przetwornic napięć stałych jest topologia zaproponowana w 1977 r. w pracy [4], znana pod nazwą konwertera Čuka. Przetwornica ta, będąca szczególnym przypadkiem połączenia kaskadowego dwóch przetwornic SIRT (szeregowa indukcyjność-równoległy tranzystor) oraz STSI (szeregowy tranzystor-szeregowa indukcyjność) posiada szereg interesujących zalet. Należy do nich zaliczyć wysoką sprawność, ciągłość przepływu prądów wejściowego i wyjściowego oraz możliwość uzyskiwania napięcia wyjściowego zarówno mniejszego, jak i większego od napięcia wejściowego. Dodatkowe korzystne właściwości powyższej przetwornicy tkwią w możliwościach skutecznej minimalizacji tętnień prądów wejściowego i wyjściowego w układach o cewkach sprzężonych magnetycznie [2, 3].

Zagadnienia związane z wyznaczaniem parametrów transmitancji układu oraz doбором optymalnych nastaw regulatora dla konwertera pracującego w zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego zostały dość dokładnie przeanalizowane w pracach [1, 2, 3, 5, 6]. Stosunkowo mało zbadane są natomiast problemy związane z analizą energetyczną konwer-

tera. Zależności przedstawione w pracy [3] uwzględniają w sposób zadowalający wpływ parametrów pasożytniczych elementów indukcyjnych, przy jednoczesnym pominięciu istotnego wpływu parametrów dynamicznych łączników półprzewodnikowych.

Wyprowadzenie dokładnych zależności analitycznych opisujących przepływy energii w konwerterze Čuka jest zagadnieniem trudnym, zatem celowe wydaje się zastosowanie do analizy energetycznej konwertera metod symulacyjnych. Celem niniejszej pracy jest pokazanie możliwości zastosowania efektywnych metod symulacji komputerowej do analizy energetycznej podstawowej wersji konwertera Čuka z cewkami niesprężonymi magnetycznie, uwzględniającej zarówno rezystancje szeregowe cewek, jak i statyczne oraz dynamiczne parametry elementów półprzewodnikowych.

2. WYKAZ ZASTOSOWANYCH OZNACZEŃ

- C_0, C_1 — pojemności kondensatorów
- D — współczynnik wypełnienia impulsów prądu kolektora tranzystora
- I_1 — prąd wejściowy konwertera ($I_1 = I_{L1}$)
- I_2 — prąd wyjściowy konwertera
- I_{L1}, I_{L2} — prądy cewek
- L_1, L_2 — indukcyjności cewek
- P_T — moc wytracana w tranzystorze
- R_0 — rezystancja obciążenia konwertera
- R_{L1}, R_{L2} — rezystancje szeregowe cewek
- r_d — rezystancja dynamiczna przewodzącej diody
- r_t — rezystancja dynamiczna nasyczonego tranzystora
- T — okres przebiegu sterującego bazę tranzystora
- t_n — czas narastania impulsów prądu kolektora tranzystora
- t_0 — czas opadania impulsów prądu kolektora tranzystora
- U_1 — napięcie wejściowe konwertera
- U_2 — napięcie wyjściowe konwertera ($U_2 = U_{C0}$)
- U_{C0}, U_{C1} — napięcia na kondensatorach
- U_d — napięcie progowe przewodzącej diody
- U_p — napięcie progowe nasyczonego tranzystora
- U_{st} — napięcie sterujące bazę tranzystora

3. ZASTOSOWANA METODA ANALIZY

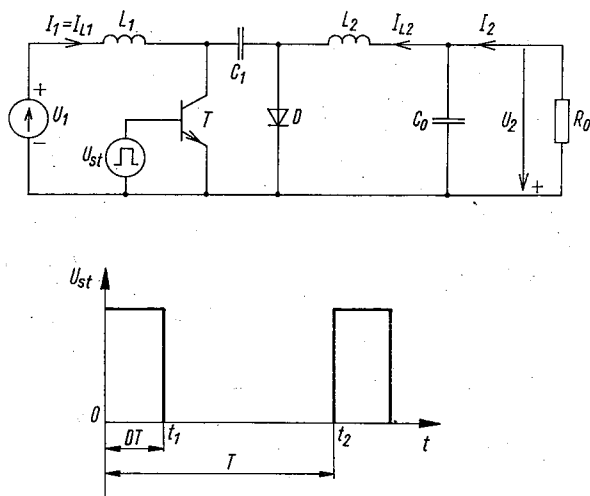
Schemat ideowy analizowanego konwertera przedstawia rys. 1.

Dla celów symulacji komputerowej przyjęto następujące założenia upraszczające:

1. Rezystancje szeregowe cewek R_{L1} i R_{L2} nie zależą od częstotliwości. Rezystancja źródła napięcia zasilającego U_1 jest włączona do rezystancji R_{L1} . Pojemności pasożytnicze cewek L_1 i L_2 są pomijalnie małe.

2. Rezystancje i indukcyjności pasożytnicze kondensatorów C_1 i C_0 są pomijalnie małe.

3. Tranzystor i dioda w stanie wyłączenia stanowią rozwarcie.
4. W stanie załączenia tranzystor stanowi połączenie szeregowe idealnego źródła napięciowego U_p i rezystancji r_t .
5. W stanie załączenia dioda stanowi połączenie szeregowe idealnego źródła napięciowego U_d i rezystancji r_d .

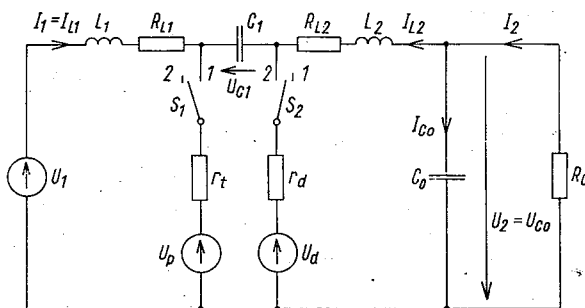


Rys. 1. Schemat ideowy podstawowej wersji konwertera Čuka oraz przebieg napięcia sterującego

6. Podczas załączania prąd kolektora tranzystora narasta liniowo w czasie t_n .
7. Podczas wyłączania prąd kolektora tranzystora opada liniowo w czasie t_0 .
8. Czasy załączania i wyłączania diody są pomijalne (założenie przyjęte ze względu na rzeczywiste wartości parametrów dynamicznych elementów użytych do weryfikacji doświadczalnej).
9. Czasy trwania stanów dynamicznych w łącznikach są znacznie mniejsze od okresu kluczkowania T .

Przyjęte założenia prowadzą do modelu konwertera przedstawionego na rys. 2.

W stanie quasiustalonym, dla niewielkich rezystancji obciążenia, odpowiadających ciągłemu przewodzeniu diody, możliwe są dwa stany statyczne układu:



Rys. 2. Model konwertera Čuka przyjęty do symulacji komputerowej

stan I — dla przedziału czasu $0 \div t_1$ (w/g rys. 1) — przełączniki S_1 i S_2 w położeniu „1”.
 stan II — dla przedziału czasu $t_1 \div t_2$ (w/g rys. 1) — przełączniki S_1 i S_2 w położeniu „2”.

Dla dużych rezystancji obciążenia, jak również małych rezystancji obciążenia w stanach różnych od quasiustalonego, możliwy jest tzw. przypadek nieciągłego przewodzenia diody, w którym po wyłączeniu tranzystora T prąd diody szybko maleje, w wyniku czego w pewnej chwili czasowej $t_3 < t_2$ następuje wyłączenie diody. Wówczas stan II występuje dla przedziału czasu $t_1 \div t_3$, zaś w przedziale czasu $t_3 \div t_2$ występuje stan III układu, w którym przełącznik S_1 jest w położeniu „2”, zaś przełącznik S_2 w położeniu „1”.

Równania stanu opisującego pracę układu przyjmują postać:

— dla stanu I

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1}+r_t}{L_1}, & -\frac{r_t}{L_1}, & 0, & 0 \\ -\frac{r_t}{L_2}, & -\frac{R_2+r_t}{L_2}, & \frac{1}{L_2}, & -\frac{1}{L_2} \\ 0, & -\frac{1}{C_1}, & 0, & 0 \\ 0, & \frac{1}{C_0}, & 0, & -\frac{1}{C_0 R_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_1-U_p}{L_1} \\ -\frac{U_p}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \quad (1)$$

— dla stanu II

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1}+r_d}{L_1}, & -\frac{r_d}{L_1}, & -\frac{1}{L_1}, & 0 \\ -\frac{r_d}{L_2}, & -\frac{R_{L2}+r_d}{L_2}, & 0, & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1}, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & \frac{1}{C_0}, & 0, & -\frac{1}{C_0 R_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{L1} \\ I_{L2} \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_1-U_d}{L_1} \\ -\frac{U_d}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \quad (2)$$

— dla stanu III

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_L \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L}, & -\frac{1}{L}, & \frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_1}, & 0, & 0 \\ -\frac{1}{C_0}, & 0, & -\frac{1}{C_0 R_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ U_{C1} \\ U_{C0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U_1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots \quad (3)$$

gdzie:

$$L = L_1 + L_2$$

$$R_L = R_{L1} + R_{L2}$$

$$I_L = I_{L1} = -I_{L2}.$$

Równania (1—3) opisują zachowanie układu z rys. 2 w stanach statycznych położenia łączników S_1 i S_2 . Ze względu na założenie (9) niezerowe wartości czasów przełączania łączników S_1 i S_2 nie wpływają w istotny sposób na rozpyły prądów w obwodzie. Można zatem wyznaczać straty mocy w stanach statycznych na podstawie przebiegów napięć i prądów wyznaczonych w wyniku rozwiązania układów równań (1—3).

Na podstawie założeń (6) i (7) można moce strat tranzystora podczas jego załączania i wyłączania opisać zależnościami:

$$P_{T\text{zał}} = \frac{I_{L1\text{zał}} + I_{L2\text{zał}}}{2} \cdot (U_{C1\text{zał}} + U_d) \cdot \frac{t_n}{T} \dots \quad (4)$$

$$P_{T\text{wył}} = \frac{I_{L1\text{wył}} + I_{L2\text{wył}}}{2} \cdot (U_{C1\text{wył}} + U_d) \cdot \frac{t_0}{T} \dots \quad (5)$$

gdzie wielkości opatrzone indeksem „zał” odnoszą się do chwili załączania, zaś „wył” do chwili wyłączania tranzystora.

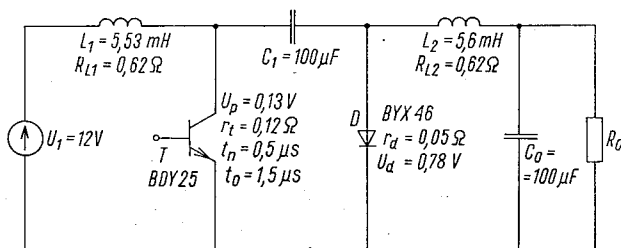
4. WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Wykorzystując zależności (1—3) dokonano symulacji komputerowej pracy konwertera Čuka. Wyznaczenia mocy strat w stanach statycznych układu dokonano w oparciu o wyznaczone podczas symulacji wartości chwilowe napięć i prądów. Moce strat tranzystora w stanach dynamicznych wyznaczono na podstawie zależności (4) i (5). Ze względu na założenie (8) pominięto straty mocy diody w stanach dynamicznych. Obliczeń, oraz weryfikacji pomiarowej dokonano dla układu modelowego przedstawionego na rys. 3. Dla charakterystyk wyznaczanych przy stałej rezystancji obciążenia przyjęto standardową wartość rezystancji $R_o = 50 \Omega$.

Algorytm obliczeń zrealizowany został w języku PASCAL na mikrokomputerze ZX-Spectrum. Uzyskany program zajmuje ok. 4 kilobajtów pamięci RAM.

Uzyskane zależności wzmocnienia napięciowego i sprawności konwertera w funkcji współczynnika wypełnienia i częstotliwości impulsów sterujących przedstawiają rys. 4÷7. Dodatkowo przedstawiono na nich wyniki uzyskane wg zależności (6) i (7) podanych w [3].

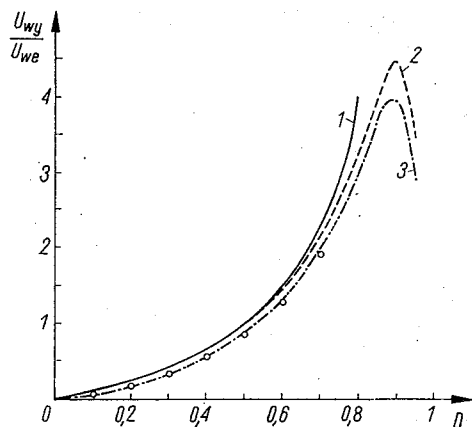
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{D}{1-D} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{L1}}{R_o} \left(\frac{D}{1-D} \right)^2 + \frac{R_{L2}}{R_o}} \dots \quad (6)$$



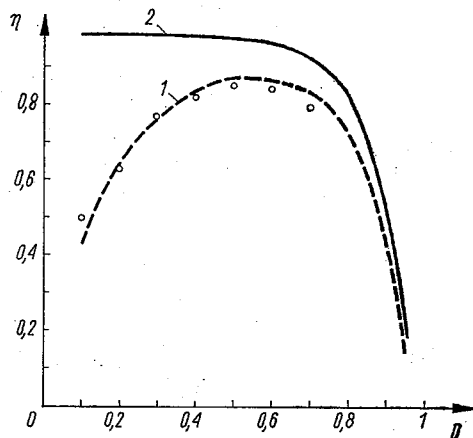
Rys. 3. Modelowy układ konwertera Čuka

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_{L1}}{R_o} \left(\frac{D}{1-D} \right)^2 + \frac{R_{L2}}{R_o}} \dots \quad (7)$$

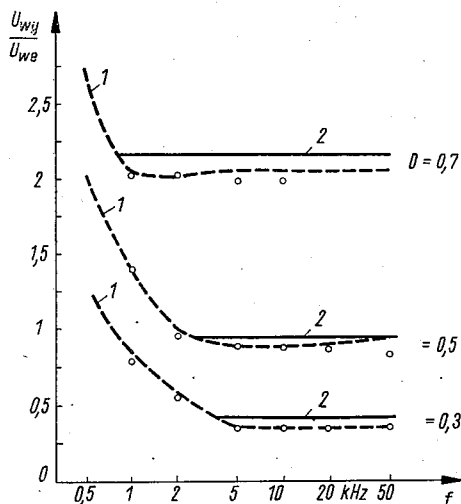
Wyznaczone metodą symulacyjną zależności wzmacnienia napięciowego i sprawności konwertera od współczynnika wypełnienia impulsów sterujących, przedstawione na rys. 4÷5 wykazują znacznie lepszą zgodność z wynikami doświadczalnymi niż charakterystyki



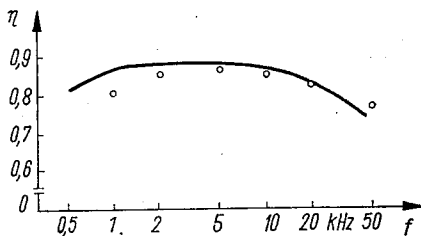
Rys. 4. Zależność wzmacnienia napięciowego konwertera Čuka od współczynnika wypełnienia impulsów sterujących (okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



Rys. 5. Zależność sprawności konwertera Čuka od współczynnika wypełnienia impulsów sterujących (okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



Rys. 6. Zależność wzmacnienia napięciowego konwertera Čuka od częstotliwości impulsów sterujących

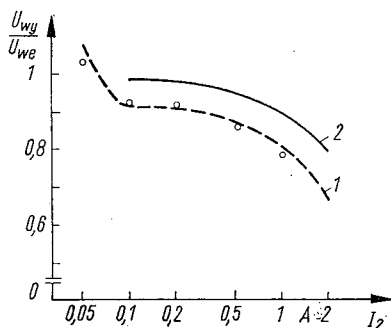


Rys. 7. Zależność sprawności konwertera Čuka od częstotliwości impulsów sterujących (współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$)

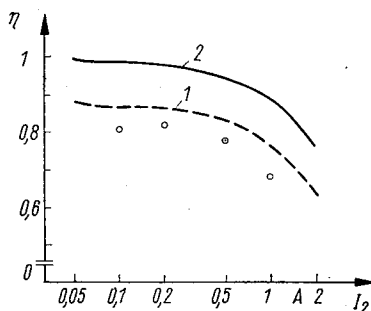
uzyskane wg spotykanych w literaturze zależności (6) i (7). Wynika to z faktu, iż zależności (6) i (7) nie uwzględniają spadków napięcia na załączonych łącznikach półprzewodnikowych. Szczególnie wyraźny jest wpływ napięcia przewodzenia diody na sprawność konwertera dla małych współczynników wypełnienia impulsów sterujących, powodujący wyraźnie zauważalne pogorszenie sprawności konwertera dla małych napięć wyjściowych. Wpływ strat mocy w tranzystorze powoduje z kolei zmniejszenie sprawności, szczególnie dla średnich i dużych wartości współczynnika wypełnienia.

Zależności (6) i (7) nie uwzględniają wpływu częstotliwości kluczkowania na pracę konwertera. Dla znacznych częstotliwości rosną straty mocy w stanach dynamicznych łączników, zaś dla częstotliwości niewielkich rośnie udział składowej przemiennej w prądach cewek, co powoduje zwiększenie strat mocy w cewkach i w konsekwencji spadek sprawności układu. W przypadku częstotliwości większych od kilkudziesięciu kHz należy liczyć się z dalszym spadkiem sprawności układu wynikającego ze wzrostu składowej rezystancji impedancji cewek, co w niniejszej pracy nie było uwzględniane.

Rysunki 8 i 9 przedstawiają zależności wzmocnienia napięciowego i sprawności konwertera od prądu obciążenia. Zauważalna jest znacznie lepsza zgodność z danymi doświadczalnymi charakterystyk uzyskanych metodami symulacyjnymi w porównaniu z charakterystykami sporządzonymi wg zależności (6) i (7).



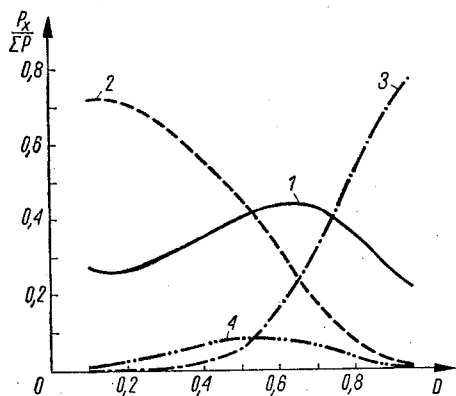
Rys. 8. Zależność wzmocnienia napięciowego konwertera Čuka od prądu obciążenia (współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



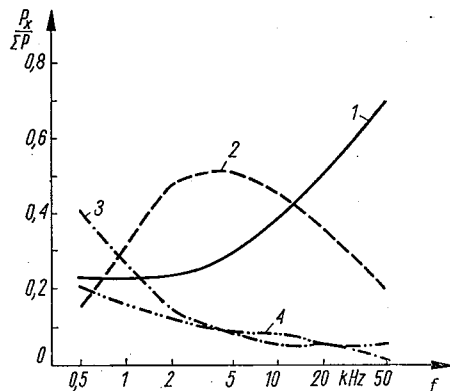
Rys. 9. Zależność sprawności konwertera Čuka od prądu obciążenia (współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)

Dla lepszego zobrazowania wpływu strat w łącznikach na parametry konwertera wyznaczono charakterystyki udziału strat w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy układu. Charakterystyki takie przedstawiono na rys. 10÷12. Ponadto na rys. 13÷15 przedstawiono udziały strat załączania, nasycenia i wyłączania tranzystora w całkowitych stratach mocy układu.

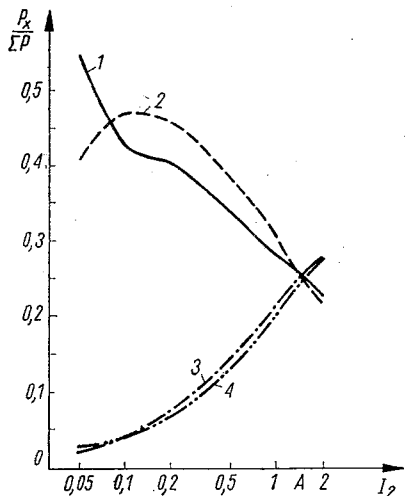
Znajomość charakterystyk na rys. 10÷15 pozwala na szybkie wyznaczenie elementów konwertera o najwyższych stratach mocy. Znормalizowanie charakterystyk względem sumarycznej mocy strat konwertera pozwala na szybkie oszacowanie udziału procentowego strat mocy w danym elemencie w całkowitej mocy strat układu. Jest to istotne w przypadku optymalizacji sprawności konwertera pracującego w zadanych warunkach.



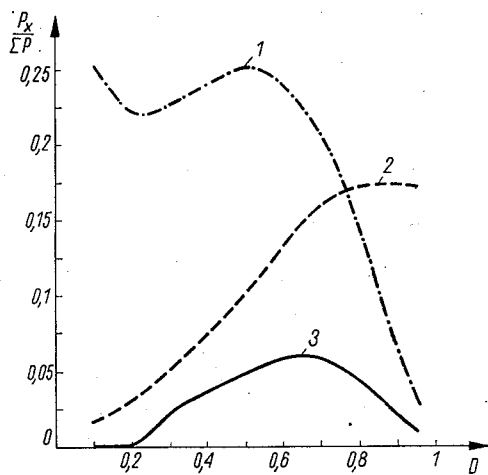
Rys. 10. Zależność udziału strat mocy w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od współczynnika wypełnienia impulsów sterujących (wyniki symulacji komputerowej, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



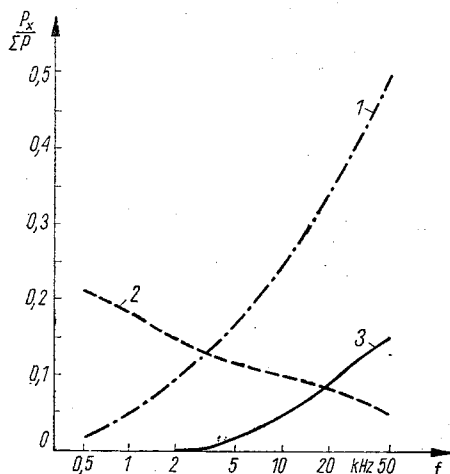
Rys. 11. Zależność udziału strat mocy w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od częstotliwości impulsów sterujących (wyniki symulacji komputerowej, współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$)



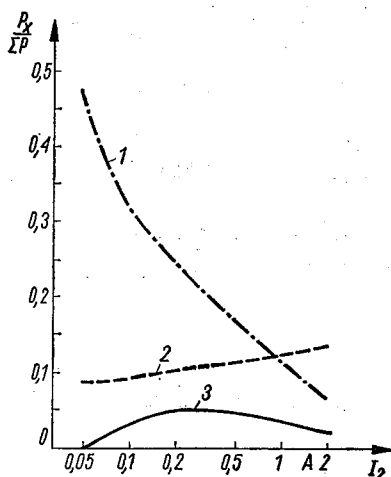
Rys. 12. Zależność udziału strat mocy w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od prądu obciążenia (wyniki symulacji komputerowej, współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



Rys. 13. Zależność udziału strat załączania, nasycenia i wyłączania tranzystora w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od współczynnika wypełnienia impulsów sterujących (wyniki symulacji komputerowej, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)



Rys. 14. Zależność udziału strat załączania, nasycenia i wyłączania tranzystora w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od częstotliwości (wyniki symulacji komputerowej, współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$)



Rys. 15. Zależność udziału strat załączania, nasycenia i wyłączania tranzystora w całkowitych stratach mocy konwertera Čuka od prądu obciążenia (wyniki symulacji komputerowej, współczynnik wypełnienia impulsów sterujących $D = 0,5$, okres impulsów sterujących $T = 100 \mu s$)

4. PODSUMOWANIE

W pracy dokonano próby wykorzystania symulacji komputerowej do analizy energetycznej konwertera Čuka. Zastosowana metoda pozwala na stosunkowo łatwe uwzględnienie zarówno wpływu rezystancji cewek, jak i statycznych oraz dynamicznych parametrów zastosowanych łączników. Pozwala na znacznie dokładniejsze, niż na podstawie znanych w literaturze zależności, wyznaczenie charakterystyk konwertera, co zostało w pełni potwierdzone podczas weryfikacji doświadczalnej uzyskanych wyników. Zaproponowane charakterystyki udziału strat w poszczególnych elementach w całkowitych stratach mocy układu mają istotne znaczenie w przypadku optymalizacji sprawności konwertera pracującego w zadanych warunkach.

BIBLIOGRAFIA

1. G. E. Bloom, A. Eris: *Practical Design Considerations for a Multi-Output Optimum Topology Converter*. IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1979, str. 133—146
2. S. Čuk: *A New Zero-Ripple Switching DC-to-DC Converter and Integrated Magnetics*. IEEE Trans. on Magnetics, March 1983, str. 57—75
3. S. Čuk, R. D. Middlebrook: *Advances in Switched-Mode Power Conversion*. 1981 vol. 1—2, TESLAcO, USA
4. S. Čuk, R. D. Middlebrook: *A New Optimum Topology Switching DC-to-DC Converter*. 1977 IEEE Power Electronics Specialists Conference, Palo Alto, California, str. 160—179
5. S. Kuta: *Wykorzystanie dowolnych, dwustanowych przetworników napięcia stałego do budowy wzmacniaczy mocy klasy D i metoda ich analizy*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1985, z. 2, str. 573—591

6. L. Martinez, A. Poveda: *Modelling and Analysis of the Čuk Converter in the Discontinuous Conduction Mode Using the Discrete Impulse Tesponse Method*. VII ECCTD, Praga, 1985, str. 157—160
7. A. Pietkiewicz, D. Tollik: *Zunifikowany model kanoniczny kluczowanych konweterów prądu stałego*. VIII Krajowa Konferencja Teoria Obwodów i Układy Elektroniczne, Poznań, 1985, str. 308—313
8. R. Siurek: *Statyczne właściwości impulsowych zasilaczy wielowyjściowych budowanych w oparciu o tranzystorową dwutaktową przetwornicę napięcia*. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice, 1983
9. J. Wajler: *Wpływ parametrów pasożytniczych elementów dwutaktowej przetwornicy impulsowej na przebiegi procesów komutacji*. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice, 1983

M. WYSZOMIRSKI

APPLICATION OF COMPUTER SIMULATION TO POWER FLOW ANALYSIS OF ČUK CONVERTER

Summary

The possible application of computer simulation to power flow analysis is presented. The introduced method allows for a simple determination of the converter characteristics, taking into account the resistance of induction coils as well as both static and dynamic parameters of semiconductor components. An agreement of experimental data with the simulated characteristics is much better than with characteristics obtained from conventional formulae. The suggested characteristics of power losses in particular elements of the converter makes possible the isolation of parts with the highest power losses what is essential for the optimisation of power parameters of the converter.

M. WYSZOMIRSKI

EMPLOI DE LA SIMULATION D'ORDINATEUR DANS L'ANALYSE ÉNERGÉTIQUE DU CONVERTISSEUR ČUK

Résumé

Dans le travail on a présenté les possibilité de l'emploi de la simulation d'ordinateur dans l'analyse énergétique du convertisseur Čuk. La méthode employée permet de déterminer, d'une façon relativement simple, les caractéristiques du convertisseur, en prenant en considération aussi bien la résistance des bobines inductives que les paramètres statiques et dynamiques des éléments semiconducteurs. La concordance des caractéristiques obtenues avec les données expérimentales est meilleure qu'en ces où les caractéristiques ont été déterminées à la base des dépendances connues dans la littérature. Les caractéristiques proposées de la participation des pertes dans les éléments particuliers dans les dissipations totales de puissance du convertisseur permettent une distinction rapide des éléments, dont les dissipations de puissance sont les plus grandes, ce qui est important en cas de l'optimalisation des paramètres énergétiques du convertisseur.

M. WYSZOMIRSKI

ANWENDUNG DER RECHNERSIMULATION FÜR DIE ENERGETISCHE ANALYSE DES ČUK-KONVERTERS

Zusammenfassung

In der Bearbeitung wurden Anwendungsmöglichkeiten der Rechnerismulation für die energetische Analyse des Čuk-Konverters dargestellt. Das angewandte Verfahren gestattet, eine verhältnismäßig einfache Konvertercharakteristik unter Berücksichtigung sowohl der Resistanz von Induktionsspulen

zu bestimmen, als auch der dynamischen Parameter von Halbleiterbauelementen. Die Übereinstimmung der gewonnenen Charakteristiken mit den Versuchsdaten ist bedeutend besser, als derjenigen Charakteristiken, die anhand der in der Literatur bekannten Abhängigkeiten bestimmt werden. Die vorgeschlagenen Charakteristiken des Verlustanteils einzelner Bauelemente an gesamten Leistungsverlusten des Konverters gestatten, Bauelemente mit größten Leistungsverlusten schnell auszusondern, was bei der Optimierung der energetischen Konverterparameter wesentlich ist.

М. ВЫШОМИРСКИ

ПРИМЕНЕНИЕ СМУЛЯЦИИ НА ЭВМ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧУКА

Резюме

Представлены возможности применения симуляции на ЭВМ для энергетического анализа преобразователя Чука. Используемый метод позволяет относительно просто определять характеристики преобразователя с учётом как активного сопротивления индуктивных катушек, так статических и динамических параметров полупроводниковых элементов. Соответствие полученных характеристик с экспериментальным данным на много лучше, чем в случае характеристик определенных по приведённым в литературе зависимостям. Предложенные характеристики доли потерь в отдельных элементах в полных потерях мощности преобразователя позволяют быстро определять элементы с самими большими потерями мощности, что существенно в случае оптимизации энергетических параметров преобразователя.

Ocena intensywności wyładowań niezupełnych

RYSZARD ZYBERT

Katedra Wysokich Napięć, Politechnika Łódzka

Artykuł wpłynął 1986.05.09

Autoryzowano do druku 1987.06.17

W artykule dokonano przeglądu badań oraz rozważań teoretycznych odnoszących się do wyboru wielkości określającej intensywność wyładowań niezupełnych (wnz). Badania wykazują, że najlepiej skorelowaną z niszczącym oddziaływaniem wnz na materiały izolacyjne jest ich energia oraz globalny ładunek pozorny. Omówiono także poglądy na mechanizm rozwoju wnz oraz przedstawiono uwagi dotyczące pomiaru ich ładunku pozornego przy małych pojemnościach obiektów badanych. Porównując rozważania teoretyczne oparte na trójpojemnościowym schemacie zastępczym z danymi eksperymentalnymi wykazano, że schemat ten daje tylko bardzo uproszczony obraz zależności między parametrami układu modelowego, napięciem przyłożonym a intensywnością wnz.

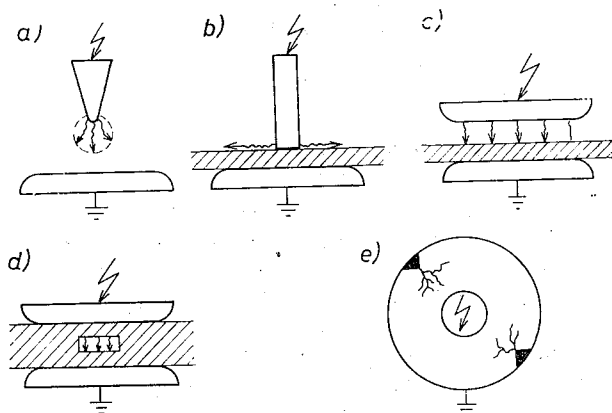
1. WSTĘP

W czasie eksploatacji urządzeń wysokiego napięcia zachodzą w ich układach izolacyjnych różne procesy powodujące powolną utratę pierwotnych własności izolacyjnych tych układów. Można rozróżnić trzy podstawowe mechanizmy degradacji [1]:

1. Starzenie cieplne, które wywołane jest wysoką temperaturą panującą w dielektryku,
2. Starzenie elektrochemiczne, którego przyczyną są zjawiska elektrolizy zachodzące w pewnych określonych warunkach w dielektryku,
3. Starzenie wywołane wyładowaniami niezupełnymi (wnz).

W miarę stosowania coraz większych naprężeń roboczych jak i nowych rodzajów dielektryków syntetycznych podstawowym czynnikiem destrukcji układów izolacyjnych stały się wyładowania niezupełne. Na ogół przyczynę występowania wnz należy upatrywać w samej technologii wytwarzania urządzeń elektrycznych wysokiego napięcia, która nie zawsze eliminuje możliwość powstawania pęknięć czy wtrącin gazowych w układach izolacyjnych. Także przy projektowaniu tak skomplikowanych układów jak np. transformatory może dojść do niezamierzonego przekroczenia naprężeń elektrycznych w jakimś punkcie układu, które doprowadzają do inicjacji wnz. W czasie pracy tych urządzeń może dochodzić do nadmiernych wzrostów temperatury powodujących wydzielanie się gazu z dielektryków ciekłych czy też wzrostu naprężeń mechanicznych doprowadzających do powstawania pęknięć dielektryków stałych. Zarówno pęknięcia jak i pęcherzyki gazu mogą stać się miejscem w którym dochodzi do powstania wnz. Wyładowania niezupełne można sklasyfikować posługując się prostymi układami izolacyjnymi rys. 1.

Wyładowania ulotowe (a) mogą występować na ostrych krawędziach metalowych lub cienkich przewodach będących pod wysokim potencjałem w otoczeniu dielektryka gazowego lub ciekłego. Wyładowania powierzchniowe (b) występują na pograniczu dwóch dielektryków gaz-dielektryk stały, gaz-dielektryk ciekły czy też dielektryk ciekły-dielektryk stały przy obecności dużych napiężeń stycznych do powierzchni granicznej. Wyładowania



Rys. 1. Układy modelowe stosowane do badań wyładowań niezupełnych
a — wyładowania ulotowe, *b* — wyładowania powierzchniowe, *c, d* — wyładowania wewnętrzne, *e* — wyładowania drzewiaste (treeing)

wewnętrzne odwzorowane układami (c) i (d) mogą pojawiać się we wtrącinach gazowych w dielektryku stałym w pęcherzykach gazu w dielektryku płynnym lub też w szczelinach powstałych na skutek rozwarstwień układu izolacyjnego. Ostre krawędzie wbite w dielektryk stały powodujące lokalne spiętrzenie pola mogą doprowadzić do rozwoju tzw. wyładowań drzewiastych (inna nazwa krzacaste). Nazwę tę przyjęto od charakterystycznego obrazu powstających kanałów zdegradowanego dielektryka.

Większość badań dotyczących wnz związana jest z koniecznością oceny ich intensywności. Niestety nie jest to tak proste jak przy pomiarze prądu czy napięcia. Powstaje problem, która ze stosowanych wielkości najlepiej charakteryzuje ich intensywność. Celem ułatwienia wyboru tej wielkości dokonano przeglądu badań związanych z wnz, pozwalającego na ustalenie jakie wielkości określające ich intensywność są najczęściej stosowane, oraz czy istnieje korelacja między nimi a efektami niszczącego oddziaływania wnz na materiały izolacyjne. Wykazano także rozbieżności pomiędzy wnioskami wynikającymi z teoretycznych rozważań opartych na trójpojemnościowym schemacie zastępczym a wynikami pomiarów intensywności wyładowań. Na podstawie omówionego mechanizmu rozwoju wnz podano uwagi pozwalające na prawidłowy pomiar podstawowej wielkości określającej intensywność pojedynczego wyładowania jaką jest ładunek pozorny. Ze względu na obszerność i złożoność tematu ograniczono się do omówienia badań związanych z wewnętrznymi wnz, reprezentowanymi przez układy modelowe pokazane na rys. 1c i 1d.

2. WIELKOŚCI OKREŚLAJĄCE INTENSYWNOŚĆ WYŁADOWAŃ NIEZUPEŁNYCH

Podawane w literaturze [2, 3, 4] wielkości określające intensywność wnz stały się już przedmiotem normalizacji, norma [N1]. Za podstawową wielkość można przyjąć ładunek pozorny pojedynczego wyładowania q . Definiuje się go jako równy zmianie ładunków na zaciskach obiektu badanego powstałej w wyniku wyładowania niezupełnego. Następne wielkości określają intensywność sumaryczną wnz. Częstotliwość powtarzania się wyładowań niezupełnych — n , średni prąd wyładowań niezupełnych I

$$I = \frac{1}{T} X \left(|q_1| + |q_2| + \dots + |q_n| \right) \text{ C/s, gdzie}$$

T jest przedziałem czasu w którym mierzy się wartości bezwzględne ładunków pozornych poszczególnych wyładowań.

Średni kwadrat ładunków pozornych wnz D

$$D = \frac{1}{T} \left(q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2 \right) \text{ C}^2/\text{s.}$$

Moc wyładowań P

$$P = \frac{1}{T} \left(q_1 u_1 + q_2 u_2 + \dots + q_n u_n \right) \text{ W}$$

gdzie

$u_1 u_2 \dots u_n$ — chwilowe wartości napięcia doprowadzonego do badanego obiektu w momentach wyładowań o ładunkach $q_1, q_2 \dots q_n$.

Do oceny intensywności wnz stosuje się także tzw. wielkości globalne [5, 6] jak globalny ładunek pozorny Q_g będący sumą wartości bezwzględnych ładunków pozornych wszystkich wyładowań w czasie ich oddziaływania na materiał izolacyjny lub globalną liczbę wnz N_g . Najwięcej informacji o intensywności wnz uzyskuje się przez pomiar rozkładu wartości ładunku pozornego przy pomocy analizatora lub dyskryminatora amplitudy. Pozwala on na oszacowanie takich wielkości jak [7] częstość, prąd, maksymalny ładunek pozorny, globalny ładunek pozorny wnz. Pomiarów podanych wyżej wielkości dokonuje się w układach przedstawionych w normie [N1].

Spróbujmy teraz prześledzić, które z tych wielkości określające intensywność wnz są stosowane w badaniach dotyczących tego zjawiska. Z naszego punktu widzenia będą interesowały nas przede wszystkim takie prace w których starano się powiązać skutek oddziaływania wnz z ich intensywnością.

3. PRZEGLĄD STOSOWANIA WIELKOŚCI OKREŚLAJĄCYCH INTENSYWNOŚCI WYŁADOWAŃ NIEZUPEŁNYCH

Ze względu na dużą różnorodność badań dotyczących wnz podzielimy je na pewne związane tematycznie grupy:

1. Pomiar wyładowań niezupełnych w układach izolacyjnych urządzeń wysokiego napięcia

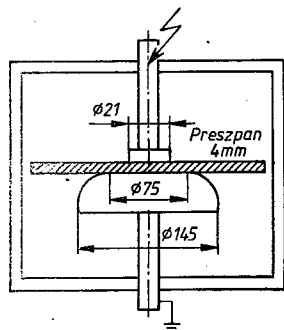
2. Oddziaływanie wyładowań na materiały elektroizolacyjne

3. Badania mechanizmu rozwoju wnz.

Do oceny poziomu wnz w takich urządzeniach elektrycznych wysokiego napięcia jak transformatory, kable i kondensatory stosuje się wielkość zwaną maksymalnym ładunkiem pozornym q_m , czyli największą zarejestrowaną wartość ładunku pozornego wyładowań. Dla transformatorów zalecenia IEC [8] są następujące: $q_m \leq 500$ pC — jeśli próba jest wykonywana przy $1,5 U_m/\sqrt{3}$, $q_m \leq 300$ pC jeśli przy $1,3 U_m/\sqrt{3}$, gdzie U_m jest napięciem międzyfazowym. Badania dotyczące zjawiska wnz w transformatorach koncentrują się między innymi na wybraniu właściwego sposobu ich pomiaru [9, 10], sprawdzeniu czy wyładowania zainicjowane przez napięcia łączeniowe i dorywcze są podtrzymywane przez napięcie robocze [11, 12], na pomiarach napięć zapłonu wnz w fragmentach układów izolacyjnych transformatora [13]. Bardzo poważną sprawą związaną z detekcją wnz w transformatorach jest zjawisko tłumienia sygnału pochodzącego od wyładowania.

Powoduje ono, że zarejestrowane wartości ładunku q_m na impedancji detekcyjnej mogą być różne dla wyładowań o tych samych intensywnościach w zależności od ich umiejscowienia w układzie izolacyjnym transformatora. W pracy [14] podano że znacznie większemu tłumieniu ulega sygnał związany z wielkością D , co wyklucza stosowanie jej do oceny intensywności wnz w transformatorach. Dla kabli Polska Norma [N2] podaje, że wartość maksymalnego ładunku pozornego wnz nie może przekroczyć 5 pC dla badań pełnych i 20 pC dla badań niepełnych. W pracy [15] stwierdzono, że szkodliwość oddziaływania wnz na kable z izolacją syntetyczną zależy od naprężeń elektrycznych. Dla naprężeń 1,5 kV/mm można uznać że wnz są dla tej izolacji niezbyt groźne, natomiast przy 4 kV/mm mają duży wpływ na czas życia tej izolacji. Norma [N3] dotycząca kondensatorów nie stawia wymagań jeśli chodzi o dopuszczalne wartości wnz w tych urządzeniach. Podaje ona tylko, że niedopuszcza się wzrostu maksymalnego ładunku pozornego wnz przy doprowadzaniu w ciągu 10 min napięcia $1,5 U_n$ (U_n — napięcie znamionowe kondensatora).

Pomimo stosowania maksymalnego ładunku pozornego do oceny poziomu wnz w urządzeniach elektrycznych wysokiego napięcia nie można uznać, że jest on najlepiej skorelowaną wielkością ze szkodliwością oddziaływania wnz na materiały izolacyjne. Ilustracją tego może być eksperyment przedstawiony w [16]. W układzie pokazanym na rys. 2 zanurzonym w oleju stwierdzono, że wyładowania niezupełne o dużej intensywno-



Rys. 2. Układ elektrod zastosowany do badania wnz w [16]

ności mierzonej wielkością proporcjonalną do maksymalnego ładunku pozornego powodują mniejsze uszkodzenie preszpanu niż silnie erodujące wyładowania o małej intensywności rozwijające się w pobliżu krawędzi elektrody górnej. Jednocześnie stwierdzono, że tym silnie erodującym preszpan wnz o małej intensywności towarzyszy intensywne wydzielanie się gazów.

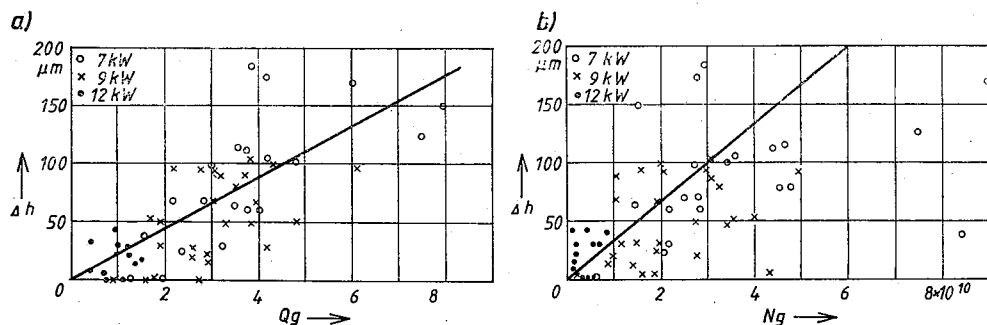
Badania grupy drugiej prowadzone są na ogół w układach modelowych pokazanych na rys. 1. Starają się one wyjaśnić mechanizm oddziaływania wnz na dielektryki w wyniku którego dochodzi do ich przebicia elektrycznego oraz ustalić czy możliwe jest zaproponowanie takiego kryterium, które pozwoliłoby porównać materiały izolacyjne pod względem ich odporności na oddziaływanie wnz. Szkodliwe oddziaływanie wnz wewnętrznych na materiały izolacyjne przypisuje się następującym czynnikom: [17, 18, 19].

- bombardowaniu ścianek wtrącin gazowych przez elektrony i jony,
- wzrostowi temperatury dielektryku w miejscu oddziaływania wnz,
- oddziaływaniu chemicznemu aktywnych gazów oraz związków chemicznych powstałych w wyniku rozkładu chemicznego dielektryku i reakcji ze składnikami atmosfery wtrąciny,
- promieniowaniu o wysokiej energii oraz ultrafioletowemu, lokalnemu spiętrzeniu pola elektrycznego wywołanego elektrodami i jonami osiadającymi na ścianach dielektryku.

Ogólną koncepcję destrukcji dielektryków syntetycznych w wyniku oddziaływania wnz przedstawił Masoń [20, 21]. Przedmiotem jego badań była folia polietylenowa z cylindrycznymi wtrącinami gazowymi o wysokościach od 0,1 ÷ 0,3 mm. Według tej teorii występują trzy etapy niszczenia dielektryku syntetycznego. W pierwszym z nich wnz powodują równomierną erozję całej powierzchni wtrąciny. Przyczyną erozji może być albo lokalna termiczna degradacja izolacji na skutek zamiany energii kinetycznej jonów i elektronów na energię cieplną albo mechaniczne niszczenie struktury dielektryka przez rozpędzone jony i elektrony. Drugi etap polega na koncentracji wnz w jednym lub kilku punktach w zależności od średnicy wtrąciny. W miejscach koncentracji zaczynają powstawać wgłębienia. Prowadzi to do zwiększenia energii wnz w związku ze zwiększeniem się wysokości wtrąciny w tym miejscu. Po pewnym czasie obserwuje się rozwój zwęglonego kanału, który rozwija się od dna jamy w głąb dielektryku. Na końcu tego kanału występują spiętrzenia naprężeń elektrycznych. Jeżeli naprężenia te przekroczą wytrzymałość dielektryku następuje przebicie częściowe i wydłużenie się kanału. Proces ten postępuje aż do przebicia zupełnego. Podtrzymując tę teorię Kärkäinen [5] podał eksperymentalnie wyznaczoną zależność między głębokością jam Δh a całkowitą liczbą wnz N_g oraz głębokością a globalnym ładunkiem pozornym Q_g dla przypadku polietylenu rys. 3. Z porównania rys. 3a i 3b widać, że wielkość Q_g jest znacznie lepiej skorelowana z głębokością jam niż całkowita liczba wnz.

Podejście chemiczne do procesów degradacji prezentują autorzy [19, 22, 23, 24] uważając, że erozja jest podstawową formą niszczenia dielektryku. Badania swoje prowadzili w układzie elektrod ze szczeliną gazową pokazaną na rys. 1c. Według poglądu tych autorów wnz oddziałują na wiązania chemiczne dielektryku. W przypadku substancji o budowie wielocząsteczkowej powodują depolimeryzację lub w niektórych przypadkach usieciowanie (dodatkowe połączenia). Drugi rodzaj od-

działywania to powodowanie punktowego wzrostu temperatury, w wyniku którego może dojść do stopienia czy wyparowania dielektryku. Zjawiskami pierwotnymi wynikającymi z bezpośredniego bombardowania materiału przez jony i elektrony mogą być na



Rys. 3. Głębokość jam w polietylenie powstałych w wyniku oddziaływania wnz w ciągu 100 do 5000 godz. przy napięciach 1,2 do 2 U [5] a — w funkcji całkowitej liczby wnz, b — w funkcji globalnego ładunku pozornego U_{pt} — napięcie zapłonu wnz

przykład: jonizacja, jonizacja z powstawaniem rodnika lub wzbudzenie cząstek dielektryka. Powstałe w ten sposób cząstki mogą doprowadzić do procesów dysocjacji i powstawania wolnych rodników. Te ostatnie zapoczątkowują zmiany struktury materiału. Oprócz tych procesów mogą zająć reakcje wtórne, wywołane np. obecnością tlenu w przestrzeni gazowej, jak tworzenie ozonu i nadtlenków, które są bardzo szkodliwe dla materiału. Wszystkie te reakcje prowadzą do stopniowej degradacji dielektryku. W czasie oddziaływania wnz na dielektryk obserwuje się wydzielanie gazów. Przeglądowy artykuł [25] na temat degradacji materiałów izolacyjnych przez wnz podaje rodzaje wydzielanych gazów jak i ich procentowy udział dla różnych dielektryków wg Tabeli.

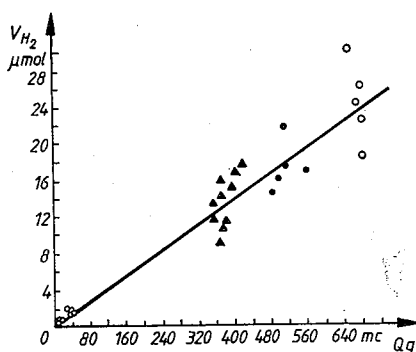
W pracach [22, 23, 24, 25] stwierdzono duży wpływ obecności tlenu w atmosferze gdzie występują wnz na przyspieszenie procesów degradacji. Obecność tego składnika

Tabela

Gazowe produkty degradacji dielektryków na skutek oddziaływania wnz. Zawartość poszczególnych gazów podano w procentach analizowanej objętości [56]

	CO	H ₂	C ₂ H ₄	CH ₄
	%			
Celuloza	51	45	3	1
Octan celulozowy	52	36	9	3
Octano-maślan-celulozy	40	45	12	3
Polipropylen	4	72	21	3
Tereftalanopolietylen	53	33	11	3
Poliwęglan	32	49	16	3
Polistyren	2	71	22	5

powoduje tworzenie się H_2O oraz wydzielenie CO_2 i H_2 . Jeżeli wnz działają w obecności wilgoci, na powierzchni dielektryku powstają kryształy kwasu szczawiowego. Badania w podczerwieni zdegradowanego polietylenu wykazały powstanie przede wszystkim grup karbonylowych. Za szczególnie agresywny uważany jest ozon powstający w obecności tlenu. Badania czasów życia próbek polietylenowych oddziaływaniu wnz w powietrzu i w wysoce oczyszczonym azocie ($0,05\% O_2$) przedstawiono w [26]. Wykazują one, że czas życia próbek w powietrzu jest około 40 razy krótszy niż w azocie przy nieznacznej różnicy intensywności wnz a ilość wydzielonego wodoru jest znacznie większa w przypadku gdy oddziaływanie wnz na polietylen odbywa się w powietrzu. Badania przeprowadzone przez autora [6] wykazały, że ilość wydzielonego wodoru z próbek polipropylenu poddanemu oddziaływaniu wnz w azocie z $2,6\% O_2$ jest liniowo zależna od globalnego ładunku pozornego wnz rys. 4. Badania były przeprowadzone w układzie elektrod podobnym do poka-



Rys. 4. Zależności ilości wydzielonego wodoru z próbki polipropylenowej od ładunku globalnego wnz [6]

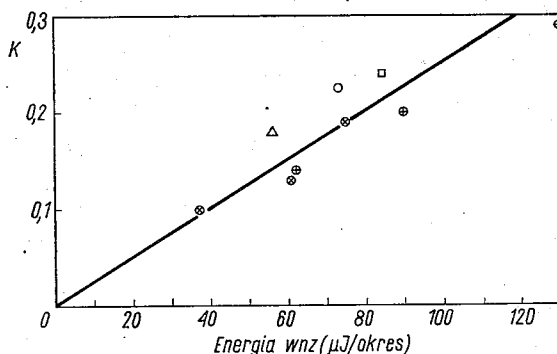
zanego na rys. 1c. Podobna zależność została przedstawiona w [29]. Badania były przeprowadzone w układzie ze szczeliną gazową (rys. 1c) z górną elektrodą w kształcie półkuli o średnicy 13 mm. Na podstawie eksperymentów stwierdzono, że ilość wydzielonego wodoru w mililitrach V_{H_2} w wyniku oddziaływania wnz na polietylen w czasie t sekund określona może być zależnością:

$$V_{H_2} = \sqrt{2Kt} \quad (1)$$

Współczynnik K występujący w tej zależności został wyznaczony eksperymentalnie. Stwierdzono, że zależy on liniowo od globalnej energii wnz, rys. 5. Autorzy stwierdzili także, że szybkość niszczenia struktury polietylenu zależna jest od iloczynu globalnego ładunku pozornego wnz oraz napiężeń elektrycznych rys. 6.

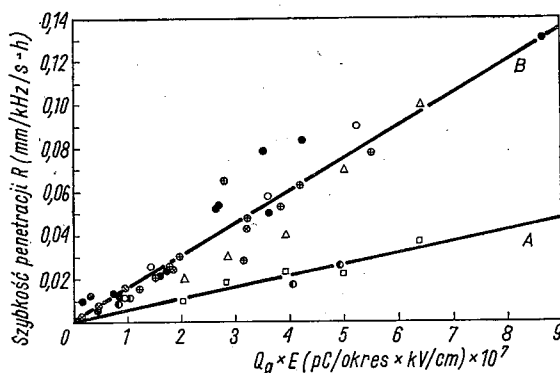
Celem uzyskania możliwości oceny materiałów izolacyjnych pod względem ich odporności na oddziaływanie wnz przeprowadzono szereg badań w wyniku których zaproponowano kryteria pozwalające na dokonanie takiej oceny. Kryteria te na ogół przedstawiane są w postaci wskaźników wiążących skutek oddziaływania wnz jak np. strata masy próbki, wydzielanie się gazów z ich intensywnością.

Pierwszym zaproponowanym kryterium był wskaźnik strat masy izolacji syntetycznej



Rys. 5. Zależność współczynnika K zdefiniowanego zależnością 1 od globalnej energii wnz [22]

⊗ — Azot: grubość próbki 0,125 mm, wysokość szczeliny 0,05 mm, różne wartości napięcia przyłożonego, ⊕ — Azot: grubość próbki 0,125 mm, wysokość szczeliny 0,40 mm, różne wartości napięcia przyłożonego, □ — Azot: grubość próbki 0,25 mm, wysokość szczeliny 0,40 mm, wartość napięcia przyłożonego 5 kV, ○ — Azot: grubość próbki 0,375 mm, wysokość szczeliny 0,40 mm, wartość napięcia przyłożonego 5 kV, △ — Argon: grubość próbki 0,125 mm, wysokość szczeliny 0,40 mm, wartość napięcia przyłożonego 2 kV



Rys. 6. Zależność szybkości degradacji polietylenu przez wnz od iloczynu globalnego ładunku pozornego i naprężeń elektrycznych [22]

A — statyczny tlen i powietrze, ⊕ — statyczny azot, B — inne używane gazy, ⊗ — przepływający azot, ● — przepływający argon
□ — statyczny tlen, △ — przepływający tlen, ○ — statyczny wodór, ⊙ — statyczne powietrze.

W_g . Autorzy [27] stwierdzili, że szybkość zmian masy próbki $\frac{dm}{dt}$ zależy od wartości prądu wnz i czynników geometrycznych celki pomiarowej determinujących pojemność szczeliny i dielektryku. Wskaźnik ten można określić w następujący sposób:

$$W_g = \frac{\frac{dm}{dt}}{I \cdot \left(1 + \frac{C_p}{C_d}\right)}$$

gdzie:

$\frac{dm}{dt}$ — szybkość zmian masy próbki w mg/godz

I — prąd wnz w mA

C_p i C_d — pojemność szczeliny i dielektryku w pF.

Inne kryteria zostały oparte na fakcie wydzielania się gazów z degradowanej izolacji przy oddziaływaniu wnz. Biorąc pod uwagę fakt, że w wielu przypadkach najintensywniej wydziela się wodór, autorzy [28] zaproponowali, po uprzednio wykonanych badaniach w układzie z rys. 1c wskaźnik odporności izolacji na oddziaływanie wnz w postaci:

$$R = \frac{P}{V_{H_2}}$$

gdzie:

P — moc rozpraszana przez wnz w W,

V_{H_2} — objętość wodoru wydzielanego w ciągu godziny oddziaływania wnz na dielektryk w cm^3 .

Opierając się na tej samej tezie, że wydzielanie się wodoru z materiałów syntetycznych poddanych oddziaływaniu wnz jest świadectwem ich degradacji autor [6] zaproponował wskaźnik dla oceny folii polipropylenowej postaci

$$F = \frac{V_{H_2}}{Q_g},$$

gdzie:

V_{H_2} — ilość wydzielonego wodoru w czasie ekspozycji próbki na wnz w μmol ;

Q_g — globalny ładunek pozorny wszystkich wnz w czasie ekspozycji próbki w nC.

Wskaźnik ten należy rozumieć jako podatność folii polipropylenowej na oddziaływanie wnz. Na podstawie tego kryterium oceniono folie polipropylenowe produkowane przez różnych wytwórców zagranicznych. Jako kryterium sprawdzające przyjęto zbadane krzywe życia tych folii. Potwierdziły one w znacznej mierze przydatność wymienionego wyżej wskaźnika. W pracy [29] przedstawiono propozycję oceny syntetycznych materiałów izolacyjnych na podstawie współczynnika erozji k . Współczynnik ten zdefiniowany jest następującym równaniem:

$$dv = k \cdot d\omega$$

gdzie:

$d\omega$ — energia pojedynczego wnz

dv — objętość wyerodowanego dielektryka w wyniku oddziaływania pojedynczego wnz.

Wychodząc z tego równania autorzy [29] wyznaczyli teoretycznie zależność czasu życia próbek izolacji od wartości przyłożonego napięcia do układu badanego i jego wymiarów geometrycznych. Dokonanie pomiarów pozwoliło na porównanie wielkości teoretycznych z eksperymentalnymi i wyznaczenie współczynnika erozji. Autorzy [29] uważają, że współczynnik ten jest tak dalece charakterystyczny dla rodzaju badanego materiału, że można go uważać za kryterium klasyfikacji materiałów izolacyjnych pod względem ich odporności na oddziaływanie wyładowań niezupełnych.

Na podstawie omówionych badań związanych z oddziaływaniem wnz na materiały izolacyjne można stwierdzić, że do oceny ich intensywności najczęściej stosuje takie wielkości jak energię (moc) i globalny ładunek pozorny. Wydaje się, że właśnie te dwie wielkości są najlepiej skorelowane z szybkością degradacji dielektryków przez wnz. Trzecia grupa badań dotycząca mechanizmu rozwoju wnz nie wynosi w zasadzie wiele odnośnie do powiązania skutków oddziaływania wnz na materiały izolacyjne z intensywnością

tych wyładowań, lecz informacje te będą pomocne przy omawianiu problemów związanych z pomiarem ładunku pozornego wnz.

Chociaż już od dawna w pracach dotyczących zjawiska wnz przedstawiano poglądy na mechanizm ich rozwoju, to dopiero postęp w budowie szybkich oscyloskopów pozwolił na zweryfikowanie tych poglądów przez dane eksperymentalne. Celem zobrazowania jakiego rzędu czasy związane z rozwojem wnz są rozpatrywane zostaną obliczone pewne wielkości charakterystyczne, które pozwolą na ich ocenę. Do wielkości tych można zaliczyć średnie prędkości dryfu elektronów i jonów v_- , v_+ oraz średnie czasy T_- , T_+ przejścia elektronów i jonów między ściankami wtrąciny prostopadłymi do linii sił pola. Większość pomiarów dokonuje się we wtrącinach o wysokości $h_w = 0,1 \pm 1$ mm w związku z tym wielkości te zostaną wyznaczone dla tych skrajnych wysokości. Przyjęto następujące założenia:

- wysokość wtrącin jest znacznie mniejsza od jej średnicy (rozpatrujemy wtrącinę cylindryczną, rys. 1d)
- naprężenia E_w we wtrącinie gazowej, które występuje w chwili inicjacji wnz jest równe naprężeniu wynikającemu z krzywej Paschena dla elektrod metalowych,
- ciśnienie powietrza we wtrącinie wynosi 101,3 kPa (760 Tr), temperatura $T = 293^\circ\text{K}$ ($t = 20^\circ\text{C}$).

W pracy [30] podano wzór, który w zakresie odległości elektrod 0,1 — 200 mm odwzorowuje krzywą Paschena z dokładnością co najmniej 1%

$$U_z = 24,4(\varrho \cdot h_w) + 6,53 \sqrt{\varrho \cdot h_w}$$

gdzie:

U_z — napięcie przeskoku w kV

h_w — odległość elektrod w cm

$$\varrho \text{ — względna gęstość powietrza } \varrho = \frac{p}{760} \frac{293}{t + 273}$$

p — ciśnienie w torach

t — temperatura w $^\circ\text{C}$.

Naprężenie elektryczne we wtrącinie zostanie wyznaczone z prostej zależności $E_w = U_z/h_w$.

W opracowaniu przeglądowym [31] podano wzory określające prędkości dryfu elektronów i jonów.

$$v_- = \left[2,24 \frac{E}{p} + 3,91 \right] \cdot 10^5 \text{ cm/s}$$

$$v_+ = 2 \cdot 10^3 \left(1 - 4 \cdot 10^{-3} \frac{E}{p} \right) \cdot \frac{E}{p} \text{ cm/s}$$

$$\text{dla } \frac{E}{p} \leq 80 \text{ V cm}^{-1} \cdot \text{Tr}^{-1}$$

$$v_+ = 1,25 \cdot 10^4 \left(\frac{E}{p} \right)^{1/2} - 2,4 \left(\frac{E}{p} \right)^{-1} \text{ cm/s}$$

$$\text{dla } \frac{E}{p} > 80 \text{ V cm}^{-1} \cdot \text{Tr}^{-1}$$

Przyjmując, że $E = E_w$ obliczone na podstawie tych wzorów interesujące nas wielkości wynoszą:

dla $h_w = 0,1$ mm

$$v_- = 268,2 \cdot 10^5 \text{ cm/s} \quad v_+ = 1,4 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$$

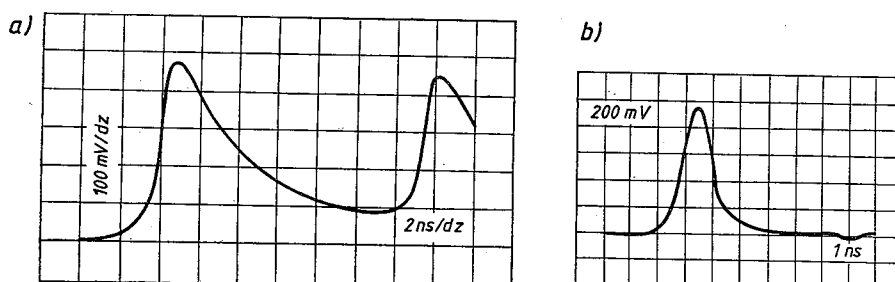
$$T_- = 0,4 \cdot 10^{-9} \text{ s} \quad T_+ = 73,5 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

dla $h_w = 1,0$ mm

$$v_- = 13,6 \cdot 10^5 \text{ cm/s} \quad v_+ = 0,9 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$$

$$T_- = 7,3 \cdot 10^{-9} \text{ s} \quad T_+ = 1110 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

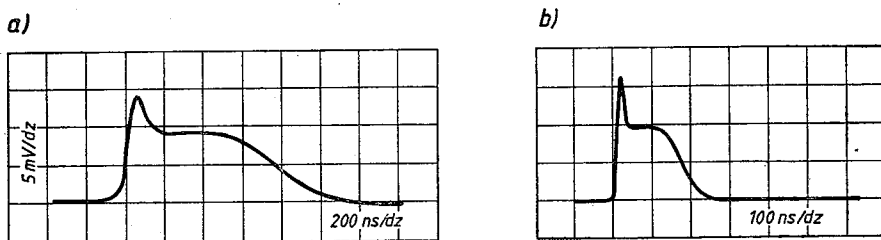
Aby poprawnie zarejestrować prąd jednej lawiny układ badany i tor pomiarowy muszą zapewniać czasy narastania znacznie mniejsze niż 0,4 ns dla wtrąciny o wysokości 0,1 mm i 7,3 ns dla 1 mm. Na podstawie badań prezentowanych w literaturze [31, 32, 33, 34] można wyróżnić dwa podstawowe typy mechanizmu rozwoju wnz we wtrącinach gazowych: Wyładowanie typu strimerowego oraz typu Townsenda. Oscylogramy prądu związanego z wyładowaniem typu strimerowego przedstawiono na rys. 7.



Rys. 7. Oscylogramy prądu wnz typu strimerowego; a — wnz w powietrzu, $h_w = 1$ mm, $p = 760$ mm Hg [32] b — wnz w powietrzu $h_w = 0,3$ mm [35]

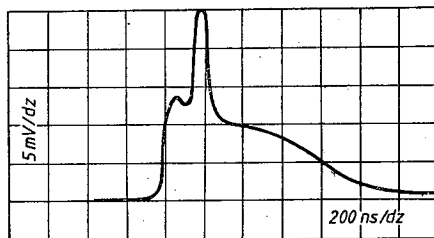
W początkowej fazie rozwoju tego typu wnz przez przestrzeń między ściankami wtrąciny przechodzi kilka lawin. Na oscylogramie są one niewidoczne ze względu na zbyt małą czułość urządzenia rejestrującego. Każda następna lawina jest o większej liczbie elektronów i jonów niż poprzednia. W pewnym momencie kolejna lawina posiada taką liczbę elektronów, że dochodzi do przekształcenia się lawiny w strimer i gwałtownego wzrostu prądu. Możliwe jest, jeżeli wyładowanie rozwija się w dostatecznie silnym polu, przekształcenie się pierwszej lawiny w strimer. Po dojściu strimera do ścianek wtrąciny rozwija się wyładowanie powierzchniowe. Ze względu na to, że elektrony i jony nie mogą być wchłonięte w ścianki izolacyjne, jak w przypadku elektrod metalowych, dochodzi do ich osiadania na ściankach i tworzenia pola elektrycznego, które osłabia pole pierwotne. Powoduje to zanik tworzenia nośników elektryczności i zakończenie całego procesu.

Kształt impulsu prądowego związanego z wyładowaniem typu Townsenda pokazano na rys. 8. Zjawisko rozpoczyna się podobnie jak poprzednio jednak liczba lawin jest znacznie większa i może osiągnąć 50—200 generacji [32]. Osiadające jony i elektrony na ściankach powodują zanik generacji lawin. W przestrzeni zostają jony dodatnie o znacznie mniejszej prędkości dryfu. Plateau na oscylogramie prądu wnz związane jest z przepływem



Rys. 8. Wyładowania niezupełne typu Townsenda [32] a — w powietrzu, $p = 760$ mm Hg, $h_w = 1$ mm
b — w powietrzu, $p = 765$ mm Hg, $h_w = 0,3$ mm

jonów. Czas trwania wolniejszej części przebiegu dość dobrze koresponduje z czasem przejścia jonów dodatnich przez całą wysokość wtrąciny. Stwierdzono, że wyładowanie tego typu obejmuje całą wtrącinę [32]. Zarejestrowano także wyładowania, które przekształcają się w trakcie ich rozwoju z typu Townsendowskiego w strimerowe rys. 9.



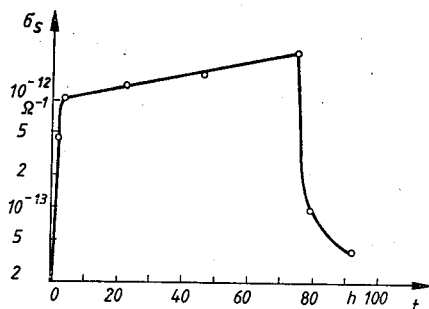
Rys. 9. Wyładowanie niezupełne w którym dochodzi do przekształcenia się wnz typu Townsenda w typu strimerowego; powietrze $p = 760$ mm Hg, $h_w = 1$ mm. [32]

Inną klasyfikację wprowadził Kärkkäinen [5, 36], który podzielił wnz na jednolawinowe, jednolawinowe z wyładowaniem ślizgowym mogącym rozwijać się na ściance wtrąciny będącej anodą a także na obu ściankach. Aby pojedyncza lawina mogła doprowadzić do wyładowania powierzchniowego Kärkkäinen określił liczbę elektronów w lawinie na około 10^8 Ponieważ za kryterium przekształcenia się lawiny w strimer przyjmuje się 10^8 — 10^9 elektronów [30] nasuwa się wniosek, że w tych eksperymentach mogło dochodzić właśnie do tego wydarzenia.

W przeglądowym artykule [31] na temat mechanizmu rozwoju wnz przedstawiono jeszcze jeden uzyskany kształt prądu wnz. Charakteryzuje się on czasem narastania i opadania prądu wnz wynoszącym około 100 ns. Autor [31] uważa, że można ten rodzaj wnz zaliczyć do grupy wyładowań typu Townsenda. Uważa się, że typ mechanizmu według którego rozwija się wnz zależy od konduktywności powierzchniowej ścianek wtrąciny prostopadłych do kierunku pola.

Wyładowanie niezupełne typu strimerowego zachodzi przy konduktywnościach mniejszych od 10^{-8} — $10^{-12} \Omega^{-1}$ [31]. Tłumaczy się to tym, że mała konduktywność ścianek uniemożliwia szybki odpływ ładunku powierzchniowego pozostającego po wnz. Prowadzi to do powstania dużych lokalnych naprężeń elektrycznych, w których może dojść do przekształcenia się lawiny w strimer. W przypadku gdy konduktywność ścianek jest duża

($10^{-8} - 10^{-12} \Omega^{-1}$) dochodzi do szybkiego wyrównania rozkładu ładunku na całej powierzchni, pole elektryczne we wtrącinie staje się równomierne i wtedy mogą mieć miejsca wznz typu Townsenda. Pomiary konduktywności ścianek prostopadłych do linii sił pola, rys. 10 wykazują, że w bardzo krótkim czasie po przyłożeniu napięcia konduktywność szybko wzrasta i osiąga wartość $10^{-12} \Omega^{-1}$.



Rys. 10. Powierzchniowa przewodność polietylenu w funkcji czasu przyłożenia napięcia przemiennego o stałej wartości równej 1,7 napięcia zapłonu wznz w powietrzu, $p = 765$ mm Hg. Napięcie zostało wyłączone po 75 godzinach [32]

Według autora [32] jest to wystarczająca wartość konduktywności do rozwoju wznz typu Townsenda. Wynikałoby z tego, że wyładowania tego typu zachodzą przede wszystkim przy oddziaływaniu wznz na materiały izolacyjne przy napięciu przemiennym. Autor [5, 36] na podstawie analizy oscylogramów doszedł do wniosku, że wyładowanie jednolawinowe połączone z wyładowaniem powierzchniowym jest podstawowym typem rozwoju wznz. Autor [33] wyraził pogląd, że przy napięciu o częstotliwości technicznej wyładowania typu strimerowego mają przede wszystkim miejsce. Natomiast wyładowań typu Townsenda należy się spodziewać w izolacji mocno napromieniowanej np. w reaktorach nuklearnych. Na podstawie przeprowadzonych do tej pory badań związanych z mechanizmem rozwoju wznz trudno ustalić, który z typów dominuje przy napięciu przemiennym. Wydaje się, że uzależnione jest to od rodzaju dielektryku, wymiarów geometrycznych wtrąciny i stanu powierzchni ścianek wtrąciny. W poglądach na ten temat przeważa jednak opinia, że wyładowania strimerowe czy też jednolawinowe z wyładowaniem powierzchniowym związane z wznz o dużej intensywności mogą być tymi, które występują najczęściej.

4. TRÓJPOJEMNOŚCIOWY SCHEMAT ZASTĘPCZY

Do opisu wielkości charakteryzujących intensywności wznz używa się tzw. trójpojemnościowego schematu zastępczego [1, 2, 3, 4], rys. 11. Z rozważań teoretycznych opartych na tym schemacie można wyciągnąć następujące wnioski:

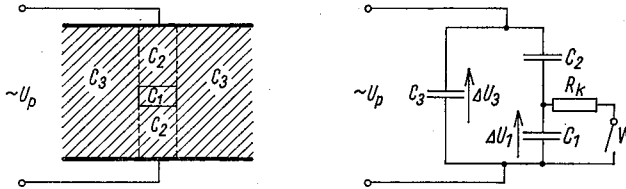
1. Napięcie początkowe wznz U_{pi} można wyznaczyć z następującej zależności:

$$U_{pi} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U_z,$$

gdzie:

U_z — napięcie zapłonu wznz określane na podstawie krzywej Paschena dla danej wysokości wtrąciny.

2. Ładunek pozorny jest niezależny od wartości napięcia przyłożonego do układu izolacyjnego. Określają go wymiary geometryczne tego układu determinujące pojemność schematu zastępczego i napięcie zapłonu U_z .



Rys. 11. Fragment układu izolacyjnego i odpowiadający temu układowi trójpojemnościowy schemat zastępczy

C_1 — pojemność wtrąciny, C_2 — pojemność włączona w szereg z wtrąciną, C_3 — pojemność pozostałej części układu izolacyjnego, R_K — rezystywność kanału wnz, W — wyłącznik imitujący powstanie wnz

3. W przypadku gdy $C_3 \gg C_1$ i $C_3 \gg C_2$, co jest spełnione w rzeczywistych układach izolacyjnych oraz większość układów modelowych ładunek pozorny można oszacować posługując się zależnością

$$q \cong \Delta U_1 \cdot C_2 \quad (2)$$

gdzie:

$$\Delta U_1 = U_z - U_g$$

U_g — napięcie gaśnięcia wnz.

Wartość napięcia gaśnięcia nie jest ściśle określona. W pracy [3] podano, że stosunek U_g do U_z wynosi $0,6 \div 0,8$ a w [37] $0,1 \div 0,9$. Niekiedy przyjmuje, że napięcie gaśnięcia równe jest zeru [2, 38].

4. W rzeczywistych układach izolacyjnych, w których $C_1 \gg C_2$, ładunek pozorny jest znacznie mniejszy od ładunku neutralizowanego we wtrącinie, natomiast energia dostarczona jest równa energii rozpraszanej przez wnz [39]. W takich przypadkach pomiar mocy lub energii wnz jest bardziej wskazany od pomiaru ładunku pozornego. Należy tu zauważyć, że można także mierzyć wielkość D , która jak wykazano w [40] jest proporcjonalna do mocy wnz.

Przeprowadzone badania na modelach izolacji z wtrąciną gazową pozwalają na ocenę słuszności przyjętego schematu zastępczego. Na podstawie przeprowadzonych pomiarów [41] stwierdzono, że napięcie przeskoku w powietrzu w cylindrycznej wtrącinie gazowej ma w przybliżeniu taką samą wartość jak w układzie elektrod metalowych a więc można ją wyznaczyć z krzywej Paschena. Jednak podana w tej pracy zależność między napięciem panującym na wtrącinie U_w a napięciem, które panuje na całym układzie modelowym U_p znacznie różni się od zależności wynikających z rozkładu pojemnościowego uzyskanych przy rozważaniach teoretycznych [2, 3]. Zależność ta przedstawia się następująco [41]:

$$\frac{U_w}{U_p} = \frac{\left(1 + \frac{h_s}{h_w}\right) \varepsilon_r^{1,6} + \varepsilon_r \left(\frac{d_w}{h_w}\right)^{1,5} \left(\varepsilon_r + \frac{h_s}{h_w}\right)}{\left(1 + \frac{h_s}{h_w}\right)^2 \varepsilon_r^{1,6} + \left(\frac{d_w}{h_w}\right)^{1,5} \left(\varepsilon_r + \frac{h_s}{h_w}\right)^2} \quad (3)$$

gdzie:

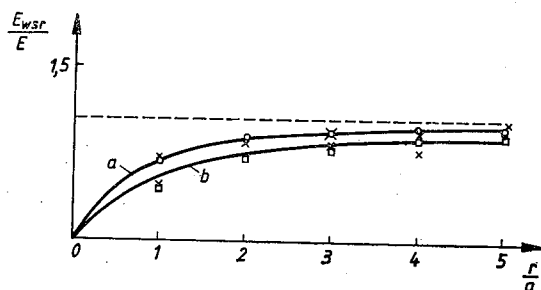
ε_r — względna przenikalność elektryczna dielektryku

h_w — wysokość wtrąciny cylindrycznej.

h_s — grubość warstwy dielektryku włączonej szeregowo z wtrąciną

d_w — średnica wtrąciny cylindrycznej.

Przeprowadzone obliczenia metod różnic skończonych przy użyciu maszyn cyfrowych oraz badania w wannie elektrolitycznej rozkładu natężenia pola w układzie izolacyjnym z wtrąciną gazową [42] potwierdziły słuszność podanej przez autorów [41] zależności 3 rys. 12. Na rysunku przedstawiono zależność stosunku średniego natężenia pola



Rys. 12. Naprężenia elektryczne we wtrącinie gazowej znajdującej się w dielektryku [42];

a — wtrącina cylindryczna, b — wtrącina w kształcie spłaszczonej kuli o wysokości średnicy jak w przypadku wtrąciny cylindrycznej, x — wyniki pomiarów przeprowadzone w wannie elektrolitycznej, o — wyniki otrzymane z obliczeń, □ — punkty wyznaczone przy pomocy zależności 3 [41] — — — — — policzone na podstawie zależności 4 [21]

we wtrącinie E_{wsr} występującego w osi pionowej wtrąciny cylindrycznej do natężenia pola E w dielektryku z dala od wtrąciny od stosunku promienia wtrąciny r do połowy wysokości wtrąciny a . Stosunek wysokości wtrąciny do grubości dielektryku wynosił 2 oraz przenikalność względna dielektryka $\varepsilon_r = 2$. Autor [21] podaje, że dla układu izolacyjnego z wtrąciną cylindryczną napięcie początkowe wzn U_{pi} można powiązać z naprężeniami elektrycznymi E_w we wtrącinie z dokładnością $\pm 15\%$ następującą zależnością:

$$U_{pi} = E_w \left(h_w + \frac{h - h_w}{\varepsilon_r} \right), \quad (4)$$

gdzie:

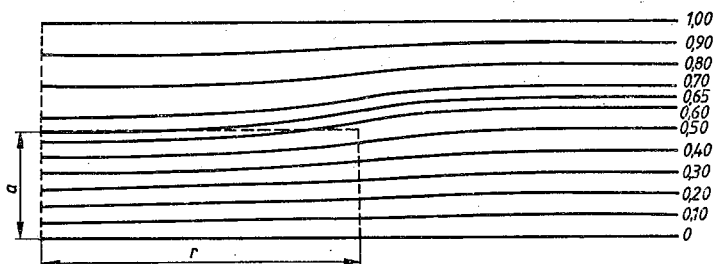
h — grubość dielektryku, pozostałe oznaczenia jak w poprzednich wzorach.

Wzór ten jest słuszny dla $d_w \gg h_w$ i wyprowadzono go na podstawie trójpojemnościowego schematu zastępczego. Należy podkreślić, że wzory te mogą posłużyć tylko do wyznaczania naprężeń elektrycznych panujących wzdłuż osi pionowej wtrąciny. W miarę oddalania się od niej naprężenia maleją a w bezpośredniej bliskości ścianek bocznych wtrąciny dążą do wartości naprężeń jakie panują w dielektryku. Obraz linii ekwipotencjalnych dla takiego układu wyznaczono na podstawie badań w wannie elektrolitycznej [49].

Na rys. 13 przedstawiono linie ekwipotencjalne dla ćwiartki układu izolacyjnego z wtrąciną ze względu na jego symetrię. Pomiaru te wykazują, że naprężenia zmieniają się wzdłuż obu osi wtrąciny. Największą wartość osiągają w bezpośredniej bliskości ścianki wtrąciny na jej osi pionowej.

Dokładność eksperymentalnego wyznaczenia napięcia początkowego wnz zależy od sposobów podnoszenia napięcia na układzie badanym. Wynika to z faktu istnienia tzw. opóźnienia inicjacji wnz. Stwierdzono, że pomimo pojawienia się we wtrącinie gazowej naprężeń przy których może się rozwijać wyładowanie, zachodzi ono dopiero po pewnym czasie.

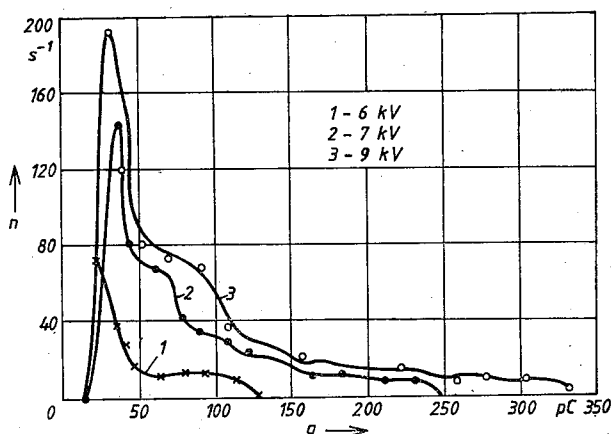
W pracy [21] podano, że czasy oczekiwania na inicjację wnz mogą dochodzić nawet



Rys. 13. Linie ekwipotencjalne układu izolacyjnego z cylindryczną wtrąciną gazową przy napięciu przemennym [42]

do 10^4 s. Zależy to przede wszystkim od wymiarów wtrąciny i stanu powierzchni jej ścianek. Dlatego też wydaje się, że pilną koniecznością stało się opracowanie metodyki pomiaru napięcia zapłonu wnz, aby można było porównać rezultaty badań uzyskiwanych w różnych ośrodkach badawczych.

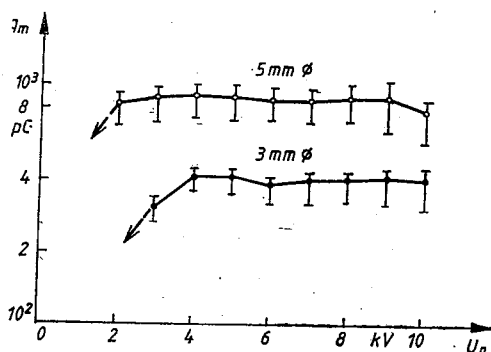
Drugą wielkością, którą można wyznaczyć na podstawie trójpojemnościowego schematu zastępczego jest ładunek pozorny wnz. Z teoretycznych rozważań w oparciu o ten schemat wynika, że jest on niezależny zarówno od wartości chwilowej jak i szczytowej napięcia przyłożonego do układu izolacyjnego. Jest to wniosek sprzeczny z wynikami pomiaru tej wielkości. Przy pomiarach ładunku pozornego analizatorem amplitudy zawsze otrzymuje się widma jego wartości [7, 43, 44], które zależne są od wartości szczytowej napięcia przyłożonego rys. 14. Wykonane pomiary zależności maksymalnego ładunku



Rys. 14. Rozkład ładunku pozornego dla różnych napięć przykładanych do układu modelowego z wtrąciną gazową. Wysokość wtrąciny $80 \mu\text{m}$, średnica 40 mm [43]

pozornego wnz w funkcji przyłożonego napięcia wykazały, że zmienia się on w niewielkich granicach [45, 46]. Dla przykładu na rys. 15 przedstawiono tę zależność wyznaczoną w pracy [46].

Układ izolacyjny, w którym dokonano pomiaru składa się z trzech warstw polietylenu o grubości $200 \mu\text{m}$ każdej z otworem w środkowej warstwie o średnicy 5 i 3 mm.



Rys. 15. Zależność maksymalnego ładunku pozornego do przyłożonego napięcia do układu izolacyjnego [46]

Przy pomiarach tych stwierdzono zależność maksymalnego ładunku pozornego od wartości rezystancji ścianek bocznych wtrąciny. Niewielka zależność maksymalnego ładunku pozornego od przyłożonego napięcia prawdopodobnie wiąże się ze zjawiskiem tzw. pełnego rozładowania wtrąciny [38]. Na podstawie prac własnych i przeglądu literatury autor [38] stwierdził, że istnieją wnz o takiej wartości, których ładunek pozorny jest w przybliżeniu równy ładunkowi wynikającemu z zależności:

$$q = \Delta U_1 \cdot C_2.$$

Uważa on, że zachodzi to wtedy gdy cała powierzchnia ścianek wtrąciny prostopadłych do linii pola objęta jest przez wnz. Obliczeń tego ładunku dokonał przy założeniu $\Delta U_1 = U_z$ czyli $U_g = 0$. Napięcie U_z odpowiada napięciu wynikającemu z krzywej Paschena. Natomiast C_2 zostało obliczone przy uwzględnieniu tzw. efektu krawędziowego.

$$C_2 = \frac{\varepsilon_d \varepsilon_r d_w^2}{4h_s} + 100\pi(d_w + h_s) \cdot (0,041 \varepsilon_r - 0,77 \lg h_s - 0,109) \text{ pF}$$

gdzie:

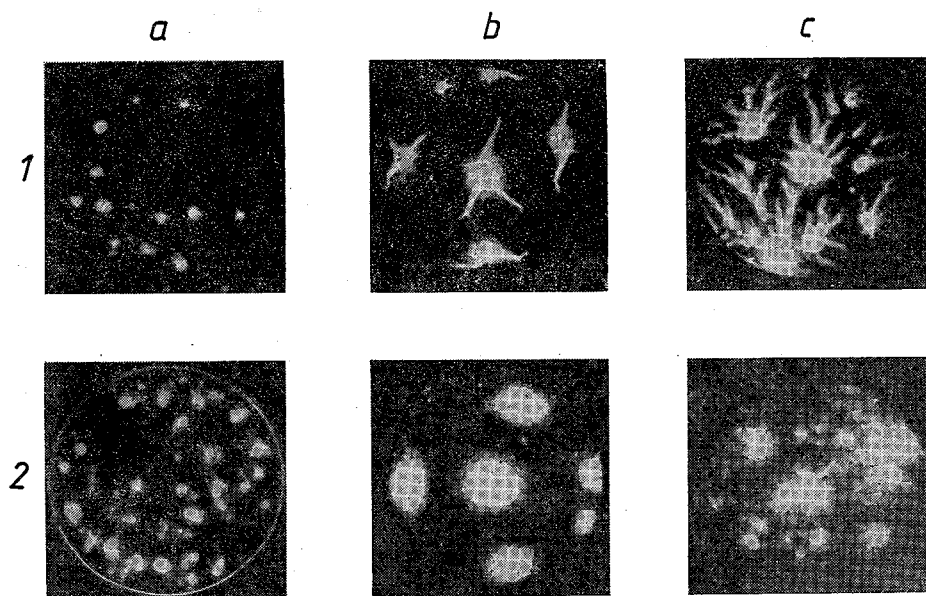
d_w, h_s — średnica wtrąciny i grubość dielektryka włączonego z nią w szereg, podane w m.

Wzór ten jest słuszny dla $d_w > h_s$. W pozostałych przypadkach posłużono się następującym wzorem:

$$C_2 = \frac{4\varepsilon_r \varepsilon_0 d_w}{1 - \frac{2}{\pi} \cdot \arcsin \frac{d_w}{d_w^2 + 16h_s^2}}.$$

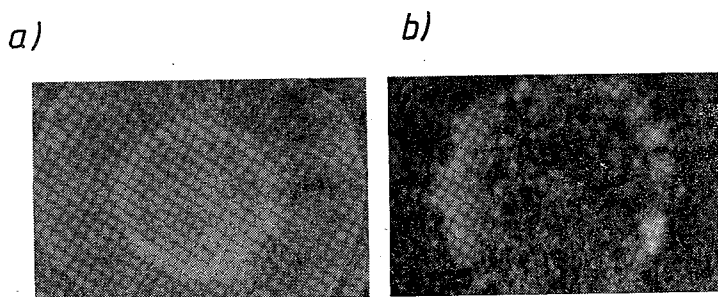
W przypadku wtrąciny cylindrycznej usytuowanej wewnątrz dielektryka wzory te mogą służyć do obliczenia pojemności składowych a pojemność wypadkowa C_2 będzie ich szeregowym połączeniem. Z rozważań autora [38] wynika także wniosek, że zróżnicowanie obserwowanych wartości ładunku pozornego związane jest z rozładowaniem

lub też obejmowaniem przez wnz fragmentów powierzchni wtrąciny o różnych wymiarach. Celem zorientowania się o kształtach i wymiarach tych powierzchni w wielu badaniach używa się błon światłoczułych lub luminoforów dla ich zarejestrowania. Na rys. 16, 17, 18 pokazano przykłady tych rejestracji. Analizując przedstawione zdjęcia nietrudno zauważyć, że dla napięć impulsowych kształty powierzchni objętych wnz są typowymi figurami Lichtenberga. Widać to szczególnie wyraźnie przy takiej biegunowości napięcia, przy której mogą rozwinąć się figury dodatnie. W przypadku pomiarów przy napięciu

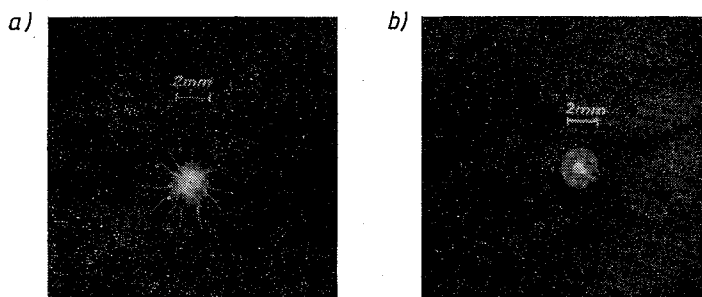


Rys. 16. Fotografie obszarów objętych wnz w układzie modelowym z wtrąciną gazową [21].

a — wnz we wtrącinie o średnicy 5 mm i głębokości 0,3 mm, między polietylenem i błoną fotograficzną, 1 — cztery cykle napięcia przemiennego o wartości 3 kV, 2 — pięć cykli napięcia przemiennego o wartości 4,25 kV, b i c wnz przy napięciu stałym włączonym na 0,04 s. Średnica wtrąciny 4 mm, wysokość 0,8 mm między dwiema błonami fotograficznymi, b — napięcie przyłożone o wartości 1,2 napięcia zapłonu wnz, c — napięcie przyłożone o wartości 1,6 napięcia zapłonu wnz, 1 — powierzchnia ujemna, 2 — powierzchnia dodatnia. Na rys. 16a zaznaczona jest wyraźnie krawędź wtrąciny o wymiarze 5 mm



Rys. 17. Fotografie obszarów objętych wnz w układzie modelowym ze szczeliną gazową (rys. 1c) [3]. Napięcie impulsowe o czasie narastania w przybliżeniu odpowiadającym częstotliwości 50 Hz, wysokość szczeliny 0,45 mm, błona fotograficzna na elektrodzie uziemionej, a — elektroda górna dodatnia, b — elektroda górna ujemna



Rys. 18. Fotografie obszaru objętego pojedynczym wnz w układzie ze szczeliną (rys. 1c) przy elektrodzie górnej w postaci półkuli o średnicy 8 mm [48]. Napięcie impulsowe odwzorowujące połowę sinusoidy 50 Hz, błona światłoczuła umieszczona na elektrodzie uziemionej pod folią polipropylenową; a — napięcie przyłożone dodatnie 2,74 kV, wysokość szczeliny 0,2 mm b — napięcie przyłożone ujemne 2,85 kV wysokość szczeliny 0,2 mm

przebiegiem obrazu tych powierzchni nie są zbyt czytelne ponieważ przy tego rodzaju napięciach figury dodatnie i ujemne mogą się na siebie nakładać. Wynika to z faktu, że przy zmianie biegunowości napięcia ładunek pozostały po wnz z poprzedniej połówki sinusoidy prowokuje wyładowanie w miejscu gdzie on się znajduje.

Pomiary zależności wielkości powierzchni ścianek wtrąciny objętej wnz w funkcji napięcia przyłożonego do układu przy stałej wysokości wtrąciny a także w funkcji wysokości wtrąciny przy napięciu równym napięciu początkowemu wnz przedstawiono w [48]. Wykazują one, że w obu przypadkach powierzchnia objęta wnz zwiększa swoje wymiary w funkcji wymienionych wielkości. Wszystkie te badania przemawiają za tym, że wnz rozwijające się w przestrzeni gazowej wtrąciny kończą się wyładowaniem po powierzchni ścianek wtrącin. Dokładne poznanie tego zjawiska jest o tyle istotne, że może się okazać, że właśnie wyładowanie po powierzchni ścianek wtrąciny prostopadłych do linii sił pola determinuje wartość ładunku pozornego wnz. Przeprowadzone badania w układzie podobnym do układu z rys. 1c [47] przy napięciu impulsowym wykazały, że ładunek pozorny wnz jest znacznie większy przy górnej elektrodzie dodatniej niż przy ujemnej. Jednocześnie zarejestrowane obszary powierzchni objętej wnz okazały się znacznie większe przy biegunowości dodatniej napięcia przyłożonego. Wydaje się, że w obecnej chwili zależność między ładunkiem pozornym a powierzchnią objętą wnz nie jest jeszcze dostatecznie wyjaśniona. Aby można tego dokonać należy przeprowadzić badania dla pojedynczego wyładowania przy różnych parametrach układu modelowego.

Przedstawione omówienie dotyczące trójpojemnościowego schematu zastępczego wykazuje, że daje on tylko bardzo uproszczony obraz zależności między parametrami układu izolacyjnego przyłożonym napięciem a intensywnością wnz.

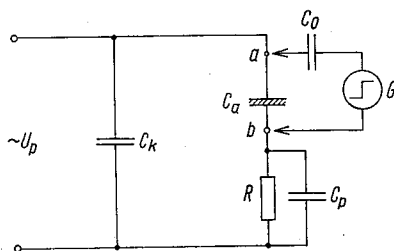
5. UWAGI DO POMIARÓW ŁADUNKU POZORNEGO WYŁADOWAŃ NIEZUPEŁNYCH

Dla umożliwienia porównania wyników pomiarów otrzymanych w różnych badaniach należy zwrócić uwagę na właściwy dobór elementów układu badawczego pozwalającego na poprawny pomiar ładunku pozornego. Chociaż problemom tym poświęcono wiele

publikacji [2, 49, 50, 51] autor uznał za stosowne przedstawić pewne uwagi krytyczne dotyczące pomiarów w układach modelowych o małych pojemnościach, które na ogół nie przekraczają kilkudziesięciu pikofaradów. Uwagi te dotyczą przypadków gdy do pomiaru ładunku pozornego nie są stosowane urządzenia profesjonalne takie jak np. mierniki ERA [2].

Pomiar ładunku pozornego opiera się na założeniu, że jest on proporcjonalny do wartości szczytowej impulsu napięciowego pojawiającego się na impedancji detekcyjnej w chwili wystąpienia wnz. Omówienie zostanie dokonane na podstawie układu pomiarowego, najczęściej używanego w tego typu badaniach, pokazanego na rys. 19. Impuls napięciowy na impedancji detekcyjnej $u_R(t)$ można opisać następującą zależnością [2].

$$U_R(t) = U_R \cdot \exp(-t/\tau),$$



Rys. 19. Układ do pomiaru wnz;

C_k — pojemność sprzęgająca, C_a — pojemność układu modelowego z wtrąciną C_0 — pojemność do skalowania układu, C_p — pojemność pasozytnicza i wejściowa urządzenia pomiarowego, R — rezystor detekcyjny, G — generator fali prostokątnej

gdzie:

$$U_R = \frac{q}{C_{\text{tot}}}$$

$$C_{\text{tot}} = \left(1 + \frac{C_p}{C_k}\right) \cdot C_a + C_p$$

$$\tau = R \left(C_p + \frac{C_a C_k}{C_a + C_k}\right).$$

Proporcjonalność między ładunkiem pozornym q a wartością szczytową U_R impulsu napięciowego zachodzi wtedy, gdy stała czasowa τ jest znacznie większa od czasu trwania wnz T_w [36] czyli $\tau_w \gg T_w$. W przypadku gdy $\tau \ll T_w$ ładunek pozorny można wyznaczyć z zależności $q = \int i(t) dt$, gdzie $i(t)$ jest prądem związanym z wnz płynącym w obwodzie pomiarowym. Z pokazanych w rozdziale 3 oscylogramów widać, że czas trwania wnz zależy od mechanizmu rozwoju wyładowania. Dla wtrąciny o wysokości 1 mm może on wynosić około 10 ns (rys. 7) dla typu strimerowego i około 1000 ns (rys. 8) dla wnz typu Townsenda. Wydaje się jednak, że oszacowany czas trwania wnz typu strimerowego na podstawie oscylogramu z rys. 8 nie jest prawidłowy. Ponieważ w tak krótkim czasie utworzone w kanale wyładowania jony nie zdążą dotrzeć do właściwej elektrody. Zatem oscylogram ten dotyczy przede wszystkim prądu elektronowego we wtrącinie. Ponieważ ładunek pozorny wnz powinien być związany z całkowitym prądem wtrąciny, warunek

na stałą czasową układu należałoby raczej napisać w postaci: $\tau \gg T_+$. Dla wnz typu Townsenda czas trwania impulsu wnz jest w przybliżeniu równy czasowi przejścia jonów przez całą wysokość wtrąciny [32], w związku z tym poprzedni warunek jest także słuszny dla tego przypadku. Przyjmując, że wystarczającą dokładność uzyskamy jeśli $\tau = 10 T_+$ oraz pojemność układu modelowego $C_a = 50$ pF, pojemność $C_p = 50$ pF, a $C_k \gg C_a$ dla wtrąciny o wysokości 1 mm $T_+ = 1000$ ns (patrz rozdz. 3), obliczona stała czasowa $\tau = 10 \mu\text{s}$. Aby zapewnić poprawny pomiar ładunku pozornego wnz w układzie z rys. 19 przy założonych uprzednio parametrach wartość rezystancji R powinna wynosić 100 k Ω . Przy tak dużej rezystancji R pojawiają się duże trudności z odseparowaniem napięcia przemienne od impulsu związanego z ładunkiem pozornym. Dlatego też w takim przypadku jedynym wyjściem jest dołączenie dodatkowej równoległej pojemności do układu detekcyjnego celem zmniejszenia rezystora R oraz zapewnienie odpowiedniej stałej czasowej $\tau = 10 \mu\text{s}$.

Aby wyznaczyć współczynnik proporcjonalności między wartością szczytową U_R i ładunkiem pozornym q należy dokonać skalowania układu. Skalowanie to przeprowadza się przez dołączenia do punktów a i b generatora napięć prostokątnych o znanej amplitudzie U_0 poprzez znaną pojemność C_0 . Aby można było uznać, że ładunek wstrzykiwany do układu $q_0 = U_0 \cdot C_0$, należy spełnić warunek podany przez Polską Normę z 1971 r. [N1] że $C_0 \leq 0,1 C_a$. Natomiast międzynarodowy projekt normy na pomiar wnz z 1980 r. [N4] przedstawia ten warunek w trochę innej postaci $C_0 \leq 0,1(C_a + C_k)$. Wydaje się, że ten ostatni warunek wzbudza pewne zastrzeżenia. Rozpatrując problem w odniesieniu do układu z rys. 19 można napisać, że ładunek skalujący wstrzykiwany do układu pomiarowego wynosi

$$q_0 = U_0 \frac{C_0 \cdot C_{ab}}{C_0 + C_{ab}}.$$

Przy założeniu, że $C_{ab} \gg C_0$ otrzymujemy że:

$$q_0 \cong U_0 \cdot C_0. \quad (5)$$

Pojemność widziana z punktów a i b jest określona przez następującą zależność

$$C_{ab} = C_b + \frac{C_k \cdot C_p}{C_k + C_p}.$$

Na ogół $C_k \gg C_p$ więc $C_{ab} \cong C_a + C_p$. Dochodzimy zatem do wniosku, że ładunek skalujący wstrzykiwany do układu będzie określony zależnością 5 gdy $C_0 \leq 0,1(C_a + C_p)$.

Ponieważ nie znamy wartości pojemności C_p należy kierować się warunkiem $C_0 \leq 0,1 C_a$ podanym w [N1].

W przypadku układów modelowych o małych pojemnościach trudno jest spełnić powyższy warunek. Wynika to ze zbyt dużego wpływu pojemności pasożytniczej na wynik skalowania przy małych wartościach C_0 . Przy pomiarach wnz w urządzeniach elektrycznych wysokiego napięcia przyjęło się stosować pojemności nie mniejsze niż 50 pF. W przypadku układów modelowych z wtrącinami gazowymi wymiary układów, w których przeprowadza się badania jak i długości przewodów łączących układ skalujący z obiektem badanym są znacznie mniejsze. Dlatego też wydaje się, że obniżenie wartości C_0 do 20 pF jest do przyjęcia dla tego przypadku. Spełnienie zatem warunku, że $C_0 \leq 0,1 C_a$ jest

niekiedy niemożliwe. Ponieważ jak udowodniliśmy warunek ten można napisać w postaci $C_0 \leq 0,1 C_{ab}$ mamy możliwość jego spełnienia przez dodanie równoległej pojemności do rezystora detekcyjnego R .

Z naszych rozważań wynika, że dla układów modelowych o małych pojemnościach celowym jest dodanie odpowiedniej pojemności równoległej do układu detekcyjnego zarówno ze względu na właściwy pomiar ładunku pozornego wnz jak i poprawność skalowania. Należy jednak pamiętać, że zabieg ten spowoduje obniżenie czułości układu pomiarowego i jego rozdzielczości.

PODSUMOWANIE

Na podstawie dokonanego przeglądu badań można stwierdzić, że moc lub energia oraz globalny ładunek pozorny są wielkościami najczęściej stosowanymi w badaniach oddziaływania wnz na materiały izolacyjne. Wykazują one także dobrą korelację z efektami ich niszczącego oddziaływania na te materiały. Ładunek pozorny pojedynczego wyładowania jest podstawowym elementem prawie wszystkich wielkości określających intensywność wnz. Jego prawidłowy pomiar, szczególnie w przypadku obiektów o małej pojemności uzależniony jest od właściwego doboru elementów impedancji detekcyjnej. Przy pomiarach intensywności wnz dużą liczbę informacji uzyskuje się przez pomiar widma wartości ładunków pozornych. Pozwala on na oszacowanie takich wielkości jak liczbę wnz, maksymalny ładunek pozorny, prąd oraz globalny ładunek pozorny wnz.

BIBLIOGRAFIA

1. Z. Szczepański, Z. Lechowski, A. Rosicki, J. Wodziński: *Układy izolacyjne urządzeń elektroenergetycznych*. Warszawa: WNT 1978
2. F. H. Kreuger: *Discharge detection in high voltage equipment*. A. Heywood Book Remple Press Books LTD London 1964
3. Z. Szczepański: *Wyładowania niezupełne w izolacji urządzeń elektrycznych*. Warszawa: WNT 1973
4. E. Kuffel, W. S. Zaengl: *High voltage engineering, fundamentals*. Pergamon Press, Oxford: 1984
5. S. Kärkkäinen: *Internal partial discharges, puls distributions, physical machinisms and effects on insulation*. Technical Research Centre of Finland Electrical and Nuclear Technology, publ. 1976 nr 14
6. R. Zybert: *Badanie odporności folii polipropylenowej na oddziaływanie wyładowań niezupełnych*. Postępy Techniki Wysokich Napięć, PAN, Komitet Elektrotechniki, PWN, 1986, z. 16, s. 85—93
7. R. Zybert, *Badania nad możliwością oceny odporności folii polipropylenowych na degradację wywołaną wyładowaniami niezupełnymi*. Politechnika Łódzka, praca doktorska, Łódź 1977
8. IEC Publ. 76, *Power transformers*
9. CIGRE WG 12.01, *Measurement of partial discharges in transformers*. Electra, 1971, nr 19, s. 13—65
10. CIGRE WG 12.01, *Measurement of partial discharges in transformers*. Electra, 1976, nr 49, s. 37—44
11. P. Hessen, W. Lampe: *Partial discharges triggered by switching surges in power transformers*. IEEE Transactions on PAS, 1974, nr 3, s. 1225—1234
12. J. Galczak: *Badanie wyładowań niezupełnych generowanych przez udary łączeniowe w izolacji uzwojeń wzbudzonych transformatorów najwyższych napięć*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1981, z. 1, s. 165—178

13. S. Yakov: *Volt-time relationships for PD inception in oil paper insulation*. Electra, 1979, nr 67, s. 17—28
14. Z. Hasterman, F. Mosiński, A. Maliszewski: *Wytrzymałość elektryczna transformatorów energetycznych*. Warszawa: WNT, 1983
15. CIGRE WG 21.03, *Significance of discharge detection*. Electra, 1969, nr 11, s. 53—56
16. H. P. Mozer: *Problematyka suszenia i wyładowań niezupełnych w transformatorach*. Mat. Konf. II Konferencji Transformatorowej Łódź 1970, s. 89—99
17. Bui-Ai: *Contribution à l'étude de la dégradation des isolants en feuilles sous l'action des décharges partielles*. Praca doktorska, L'Université de Toulouse, 1971
18. Bui-Ai, R. Lacoste, A. Guyetand, J. Galand: *Étude des phénomènes de décharges partielles*. R.G.E, 1971, nr 3, s. 229—235
19. Bui-Ai, C. Mayoux, R. Lacoste: *Action séparée des diverses formes d'énergie intervenant dans la dégradation des isolants soumis aux décharges partielles*. RGE, 1972, nr 22, s. 5768—5772
20. I. H. Mason: *Breakdown of insulation by discharges*. Proc. IEEE, 1953, vol. 100, part. IIa, s. 149—158
21. I. H. Mason: *Discharges*. IEEE Transaction on Electrical Insulation, 1978, nr 4, s. 211—238
22. I. Meats, A. W. Stannett: *Degradation of insulation materials by electrical discharges*. Proc. IEEE Transaction PAS 1964, nr 1, s. 49—54
23. Y. Toriyama, H. Okamoto, M. Kanazashi, K. Horii: *Degradation of polyethylene by partial discharges*. IEEE Transaction on Electrical Insulation, 1967, nr 2, s. 83—92
24. М. А. Багиров, В. П. Малин, С. А. Абасов: *Воздействие электрических разрядов на полимерные диэлектрики* — Изд. Э. Л. М., Баку, 1975 г.
25. K. D. Wolter, J. F. Johnson, J. Tanaka: *Degradation product analysis for polymeric dielectric materials exposed to partial discharges*. IEEE Transaction on Electrical Insulation, nr 5, 1978, s. 327—336
26. T. Tsakui, Y. Kako: *Deterioration of insulating materials due to partial discharges in nitrogen gas*. Electrical Engineering in Japan, 1972, nr 4, s. 9—17
27. A. Kelien, W. Dick, L. Garsson, U. Stotrak: *On the significance of some test parameters for discharge endurance testing of insulating materials*. Elteknik, 1964 nr 8
28. Bui-Ai, R. Lacoste, C. Mayoux: *Recherche critères, de classement des matériaux isolants d'après leur résistance à l'action des décharges partielles*. RGE, 1968, nr 5, s. 483—491
29. Bui-Ai, A. Guyetand, R. Lacoste, Pham Van Vui: *Studium doświadczalne i teoretyczne krzywych długości życia materiałów izolacyjnych stałych poddanych działaniu wyładowań niezupełnych*. Przegląd Elektrotechniczny, 1969, nr 1, s. 22—27
30. J. M. Meek, I. D. Craggs: *Electrical breakdown of gases*. John Wiley and Sons, Chichester, New York Brisbane, Toronto, 1978
31. J. Goliński: *Mechanizmy wyładowań niezupełnych*. Praca Instytutu Elektrotechniki, Warszaw-1979, z. 111, s. 25—41
32. B. Luczyński: *The spatial and temporal development of distinct types discharges of partial dischargers*. Nordisk Symposium on Isolationstechnik Nord I-s, rep 18, 1976, s. 18:1—18:10
33. J. C. Devis: *The physics of partial discharges in solid dielectrics*, IEEE Transaction on Electrical Insulation, nr 5, 1984, s. 475—495
34. B. Luczyński: *The measurement of the temporal development of fast discharge current*. International High Voltage Symposium rep. 3204, Zurich, 1975, s. 250—254
35. R. Lacoste, C. Mayoux: *Recent progress in the study of corona frequency analysis during the insulation ageing*, International High Voltage Symposium, Zurich 1975, s. 17:1—17:7
36. S. Kärkkäinen: *Physical mechanisms of partial discharges*. Technical Research Centre of Finland Electrical and Nuclear Technology, pub. nr 6, Helsinki 1974
37. Т. С. Кугинский: *Частичные разряды в высоковольтных конструкциях*. энергия, Ленинград, 1979
38. J. Goliński: *Całkowite rozładowanie wtrąciny przez wyładowanie niezupełne*. III Sympozjum nt. „Problemy wyładowań niezupełnych w układach elektroizolacyjnych”, Zakopane 1979, s. 91—101

39. Z. Szczepański, R. Zybert: *Porównanie ładunku oraz mocy dostarczanych do układu jako wskaźników intensywności wyladowań niezupełnych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej „Elektryka” 1975, z. 49, nr 231, s. 175—181
40. Z. Szczepański: *Ocena stosowanych wskaźników intensywności wyladowań niezupełnych w układach izolacyjnych*. Archiwum Elektrotechniki 1975, tom XXIV, z. 4, s. 739—748
41. H. C. Hall, R. Rusek, *Discharge inception and extinction in dielectric voids*. IEE 1954, tom II, s. 47
42. G. Mitra, B. Salvage: *Electric stress in a circular cylindrical gaseous cavity in solid dielectric, the axis of the cylinder being parallel to the field*. Proc. IEE, 1966, nr 5, s. 931—935
43. B. Florkowska, R. Włodek: *Influence of solid dielectric on partial discharges*. Międzynarodowa Konferencja, Insulation problems in power transformers, Łódź, 1984 s. 189—198
44. R. Włodek: *Analiza wyladowań niezupełnych i jej zastosowanie do ich interpretacji w technicznych układach elektroizolacyjnych*. Zeszyty Naukowe AGH-Elektryfikacja i Mechanizacja Górnictwa i Hutnictwa, 1974 z. 61
45. S. Wyderka: *Ocena intensywności wyladowań niezupełnych za pomocą ładunku pozornego*. Praca doktorska, Instytutu Elektrotechniki, Warszawa 1981
46. T. Tanaka, Y. Ikeda: *Internal discharges in polyethylene with an artificial cavity*. IEEE Transaction PAS, 1971, nr 6, s. 2692—2702
47. R. Zybert, J. Stańczyk, G. Marczak: *Badanie mechanizmu wyladowań niezupełnych*. Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Elektryka, 1981, 7. 70, nr 378, s. 131—144
48. H. Hitzer: *Teilentladungsvorgänge in dielektrischen Hohlräumen*. XI Inter. Wiss Kolloquium. Technische Hochschule Ilmenau, 1966 s. 25—31
49. J. Goliński, K. Łabus-Nawrat: *Badania wyladowań niezupełnych. Pomiary intensywności*. Przegląd Elektrotechniczny, 1971, nr 6, s. 259—263
50. J. Goliński, K. Łabus-Nawrat: *Badanie wyladowań niezupełnych. Skalowanie układów probierczych*. Przegląd Elektrotechniczny 1971, nr 7, s. 301—304
51. J. Goliński, K. Łabus-Nawrat: *Pomiary wyladowań niezupełnych* Praca zbiorowa pod kierunkiem R. Kosztaluka, Technika badań wysokonapięciowych. Warszawa: WNT, tom II, rozdz. 17, 1985

NORMY

- N 1. PN-70/E-04066, *Wyladowania niezupełne w izolacji przy napięciu przemiennym*. Metody badań, 1971
- N 2 PN-76/E-90300, *Kable energetyczne i sygnalizacyjne o izolacji z tworzyw termoplastycznych przy napięciu nie przekraczającym 78/30 kV*
- N 3 PN-69/E-06090, *Kondensatory energetyczne. Ogólne wymagania i badania*, 1970
- N 4 Technical Committee No 42: *High Voltage Testing Techniques, Draft, Partial discharge measurements*, April, 1980

R. ZYBERT

ASSESSMENT OF THE INTENSITY OF PARTIAL DISCHARGES (PD)

Summary

A review of theoretical and experimental studies concerning the choice of the best value defining PD intensity is given. The studies prove that the energy of PD and their total apparent charge are best correlated with their destructive action on insulating materials. Opinions on PD development mechanisms and remarks on PD measurements in objects of small capacitance are presented. Comparison of theoretical calculations, based on the three-capacitance equivalent circuit, with experimental results reveals that this circuit furnishes only a simplified dependence of PD intensity on test voltage and on the parameters of the model setup.

R. ZYBERT

ESTIMATION DE L'INTENSITE DES DÉCHARGES PARTIELLES

Résumé

Dans l'article on a passé en revue les expérimentations ainsi que des théories sur le choix de la dimension déterminant l'intensité des décharges partielles (PD). Les essais montrent qu'il existe une corrélation bien intense entre l'énergie de PD, leur charge apparente globale et l'action destructive de PD sur les matériaux isolants. On a présenté aussi les opinions sur le mécanisme de la formation de PD et sur la mesure de leur charge apparente, quand les capacités des objets examinés sont petites. En comparant les conclusions basées sur l'analyse du schéma équivalent à trois capacités avec les résultats des essais expérimentaux, on a prouvé que ce schéma ne représente qu'une grande simplification de l'image de la dépendance entre les paramètres du modèle, la tension appliquée et l'intensité de PD.

R. ZYBERT

EINSCHÄTZUNG DER INTENSITÄT VON TEILENTLADUNGEN

Zusammenfassung

Im Artikel wurde eine Übersicht über die Forschungen, als auch theoretische Erwägungen betreffs der die Intensität der Teilentladungen bestimmenden Größen berichtet. Untersuchungen bewiesen, daß deren Energie und Gesamtimpulsladung mit zerstörender Auswirkung auf Isolierstoffe am besten reagiert. Man diskutierte auch Ansichten über den Entwicklungsmechanismus von Teilentladungen und präsentierte Bemerkungen betreffs der Bemessung deren Scheinladung bei geringen Kapazitäten der geprüften Objekte. Indem man die auf das dreikapazitive Ersatzbild gestützten Untersuchungen mit experimentalen Daten verglich, bewies man, daß dieses Schema nur ein sehr vereinfachtes Abhängigkeitsbild zwischen den Parametern der Modellanordnung, der Prüfspannung und der Intensität von Teilentladungen abgibt.

Р. ЗЫБЕРТ

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ ЧАСТИЧНЫХ РАЗРЯДОВ

Резюме

Приведен обзор исследований и теоретических соображений по характеристикам частичных разрядов (ч. р.). Исследования показали что энергия а также интегральный заряд достаточно хорошо коррелируются с размерами дефектов. Рассмотрен также механизм развития частичных разрядов и вопросы измерений разряда при небольшой ёмкости испытуемого объекта. Трёх-ёмкостная эквивалентная схема дает только очень упрощенную картину соотношений между параметрами модельной системы, напряжением питания и интенсивностью частичных разрядов.

Synchroniczne powielanie elektronów w polu elektromagnetycznym wielkiej częstotliwości z udziałem dwóch elektrod

MIECZYŚLAW MAJEWSKI

Zakłady Elektronowe LAMINA

*Artykuł wpłynął 1985.08.12
Autoryzowano do druku 1986.12.17*

Artykuł omawia zjawisko zachodzące w wyniku bombardowania powierzchni elektrod przez elektrony przyspieszane w polu elektromagnetycznym w.cz., znane także jako efekt multipaktorowy. Zjawisko to występuje wtedy, gdy czas przelotu elektronu pomiędzy elektrodami równy jest nieparzystej wielokrotności połowy okresu pola w.cz., a energia bombardowania leży w zakresie, w którym współczynnik emisji wtórnej materiału elektrod jest większy od jedności. Intensywne powielanie może zachodzić jedynie w pewnym określonym zakresie faz startu elektronu w stosunku do fazy pola w.cz. W zakresie tym występuje tzw. ogniskowanie fazowe elektronów. Krytyczna wartość natężenia pola elektrycznego w.cz., dla którego w/w zjawiska występują, oraz energia bombardowania są w przybliżeniu proporcjonalne do kwadratu iloczynu pulsacji pola w.cz. i odległości między elektrodami. Czas narastania ładunku elektronów w procesie powielania do osiągnięcia stanu nasycenia zależy głównie od współczynnika emisji wtórnej i wynosi kilkanaście do kilkudziesięciu okresów pola w.cz. W artykule omówiono również wpływ rozrzutu energii początkowej elektronów wtórnych oraz wpływ stałego pola elektrycznego na parametry powielania, a także warunki powielania w układach o różnych kształtach elektrod.

WYKAZ OZNACZEŃ I SKRÓTÓW

- a — odległość między środkami przewodów kołowych linii symetrycznej
- B_0 — wzdłużna indukcja stałego pola magnetycznego
- B_1 — poprzeczna indukcja stałego pola magnetycznego
- b — wysokość falowodu prostokątnego
- c — prędkość światła
- d — odległość między płaszczyznami elektrod
- E, E_y — natężenie pola elektrycznego w.cz.
- E — amplituda natężenia pola elektrycznego w.cz.
- E_0 — natężenie stałego wzdłużnego pola elektrycznego
- e — ładunek elektronu
- f — częstotliwość pola e.cz.
- I_i — prąd indukowany w obwodzie zewnętrznym przez ładunek powielanych elektronów

- I_p, I_s — odpowiednio składowa prostokątna i sinusoidalna prądu I_i
 k — liczba kolejnych zderzeń w procesie powielania
 K — ilość okresów cyklotronowych podczas przelotu elektronu między elektrodami
 m — masa elektronu
 N — rząd zjawiska powielania
 $P_{kr}, P_{kr\min}$ — moc krytyczna oraz moc krytyczna minimalna
 P_b — moc bombardowania w procesie powielania
 q — ładunek warstwy elektronów wtórnych
 r_z, r_w — odpowiednio zewnętrzny i wewnętrzny promień przewodu linii współosiowej
 T — okres pola w.cz.
 t — czas (zmienna w równaniach ruchu)
 t_p — czas przelotu elektronu między elektrodami
 t_{12}, t_{21} — czas przelotu odpowiednio pomiędzy elektrodami „1” i „2” i odwrotnie
 $\bar{U}$ — amplituda napięcia w.cz. między elektrodami
 $\bar{U}_{kr}, \bar{U}_{kr\min}$ — odpowiednio amplituda napięcia krytycznego i minimalnego napięcia krytycznego
 U_0 — stałe napięcie między elektrodami
 v, v_x, v_y — prędkość elektronu oraz jej składowe
 v_0, v_{0x}, v_{0y} — prędkość początkowa elektronu oraz jej składowe
 v_b, v_{bx}, v_{by} — prędkość elektronu w chwili zderzenia z elektrodą oraz jej składowe
 W_b, W_{bx}, W_{by} — energia elektronu w chwili zderzenia z elektrodą oraz jej składowe
 $W_{b\min}, W_{b\max}$ — odpowiednio minimalna i maksymalna energia elektronu pierwotnego, przy której współczynnik emisji wtórnej jest większy od 1
 W_{b1}, W_{b2} — energia zderzenia elektronu odpowiednio z pierwszą i drugą elektrodą
 W_0, W_{0x}, W_{0y} — energia początkowa elektronu wtórnego oraz jej składowe
 w — odległość między powierzchnią elektrody płaskiej i środkiem umieszczonego nad nią przewodu kołowego
 x, y — współrzędne prostokątne
 Z_0 — impedancja charakterystyczna linii przesyłowej TEM
 Z_{of} — impedancja charakterystyczna falowodu
 α — kąt wylotu elektronu wtórnego
 β — stała propagacji fali w.cz.
 β_c — stała propagacji fali w obecności stałego poprzecznego pola magnetycznego
 γ — kąt zderzenia elektronu z elektrodą
 δ — współczynnik emisji wtórnej (WEW)
 δ_{sr}, δ_{ef} — odpowiednio średni oraz efektywny współczynnik emisji wtórnej
 δ_1, δ_2 — współczynnik emisji wtórnej odpowiednio materiału elektrody „1” i „2”

- Θ_p — kąt przelotu elektronu między elektrodami
 ϱ — gęstość ładunku warstwy elektronów wtórnych
 φ — faza startu elektronu
 φ_s — faza startu elektronu, przy której $U_{kr} = U_{kr \min}$
 $\varphi_{\min}, \varphi_{\max}$ — odpowiednio minimalna i maksymalna faza startu elektronu, przy których spełnione są warunki synchronizmu z polem w.cz.
 $\varphi'_{\min}, \varphi'_{\max}$ — odpowiednio minimalna i maksymalna faza startu elektronu spełniająca warunek $W_{b \max} > W_b > W_{b \min}$
 λ — długość fali sygnału w.cz.
 ω — pulsacja sygnału w.cz.
 ω_c — pulsacja cyklotronowa w poprzecznym polu magnetycznym
 ω_{co} — pulsacja elektronowa w osiowym (wzdłużnym) polu magnetycznym
 ω_{cs} — amplituda pulsacji cyklotronowej sygnału w.cz.

SKRÓTY

- EMC — elektroniczna maszyna cyfrowa
 w.cz. — wielka częstotliwość
 WEW — współczynnik emisji wtórnej.

1. WPROWADZENIE

Zjawisko powielania elektronów w polu elektromagnetycznym wielkiej częstotliwości występuje w lampach elektronowych, fragmentach linii przesyłowych, układach sprzęgających, rezonatorach i innych podzespołach próżniowych średniej i dużej mocy, pracujących na częstotliwościach powyżej 30 MHz, szczególnie zaś w zakresie mikrofal. Jest wynikiem zwielokrotnionej emisji wtórnej na skutek bombardowania elektrod lub innych części przyrządu próżniowego elektronami poruszającymi się w polu elektromagnetycznym o określonym natężeniu, fazie i częstotliwości. Powielanie to może zachodzić przy udziale dwóch elektrod, bądź jednej elektrody i prostopadłego, stałego pola magnetycznego o określonej indukcji. Pierwszy rodzaj powielania znany jest z literatury obcej jako efekt multipaktorowy (term. angl. — multipactor effect), a także jako powielanie wahadłowe czy też rezonans elektronów wtórnych. Zjawisko to może mieć miejsce zarówno w przypadku powierzchni przewodzących jak i dielektrycznych, jednakże w drugim przypadku występujące ładowanie się dielektryka znacznie utrudnia ilościową analizę zjawiska.

Wymienione zjawiska powielania bywają często powodem niestabilnej pracy, zwiększonego tłumienia i obniżenia sprawności lamp mikrofalowych jak również nadmiernego nagrzewania się narażonych elementów lub występowania silnych, niszczących wyładowań plazmowych.

Te same zjawiska znajdują również pozytywne zastosowanie np. przy konstrukcji zwieraków, tłumików i ograniczników pracujących w zakresie dużych mocy, czy też pn.

do elektronicznego przestrajania magnetronów. Mogą być również wykorzystane do modulacji gęstości wiązki elektronowej w niektórych typach przyrządów mikrofalowych.

Niniejsze opracowanie zawiera analizę teoretyczną oraz podstawowe wzory do obliczania parametrów powielania z udziałem dwóch płaskich elektrod przewodzących. Przedstawiono również przykładowe wyniki obliczeń dla innych kształtów elektrod. W stosunku do pierwszych opracowań tego tematu, [1], [2], artykuł niniejszy zawiera dodatkowo analizę wpływu rozrzutu energii początkowej i kąta wylotu elektronów wtórnych, stałego wzdłużnego i prostopadłego pola magnetycznego oraz stałego pola elektrycznego na przebieg i parametry zjawiska powielania. Omawia również czas narastania i mechanizmy ograniczające narastanie ładunku powielanych elektronów, moc bombardowania w stanie nasycenia oraz wsteczne oddziaływanie na źródło mocy w.cz. W artykule oszacowano także wpływ pominiętych w analizie oddziaływań z uwzględnieniem zmiennego pola magnetycznego w.cz. oraz efektów relatywistycznych.

2. POWIELANIE ELEKTRONÓW W JEDNORODNYM POLU WIELKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI

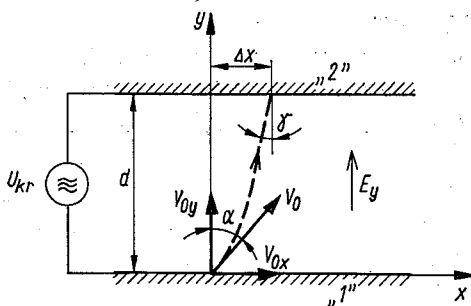
2.1. ISTOTA ZJAWISKA ORAZ WARUNKI POWIELANIA

Jeśli w przyrządzie próżniowym pomiędzy dwoma powierzchniami przewodzącymi istnieje zmienne pole elektromagnetyczne, to elektrony powstające na skutek jonizacji gazów szczątkowych bądź któregoś z rodzajów emisji (termo, auto lub fotoemisji) wykonują ruch oscylacyjny o określonej amplitudzie. Jeśli amplituda ta jest większa od odległości pomiędzy powierzchniami możliwe jest wystąpienie zwielokrotnionej emisji wtórnej.

Zjawisko powielania w jednorodnym polu w.cz. wystąpi wtedy, gdy spełnione zostaną dwa warunki, a mianowicie:

a) czas przeletu od startu elektronu z powierzchni „1”, (Rys. 1), do zderzenia z powierzchnią „2” — t_{12} , (lub odwrotnie — t_{21}) spełnia równanie:

$$t_{12} = t_{21} = t_p = (2N-1) \frac{T}{2}, \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat powielania w układzie płaskim, w polu jednorodnym, (tor elektronu oznaczono linią przerywaną)

tzn. gdy kąt przełotu Θ_p równa się:

$$\Theta_p = \omega t_p = (2N-1)\pi, \quad (1a)$$

gdzie:

$N = 1, 2, 3 \dots$ oznacza rząd zjawiska, natomiast

$T = 2\pi/\omega$ — okres pola w.cz.

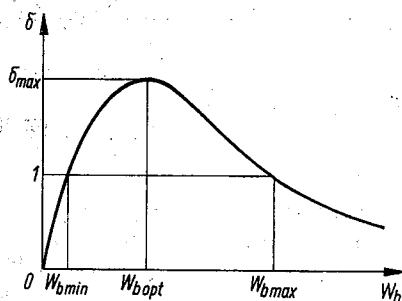
$\omega = 2\pi f$ — pulsacja pola w.cz.

b) energia elektronu W_b podczas kolejnych, synchronicznych z polem w.cz. zderzeń z powierzchni „1” i „2” spełnia nierówność

$$W_{b\min} < W_b < W_{b\max}, \quad (2)$$

gdzie:

$W_{b\min}$ i $W_{b\max}$ oznaczają odpowiednio dolną i górną granicę przedziału energii, (Rys. 2),



Rys. 2. Zależność współczynnika emisji wtórnej — δ od energii bombardowania elektronów pierwotnych — W_b

Tabela 1

Podstawowe własności wtórnoemisyjne niektórych metali [5]

Metal	$\delta_{\max}$	$W_{b\min}[\text{keV}]$	$W_{b\text{opt}}[\text{keV}]$	$W_{b\max}[\text{keV}]$
Tytan	0,85	—	0,35	—
Chrom	0,95	—	0,35	—
Molibden	1,22	0,22	0,6	2,7
Tantal	1,3	0,23	0,7	3,8
Nikiel	1,34	0,2	0,6	2,4
Miedź	1,4	0,2	0,75	2,8
Wolfram	1,4	0,23	0,7	6
Srebro	1,7	0,14	0,8	5
Pallad	1,75	0,11	0,6	3,5
Złoto	1,8	0,13	0,8	7,5
Platyna	1,85	0,14	0,9	8

wewnątrz którego dla danego materiału współczynnik emisji wtórnej (WEW) jest większy od jedności, tzn.

$$\delta > 1. \quad (2a)$$

Jeśli powierzchnie „1” i „2” wykonane są z różnych materiałów o WEW równym odpowiednio δ_1 i δ_2 wtedy konieczne jest, aby

$$\delta_{sr} = \sqrt{\delta_1 \delta_2} > 1. \quad (2b)$$

Warunek (1), jak się okaże w dalszej treści artykułu (pkt. 2.4), może być chwilowo nie spełniony; w praktyce warunek ten dotyczy średniego czasu przelotu.

Zestawienie podstawowych parametrów wtórnoemisyjnych dla niektórych metali używanych przy konstrukcji przyrządów próżniowych zawiera tabela 1.

2.2. ZAŁOŻENIA UPRASZCZAJĄCE

Dla uproszczenia analizy zjawiska powielania oraz lepszej czytelności wyników tej analizy przyjęte zostały następujące założenia:

a) wymiary obszaru, w którym występuje analizowane zjawisko, są znacznie mniejsze od długości fali (praktycznie $< 0,1\lambda$),

b) w oddziaływaniu pola elektromagnetycznego z elektronem uwzględniono jedynie wektor pola elektrycznego, pominięto zaś wpływ wektora pola magnetycznego,

c) prędkość elektronu jest znacznie mniejsza od prędkości światła co umożliwia pominięcie efektów relatywistycznych,

d) składowa prędkości elektronów wzdłuż kierunku propagacji fali w.cz. jest znacznie mniejsza od prędkości fali w związku z czym można pominąć efekt Dopplera,

e) analiza dotyczy okresu powielania nie ograniczonego ładunkiem przestrzennym elektronów,

f) wpływ ładunku przestrzennego elektronów na tor ich ruchu jest do pominięcia,

g) punktem startu elektronu jest początek układu współrzędnych. Powyższe założenia dotyczą również analizy przeprowadzonej w punktach 3 i 4. Wpływ ładunku przestrzennego na proces powielania omówionych w pkt. 5 zaś dyskusję wpływu pozostałych założeń upraszczających przeprowadzono w pkt. 7.

2.3. PARAMETRY POWIELANIA W PŁASKIM UKŁADZIE ELEKTROD

Określenie parametrów powielania wymaga rozwiązania równań ruchu elektronu. Jeśli elektron startujący z powierzchni „1” w fazie φ w stosunku do pola w.cz., z prędkością początkową v_0 , pod kątem α , (rys. 1), podlega działaniu jednorodnego pola elektrycznego

$$E_y = \bar{E} \cos(\omega t + \varphi) = \frac{\bar{U}}{d} \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

to jego ruch opisują następujące zależności, [3]:

$$y(t) = v_{0y} t + \frac{e}{m} \frac{\bar{U}}{\omega^2 d} [\omega t \sin \varphi - \cos \varphi + \cos(\omega t + \varphi)], \quad (4)$$

$$x(t) = v_{0x}t, \dots\dots\dots (4a)$$

$$v_y(t) = v_{0y} + \frac{e}{m} \frac{\bar{U}}{\omega d} [\sin \varphi - \sin(\omega t + \varphi)], \quad (5)$$

$$v_x(t) = v_{0x}, \dots\dots\dots (5a)$$

gdzie:

$\bar{E}$ i $\bar{U}$ — odpowiednio amplitudy pola elektrycznego i napięcia w.c.z. pomiędzy elektrodami „1” i „2”,

v_{0x} , v_{0y} — składowe prędkości początkowej elektronu,

d — odległość między elektrodami,

$\frac{e}{m}$ — stosunek ładunku do masy elektronu.

Z warunku (1) wynika, że efekt powielania może zajść wtedy, gdy $y(t) = d$ dla kąta przełotu $\Theta = \omega t = (2N-1)\pi$. Stąd otrzymujemy wzór określający wartość napięcia krytycznego, przy którym spełniony jest ten warunek:

$$\bar{U}_{kr} = \frac{m}{e} \frac{\omega^2 d^2 \left[1 - (2N-1)\pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right]}{(2N-1)\pi \sin \varphi - 2 \cos \varphi}, \quad (6)$$

oraz wzór na prędkość elektronu w chwili zderzenia:

$$v_{by} = v_{0y} + \frac{\omega d \left[1 - (2N-1)\pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right]}{(2N-1) \frac{\pi}{2} - \text{ctg} \varphi}, \quad (7)$$

$$v_{bx} = v_{0x}. \quad (7a)$$

Energia elektronu w chwili zderzenia wyniesie:

$$W_b = \frac{m(v_{bx}^2 + v_{by}^2)}{2} \quad (8)$$

Wyrażając wzory (7) i (8) w funkcji napięcia krytycznego otrzymamy:

$$v_{by} = v_{0y} + 2 \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr}}{\omega d} \sin \varphi, \quad (9)$$

$$W_b = W_{0x} + \left(\sqrt{W_{0y}} + \frac{\sqrt{2e\bar{U}_{kr}}}{\sqrt{m\omega d}} \sin \varphi \right)^2, \quad (10)$$

gdzie W_{0x} i W_{0y} — składowe energii początkowej elektronu.

Dla małych prędkości początkowej możemy napisać, że:

$$\bar{U}_{kr} \approx \frac{m\omega^2 d^2}{e[(2N-1)\pi \sin \varphi - 2 \cos \varphi]}, \quad (11)$$

$$W_b \approx \frac{m\omega^2 d^2}{2 \left[(2N-1) \frac{\pi}{2} - \text{ctg} \varphi \right]^2} = \frac{2}{m} \left(\frac{e\bar{U}_{kr} \sin \varphi}{\omega d} \right)^2. \quad (12)$$

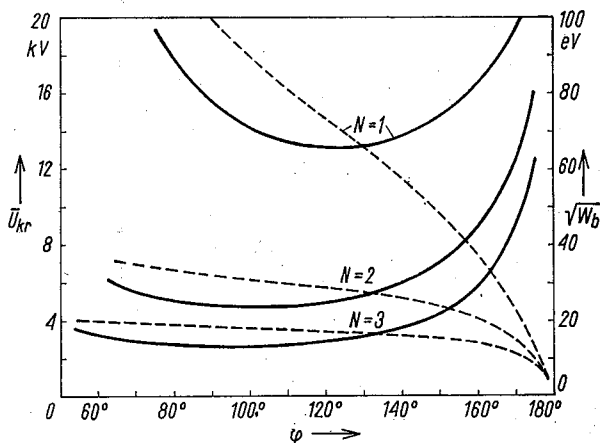
Warto zauważyć, że przy $v_0 \rightarrow 0$ dla danego N stosunek $W_b/\bar{U}_{kr}$ jest jedynie funkcją kąta φ i wynosi:

$$S[eV/V] = \frac{W_b}{\bar{U}_{kr}} = \frac{(2N-1)\pi \sin \varphi - 2 \cos \varphi}{2 \left[(2N-1) \frac{\pi}{2} - \operatorname{ctg} \varphi \right]^2}. \quad (13)$$

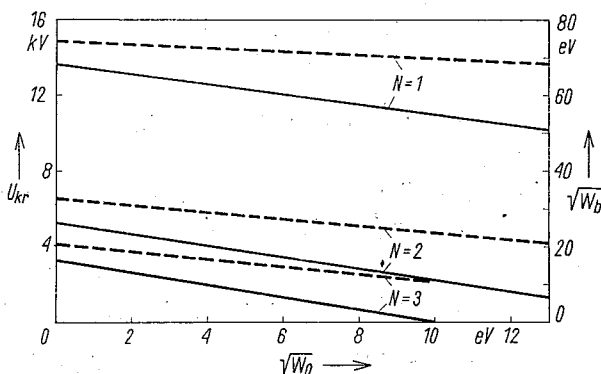
Przykłady zależności $\bar{U}_{kr}(\varphi)$ i $W_b(\varphi)$ oraz $\bar{U}_{kr}(W_0)$ i $W_b(W_0)$ dla różnych N pokazano na rys. 3 i 4. Kąt $\varphi = \varphi_s$, przy którym napięcie krytyczne ma wartość minimalną, określa wzór:

$$\varphi_s = \pi - \operatorname{arctg}(2N-1) \frac{\pi}{2}, \quad (14)$$

z którego otrzymamy: $\varphi_s(N=1) = 122,48^\circ$; $\varphi_s(N=2) = 101,89^\circ$; $\varphi_s(N=3) = 97,26^\circ$.



Rys. 3. Zależność amplitudy napięcia krytycznego $\bar{U}_{kr}$ (linia ciągła) oraz energii zderzeń W_b (linia przerywana) od fazy startu φ elektronu obliczona dla linii płaskiej o $d = 5$ mm przy $f = 3$ GHz oraz $W_0 = W_{0y} = 3$ eV



Rys. 4. Wpływ energii początkowej $W_0 = W_{0y}$ na wielkość napięcia krytycznego $\bar{U}_{kr}$ (linia ciągła) oraz energii zderzeń W_b (linia przerywana) przy fazy startu $\varphi = \varphi_s$ dla linii płaskiej o $d = 5$ mm oraz $f = 3$ GHz

A zatem, przedstawiając (14) do (6) wzór na minimalne (progowe) napięcie krytyczne będzie miał postać:

$$U_{kr\min} = \frac{1}{2} \frac{m}{e} \frac{\omega^2 d^2 \left[1 - (2N-1)\pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right]}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} (2N-1)^2 \pi^2}}. \quad (15)$$

Zaś dla $N = 1, 2$ i 3 , w układzie SI, otrzymamy:

$$\bar{U}_{kr\min}(N=1) = 1,53 \cdot 10^{-12} \omega^2 d^2 \left(1 - \pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right), \quad (16)$$

$$\bar{U}_{kr\min}(N=2) = 0,59 \cdot 10^{-12} \omega^2 d^2 \left(1 - 3\pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right), \quad (16a)$$

$$\bar{U}_{kr\min}(N=3) = 0,37 \cdot 10^{-12} \omega^2 d^2 \left(1 - 5\pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right). \quad (16b)$$

W przypadku linii przesyłowych o znanej impedancji charakterystycznej Z_0 wygodnie jest posługiwać się wielkością mocy krytycznej określonej wzorem

$$P_{kr} = \frac{U_{kr}^2}{2Z_0}. \quad (17)$$

Jak wynika z zależności (6) i (7) zjawisko powielania może zachodzić w pewnym określonym zakresie faz startu elektronu. Minimalną fazę startu $\varphi_{\min}$ określić można badając minimum funkcji $y(t)$ zapisanej równaniem (4) zakładając, że dla $t = t_r$ i $\bar{U} = \bar{U}_{kr}$ spełnione są warunki: $y(t) = 0$; $v_y(t) = 0$ oraz $\frac{dv_y(t)}{dt} > 0$, co oznacza, że elektron startujący w fazie $\varphi_{\max} > \varphi > \varphi_{\min}$ (gdzie $\varphi_{\max}$ oznacza fazę maksymalną określoną w dalszej części artykułu) nie powróci powtórnie do powierzchni startu, osiągając powierzchnię drugiej elektrody.

Problem ten sprowadza się do rozwiązania równania

$$v_{0y} \varphi_r - \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr}}{\omega d} [\cos \varphi_{\min} - \varphi_r \sin \varphi_{\min} - \cos(\varphi_r + \varphi_{\min})] = 0, \quad (18)$$

przy warunku $\cos(\varphi_r + \varphi_{\min}) < 0$, gdzie

$$\varphi_r = \omega t_r = \arcsin \left(\frac{m}{e} \frac{\omega d v_{0y}}{\bar{U}_{kr}} + \sin \varphi_{\min} \right) - \varphi_{\min}, \quad (18a)$$

przy czym $\bar{U}_{kr}$ określa wzór (6) dla $\varphi = \varphi_{\min}$.

Niewiadoma w równaniu (18) występuje w postaci uwikłanej, uniemożliwia to znalezienie prostej analitycznej zależności określającej $\varphi_{\min}$. Problem ten najprościej rozwiązać przy pomocy EMC.

Z analizy równania (18) wynika, że dla $v_{0y} \rightarrow 0$ $\varphi_{\min} \rightarrow \frac{\pi}{2}$, natomiast ze wzrostem v_{0y} kąt $\varphi_{\min}$ maleje. Jeśli $\varphi_{\min} \rightarrow \varphi_{gr}$, gdzie φ_{gr} określona jest równaniem

$$(2N-1)\pi \sin \varphi_{gr} - 2 \cos \varphi_{gr} = 0, \quad (19)$$

wtedy, zgodnie z wzorem (6), mamy $\bar{u}_{kr} \rightarrow \infty$. Pomiedzy fazą graniczną φ_{gr} a określoną wcześniej fazą φ_s istnieje relacja $\varphi_{gr} = \varphi_s - \frac{\pi}{2}$.

Zauważamy, że z wzorów (6) i (7) wynika również istnienie pewnej maksymalnej prędkości początkowej $v_{0y\max}$, określonej wzorem

$$v_{0y\max} = \frac{\omega d}{(2N-1)\pi}, \quad (20)$$

przy której dla $\varphi > \varphi_{gr}$ mamy $\bar{U}_{kr} < 0$ i omawiane zjawisko synchronicznego powielania nie może wystąpić. Co prawda dla $\varphi < \varphi_{gr}$ wartość $\bar{U}_{kr} > 0$ otrzymamy także dla $v_{0y} > v_{0y\max}$, jednakże ze względu na to, że elektrony o dużych energiach początkowych stanowią jedynie nieznaczny procent całkowitej liczby elektronów wtórnych (o czym będzie mowa w pkt. 2.5) przypadek ten nie ma praktycznego znaczenia i nie będzie tu bliżej analizowany.

Maksymalną fazę startu $\varphi_{\max}$, przy której może być spełniony warunek (1), znajdziemy z wzoru (7) przy $v_{by} = 0$ (tor elektronu styczny do powierzchni elektrody „2”), skąd otrzymamy

$$\operatorname{ctg} \varphi_{\max} = \frac{\omega d}{v_{0y}} - (2N-1) \frac{\pi}{2}, \quad (21)$$

przy czym $\varphi_{\max} \in [180^\circ, 270^\circ]$.

Określone równaniami (18) i (21) wartości $\varphi_{\min}$ i $\varphi_{\max}$ wyznaczają zakres faz startu, przy których możliwe jest spełnienie warunku (1). Wystąpienie powielania uwarunkowane jest jednoczesnym spełnieniem nierówności (2). Przedział faz $\varphi'_{\min} \div \varphi'_{\max}$, w którym spełniona jest nierówność (2) znajdziemy korzystając z wzorów (7) i (8), skąd po przekształceniach otrzymamy zależności:

$$\operatorname{ctg} \varphi'_{\min} = (2N-1) \frac{\pi}{2} - \frac{\omega d \left[1 - (2N-1) \pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right]}{\sqrt{\frac{2W_{b\max}}{m} - v_{0x}^2 - v_{0y}^2}}, \quad (22)$$

$$\operatorname{ctg} \varphi'_{\max} = (2N-1) \frac{\pi}{2} - \frac{\omega d \left[1 - (2N-1) \pi \frac{v_{0y}}{\omega d} \right]}{\sqrt{\frac{2W_{b\min}}{m} - v_{0x}^2 - v_{0y}^2}}. \quad (23)$$

Spełnienie obydwu warunków powielania możliwe jest jedynie w przedziale faz wspólnym dla określonych wyżej przedziałów $\varphi_{\min} + \varphi_{\max}$ oraz $\varphi'_{\min} + \varphi'_{\max}$.

Mogą zatem wystąpić cztery przypadki:

a) jeśli $\varphi'_{\min} > \varphi_{\min}$ oraz $\varphi'_{\max} < \varphi_{\max}$, wtedy powielanie wystąpi w przedziale $\varphi'_{\min} \div \varphi'_{\max}$,

b) jeśli $\varphi'_{\min} < \varphi_{\min}$ oraz $\varphi_{\min} < \varphi'_{\max} < \varphi_{\max}$, wtedy powielanie wystąpi w przedziale $\varphi_{\min} \div \varphi'_{\max}$,

c) jeśli $\varphi_{\max} > \varphi'_{\min} > \varphi_{\min}$ oraz $\varphi'_{\max} > \varphi_{\max}$, wtedy powielanie wystąpi w przedziale $\varphi'_{\min} \div \varphi_{\max}$,

T a b e l a 2

Przykład obliczeń granicznych parametrów powielania dla układu dwóch elektrod płaskich miedzianych przy $f = 3$ GHz, $d = 3$ mm oraz $W_{\theta y} = W_{\theta} = 10$ eV. Wartości faz podano w stopniach

Parametr Rząd	φ_s	φ_{gr}	φ_{min}	φ_{max}	φ'_{min}	φ'_{max}	$W_{\theta y, max}$ eV	$\bar{U}_{kr, min}$ V	$\bar{U}_{kr, p}$ V	$\bar{U}_{kr, k}$ V	W przy $\varphi = \varphi_s$ eV	WEW przy $\varphi = \varphi_s$
$N = 1$	122,48	32,48	64,46	182,00	97,12	170,68	900	4384	4836	6556	1798	1,19
$N = 2$	101,98	11,98	42,78	182,25	37,55	139,44	100	1298	2531	1633	277	1,180
$N = 3$	97,26	7,26	28,08	182,57	8,19	14,91	36	568	—	—	83,5	0,62

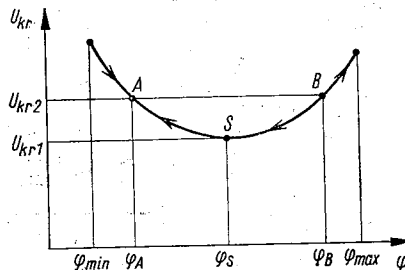
d) jeśli $\varphi'_{\min} < \varphi_{\min}$ oraz $\varphi'_{\max} > \varphi_{\max}$, wtedy powielanie wystąpi w przedziale $\varphi_{\min} \div \varphi_{\max}$, natomiast jeśli $\varphi'_{\min} < \varphi_{\min}$ oraz $\varphi_{\max} < \varphi_{\min}$, albo $\varphi'_{\min} > \varphi_{\max}$, wtedy warunki powielania nie są spełnione i omawiane zjawisko nie może wystąpić.

W praktyce przypadki c) i d) zazwyczaj nie występują bowiem najczęściej $\varphi'_{\max} < \varphi_{\max}$. Oznaczając graniczne fazy przedziału φ_p i φ_k , z wzoru (6) określimy odpowiednie wartości napięć krytycznych $\bar{U}_{krp} = \bar{U}_{kr}(\varphi = \varphi_p)$ oraz $\bar{U}_{krk} = \bar{U}_{kr}(\varphi = \varphi_k)$. Ponieważ jednak zależność $\bar{U}_{kr}(\varphi)$ posiada minimum, do określenia zakresu napięć krytycznych, w którym możliwe jest powielanie, konieczna jest również znajomość wartości $\bar{U}_{kr\min}$.

Przykładowe wyniki obliczeń omówionych parametrów podano w Tabeli 2. Wynika z nich, że przy założonych danych powielanie może wystąpić jedynie dla $N = 1$ i 2 natomiast dla $N \geq 3$, ze względu na brak wspólnego obszaru faz dla przedziałów $\varphi_{\min} \div \varphi_{\max}$ i $\varphi'_{\min} \div \varphi'_{\max}$, efekt powielania nie wystąpi.

2.4. OGNISKOWANIE FAZOWE ELEKTRONÓW WTÓRNYCH

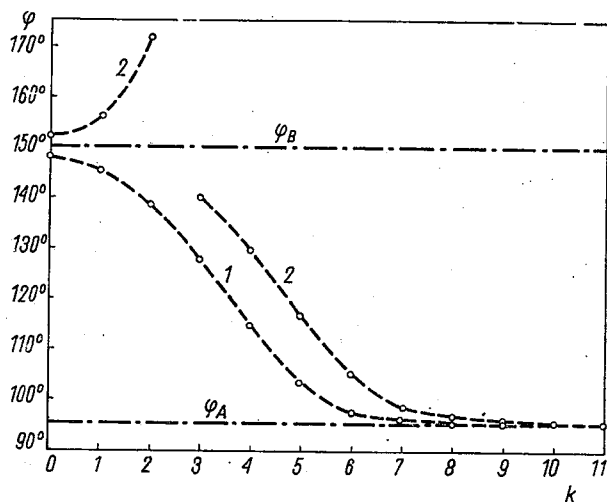
Jak już wspomniano w pkt. 2.3 przy danej odległości między elektrodami oraz energii początkowej elektronów powielanie może być zapoczątkowane przy napięciu krytycznym $U_{kr1} = U_{kr\min}$ co odpowiada fazie startu $\varphi = \varphi_s$. Jeśli w tym samym układzie napięcie w.cz. wzrośnie do wartości U_{kr2} wtedy powielanie może wystąpić dla faz $\varphi = \varphi_A$ i $\varphi = \varphi_B$ co odpowiada punktom *A* i *B* na wykresie $U_{kr}(\varphi)$, (rys. 5), jednakże charakter zjawiska



Rys. 5. Ilustracja ogniskowania fazowego elektronów wtórnych

w obu punktach jest różny. Z analizy zjawiska wynika bowiem, że elektrony startujące z fazą początkową leżącą w przedziale $\varphi_B > \varphi > \varphi_A$ będą w trakcie kolejnych zderzeń przyspieszane w fazie, natomiast elektrony z fazą początkową $\varphi < \varphi_A$ i $\varphi > \varphi_B$ opóźniane, osiągając po pewnej liczbie zderzeń fazę $\varphi = \varphi_A$. A zatem punkt *A* jest punktem ogniskowania fazowego elektronów wtórnych. Ogniskowanie to może zachodzić wokół faz leżących w przedziale $\varphi_s > \varphi > \varphi_{\min}$. Zakres napięć krytycznych odpowiadający tym fazom jest więc szczególnie niebezpieczny, ze względu na możliwość wystąpienia dużych gęstości ładunku elektronów wtórnych przy jednocześnie dużych energiach zderzeń.

W odróżnieniu od punktu *A* punktu *B*, a ogólniej przedział faz $\varphi_{\max} > \varphi > \varphi_s$, nie może być punktem intensywnego, stabilnego powielania bowiem nawet przy niewielkiej, szumowej zmianie fazy $\varphi = \varphi_B \pm \Delta\varphi$ następuje szybkie rozogniskowanie, co ilustrują



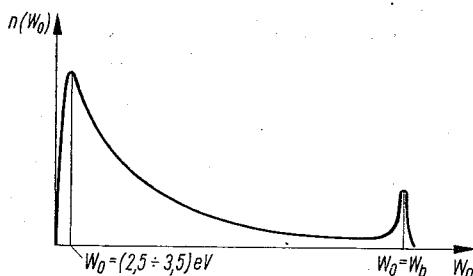
Rys. 6. Przebieg ogniskowania fazowego wokół fazy $\varphi_A = 95,5^\circ$ przy $\varphi_B = 150^\circ$ dla faz startu $\varphi = \varphi_B + \Delta\varphi$ obliczony dla linii płaskiej o $d = 5$ mm przy $f = 3$ GHz dla $\Delta\varphi = -2^\circ$ (krzywa 1) oraz $\Delta\varphi = +2^\circ$ (krzywa 2); k oznacza numer kolejnego zderzenia

wyniki obliczeń pokazane na rys. 6. A zatem w tym przedziale faz nie należy oczekiwać dużych gęstości energii bombardowania, nawet przy znacznych wartościach WEW.

Przy ustalonej wartości napięcia krytycznego zmiana częstotliwości powoduje zmianę fazy startu, wokół której zachodzi ogniskowanie fazowe. Zakresowi faz od φ_s do $\varphi_{\min}$ odpowiada wąski przedział częstotliwości, przy czym warunek $\delta > 1$ zwykle może być spełniony jedynie w części tego przedziału. Zjawisko powielania ma zatem charakter selektywny. Z wykonanych obliczeń wynika, że dla $N = 1$ oraz dużych wartości WEW szerokość przedziału częstotliwości, w którym może wystąpić powielanie nie przekracza 10% częstotliwości środkowej, natomiast dla $N = 2$ i 3 jedynie (2 ÷ 5) %. Przedział ten może być oczywiście znacznie węższy przy małych wartościach WEW.

2.5. WPŁYW ROZRZUTU ENERGII POCZĄTKOWEJ ELEKTRONÓW WTÓRNYCH

Emisja wtórna charakteryzuje się określonym rozkładem energetycznym elektronów wtórnych, mało zależnym od energii bombardowania elektronami pierwotnymi, (rys. 7). Najbardziej prawdopodobna energia elektronów wtórnych emitowanych z metali zawiera

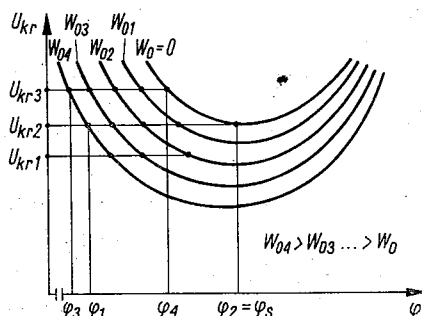


Rys. 7. Rozkład energetyczny elektronów wtórnych przy $W_b = \text{const.}$, [3]

się zwykle w przedziale 2,5 eV—3,5 eV. Przy niezbyt dużych energiach bombardowania (do kilku keV) elektrony o energiach początkowych $W_0 < 50$ eV stanowią około (70—80)% wszystkich elektronów wtórnych, [5], [8].

Wielkość energii początkowej ma istotny wpływ na warunki powielania, szczególnie przy $N > 1$. Duży rozrzut tej energii powoduje rozmycie efektu powielania zarówno w skali częstotliwości jak i natężenia pola w.cz.

Ponieważ $U_{kr} = f(W_0)$, przy ustalonej wartości U_{kr} ogniskowanie fazowe zachodzi wokół faz leżących w pewnym przedziale (np. w przedziale $\varphi_1 \div \varphi_2$ lub $\varphi_3 \div \varphi_5$, rys. 8). Z drugiej strony, jak wynika z wzorów (7) i (12), W_b rośnie ze zmniejszaniem kąta φ co może prowadzić do sytuacji, w której z pełnego widma energetycznego elektronów bombardujących powierzchnie elektrod jedynie część (zależna od materiału elektrod oraz U_{kr}) spełnia warunek $W_{b\min} < W_b < W_{b\max}$. Przypadek taki jest równoważny zmniejszeniu się efektywnej wartości WEW. Do przeprowadzenia dokładnych obliczeń para-



Rys. 8. Wpływ rozrzutu energii początkowej elektronów wtórnych na zakres faz startu, wokół których występuje ogniskowanie fazowe przy $U_{kr} = \text{const}$.

metrów powielania jest zatem konieczna znajomość zarówno zależności $\delta(W_b)$, jak i rozkładu energetycznego $n(W_0)$. Do celów praktycznych można przyjąć, że optymalne warunki powielania wystąpią wtedy, gdy przy $W_0 = 0$ energia bombardowania W_b jest równa lub nieco mniejsza od $W_{b\text{opt}}$, (rys. 2). W tych warunkach, przy $U_{kr} = \text{constants}$, maksymalna energia W odpowiadająca minimalnym kątom φ , (np. φ_1 na rys. 8), będąc 2÷3-krotnie większą od $W_b(\varphi = \varphi_s)$, zazwyczaj nie przekracza wartości $W_{b\max}$.

Niekorzystny wpływ rozrzutu W_0 na efektywność powielania rośnie z rzędem N . Jest to główny powód, dla którego przy $N > 3$ zjawisko powielania jest praktycznie niemożliwe, natomiast przy $N = 2$ i 3 może zachodzić jedynie w przypadku elektrod z materiału o dużym WEW.

A zatem po uwzględnieniu rozwoju rozrzutu energii początkowej elektronów wtórnych obrazem analizowanego zjawiska powielania będzie poruszająca się pomiędzy elektrodami cienka warstwa elektronów o grubości $g \ll d$ i określonym rozkładzie gęstości (malejącej od środka ku brzegom warstwy) oraz ładunku rosnącym w miarę kolejnych synchronicznych z polem w.cz. zderzeń z powierzchniami elektrod.

2.6. WPŁYW WZDŁUŻNEGO POLA MAGNETYCZNEGO NA INTENSYWNOŚĆ POWIELANIA

Emisja wtórna charakteryzuje się określonym rozkładem kątów wylotu elektronów wtórnych, mało zależnym od kąta podania elektronów pierwotnych. Rozkład ten jest w przybliżeniu cosinusoidalny, [4], [5]. Jeśli zatem elektron wystartuje z elektrody „1” pod kątem $\alpha \neq 0$ z prędkością $v_0 \neq 0$ wtedy elektrodę „2” osiągnie w punkcie przesuniętym o $\Delta x = v_{0x} t_p$, (rys. 1). Jeśli z kolei wymiary tych elektrod będą ograniczone i porównywalne z Δx wtedy część elektronów znajdzie się poza obszarem jednorodnego pola w.cz. Przypadek taki jest równoważny obniżeniu się wartości efektywnego WEW co może być powodem zmniejszenia intensywności bądź całkowitego wyeliminowania efektu powielania. Dotyczy to szczególnie wyższych N bowiem Δx rośnie z liczbą N .

Ograniczenia związane z wymiarami elektrod nie występują w przypadku zastosowania wzdluznego (o kierunku zgodnym z kierunkiem wektora pola elektrycznego e.cz.) ogniskującego pola magnetycznego o określonej indukcji. Optymalne ogniskowanie, przy którym $\Delta x \rightarrow 0$ występuje w przypadku, gdy:

$$t_p = K \frac{2\pi}{\omega_{cy}}, \quad \text{gdzie} \quad \omega_{cy} = \frac{e}{m} B_y, \quad (24)$$

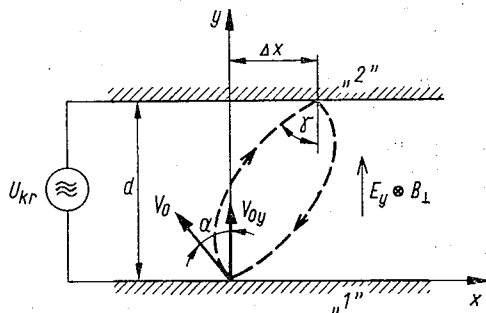
co można zapisać równaniem:

$$\frac{\omega}{\omega_{cy}} = \frac{2N-1}{2K}, \quad \text{gdzie} \quad K = 1, 2, 3 \dots \quad (25)$$

W tych warunkach wystąpi maksymalna koncentracja energii bombardujących elektronów oraz ograniczenia rozprzestrzeniania się zjawiska powielania.

2.7. WPŁYW POPRZECZNEGO POLA MAGNETYCZNEGO NA ZJAWISKO POWIELANIA

Ruch elektronu startującego z powierzchni „1” z prędkością początkową $\vec{v}_0 = [v_{0x}, v_{0y}]$ i poruszającego się w jednorodnym polu elektromagnetycznym w.cz. o natężeniu $\vec{E}_y = E \cos(\omega t + \varphi)$ oraz stałym (lub wolnozmiennym) prostopadłym do wektora E_y polu magnetycznym o indukcji B_1 , (rys. 9), opisują równania:



Rys. 9. Schemat powielania w układzie płaskim, w jednorodnym polu w.cz., z udziałem stałego prostopadłego pola magnetycznego o indukcji B_1 . Tor elektronu oznaczono linią przerywaną (dla przypadku $\alpha < 0$)

$$y = \frac{v_{0x}}{\omega_c} (1 - \cos \omega_c t) + \frac{v_{0y}}{\omega_c} \sin \omega_c t + \frac{e}{m} \frac{\bar{E}}{\omega^2 - \omega_c^2} \left[(\cos \omega t + \right. \\ \left. - \cos \omega_c t) \cos \varphi + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \sin \omega_c t - \sin \omega t \right) \sin \varphi \right], \dots \quad (26)$$

$$x = \frac{v_{0x}}{\omega_c} \sin \omega_c t + \frac{v_{0y}}{\omega_c} (\cos \omega_c t - 1) + \frac{e}{m} \frac{\bar{E}}{\omega^2 - \omega_c^2} \left[\left(\sin \omega_c t - \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\omega_c}{\omega} \sin \omega t \right) \cos \varphi + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \cos \omega_c t - \frac{\omega_c}{\omega} \cos \omega t \right) \sin \varphi \right] + \\ - \frac{e}{m} \frac{\bar{E} \sin \varphi}{\omega \omega_c}, \dots \quad (27)$$

$$v_y = v_{0x} \sin \omega_c t + v_{0y} \cos \omega_c t + \frac{e}{m} \frac{\bar{E} \omega}{\omega^2 - \omega_c^2} \left[\left(\frac{\omega_c}{\omega} \sin \omega_c t + \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \omega t \right) \cos \varphi + (\cos \omega_c t - \cos \omega t) \sin \varphi \right] \dots \quad (28)$$

$$v_x = v_{0x} - \omega_c y, \dots \quad (29)$$

w których $\omega_c = \frac{e}{m} B_{\perp}$.

Korzystając z równania (26) z uwzględnieniem warunku powielania $y = d$ dla $\Theta_p = (2N-1)\pi$, otrzymano następujący wzór na wartość amplitudy napięcia krytycznego:

$$\bar{U}_{kr} = \frac{m}{e} \frac{(\omega^2 - \omega_c^2) d^2 \left[1 - \frac{v_{0y}}{\omega_c d} \sin \beta_c - \frac{v_{0x}}{\omega_c d} (1 - \cos \beta_c) \right]}{\frac{\omega}{\omega_c} \sin \varphi \sin \beta_c - (1 + \cos \beta_c) \cos \varphi}, \quad (30)$$

w którym $\beta_c = \frac{\omega_c}{\omega} (2N-1)\pi$.

Wartość napięcia krytycznego określona z wzoru (30) jest prawidłowa jedynie wtedy, gdy dla $\bar{U} = \bar{U}_{kr}$ równanie (26) w przedziale czasu $t \in (0, t_p)$ spełnia wymaganie $d > y > 0$ co oznacza, że tor elektronu nie przecina płaszczyzn elektrod. Napięcie krytyczne przyjmuje wartość minimalną dla kąta startu $\varphi = \varphi_s$ określonego wzorem

$$\varphi_s = \pi - \arctg \left(\frac{\omega}{\omega_c} \frac{\sin \beta_c}{1 + \cos \beta_c} \right). \quad (31)$$

Z wzoru tego wynika, że kąt φ_s , niezależnie od N , maleje ze wzrostem stosunku ω_c/ω dążąc do wartości $\varphi_{s \min} = 90^\circ$.

Korzystając z równań (28), (29) i (30) możemy określić składowe prędkości elektronu w chwili zderzenia, a mianowicie:

$$v_{by} = v_{0x} \sin \beta_c + v_{0y} \cos \beta_c + \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr} \omega}{d(\omega^2 - \omega_c^2)} \left[\frac{\omega_c}{\omega} \sin \beta_c \cos \varphi + \right. \\ \left. + (\cos \beta_c + 1) \sin \varphi \right], \dots \quad (32)$$

$$v_{bx} = v_{0x} - \omega_c d \quad \dots\dots\dots (33)$$

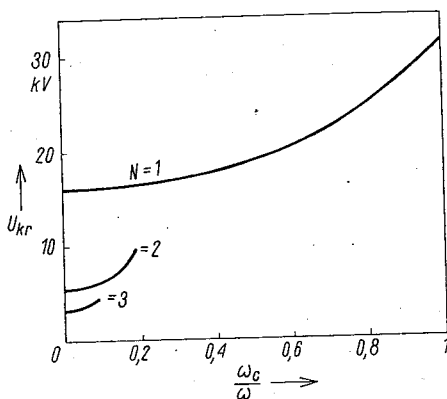
Kąt zderzenia elektronu z powierzchnią „2” wyniesie

$$\gamma = \arctg \frac{v_{bx}}{v_{by}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

Ponieważ WEW metali wzrasta z kątem padania elektronów pierwotnych w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalnie do $\sqrt{\cos 0,9\gamma}$, [5], w pewnym zakresie indukcji możliwe jest wystąpienie intensywnego powielania pod warunkiem, że odchylenie toru elektronu Δx będzie mniejsze od wymiarów powierzchni biorących udział w powielaniu.

Z wzoru (30) wynika, że przy ustalonych parametrach ω , d i N , w zakresie faz startu $\varphi = \varphi_{\min} \div \varphi_{\max}$ ze wzrostem stosunku ω_c/ω rośnie wartość napięcia krytycznego przy czym $U_{kr}(N=3) < U_{kr}(N=2) < U_{kr}(N=1)$. Przykład zależności $U_{kr}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)$ pokazano na rys. 10.

Jeśli indukcja B_1 przekroczy wartość, przy której tor elektronu jest styczny do powierzchni elektrod zjawisko powielania z udziałem dwóch elektrod nie występuje. Wartość



Rys. 10. Zależność napięcia krytycznego $\bar{U}_{kr}$ od stosunku $\frac{\omega_c}{\omega}$, gdzie $\omega_c = \frac{e}{m} B_1$, obliczona dla $\varphi = 90^\circ$, $d = 5$ mm, $f = 3$ GHz oraz $W_0 = 0$

indukcji prostopadłej, przy której ma miejsce powyższy przypadek można określić z równania (28) przy warunku $v_y = 0$ dla $\Theta_p = (2N-1)\pi$ oraz $y = d$. Otrzymujemy wtedy równanie

$$v_{0x} \sin \beta_c + v_{0y} \cos \beta_c + \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr} \omega}{d(\omega^2 - \omega_c^2)} \left[\frac{\omega_c}{\omega} \sin \beta_c \cos \varphi + (1 + \cos \beta_c) \sin \varphi \right] = 0, \quad \dots\dots\dots (35)$$

które przy $W_0 = 0$, (a zatem dla $\varphi \geq 90^\circ$), upraszcza się do

$$\frac{\omega_c}{\omega} \frac{\sin \beta_c}{\cos \beta_c + 1} = -\tg \varphi, \quad \dots\dots\dots (36)$$

co dla $N = 1$ i $\varphi_{\min} = 90^\circ$ odpowiada warunkowi $\omega_c = \omega$.

Ze wzrostem stosunku $\frac{\omega_c}{\omega}$ maleje zakres faz startu, przy których możliwe jest powielanie. Przy ustalonych parametrach powielania: ω , d , N oraz U_{kr} , zmiana indukcji B_1 powoduje zmianę optymalną fazy startu, wokół której odbywa się ogniskowanie fazowe elektronów. Ma to duże znaczenie praktyczne, umożliwia bowiem sterowanie intensywnością powielania oraz wielkością i charakterem impedancji zastępczej będącej następstwem efektu powielania, o czym będzie mowa w pkt. 5.

2.8. WPŁYW STAŁEGO POLA ELEKTRYCZNEGO NA WARUNKI POWIELANIA

Jeśli w układzie jak na rys. 1 obok zmiennego pola elektromagnetycznego w.c.z. istnieje stałe pole elektryczne o natężeniu E_0 i kierunku zgodnym z wektorem pola elektrycznego w.c.z. to określenie położenia i prędkości elektronu startującego z prędkością początkową v_{0y} wymaga rozwiązania równania

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} [E_0 + \bar{E} \cos(\omega t + \varphi)] \quad (37)$$

przy warunkach początkowych $v_y = v_{0y}$ i $y = 0$ dla $t = 0$. Rozwiązaniem tego równania są zależności:

$$v_y = v_{0y} - \frac{e}{m} E_0 t + \frac{e \bar{E}}{m \omega} [\sin \varphi - \sin(\omega t + \varphi)], \quad (38)$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} \frac{e}{m} E_0 t^2 + \frac{e \bar{E}}{m \omega^2} [\omega t \sin \varphi - \cos \varphi + \cos(\omega t + \varphi)]. \quad (39)$$

Stałe pole elektryczne wprowadza niesymetrię elektryczną w układzie co powoduje, że $t_{12} \neq t_{21}$. W konsekwencji również energie zderzeń z powierzchniami „1” i „2” oraz odpowiadające im współczynniki emisji wtórnej będą różne, tzn. $W_{b1} \neq W_{b2}$ oraz $\delta_1 \neq \delta_2$. W tych warunkach powielanie elektronów może wystąpić, jeśli

$$\omega(t_{12} + t_{21}) = (2N - 1)2\pi \quad \text{oraz} \quad \delta_1 \cdot \delta_2 > 1. \quad (40)$$

Określenie parametrów powielania wymaga zatem rozwiązywania układu równań:

$$\left. \begin{aligned} y(t = t_{12}; +E_0) + y(t = t_{21}; -E_0) &= 2d \\ t_{12} + t_{21} &= (2N - 1) \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Znalezione niewiadome t_{12} i t_{21} po podstawieniu do równań (38) i (39) pozwolą określić U_{kr} oraz W_{b1} i W_{b2} . Ponieważ niewiadome w układzie równań (41) występują w postaci uwikłanej, układ ten najwygodniej rozwiązywać z wykorzystaniem EMC. Wykonane obliczenia wykazały, że stałe pole elektryczne, niezależnie od kierunku, powoduje wzrost minimalnej wartości napięcia krytycznego, co dla $N = 1$ można zapisać przybliżoną zależnością

$$\bar{U}'_{kr \min} \approx \bar{U}_{kr \min} \left[1 + \left(\frac{U_0}{\bar{U}_{kr \min}} \right)^{1,4} \right], \quad (42)$$

gdzie $U_0 = |E_0|d$ a $\bar{U}_{kr \min}$ oznacza napięcie krytyczne przy $U_0 = 0$.

Ze wzrostem napięcia U_0 maleje przedział faz startu, przy których może wystąpić powielanie. Dla $U_0/\bar{U}_{kr} > 0,3$ powielanie praktycznie nie występuje, a zatem maksymalny przyrost napięcia krytycznego spowodowany stałym polem elektrycznym nie przekracza 20%. Podobnie jak w przypadku prostokątnego pola magnetycznego zmiana napięcia U_0 przy ustalonych pozostałych parametrach powielania powoduje zmianę optymalnej fazy startu, wokół której zachodzi ogniskowanie fazowe.

2.9. ZJAWISKO POWIELANIA W FALOWODACH PROSTOKĄTNYCH I GRZBIETOWYCH ORAZ W SZCZELINACH

Falowody prostokątne zwykłe i grzbietowe jak również diafragmy pojemnościowe i rezonansowe są często stosowane jako wyjścia w.cz. w lampach mikrofalowych, bądź jako elementy filtrów pasmowych dużej mocy (pracujących „pod próżnią”). Mogą one być zatem miejscem występowania zjawiska zwielokrotnionej emisji wtórnej. W przypadku falowodu wielkość napięcia krytycznego i energię bombardowania określamy korzystając z wzorów wyprowadzonych w pkt. 2.3 z uwzględnieniem zmian pola elektrycznego wzdłuż szerszej ścianki falowodu oraz ewentualnej fali stojącej.

W przypadku falowodu prostokątnego o wymiarach $a \times b$, propagującego falę H_{10} , minimalną wielkość mocy, przy której może wystąpić zjawisko powielania w obszarze najsilniejszego pola (tzn. przy $x = \frac{1}{2} a$) obliczamy z wzoru:

$$P_{fkrmin} = \frac{\bar{U}_{krmin}^2}{2Z_{of}} = \frac{a\bar{U}_{krmin}^2}{4bZ_f} \quad (43)$$

gdzie:

Z_{of} — impedancja charakterystyczna falowodu określona z definicji mocy i napięcia,

Z_f — impedancja falowa falowodu,

$\bar{U}_{krmin}$ — amplituda napięcia krytycznego obliczona z wzoru (15) dla $d = b$.

Ze względu na sinusoidalny rozkład pola elektrycznego wzdłuż szerszej ścianki, powielanie może wystąpić dla każdej mocy $P_f > P_{fkrmin}$, obejmując obszary $x \neq \frac{1}{2} a$. Wyko-

nane obliczenia wykazały, że dla falowodów o typowym standardzie (tzn. przy $\frac{a}{b} \approx 2$)

wielkość mocy P_{fkrmin} w praktycznie wykorzystywanym pasmie przenoszenia jest wielokrotnie większa od mocy dopuszczalnej wynikającej z wytrzymałości na przebicie napięciowe. Jednakże w związku z tym, że w przybliżeniu $P_{fkr} \sim b^4$ problem powielania staje

się istotny w falowodach o tzw. obniżonym standardzie, (przy $\frac{a}{b} \geq 4$), szczególnie przy częstotliwościach bliskich odcięcia, gdzie $Z \rightarrow \infty$. Znacznie częściej możemy mieć do czynienia z występowaniem zjawiska powielania w falowodach grzbietowych, w których odległość między grzbietami jest znacznie mniejsza od b . Zakładając, że wzdłuż szerokości grzbietu pole elektryczne jest równomierne, warunki powielania w falowodzie grzbietowym można określić jak dla linii płaskiej TEM, a zatem:

$$P_{fkrmin} \approx \frac{\bar{U}_{krmin}^2}{2Z_{ofg}}, \quad (44)$$

gdzie $\bar{U}_{krmin}$ — napięcie określone z wzoru (15) przy d równym odległości między grzbietami oraz Z_{ofg} — impedancja charakterystyczna falowodu grzbietowego.

Zjawisko powielania może również wystąpić w szczelinach sprzęgających o dostatecznie dużej grubości. W przypadku szczelin rezonansowych, w których zwykle występują znaczne przepięcia, minimalna moc krytyczna może przybrać bardzo małe wartości. Wielkość tej mocy obliczamy z wzoru (44) podstawiając w miejsce Z_{ofg} oporność dynamiczną szczeliny. Dotyczy to również różnych typów rezonatorów wnękowych.

3. POWIELANIE W UKŁADACH O NIEJEDNORODNYM POLU W.CZ.

Określenie warunków powielania w układach o niejednorodnym polu w.cz. przy $B_0 = 0$ wymaga rozwiązania równania różniczkowego

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} E_y(y, t). \quad (45)$$

Rozkład pola $E_y(y)$ w przypadku prostych kształtów elektrod dany jest zazwyczaj w postaci funkcji analitycznej, natomiast w przypadku kształtów złożonych, nieregularnych — w postaci stabelaryzowanej. Rozwiązanie równania (45) możliwe jest jedynie metodami numerycznymi z zastosowaniem szybkich EMC. Wykonane zostały obliczenia dla:

- symetrycznej linii w postaci dwóch przewodów o przekroju kołowym,
- niesymetrycznej linii typu przewód kołowy nad płaszczyzną,
- linii współosiowej.

Do obliczeń wykorzystano prostą i zmodyfikowaną metodę kolejnych kroków (metodę Rungego-Kutty).

3.1. WARUNKI POWIELANIA W SYMETRYCZNEJ LINII DWUPRZEWODOWEJ O PRZEKROJU KOŁOWYM

Składowa E_y pola elektrycznego pomiędzy przewodami linii symetrycznej wyraża się wzorem, [6]:

$$E_y(x, y) = \frac{-U \cdot h}{\ln \frac{a+2h}{2r}} \cdot \frac{1}{a_1 a_2}, \quad (46)$$

gdzie

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - 4r^2}; a_1 = \sqrt{(h+y)^2 + x^2}; a_2 = \sqrt{(h-y)^2 + x^2},$$

oraz a i r — odpowiednio odległość między środkami przewodów i ich promień.

Wykonano serię obliczeń dla różnych stosunków $\frac{a}{r}$ oraz kątów startu elektronu. Z porównania otrzymanych wyników z wynikami obliczeń dla linii płaskiej (o polu jed-

norodnym) otrzymano następujące przybliżone wzory określające wartość napięcia krytycznego oraz energii zdarzeń:

$$\text{dla } N = 1, \begin{cases} \bar{U}'_{kr} \approx \bar{U}_{kr} \left[1 - 0,0392 \left(\frac{a}{r} - 2 \right) \right], \\ W'_b \approx W_b \left[1 - 0,0281 \left(\frac{a}{r} - 2 \right) \right], \end{cases} \quad (47)$$

$$\text{dla } N = 2, \begin{cases} \bar{U}'_{kr} \approx \bar{U}_{kr} \left[1 - 0,165 \left(\frac{a}{r} - 2 \right)^{0,8} \right], \\ W'_b \approx W_b \left[1 - 0,102 \left(\frac{a}{r} - 2 \right)^{0,8} \right], \end{cases} \quad (47a)$$

w którym $\bar{U}_{kr}$ i W_b oznaczają odpowiednio napięcie krytyczne i energię zderzenia obliczone jak dla linii płaskiej o odległości $d = a - 2r$. Zależność $U'_{kr}(\varphi)$ jest zbliżone do zależności $\bar{U}_{kr}(\varphi)$ dla linii płaskiej. Przy małym promieniu r oraz dużym stosunku $\frac{a}{r}$ (tzn. w liniach o dużej impedancji) prawdopodobieństwo wystąpienia powielania, szczególnie dla $N > 1$, jest niewielkie ze względu na duży rozrzut Δx chyba, że linia pracuje w ogniskującym polu magnetycznym.

3.2. WARUNKI POWIELANIA W UKŁADZIE TYPU PRZEWÓD KOŁOWY NAD PŁASZCZYZNĄ

W przypadku przewodu kołowego nad płaszczyzną natężenie pola elektrycznego określa równanie (46) dla $a = 2w$ oraz $y > 0$, gdzie w oznacza odległość między płaszczyzną i środkiem przewodu kołowego o promieniu r . Ze względu na niesymetrię elektryczną układu, podobnie jak w przypadku powielania w obecności stałego pola elektrycznego mamy: $t_{12} \neq t_{21}$, $W_1 \neq W_2$, $\delta_1 \neq \delta_2$. W związku z tym powielanie wystąpi po spełnieniu warunków (40).

Wykonano obliczenia napięcia krytycznego oraz energii zderzeń dla różnych wartości stosunku $\frac{w}{r}$. Na podstawie tych obliczeń, metodą aproksymacji, otrzymano następujące przybliżone zależności dla $N = 1$ oraz $\frac{w}{r} = 0,5 \div 5$.

$$\bar{U}'_{kr \min} \approx \bar{U}_{kr \min} \left[1 + 0,04 \left(\frac{w}{r} - 1 \right) \right], \quad (48)$$

$$W_{b1} \approx W_b \left[1 + 0,142 \left(\frac{w}{r} - 1 \right) \right], \quad (48a)$$

$$W_{b2} \approx W_b \left[\exp \frac{1}{2} \left(1 - \frac{w}{r} \right) - 0,032 \left(\frac{w}{r} - 1 \right) \right], \quad (48b)$$

gdzie $\bar{U}_{kr \min}$ oraz W_b — wielkości obliczone jak dla linii płaskiej o $d = w - r$, natomiast W_{b1} i W_{b2} odpowiednio energia zderzenia z powierzchnią przewodu kołowego oraz płaszczyzną.

Przedział faz startu, w którym możliwe jest spełnienie warunków powielania maleje ze wzrostem stosunku $\frac{w}{r}$. Dla $\frac{w}{t} > 5,2$ powielanie nie występuje.

3.3. WARUNKI POWIELANIA W LINII WSPÓŁOSIOWEJ TEM

Podobnie jak w układzie typu przewód kołowy nad płaszczyzną, w linii współosiowej $t_{12} \neq t_{21}$, a co za tym idzie $W_{b1} \neq W_{b2}$ oraz $\delta_1 \neq \delta_2$.

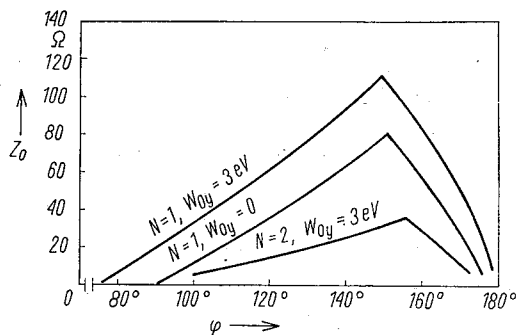
Określenie napięcia krytycznego oraz energii zderzeń wymaga w najprostszym przypadku ($B_0 = 0$; $E_0 = 0$; $\alpha = 0$) rozwiązania równania różniczkowego (45), w którym

$$E_y(y) = E_r(r) = -\frac{U}{r \cdot \ln \frac{r_z}{r_w}} \quad (49)$$

przy warunkach początkowych $v_r = v_0$ oraz $r = r_w$ lub $r = r_z$ dla $t = 0$, gdzie r_z i r_w oznaczają odpowiednio promienie przewodów zewnętrznego i wewnętrznego.

Wykonano serię obliczeń dla różnych stosunków $\frac{r_z}{r_w}$ oraz faz startu φ . Okazało się, że

ze wzrostem stosunku $\frac{r_z}{r_w}$, a zatem ze wzrostem impedancji charakterystycznej Z_0 linii maleje przedział faz φ , przy których możliwe jest powielanie co pokazano na rys. 111. Wystąpienie efektu powielania w linii współosiowej o impedancji $Z_0 > 100 \Omega$ dla $N = 1$



Rys. 11. Przedział faz, w którym możliwe jest powielanie w linii współosiowej w zależności od jej impedancji charakterystycznej

oraz $Z_0 > 35 \Omega$ dla $N = 2$ jest praktycznie niemożliwe. Na podstawie obliczeń, w wyniku aproksymacji określone zostały przybliżone zależności, które dla $N = 1$ mają postać:

$$\bar{U}'_{kr} \approx \bar{U}_{kr}(1 + 0,153 \cdot 10^{-6} Z_0^{3,3}), \quad (50)$$

$$W_{b1} \approx W_b(1 + 0,027 Z_0 + 1,6 \cdot 10^{-8} Z_0^4), \quad (50a)$$

$$W_{b2} \approx W_b(1 - 6,45 \cdot 10^{-3}), \quad (50b)$$

gdzie $\bar{U}_{kr}$ i W_b — wartość napięcia i energii obliczone jak dla linii płaskiej o $d = r_z - r_w$ natomiast W_{b1} i W_{b2} — energie zderzenia z powierzchniami odpowiednio przewodu zewnętrznego i wewnętrznego, (impedancja Z_0 wyrażona w $[\Omega]$).

4. IMPEDANCJA ZASTĘPCZA OBSZARU POWIELANIA

W stanie ustalonym prąd indukowany w obwodzie zewnętrznym przez poruszający się ładunek q wytworzony w obszarze powielania o wymiarach znacznie mniejszych od długości fali możemy wyrazić wzorem:

$$I_i = q \frac{v_y}{d} = q \frac{v_{0y}}{d} + q \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr}}{\omega d^2} [\sin \varphi - \sin(\omega t + \varphi)], \quad (51)$$

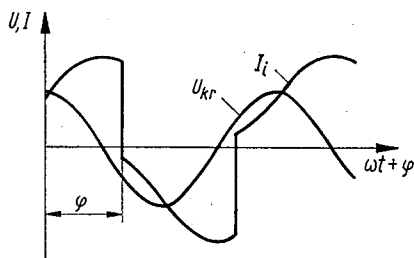
obowiązującym w przedziale czasu od startu do zderzenia, przy czym napięcia źródła wynosi $U = \bar{U}_{kr} \cos(\omega t + \varphi)$. Ponieważ po każdym kolejnym zderzeniu następuje zmiana znaku prędkości początkowej v_{0y} natomiast $\varphi_k = \varphi_{k-1} + \pi$, gdzie $k = 0, 1, 2, 3 \dots$ oznacza numer kolejnego zderzenia, zależność (51) można napisać w postaci:

$$I_i = (-1)^k \frac{q}{d} \left(v_{0y} + \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr}}{\omega d} s_n \varphi \right) - q \frac{e}{m} \frac{\bar{U}_{kr}}{\omega d^2} \sin(\omega t + \varphi). \quad (52)$$

Jak łatwo zauważyć pierwsza część tego wyrażenia stanowi zapis przebiegu prostokątnego, druga — przebiegu sinusoidalnego przesuniętego w fazie o $\frac{\pi}{2}$ w stosunku do napięcia w.c.z., a zatem mamy:

$$I_i = I_p + I_s = (-1)^k \bar{I}_p + \bar{I}_s \sin(\omega t + \varphi), \quad (53)$$

co ilustruje rys. 12.



Rys. 12. Napięcie i prąd indukowany w obszarze powielania przy fazie startu $\varphi \approx 120^\circ$

Przebieg prostokątny można zapisać jako sumę harmonicznych fourierowskich, a zatem:

$$I_i = \bar{I}_s \sin(\omega t + \varphi) + \sum_0^n \bar{I}_{pn} \sin n\omega t. \quad (54)$$

Wartość pierwszej harmonicznej prądu indukowanego wyniesie:

$$I_{i1} = \bar{I}_s \sin(\omega t + \varphi) + \bar{I}_{p1} \sin \omega t = \bar{I}_{i1} \sin(\omega t + \varphi_1). \quad (55)$$

Fazę φ_1 oraz amplitudę $\bar{I}_{i1}$ można określić z równań:

$$\frac{\sin(\varphi - \varphi_1)}{\sin \varphi_1} = \frac{\bar{I}_{p1}}{\bar{I}_s}, \quad (55a)$$

$$\bar{I}_{i1} = \bar{I}_s \cos(\varphi - \varphi_1) + \bar{I}_{p1} \cos \varphi_1 \quad (55b)$$

wynikających bezpośrednio z równania (55). Impedancja zastępcza dla podstawowej harmonicznej w miejscu występowania powielania wyrazi się wzorem:

$$\hat{Z}_{p1} = \frac{\bar{U}_{kr} \cos(\omega t + \varphi)}{\bar{I}_{i1} \sin(\omega t + \varphi_1)} = \frac{\bar{U}_{kr}}{\bar{I}_{i1}} e^{j\varphi_x} = R_p + jX_p, \quad (56)$$

gdzie

$$\varphi_x = \varphi - \varphi_1 - \frac{\pi}{2}.$$

A zatem obszar występowania zjawiska powielania stanowi dla źródła w.c.z. nieliniową impedancję zespoloną, jest więc także źródłem fal o częstotliwościach harmonicznych, przy czym w układach o symetrii elektrycznej (gdzie $t_{12} = t_{21}$) wystąpią jedynie harmoniczne nieparzyste.

Stosunek X_p/R_p zależy głównie od fazy startu, w mniejszym stopniu od napięcia krytycznego. Np. dla $\varphi = \pi$ mamy $\varphi_1 = 0$; $\varphi_x = \frac{\pi}{2}$ oraz $\hat{Z}_{p1} = jX_p$, natomiast dla $\varphi = \frac{\pi}{2}$

mamy $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$; $\varphi_x = \frac{\pi}{4}$ oraz $R_p = X_p$.

Jak już wspomniano w pkt. 2.7. i 2.8. przy ustalonym napięciu krytycznym fazę φ można zmieniać przez zmianę prostopadłego pola magnetycznego bądź stałego pola elektrycznego w obszarze powielania a tym samym zmieniać wielkość reaktancji X_p . Fakt ten może być zastosowany do elektronicznego przestrajania częstotliwości źródła, np. magnetronu, [7], [9]. Z drugiej strony, ponieważ faza φ zależy również od U_{kr} , zmiany mocy źródła w zakresie występowania zjawiska powielania mogą powodować przestrajanie tego źródła.

5. NARASTANIE ŁADUNKU W PROCESIE POWIELANIA ORAZ MECHANIZMY OGRANICZAJĄCE

Zakładając stałą wartość WEW elektrod w trakcie kolejnych zderzeń przebieg powielania można zapisać wzorem

$$\varrho_k = \varrho_0 \delta^k, \quad (57)$$

gdzie

ϱ_0 — gęstość początkowa elektronów w obszarze powielania natomiast

ϱ_k — średnia gęstość w warstwie elektronów wtórnych po k — kolejnych zderzeniach, przy czym wartość δ należy rozumieć jako średnią wynikającą z uwzględnienia rozrzutu prędkości początkowej i kąta startu elektronów wtórnych.

Powielanie wg wzoru (57) odbywa się jedynie w początkowej fazie procesu, kiedy wpływ ładunku przestrzennego jest do pominięcia. Gdy gęstość elektronów w warstwie osiągnie wartość, przy której pole elektryczne pochodzące od ładunku przestrzennego stanowić będzie znaczącą część pola elektrycznego w.c.z. wtedy należy uwzględnić dodatkowy rozrzut prędkości elektronów w warstwie oraz częściowe blokowanie emisji wtórnej (dotyczy to elektronów wtórnych o niskiej energii początkowej, nie wystarczającej do pokonania pola hamującego wytworzonego przez ładunek przestrzenny). Obydwa te zjawiska równoważne są obniżaniu się wartości WEW. Jeśli wprowadzimy pojęcie efektywnego WEW — δ_{ef} , który jest funkcją gęstości ładunku w warstwie, to zależność (57) możemy zapisać w postaci

$$\varrho_k = \varrho_0 \delta_{\text{ef}}^k(\varrho). \quad (57a)$$

Proces narastania ładunku kończy się, gdy $\delta_{\text{ef}}(\varrho) = 1$, co odpowiada ustaleniu się dynamicznych parametrów powielania.

Szacunkowe obliczenia wpływu ładunku przestrzennego na proces powielania wykazały, że przy $N = 1$ powielanie osiąga stan nasycenia przy średniej gęstości ładunku warstwy rzędu 10^{-2} C/m³. Przy $N \geq 2$, w związku z dłuższym czasem przelotu oraz faktem, że na znacznych odcinkach toru elektrony mają niewielką prędkość, wpływ ładunku przestrzennego jest znacznie większy.

Gęstość początkowa ładunku elektronów, przy poziomie próżni rzędu 10^{-8} Tr (typowej dla przyrządów mikrofalowych średniej i dużej mocy) oraz założeniu 30% pojedynczej jonizacji, stanowi rząd 10^{-5} C/m³, co odpowiada rzędowi 10^8 elektronów w 1 cm³. Zatem średni stopień powielania do osiągnięcia stanu nasycenia jest rzędu 10^3 . Wymagana liczba kolejnych zderzeń wyniesie więc w przybliżeniu

$$k \approx \frac{3}{\log \delta_{\text{ef}}(\varrho)}, \quad (58)$$

natomiast czas narastania ładunku

$$\tau_k = \frac{1}{2} k(2N-1)T \approx \frac{3(2N-1)}{2 \log \delta_{\text{ef}}(\varrho)}. \quad (59)$$

Zauważmy, że ilość zderzeń a zatem i czas narastania ładunku zależy przede wszystkim od WEW, znacznie mniejszy jest natomiast wpływ stopnia powielania i tak obniżenie gęstości początkowej ϱ_0 o jeden rząd prowadzi jedynie do 4/3-krotnego wzrostu k .

Ze wzorów (58) i (59) wynika, że czas narastania ładunku jest równy kilkanaście do kilkudziesięciu okresów pola w.c.z. Czas ten jest zatem znacznie krótszy (co najmniej 10-krotnie) niż czas narastania impulsów mocy w.c.z. w lampach mikrofalowych pracujących impulsowo. W związku z tym omawiane zjawisko synchronicznego powielania może się w pełni rozwinąć podczas narastania mocy w.c.z. przed osiągnięciem pełnej wartości w impulsie. Może to prowadzić do wystąpienia niestabilności przedniego i tylnego zbocza impulsu bądź w krańcowo niekorzystnych przypadkach do wyładowań i zwierania impulsu. A zatem w przypadku przyrządów pracujących impulsowo wszystkie elementy narażone na wystąpienie efektu powielania powinny być projektowane tak, aby minimalna moc krytyczna była wyższa od przewidywanej maksymalnej mocy w impulsie.

Istnieje również inny mechanizm ograniczania procesu powielania, występujący w przypadku wstecznego oddziaływania na źródło o skończonej oporności wewnętrznej. Wystąpienie efektu powielania powoduje bowiem obciążenie źródła i spadek jego mocy wyjściowej bądź zmniejszenie natężenia pola w.cz. w obszarze powielania na skutek niedopasowania (np. w węźle fali stojącej). Zwiększenie intensywności powielania prowadzi do dalszego spadku mocy w.cz. co z kolei powoduje wychodzenie z obszaru optymalnych faz startu, obniżenie efektywnej wartości WEW i wstrzymanie dalszego wzrostu gęstości ładunku. W konsekwencji powstanie stan równowagi, w którym, podobnie jak przy ograniczaniu przez ładunek przestrzenny, $\delta_{ef} = 1$. Jeśli oddziaływanie wsteczne jest dostatecznie silne, a źródło czułe na zmiany obciążenia (np. magnetron) może dojść do drgań typu relaksacyjnego, polegających na cyklicznym wzbudzaniu się i zrywaniu drgań w.cz. Aby temu zapobiec konieczna jest separacja źródła za pomocą izolatora lub cyrkulatora ferrytowego. Oczywiście takie rozwiązanie nie jest możliwe lub bardzo trudne do zrealizowania jeśli efekt powielania występuje w obrębie samego źródła.

6. GĘSTOŚĆ MOCY BOMBARDOWANIA W PROCESIE POWIELANIA

Jeśli w stanie ustalonym średnia gęstość elektronów wtórnych w warstwie o grubości g wynosi ϱ_k , wtedy gęstość mocy bombardowania powierzchni biorących udział w powielaniu można, korzystając z wyników przeprowadzonej wcześniej analizy, wyrazić prostym wzorem:

$$P_b = \frac{W_b \cdot \varrho_k \cdot g \cdot f}{e(2N-1)}. \quad (60)$$

Zgodnie z wzorem (23) moc bombardowania osiąga wartość maksymalną dla fazy startu $\varphi = \varphi_p$ odpowiadającego energii $W_b = W_{b\max}$. Ze wzrostem fazy startu energia W_b , a zatem i gęstość mocy maleje. W zakresie występowania ogniskowania fazowego minimalna gęstość mocy bombardowania odpowiada fazie $\varphi = \varphi_s$, przy której $U_{kr} = U_{kr\min}$. Dla faz $\varphi > \varphi_s$, gdzie ogniskowanie fazowe nie występuje, moce bombardowania są wielokrotnie mniejsze i zazwyczaj nie stwarzające poważniejszych problemów technicznych. O tym jak poważne mogą być problemy w przypadku wystąpienia intensywnego zjawiska powielania niech świadczy poniższy przykład. Na podstawie wykonanych obliczeń grubość warstwy ładunku elektronów wtórnych przy $N = 1$ można osza-

cować na $g \approx \frac{1}{6} d$. Przyjmując jak w pkt. 5 gęstość w stanie nasycenia $\varrho_k \approx 10^{-2} \text{ C/m}^3$, dla przypadku dwóch powierzchni miedzianych umieszczonych w odległości $d = 3 \text{ mm}$, dla których $W_{b\min} = 200 \text{ eV}$ oraz $W_{b\max} = 2800 \text{ eV}$, gęstość mocy bombardowania dla $N = 1$ i $f = 3 \text{ GHz}$ może zawierać się w granicach od 300 W/cm^2 do 4200 W/cm^2 .

W wyniku bombardowania powierzchnie biorące udział w powielaniu nagrzewają się i jeśli odprowadzenie ciepła będzie niedostateczne może nastąpić znaczny przyrost temperatury prowadzący do intensywnego parowania. Z kolei pary ulegają jonizacji co zwykle powoduje powstanie wyładowania plazmowego a w konsekwencji częściowe lub całkowite zniszczenie narażonych elementów. Dotyczy to szczególnie przyrządów mikrofalowych pracujących na fali ciągłej.

7. WPŁYW ZAŁOŻEŃ UPRASZCZAJĄCYCH NA WYNIKI ANALIZY

7.1. EFEKT POWIELANIA W UKŁADACH O ZNACZNYCH WYMIARACH

W przypadku powierzchni o wymiarach stanowiących znaczną część długości fali należy uwzględnić zarówno przesunięcie fazy pola w.cz. w kierunku propagacji jak i zmiany amplitudy wynikające z istnienia fali stojącej.

Jeśli w rozwiązywanym przypadku $k \cdot \Delta x < 0,1\lambda$, gdzie k jest liczbą kolejnych zderzeń do wystąpienia stanu nasycenia ładunku, wtedy cały obszar powielania można podzielić na małe fragmenty spełniające założenie jednorodności i rozwiązanie całościowe traktować jako superpozycję rozwiązań cząstkowych. Należy przy tym zwrócić uwagę, że w przypadku fali bieżącej, wzdłuż kierunku propagacji równoległe ze zmianą fazy pola w.cz. zmienia się również optymalna faza bombardowania elektronowego co powoduje, że przy dostatecznie długim obszarze powielania zaciera się nieliniowy charakter obciążenia, omawiany w pkt. 5.

Występująca w przypadku uwzględnienia fali bieżącej dopplerowska zmiana częstotliwości pola w.cz. „widziana” przez elektron posiadający składową prędkość wzdłuż kierunku propagacji fali jest nieznaczna i nie ma ona praktycznego znaczenia.

7.2. ANALIZA ZJAWISKA POWIELANIA Z UWZGLĘDNIENIEM WEKTORA MAGNETYCZNEGO POLA W.CZ.

W analizie oddziaływania pomiędzy polem elektromagnetycznym w.cz. a elektronami w lampach mikrofalowych powszechnie pomija się oddziaływanie ze składową magnetyczną pola w.cz. bez szacowania wynikających stąd błędów. Wynika to między innymi z faktu, że w większości typów lamp mikrofalowych (poza żyrotronami) stosowane są periodyczne struktury opóźniające, w których pola elektryczne i magnetyczne są w znacznym stopniu rozdzielone; w obszarze oddziaływania występuje przede wszystkim elektryczne pole w.cz. Jednakże analizowane tu zjawisko powielania może zachodzić zarówno w przyrządach o maksymalnie rozdzielonych polach, np. w rezonatorach, jak i w przypadku linii z falą bieżącą typu TEM, gdzie mamy do czynienia z polem jednorodnym i gdzie ewentualnie błędy wynikające z pominięcia składowej magnetycznej mogą być znacznie większe. W celu oszacowania tych błędów opracowano odpowiednie programy na EMC, umożliwiające obliczenie U_{kr} i W_b w linii TEM z uwzględnieniem wektora magnetycznego pola w.cz. Zastosowano w tym celu dwie metody; rozwiązanie numeryczne układu różniczkowych równań ruchu elektronu metodą Rungego-Kutty oraz uziemiennienie indukcji poprzecznej $B_{\perp}$ w równaniach (26)÷(29). Przy obliczeniach zastosowano krok równy 0.001 T. Obliczenia przeprowadzono dla różnych stosunków $\frac{\omega_{cs}}{\omega}$ oraz

oraz $N = 1$ i 2, przy czym $\omega_{cs} = \frac{m}{e} \bar{B}_{w.cz.}$. Ponieważ dla fali TEM mamy $\bar{B}_{w.cz.} = \bar{E}_{w.cz.}/c$, gdzie c oznacza prędkości światła, zatem przy określonym napięciu krytycznym otrzymamy

$$\omega_{cs} = \frac{e \bar{U}_{kr}}{m c d}. \quad (61)$$

Pomiędzy stosunkiem ω_{cs}/ω a energią W_b istnieje określona relacja; podstawiając mianowicie do wzoru (61) wielkość $\bar{U}_{kr}$ określoną z wzoru (11) oraz odległość d z wzoru (12) otrzymamy:

$$\frac{\omega_{cs}}{\omega} \approx \frac{\sqrt{W_b}}{c\sqrt{2m}\sin\varphi} = 0,989 \cdot 10^{-3} \frac{\sqrt{W_b[\text{eV}]}}{\sin\varphi}. \quad (62)$$

Zauważmy, że stosunek ten zależy jedynie od W_b oraz kąta startu φ , nie zależy zaś od odległości między elektrodami i częstotliwości. Z tabeli 1 wynika zaś, że maksymalna energia jaka może być brana pod uwagę przy powielaniu z udziałem elektrod metalowych odpowiada $W_b = W_{b\max}(Pt) = 8 \text{ keV}$. Uwzględniając rozkład energii początkowej elektronów wtórnych, średni minimalny kąt startu elektronu można oszacować na $\varphi = 70^\circ$, natomiast maksymalny kąt startu, przy którym występuje jeszcze ogniskowanie fazowe, wynosi $\varphi = \varphi_s \approx 123^\circ$. A zatem wartość stosunku $\left(\frac{\omega_{cs}}{\omega}\right)_{\max} \approx 0,1$. Wartości tej, zgodnie

z wynikami obliczeń, odpowiada błąd określenia parametrów $\bar{U}_{kr}$ i W_b nie przekraczający — 0,3%, tzn., że wartości obliczone przy założeniu oddziaływania jedynie z polem elektrycznym w.c.z. są nieco mniejsze. Błąd ten szybko maleje wraz ze zmniejszaniem stosunku ω_{cs}/ω .

Uwzględnianie oddziaływania z polem magnetycznym w.c.z. ujawniło również istnienie pewnych różnic jakościowych w przebiegu zjawiska powielania. W odróżnieniu bowiem od skutków działania stałego poprzecznego pola magnetycznego (pkt. 2.7), pole magnetyczne w.c.z. powoduje zmianę znaku średniej krzywizny toru elektronu podczas każdego kolejnego przelotu między elektrodami, w wyniku czego powielano elektrony przesuwając się (dryfują) wzdłuż kierunku propagacji fali w.c.z. ze średnią prędkością rzędu $(0,5 \div 3) \times 10^6 \text{ m/s}$. Zatem do uzyskania odpowiedniej krotności powielania długość obszaru powielania w kierunku propagacji powinna być dostatecznie duża. Np. dla pasma S i elektrod miedzianych powinien to być obszar o długości co najmniej 10 mm. Oczywiście obszar ten może być znacznie mniejszy w obecności stałego wzdłużnego pola magnetycznego, o czym była już mowa w pkt. 2.6.

7.3. WPŁYW EFEKTÓW RELATYWISTYCZNYCH

Wpływ efektów relatywistycznych na wyniki analizy określono po wprowadzeniu do programu numerycznego omówionego w pkt. 6.2. poprawki na relatywistyczny przyrost masy elektronu. Na podstawie wykonanych obliczeń można przyjąć, że dla energii bombardowania $W_b \leq 8 \text{ keV}$ łączny błąd wynikający z pominięcia efektów relatywistycznych oraz oddziaływania elektronów z polem magnetycznym w.c.z. nie przekracza — 0,7% przy określaniu wartości $\bar{U}_{kr}$ oraz $\pm 0,3\%$ przy określaniu W_b . Błędy te szybko maleją wraz ze zmniejszaniem energii bombardowania W_b .

A zatem błędy wynikające z przyjętych założeń upraszczających są niewielkie i z praktycznego punktu widzenia do pominięcia. Uzasadnia to zdaniem autora pełną przydatność zaproponowanej w tym artykule uproszczonej metody analizy zjawiska synchronicznego powielania. Pozytywną stroną tej metody jest możliwość opisu analizowanego

zjawiska za pomocą kilku przejrzystych zależności analitycznych. Należy tu zauważyć, że większych błędów niż wymienione wyżej można oczekiwać w związku z niedostateczną znajomością rozkładów energii początkowej i kąta wylotu elektronów wtórnych.

BIBLIOGRAFIA

1. A. J. Hatch, H. B. Williams: *The secondary electron resonance mechanism of low-pressure high — frequency gas breakdown*. Journal of Applied Physics, 1954, Vol. 25, Nr 4
2. K. Krebs, H. Meerbach: *Die Pendelvervielfachung von Sekundärelektronen*. Ann. Physik 1955, t. 6, Nr 15
3. W. W. Harman: *Fundamentals of electronic motion*. New York Mc Graw — Hill Book Comp., 1953
4. H. Bruining: *Fizika i primienienije wtorigznej elektronnoj emissii*. Przekład z angielskiego. Moskwa, 1958
5. I. M. Bronsztein: *Wtorigznaja elektronnaja emissja*. Moskwa, 1969
6. W. A. Goworkow: *Pole elektryczne i magnetyczne*. Warszawa: W.N.T., 1962
7. A. H. Pickering: *Electronic tuning of magnetrons*. Microwave Journal, 1979, Nr 7
8. R. L. Kawarow i inni: *Issledowanije energetyckich spektrow wtorigznych elektronow pri upravljajemoj wtorigznoj elektronnoj emissii*. Radiotekhnika i Elektronika, 1985, tom 30, Nr 11
9. B. Mitchell: *Three new ways to tune a magnetron*. Microwave and RF, 1985, Nr 2. Streszczenie w Radiotekhnika Swierch Wysokich Czastot, 1986, Nr 13

M. MAJEWSKI

SYNCHRONOUS ELECTRON MULTIPLICATION IN R.F. ELECTROMAGNETIC FIELD WITH TWO CONDUCTING ELECTRODES

Summary

The subject of this paper is an electron multiplication appearing as a result of the bombardment of conducting electrodes with electrons accelerated in a R.F. electromagnetic field, known as a multipactor or resonant secondary emission effect. This phenomenon appears when the electron transit time between electrodes equals an odd multiple of R.F. field half-period and the bombarding energy is in the range where the secondary emission coefficient is higher than unity. The intensive electron multiplication may only occur in a certain definite range of the electron start phase angle with respect to R.F. field phase. In this range the electron phase focusing phenomenon can be observed. The critical strength of the R.F. electric field and the bombarding energy, for indispensable for the appearance of this phenomenon, are approximately proportional to the square of the product of the R.F. field frequency and the electrode distance. The rise time of the electron charge up to the saturation density depends, in the first place, on the secondary emission coefficient and usually equals a score or so of the R.F. field periods. Moreover, the author considers the influence of the constant electric field and the conditions of multiplication in the case of electrodes of different shapes.

M. MAJEWSKI

MULTIPLICATION SYNCHRONNE D'ELECTRONS DANS LE CHAMP ÉLECTROMAGNETIQUE DE HAUTE FREQUENCE À DEUX ELECTRODES CONDUCTRICES

Résumé

L'article traite le phénomène de multiplication d'électrons, se produisant à la suite du bombardement de la surface des électrodes par des électrons accélérés dans le champ électromagnétique de haute fréquence, (connu aussi sous le nom de l'effet des paquets multiples). Ce phénomène se produit moment où l'angle de la

durée de parcours d'un électron entre les électrodes est égal à l'impair multiple de la moitié de la période du champ de haute fréquence et l'énergie du bombardement est située dans l'étendue dans laquelle le taux d'émission secondaire du matériau des électrodes est supérieur à l'unité. La multiplication intense ne peut se produire que dans une certaine étendue de phase de départ de l'électron par rapport à la phase du champ de haute fréquence. Dans cette étendue a lieu une soit disant concentration de phase d'électrons. La valeur critique de l'intensité du champ électrique de haute fréquence, pour lequel les phénomènes ci-dessus nommés se produisent, ainsi que l'énergie du bombardement sont approximativement proportionnelles au carré du produit de pulsation du champ de haute fréquence et de la distance entre les électrodes. La durée de l'accroissement de la charge des électrons au cours du processus de multiplication jusqu'au moment de sa saturation dépend avant tout du taux d'émission secondaire et atteint plus d'une dizaine jusqu'à quelques dizaines de périodes du champ de haute fréquence. Un champ magnétique stable et longitudinal (dirigé conformément à la direction du vecteur du champ électrique de haute fréquence) augmente la possibilité de l'apparition de multiplication: le champ transversal fait élever la valeur critique du champ de haute fréquence et celle-ci, après avoir dépassé une certaine valeur déterminée, mène à l'effacement du phénomène de multiplication. L'étendue dans laquelle se produit ce phénomène constitue pour la source du champ de haute fréquence une impédance complexe non linéaire. Dans l'article on a considéré aussi l'influence de la dispersion de l'énergie initiale d'électrons secondaires ainsi que l'influence du champ électroque stable sur les paramètres de multiplication et aussi les conditions de multiplication dans les systèmes à différentes formes d'électrodes.

M. MAJEWSKI

SYNCHRONISCHE ELEKTRONENVERVIELFACHUNG IM ELEKTROMAGNETISCHEN HOCHFREQUENZFELD UNTER TEILNAHME VON ZWEI LEITELEKTRODEN

Zusammenfassung

Im Artikel wird der Effekt der Elektronenvervielfachung erwogen, der im Ergebnis der Bombardierung der Elektrodenoberfläche durch die im elektromagnetischen H.-F.-Feld beschleunigten Elektroden stattfindet. Dies ereignet sich, wenn die Laufzeit des Elektrones zwischen den Elektroden dem ungeraden Vielfachen der Halbperiode des H.-F.-Feldes gleich ist, und die Energie der Bombardierung im Bereich liegt, wo der Sekundäremissionsfaktor des Elektrodenmaterials größer als Einheit ist. Die intensive Vervielfachung kann lediglich in einem bestimmten Phasenbereich des Elektrodenstartes in Beziehung zur Phase des H.-F.-Feldes erfolgen. In diesem Bereich tritt die sog. Phasenfokussierung der Elektroden auf. Der kritische Wert der elektrischen Feldstärke, wobei die obengenannten Effekte auftreten, und die Bombardierungsenergie sind dem Quadrat des Produktes der Pulsation des H.-F.-Feldes und des Elektrodenabstandes annähernd proportional. Im weiteren wurde auch der Einfluß der Streuung der Anfangsenergie der Sekundärelektronen und der Einfluß des permanenten elektrischen Feldes auf die Vervielfachungsparameter, und auch die Vervielfachungsbedingungen in den Systemen mit verschiedenen Elektrodenformen erörtert.

К. МАЭВСКИ

СИНХРОННОЕ УМНОЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ С. В. Ч. С ДОЛЕЮ ДВУХ ПРОВОДЯЩИХ ЭЛЕКТРОДОВ

Резюме

Обсужден феномен умножения электронов возникающий в результате бомбардировки поверхностей проводящих электродов электронами ускоряемыми в электромагнитном поле с.в.ч. (известный тоже как мультипакторный эффект). Этот феномен выступает, когда время перелёта электрона между электродами равно нечётной кратности полупериода поля с.в.ч., а энергия бомбардировки заключается в интервале, в котором коэффициент вторичной эмиссии больше единицы. Интенсивное умножение может возникать только в некотором определённом интервале

фаз старта электрона по отношению к фазе поля с.в.ч. В этом интервале имеет место фазовая фокусировка электронов. Критическая величина напряженности поля с.в.ч., при которой возникает эффект умножения, а также энергия бомбардировки пропорциональны к квадратам частоты поля с.в.ч. и расстояния между электродами. Время нарастания электронного заряда до состояния насыщения заключается от нескольких до нескольких десятков периодов поля с.в.ч. Описано тоже влияние энергетического спектра вторичных электронов и постоянного электрического поля на параметры эффекта умножения а также условия умножения в системах с различными формами электродов.

SPIS TREŚCI

A. Szatkowski: <i>Metody geometryczne w opisie nieliniowych układów RLC: przestrzenie i równania dynamiczne układów RLC</i>	323
W. K. Gwarek: <i>Nowa wersja metody różnic skończonych w dziedzinie czasu w zastosowaniu do analizy dwuwymiarowych obwodów mikrofalowych</i>	336
A. Brykalski: <i>Wyznaczanie parametrów transmitancji zastępczych, obiektów z opóźnieniem rozłożonym, metodami analizy numerycznej</i>	339
R. Porada: <i>Model matematyczny falownika tyrystorowego o komutacji sieciowej w metodzie przestrzeni stanów</i>	357
L. Wroński: <i>Metoda wykrywania uszkodzeń w czasie rzeczywistym w prostych mikroprogramowanych kontrolerach</i>	394
M. Wójcik: <i>Algorytm automatycznej segmentacji pewnych klas obrazów binarnych</i>	397
R. Rakowski: <i>Wydaźność informacyjna i informacyjna miara awaryjności narzędzi pomiarowych</i>	427
K. M. Abramski, W. Michalski, R. Nowicki, H. Percak, E. F. Pliński: <i>Wzorce częstotliwości</i>	437
L. Wronkowski: <i>Wpływ zmian przestrzennego usytuowania wzorców inkrementalnych w optoelektronicznych przetwornikach na błędy fazy powstałych w nich sygnałów</i>	459
L. Wronkowski: <i>Optyczne przesuwniki fazy i ich wpływ na dokładność pracy optoelektronicznych przetworników inkrementalnych</i>	473
M. Wójcik: <i>Rozpoznawanie obrazów przez obliczanie liczb obiektów wewnątrz operatora śledzącego linię</i>	508
J. Gębała: <i>Metoda obliczania nieekwipotencjalnych i nieliniowych układów uziomowych stacji elektroenergetycznych</i>	540
S. Rawicki: <i>Równania wyjściowe do obliczania prądów i momentu trójfazowej maszyny indukcyjnej pierścieniowej przy odkształconym napięciu zasilającym z uwzględnieniem wyższych harmonicznych rozkładu przestrzennego pola magnetycznego</i>	554
M. Nowak: <i>Komputerowa symulacja i analiza napięć formowanych według metody modulacji szerokości impulsów w zastosowaniu do projektowania napędów z silnikami asynchronicznymi</i>	517
G. Kamiński, A. Biczek: <i>Pole prędkości synchronicznej silnika asynchronicznego z twornikiem sferycznym</i>	587
W. Przyborowski: <i>Modele i pola prądów zastępczych w strefie aktywnej turbogeneratorów</i>	601
J. Morawski: <i>Zastosowanie prostownika tranzystorowo-diodowego do regulacji napięcia samochodowej prądnicy prądu przemiennego ze wzbudzeniem magnetoelektrycznym</i>	615
M. Wyszomirski: <i>Zastosowanie symulacji komputerowej do analizy energetycznej konwertera Čuka</i>	627
R. Zybert: <i>Ocena intensywności wyładowań niezupełnych</i>	639
M. Majewski: <i>Synchroniczne powielanie elektronów w polu elektromagnetycznym wielkiej częstotliwości z udziałem dwóch elektrod</i>	665

CONTENTS — TABLE DES MATIERES — INHALT

A. Szatkowski: <i>Geometrical methods in the description of non-linear RLC circuits: dynamic equations and spaces of RLC systems</i>	299
<i>Méthodes géométriques dans la description des systèmes non linéaires RLC: espaces et équations dynamiques des systèmes RLC</i>	324

Geometrische Methoden für die Beschreibung der nichtlinearen RLC Schaltungen: Räume und dynamische Gleichungen der RLC-Schaltungen	
W. K. Gwarek: <i>Alternative method of finite differences in the time domain as applied to the analysis of two-dimensional microwave circuit</i>	336
<i>Nouvelle version de la methode de différences finies dans le domaine de temps appliquée a l'analyse des circuits de micro-ondes -bidimensionnels</i>	
<i>Neue Variante der Methode beendeter Differenzen im Zeitbereich zwecks Anwendung für eine zweidimensionale Analyse von Mikrowellenkreisen</i>	
A. Brykalski: <i>Determination of parameters of equivalent transmittance of object with distributed delay by means of numerical methods</i>	355
<i>Designation des paramètres de transmittance des organes équivalents à retard reparté à l'aide des méthodes d'analyse numérique</i>	
<i>Parameterbestimmung der Ersatzübergangsfunktionen von Objekten mit verteilter Verzugszeit mittels Methodender numerischen Analyse</i>	357
R. Porada: <i>Mathematical model of a thyristor inverter with mains commutation by state space method</i>	380
<i>Modele mathématique d'un onduleur à thyristor à commutation réticulaire dans la methode de l'espace des états</i>	381
<i>Mathematisches Modell eines Thyristor-Wechselrichters mit Netzkommutierung für die Methode des Zustandsraumes</i>	
L. Wroński: <i>A method for concurrent fault detection in simple microprogrammed controllers</i>	383
<i>Méthode de détection des défauts dans les contrôleurs microprogrammés</i>	394
<i>Defektendeckungsverfahren für die Echtzeit bei einfachen mikroprogrammierten Kontrollern</i>	395
Z. M. Wójcik: <i>Algorithm of automatic segmentation of certain classes of binary images</i>	424
<i>Algorithme de la segmentation automatique de certaines classes d'image binaires</i>	
<i>Algorithmus automatischer Segmentierung mancher Klassen der Binärbilder</i>	
R. Rakowski: <i>Information efficiency and information loss of measuring systems</i>	434
<i>Efficacité de l'information et mesure des défauts d'information des instruments de mesure</i>	435
<i>Metrologische Leistung und informative Messgröße der Unzuverlässigkeit von Messgeräten</i>	
K. M. Abramski W. Michalski, R. Nowicki, H. Percak, E. F. Pliński: <i>Laser frequency standards</i>	456
<i>Etalon de fréquence à laser</i>	
<i>Leserfrequenzstandarden</i>	457
L. Wronkowski: <i>Influence of changes of spatial location of incremental gauges in optoelectronic transducers on the phase error of the signal produced</i>	470
<i>Influence du changement de la position spatiale des règles incrémentales utilisées en transmetteurs optoélectroniques de mesure sur l'erreur de phase des signaux de sortie</i>	
<i>Einfluß der räumlichen Lageänderung inkrementaler Massstäbe in optoelektrischen Wändlern auf die Phasenfehler der erzeugten Meßsignale</i>	471
L. Wronkowski: <i>Optical phase shifters and their influence on accuracy of optoelectronic incremental gauges</i>	486
<i>Decaleurs potiques de phase et leur influence sur l'exactitude des transmetteurs optoélectroniques de mesure</i>	
<i>Optischer Phasenschieber und sein Eonfluss auf die Betriebsgenaigkeit der optoelektrischen inkrementalen Meßwandler</i>	
Z. M. Wójcik: <i>Recognition of image through counting zhe number of objects inside operator tracking lines</i>	489
<i>Reconnaissance des formes moyennant des nombres objets comptés suivant des lignes sur un opérateur</i>	508
<i>Erkennung der Bilder mittels Zahlenberechnung von von Objekten im Innern des die Linien nachführenden Operators</i>	509

J. Gębala: A method of calculating non-equipotential and non-linear earthing systems of power stations	511
Méthode de calcul de non-equipotentiels et non-linéaires systèmes de prises de terre des stations électroenergetiques alimentées par courant alternatif	540
Berechnungsmethode für nichtequipotentielle und nichtlineare Erdesysteme elektroenergetischer, mit Wechselströmen gespeister Stationen	541
S. Rawicki: Basic equations for calculation of current and torque components of a three-phase slip-ring induction machine with space harmonics at non-sinusoidal feeding	543
Equations de sortie pour calculer les courants et le moment d'une machine d'induction triphasée à bagues collectrices à tension d'alimentation non sinusoïdale prenant en considération les harmoniques supérieurs de la répartition spatiale du champ magnétique	554
Ausgangsgleichungen für die Berechnung der Ströme- und Drehmomentkomponenten einer dreiphasigen Schleifringläufermaschine bei mehrwelliger Speisespannung unter Berücksichtigung der Raumharmonischen	555
M. Nowak: Computer simulation and analysis of PWM voltages used for the design of induction motor drives	585
Simulation à l'aide d'un ordinateur et analyse des tensions définies avec la méthode de modulation de la largeur des impulsions appliquées à projeter les propulsions avec un moteur à induction	
Digitale Computersimulation und Analyse der nach dem Unterschwingungsverfahren eingeprägten Spannungen für das Entwerfen von Antrieben mit Induktionsmotoren	
G. Kamiński, A. Biczek: Synchronous velocity fields of the asynchronous motors with spherical armature	599
Champ de la vitesse de synchronisme d'un moteur asynchrone à induit sphérique	600
Synchrondrehzahlfeld eines Asynchronmotors mit Kugellanker	600
W. Przyborski: Models and equivalent current fields in the active zone of turbo-generators	613
Modèle et champ des courants équivalents dans la zone active des turbogénérateurs	613
Modelle und Ersatzstromfelder in aktiver Zone von Turbogeneratoren	613
J. Morawski: Application of transistor-diode rectifier for voltage control of A. C. generator with magneto-electric excitation	625
Redresseur à transistor-diode appliqué à la régulation de la tension d'un générateur d'automobile courant alternatif avec excitation magnétoélectrique	
Anwendung eines Transistor — Diodengleichrichters für die Spannungsreglung dies Lichtwechselstrom generators mit elektromagnetischer Erregung	
M. Wyszomirski: Application of computer simulation to power flow analysis of Čuk converter	636
Emploi de la simulation d'ordinateur dans l'analyse énergétique du convertisseur Čuk	
Anwendung der Rechnersimulation für die energetische Analyse des Čuk-Konverters	
R. Zybert: Assessment of the intensity of partial discharges (PD)	662
Estimation de l'intensité des décharges partielles	663
Einschätzung der Intensität von Teilentladungen	
M. Majewski: Synchronous electron multiplication in r.f. electromagnetic field with two conducting electrodes	693
Multiplication synchrone d'électrons dans le champ électromagnétique de haute fréquence à deux électrodes conductrices	
Synchronische Elektronenvervielfachung im elektromagnetischen Hochfrequenzfeld unter Teilnahme von zwei Leitelektroden	694

СОДЕРЖАНИЕ

A. Шатковски: Геометрические методы для описания нелинейных ELC цепей: пространства и динамические уравнения RLC цепей	323
--	-----

В. К. Гварек: О использовании метода конечных разностей для анализа двухмерных СВЧ цепей во временной области	337
А. Брыкальски: Определение параметров эквивалентных переходных функции, объектов с распределенным запаздыванием методами численного анализа	355
Р. Порада: Математическая модель тиристорного инвертора с сетевой коммутацией в методе пространства состояний	381
Л. Вроньски: Метод обнаруживания ошибок в управляющих устройствах	395
З. М. Вуйчик: Алгоритм автоматической сегментации некоторых классов бинарных образов	425
Р. Раковски: Информационный коэффициент полезного действия мерой аварийности измерительных устройств	435
К. Абрамски, В. Михальски, Р. Новицки, Г. Пэрцак, Э. Плиньски: Лазерные эталоны частоты	457
Л. Вронковски: Влияние изменения пространственного размещения инкрементальных эталонов в оптоэлектронных преобразователях на погрешности фазы возникающих в них сигналов	471
Л. Вронковски: Оптические сместители фазы и их влияние на точность работы оптоэлектронных инкрементальных преобразователей	487
З. М. Вуйчик: Распознавание образов путем подсчёта количества объектов внутри оператора наблюдающего за линиями	509
Ю. Гембалья: Метод расчёта неэквипотенциальных и нелинейных заземляющих систем электроэнергетических станций питаемых переменными токами	541
С. Равицки: Исходные уравнения для вычисления токов и момента трёхфазной индукционной машины с фазовым ротором при несинусоидальном напряжении питания и с учётом высших пространственных гармоник	555
М. Новак: Компьютерная симуляция и анализ напряжений формируемых методом модуляции ширины импульсов в применении к проектированию приводов с асинхронными двигателями	586
Г. Каминьски А. Бичель: Поле синхронной скорости асинхронного двигателя со сферическим якорем	601
В. Пшиборовски: Модель и поле замещенных токов в активной зоне турбогенераторов	613
Е. Моравски: Применение транзисторно-диодного регулятора напряжения автомобильного альтернатора с возбуждением от постоянных магнитов	625
М. Вышомирски: Применение симуляции на ЭВМ для энергетического анализа преобразователя Чука	637
Р. Зыберт: Оценка интенсивности частичных разрядов	663
М. Маевски: Синхронное умножение электронов в электромагнитном поле с в.ч. с двумя проводящими электродами	694

WYTYCZNE DLA AUTORÓW

Komitet Redakcyjny prosi o przestrzeganie następujących wytycznych przy przygotowywaniu maszynopisów artykułów nadsyłanych do opublikowania.

1. *Tematyka i charakter artykułów.* Redakcja przyjmuje do druku prace przeglądowe, kompilacyjne i monograficzne, wchodzące w zakres szeroko pojętej elektrotechniki, które powinny jednak zawierać własny wkład twórczy Autora polegający na: oryginalnym ujęciu zagadnienia, własnej klasyfikacji, krytycznej ocenie (teorii lub metod), wyciągnięciu wniosków co do celowości takiego lub innego działania, prognoście itp. Autorów obowiązuje jak najdalej posunięta zwięzłość.

2. *Wymagania podstawowe.* Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie, w dwóch egzemplarzach, w zasadzie w języku polskim; dopuszczalne są jednak również artykuły w językach: angielskim, francuskim, niemieckim i rosyjskim. Maszynopis powinien być napisany jednostronnie przez czarną taśmę, na maszynie do pisania z niezabrudzonymi i nieuszkodzonymi znakami. Dopuszcza się odręczne czytelne uzupełnianie tekstu atramentem lub długopisem kolorem czarnym lub ciemnoniebieskim znaków specjalnych oraz znaków w językach, których alfabetów nie ma na maszynach do pisania, np. znaków matematycznych, chemicznych, liter greckich. Maszynopis powinien być napisany na papierze do maszyny do pisania koloru białego, formatu A4; numeracja ciągła na wszystkich stronach.

3. *Sposób pisania tekstu.* Tekst w maszynopisie powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się specjowania (rozstrzelenia), podkreślania i pisania tekstów dużymi literami, z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie (zwykłym ołówkiem) za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych (podkreślenie linią przerywaną — spacjowanie, podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężykiem — kursywa itp.). Na jednej stronie maszynopisu powinno być 30 wierszy po około 60 znaków łącznie z odstępami. Marginesy każdej strony powinny mieć następujące wymiary: górny — ok. 25 mm, lewy — ok. 35 mm. Tekst maszynopisu powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami; tytuły i podtytuły małymi literami. Akapity należy rozpoczynać z wcięciem równym trzem uderzeniom maszyny do pisania.

4. *Sposób pisania tablic.* Tablice powinny być napisane w układzie zbliżonym do układu zercerskiego. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi; u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu.

5. *Sposób pisanie wzorów matematycznych.* Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi: strzałki, linie, kropki, daszki itp. powinny być napisane dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów należy umieszczać z prawej strony.

6. *Przygotowanie materiału ilustracyjnego.* Rysunki, wykresy i fotografie należy wykonywać zgodnie z obowiązującymi normami Polskiego Komitetu Normalizacji, Miar i Jakości (oznaczonymi literą E i numeracją od 01200 do 01245; przydatna może się okazać książka K. Michela, T. Sapińskiego: „Rysunek techniczny elektryczny”), na oddzielnych arkuszach, z podaniem kolejnych numerów rysunków. W maszynopisie artykułu na marginesie, obok właściwego tekstu, należy podać jedynie odnośny numer rysunku, a na oddzielnym arkuszu wykaz podpisów pod rysunki. Wszystkie rysunki, wykresy i fotografie należy nazywać w tekście rysunkami (skrót: rys.). U samego dołu rysunku (a przy fotografiach na odwrocie) należy wpisać czytelnie numer rysunku, tytuł pracy i nazwisko autora. Ostateczne wykonanie rysunków obowiązuje Redakcję.

7. *Streszczenia.* Do każdej nadsyłanej pracy należy dołączyć krótkie streszczenie (analizę) w języku polskim (w 5 egz.) oraz streszczenie (w 2 egz.) w językach obcych: angielskim, francuskim,

niemieckim i rosyjskim. W razie niemożności przygotowania streszczeń w językach obcych Autor powinien podać przynajmniej terminy obcojęzyczne niezbędne do wykonania tłumaczenia.

8. *Bibliografia*. Na końcu maszynopisu należy podać w przyjętej przez Autora kolejności (np. chronologicznej, alfabetycznej itp.) wykaz publikacji, na które Autor w tekście się powołuje, lub które uważa za słuszne wymienić z innych powodów. W każdej pozycji wykazu należy podać w następującej kolejności: pierwsze litery imion, nazwisko autora, po czym po przecinku pełny tytuł dzieła lub artykułu; dalej, w przypadku książki — wydawcę, miejsce wydania i rok, a w przypadku artykułu — tytuł czasopisma, numer zeszytu, rok wydania i ewent. numer strony. Pozycje wykazu powinny być ponumerowane.

9. *Informacje dodatkowe*.

— Niezastosowanie się Autora do podanych wyżej wytycznych pociągnie za sobą konieczność potrącenia z honorarium autorskiego kosztów związanych z doprowadzeniem dostarczonych materiałów do postaci wymaganej przez Redakcję.

— Autorowi przysługuje bezpłatnie 25 egz. odbitek pracy. Dodatkowe egzemplarze Autor może zamówić w Redakcji na własny koszt.

— Autora obowiązuje korekta autorska, którą należy zwracać w ciągu 3 dni pod adresem Redakcji.

— Redakcja prosi Autorów o podawanie miejsca pracy i adresu prywatnego, a także o powiadamianie o zmianie adresu.

NOTATKI

NOTATKI

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

Prenumeratę na kraj przyjmują i informacji o cenach udzielają urzędy pocztowe i doręczyciele na wsi oraz Oddziały RSW „Prasa-Książka-Ruch” w miastach.

Prenumeratę ze zleceniem wysyłki za granicę przyjmuje RSW „Prasa-Książka-Ruch”, Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, ul. Towarowa 28, 00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział w Warszawie Nr 370044. Wysyłka za granicę pocztą zwykłą jest droższa od prenumeraty krajowej o 50% dla zleceniodawców indywidualnych i o 100% dla zlecających instytucji i zakładów pracy.

Terminy przyjmowania prenumerat na kraj i za granicę:

- do dnia 10 listopada na I półrocze roku następnego i na cały rok następny,
- do dnia 1 czerwca na II półrocze roku bieżącego.

Bieżące i archiwalne numery można nabyć lub zamówić we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa.

Subscription orders for all the magazines published in Poland available through the local press distributors or directly through the Foreign Trade Enterprise ARS POLONA, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland. Our bankers: BANK HANDLOWY WARSZAWA S.A.

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

PLISSN 0035-9386

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXIV — ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1988

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXIV — ZESZYT 3

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1988

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący

prof. dr inż. ADAM SMOLIŃSKI
członek rzeczywisty PAN

Członkowie

prof. dr hab. DANIEL JÓZEF BEM, prof. dr hab. inż. MICHAŁ BIAŁKO — czł. rzecz. PAN, prof. dr inż. KAZIMIERZ DZIECIOŁOWSKI, prof. dr hab. inż. STEFAN HAHN — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ HAŁAS, prof. dr inż. ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr hab. inż. BOHDAN MROZIEWICZ, prof. dr inż. JERZY OSIOWSKI, prof. dr inż. WITOLD ROSIŃSKI, prof. dr inż. STANISŁAW SŁAWIŃSKI, prof. dr hab. inż. STEFAN WĘGRZYN, prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI, prof. dr inż. ANDRZEJ ZIELIŃSKI, prof. dr inż. MARIAN ZIENTARSKI

REDAKCJA

Redaktor Naczelny

prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI

Zastępca Redaktora Naczelnego

doc. dr inż. KRYSTYN PLEWKO

Sekretarz Odpowiedzialny

mgr KRYSTYNA LELAKOWSKA

ADRES REDAKCJI

00-665 Warszawa, ul. Nowowiejska 15/19
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 401

Dyżury Redakcji: środy i piątki, godz. 11—13
tel. 28 89 81 lub 210 07-737

Telefony domowe: redaktora naczelnego — 12 17 65
zastępcy redaktora naczelnego — 26 83 41
sekretarza odpowiedzialnego — 25 29 18

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Młodowa 10

Nakład 510 (420+90)	Oddano do składania 3.III.1988 r.
Ark. wyd. 27,0 Ark. druk. 21,0	Podpisano do druku w czerwcu 1989 r.
Papier offset. kl. III, 70 g, 70×100	Druk ukończono w lipcu 1989 r.
Zamówienie nr 6241/12/88. A-81	Cena zł 250,—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

K O M U N I K A T

Uprzejmie informujemy AUTORÓW i CZYTELNIKÓW, że
ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE
decyzją Wydziału IV Nauk Technicznych Polskiej Akademii Nauk są obecnie czasopismem
KOMITETU ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI PAN

natomiast Archiwum Elektrotechniki jest czasopismem Komitetu Elektrotechniki PAN. W związku z powyższym ulegają zmianie profile tematyczne obu tych kwartalników.

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE publikować będą prace naukowe związane z podstawami elektroniki i telekomunikacji oraz prace z zakresu mikroelektroniki i optoelektroniki oraz zastosowań elektroniki, radiotechniki, telekomunikacji i elektroniki medycznej.

Zamieszczane będą prace oryginalne, w tym przyczynkowe oraz zawierające analizy porównawcze metod lub systemów, systematyczne ujęcie określonej dziedziny wiedzy, omówienie aktualnego stanu lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienia perspektyw rozwojowych. Czasopismo jest przeznaczone dla specjalistów oraz studentów zajmujących się powyższą tematyką.

Archiwum Elektrotechniki natomiast publikować będzie prace naukowe dotyczące podstaw elektrotechniki i elektrotechniki teoretycznej oraz prace z zakresu energoelektroniki, elektroenergetyki, konstrukcji maszyn i urządzeń elektrycznych itp.

Redakcja ROZPRAW ELEKTROTECHNICZNYCH poczynając od początku roku 1988 przyjmować będzie prace odpowiadające nowemu profilowi tematycznemu czasopisma. Nadsyłane do naszej redakcji artykuły o tematyce elektrotechnicznej będą za zgodą autora przekazywane do Redakcji Archiwum Elektrotechniki do ewentualnego opublikowania w tym kwartalniku.

Redakcja
ROZPRAW ELEKTROTECHNICZNYCH

Życie i prace Stanisława Fryzego — w stulecie urodzin

PROF. DR STEFAN WĘGRZYN

Stanisław FRYZE urodził się w Krakowie, 1 grudnia 1885 roku. Cofnijmy się do klimatu tamtych czasów. Kończy się wiek XIX. W Paryżu właśnie odbywa się w 1881 r. Pierwsza Międzynarodowa Wystawa Elektrotechniczna, na której Tomasz Alfa Edison instaluje 1000 elektrycznych żarówek węglowych zasilanych przez największą podówczas „dynamomaszynę Jumbo”.

Prawie wszystkie państwa starają się pokazać wszystko co najlepszego stworzyła ówczesna elektrotechnika; demonstruje się więc pierwsze urządzenia do wytwarzania, transportu i wykorzystywania energii elektrycznej (generatory, transformatory, silniki). Pokazano w ruchu małą kolej elektryczną i łódkę poruszaną silnikiem elektrycznym, a także telegraf i budzący wówczas podziw telefon. Jednocześnie w czasie Wystawy odbywa się Pierwszy Międzynarodowy Kongres Elektryków, na którym są obecni: Helmholtz, Thomson, Clausius, Edison, Siemens i wielu wielu innych sławnych fizyków i elektryków. Kongres wprowadza do nauki dla potrzeb nowej dziedziny, elektrotechniki, nowe jednostki: wolt V, amper A, om Ω , kolomb C, farad F, uwieczniając w tych nazwach nazwiska Volta, Ampera, Ohma, Coulomba, Faradaya, a więc nazwiska tych uczonych, tych ludzi, których odkrycia i dzieła wytyczyły pierwsze drogi rozwoju nauki o elektryczności.

Kongres zakończył sędziwy Dumas następującymi słowami:
„Mitologia grecka podporządkowała wiatr, wodę, ogień bóstwom drugorzędnym, a tylko piorun wręczyła bogowi — bogów, Zeusowi. Po upływie wieków i tysiącleci człowiek przy pomocy nauki opanował nie tylko wiatr, wodę i ogień. Zdobywa się na ostatni wysiłek i w naszych oczach wyrwa piorun z rąk Zeusa.

Rozbrojono bogów greckich.

Wstępujemy w wielki wiek elektryczności”

Jakim optymizmem tchną te słowa!

A w Polsce? W Polsce na przełomie 19-tego i 20 wieku, nie posiadającej wówczas swego niepodległego bytu państwowego i podzielonej między trzy państwa zaborcze, jest to okres Żeromskiego, Sienkiewicza, Prusa, Kraszewskiego. W Krakowie działa powołana w 1872 roku Akademia Umiejętności i tu właśnie, w tym mieście często z różnych okazji odbywają się patriotyczne zjazdy Polaków z różnych zaborów. Z Katedry Wawelskiej odzywa się wówczas królewski dzwon Zygmunta, a z wieży mariackiej płyną na miasto i Kraj marjackie hejnały. Społeczeństwo funduje pomnik Mickiewicza, rodzi się Muzeum Narodowe, na scenach teatrów występują Solski i Modrzejewska.

ukochanej elektrotechnice. Tu powstają jego najlepsze prace naukowe, tu powstaje trylogia jego życia, 3-tomowy skrypt Elektrotechniki Ogólnej liczący 2500 stron.

O tej Trylogii Elektrotechniki FRYZE tak pisze:

„Podręcznik Elektrotechniki Ogólnej kosztował mnie niesłuchanie wiele trudów i zawiera mnóstwo nowych, nieznanych dotąd tez, wzorów, uproszczeń dotychczasowych metod analizy lub obliczeń. Pewne rozdziały lub ustępy stanowią poważne i oryginalne rozprawy naukowe, dotąd z braku pomocy nie ogłoszone drukiem”.

FRYZE pisze „Z braku pomocy nie ogłoszone drukiem”. Należy to rozumieć w najściślej tego słowa znaczeniu. FRYZE miał w swojej Katedrze Elektrotechniki Ogólnej Politechniki Lwowskiej tylko jednego asystenta i jednego laboranta! Drugiego asystenta w Katedrze musiał opłacać sam, z własnych poborów. Mimo to dla potrzeb wykładów opracowuje i buduje 650 demonstracyjnych zestawów, każdy eksponujący jakieś prawo czy zjawisko ważne z elektrotechnicznego punktu widzenia. Tak mija 14 lat wszechpochlaniającej go pracy naukowej, dydaktycznej i zawodowej jako profesora Wyższej Uczelni, pracy nad wykształceniem pokolenia elektryków, pracy, która dla FRYZEGO była tym co samo życie.

W dniu 17 października 1934 roku, a więc po 9 latach pracy jako profesora nadzwyczajnego, zostaje dekretem Prezydenta Rzeczypospolitej mianowany profesorem zwyczajnym Elektrotechniki Ogólnej na Wydziale Mechanicznym Politechniki Lwowskiej. Wykłada Elektrotechnikę ogólną i Teoretyczną dla elektryków na Wydziale Mechanicznym oraz Zasady Elektrotechniki dla Wydziałów: Chemicznego, Inżynierii i Rolniczego.

Oprócz profesorskich wykładów dla studentów Politechniki wygłasza FRYZE specjalne wykłady popularne dla słuchaczy spoza Politechniki — dla dorosłych i na życzenie Kuratorium Okręgu Szkolnego — dla młodzieży szkół średnich. Cieszyły się one zawsze ogromnym powodzeniem i tak liczną frekwencją, że trzeba było je kilkakrotnie powtarzać, mimo że odbywały się w największej amfiteatralnie zbudowanej sali Politechniki Lwowskiej. Rok 1939; — Druga Wojna Światowa przerywa tylko częściowo pracę pedagogiczną FRYZEGO na Politechnice Lwowskiej.

Wysszają Atestacjonną Komisją Wsesujuznowo Komiteta po Diełam Wyższej Szkoły potwierdza stanowisko FRYZEGO w charakterze profesora zwyczajnego Katedry Elektrotechniki Lwowskiej Politechnicznego Instytutu.

Rok 1941/42 — Politechnika Lwowska zostaje przemianowana na Staatliche Fachkurse i przechodzi pod Zarząd Komisaryczny, a FRYZE potwierdzony zostaje jako Lehrkraft in den Technischen Fachkursen Lemberg.

I kolejny rok, rok 1944 — FRYZE jest znów profesorem zwyczajnym Lwowskiego Politechnicznego Instytutu i przewodniczącym Komisji Egzaminów Dyplomowych. W latach 1943/44 i 1944/45 pełni obowiązki Dziekana Wydziału Elektrotechnicznego. Koniec Drugiej Wojny Światowej — okres repatriacji; okres ściągania do Ojczyzny setek tysięcy, tysięcy obywateli polskich, którym wojna nie oszczędziła żadnych trudnych dni. Nie oszczędziła ich również FRYZEMU.

Otrzymuje propozycję objęcia Katedry z dwóch polskich Wyższych Uczelni z Politechniki Śląskiej i z Politechniki Wrocławskiej. Wybiera Politechnikę Śląską i jako repatriant w zorganizowanym transporcie pracowników Politechniki Lwowskiej wysiada na dworcu w Gliwicach w dniu 13 lipca 1946 r. by rozpocząć osiemnastoletni okres pracy

techniki Lwowskiej, który w 1925 r. (dwa lata po doktoracie) powołuje go w charakterze profesora nadzwyczajnego na Katedrę Elektrotechniki Ogólnej Politechniki Lwowskiej.

Młody profesor zaczyna w 1925 roku swą działalność. Posłuchajmy co na ten temat mówi Prof. Paweł Nowacki, ówczesny student Oddziału Elektrycznego Wydziału Mechanicznego Politechniki Lwowskiej.

„W chwili powołania Dr Stanisława FRYZEGO we wrześniu 1925 roku na profesora nadzwyczajnego i kierownika Katedry Elektrotechniki Ogólnej w Politechnice Lwowskiej, byłem studentem II-go roku Oddziału Elektrotechnicznego Wydziału Mechanicznego Politechniki Lwowskiej i słuchałem w roku akademickim 1925/1926 pierwszych Jego wykładów jako profesora.

Wykłady profesora FRYZEGO były przygotowane wzorowo, wszelkie sformułowania były niezwykle poprawne, a definicje bardzo precyzyjne. Równocześnie wykład był poprowadzony z niezwykłym temperamentem i często okraszony dowcipnymi przykładami. Ujęcie przedmiotu nacechowane było głębokim przygotowaniem, gruntownym opanowaniem tematyki i oryginalnością interpretacji. Każde zjawisko było najpierw opisane, następnie zilustrowane odpowiednią demonstracją, po czym Profesor objaśniał zjawisko plastycznie i zrozumiale i wreszcie ujmował je w odpowiednie wzory matematyczne.

Ćwiczenia odbywały się regularnie, przy czym cały materiał od początku pierwszego wykładu musiał być przez studenta opanowany, to znaczy, że student musiał materiał wyłożony zrozumieć. Bardzo często przerwy przeznaczone były na dyskusję, przy czym każdy student miał prawo do zabierania głosu, profesor FRYZE był nawet rad, o ile student miał inne poglądy i interpretował omówione na wykładzie zjawiska w odmienny sposób, aniżeli to czynił profesor. Ten stały i żywy kontakt Profesora ze studentami był jedną z wielu zalet Jego wykładów. Materiał był wyłożony przez Profesora w sposób nadzwyczaj plastyczny i wyraźny, to co w wykładzie było najważniejsze było przez Niego specjalnie podkreślane żywymi gestami i intonacją głosu. Pierwszych wykładów rocznych Profesor FRYZE oczywiście nie skończył w terminie, siedzieliśmy aż do 15 lipca 1926 roku na Jego wykładach, ale nikt z nas tego nie żałował, nikt nie protestował, gdyż wykłady były fascynujące, tak, że z przyjemnością uczyliśmy się — Profesor wpoił w nas, że nie wszystko co wyłożone zostało w podręcznikach jest nienaruszalnym dogmatem, zachęcał do samodzielnego i krytycznego myślenia, zachęcał do publikacji własnych prac, uczył nas wiary we własne siły”.

A teraz posłuchajmy głosów innych jego słuchaczy z czasów profesury w Politechnice Lwowskiej. W zapisach FRYZEGO znalazłem taki fragment listu od jego byłych studentów, którzy w momencie pisania tego listu byli już inżynierami pracującymi w Anglii. „Drogi Profesorze odrobił Pan swoją robotę na 101 i dużo roboty za innych. Przypuszczamy, że nasz list nie jest pierwszym tego rodzaju, ale tak na wszelki wypadek piszemy — może Panu będzie przyjemnie wiedzieć, że jesteśmy Panu wdzięczni”. I dalej „Gdybyśmy po drugim roku natrafili na drugiego takiego entuzjastę jak Pan o tak jasnym sposobie myślenia to moglibyśmy wypaść znacznie lepiej”.

Myślę, że te wspomnienia słuchaczy Stanisława FRYZEGO dobrze oddają klimat tamtych lat — lat profesury FRYZEGO na Politechnice Lwowskiej. Nic dziwnego, że Lwów stał się ukochanym miastem FRYZEGO, tu znalazł to do czego dążył od czasu dzieciństwa i młodości — możliwość pracy naukowej, dydaktycznej i zawodowej w swej

Jak te czasy, czasy jego dzieciństwa i młodości, wspomina Stanisław FRYZE. W jego rękopisach z 1954 roku znalazłem taki zapissek:

„Wielki rozwój elektrotechniki rozpoczął się około 1900 r., a więc już na oczach wielu ludzi tzw. starej generacji. Nasz mistrz Solski miał już wtedy lat 45 i święcił pierwszy jubileusz 25-letniej pracy na scenie, a ja zdekompletowałem ojcu telefon wzięty do naprawy i wyjętym z niego induktorem Siemens'a elektryzowałem domowników i kolegów. Oczywiście to pierwsze doświadczenie elektrotechniczne zakończyło się laniem; mimo to jednak już wówczas postanowiłem, że będę elektrotechnikiem”. I tego postanowienia z dzieciństwa FRYZE dotrzymał, został elektrotechnikiem i to jednym z najwybitniejszych polskich elektrotechników. Ale droga do tego była jeszcze daleka i trudna, wypełniona pracą wyłożoną, ustawiczną pracą.

Najpierw więc uczęszcza w Krakowie do Szkoły Realnej, następnie przenosi się do Szkoły Przemysłowej, gdzie wówczas wykładowcami są ludzie tej miary co Stanisław Anczyc czy Maksymilian Huber. Kończy ją, zdaje Egzamin Główny w 1905 roku, co otwiera mu drogę do pracy zawodowej. Pracuje w firmie Austriackie Zakłady Siemens-Schuckert w oddziałach w Krakowie, w Wiedniu i we Lwowie. Pracę zawodową przerywa mu powołanie do 1-roczonej służby w austriackiej marynarce wojennej w Poli, w dzisiejszej Jugosławii.

Pracując zawodowo i odbywając jednoroczną służbę wojskową wciąż jednak myśli o dalszej pracy naukowej i nie rezygnuje ze studiów wyższych w jedynej wówczas Wyższej Szkole Technicznej z polskim językiem nauczania w Politechnice Lwowskiej we Lwowie. Ale do tego konieczne jest ukończenie Szkoły Realnej i egzamin dojrzałości. Szkoła przemysłowa nie dawała bowiem prawa wstępu na Wyższe Uczelnie. Kończy więc ją i zdaje egzamin dojrzałości jako eksternista nie przerywając swojej pracy zawodowej. Teraz może rozpocząć już studia w Politechnice Lwowskiej, które ze względów bytowych łączy z pracą jako nauczyciel zawodu w Lwowskiej Szkole Przemysłowej. Tam też, do Lwowa, przenosi się już na stałe.

Studia na Politechnice Lwowskiej przerywa początek wojny 1914 r. Pierwsza Wojna Światowa; Stanisław FRYZE zostaje zmobilizowany i wcielony do austriackiej marynarki wojennej w Poli. Ale utrzymuje kontakt z Politechniką i ze Lwowem. W czasie urlopu z wojska pojmuje za żonę słuchaczkę Wydziału Matematyczno-Przyrodniczego Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie Annę Krypiakiewicz, odtąd do końca życia mu wierną, bez reszty oddaną, mężną i dzielną tak jak tylko potrafi być mężną i dzielną kobietą, kochającą kobietą. To ona przepisuje mu od kolegów teksty wykładów politechnicznych i posyła do Poli po to by nawet przed końcem wojny mógł zdać wszystkie egzaminy i uzyskać dyplom. I tak się staje. 16 czerwca 1917 roku Stanisław FRYZE zdaje z odznaczeniem Egzamin Państwowy na Wydziale Budowy Maszyn, Oddziału Elektrotechnicznego Politechniki Lwowskiej i otrzymuje tytuł inżyniera.

Bramy Politechniki Lwowskiej otwiera mu praca doktorska, pierwsza praca doktorska z elektrotechniki w Polsce p.t.: „Nowa Teoria Ogólnego Obwodu Elektrycznego” obrobiona z odznaczeniem w dniu 11 czerwca 1923 r. i jej publikacje zamieszczone w Przeglądzie Elektrotechnicznym, w Revue générale de l'électricité i w Elektrotechnische Zeitschrift.

Doktorat i publikacje Stanisława FRYZEGO zwróciły na niego uwagę Senatu Poli-

w Gliwicach. Powitanie na dworcu było bardzo serdeczne. FRYZEGO i innych profesorów, którzy wtedy przyjechali ze Lwowa do Gliwic, witali owacyjnie pierwsi studenci i pracownicy Politechniki Śląskiej, polskiej uczelni organizowanej po wojnie na terenach, na których dotąd nigdy żadnej wyższej szkoły nie było. Nie było więc jeszcze wtedy przygotowanych odpowiednio budynków, sal wykładowych, laboratoriów, bibliotek. Nie było tradycji uniwersyteckich. A FRYZE nie był już młody, miał wówczas 61 lat. We Lwowie zostawił doskonale przez siebie zorganizowaną i wyposażoną w urządzenia i przyrządy demonstracyjne Katedrę. Podziwiać należy hart ducha 61-letniego człowieka, którego to nie załamało. Wprost przeciwnie, zabiera się do pracy z energią i zapałem młodzieńczym. Przede wszystkim podejmuje wykłady. Wykłada w prowizorycznie urządzonych salach z za katedry zbitej ze starych desek przez laboratna, który przyjechał wraz z nim ze Lwowa. Ale jak dawnej wykłady są porywające, jasne, dobitne, wszechstronne i dzień po dniu coraz obficie okraszone demonstracjami, eksperymentami i tym nieopuszczającym Go nigdy poczuciem humoru, życzliwości i miłości do słuchaczy. I jak dawniej są tłumnie uczęszczane przez studentów również i z innych wydziałów, przyciąganych ich atrakcyjnością i sławą wykładowcy.

I może sprawą wartą tego by się nad nią chwilę zatrzymać dziś gdy wspominamy Stanisława FRYZEGO, jest problem stylu Jego wykładów, sposób omawiania wprowadzonych pojęć, demonstracji i eksperymentów na wykładach. Prowadząc wykłady FRYZE nie ograniczał się do przedstawienia analizy matematycznej omawianego zjawiska i wprowadzenia odpowiednich wzorów. Starał się najpierw zademonstrować studentom samozjawisko, unaocnić im je tak, aby każdy mógł sobie wytworzyć jakiś jego obraz. W ten sposób utrwał w umyśle studenta pamięć o omawianym problemie, wprowadzanych pojęciach i prawach. Bardzo skuteczna metoda, do dziś wielu z nas pamięta przebieg tych ciekawych demonstracji i eksperymentów. Warto to sobie przypomnieć dziś, gdy przedmiot Podstawy Elektrotechniki zamienił się na dyscyplinę ściśle teoretyczną, a nawet abstrakcyjną bliższą matematyce niż fizyce.

Sama nazwa Elektryczność, Elektryczny, Elektrotechnika stała się jakby krępująca i pomija się je jako widocznie coś żenującego. Nie wypada np. dziś powiedzieć: Teoria Obwodów Elektrycznych, tylko Teoria Obwodów.

I chyba jednak warto zastanowić się czy wiele niepowodzeń dydaktycznych związanych z tym przedmiotem nie jest wynikiem właśnie całkowitej zmiany stylu wykładania i między innymi braku na wykładach demonstracji, rzeczywistości, pokazania najpierw studentom zjawiska „takim jakim ono naprawdę jest”, a dopiero później zajęcia się metodami jego analizy, tak jak to robił FRYZE. Dzięki wykładom FRYZE ma dobry kontakt z młodzieżą. Skupia wokół siebie grupę bardzo zdolnych asystentów, rekrutowanych ze studentów najwyższych lat. Sam kontynuuje swoje prace, które rozwinął jeszcze przed wojną. Ale swoich współpracowników ukierunkowuje już na inne, nowsze, bardziej perspektywiczne tory. Nie zawsze jest to cechą nawet wielkich mistrzów. A rezultaty? Wiele z jego ówczesnych współpracowników zostało profesorami, wybitnymi pracownikami naukowymi. Oprócz wykładów i organizacji katedry Podstaw Elektrotechniki FRYZE przyjmuje na siebie dodatkowe obowiązki. Od roku 1946 jest przewodniczącym Komisji Egzaminów Dyplomowych i w latach 1946/47 i 1947/48 Dziekanem Wydziału Elektrycznego. FRYZE nie był czystym, zawieszonym w próżni teoretykiem; sam swą pracę zawodową rozpoczął

od pracy w przemyśle. Doskonale więc rozumie specyfikę uczelni działającej na terenie Śląska, obszaru wysoce uprzemysłowionego. Śląska z jego licznymi dużymi elektrowniami, rozbudowaną siecią energetyczną, zagęszczoną trakcją kolejową, bardzo wieloma dużymi odbiorcami energii elektrycznej. Rozumiejąc to przyczynia się jako Dziekan bardzo poważnie do modernizacji programów nauczania i modernizacji egzaminów dyplomowych. To za jego kadencji zaczęto wprowadzać prace dyplomowe zamiast egzaminów klauzuryowych, co zdecydowanie przyczyniło się do podniesienia poziomu kształconych inżynierów.

W Gliwicach podobnie jak niegdyś we Lwowie FRYZE pracował bez wytchnienia od wczesnego ranka do późnej nocy, nie korzystając ze świąt, urlopów i wakacji. Jego sumienność naukowa była bezprzykładna. Nie zadawała się teoretycznym rozwiązaniem danego zagadnienia, nie publikował pracy, dopóki nie sprawdził na wielu przykładach jej przydatności praktycznej i poprawności przyjętych założeń teoretycznych. Znany był slogan ułożony przez studentów

„Wszędzie wleżę, wszystko zgryzę, tak jak FRYZE”

Równie wymagający był FRYZE co do strony redakcyjnej swoich prac. Tekst poprawiał i modyfikował wielokrotnie, szukając takiego ujęcia, które byłoby dostatecznie ściśle i zrozumiałe dla czytelnika. Był bardzo wymagający w stosunku do siebie, wymagał również wiele od swoich asystentów i studentów. Nie był zwolennikiem życia ułatwionego — sam mozolną, ciężką, uczciwą pracą przebijał się z dużymi trudnościami do wiedzy, do prawa wykładania i uważał sumienną pracę za podstawowy obowiązek uczciwego człowieka. Znamiennym może być to, że FRYZE, który był bardzo wymagającym przełożonym i egzaminatorem, cieszył się ogólną sympatią i szacunkiem swoich współpracowników i studentów. Był ogólnie znany z dbałości o warunki pracy i życia swoich współpracowników. Znane były na Uczelni Jego bardzo energiczne i uporczywe interwencje na rzecz swoich asystentów gdy chodziło o ich warunki bytowe czy o uzasadniony awans. Wymagał również dużo od studentów, ale równocześnie — jako urodzony pedagog i zamiłowany wychowawca młodzieży — rozumiał ich trudności, starał się je usuwać i pomagać.

Wiele sympatii zjednywało mu Jego pogodne usposobienie i poczucie humoru. Bardzo mu to pomagało w czasie nieraz bardzo burzliwych dyskusji i sporów. Był bowiem nonkonformistą i jeśli był przekonany o słuszności swoich poglądów, zwłaszcza gdy chodziło o dobro i rozwój nauki, wypowiadał je otwarcie, śmiało i publicznie na zebraniach czy posiedzeniach. Robił to w okresie, gdy niewiele zdobywało się na taką odwagę. Zjednało mu to szacunek i uznanie nie tylko jego przyjaciół.

Na emeryturę przeszedł w 1960 roku. Był to dość ciężki okres w życiu FRYZEGO. Po przejściu na emeryturę zerwały się wszelkie więzy wiążące Go z macierzystym Wydziałem Elektrycznym. Na terenie Uczelni nie bywał. Żelazne dotąd zdrowie zaczynało zawodzić.

Mimo to nie ustawał w pracy, pracował nadal uporczywie nad wykończeniem swoich rozpoczętych rozpraw, pracował od wczesnego rana do późnej nocy, mówiąc, że chwali sobie swoje odosobnienie i spokój. Pracował bez wytchnienia aż do dnia, w którym zaczęła się Jego ostatnia, śmiertelna choroba.

Zmarł 3 marca 1964 roku w Gliwicach. Na Jego grobie stanął pomnik ufundowany przez tych, którym poświęcił pracę całego życia, przez Elektryków Polskich.

Napis na pomniku: Stanisław FRYZE

Doktor n.t. członek rzeczywisty PAN, Profesor Politechniki Lwowskiej
i Politechniki Śląskiej — PIONIER ELEKTROTECHNIKI

Wspominając postać Stanisława FRYZEGO można o Nim mówić jako o niezaprzeczalnej indywidualności, o prawym, rzetelnym i szlachetnym człowieku, można mówić o Jego niełatwej drodze, którą przeszedł w życiu od elektromontera do zasłużonego Profesora Wyższych Uczelni, niezapomnianego wychowawcy kilku pokoleń polskich elektrotechników, można w końcu również mówić o Jego działalności, jako wybitnego uczonego, jako Członka Rzeczywistego Polskiej Akademii Nauk.

Chciałbym teraz naszkicować naukową działalność FRYZEGO. Okres Jego twórczej i tak owocnej pracy naukowej, to blisko 40-letni przedział czasu. Jako początek tego okresu można uznać rok 1924, w tym to roku bowiem w trzech kolejnych zeszytach Przeglądu Elektrotechnicznego ukazał się po raz pierwszy cykl Jego artykułów pod wspólnym tytułem: „Nowa teoria ogólnego obwodu elektrycznego”. Była to Jego praca doktorska, pierwsza w Polsce praca naukowa z elektrotechniki, w której Autor posłużył się metodą symboliczną, stawiając u nas dopiero wówczas pierwsze kroki.

Aby właściwie ocenić wartość tej pracy należy cofnąć się do klimatu tamtych czasów. Rok 1924. Teoria obwodów elektrycznych znajduje się dopiero na progu swojego rozwoju. W analizie nie wychodzi się poza najprostsze układy jedno — ewentualnie kilkuobwodowe. Do ich analizy wystarcza zastosowanie praw Kirchhoffa czy Ohma w ich najprymitywniejszej postaci. Ale jednocześnie z drugiej strony stopień skomplikowania układów technicznych, które zaczynają się pojawiać i wchodzić do zastosowań praktycznych, coraz bardziej rośnie. Stosowanie prostych i prymitywnych metod analizy, wystarczających dla obwodów nieskomplikowanych, staje się tu coraz bardziej uciążliwe i nie otwierające żadnych horyzontów. Odczuwa się coraz bardziej potrzebę jakichś generalniejszych ujęć syntetycznych, wychwytyjących cechy i prawidłowości nieistotne przy analizie układów prostych, ale decydujące, gdy zaczyna się przechodzić do analizy układów coraz bardziej skomplikowanych.

I takiemu właśnie, dziś powiedzielibyśmy, społecznemu zapotrzebowaniu chwili, odpowiadała praca doktorska FRYZEGO. Nic dziwnego, że to właśnie Przegląd Elektrotechniczny, centralne czasopismo elektrotechników, opublikowało ją w trzech kolejnych numerach.

Istota pracy, to oparcie analizy obwodów skomplikowanych o ich — tzw. przez FRYZEGO — stanów wyróżnionych. Np. skombinowane stany zwarcia i biegu jałowego. Dalej, to wprowadzenie do analizy obwodów pojęć oporności krytycznych, jako pewnego inwariantu obwodu i ogólne w ujęciu symbolicznym potraktowanie tak zwanych wykresów sieci, to znaczy zmian dowolnej wielkości elektrycznej (np. I , U , P) w jednym miejscu sieci jako funkcji i jej dowolnego parametru (np. R , L , C) znajdującego się w dowolnie wybranym innym miejscu sieci.

Tę pierwszą publikację FRYZEGO cechowała więc z jednej strony jak największa aktualność i podstawowość opracowanego problemu, z drugiej — rzetelność, uczciwość

i wyjątkowa staranność opracowania. Każde słowo i sformułowanie było tu dokładnie i wielokrotnie przemyślane. Każde podane twierdzenie gruntownie po wielokroć sprawdzane, każda proponowana metoda skontrolowana uprzednio krytycznie przez przeliczenie przy jej pomocy wielu, bardzo wielu przypadków praktycznych. Od tych cech swoich prac naukowych Profesor FRYZE nie odszedł przez całe życie. Nic też dziwnego, że tak szybko i na trwałe zdobył sobie bezwzględne zaufanie czytelników. I to nie tylko polskich. Publikacje prac FRYZEGO zaczynają się bowiem również ukazywać w ówczesnych światowych czasopismach elektrotechnicznych — „*Révue Générale de l'Électricité*”, „*Elektrotechnische Zeitschrift*”, „*Elektrotechnik und Maschinenbau*”.

W roku 1925, w rok po ogłoszeniu pierwszego cyklu publikacji, ukazuje się znów w Przeglądzie Elektrotechnicznym, tym razem już w czterech kolejnych zeszytach, następny cykl publikacji pod ogólnym tytułem: „*Strzałki kierunkowe w obwodach elektrycznych*”.

Zagadnienie to, podobnie jak problemy ogólnej teorii obwodu, nie miało przed publikacją FRYZEGO jakiegos opracowania generalnego. Jak długo zresztą przedmiotem analizy były układy proste, to nie było po temu i specjalnej potrzeby. Zrodziła ją, podobnie jak i potrzebę teorii ogólnego obwodu elektrycznego, praktyka elektrotechniczna przynosząca z roku na rok układy coraz bardziej skomplikowane.

Znów więc dojrzały, przygotowany bardzo starannie i wyczerpująco cykl artykułów FRYZEGO, odpowiada jak najbardziej na aktualne zapotrzebowanie chwili. Nic też dziwnego, że zwraca ogólną uwagę. Jedni z Jego propozycjami zgadzają się, inni nie, rodzą się dyskusje i polemiki; ale to właśnie potwierdza fakt, że Autor poruszył problem bardzo aktualny, problem widocznie bardzo istotny.

Lata 1931—1934 to dalsze konsekwentne kompletowanie zainicjowanej, jednolitej, opartej na dwóch poprzednich cyklach publikacji ogólnej teorii obwodów.

Są to zawsze prace o istotnym głębokim charakterze podstawowym.

A więc: rok 1931 — uogólnienie praw Kirchhoffa i zasada wyodrębniania,

rok 1932 — transfiguracja trójkąta na gwiazdę z uwzględnieniem sił elektromotorycznych,

rok 1933 — siła elektromotoryczna zastępcza w obwodach elektrycznych.

I w końcu w 1934 roku FRYZE publikuje pracę najobszerniejszą z dotychczasowych, syntetyzującą i zamykającą w pewnym sensie konsekwentnie rozwijaną od 1924 roku własną ogólną teorię obwodu elektrycznego. Jest to bardzo obszerna praca pod tytułem „*Ogólna teoria transfiguracji obwodów elektrycznych*” opublikowana w pięciu kolejnych numerach Przeglądu Elektrotechnicznego.

Przedstawiona tam teoria obejmowała wszystkie wówczas znane wyniki częściowe, znalezione przez różnych badaczy, oraz zawierała nowe tezy, które od tego momentu na trwałe weszły do elektrotechniki. Były nimi: ogólna zasada wyodrębnienia, pojęcie środka ciężkości układów wielofazowych, transfiguracja sił elektromotorycznych.

W roku 1932, na Międzynarodowym Kongresie Elektrotechnicznym w Paryżu, FRYZE przedstawia pracę o „*Mocy rzeczywistej, urojonej i pozornej w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych napięcia i prądu*”. Jest to praca, która przyniosła Mu największy rozgłos międzynarodowy. Została opublikowana w Polsce, Francji, Niemczech i Rumunii.

Idea zasadnicza tej pracy to wyodrębnienie z krzywej określającej przebieg prądu

składowej geometrycznej podobnej do krzywej napięcia lub, z krzywej określającej przebieg napięcia — składowej geometrycznie podobnej do krzywej prądu. Konsekwencją tej tak prostej, a jednocześnie tak celnej koncepcji są wprowadzone przez Profesora FRYZEGO pojęcia składowych czynnych i biernych dwóch dowolnych odkształconych przebiegów — napięciowego i prądowego, oraz podana przez Niego definicja mocy biernej dla takich przebiegów. W wyniku uznania, FRYZE zostaje po ogłoszeniu tych prac zaproszony na członka kilku zagranicznych związków elektrotechnicznych, między innymi związku elektrotechników francuskich, niemieckich i austriackich.

Ta praca chyba też była najbardziej bliska FRYZEMU. Jej rozszerzeniu poświęcał bowiem dosłownie ostatnie dni swego pracowitego życia. Nad nią pracując brał chyba też po raz ostatni do ręki ołówek, którym zawsze się posługiwał pisząc swe rozprawy naukowe.

Od początku swojej działalności naukowej FRYZE formował konsekwentnie własny, fizyczny sposób podejścia, badania i przedstawiania zagadnień elektrotechniki. Przeorywał w twardej codziennej, upartej pracy coraz to nowe obszary rozszerzających się wciąż zakresów elektrotechniki.

Systematycznie przechodził do coraz to głębszych i bardziej podstawowych zagadnień. Jedną z ostatnich dziedzin, nad którą również pracował, to ogólna teoria dymensji. Zapoczątkował ją tradycyjnym można powiedzieć cyklem artykułów w Przeglądzie Elektrotechnicznym. Tytuł tego cyklu artykułów brzmiał: „Jednostki fizyczne i techniczne”. Celem — jak Sam zresztą pisał — było ugruntowanie pewnych podstawowych pojęć zasadniczych oraz ustalenie pewnych narzucających się wniosków w sprawie znakownictwa jednostek i pisowni równań fizycznych.

Do tego zagadnienia wraca jeszcze w 1954 roku publikując w numerze 1-szym Zeszytów Naukowych Politechniki Śląskiej artykuł pt. „Racjonalizacja fizycznych równań elektromagnetycznych i układów demensyjnych”.

Powołany w 1950 r. na członka Polskiego Komitetu Jednostek, przedstawia swój punkt widzenia na sprawę dymensyjnego układu jednostek $M K S$, podany w krytycznej rozprawie w języku francuskim pt. „Uwagi w sprawie wyboru czwartej jednostki systemu $M K S$ i nowa propozycja rozwiązania tego problemu” i przesyła ją do Międzynarodowego Biura Wagi i Miary w Paryżu.

Prace naukowe Profesora FRYZEGO przyniosły Mu powszechny szacunek i uznanie. Były to prace zawsze poważne, rzetelne, uczciwe i odpowiedzialne. Przyporównać je można do trwałych, solidnie zbudowanych schodów, na których pewnie i z całym zaufaniem dla pracy poprzednika można się oprzeć, by rozwijać dalej badania naukowe, by dalej rozszerzać naszą wiedzę. Niech więc ci, którzy teraz wyrastają i ci, co w przyszłości wyrastać będą, zdobywając coraz to nowe dziedziny dla elektrotechniki pamiętają, że początek dziś tak wygodnych i szerokich schodów, po których szybko się wspinają idąc dalej, znaczony jest również stopniami ogólnej teorii obwodu, stopniami, które wykuwał FRYZE w twardym i trudnym znoju rzetelnej i uczciwej pracy całego życia poświęconego nauce. Nic też dziwnego, że Prezes PAN Janusz Groszkowski tak mówił o nim w 1965 roku.

„Pamiętamy Go dziś tak dobrze, jak tylko na to pozwala pamięć ludzka, zdolna zachować obraz człowieka. Jego to zasługa, potrafił bowiem na ludziach i sprawach wywrzeć wpływ głęboki, wpływ trudno poddający się niszczącemu działaniu czasu. Był wy-

bitnym znawcą przedmiotu swej pracy badawczej, praktycznej i dydaktycznej. Był człowiekiem o umyśle niezwykle dociekliwym, krytycznym i dążącym do spożytkowania dla ludzkiego dobra poznanych praw przyrody. Miał w sobie ogrom pasji poznawczej, która udzielała się kolegom i uczniom. I miał tyleż samo zrozumienia dla potrzeb życia wobec nauki. Chyba dlatego właśnie w dziele Jego życia, bogatym i różnorodnym widzimy przykład pracy dobrego uczonego — badacza i doskonałego praktyka.

Polska Akademia Nauk będzie zawsze dumna, że w składzie jej członków był Stanisław FRYZE". I dalej:

„Zdobyl swym zyciem i dzielem tyle uznania, szacunku i miłości ludzkiej,
że będzie długo zachowany w żywej pamięci ludzkiej”

Spełniają się te słowa.

Nasze dzisiejsze zebranie jest tego dowodem. Jest też dowodem na to, że istnieją pewne trwałe i niezmiennie wartości natury ludzkiej, budzące zawsze szacunek u wszystkich, wartości do których ludzie wracali, wracają i wracać będą. Wartości wspólne nam wszystkim, których jednym z symboli może być życie i praca Stanisława FRYZEGO.

Niech więc to nasze dzisiejsze wspomnienie o Stanisławie FRYZEM będzie dowodem tego, że nie wszystko jednak na tym świecie umiera i niech nam świadomość tego doda odwagi w pracach i trudach, którego każdego z nas jeszcze czekają.

S. WĘGRZYN

LIFE AND WORK OF STANISŁAW FRYZE, ON THE CENTENARY OF HIS BIRTH

Summary

On the centenary of the birth of Professor Stanisław Fryze, the author gives the survey of the life of this great Polish scientist. Since the conferment of his doctor's degree, the first to be conferred in Poland in the field of Electrotechnics, at the Lvov Technical University until 1964, Professor Fryze held lectures, lead scientific research works and solved many problems for industry. He is the author of many dissertations and publications on the theory of electrotechnics.

S. WĘGRZYN

STANISŁAW FRYZE, SA VIE ET SON OEUVRE EN COMMÉMORATION DU CENTENAIRE DE SA NAISSANCE

Résumé

En commémoration du centenaire de la naissance du professeur Stanisław Fryze, l'auteur décrit la vie de cet illustre savant polonais. Dès le moment de la soutenance de sa thèse à l'Ecole Polytechnique de Lwów, qui a été la première thèse de doctorat de l'électrotechnique en Pologne, jusqu'à 1964 il se voua aux travaux didactiques et scientifiques, en résolvant de nombreux problèmes pour l'industrie. Il a été l'auteur de maintes dissertations scientifiques et publications de théorie de l'électrotechnique.

S. WĘGRZYN

STANISŁAW FRYZE, SEIN LEBEN UND WERKE
ERINNERUNG ANLÄßLICH SEINES 100. GEBURTSJAHRES

Zusammenfassung

Anläßlich des 100. Geburtsjahres des Professors Stanisław Fryze beschreibt der Verfasser das Leben des hervorragenden polnischen Wissenschaftlers. Seit seiner Dissertation an der Technischen Hochschule in Lwów, die die erste Doktordissertation in Polen auf dem Gebiet der Elektrotechnik gewesen ist, befaßte sich Professor Fryze bis 1964 mit didaktischer und wissenschaftlicher Tätigkeit, er löste viele Probleme zum Nutzen der Industrie. Er schrieb viele wissenschaftliche Abhandlungen und Publikationen auf dem Gebiet der Theorie der Elektrotechnik.

С. ВЕНГЖИН

ЖИЗНЬ И ТВОРЧЕСТВО СТАНИСЛАВА ФРИЗЕ К СТОЛЕТИЮ СО ДНЯ
РОЖДЕНИЯ

Резюме

К столетию со дня рождения профессора Станислава Фризе автор приводит воспоминания о жизни этого выдающегося польского ученого. От момента защиты своей диссертации на Львовском Политехническом Институте, первой докторской диссертации по электротехнике в Польше, до 1964 года вел преподавательскую и научную работу, решал многочисленные проблемы для нужд промышленности. Был автором многочисленных научных работ и публикаций в области теории электротехники.

Przegląd szybkich procedur różnic skończonych do rozwiązywania zagadnień stacjonarnych opisanych równaniem Poissona

MARIAN ŁUKANISZYN

Instytut Elektrotechniki. Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu

Otrzymano 1987.03.20

Autoryzowano do druku 1987.09.23

W pracy przedstawiono podstawy teoretyczne i przegląd szybkich beziteracyjnych procedur różnic skończonych do rozwiązywania równań różniczkowych cząstkowych eliptycznych w przestrzeni dwu i trójwymiarowej. Oparte są na szybkim przekształceniu Fouriera (FFT), podwójnej redukcji cyklicznej (DCR) oraz ich kombinacji (FACR). W przypadku obszarów nieregularnych stosowana jest technika macierzy pojemnościowej (CMT). Na kilku przykładach pokazano zastosowanie szybkich procedur do obliczeń magnetycznych.

1. WSTĘP

Wiele problemów występujących w elektrotechnice opisuje się za pomocą równania Poissona [9, 27, 28]. Równania eliptyczne w dwóch lub więcej wymiarach oraz wynikające stąd odpowiednie równania macierzowe są trudne do rozwiązania i czasochłonne.

Zastosowanie rachunku różnic skończonych przekształca równania różniczkowe, nadając im postać algebraiczną. Dzięki użyciu rachunku różnicowego, funkcja przekształcana jest na wektor o skończonym wymiarze.

Numeryczna algebra liniowa zajmuje się opracowaniem skutecznych algorytmów do rozwiązania równań macierzowych oraz ilościowym oszacowaniem własności macierzy. Przez algorytm skuteczny rozumie się algorytm, który sprowadza do minimum liczbę pojedynczych operacji arytmetycznych i logicznych, a wymaga równocześnie najmniejszych rezerwacji pamięci przy otrzymywaniu rozwiązania. Jednakże macierze powstające w rachunku różnicowym mają specjalne własności. Podstawową własnością tych macierzy jest to, że pomimo ich zazwyczaj bardzo dużych rozmiarów, są one „rzadkie” — jedynie nieliczne elementy mają wartość różną od zera. Macierze rzadkie występują powszechnie bez względu na liczbę wymiarów w przestrzeni, rozważanych w danym zagadnieniu. Wiele metod stosowanych w numerycznej algebrze liniowej, skuteczność swoją zawdzięcza wykorzystaniu specjalnych własności powstających macierzy. Macierze powstające w zagadnieniach 2-wymiarowych mają postać pięcioprzekątniową. Do metod rozwiązywania równań macierzowych można zaliczyć [8]:

- metody dokładne,
- metody „niedokładne” (iteracyjne).

Do metod dokładnych można zaliczyć metodę eliminacji Gaussa i jej modyfikacje. Wymaga ona jednak znacznej ilości operacji arytmetycznych (np. dla siatki $M \cdot N$ wymiar utworzonej macierzy będzie rzędu $MN \cdot MN$), w wyniku czego czas obliczeń jest stosunkowo duży. Macierz powstająca w rachunku różnic skończonych jest symetryczna i ma dodatnie wartości własne [8]. Wartości i wektory własne tej macierzy są znane. Dlatego powstały układ równań rozwiązuje się algorytmami specjalnymi wykorzystującymi posiadane informacje o macierzy. Znane modyfikacje algorytmu eliminacji Gaussa uwzględniające tylko niektóre informacje (algorytm Banachiewicza — Cholewskiego), są mało przydatne w tym przypadku ze względu na duży wymiar macierzy, a co za tym idzie, na duży koszt rozwiązania na komputerze [8]. Drugą grupą metod dokładnych są specjalne metody wykorzystujące informacje o macierzy powstałej w rachunku różnic skończonych. Metody te są przedmiotem niniejszej pracy.

Stosując metody iteracyjne, konstruuje się nieskończony ciąg wektorów, zbieżny do szukanego rozwiązania:

$$x^{(0)} \rightarrow x^{(1)} \rightarrow x^{(2)} \rightarrow \dots, \quad (1)$$

zaczynając od pewnego wektora początkowego $X^{(0)}$. Wspólną własnością metod iteracyjnych jest to, że liczba operacji wykonywanych w każdym kroku iteracyjnym $x^{(i)} \rightarrow x^{(i+1)}$ jest porównywalna z mnożeniem macierzy przez wektor. Ponieważ metody te są tylko liniowo zbieżne, a ponadto ich zbieżność jest w zagadnieniach występujących w praktyce bardzo wolna, są one lepsze od metod eliminacji wtedy, gdy macierz jest bardzo rozrzedzona [6, 8, 12, 28].

Szybki algorytm powinien spełniać pewne kryteria [8]:

- koszt mierzony liczbą działań arytmetycznych,
 - wykorzystanie pamięci komputera,
 - własności numerycznych, stabilności.
- Te kryteria spełniają metody bezpośrednie (direct).

2. METODY BEZPOŚREDNIE (DIRECT) — UWAGI OGÓLNE

Wewnętrzna symetria równania Poissona pozwala na zastosowanie szeregu szybkich metod, nie dających się użyć w zagadnieniu ogólnym. Symetria równania Poissona wynika z własności operatora Laplace’a, dającego się zapisać jako suma operatorów przemiennych.

Konieczność stosowania szybkich metod zachodzi w następujących okolicznościach:

- duża liczba niewiadomych (~ 10000),
- przy wielokrotnym rozwiązywaniu równań (np. w zagadnieniach niestacjonarnych),
- przy równaniach nieliniowych w cyklu iteracyjnym.

Schematy iteracyjne wymagają liczby operacji arytmetycznych rzędu $N^2 \cdot M^2$ (M, N — liczba niewiadomych na osi x, y).

Ostatnio rozwinięto metody, które rozwiązują takie równania:

- bezpośrednio (beziteracyjne),
- szybko (ilość operacji arytmetycznych rzędu $M \cdot N \cdot \log N$) ($N \leq M$),

— ekonomicznie pod względem wykorzystania pamięci operacyjnej ($N \cdot M$ komórek lub mniej).

Czas obliczeń $< 0,1$ s dla 10000 niewiadomych, przy użyciu nowych komputerów.

Metody te nie są odmianą metody eliminacji Gaussa, która wymaga $M \cdot N^3$ operacji arytmetycznych oraz pamięci rzędu $M \cdot N^2$ słów, uwzględniając blokową strukturę macierzy współczynników. Jak wspomniano, nowe metody wykorzystują symetrię operatora Laplace'a oraz możliwość rozwiązywania problemów rozdzielonych.

$$\sum_{m=1}^M x_{i,m} u_{m,j} + \sum_{n=1}^N y_{j,n} u_{i,n} = v_{i,j}, \quad (2)$$

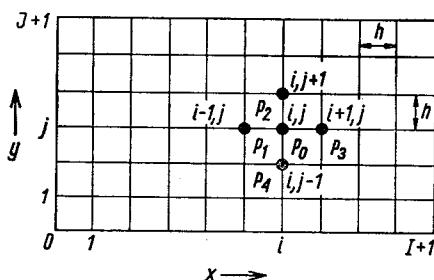
$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, M.$$

Taka forma równań algebraicznych występuje, jeżeli obszar obliczeniowy po możliwej transformacji ma postać prostokąta o bokach równoległych do osi układu współrzędnych oraz, gdy rodzaj warunków brzegowych nie zmienia się wzdłuż boków. Z symetrii operatora Laplace'a wynika, że funkcje własne wielowymiarowego operatora można zapisać jako iloczyn poszczególnych funkcji własnych operatora Laplace'a, dla każdego wymiaru w przestrzeni. Rozwiązanie wielowymiarowego równania Poissona można zatem sprowadzić do rozwiązania szeregu oddzielnych zagadnień jednowymiarowych. Jest to również słuszne w odniesieniu do równania macierzowego wynikającego z równania Poissona w postaci różnicowej. Funkcje własne dla każdego wymiaru są składowymi Fouriera, których konkretny wybór zależy od warunków brzegowych.

3. PROCEDURY 2-WYMIAROWE

Obecnie są znane trzy sposoby rozwiązywania równania różnicowego (3), odpowiadającego równaniu Poissona (rys. 1):

$$u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j} = h^2 f_{i,j} \quad (3)$$



Rys. 1. Schemat do budowania równań różnicowych

Pozwalają one na szybkie rozwiązanie równania macierzowego wynikającego z dyskretyzacji równania różniczkowego cząstkowego.

W najprostszej metodzie diagonalizuje się pełne równanie macierzowe, stosując metody

analizy Fouriera dla każdego wymiaru przestrzeni [2, 4, 5, 11, 14]. Jako przykład podprogramu na powyższą metodę można podać POT-1 [2], skonstruowany przez R. Hockneya.

Drugą metodą stosowaną do rozwiązywania dwuwymiarowego równania Poissona, przy zastosowaniu pięciopunktowej aproksymacji różnicowej, jest metoda FACR (Analiza Fouriera i cykliczna redukcja) [2, 14]. Metoda ta podana przez R. Hockneya w 1970 r. polega na rozłożeniu Fouriera po jednej współrzędnej (np. po współrzędnej x), co pozwala na rozwiązanie harmonicznych równań po drugiej współrzędnej, posługując się redukcją cykliczną. Przy zastosowaniu analizy Fouriera dla jednego tylko wymiaru przestrzeni dla pozostałych wymiarów otrzymuje się łatwe do rozwiązania, niesprężone równania z macierzami trójkątnymi. Inną bardzo szybką procedurą do rozwiązywania równania Poissona w prostokacie jest PSOLVE Tempertona oparta również na metodzie FACR [25, 26] oraz POT-4 Hockneya [2].

Trzecim sposobem rozwiązania jest użycie metody redukcji cyklicznej do każdego wymiaru. Tę interesującą metodę zwaną metodą DCR (podwójna cykliczna redukcja) podał Buneman w 1969 r. [2, 8, 14]. Bardziej udoskonaloną wersją tej metody jest podprogram POISSX Schumanna-Sweeta [18, 19, 21, 22] oraz STRIP Proskurowskiego [16, 17].

Należy podkreślić, że przy stosowaniu metody analizy Fouriera unika się numerycznego wyliczania funkcji sinus i cosinus, dzięki użyciu szybkich technik przekształcenia Fouriera (FFT), w których wektory harmoniczne generuje się przy pomocy związków rekurencyjnych. Powyższe rozwiązania równania Poissona są dokładne nie w tym sensie, że przez aproksymację równania różniczkowego równaniem różnicowym nie wprowadzamy żadnych błędów, a w sensie znalezienia dokładnego wyniku dzięki bezpośredniemu rozwiązaniu skończonego równania macierzowego. Przedstawione trzy metody rozwiązania równania Poissona wykorzystują analizę Fouriera (z następującą później syntezą), redukcję cykliczną (lub odwracanie w przypadku trójkątnym), ewentualnie kombinację analizy Fouriera i redukcji cyklicznej.

Sukces każdej z tych metod zależy jednak od tego, czy różnicowy operator Laplace'a w obszarze z prostymi granicami daje się zapisać jako suma operatorów komutujących, z których każdy działa wzdłuż jednego kierunku przestrzeni.

Własności rozpatrywanych metod bezpośrednich rozwiązywania układów równań otrzymywanych w metodzie różnic skończonych będą zależały od [8]:

- postaci równań i warunków brzegowych (rzędu równania, mieszanych pochodnych, zmiennych współczynników, rodzaju warunków brzegowych),
- kształtu obszaru (prostokąt, wielokąt, dowolny obszar),
- wybranego wariantu metody różnicowej (schematu różnicowego).

Możliwości posługiwania się metodami bezpośrednimi także w obszarach o kształtach nieregularnych, stworzone zostały opracowaniem przez R. Hockneya tzw. algorytmu z macierzą pojemnościową [4]. Jednym z pierwszych zastosowań tej metody było zagadnienie związane z elektrostatyką i stąd pochodzi nazwa: macierz pojemnościowa [2]. Temu zagadnieniu poświęcono kolejny rozdział niniejszej pracy.

Zdaniem autora, z 2-wymiarowych szybkich procedur różnic skończonych zasługuje

na uwagę algorytm POISSX Schumanna-Sweeta [18]. Posiada stosunkowo mało ograniczeń, oraz dużą uniwersalność jeśli chodzi o warunki brzegowe. Procedurę POISSX opisano szczegółowo w 5 rozdziale.

4. ALGORYTM Z MACIERZĄ POJEMNOŚCIOWĄ CMT (CAPACITANCE MATRIX TECHNIQUE)

Metoda CMT znajduje zastosowanie, gdy:

- obszar obliczeniowy ma kształt odmienny od prostokąta,
- warunki brzegowe zmieniają postać wzdłuż brzegu,
- nieregularna jest tylko niewielka liczba punktów.

Jest to metoda stosunkowo nowa i ostatnio często stosowana [4, 5, 15, 16, 17, 18, 19, 29, 30]. Dokładny opis i historia metody jest podana w [15, 18, 29].

Rozważmy układ równań liniowych [18]:

$$Au = v, \quad (4)$$

gdzie: A jest macierzą o wymiarze $n \cdot n$.

Problem z macierzą A (nazwijmy go „ A -problem”) nie może być rozwiązany w oparciu o istniejące szybkie metody. Macierz A jest podobna do macierzy nieosobliwej B , dla której szybkie metody rozwiązywania równań eliptycznych mają zastosowanie.

Niech równanie

$$Bx = y \quad (5)$$

definiuje „ B -problem”.

Macierze A i B są podobne z wyjątkiem $m \ll n$ wierszy, które bierzemy jako m pierwszych.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} m \\ (n-m) \end{matrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} m \\ (n-m) \end{matrix} \quad (6)$$

Macierze A_1 , B_1 mają wymiar $(m \cdot n)$, natomiast A_2 jest macierzą o wymiarze $((n-m) \cdot n)$. W podobny sposób rozkładamy wektor prawych stron $-v$

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} m \\ (n-m) \end{matrix}, \quad (7)$$

Metoda CMT wymaga zatem obliczenia macierzy pojemnościowej C o wymiarze $(m \cdot m)$

$$C = A_1 B^{-1} W, \quad (8)$$

przy czym

$$W = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} m \\ (n-m) \end{matrix}, \quad (9)$$

gdzie: $I(m \cdot m)$ oznacza macierz jednostkową.

Ogólnie C^{-1} może być określona przez rozwiązanie m „ B problemów” i rozkład na macierze trójkątne: dolną i górną ($L-U$). Wymaga to $O(m\Theta(n)+m^3)$ operacji arytmetycznych [18].

„Problem A ” może być rozwiązywany następująco:

— rozwiązanie „ B -problemu”,

$$B\bar{u} = v, \quad (10)$$

— obliczanie wektora reszt, wynikających z pierwszych m wierszy „ A -problemu”

$$w = A_1 \bar{u} - v_1 \quad (11)$$

i obliczanie odpowiednich m składowych v zgodnie z macierzą

$$\bar{v} = v - WC^{-1}w \quad (12)$$

takich, że

— rozwiązanie równania

$$Bu = \bar{v} \quad (13)$$

daje rozwiązanie „ A problemu”.

Można udowodnić, że:

$$\begin{aligned} A_1 u &\stackrel{(13)}{=} A_1 B^{-1} \bar{v} \stackrel{(12)}{=} A_1 B^{-1} v - A_1 B^{-1} W C^{-1} w \stackrel{(8)}{=} A_1 B^{-1} v - w \stackrel{(11)}{=} \\ &\stackrel{(11)}{=} A_1 B^{-1} v - A_1 \bar{u} + v_1 \stackrel{(10)}{=} A_1 B^{-1} v - A_1 B^{-1} v + v_1 = v_1. \end{aligned}$$

W pracy [4] podano zastosowanie CMT do rozwiązania równania Poissona w obszarach o dowolnych kształtach oraz porównano metodę direct z metodą ADI (Peacemana-Rachforda), SOR (metoda nadrelaksacji punktowej) i SLOR (metoda nadrelaksacji liniowej) pod względem czasów obliczeń i błędów. Proskurowski [16, 17] do wyznaczania macierzy pojemnościowej C^{-1} stosuje metodę gradientów sprzężonych przy dużej liczbie węzłów nieregularnych. Stosowanie CMT jest szczególnie korzystne przy obliczaniu cyklicznym z różną funkcją prawych stron (stany nieustalone), gdy geometria problemu i siatka są niezmiennione. W tym przypadku macierz pojemnościowa jest generowana i dekomponowana tylko raz, co zapewnia duże oszczędności czasu pracy komputera.

5. ALGORYTM SCHUMANNA-SWEETA Z WYKORZYSTANIEM CMT [18]

W algorytmie wykorzystano i zmodyfikowano metodę podwójnej redukcji cyklicznej Bunemana (DCR).

Rozpatrzono równanie Helmholtza w następującej postaci:

$$a(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(x) \frac{\partial u}{\partial x} + c(x)u + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y), \quad (15)$$

w prostokącie R

$$R = \{(x, y) | 0 < x < X, 0 < y < Y\}.$$

Siatka prostokątna $\Delta x \cdot \Delta y$ jest zdefiniowana następująco:

$$R_h = \left\{ (x_i, y_i): x_i = \left(i - \frac{1}{2}\right) \Delta x, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M+1, \right. \\ \left. y_i = \left(j - \frac{1}{2}\right) \Delta y, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N+1 \right\},$$

gdzie $M, \Delta x, N, \Delta y$ są wybrane tak, że

$$M \Delta x = X, \quad N \Delta y = Y.$$

Po dyskretyzacji równania (15) i warunków brzegowych na siatce prostokątnej $\Delta x \cdot \Delta y$ otrzymuje się równanie różnicowe

$$\mathbf{L} \mathbf{u} = \mathbf{v},$$

gdzie wektor $\mathbf{u}$ posiada $M \cdot N$ składowych.

Macierz $\mathbf{L}$ jest blokowa trójdzielna ze stałymi macierzami $\mathbf{A}$ o wymiarze $M \cdot N$ i macierzami jednostkowymi $\mathbf{I}$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{I} & & & \\ -\mathbf{I} & \mathbf{A} & -\mathbf{I} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -\mathbf{I} & \mathbf{A} \end{bmatrix}$$

Większość znanych algorytmów wymaga, aby M, N lub obie wielkości były równe potędze liczby 2 ($N, M = 2^{k-1} \cdot U$). Schumann i R. Sweet zaproponowali podprogram POISSX, przystosowany do rozwiązywania układu równań liniowych wynikających z dyskretyzacji równania różniczkowego cząstkowego w następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A} - \alpha \mathbf{I}) & -\mathbf{I} & & & \\ & \mathbf{I} & \mathbf{A} & -\mathbf{I} & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \mathbf{A} & -\mathbf{I} \\ & & & -\mathbf{I} & (\mathbf{A} - \beta \mathbf{I}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_{N-1} \\ \vartheta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{N-1} \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix}, \quad (18)$$

gdzie $\mathbf{A}$ jest macierzą o wymiarze $M \cdot M$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & & & a_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & a_{M-1} & b_{M-1} & c_{M-1} & \\ c_M & & a_M & b_M & \end{bmatrix}, \quad \vartheta = \begin{bmatrix} \vartheta_{1j} \\ \vartheta_{2j} \\ \vdots \\ \vartheta_{Mj} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{1j} \\ f_{2j} \\ \vdots \\ f_{Mj} \end{bmatrix} \quad (19)$$

i $f_{ij} = (\Delta y)^2 f(x_i, y_i)$.

(Wartości f_{1j} i f_{Mj} wymagają modyfikacji w zależności od obowiązujących warunków brzegowych na osi x).

Dla warunków brzegowych Neumanna lub Dirichleta na osi x , wartości a_1 i c_M są równe zeru. Wartości α i β zależą od warunków brzegowych na osi y .

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{dla } \vartheta_{i,0} = 0 & (\text{Dirichlet}) \\ 1 & \text{dla } \vartheta_{i,1} - \vartheta_{i,0} = 0 & (\text{Neumann}) \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{dla } \vartheta_{i,N+1} = 0 & (\text{Dirichlet}) \\ 1 & \text{dla } \vartheta_{i,N+1} - \vartheta_{i,N} = 0 & (\text{Neumann}) \end{cases}$$

Cechą szczególną tego algorytmu jest brak ograniczeń na N i M z wyjątkiem $N \geq 2$ i $M \geq 2$. Idea metody polega na redukcji liczby niewiadomych w powtarzających się krokach ($r = 0, 1, 2, \dots, k = \log_2 N$), za pomocą odpowiednich liniowych kombinacji sąsiednich równań. Zatem oryginalna trójdzielna macierz blokowa jest redukowana do nowej trójdzielnej macierzy blokowej, zawierającej już tylko połowę wierszy i kolumn.

Dokładny opis algorytmu przedstawia [18, 21] natomiast w [19] podano przykłady zastosowania podprogramu POISSX.

Schumann i Sweet dokonali porównania POISSX z wybranymi metodami dla zadanego problemu: $M = 128$, $N = 32$ na maszynie cyfrowej IBM-370/168 pod względem czasu obliczeń:

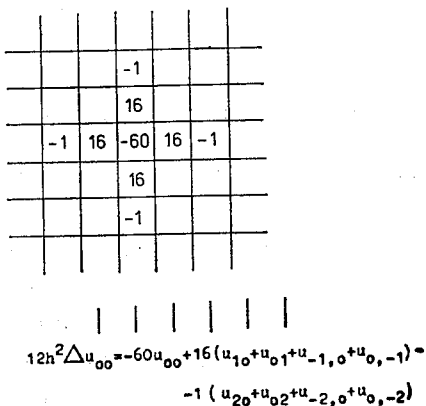
podprogram Tempertona PSOLVE	0,1 s,
podprogram Schumanna-Sweeta POISSX	0,3 s,
podprogram Swarztraubera BLKTRI	0,6 s,
metoda ADI	2,2 s,
metoda SOR	8,0 s.

Podprogram POISSX może być zastosowany tylko do prostokątnego obszaru. Gdy obszar ma kształt odmienny od prostokąta stosuje się technikę macierzy pojemnościowej (CMT). Istnieje możliwość stosowania również cylindrycznego układu współrzędnych oraz nierównomiernej siatki na osi x . Niezerowe warunki brzegowe mogą być zrealizowane przez odpowiednią specyfikację wektora prawych stron.

6. PROCEDURY 3-WYMIAROWE

Kilka prac poświęcono zastosowaniu metod bezpośrednich do rozwiązania równania Poissona w przestrzeni trójwymiarowej [1, 3, 13, 20, 23, 30, 31, 32]. W pracy [13] podano metodę COMPACT należącą do grupy metod bezpośrednich (direct).

W celu podwyższenia dokładności zastosowano metodę różnicową 4-rzędu [6], której schemat dla siatki kwadratowej podano na rys. 2.



Rys. 2. Schemat różnicowy 4-rzędu

Maksymalny błąd metody dla warunków Dirichleta wynosi $\mathcal{O}(h^6)$. Procedura diagonalizująca o nazwie POI3D pracuje w 2 krokach. W pierwszym globalny system $L \cdot M \cdot N$ równań jest redukowany do N symetrycznych bloków trójdzielnych systemów trójdzielnych bloków $L \cdot M$ równań. W drugim kroku każdy z N systemów jest redukowany na M trójdzielnych systemów o L równaniach. Istotnym ograniczeniem procedury POI3D jest możliwość rozwiązywania równania Poissona w prostopadłościennie tylko z warunkami brzegowymi Dirichleta. W przypadku warunków brzegowych II rodzaju (Neumanna) należy stosować podprogram PSN3DI [13].

Najbardziej uniwersalnym wydaje się algorytm J. Adamsa, P. Szwarztraubera i R. Sweeta [1, 23] — FISHPAK opracowany w National Center for Atmospheric Research (Colorado-USA). Umożliwia on rozwiązywanie trójwymiarowego równania Helmholtza w prostopadłościennie z dowolnymi warunkami brzegowymi na każdej ze ścian:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) + Au = F(x, y, z); \quad A — \text{stała}. \quad (20)$$

Zastosowano standardowy siedmio-punktowy schemat różnicowy.

Otrzymany układ równań algebraicznych ma postać:

$$\begin{aligned} C1[X(I-1, J, K) - 2X(I, J, K) + X(I+1, J, K)] + \\ + C2[X(I, J-1, K) - 2X(I, J, K) + X(I, J+1, K)] + \\ + A(K)X(I, J, J-1) + B(K)X(I, J, K) + C(K)X(I, J, K+1) = F(I, J, K) \quad (21) \\ I = 1, 2, \dots, L, J = 1, 2, \dots, M, K = 1, 2, \dots, N, \end{aligned}$$

(L, M, N — ilość niewiadomych odpowiednio na osi x, y, z).

Czas obliczeń jest proporcjonalny do wyrażenia [1]:

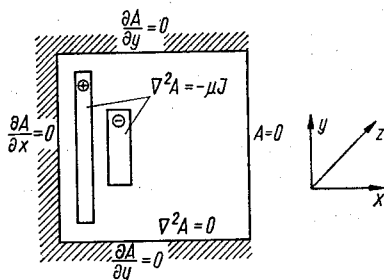
$$L \cdot M \cdot N(\log_2(L) + \log_2(M) + 5).$$

Omawiając procedury 3-wymiarowe, należy wspomnieć również o algorytmie O. Widlund i P. O'Leary [30, 31] HELM3D do rozwiązywania równania Helmholtza w dowolnym obszarze przestrzennym, jednak tylko z warunkami brzegowymi Dirichleta. Do punktów nieregularnych obszaru przestrzennego zastosowano w tym opracowaniu metodę macierzy pojemnościowej (CMT).

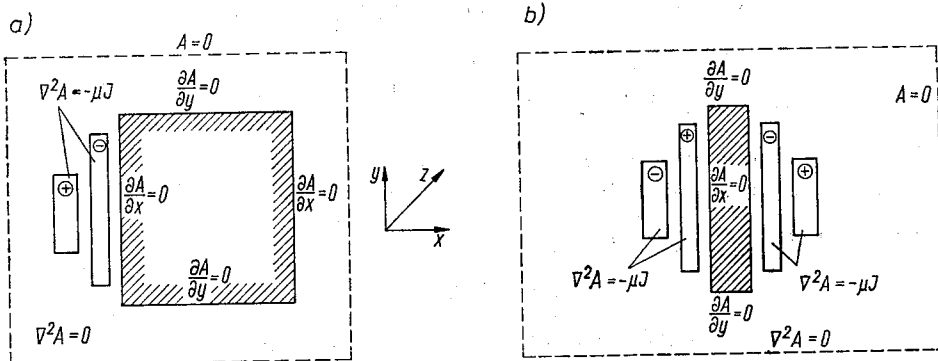
7. PRZYKŁADOWE ZASTOSOWANIA DO OBLICZEŃ MAGNETYCZNYCH

Kilka z wymienionych procedur zostało uruchomionych na MC Odra-1305. Podprogram POISSX z CMT wykorzystano do obliczania rozkładu pola magnetycznego przekładnika prądowego o rdzeniu ramkowym. Do obliczeń przyjęto następujące modele numeryczne [37]:

- odwzorowujący obszar w oknie rdzenia (rys. 3),
- odwzorowujący obszar poza oknem rdzenia:
 - a) w przekroju podłużnym (rys. 4a),
 - b) w przekroju poprzecznym (rys. 4b).



Rys. 3. Model numeryczny odwzorowujący obszar w oknie przekładnika prądowego



Rys. 4. Modele numeryczne odwzorowujące obszary poza oknem rdzenia przekładnika prądowego:
a) w przekroju podłużnym, b) w przekroju poprzecznym

Jeżeli wprowadzimy potencjał wektorowy A i założymy, że pole magnetyczne jest płaskorównoległe oraz przenikalność rdzenia nieskończenie duża, w podoblaszcie uzwojeń obowiązuje równanie Poissona

$$\nabla^2 A = -\mu J, \quad (22)$$

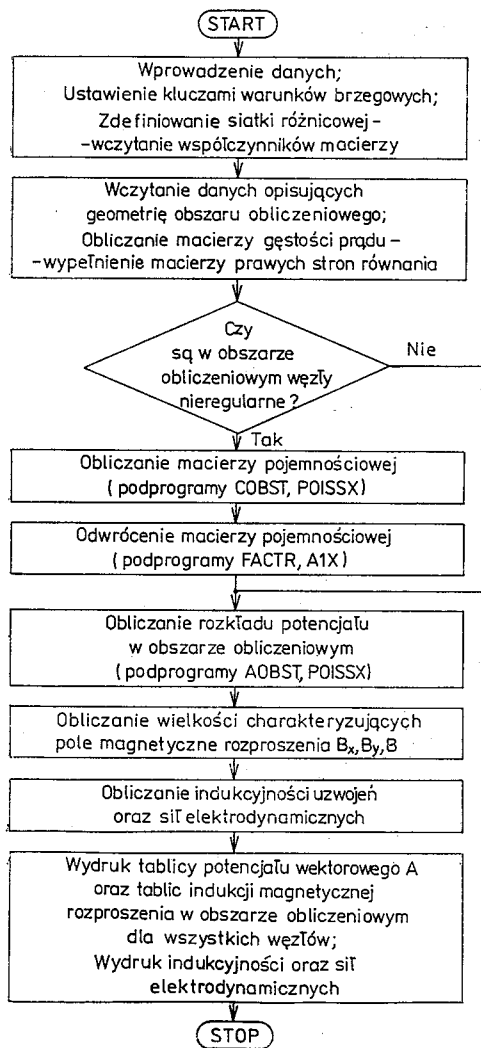
natomiast w pozostałym podoblaszcie równanie Laplace'a

$$\nabla^2 A = 0. \quad (23)$$

Rys. 5 przedstawia schemat blokowy programu obliczeniowego, natomiast na rys. 6a, b pokazano rozkłady izolinii indukcji magnetycznej $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ przekładnika prądowego w stanie zwarcia ($I_2 = 5[A]$) w rozpatrywanych przekrojach obliczeniowych.

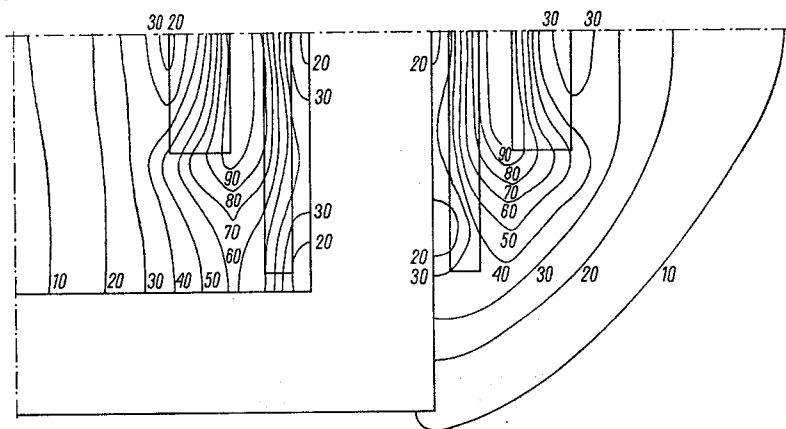
Do analizy trójwymiarowej wykorzystano podprogram POI3D [13] oraz pakiet programowy FISHPAK [1]. Obliczono pole magnetyczne cewki powietrznej o przekroju prostokątnym [33, 34, 35]. Do obliczeń został przyjęty model numeryczny przedstawiony na rys. 7. Cewka powietrzna została zamknięta w prostopadłościanie, na którego ścianach występują warunki I rodzaju ($\vec{A} = 0$). Składowa gęstości prądu $J_y = 0$, wobec tego zagadnienie sprowadza się do rozwiązania układu równań skalarnych Poissona

$$\nabla^2 A_x = -\mu J_x, \quad \nabla^2 A_z = -\mu J_z. \quad (24)$$

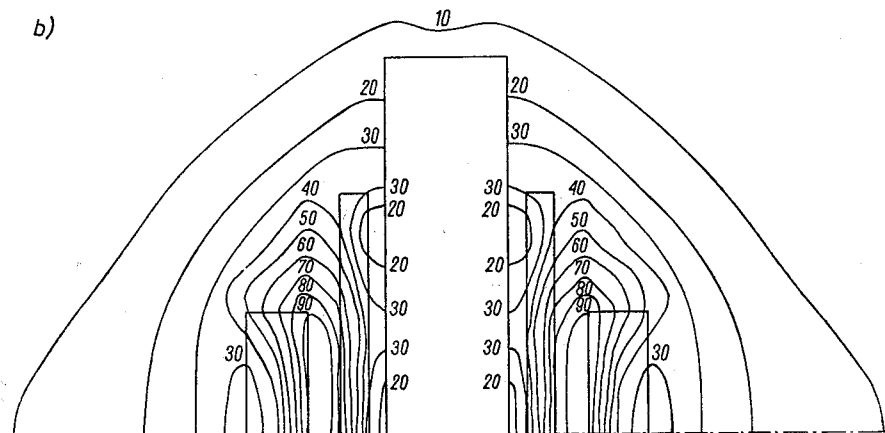


ys. 5. Schemat blokowy programu obliczeniowego

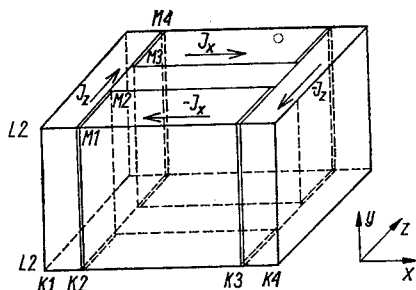
a)



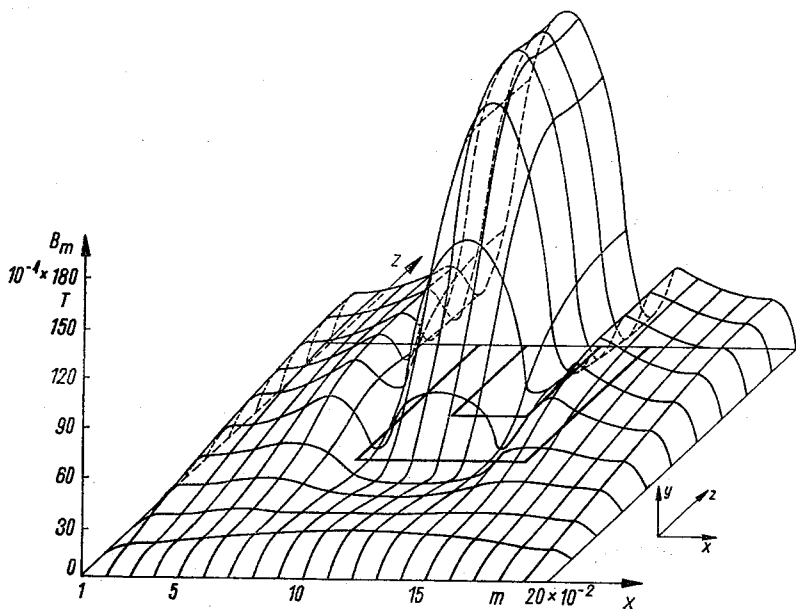
b)



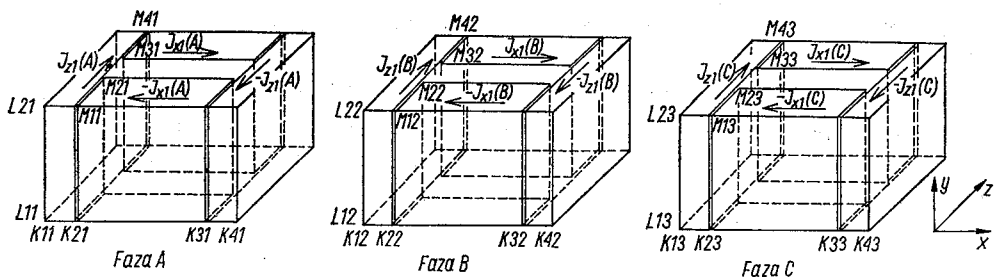
Rys. 6. Rozkłady izolinii indukcji magnetycznej badanego przekładnika prądowego ($I_2 = 5 [A]$, $B_m = \sqrt{2} \cdot B' \cdot 10^{-4} [T]$), a) w przekroju podłużnym, b) w przekroju poprzecznym



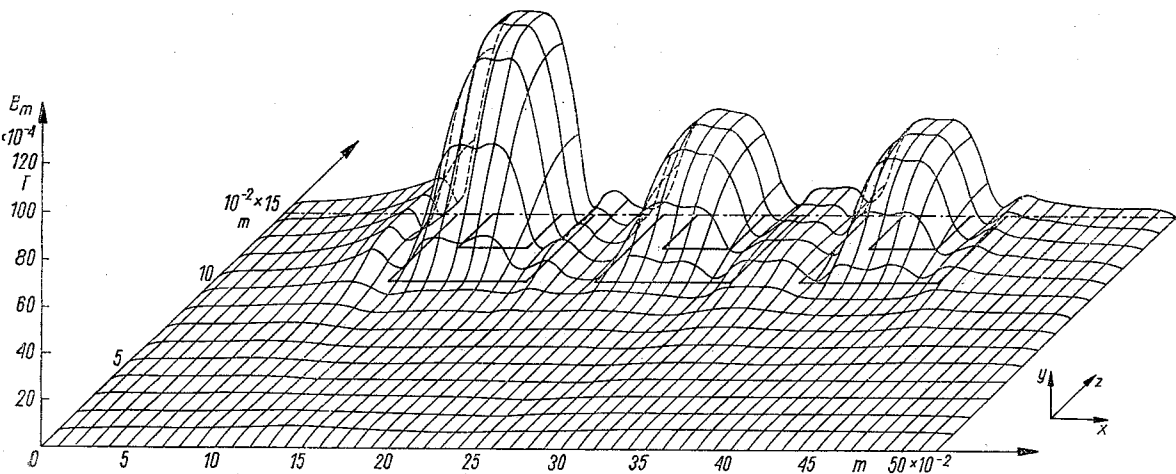
Rys. 7. Model numeryczny cewki powietrznej



Rys. 8. Rozkład przestrzenny wartości maksymalnych indukcji magnetycznej w połowie wysokości cewki powietrznej ($I = 5$ [A], $z = 228$ [zw])



Rys. 9. Model numeryczny trójfazowego dławika powietrznego



Rys. 10. Rozkład przestrzenny wartości maksymalnych indukcji magnetycznej w połowie wysokości uzwojeń trójfazowego dławika powietrznego ($I_A = I_B = I_C = 1$ [A], $z_1 = z_2 = z_3 = 228$ [zw]), $\varphi = 0$)

Na rys. 8 przedstawiono rozkład przestrzenny wartości maksymalnych indukcji magnetycznej cewki powietrznej.

Pakiet programowy FISHPAK zastosowano do obliczania rozkładu przestrzennego pola magnetycznego trójfazowego dławika powietrznego (rys. 10) [36]. Model numeryczny przedstawia rys. 9. Należy rozwiązywać w tym przypadku układ czterech równań Poissona dla części rzeczywistej i urojonej składowych wektora gęstości prądu.

8. WNIOSKI

Przedstawione różne wersje szybkich procedur różnic skończonych pozwalają na dokładniejsze rozwiązywanie równania macierzowego w stosunku do metod iteracyjnych. Są od nich o wiele razy szybsze i pozwalają na dużą dyskretyzację obszaru obliczeniowego.

Zastosowanie metod szybkich w połączeniu z techniką macierzy pojemnościowej umożliwia rozwiązywanie równania Poissona w obszarze o dowolnej geometrii.

Zdaniem autora na szczególną uwagę z przedstawionych procedur 2-wymiarowych zasługuje podprogram POISSX ze względu na swoją uniwersalność i duże możliwości.

Procedury dwu i trójwymiarowe mogą być z powodzeniem zastosowane do obliczeń pola magnetycznego urządzeń elektrycznych, co zostało zilustrowane kilkoma przykładami.

Zastosowanie pakietu programowego FISHPAK umożliwia analizę numeryczną dowolnego układu powietrznego szyn wiodących prąd oraz cewek powietrznych.

Korzyści wynikające z zastosowania szybkich procedur różnic skończonych, są więc oczywiste.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Adams, P. Swarztrauber, R. Sweet: *FISHPAK a package of Fortran Subprograms for the Solution of Separable Elliptic Partial Differential Equation*. Research Report, NCAR, Colorado, 1979
2. B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg: *Vyčislitelnye metody v fizyke plazmy*. Moskwa: „Mir”, 1974
3. D. Burridge, C. Temperton: *Note-A Poisson-Solver for Large Grids*. Journal of Comp. Physics 1979 Vol. 30, Nr 1, s. 145—148
4. B. Buzbee, F. Dorr, J. George, G. Golub: *The Direct Solution of the Discrete Poisson Equation on Irregular Regions*. SIAM J. Numer. Anal., 1971, Vol. 8, Nr 4, s. 722—736
5. B. Buzbee, G. Golub, C. Nielson, *On direct method for solving Poisson's equations*. SIAM J. Numer. Anal., 1970 Vol. 7, Nr 4, s. 627—656
6. L. Colatz: *Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych*. Warszawa: PWN, 1960
7. P. Consus, G. Golub: *Use of Fast Direct Methods for the Efficient Numerical Solution of Non-separable Elliptic Equations*. SIAM J. Numer. Anal., 1973, Vol. 10, Nr 6, s. 1103—1120
8. M. Dryja, J. i M. Jankowscy: *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*. Warszawa: WNT, 1984
9. E. Kącki: *Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice*. Warszawa: WNT, 1971.
10. A. Krawczyk: *Uwagi o metodyce rozwiązywania zagadnień brzegowych elektrodynamiki*. Prace Instytutu Elektrotechniki. Warszawa, z. 124, 1983

11. L. Kronsjö: *Algorithms their complexity and efficiency*. John Wiley and Sons, Chichester, 1979
12. G. Marczuk: *Analiza numeryczna zagadnień fizyki matematycznej*. Warszawa: PWN, 1983
13. P. Mercier, M. Deville: *A Multidimensional Compact Higher-Order Scheme for 3-D Poisson's Equation*. Journal of Comput. Physics, Vol. 39, Nr 2, February 1981, s. 433—455
14. D. Potter: *Metody obliczeniowe fizyki*. Warszawa: PWN, 1977
15. W. Proskurowski, O. Widlund: *On the Numerical Solution of Helmholtz's Equation by the Capacitance Matrix Method*. Mathematics of Computation, 1976, Vol. 30, Nr 135, s. 433—468
16. W. Proskurowski: *Four fortran programs for the numerically solving Helmholtz equation in an arbitrary bounded planar region*. University of California, Report LBL-7516, 1978
17. W. Proskurowski: *Algorithm 593, A Package for the Helmholtz Equation in Nonrectangular Planar Regions*. ACM Trans. on Mathematical Software, 1983, Vol. 9, Nr 1, March, s. 117—124
18. U. Schumann: *Fast elliptic solvers and their application to fluid dynamics problem*. Kernforschungszentrum, Karlsruhe, 4 — Lecture series, 1978
19. U. Schumann, R. Sweet: *Direct Poisson Equation Solver for Potential and Pressure Field on a Staggered Grid with Obstacles*. Fifth International Conference on Numerical Method in Fluid Dynamics, Enschede, The Netherlands, June, 1976
20. U. Schumann: *Fast Elliptic Solvers and Three-Dimensional Fluid-Structure Interactions in a Pressurized Water Reactor*. Journal of Comput Physics, 1980, Vol. 36, Nr 1, s. 93—127
21. U. Schumann, R. Sweet: *A Direct Method for Solution of Poisson's Equation with Neumann Boundary Conditions on a Staggered Grid of Arbitrary Size*. Journal of Computational Physics, 1976, Vol. 20, Nr 2, s. 171—182
22. U. Schumann (Ed.): *Computers Fast Elliptic Solvers and Applications*. Proceedings of the GAMM-Workshop on Fast Solution Methods for the Discretized Poisson Equation, Karlsruhe, March 3—4, 1977, Advance Publ., London, 1978
23. P. Swarztrauber: *A direct method for the discrete solution of separable elliptic equations*. SIAM J. Numer. Anal., 1974 Vol. 11, s. 1136—1150
24. P. Swarztrauber: *The Methods of Cyclic Reduction, Fourier Analysis and the FACR Algorithm for the Discrete Solution of Poisson's Equation on a Rectangle*. SIAM J., Review, 1977, Vol. 19, s. 490—501
25. C. Temperton: *Direct Methods for the Solution of the Discrete Poisson Equation*. Some Comparisons, Journal of Computational Physics, 1979, Vol. 31, Nr 1, s. 1—20
26. C. Temperton: *On the FACR(I) Algorithm for the Discrete Poisson Equation*. European Centre for Medium Range Forecasts, Bracknell, Berks, United Kingdom, Internal Report Nr 14, September, 1977
27. J. Turowski: *Elektrodynamika techniczna*. Warszawa: WNT, 1968
28. J. Turowski: *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*. Warszawa: WNT, 1982.
29. O. Widlund, W. Proskurowski: *On the Numerical Solution of Helmholtz's Equation by the Capacitance Matrix Method*. Research Report COO-3077-99, New York University, 1975
30. O. Widlund, D. O'Leary: *Capacitance Matrix Methods for the Helmholtz Equation on General Three-Dimensional Regions*. Research Report COO-3077-155, New York University, 1978
31. O. Widlund, O. O'Leary: *Algorithm 572*. ACM Trans. on Mathematical Software, 1981, Vol. 7, Nr 2, s. 239—246
32. R. Wilhelmson, J. Ericksen: *Direct Solution for the Poisson's Equation in Three Dimensions*. Journal of Computational Physics, 1977, V. 25, s. 319—331
33. K. Zakrzewski, M. Łukaniszyn: *Calculation of the 3-Dimensional Field of the Air-core Coils of Rectangular Section*. Int. Symp. on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering, ISEF'85, Warszawa, 1985
34. K. Zakrzewski, M. Łukaniszyn: *Obliczanie trójwymiarowego pola magnetycznego cewek powietrznych o przekroju prostokątnym metodą różnic skończonych*. (w druku, Archiwum Elektrotechniki
35. K. Zakrzewski, M. Łukaniszyn: *Wpływ ekranowania magnetycznego na rozkład prze-*

strzennego pola magnetycznego i indukcyjność cewki powietrznej o przekrojach prostokątnych. (w druku, Archiwum Elektrotechniki)

36. K. Zakrzewski, M. Łukaniszyn: *Analiza przestrzennego pola magnetycznego trójfazowego dławika powietrznego.* (w druku, Archiwum Elektrotechniki)

37. K. Zakrzewski, M. Łukaniszyn: *Polowe obliczanie reaktancji uzwojenia wtórnego przekładników prądowych z wykorzystaniem szybkich procedur różnic skończonych.* (w druku, Archiwum Elektrotechniki).

M. ŁUKANISZYN

A SURVEY OF FAST FINITE DIFFERENCE SUBROUTINES APPLIED FOR SOLVING STATIONARY PROBLEMS DESCRIBED BY THE POISSON'S EQUATION

Summary

The paper gives a theoretical basis to and a survey of fast noniterative subroutines of the finite differences used for solving partial differential elliptic equations in a two- or three-dimensional space. They are based on the fast Fourier transformation (FFT), double cyclic reduction (DCR) and their combination (FACR). In case of irregular areas the capacitance matrix method (CMT) is applied. The application of fast subroutines for magnetic calculations is displayed by several examples.

M. ŁUKANISZYN

REVUE DES MÉTHODES RAPIDES DES DIFFERENCES FINIES UTILISEES POUR LA RESOLUTIONS DES PROBLEMS STATIONNAIRES DECRIITS PAR L'EQUATION DE POISSON

Résumé

Dans l'article on a présenté théoriques et on a passé en revue les rapides méthodes non itératives des différences finies pour la résolution des équations aux dérivées partielles élliptiques, dans les espaces bi et tridimensionnels. On s'est basé sur la rapide transformation de Fourier (FFT), la binaire réduction cyclique (DCR) et sur leur combinaison (FACR). Dans le cas des zones irrégulières on se sert de la technique de la matrice capacitive (CMT). Quelques exemples ont servi à présenter le mode d'application des méthodes rapides dans les calculs magnétiques.

M. ŁUKANISZYN

ÜBERBLICK ÜBER DIE SCHNELLEN VERFAHREN DER ENDDIFFERENZEN FÜR DIE LÖSUNG DER DURCH DIE POISSON-GLEICHUNG BESCHRIEBENEN STATIONÄREN PROBLEME

Zusammenfassung

In der Bearbeitung wurden theoretische Grundlagen und ein Überblick über die schnellen, nichtiterativen Verfahren der endlichen Differenzen für die Lösung von elliptischen partiellen Differenzgleichungen im 2- und 3-dimensionalen Raum erörtert. Diesen Verfahren wurden die Methoden der Fast-Fourier-Transformation (FFT), der Double Cyclic Reduction (DCR) und deren Kombination (FACR) zu Grunde gelegt. Im Falle eines irregulären Raumes wurde die Kapazitäts-Matrizen-Technik (CMT) angewandt. Anhand einiger Beispiele wurde die Anwendung von schnellen Verfahren für magnetische Berechnungen gezeigt.

М. ЛУКАНИШИН

ОБЗОР БЫСТРЫХ ПРОГРАММОВ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
СТАЦИОНАРНЫХ ВОПРОСОВ ОПИСАННЫХ УРАВНЕНИЕМ ПУАССОНА

Р е з ю м е

Представлены теоретические основы и обзор быстрых, безитерационных программ конечных разностей для решения дифференциального уравнения с частными производными в двухмерном и трехмерном пространстве. Эти программы составлены на основе быстрой трансформации Фурье (FFT), двойной циклической редукции (DBR) и их комбинации (FACB). Для нерегулярного пространства применена техника ёмкостной матрицы (СМТ). На нескольких примерах показано применение быстрых программ в магнетических расчётах.

Wykorzystanie metody równań całkowych do analizy rozkładu gęstości prądów wirowych w prostokątnym ekranie częściowym

JERZY GOŁĘBIEWSKI

Zakład Elektrotechniki Teoretycznej. Politechnika Białostocka

Otrzymano 1987.03.12

Autoryzowano do druku 1987.10.05

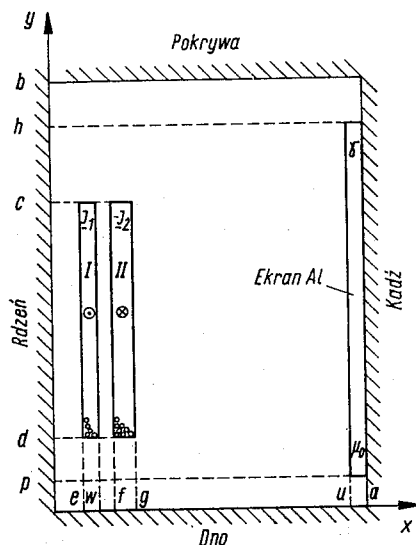
W pracy rozwiązano całkowite równanie Fredholma opisujące rozkład gęstości prądów wirowych w prostokątnym ekranie częściowym. Analitycznie wyznaczono funkcje odwzorowujące poszukiwane pole. Odpowiednie współczynniki określono numerycznie. Uzyskane wyniki stabilizowano i przedstawiono graficznie. Otrzymane w ten sposób wykresy dobrze ilustrują zjawisko wypierania prądu.

1. WSTĘP

W ekranach przewodzących o przekroju prostokątnym pole magnetyczne indukowanych prądów wirowych silnie wpływa na rozkład pola na brzegu obszaru [13]. Sprawia to, że warunki graniczne nie są dane w jawnej postaci i zależą od odpowiedzi środowiska na wymuszenie. Ten fakt jest przyczyną wielu trudności obliczeniowych, które nasilają się w przypadku analizy ekranów tylko częściowo osłaniających chronione powierzchnie. Wspomniane trudności sprawiły, że w pracach [2], [4] przyjęto szereg uproszczeń. Należało do nich pominięcie odpowiedniego składnika równania Helmholtza, zastąpienie ekranu wystającego wpuszczonym, zaniedbanie grubości uzwojeń, założenie nieograniczonej grubości kadzi, i.t.p.

W niniejszym artykule nie stosowano wymienionych uproszczeń, zaś spełnienie warunków brzegowych uzyskano wykorzystując metodę równań całkowych. W powierzchniowym równaniu Fredholma drugiego rodzaju warunki brzegowe nie występują bowiem bezpośrednio. Z tej przyczyny wspomniana metoda jest często stosowana w ostatnich latach do analizy [6], [8], [9], [10], [11], [17], [19], [20], [21] i syntezy [1], [12] pól elektromagnetycznych. Konieczność zastąpienia ferromagnetyka rzeczywistego idealnym jest jednak nierzadko spotykaną wadą metody równań całkowych.

Celem pracy jest wyznaczenie rozkładu gęstości prądów wirowych oraz strat jednostkowych w ekranie częściowym, pokazanym na rys. 1. Ekran o długości h -p i grubości a -u osłania częściowo ścianę $x = a$ prostokątnego kanału ferromagnetycznego, ograniczającego obszar powietrzny. Pole jest wzbudzone przez sinusoidalne prądy płynące w uzwoje-



Rys. 1. Model obliczeniowy

niu. Zakłada się płaskorównoległą konfigurację układu. Tworzy on model obliczeniowy tej części strefy rozproszeniowej transformatora [15, str. 267 oraz 272], która jest obejmowana przez zaokrąglone części kadzi [3].

Różne warianty całkowego równania gęstości prądów wirowych, indukowanych w przewodniku przez zewnętrzne pole elektromagnetyczne, podano np. w [8], [9], [16]. Ponieważ dla każdego konkretnego zadania określa się osobno funkcję Greena, wspomniane równanie wyprowadzono w dodatku zamieszczonym na końcu niniejszego artykułu. Oprócz tego w aneksie uwzględniono różnicę (30) pomiędzy wartościami w dwojaki sposób określonego potencjału wektorowego $\vec{A} \sim$ i $\vec{A}$. Utożsamianie tych wielkości prowadzi czasami do błędów związanych ze zdefiniowaniem zespolonego potencjału skalarnego φ . Rozkład gęstości prądu jest opisany równaniem Fredholma (41)

$$J(x, y) = -j\omega\gamma A_0(x, y) + j\omega\mu_0\gamma \int_p^h \int_u^a J(\xi, \eta) G(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (1)$$

gdzie:

$J(x, y)$ — zespolona wartość gęstości prądu w ekranie (składowa w kierunku $1_2^{\rightarrow}$)
 $A_0(x, y)$ — zespolony potencjał wektorowy pola wzbudzenia przy braku ekranu przewodzącego (składowa w kierunku $1_2^{\rightarrow}$)

$G(x, y, \xi, \eta)$ — funkcja Greena zdefiniowana wzorami (2) i (3)

(ξ, η) — punkt całkowania

ω — pulsacja przebiegów

γ — konduktywność ekranu

μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni

$a, b, c, d, e, f, g, h, p, u, w$ — wymiary geometryczne objaśnione na rys. 1.

Warunkiem efektywnego wykorzystania równania (1) jest wyznaczenie funkcji Greena oraz pola wzbudzenia przy braku ekranu.

2. FUNKCJA GREENA

Funkcję Greena drugiego rodzaju definiuje się jako rozwiązanie równania [5, str. 171]

$$\nabla^2 G(x, y, \xi, \eta) = \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \quad (2)$$

z warunkiem brzegowym

$$\left. \frac{\partial G}{\partial n} \right|_r = 0 \quad (3)$$

gdzie: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\frac{\partial}{\partial n}$ — pochodna w kierunku normalnym, zewnętrznym.

$\vec{n}$ — wektor normalny do obwodu Γ prostokąta o wymiarach a na b (rys. 1), skierowany na zewnątrz obszaru.

Równanie (2) można rozwiązać metodą Rotha [15, str. 247]. Zgodnie z nią poszukiwane rozwiązanie ma postać

$$G(x, y, \xi, \eta) = \sum_m \sum_n C_{mn} \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} M_m x \cdot \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} N_n y, \quad (4)$$

gdzie współczynniki C_{mn} są funkcjami ξ i η .

Warunek brzegowy (3) spełniają tylko cosinusy. Wynika stąd, że rozwiązanie ogólne (4) zredukuje się do następującej sumy podwójnej

$$G(x, y, \xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} \cos(M_m x) \cos(N_n y), \quad (5)$$

gdzie:

$$M_m = \frac{m\pi}{a} \quad N_n = \frac{n\pi}{b}. \quad (6)$$

Obliczając dla funkcji (5) pochodne cząstkowe rzędu drugiego względem x i y oraz podstawiając je do (2) otrzymano

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} (M_m^2 + N_n^2) \cos(M_m x) \cos(N_n y) = -\delta(x - \xi) \delta(y - \eta). \quad (7)$$

Ciągi funkcji $\{\cos M_m x\}$ i $\{\cos N_n y\}$ są ortogonalne odpowiednio w przedziałach $(0, a)$ oraz $(0, b)$. Nieznana wartość wyrażenia C_{mn} wyznacza się więc ze wzoru na współczynnik uogólnionego szeregu Fouriera [6]

$$C_{mn} (M_m^2 + N_n^2) = - \frac{\int_0^b \int_0^a \delta(x - \xi) \delta(y - \eta) \cos(M_m x) \cos(N_n y) dx dy}{\int_0^b \int_0^a \cos^2(M_m x) \cos^2(N_n y) dx dy} \quad (8)$$

skąd wynikają współczynniki rozwiązania (5)

a. dla $m = 1, 2, 3 \dots > 0, n = 0$

$$C_{m0} = -\frac{2}{ab} \frac{\cos(M_m \xi)}{M_m^2} \quad (9)$$

b. dla $m = 0, n = 1, 2, 3 \dots > 0$

$$C_{0n} = -\frac{2}{ab} \frac{\cos(N_n \eta)}{N_n^2} \quad (10)$$

c. dla $m = 1, 2, 3 \dots > 0, n = 1, 2, 3 \dots > 0$

$$C_{mn} = -\frac{4}{ab} \frac{\cos(M_m \xi) \cos(N_n \eta)}{M_m^2 + N_n^2} \quad (11)$$

d. dla $m = 0$ i $n = 0$

Rozwiązanie (5) zagadnienia Neumanna (2), (3) jest jednoznaczne tylko z dokładnością do stałego składnika [18]. Oprócz tego zachodzi

$$C_{00} \cos(M_0 x) \cos(N_0 y) = C_{00} \quad (12)$$

Stałą C_{00} można więc określić dowolnie, np. $C_{00} = 0$.

3. POTENCJAŁ WEKTOROWY POLA WZBUDZENIA

Pole wzbudzenia oblicza się przy braku ekranu zakładając, że uzwojenie nawinięto cienkim drutem. Można wówczas zaniedbać zjawisko naskórkowości w obszarze wzbudnika, czyli przyjąć w nim równomierną gęstość prądu ($J_1 = \text{const}_1, J_2 = \text{const}_2$). W wyniku tego potencjał wektorowy pola wzbudzenia spełnia równanie Poissona

$$\nabla^2 A_0(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{w powietrzu wypełniającym obszar usuniętego ekranu} \\ -\mu_0 J_1 & \text{w uzwojeniu I} \\ \mu_0 J_2 & \text{w uzwojeniu II} \\ 0 & \text{w pozostałym obszarze powietrznym} \end{cases} \quad (13)$$

gdzie

$$J_1 = \frac{Iz}{(c-d)(w-e)} \text{ — gęstość prądu zespolonego w uzwojeniu I,}$$

$$J_2 = \frac{Iz}{(c-d)(g-f)} \text{ — gęstość prądu zespolonego w uzwojeniu II,}$$

$$Iz = I_1 z_1 \simeq I_2 z_2 \text{ — amperozwoje obu uzwojeń.}$$

Obszar powietrzny jest ograniczony idealnym ferromagnetykiem. Zatem warunek brzegowy równania (13) wyraża się jak niżej

$$\left. \frac{\partial A_0}{\partial n} \right|_r = 0 \quad (14)$$

Zagadnienia (2), (3) oraz (13), (14) są tego samego typu stanowiąc problem Neumanna dla równania Poissona. W wyniku tej analogii pole wzbudzenia oblicza się identycznie

jak funkcję Greena w poprzednim punkcie, uwzględniając jedynie różnice w postaci prawych stron (2) i (13). Z tej przyczyny zostanie podany tylko końcowy wynik, z pominięciem kolejnych etapów rozwiązania. Można też wykorzystać zależności podane w [15, str. 247].

$$A_0(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn} \cos(M_m x) \cos(N_n y) \quad (15)$$

M_m i N_n są określone wzorem (6), zaś stała szeregu (15) wyraża się następująco

a. dla $m = 1, 2, 3 \dots > 0, n = 0$

$$B_{m0} = \frac{2\mu_0}{ab}(c-d) \left[J_1 \frac{\sin(M_m w) - \sin(M_m e)}{M_m^3} - J_2 \frac{\sin(M_m g) - \sin(M_m f)}{M_m^3} \right] \quad (16)$$

b. dla $m = 0, n = 1, 2, 3 \dots > 0$

$$J_1(w-e) = J_2(g-f) \Rightarrow B_{0n} = 0 \quad (17)$$

c. dla $m = 1, 2, 3 \dots > 0, n = 1, 2, 3 \dots > 0$

$$B_{mn} = \frac{4\mu_0}{ab} \frac{\sin(N_n c) - \sin(N_n d)}{N_n(M_m^2 + N_n^2)} \left[J_1 \frac{\sin(M_m w) - \sin(M_m e)}{M_m} - J_2 \frac{\sin(M_m g) - \sin(M_m f)}{M_m} \right] \quad (18)$$

d. dla $m = 0, n = 0$

$$B_{00} = 0 \quad (19)$$

4. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ FREDHOLMA DRUGIEGO RODZAJU

Wprowadzając oznaczenie

$$f_{mn}(x, y) = \cos(M_m x) \cos(N_n y) \quad (20)$$

oraz nową stałą, już niezależną od zmiennych ξ, η

$$D_{mn} = \frac{C_{mn}}{f_{mn}(\xi, \eta)} \quad (21)$$

można następująco przedstawić wyrażenie (5) na funkcję Greena

$$G(x, y, \xi, \eta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_{mn} f_{mn}(\xi, \eta) \cdot f_{mn}(x, y) \quad (22)$$

oraz zależność (15) na potencjał wektorowy pola wzbudzenia

$$A_0(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} B_{mn} f_{mn}(x, y) \quad (23)$$

Po podstawieniu (22) i (23) do (1) otrzymano rozwiązanie równania Fredholma w następującej postaci

$$J(x, y) = \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{B_{mn}}{\mu_0 S_e} - D_{mn} \alpha_{mn} \right] f_{mn}(x, y) \quad (24)$$

gdzie

$$\alpha_{mn} = \int_p^h \int_u^a J(\xi, \eta) f_{mn}(\xi, \eta) \frac{d\xi d\eta}{S_e} \quad (25)$$

$$\lambda = -j\omega\gamma\mu_0 S_e \quad S_e = (h-p)(a-u). \quad (26)$$

Nieznane współczynniki α_{mn} określa układ równań, który uzyskano kładąc (24) (z zamienionymi zmiennymi i indeksami) do (25)

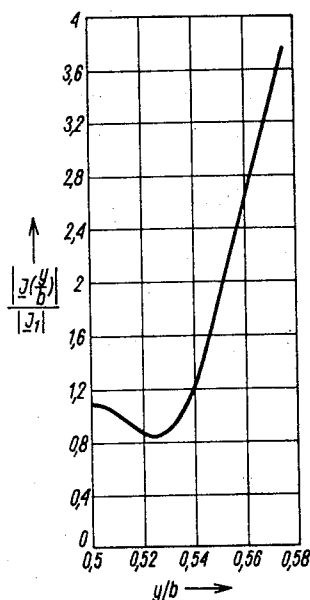
$$\alpha_{mn} + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} D_{kl} a_{mnkl} \alpha_{kl} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{B_{kl}}{\mu_0 S_e} a_{mnkl} \quad (27)$$

gdzie $m = 0, 1, 2 \dots$ $n = 0, 1, 2 \dots$

$$a_{mnkl} = \lambda \int_p^h \int_u^a f_{mn}(\xi, \eta) f_{kl}(\xi, \eta) \frac{d\xi d\eta}{S_e} \quad (28)$$

Przyjęto następujące parametry analizowanego układu (rys. 1)

$$\begin{aligned} a &= 0,32 \text{ m} & b &= 2 \text{ m} & c &= 1,3 \text{ m} \\ d &= 0,7 \text{ m} & e &= 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m} & f &= 0,106 \text{ m} \\ g &= 0,19 \text{ m} & u &= 0,312 \text{ m} & w &= 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ \omega &= 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & \gamma_{Al} &= 34 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} & \mu_0 &= 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}. \end{aligned}$$



Rys. 2. Rozkład modułu względnej gęstości prądów wirowych w ekranie częściowym przy

$$\frac{x}{a} = 0,9875; \quad \frac{h-p}{c-d} = 0,5;$$

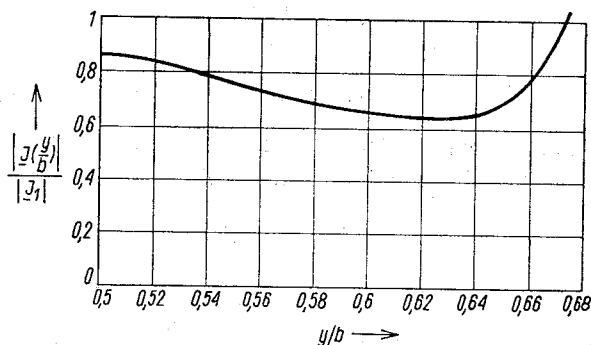
Obliczenia przeprowadzono zakładając dwie różne długości ekranu

$$h = 1,15 \text{ m}, \quad p = 0,85 \text{ m},$$

$$\text{oraz } h = 1,35 \text{ m}, \quad p = 0,65 \text{ m}.$$

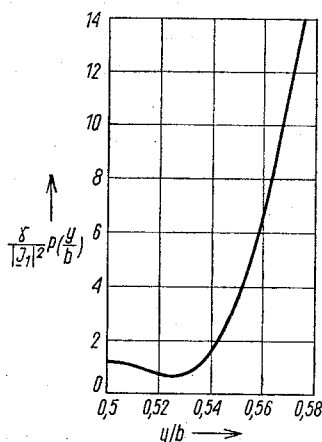
Liniowy układ równań (27) rozwiązuje się numerycznie wykorzystując biblioteczne podprogramy FORTRANU dla Odry 1305 (np. F4CXACSL). Za pomocą komputera stabilizowano też moduł funkcji (24). Całkowity czas przeliczenia jednego przykładu nie przekracza dwudziestu minut pracy e.m.c. Odra 1305.

Układ (27) ograniczono do 144 (dla $m, n, k, l = 0, 1, 2 \dots 11$), a następnie do 169 równań dla $m, n, k, l = 0, 1, 2 \dots 12$. W żadnym punkcie ekranu względna różnica odpowiednich rozwiązań nie przekroczyła 2,2%. Otrzymane wyniki uznano więc za wystarczająco dokładne i przedstawiono je dla połowy zakresu we współrzędnych bezwymiarowych na rys. 2, rys. 3, rys. 4 oraz rys. 5 (wykresy są symetryczne względem prostej $\frac{y}{b} = 0,5$).



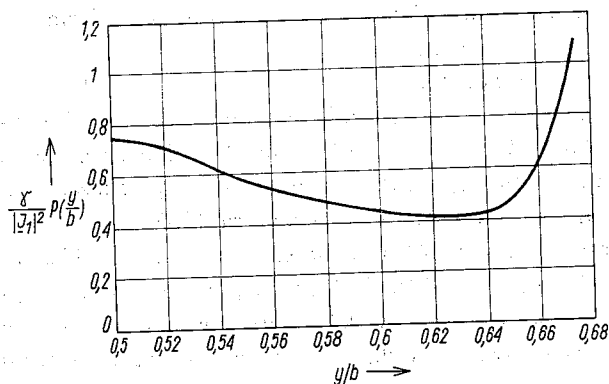
Rys. 3. Rozkład modułu względnej gęstości prądów wirowych w ekranie częściowym

$$\frac{x}{a} = 0,9875; \quad \frac{h-p}{c-d} = 1,167;$$



Rys. 4. Rozkład względnych strat jednostkowych w ekranie częściowym przy $h-p = 0,5$ ($c-d$);

$$\frac{x}{a} = 0,9875;$$



Rys. 5. Rozkład względnych strat jednostkowych w ekranie częściowych przy

$$\frac{x}{a} = 0,9875; \quad \frac{h-p}{c-d} = 0,5;$$

Współrzędna $\frac{x}{a}$ wpływa zaledwie na wartość drugiego lub trzeciego miejsca po przecinku.

Zrezygnowano więc z rysowania rozkładów przestrzennych, co jest uzasadnione znikomą grubością stosowanych ekranów aluminiowych (około 8 mm).

5. UWAGI KOŃCOWE

Rys. 2 i rys. 3 dobrze ilustrują zjawisko wypierania prądu — w obu przypadkach jego gęstości osiąga największą wartość na krawędziach ekranu przewodzącego. Jednak porównując ze sobą wykresy 2 i 3 widać, że bardziej równomierny i tym samym korzystniejszy rozkład pola, uzyskuje się w dłuższym ekranie przy $h-p = 1,167$ ($c-d$). Stąd też wynika, że zbyt krótki ekran jest mocniej narażony na przegrzania lokalne (rys. 4).

Podobne wnioski otrzymano w [2], [15]. Metody równań różniczkowych [2], [15] i całkowych dają więc wyniki jakościowo zbieżne. Ewentualne różnice ilościowe wynikają z odrzucenia założeń upraszczających, o których wspomniano w rozdziale 1.

Zgodnie z klasyfikacją podaną w [9], przedstawione rozwiązanie ma charakter analityczny, ponieważ funkcja odwzorowująca poszukiwany rozkład jest dana wzorami (24) i (20), a nie za pomocą tablicy. Numerycznie wyznacza się tylko stałe α_{mn} , będące odpowiednimi współczynnikami tej funkcji.

DODATEK

CAŁKOWE RÓWNANIE GĘSTOŚCI PRĄDU W EKRANIE

Wektor gęstości prądu opisuje następująca zależność [6]

$$\vec{J} = -j\omega\gamma\vec{A} \approx \gamma \text{grad}\phi. \quad (29)$$

Ponieważ potencjał wektorowy jest określony z dokładnością do gradientu, można dokonać podstawienia

$$\vec{A}_{\sim} = \vec{A} - \frac{1}{j\omega} \text{grad} \varphi, \quad (30)$$

które sprowadza (29) do postaci

$$\vec{J} = -j\omega\gamma\vec{A}. \quad (31)$$

W niniejszej pracy zastosowano potencjał $\vec{A}$. Pole jest płaskorównoległe $\vec{A} = A(x, y)\vec{1}_z$, więc $\text{div} \vec{A} = 0$. Wynikają stąd [6], [13] następujące równania różniczkowe opisujące rozkład potencjału

$$\nabla^2 A = \begin{cases} j\omega\mu_0\gamma A & \text{w ekranie} \\ -\mu_0 J_1 & \text{w uzwojeniu I} \\ \mu_0 J_2 & \text{w uzwojeniu II} \\ 0 & \text{w powietrzu.} \end{cases} \quad (32)$$

Warunkiem brzegowym układu (32) jest zerowanie się składowej stycznej wektora indukcji magnetycznej na powierzchni idealnego ferromagnetyka (przenikalność magnetyczna rdzenia i stalowej kadzi jest rzeczywiście znacznie większa od przenikalności aluminiowego ekranu oraz powietrza)

$$\left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_r = 0. \quad (33)$$

Całkowity potencjał wektorowy A zawiera składową pochodzącą od pola wzbudzenia A_0 (przy braku ekranu) oraz od prądów wirowych A_w

$$A = A_0 + A_w \quad (34)$$

Pierwszy składnik spełnia równanie Poissona (13) z warunkiem Neumanna (14). Na mocy (34), (32) i (13) A_w jest opisane następującym równaniem

$$\nabla^2 A_w = \nabla^2 A - \nabla^2 A_0 = \begin{cases} j\omega\mu_0\gamma A - 0 & \text{w ekranie} \\ -\mu_0 J_1 + \mu_0 J_1 & \text{w uzwojeniu I} \\ \mu_0 J_2 - \mu_0 J_2 & \text{w uzwojeniu II} \\ 0 - 0 & \text{w powietrzu} \end{cases} \quad (35)$$

co można krótko zapisać

$$\nabla^2 A_w = \begin{cases} j\omega\mu_0\gamma A & \text{w ekranie} \\ 0 & \text{w pozostałej części obszaru } S. \end{cases} \quad (36)$$

Podstawiając (31) do (36) ostatecznie otrzymano

$$\nabla^2 A_w(x, y) = \begin{cases} -\mu_0 J(x, y) & \text{w ekranie} \\ 0 & \text{w pozostałej części obszaru } S. \end{cases} \quad (37)$$

Równanie (37) należy uzupełnić warunkami brzegowymi, które wynikają z (34), (33) i (14)

$$\left. \frac{\partial A_w}{\partial n} \right|_r = \left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_r - \left. \frac{\partial A_0}{\partial n} \right|_r = 0. \quad (38)$$

Aby zamienić równanie różniczkowe na całkowe wprowadza się funkcję Grenna, zdefiniowaną zależnościami (2), (3). Symetryczna (druga) tożsamość Greena [14] na płasz-

czyżnie względem A_w i G ma następującą postać

$$\iint_S \left| \begin{matrix} A_w & G \\ \nabla^2 A_w & \nabla^2 G \end{matrix} \right| dx dy = \oint_{r(s)} \left| \begin{matrix} A_w & G \\ \frac{\partial A_w}{\partial n} & \frac{\partial G}{\partial n} \end{matrix} \right| dl. \quad (39)$$

Po podstawieniu laplasjanów (2) i (37) do lewej oraz wartości brzegowych (3) i (38) do prawej strony wzoru (39), rozwinięciu wyznaczników, zastosowaniu twierdzenia o filtrowaniu dwuwymiarowym impulsem Diraca otrzymano

$$A_w(\xi, \eta) = -\mu_0 \int_u^h \int_u^a J(x, y) G(x, y, \xi, \eta) dx dy. \quad (40)$$

Zamieniając miejscami punkty (ξ, η) i (x, y) w (40), pamiętając o symetrii funkcji Greena i wykorzystując (34) oraz (31) dochodzi się do całkowego równania gęstości prądu indukowanego w ekranie

$$J(x, y) = -j\omega\gamma A_0(x, y) + j\omega\mu_0\gamma \int_p^h \int_u^a J(\xi, \eta) G(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (41)$$

BIBLIOGRAFIA

1. K. Adamiak, *Synthesis of homogeneous magnetic field in internal region of cylindrical solenoid* Archiv für Elektrotechnik, 1980, vol. 62, s. 75—79
2. S. Apanasewicz, M. Kaźmierski: *Rozkład pola elektromagnetycznego i strat na powierzchni częściowo ekranowanej kadzi*. Archiwum Elektrotechniki, 1977, z. 2
3. M. Kaźmierski: *Ocena przybliżonych metod analizy pola elektromagnetycznego w transformatorach*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1970, z. 1
4. M. Kaźmierski: *Pole elektromagnetyczne w układach z ekranami częściowymi przy uwzględnieniu nieliniowości magnetycznej masywnego żelaza*. Materiały Krajowej Konferencji Teorii Pola Elektromagnetycznego, Warszawa-Jadwisin, 28—29.IX.1982
5. E. Kaćki: *Równania różniczkowe cząstkowe w elektrotechnice*. Warszawa: WNT, 1971
6. M. Krakowski: *Elektrotechnika Teoretyczna, Tom II, Pole elektromagnetyczne*. Warszawa: PWN, 1983
7. M. A. Krasnosielski i inni: *Równania całkowite*. Warszawa: PWN, 1972
8. W. Lipiński, *Analiza pola magnetycznego i przestrzennych rozkładów prądów wirowych w osiowo-symetrycznych ekranach półzamkniętych*. Archiwum Elektrotechniki, 1983, z. 1/2
9. W. Lipiński: *Zastosowanie metody Galerkina do równania całkowego Fredholma na przykładzie analizy prądów wirowych w umieszczonym w szczelinie dławika przewodzie prostokątnym*. Archiwum Elektrotechniki, 1983, z. 1/2
10. W. Lipiński: *Anwendung des Galerkinschen Verfahrens und der Fredholmschen Integralgleichung zur Analyse der Kraft bei der elektromagnetischen Zentrierung eines leitenden Zylinders*. Archiv für Elektrotechnik, 1985, vol. 68, s. 75—78
11. J. Poltz: *Metody analizy strat wiroprądowych*. Warszawa-Poznań: PWN, 1982
12. R. Sikora, R. Pałka: *Synthesis of one and twodimensional electrostatic field*. Archiv für Elektrotechnik, 1981, vol. 64, s. 105—108
13. R. Sikora: *Obliczeniowe modele elektrodynamiki technicznej*. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej — 35 lat Wydziału Elektrycznego Politechniki Białostockiej, Tom II, *Elektrodynamika i Metrologia*, Białystok, 1984
14. T. Trajdos: *Matematyka dla inżynierów — kurs wyższy*. Warszawa: WNT, 1981

15. J. Turowski: *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*. Warszawa: WNT, 1982.
16. P. Wach: *Theorie der Schirmung von zweidimensionalen Magnetfeldern*. Archiv für Elektrotechnik, 1981, vol. 63, s. 29—33
17. P. Zimny: *Zastosowanie metody równań całkowych i elementów skończonych do obliczania quasi-stacjonarnego pola elektromagnetycznego w ośrodkach przewodzących*. Gdańsk, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej nr 313, Elektryka nr 50, 1980. Rozprawa habilitacyjna
18. W. Żakowski, W. Leksiński: *Matematyka cz. IV*. Warszawa: WNT, 1973
19. O. W. Tozoni, I. D. Maergojz: *Rascet trechmernykh elektromagnetnykh polej*. Kijew: Technika, 1974
20. J. H. Mc Whirter, R. C. McCamy: *Fredholm Integral Equations for three and two Dimensional Eddy Current Problems*. Compumag Conference, Grenoble, 1978
21. J. A. Tegopoulos, E. E. Kriezis: *Eddy Currents in Linear Conducting Media*. Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo: Elsevier, 1985
22. S. J. Salon, J. M. Schneider: *A Comparison of Boundary Integral and Finite Elements Formulation of the Eddy Current Problem*. IEEE Summer Power Meeting, 1980

J. GOŁĘBIOWSKI

APPLICATION OF THE INTEGRAL EQUATION METHOD TO THE ANALYSIS OF THE EDDY-CURRENT DENSITY DISTRIBUTION IN A RECTANGULAR SHIELD SECTION

Summary

The integral Fredholm equation describing the eddy-current density distribution in a rectangular shield section is solved. Functions representing the sought for field are derived in an analytical way. Corresponding coefficients are determined by means of a computer. The obtained results are presented in a graphical way. These diagrams well illustrate the skin effect.

J. GOŁĘBIOWSKI

MISE A PROFIT DE LA MÉTHODE DES EQUATIONS INTÉGRALES A L'ANALYSE DE LA REPARTITION DE LA DENSITÉ DE COURANTS DE FOUCAULT DANS UN ÉCRAN RECTANGULAIRE PARTIEL

Résumé

Dans l'étude on a résolu l'équation intégrale de Fredholm, décrivant la répartition de la densité de courants de Foucault dans un écran rectangulaire partiel. On a désigné analytiquement les fonctions projetant le champ recherché. Les coefficients convenables ont été déterminés numériquement. Les résultats obtenus ont été présentés aux tableaux et graphiquement. Les diagrammes obtenus de la sorte illustrent bien le phénomène de l'effet pelliculaire du courant.

J. GOŁĘBIOWSKI

VERWERTUNG DER INTEGRALGLEICHUNGSMETHODE FÜR DIE ANALYSE DER DICHTEVERTEILUNG VON WIRBELSTRÖMEN BEI RECHTECKIGER TEILABSCHIRMUNG

Zusammenfassung

In der Bearbeitung löst man die Integralgleichung von Fredholm, die die Dichteverteilung der Wirbelströme bei rechteckiger Teilabschirmung darstellt. Man bestimmte analytisch Funktionen, die das

gesuchte Feld abbilden. Die entsprechenden Faktoren wurden mit Hilfe eines Digitalrechners bestimmt, und die gewonnenen Ergebnisse graphisch dargestellt. Die hierbei gewonnenen Diagramme illustrieren richtig die Erscheinung der Stromverdrängung.

Е. ГОЛЭМБИОВСКИ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ЧАСТИЧНОМ ЭКРАНЕ

Резюме

Решено интегральное уравнение Фредгольма описывающее распределение плотности вихревых токов в прямоугольном частичном экране. Аналитически определены функции отображающие искомое поле. Соответствующие коэффициенты вычислены при помощи компьютера. Полученные результаты представлены графически. Эти диаграммы хорошо иллюстрируют поверхностный эффект.

Przekształtnik tyrystorowy złożony, sterowany niesymetrycznie o podwójnej komutacji prądu

LESZEK FRĄCKOWIAK

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Politechnika Poznańska

GRZEGORZ PLENZLER

Instytut Elektroenergetyki, Politechnika Poznańska

Otrzymano 1987.06.25

Autoryzowano do druku 1987.11.11

Przedstawiono zasadę niesymetrycznego sterowania i omówiono podstawowe właściwości przekształtnika tyrystorowego o układzie równoległym dwóch mostków 3-fazowych. Wyznaczono obszary przewodzenia w ustalonych stanach pracy oraz charakterystyki zewnętrzne i zależności podstawowych wskaźników energetycznych przekształtnika od parametrów elektromagnetycznych układu, parametrów obciążenia i parametru sterowania.

1. WSTĘP

Duże możliwości polepszenia ważnego wskaźnika energetycznego, jakim jest zawartość wyższych harmonicznych w prądzie sieci elektroenergetycznej stwarzają przekształtniki tyrystorowe (PT) złożone, o nowych niekonwencjonalnych sposobach sterowania tyrystorów. Należą do nich m.in. przekształtniki sterowane niesymetrycznie o wielokrotnej komutacji prądu [1, 2]. Pod względem polepszenia przebiegu prądu są one konkurencyjne a w pewnych przedziałach pracy przewyższają konwencjonalne rozwiązania PT złożonych o zwielokrotnionej liczbie pulsów. Realizacja techniczna nowych algorytmów sterowania, nawet o bardzo wysokim stopniu złożoności, stała się obecnie stosunkowo łatwa przez zastosowanie techniki mikroprocesorowej.

W pracy przedstawiono zasadę sterowania i omówiono podstawowe właściwości takich przekształtników. Na przykładzie PT o układzie równoległym dwóch mostków 3-fazowych (sterowanych niesymetrycznie opisano obszary przewodzenia występujące w stanach ustalonych pracy prostownikowej i falownikowej przekształtnika oraz wyznaczono charakterystyki zewnętrzne i zależność współczynnika zawartości harmonicznych w prądzie sieci od parametrów elektromagnetycznych układu, parametrów obciążenia i parametru sterującego.

OBJAŚNIENIA STOSOWANYCH OZNACZEŃ

Symbole, wielkości, parametry

- e, E_m — SEM źródłowa (przeliczona na stronę wtórną transformatora): wartość chwilowa, amplituda,
 i_d, I_d — prąd obciążenia; wartość chwilowa, wartość średnia,
 I_L, I_{L1} — prąd sieci: wartość skuteczna, wartość skuteczna pierwszej (podstawowej) harmonicznej,
 k_h — współczynnik zawartości harmonicznych w prądzie sieci,
 t — czas,
 u_d, U_d — napięcie wyjściowe przekształtnika: wartość chwilowa, wartość średnia,
 X_c, X_s — reaktancja: dławika rozdzielającego, zastępcza jednej fazy obwodu (przeliczona na stronę wtórną transformatora),
 α_1, α_2 — kąt załączenia (wyzwolenia) tyrystora liczony od punktu komutacji swobodnej: wartość mniejsza, wartość większa,
 β — współczynnik charakteryzujący kształt przebiegu prądu,
 $\Delta\alpha$ — parametr sterujący, $\Delta\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$,
 ϑ — czas w mierze kątowej, $\vartheta = \omega t$,
 λ — kąt komutacji międzymostkowej tyrystorów,
 μ_1, μ_2 — kąt komutacji wewnątrzmostkowej tyrystorów z kątami załączania odpowiednio α_1 i α_2 ,
 ν — rząd harmonicznej prądu,
 ω — pulsacja napięcia sieci.

Wskaźniki

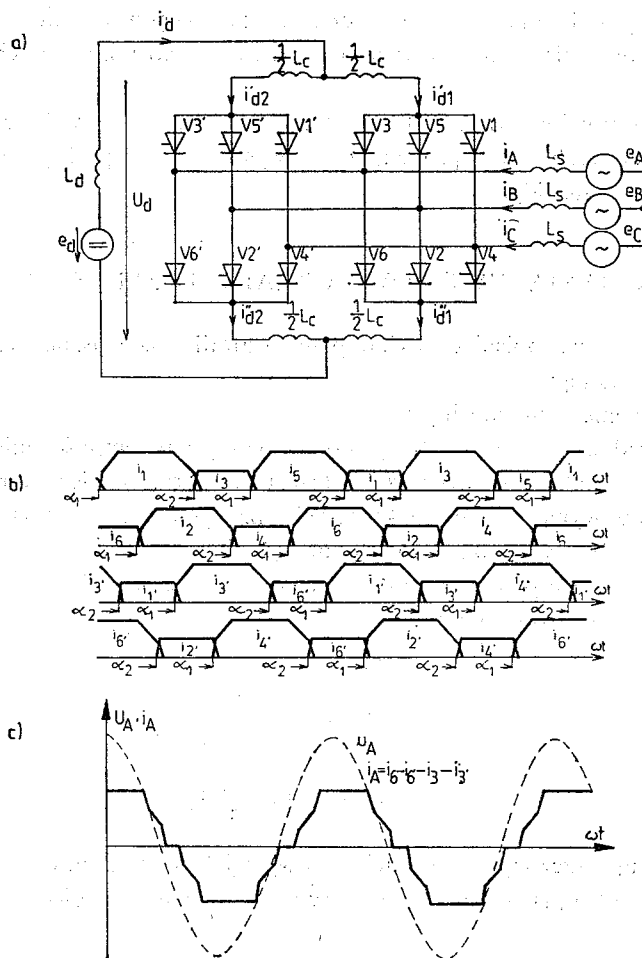
- A, B, C — fazy napięcia sieci,
 d_{gr} — wartość graniczna dolna,
 g_{gr} — wartość graniczna górna,
 max — wartość maksymalna,
 min — wartość minimalna,
 opt — wartość optymalna.

Wielkości w jednostkach względnych oznaczono wskaźnikiem „w”, np.: I_d^w, X_c^w itd.

2. ZASADA STEROWANIA PRZEKSZTAŁTNIKÓW O WIELOKROTNEJ KOMUTACJI PRĄDU

Przedstawiono ją na przykładzie przekształtnika złożonego z dwóch mostków 3-fazowych. Mostki są połączone równolegle tak po stronie prądu przemiennego (jeden transformator dwuuzwojeniowy) jak i — poprzez cztery dławiki rozdzielające — po stronie stałoprądowej — rys. 1a.

Tyrystory obu mostków są sterowane niesymetrycznie w taki sposób, że każdy tyrystor co drugi okres napięcia sieci jest załączany naprzemian z kątem α_1 i α_2 . Parametrem sterującym jest $\Delta\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$, przy czym $0 \leq \Delta\alpha \leq \Delta\alpha_{max} \approx 30^\circ$. W pracy przekształtnika



Rys. 1. Przeształtnik tyrystorowy w układzie równoległym dwóch mostków 3-fazowych sterowanych niesymetrycznie o podwójnej komutacji a) schemat uproszczony obwodu głównego, b) przebiegi uproszczone prądów tyrystorów, c) przebieg uproszczony prądu sieci

występuje więc, poza komutacją wewnątrzmostkową prądu, także komutacja międzymostkowa między odpowiednimi tyrystorami obu mostków — rys. 1b.

Przebieg komutacji, przykładowo tyrystorów grup anodowych mostków można opisać następująco. Przed załączeniem tyrystora 1 (z kątem $\alpha_1 < \alpha_2$) przewodziły tyrystory 5 (uprzednio załączony z kątem α_2) oraz 5' (z kątem α_1). W wyniku rozpoczęcia przewodzenia przez tyrystor 1 następuje najpierw komutacja wewnątrzmostkowa 5—1 a po jej zakończeniu — komutacja międzymostkowa 5'-1. Zawór 5 kończy przewodzenie, natomiast prąd zaworu 5' maleje do chwili wystereowania zaworu 1' (z kątem α_2), by zaniknąć po komutacji 5'-1'. Kolejna para tyrystorów, która w tych samych grupach komutacyjnych przejmie przewodzenie — to zawory 3 i 3', przy czym jako pierwszy (z kątem α_1) wejdzie do pracy tyrystor tego mostka, w którym poprzednio zawór był wystereowany z kątem α_2 , a więc tyrystor 3'. Efektem kolejnych komutacji wewnątrz i międzymostko-

wych jest kształt półfali prądu złożony z czterech przebiegów komutacyjnych wewnętrzmostkowych i dwóch międzymostkowych, co upodabnia go już do przebiegu sinusoidalnego — rys. 1c.

Zastosowanie omówionej zasady sterowania w PT złożonym z większej liczby mostków (racjonalnie do czterech — wg [4]) zapewnia wystarczająco praktycznie upodobnienie kształtu prądu do sinusoidy.

3. RÓWNANIA WYJŚCIOWE UKŁADU PRZEKSZTAŁTNIKA

Równania wyjściowe opisujące układ przekształtnika są słuszne przy następujących założeniach upraszczających:

- tyrystory są elementami idealnymi,
- pomija się prąd magnesujący, straty mocy czynnej i pojemności międzyuzwojeniowe transformatora; reaktancje rozproszenia transformatora, przeliczone na stronę wtórną, uwzględniono w wypadkowych reaktancjach fazowych systemu elektroenergetycznego,
- zakłada się idealne wygładzenie prądu obciążenia.

System elektroenergetyczny odwzorowano za pomocą trzech symetrycznych napięć źródłowych, opisanych równaniami:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \cos \vartheta \\ e_B &= E_m \cos \left(\vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ e_C &= E_m \cos \left(\vartheta + \frac{2\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Przekształtnik o uproszczonym schemacie ideowym jak na rys. 1a, dla przyjętych założeń upraszczających jest opisany układem sześciu par równań napięciowych, każda para o postaci:

$$\begin{aligned} X_s \frac{d}{d\vartheta} [i_l + i_l' i_{(l+1)} + i_{(l+1)}' i_{(l+3)} - i_{(l+3)}' i_{(l+4)} - i_{(l+4)}' i_{(l+4)}] + \\ + 0,5X_c \frac{d}{d\vartheta} (i_{d1}' + i_{d1}'') + u_l + u_{(l+1)} + u_d = \sqrt{3}E_m \sin \left[\vartheta - (l-1) \frac{\pi}{3} \right], \\ X_s \frac{d}{d\vartheta} [i_l + i_l' i_{(l+1)} + i_{(l+1)}' i_{(l+3)} - i_{(l+3)}' i_{(l+4)} - i_{(l+4)}' i_{(l+4)}] + \\ + 0,5X_c \frac{d}{d\vartheta} (i_{d2}' + i_{d2}'') + u_{l'} + u_{(l+1)'} + u_d = \sqrt{3}E_m \sin \left[\vartheta - (l-1) \frac{\pi}{3} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: l — numer kolejny pary równań ($l = 1 \dots 6$),
oraz następującymi układami równań prądowych:

$$\begin{aligned} i_1 + i_3 + i_5 &= i_{d1}' \\ i_2 + i_4 + i_6 &= i_{d1}'' \\ i_{1'} + i_{3'} + i_{5'} &= i_{d2}' \\ i_{2'} + i_{4'} + i_{6'} &= i_{d2}'' \end{aligned} \quad (3)$$

$$i'_{d1} + i'_{d2} = i''_{d1} + i''_{d2} = I_d, \quad (4)$$

$$i_A = i_6 + i_6' - i_1 - i_1',$$

$$i_B = i_2 + i_2' - i_5 - i_5', \quad (5)$$

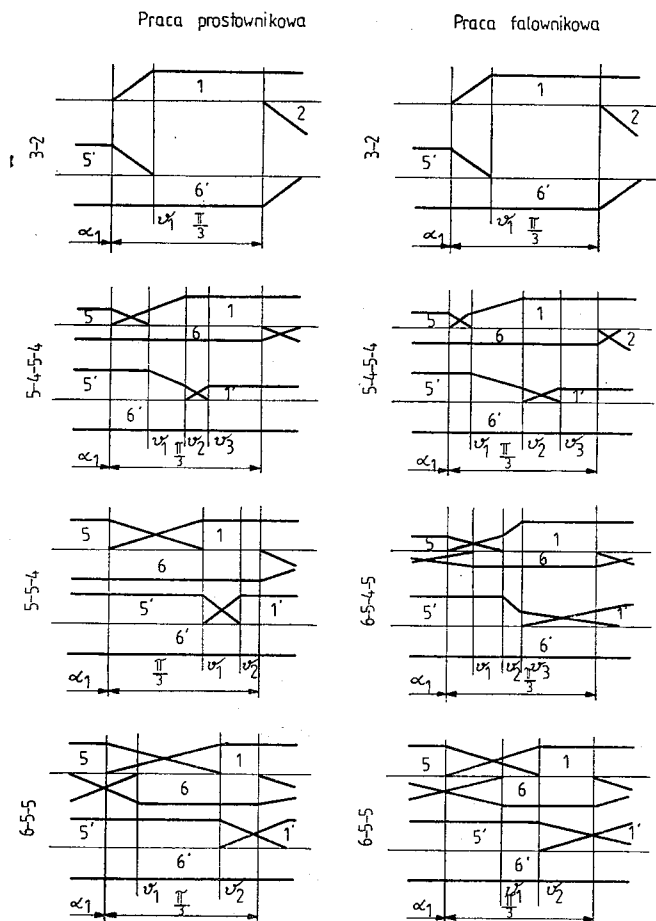
$$i_C = i_4 + i_4' - i_1 - i_1',$$

gdzie: indeks $(1+k)$ oznacza numer kolejny tyrystora, wynikający z sumowania „modulo 6” bez zera.

Rozwiązanie (2) z wykorzystaniem związków (3), (4) i (5) umożliwia wyznaczenie wartości chwilowych prądów i napięć w dowolnym punkcie odnośnego przedziału pracy układu.

4. PRZEDZIAŁY PRACY UKŁADU PRZEKSZTAŁNIKOWEGO

Sterowanie niesymetryczne przekształtnika zmienia — w porównaniu ze sterowaniem symetrycznym — zarówno kolejność jak i liczbę przewodzących jednocześnie tyrystorów,



Rys. 2. Przebiegi uproszczone prądów zaworów w okresie $\pi/3$ powtarzalności procesów elektromagnetycznych przekształtnika — w różnych przedziałach pracy (oznaczonych liczbą jednocześnie przewodzących kolejno tyrystorów)

jakkolwiek okres powtarzalności przebiegów jest taki sam i wynosi $\pi/3$. W zakresie ciągłego przewodzenia prądu (przewodzenie impulsowe odgrywa tu marginalną rolę) może w analizowanym układzie przewodzić jednocześnie (zależnie od parametrów elektromagnetycznych układu, parametrów obciążenia i kątów wysterowania) od dwóch do sześciu zaworów.

Przebiegi uproszczone prądów w różnych przedziałach pracy układu przedstawiono na rysunku 2. W tablicy zestawiono natomiast czasy trwania tych przedziałów (oznaczo-

Czas trwania charakterystycznych przedziałów pracy układu przekształtnikowego sterowanego niesymetrycznie

Rodzaj pracy	Przedział pracy	Podprzedział pracy		
		ϑ_1	ϑ_2	ϑ_3
Praca prostownikowa	3-2	$\alpha - \Delta\alpha + \lambda$	—	—
	5-4-5-4	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	$\alpha + \Delta\alpha$	$\alpha + \Delta\alpha + \mu_2$
	5-5-4	$\alpha + \Delta\alpha = \alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1 + \mu_2$	—
	6-5-5	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1 + \mu_2 - \frac{\pi}{3}$	$\alpha + \Delta\alpha' = \alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	—
Praca falownikowa	3-2	$\alpha - \Delta\alpha + \lambda$	—	—
	5-4-5-4	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	$\alpha + \Delta\alpha$	$\alpha + \Delta\alpha + \mu_2$
	6-5-4-5	$\alpha + \Delta\alpha + \mu_2 - \frac{\pi}{3}$	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	$\alpha + \Delta\alpha$
	6-5-5	$\alpha - \Delta\alpha + \mu_1 + \mu_2 - \frac{\pi}{3}$	$\alpha + \Delta\alpha' = \alpha - \Delta\alpha + \mu_1$	—

nych ciągami cyfr wskazujących liczbę przewodzących jednocześnie tyrystorów) oraz tworzących je podprzedziałów $\vartheta_1 \dots \vartheta_3$. Kąty załączenia wyrażono odpowiednio: $\alpha_1 = \alpha - \Delta\alpha$, $\alpha_2 = \alpha + \Delta\alpha$. Przez $\Delta\alpha'$ oznaczono kąt wymuszonego opóźnienia załączenia, występującego wskutek tego, że w określonych warunkach, w przedziale przewodzenia jednoczesnego pięciu zaworów, napięcie na kolejnym szóstym przewidzianym do załączenia jest równe zero — do czasu zakończenia dłuższej trwającej komutacji.

W podstawowym przedziale pracy układu (5-4-5-4) przewodzą jednocześnie kolejno: pięć, cztery, pięć i cztery tyrystory. Istotne w tym przedziale jest, że tyrystor załączany z kątem $\alpha + \Delta\alpha$ wchodzi do pracy równoległej z tyrystorem już wcześniej załączonym z kątem $\alpha - \Delta\alpha$. Warunkiem przejścia prądu przez tyrystor później załączany jest jednak jego polaryzacja dodatnia. Ma ona miejsce wówczas, gdy trwa jeszcze komutacja międzymostkowa tyrystorów załączonych z kątami $\alpha - \Delta\alpha$. Kąty komutacji wewnątrzmostkowej są wówczas mniejsze od różnicy kątów załączenia $\mu_1 < 2\Delta\alpha$, $\mu_2 < 2\Delta\alpha$. Charakterystyki

zewnętrzne przekształtnika w podstawowym obszarze pracy są liniami prostymi opisywanymi równaniem:

$$U_d = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} E_m \left[\frac{2X_s + X_c}{X_s + X_c} \cos(\alpha - \Delta\alpha) + \frac{X_c}{X_s + X_c} \cos(\alpha + \Delta\alpha) \right] - \frac{3X_s}{\pi} \left[\frac{X_s + 0,5X_c}{X_s + X_c} \right] I_d \quad (6)$$

Jeżeli wartość prądu obciążenia lub indukcyjności rozdzielającej będzie zbyt mała, to nie nastąpi przejście przewodzenia przez zawór załączany z kątem $\alpha + \Delta\alpha$ i przekształtnik będzie pracował tylko z tyrystorami załączonymi z kątem $\alpha - \Delta\alpha$, przewodzącymi naprzemian grupami po dwa i trzy — przedział pracy (3—2). Odpowiada to działaniu prostego przekształtnika mostkowego z dodatkowymi dławikami komutacyjnymi i poza niepełnym wykorzystaniem tyrystorów (wysterowanie każdego zaworu odbywa się co drugi okres napięcia sieci) nie ma istotnych wad. Natomiast skutek wydłużenia okresu komutacji międzymostkowej (w stosunku do normalnego okresu komutacji) pewnemu zmniejszeniu ulega wówczas zawartość harmonicznych prądu sieci.

Wartość kąta komutacji międzymostkowej w przedziale (3—2) wyraża się zależnością:

$$\lambda = \arccos \left[\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \frac{(2X_s + X_c) I_d}{\sqrt{3} E_m} \right] - \alpha + \Delta\alpha, \quad (7)$$

a jego wartość maksymalna wynosi $\lambda_{\max} = 2\Delta\alpha$. Równanie charakterystyki zewnętrznej w tym przedziale pracy ma postać:

$$U_d = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m \cos(\alpha - \Delta\alpha) - \frac{3(2X_s + X_c)}{2\pi} I_d. \quad (8)$$

W pracy prostownikowej wartość większą przyjmuje kąt komutacji wewnątrzmostkowej μ_1 (następujący po załączeniu zaworu z kątem $\alpha - \Delta\alpha$). Jeśli przekroczy ona $2\Delta\alpha$, to przekształtnik przechodzi do innego przedziału (5-5-4) pracy z przewodzeniem jednoczesnym zaworów kolejno po pięć, pięć i cztery. Jest to związane z wystąpieniem wymuszonego kąta załączenia $\alpha + \Delta\alpha'$, bowiem w czasie komutacji μ_1 napięcie na kolejnym, przewidzianym do załączenia zaworze jest równe zero. Równanie charakterystyki zewnętrznej PT w tym przedziale pracy ma postać:

$$U_d = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m \cos(\alpha - \Delta\alpha) - \frac{3X_s}{\pi} I_d \quad (9)$$

Z analizy warunków załączania i wyłączania tyrystorów PT w pracy falownikowej wynika, że gdy $\mu_2 > \mu_1$, to wystąpi przedział (6-5-4-5), w którym zawory będą przewodziły grupami kolejno po sześć, pięć, cztery, pięć. Wzory opisujące przebieg napięcia wyjściowego i prądu obciążenia są wówczas bardziej rozbudowane, stąd nie jest możliwe proste wyrażenie charakterystyki zewnętrznej PT w postaci podobnej do wyrażeń (6), (8) i (9). Można ją wówczas wyznaczyć jako zbiór wartości U_d oraz I_d w funkcji kątów α , $\Delta\alpha$, μ_1 i μ_2 :

$$I_d = \frac{E_m}{X_s} \left\{ 2 \left[\sin \left(\alpha - \Delta\alpha + \frac{\pi}{3} \right) - \sin(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2) \right] + \sqrt{3} \left[\cos(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2 - \frac{\pi}{3}) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) \right] + \frac{\sqrt{3}X_s}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \cos(\alpha + \Delta\alpha)] \right\}, \quad (10)$$

$$U_d = \frac{9E_m}{2\pi} \left[\sin\left(\alpha - \Delta\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2 - \frac{\pi}{3}\right) \right], \quad (11)$$

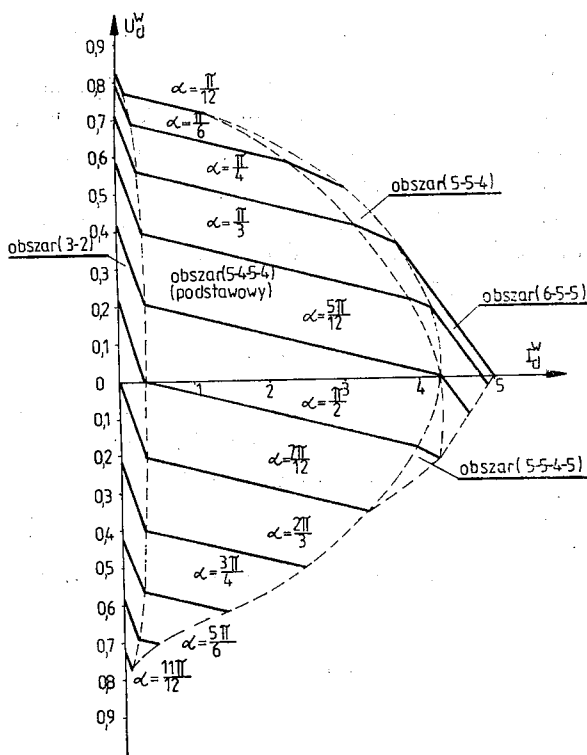
$$\begin{aligned} \mu_1 = \arccos & \left\{ \cos\left(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2 - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha - \Delta\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \cos(\alpha + \Delta\alpha) + \right. \\ & + \frac{2\sqrt{3}}{3} \left[\cos\left(\alpha - \Delta\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \sin(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2) - \sin\left(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2 - \frac{\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \left. + \sin(\alpha - \Delta\alpha) \right] \right\} - \alpha - \Delta\alpha. \end{aligned} \quad (12)$$

Każdy z dwóch ostatnich przedziałów pracy kończy się, gdy kąt komutacji μ_2 stanie się większy od $2\Delta\alpha$ (z uwzględnieniem wymuszonego opóźnienia występowania zaworów w pracy prostownikowej). Efektem tego jest przejście układu do pracy w przedziale (6-5-5). Równanie charakterystyki zewnętrznej przyjmuje wówczas postać:

$$U_d = \frac{9E_m}{\pi} \sin\left(\alpha - \Delta\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{9}{\pi} X_s I_d \quad (13)$$

Dalszy wzrost obciążenia powoduje zwiększenie wymuszonych kątów załączenia tyrystorów i przejście do stanu zwarcia (prostownik) lub przewrotu (falownik).

Przykładowe charakterystyki zewnętrzne przekształtnika w całym obszarze możliwych



Rys. 3. Charakterystyki zewnętrzne przekształtnika dla $\Delta\alpha = \pi/12 = \text{const.}$, $X_c^* = 1 = \text{const.}$

stanów pracy przedstawiono na rysunku 3. Jako jednostki odniesienia przyjęto $u_{odn} = 2E_m$,
 $i_{odn} = 0,2 \frac{E_m}{X_s}$.

5. ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI UKŁADU W PODSTAWOWYM PRZEDZIALE PRACY

5.1. OKREŚLENIE GRANIC PRZEDZIAŁU

Podstawowy przedział pracy PT jest ograniczony od dołu linią graniczną poza którą tyrystory pracują z pojedynczą komutacją międzymostkową. Linię graniczną wyznacza parametryczny układ równań:

$$U_{dgr} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m \cos \alpha \cos \Delta \alpha, \quad (14a)$$

$$I_{dgr} = \frac{2\sqrt{3}}{2X_s + X_c} E_m \sin \alpha \sin \Delta \alpha. \quad (15a)$$

Ograniczenie od góry może być trojako rodzaju zależnie od stanu pracy PT (prostownikowa lub falownikowa) i wartości $\Delta \alpha$ oraz X_c :

a) gdy kąt komutacji μ_1 osiąga w pracy prostownikowej wartość graniczną, równą $2\Delta \alpha$, to obszar podstawowy graniczy z obszarem pracy (5-5-4); równania linii granicznej mają wówczas postać:

$$U_{ggr} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} E_m \cos(\alpha + \Delta \alpha); \quad (14b)$$

$$I_{ggr} = \frac{2\sqrt{3}}{X_s} E_m \sin \alpha \sin \Delta \alpha, \quad (15b)$$

i jak widać są niezależne od wartości reaktancji X_c ,

b) gdy kąt komutacji μ_2 osiąga w pracy falownikowej wartość graniczną, równą $\frac{\pi}{3} - 2\Delta \alpha$, to obszar podstawowy graniczy z obszarem (6-5-4-5); rozdziela je linia graniczna opisywana równaniami:

$$U_{ggr} = \frac{9}{2\pi} E_m \cos\left(\alpha - \Delta \alpha + \frac{\pi}{6}\right), \quad (14c)$$

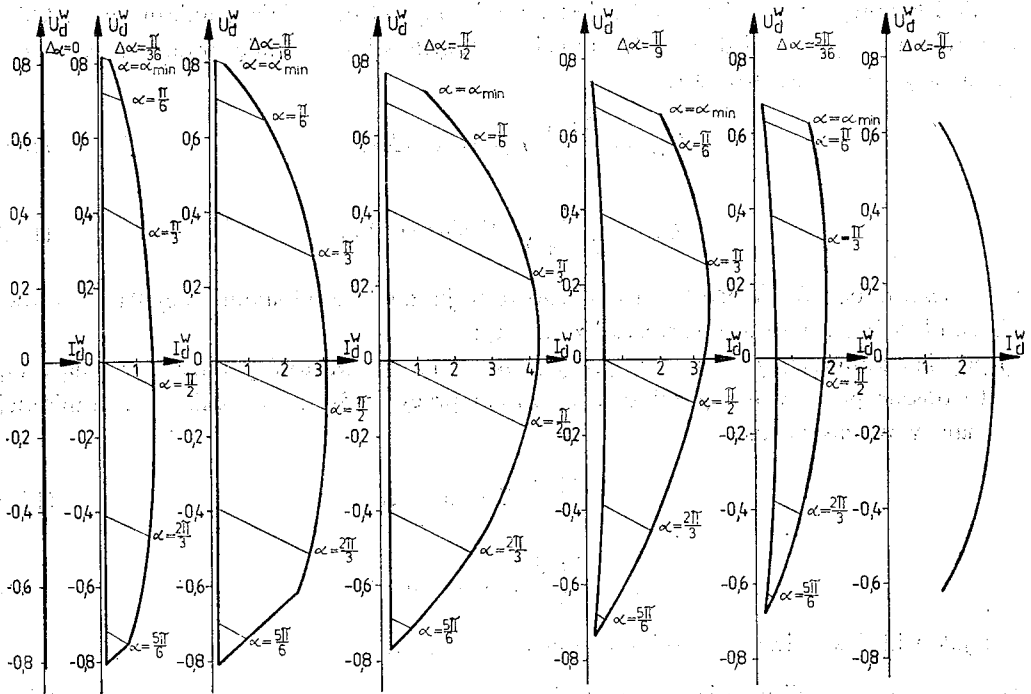
$$I_{ggr} = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} \left\{ \left[2 - \frac{X_s + X_c}{X_s + 0,5X_c} \right] \cos(\alpha - \Delta \alpha) + \frac{X_c}{X_s + 0,5X_c} \cos(\alpha + \Delta \alpha) - \right. \\ \left. - \frac{X_s + X_c}{X_s + 0,5X_c} \cos\left(\alpha - \Delta \alpha + \frac{\pi}{3}\right) \right\}, \quad (15c)$$

c) gdy kąt komutacji μ_2 osiąga w pracy falownikowej wartość graniczną $\mu_{2max} = \pi - \alpha - \Delta \alpha$, wynikającą z warunku bezpiecznej pracy falownikowej, to równania linii granicznej przyjmują postać:

$$U_{gr} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi} E_m [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - 1], \quad (14d)$$

$$I_{gr} = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} \left\{ 2 - \frac{X_s + X_c}{X_s + 0,5X_c} \cos(\alpha - \Delta\alpha) + \frac{X_c}{X_s + 0,5X_c} \cos(\alpha + \Delta\alpha) + \frac{X_s + X_c}{X_s + 0,5X_c} \right\}. \quad (15d)$$

Kształt linii granicznych opisanych przedstawionymi równaniami dla różnych wartości $\Delta\alpha$ i przykładowej wartości $X_c^w = 1$ zilustrowano na rysunku 4.



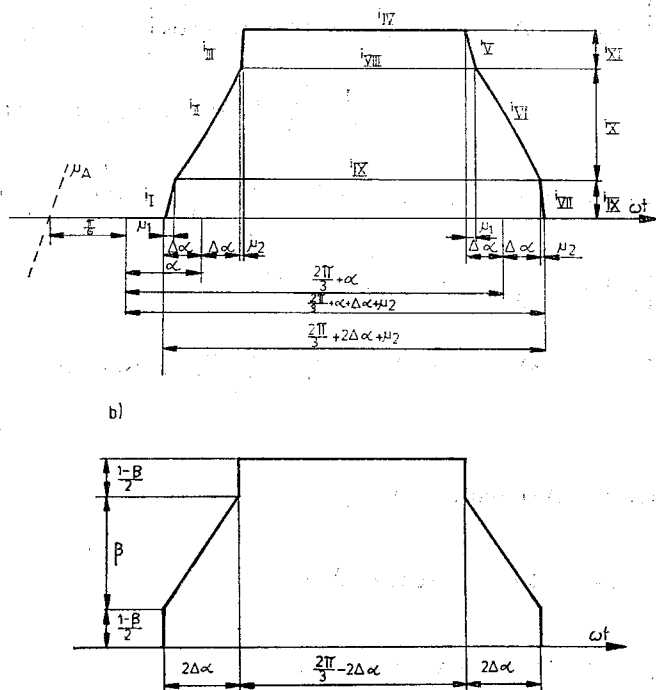
Rys. 4. Granice górne podstawowego obszaru pracy przekształtnika dla $X_c^w = 1 = \text{const.}$ przy różnych wartościach $\Delta\alpha = \text{const.}$

Z analizy równań linii granicznych podstawowego przedziału pracy PT wynika, że praca w tym przedziale jest niemożliwa przy $\Delta\alpha = 0$ i $\Delta\alpha = \frac{\pi}{6}$. Charakterystyczny jest także duży wpływ reaktancji dławika rozdzielającego na wartość dolnej granicy przedziału.

5.2. ANALIZA ZAWARTOŚCI HARMONICZNYCH PRĄDU SIECI

Zniekształcenie przebiegu prądu sieci charakteryzuje m.in. współczynnik zawartości harmoniczných, definiowany wzorem:

$$k_h = \frac{\sqrt{I_L^2 - I_{L1}^2}}{I_L} \quad (16)$$



Rys. 5. Kształt półokresu prądu sieci w podstawowym przedziale pracy przekształtnika: a) kształt uściślony, b) kształt uproszczony przyjmowany do analizy

Kształt półokresu prądu po stronie sieci w podstawowym przedziale pracy PT przedstawiono na rys. 5a. Poszczególne odcinki przebiegu opisywane są następującymi równaniami:

$$i_1 = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos\vartheta],$$

$$i_{11} = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1)] + \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \cos\vartheta],$$

$$i_{\text{III}} = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) + \cos(\alpha + \Delta\alpha) - \cos\vartheta] + \\ + \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \cos(\alpha + \Delta\alpha)],$$

$$i_{IV} = I_d = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} \left[2\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \frac{X_s}{X_s + 0,5X_c} \cos(\alpha + \Delta\alpha) + \right. \\ \left. - \frac{X_s + X_c}{X_s + 0,5X_c} \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) \right],$$

$$\begin{aligned}
i_v &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} \left[\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) + \cos\vartheta - \cos\left(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1 + \frac{2\pi}{3}\right) \right] + \\
&\quad + \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \cos(\alpha + \Delta\alpha)], \quad (17) \\
i_{vI} &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1)] + \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} \left[\cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos(\alpha + \Delta\alpha) \right], \\
i_{vII} &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} \left[\cos\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2) \right], \\
i_{vIII} &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1)] + \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \\
&\quad - \cos(\alpha + \Delta\alpha)], \\
i_{IX} &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha - \Delta\alpha) - \cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1)], \\
i_X &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s + X_c} [\cos(\alpha - \Delta\alpha + \mu_1) - \cos(\alpha + \Delta\alpha)], \\
i_{XI} &= \frac{\sqrt{3}E_m}{2X_s} [\cos(\alpha + \Delta\alpha) - \cos(\alpha + \Delta\alpha + \mu_2)].
\end{aligned}$$

Z rysunku widać, że główny wpływ na kształt półokresu prądu, a w konsekwencji na zawartość wyższych harmonicznych ma przebieg prądu w czasie komutacji międzymostkowych (prądy i_{I1} , i_{vI}), natomiast wpływ komutacji wewnątrzmostkowych można do celów prowadzonej analizy — pominąć, przyjmując $\mu_1 = \mu_2 = 0$.

Dodatkowym uproszczeniem, nie wnoszącym istotnego błędu jest przyjęcie liniowego przebiegu prądu w czasie komutacji międzymostkowej. Kształt tak uproszczonego półokresu prądu ilustruje rysunek 5b, a współczynnik zawartości harmonicznych takiego przebiegu wyraża zależność:

$$k_h = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} - \frac{\Delta\alpha}{3\pi} (3 - \beta^2)}{\frac{6}{\pi^2} \left[\cos\Delta\alpha - \beta \left(\cos\Delta\alpha - \frac{\sin\Delta\alpha}{\Delta\alpha} \right) \right]^2} - 1} \quad (18)$$

Współczynnik β charakteryzujący kształt przebiegu prądu wyraża się — dla przyjętych jednostek odniesienia — wzorem:

$$\beta = \frac{1}{1 + 10X_c^w} \left[\frac{\sqrt{3}}{0,1I_d^w} \sin\alpha \sin\Delta\alpha - 1 \right] \quad (19)$$

Wartość optymalna tego współczynnika, zapewniająca wartość minimalną współczynnika zawartości harmonicznych jest równa:

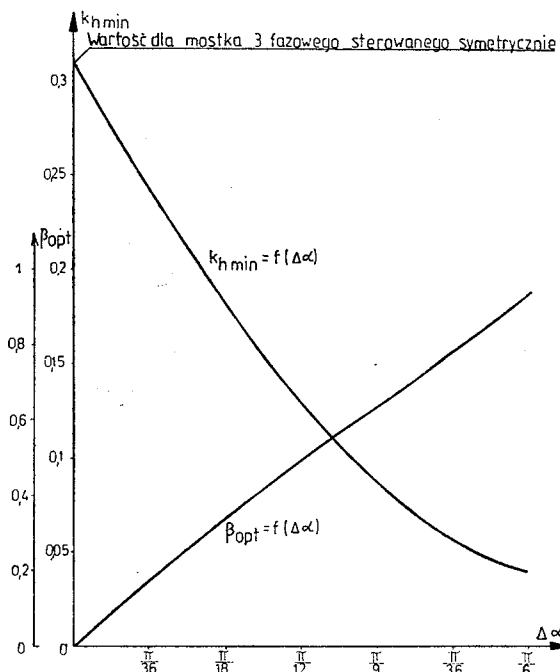
$$\beta_{opt} = \frac{\frac{AD}{C} - \frac{BC}{D} + \sqrt{\left(\frac{BC}{D} - \frac{AD}{C}\right)^2 + 4AB}}{2B} \quad (20)$$

gdzie oznaczono:

$$A = \frac{2}{3} - \frac{\Delta\alpha}{\pi}, \quad B = \frac{\Delta\alpha}{3\pi},$$

$$C = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cos\Delta\alpha, \quad D = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \left(\frac{\sin\Delta\alpha}{\Delta\alpha} - \cos\Delta\alpha \right).$$

Zależności $k_h = f(\Delta\alpha)$ i $\beta_{opt} = f(\Delta\alpha)$ ilustruje rysunek 6.



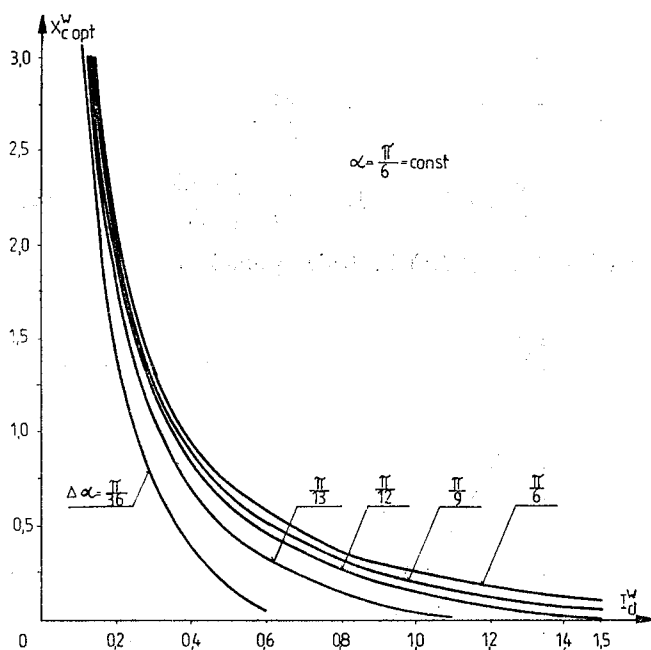
Rys. 6. Zależność wartości minimalnych współczynnika k_{hmin} od parametru sterowania przekształtnika $\Delta\alpha$ przy β_{opt}

Wprowadzając przyjęte oznaczenia, wzór na wartość minimalną współczynnika zawartości harmonicznych, przyjmuje postać:

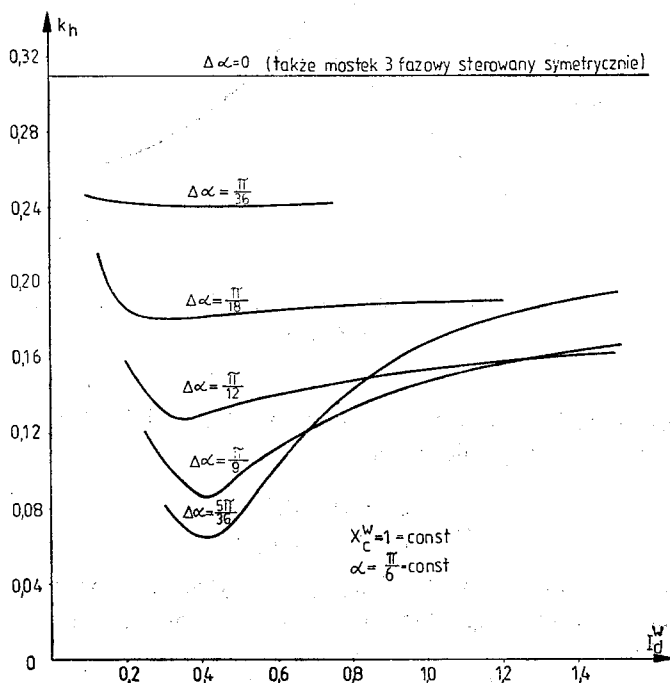
$$k_{hmin} = \sqrt{\frac{A + B\beta_{opt}^2}{(C + D\beta_{opt})^2}} - 1 \quad (21)$$

Wartości obu współczynników β_{opt} i k_{hmin} są wyłącznie teoretyczne, gdyż zostały wyprowadzone dla idealizowanego kształtu prądu (rys. 5b), a zatem są funkcją tylko jednej zmiennej $\Delta\alpha$.

W rzeczywistości wartość $k_h \approx k_{hmin}$ odpowiada określonemu zestawowi czterech wzajemnie powiązanych częściowo między sobą parametrów ($\Delta\alpha$, I_d , X_c , X_d) i zmiennej α . W celach poznawczych badano tę zależność zadając wartość stałą dwóch spośród tych wielkości (zakładając nadal $X_d \rightarrow \infty$). Przyjmując np. wartość kątów $\alpha = const.$ i $\Delta\alpha =$



Rys. 7. Zależność optymalnej reaktancji rozdzielającej od prądu obciążenia przekształtnika przy $\alpha = \pi/6 = \text{const.}$ i kilku różnych wartości $\Delta\alpha = \text{const.}$



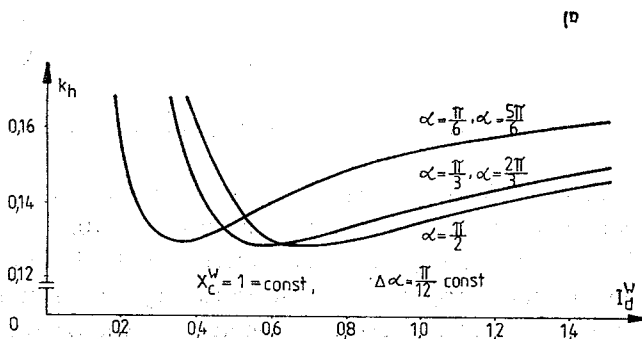
Rys. 8. Zależność współczynnika zawartości harmonicznych prądu sieci od prądu obciążenia dla $X_c^w = 1 = \text{const.}$ $\alpha = \frac{\pi}{6} = \text{const.}$ i kilku różnych wartości $\Delta\alpha = \text{const.}$

$= \text{const.}$ wyznaczono zależność optymalnej (zapewniającej $k_{h\min}$) reaktancji rozdzielającej od prądu obciążenia:

$$X_{c\text{opt}}^w = \frac{1}{10\beta_{\text{opt}}} \left[\frac{\sqrt{3}}{0,1I_d^w} \sin \alpha \sin \Delta\alpha - 1 \right] - 0,1 \quad (22)$$

Graficznym obrazem tej zależności, dla przykładowo przyjętej wartości $\alpha = \pi/6 = \text{const.}$ i kilku różnych wartości parametru $\Delta\alpha = \text{const.}$ są charakterystyki na rys. 7. Obrazują one silne uzależnienie $k_{h\min}$ od reaktancji rozdzielającej, szczególnie przy mniejszych wartościach prądu obciążenia.

Na kolejnych rysunkach przedstawiono zależność współczynnika zawartości harmonicznych prądu sieci od prądu obciążenia dla przyjętej, z przedziału racjonalnych wartości,



Rys. 9. Zależność współczynnika zawartości harmonicznych prądu sieci od prądu obciążenia dla $X_c^w = 1 = \text{const.}$, $\Delta\alpha = \frac{\pi}{12} = \text{const.}$ i kilku różnych wartości $\alpha = \text{const.}$

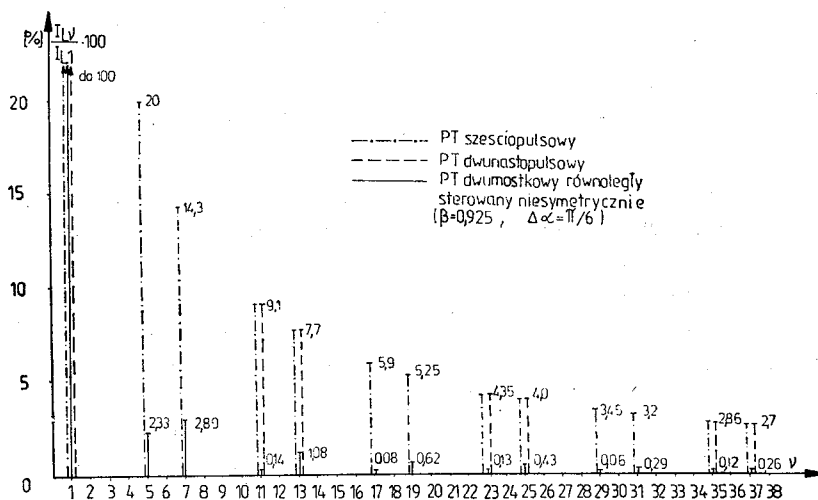
$X_c^w = 1 = \text{const.}$ oraz kilku różnych wartości kątów odpowiednio $\Delta\alpha = \text{const.}$ oraz $\alpha = \text{const.}$ Widoczna jest silniejsza zależność współczynnika k_h od prądu I_d w zakresie dużych wartości $\Delta\alpha$ (rys. 8) a niewielki tylko wpływ na tę zależność ma kąt α (rys. 9).

5.3. OCENA WŁAŚCIWOŚCI UKŁADU PRZEKSZTAŁTNIKOWEGO

Najkorzystniejsza jest praca przekształtnika w przedziale podstawowym, w którym przewodzą kolejno po pięć, cztery, pięć i cztery tyrystory. Ma wówczas miejsce komutacja zarówno wewnątrzmostkowa jak i międzymostkowa tyrystorów.

Główną zaletą PT w tym przedziale pracy jest znaczne obniżenie zawartości wyższych harmonicznych w prądzie sieci w porównaniu zarówno z przekształtnikiem sześciopulsowym jak i nawet dwunastopulsowym. Wartość współczynnika zawartości harmonicznych jest jednak silnie uzależniona od parametrów układu i punktu pracy przekształtnika. Wartość optymalna parametru sterowania jest stała i wynosi $\Delta\alpha_{\text{opt}} = \pi/6$, co odpowiada pracy PT z maksymalnie możliwą niesymetrią sterowania mostków. W obszarze parametrów optymalnych — zob. rys. 6 wartość współczynnika k_h jest ponad dziesięciokrotnie mniejsza w porównaniu z mostkiem 3-fazowym.

Analizowany przekształtnik — w porównaniu z powszechnie stosowanymi — charak-



Rys. 10. Widmo prądu sieci (wartości amplitudowe) różnych przekształtników tyrystorowych

teryzuje się także zdecydowanie korzystniejszym widmem prądu sieci, co dla przykładowo przyjętych wartości parametrów $\beta = 0,925$ i $\Delta\alpha_{opt}$ ilustruje rys. 10.

Przewaga przekształtnika pod względem odkształcenia prądu sieci uwydatni się jeszcze bardziej po wyeliminowaniu przyjętych założeń upraszczających, szczególnie o liniowej komutacji międzymostkowej, natychmiastowej komutacji wewnątrzmostkowej i idealnym wygładzeniu prądu obciążenia.

Przy znacznych wartościach indukcyjności rozdzielającej, przekształtnik umożliwi eliminację wybranej, wyższej harmonicznej prądu sieci (który ma wówczas kształt w przybliżeniu schodkowy). Wartość parametru sterującego zapewniająca eliminację n -tej harmonicznej prądu sieci wynosi:

$$\Delta\alpha_n = \frac{\pi}{2n} (2n+1), \quad (23)$$

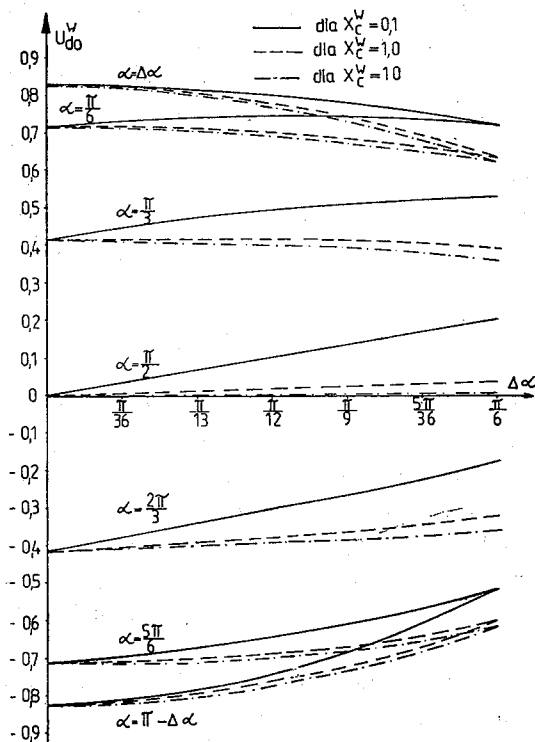
gdzie n jest dowolną liczbą naturalną $n = 0, 1, 2, 3 \dots$

Analizowany przekształtnik posiada także cechy niekorzystne, do których należą przede wszystkim: ograniczenie wartości średniej napięcia po stronie stałoprądowej i wspomniana już silna zależność współczynnika zawartości harmonicznych w prądzie sieci od parametrów elektromagnetycznych układu, parametrów obciążenia i parametru sterującego.

Ograniczenie wartości średniej napięcia wyjściowego wynika z równania (6) charakterystyki zewnętrznej PT w podstawowym obszarze pracy. Napięcie biegu jałowego w jednostkach względnych, wyraża się wówczas zależnością:

$$U_{do}^w = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \left[\frac{2+10X_c^w}{1+10X_c^w} \cos(\alpha-\Delta\alpha) + \frac{10X_c^w}{1+10X_c^w} \cos(\alpha+\Delta\alpha) \right], \quad (24)$$

której ilustracją graficzną dla kilku różnych wartości $X_c^w = const.$ i $\alpha = const.$ są charakterystyki na rysunku 11.



Rys. 11. Zależność wartości granicznych napięcia biegu jałowego przekształtnika od parametru sterującego dla kilku różnych wartości $X_c^w = \text{const.}$ i $\alpha = \text{const.}$

Z rysunku widać, że praca z wartością optymalną $\Delta\alpha_{\text{opt}}$ jest możliwa tylko w określonym przedziale napięcia wyjściowego PT, tj. od około $0,75 U_{d0}$ w pracy prostownikowej do około $(0,5-0,6) U_{d0}$ w pracy falownikowej. Poza tym przedziałem praca może się odbywać tylko z $\Delta\alpha < \Delta\alpha_{\text{opt}}$. Przy zmniejszaniu $\Delta\alpha$ układ pod względem energetycznym upodabnia się do mostka 3-fazowego i staje się mu równoważny przy $\Delta\alpha = 0$.

Chcąc zatem zapewnić pracę PT ze stałą, optymalną wartością parametru sterującego $\Delta\alpha_{\text{opt}}$ w pełnych przedziałach regulacji parametrów obciążenia, należałoby go niemal dwukrotnie przewymiarować napięciowo (w porównaniu z odpowiadającym mu przekształtnikiem 3-fazowym mostkowym) co jednak powoduje pogorszenie innego wskaźnika energetycznego — współczynnika mocy układu.

Spośród parametrów układu najbardziej wpływających na wskaźniki energetyczne PT, najsilniejszą zależność wykazują: reaktancja rozdzielająca mostki i prąd obciążenia. Może to utrudniać dobór racjonalnej wartości tej reaktancji dla szerokiego zazwyczaj w praktyce przedziału zmienności prądu obciążenia. Jednakże zbliżony do hiperboli kształt tej zależności (zob. rysunek 7) nasuwa przypuszczenie o możliwości zastosowania w rozwiązaniach technicznych — zamiast czterech niezależnych — tylko dwóch sprzężonych, nasycających się dławików rozdzielających (wydatne zmniejszenie wymiarów i masy układu). Problem ten wymaga bardziej szczegółowego rozpatrzenia.

Wymagane w układzie, wartości optymalne indukcyjności rozdzielającej i wygładzającej są ponadto znaczne; przykładowo dla PT zasilanego z transformatora TAOa 1000/15, o danych 1000 kVA, 15,75/0,4 kV, $L_T = 30,1 \mu H$, indukcyjności te przeliczone na stronę n.n. wynoszą $L_c = (0,9-5,4) \text{ mH}$, $L_d = (0,15-2,1) \text{ mH}$.

Do wad analizowanego przekształtnika należy również zwiększenie — chociaż niewielkie — obciążenia prądowego tyrystorów (nierówne kąty przewodzenia a tym samym, przy zadanej wartości średniej, różne wartości skuteczne prądu w dwóch kolejnych okresach napięcia zasilania) i stosunkowo złożony algorytm ich sterowania.

6. ZAKOŃCZENIE

Przedstawiona analiza uproszczona pracy przekształtnika o układzie równoległym dwóch mostków 3-fazowych sterowanych niesymetrycznie wykazała przede wszystkim zdecydowanie mniejszą zawartość wyższych harmoniczných w prądzie sieci, w porównaniu z „klasycznymi” rozwiązaniami przekształtników. Jest to cenna zaleta, która może ten przekształtnik czynić konkurencyjnym, szczególnie dla odbiorników o szerokich przedziałach zmienności parametrów obciążenia. Wymagane są jednak dokładniejsze badania właściwości PT w warunkach przebiegów rzeczywistych napięć i prądów a także w stanach przejściowych pracy.

Racjonalną metodą dalszych badań wydaje się być symulacja na odpowiednio opracowanych modelach analogowych. Badania te powinny być ukierunkowane zarówno na problemy optymalizacji podstawowego wskaźnika energetycznego, tj. współczynnika zawartości wyższych harmoniczných prądu sieci (wyznaczenie wartości optymalnych parametrów układu i ocena wrażliwości współczynnika na odchylenia od tych wartości) jak i obejmować inne, dotychczas nie analizowane wskaźniki (składowa bierna prądu sieci, zawartość harmoniczných w prądzie obciążenia itp.).

Wyniki tych badań powinny także umożliwić ocenę ilościową błędów popełnianych w analizie uproszczonej wskutek przyjmowanych założeń upraszczających i w efekcie wnioski w zakresie dopuszczalności przyjmowania poszczególnych założeń w obliczeniach projektowych.

BIBLIOGRAFIA

1. Maevskij O.A.: *Énergetičeskie pokazateli ventil'nych preobrazovatelej*. Énergija. Moskwa, 1978
2. R. Łuczowski: *Energooptymalne sterowanie falowników tyrystorowych o komutacji sieciowej dla stanowisk hamowania odzyskowego silników*. Rozprawa doktorska. Politechnika Poznańska, 1987
3. Šašek: *Měnič se zmenšeným zpětným působením na napajeci sit*. Elektrotechnický obzor (1982) 71 čis. 4 ss. 226—231
4. N. S. Legostaev: *Razrabotka i issledovanie dvuchmostovych preobrazovatelej s powyšenymi energetičeskimi pokazateljami*. Diss. na soisk. yč. st. k.t.n. Nauč-issled. institut avtomatiki i élektromechaniki pri Tomskom institute avtomatizirovannyh sistem upravlenija i radioélekttroniki. Tomsk 1980
5. G. Plenzler: *Analiza quasidwunastopulsowego przekształtnika dwumostkowego sterowanego niesymetrycznie jako elementu układu odzysku energii elektrycznej dużej mocy*. Zeszyty Naukowe Politechniki Poznańskiej, Elektryka 1986 Nr 30 s. 287—301

6. *Koncepcja nowych struktur i algorytmów sterowania układów tyrystorowych do odzyskiwania energii w hamowniach silników spalinowych.* Praca zbiorowa niepublikowana. Instytut Elektrotechniki Przemysłowej Politechniki Poznańskiej, Poznań 1986 r.

L. FRĄCKOWIAK, G. PLENZLER

UNSYMMETRICAL CONTROLLED COMPLEX THYRISTOR CONVERTER WITH DOUBLE CURENT COMMUTATION

Summary

The principle of unsymmetrical control is presented and the basic features of a thyristor converter built up of two parallel three-phase bridges, are discussed. Conduction areas in steady state operation are specified. The external characteristics and the dependence of the basic power indices of the converter on electromagnetic parameters of the circuit, load parameters as well as control parameters, are given.

L. FRĄCKOWIAK, G. PLENZLER

CONVERTISSEUR COMPOSE A THYRISTORS COMMANDE ASYMÉTRIQUEMENT ET A DOUBLE COMMUTATION DU COURANT

Résumé

On a présenté les propriétés et le principe de la commande asymétrique du convertisseur composé de deux ponts triphasés en parallèle. On a déterminé les régions de coduction en régimens permanents, les caractéristiques externes et les dépendences de principaux coefficients énergétiques des paramètres électromagnétiques du système, des paramètres de charge et du paramètre de commande.

L. FRĄCKOWIAK, G. PLENZLER

EIN UNSYMMETRISCH GESTEUERTER THYRISTORENUMFORMER MIT DOPPELTER STROMKOMMUTATION

Zusammenfassung

Im Artikel wurden das Prinzip der asymmetrischen Steuerung und Grundeigenschaften eines Thyristorumformers mit zwei parallelen 3-Phasenbrücken dargestellt. Es wurden Leitungsbereiche in bestimmten Betriebszuständen sowie Außencharakteristiken bestimmt, und Abhängigkeiten der energetischen Grundkennziffern des Umformers von elektromagnetischen Parametern, Belastung und Steuerung erwogen.

Л. ФРОНЦКОВЯК, Г. ПЛЕНЗЛЕР

СЛОЖНЫЙ ТИРИСТОРНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ С НЕСИММЕТРИЧНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ И ДВОЙНОЙ КОММУТАЦИЕЙ ТОКА

Резюме

Представлен принцип несимметричного управления и основные свойства тиристорного преобразователя со схемой содержащей параллельно соединенные два трехфазные моста. Определены области работы в установившемся режиме, внешние характеристики и зависимости основных энергетических показателей от электромагнитных параметров схемы, параметров нагрузки и управления.

621.314.572

621.376.53

Metody modulacji szerokości impulsów w trójfazowych falownikach napięciowych

MAREK DZIKOWSKI, HENRYK MROCZEK, ZBIGNIEW NOWACKI

Instytut Automatyki. Politechnika Łódzka

Otrzymano 1987.05.05

Autoryzowano do druku 1987.10.14

W artykule dokonano przeglądu i porównania metod modulacji szerokości impulsów, stosowanych w trójfazowych falownikach napięciowych, do sterowania silnikami indukcyjnymi. Szczególną uwagę zwrócono na metody przydatne przy sterowaniu mikrokomputerowym.

1. WSTĘP

Układy napędowe prądu przemiennego o regulowanej częstotliwości nabierają coraz większego znaczenia w przemyśle, trakcji elektrycznej itp. Ze względów ekonomicznych i eksploatacyjnych pożądanym jest wykorzystywanie w tych układach silników trójfazowych indukcyjnych. Do zasilania takich silników coraz powszechniej stosowane są falowniki półprzewodnikowe o sterowanej częstotliwości i napięciu wyjściowym, działające w oparciu o metodę modulacji szerokości impulsów, zwane dalej falownikami PWM (ang. *Pulse Width Modulation*).

Rozwój technologii półprzewodników mocy, wyrażający się wzrostem ich mocy znamionowych oraz wzrostem szybkości działania (tyrystory, tyrystory GTO, tranzystory dużej mocy) umożliwił budowę falowników do zasilania silników w całym zakresie mocy z regulacją częstotliwości w przedziale $0 \div 250$ Hz, oraz ponad 250 Hz w układach z silnikami wysokoobrotowymi.

Realizuje się dwa podstawowe rodzaje falowników: prądowe oraz napięciowe. Falowniki prądowe stosuje się w układach o małych i średnich mocach w tzw. napędzie indywidualnym. Falowniki napięciowe umożliwiają sterowanie w całym zakresie mocy zarówno indywidualne jak i grupowe. W dalszym ciągu będzie mowa tylko o falownikach napięciowych.

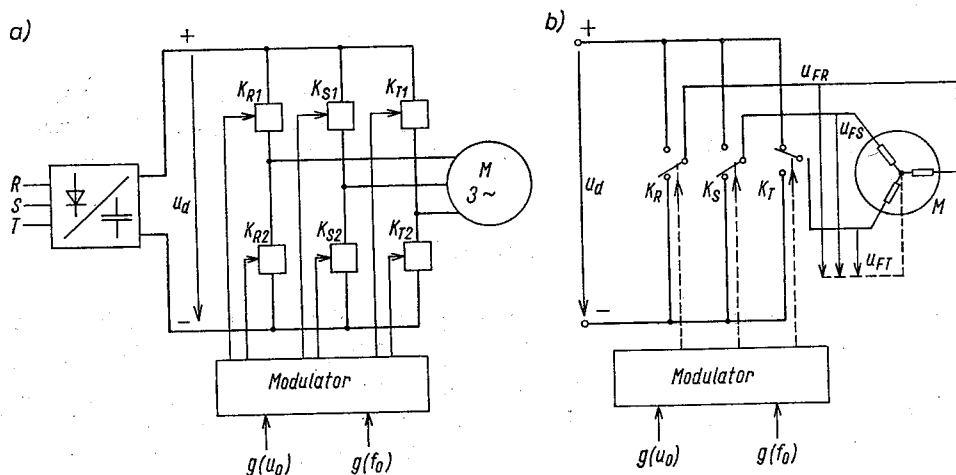
W nowoczesnych układach napędowych stawia się wysokie wymagania dotyczące jakości sterowania, żąda się optymalizacji określonych wskaźników jakości (energetycznych, akustycznych itp.) a także narzuca się odpowiednie algorytmy sterowania. Dla

spełnienia wymienionych wymagań konieczne jest stosowanie złożonych układów sterujących zaworami falownika (modulatorów). Modulatory te buduje się obecnie jako układy cyfrowe, w tym coraz powszechniej jako układy mikrokomputerowe,

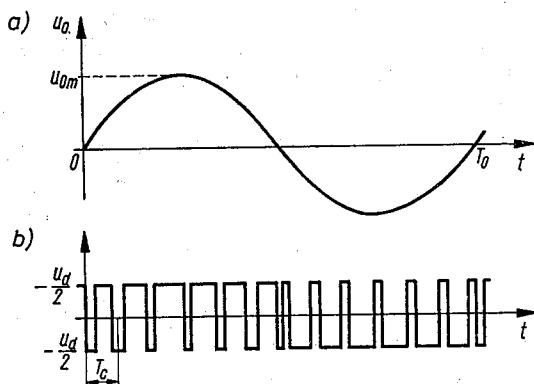
2. ZAGADNIENIA ZWIĄZANE Z GENERACJĄ FALI PWM

W falownikach PWM (rys. 1) trójfazową sinusoidalną falę napięcia podstawowego U_0 symuluje się za pomocą trójfazowych ciągów dwubiegunowych impulsów prostokątnych U_F o stałej amplitudzie i szerokościach proporcjonalnych do chwilowych wartości napięcia podstawowego w okresie impulsowania T_c (rys. 2).

Dyskretny charakter fali PWM jest przyczyną pulsacji prądu stojana silnika. Pulsacje te są źródłem dodatkowych strat cieplnych a także pulsacji momentu napędowego, co z kolei odbija się niekorzystnie na właściwościach mechanicznych napędu i powoduje



Rys. 1. Falownikowy układ napędowy: a) uproszczony schemat blokowy, b) idealizowany schemat zastępczy



Rys. 2. Napięcie odniesienia (a) i odpowiadająca mu fala PWM (b)

wzrost hałasu wytwarzanego przez silnik. Pulsacje prądu stojana można minimalizować zmniejszając okres impulsowania T_c , jednakże okres ten ogranicza od dołu częstotliwość maksymalna komutacji $f_{k dop}$ zastosowanych w falowniku zaworów (K):

$$T_c > \frac{1}{f_{k dop}} \quad (1)$$

Wartości $f_{k dop}$ zależą od rodzaju, typu i mocy zaworów i zawierają się w granicach od kilkuset Hz do kilkudziesięciu kHz (wartości dolne odnoszą się do tyrystorów zwykłych, górne do tranzystorów mocy, wartości pośrednie charakteryzują tyrystory wyłączane bramką — GTO).

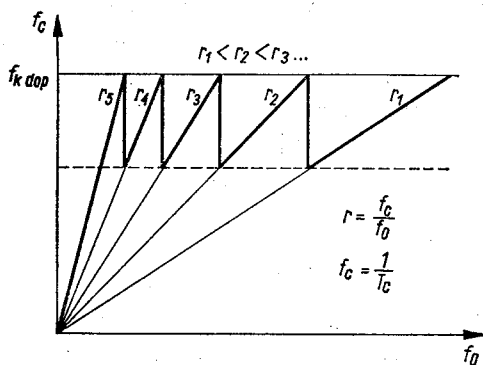
Okres impulsowania T_c przyjmuje się jako całkowitą podwielokrotność okresu fali napięcia podstawowego T_0 :

$$r = \frac{T_0}{T_c} \quad (2)$$

Wartości stałej r powinny być odpowiednio duże, przy czym ze względu na (1) są one ograniczone od góry zgodnie z zależnością:

$$r < T_0 f_{k dop} = \frac{f_{k dop}}{f_0} \quad (3)$$

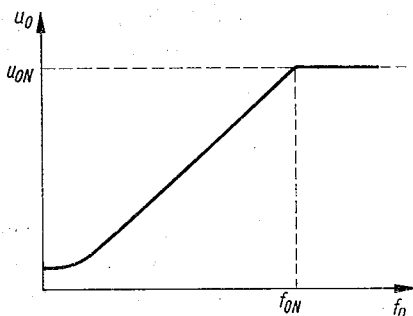
Stosowana w falownikach regulacja w szerokich granicach częstotliwości podstawowej f_0 narzuca konieczność uwzględnienia zmian stałej r w funkcji f_0 przy zachowaniu ograniczenia (3). Zwykle stosuje się skokową zależność $r(f_0)$ — por. rys. 3.



Rys. 3. Przykładowa zależność $f_c(f_0)$ dla różnych wartości r

Warto zwrócić uwagę na to, że ze wzrostem f_0 wartość r maleje do 1, co odpowiada pełnej fali prostokątnej o częstotliwości podstawowej.

Przy modulacji impulsów w fali PWM należy również uwzględnić zmienność napięcia podstawowego U_0 w funkcji zmian częstotliwości podstawowej f_0 np. jak na rys. 4, dla zachowania stałości strumienia magnetycznego a zatem i maksymalnego momentu napędowego w silniku indukcyjnym. Zależność $U_0(f_0)$ może być wstępnie ustalona i uwzględ-

Rys. 4. Typowa charakterystyka $U_0(f_0)$ dla silnika indukcyjnego

niona w wewnętrznym algorytmie generacji fali PWM w modulatorze albo też może być kształtowana „na bieżąco” przez oddziaływanie na wejście sterownika za pomocą sygnału $g(U_0)$.

3. METODY MODULACJI SZEROKOŚCI IMPULSÓW FALI PWM

Znanych jest wiele metod generacji fali PWM, jednakże żadna z nich nie zapewnia praktycznie wystarczająco dobrej jakości modulacji w całym zakresie zmian częstotliwości podstawowej. Stąd w praktycznych rozwiązaniach falowników wykorzystuje się zwykle kilka metod dla odpowiednich zakresów częstotliwości. Podstawowym kryterium przydatności metody do zastosowania w określonym przedziale częstotliwości podstawowej jest stopień minimalizacji pulsacji napięcia lub prądu stojana, albo w innym ujęciu — minimalizacji udziału harmonicznego napięcia lub prądu niższych rzędów.

Warto wskazać na następujące warunki jakim powinna odpowiadać fala PWM, aby niezależnie od zastosowanej metody ograniczyć źródła powstawania niepożądanych odkształceń napięcia lub prądu stojana [2]:

a) nie powinna zawierać składowej stałej

$$U_{F(i)}(\omega t) = -U_{F(i)}(\omega t + \pi) \quad (4)$$

gdzie: $i = 0, 1, 2$ — numer fazy

$$\omega = 2\pi f_0 \text{ — pulsacja}$$

b) nie powinna zawierać składowych podharmonicznych

$$U_{F(i)}(\omega t) = U_{F(i)}(\omega t + 2\pi) \quad (5)$$

c) nie powinna zawierać harmonicznego rzędów $3n$, ($n = 1, 2, \dots$)

$$U_{F(i+1)}(\omega t) = U_{F(i)}\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (6)$$

d) nie powinna zawierać harmonicznego parzystych

$$U_{F(i)}(\omega t) = U_{F(i)}\left(\pi + i\frac{4}{3}\pi - \omega t\right) \quad (7)$$

gdzie: $U_{F(0)}(\omega t) > 0$ dla $t = 0_+$

Warunki a ÷ d można sprowadzić do następujących wymagań na rozkład impulsów w fali PWM:

- e) symetria trójfazowa,
- f) symetria ćwiartkowa oraz odwrotna symetria połówkowa w jednym okresie T_0 w każdej fazie,
- g) synchronizm z falą sinusoidalną o częstotliwości podstawowej.

Przestrzeganie wymienionych wymagań zapewnia ograniczenie składowych harmonicznych w fali PWM jedynie do harmonicznej podstawowej oraz harmonicznych rzędów:

$$6n \pm 1, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Z tych samych przesłanek wynika również dodatkowy warunek na stałą r (por. również warunek (3)). Stała ta powinna być liczbą naturalną, podzieloną przez 3, nieparzystą jeżeli zapewniona jest przy tym symetria ćwiartkowa w okresie T_0

$$r = 3(2i - 1), \quad i = 1, 2, \dots \quad (9)$$

lub parzystą, jeżeli zapewniona jest przy tym odwrotna symetria połówkowa w okresie T_0 [26]:

$$r = 6i, \quad i = 1, 2, \dots \quad (10)$$

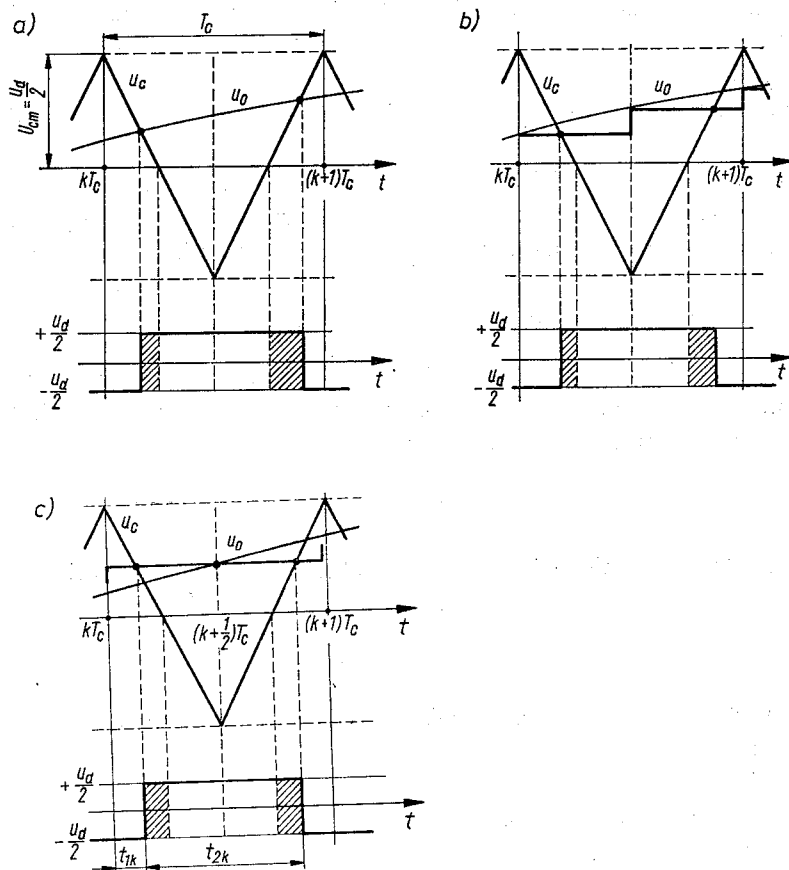
Pośród wielu metod modulacji szerokości impulsów w falownikach za podstawowe można uznać:

- metodę trójkątową,
- metodę wektora przestrzennego,
- metody optymalizacyjne.

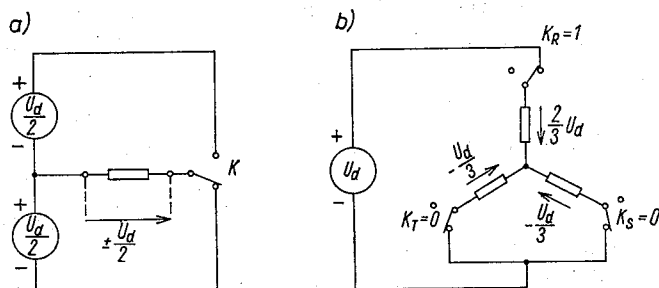
Metoda trójkątowa [2, 3, 25], zwana również sinusoidalną [6], polega na wyznaczaniu impulsów fali PWM przez porównywanie określonych wartości napięcia u_c fali trójkątnej zwykle symetrycznej, dwubiegunowej (tzw. fali nośnej) o częstotliwości f_c i amplitudzie U_{cm} — z falą odniesienia u_0 sinusoidalną ciągłą (rys. 5a) albo sinusoidalną aproksymowaną krzywą schodkową (rys. 5b, c) o częstotliwości podstawowej f_0 i wartości maksymalnej U_{0m} , przy czym $f_c = r \cdot f_0$ oraz $U_{cm} \geq U_{0m}$. Modulacja według rys. 4a znana jest pod nazwą modulacji naturalnej, natomiast modulacja według rys. 5, b, c nazywana jest modulacją regularną odpowiednio niesymetryczną i symetryczną [3, 25].

W metodzie trójkątowej zakłada się, że przy dostatecznie dużej częstotliwości f_c , zwanej dalej częstotliwością impulsowania, przebiegi elektryczne i magnetyczne we wszystkich fazach silnika są jednakowe, w związku z czym można korzystać ze schematu zastępczego układu falownik-silnik dla jednej fazy przedstawionego na rys. 6a.

Z wymienionych odmian metody trójkątowej na szczególną uwagę zasługuje modulacja regularna symetryczna (rys. 5c), charakteryzująca się symetrią impulsu prostokątnego wewnątrz okresu impulsowania T_c , co odpowiada wymaganiom symetrii fali PWM (por. wymaganie f). Zakładając synchronizm fali nośnej i fali podstawowej (por. wymaganie g) parametry impulsów fali PWM można wyznaczać w ramach jednego okresu T_0 fali podstawowej. Okres ten dzielony jest falą nośną na r okresów (cykli) impulsowania T_c .



Rys. 5. Ilustracje metody modulacji trójkątowej: a) naturalnej, b) regularnej niesymetrycznej, c) regularnej symetrycznej



Rys. 6. Schemat zastępczy układu falownik-silnik: a) dla metody trójkątowej, b) dla metody wektora przestrzennego

Z rys. 5c dla k -tego cyklu impulsowania ($k = 0, 1, 2, \dots, r-1$) otrzymuje się następujące zależności określające czasy t_{1k}, t_{2k} :

$$t_{1k} = \frac{T_c}{4} - \frac{T_c}{4} \cdot \frac{u_k}{U_{cm}}$$

$$t_{2k} = T_c - 2t_{1k},$$

lub w postaci wygodniejszej do obliczeń numerycznych:

$$t_{1k} = \frac{T_c}{2} - \frac{t_{2k}}{2} \quad (11)$$

$$t_{2k} = \frac{T_c}{2} + \frac{T_c}{2} \cdot \frac{u_k}{U_{cm}} \quad (12)$$

Wprowadzając współczynnik modulacji

$$m = \frac{U_{0m}}{\frac{1}{2} U_d} \quad (13)$$

oraz uwzględniając związki:

$$U_{cm} = \frac{1}{2} U_d; \quad T_c = \frac{T_0}{r} = \frac{1}{rf_0}$$

$$u_k = U_{0m} \sin(\omega_0 \cdot t_k); \quad t_k = kT_c + \frac{T_c}{2}$$

$$\omega_0 \cdot t_k = 2\pi f_0 \cdot t_k = \frac{2\pi}{r} \left(k + \frac{1}{2} \right)$$

wzory (11) i (12) przyjmują postacie:

$$t_{1k} = A - \frac{t_{2k}}{2} \quad (14)$$

$$t_{2k} = A + A \cdot m \cdot \sin \left(kB + \frac{B}{2} \right), \quad (15)$$

w których

$$A = \frac{T_c}{2} = \frac{1}{2r \cdot f_0}, \quad B = \frac{2\pi}{r}.$$

Podział na cykle impulsowania jest wspólny dla trzech faz. Jeżeli założyć, że fazą odniesienia jest faza R, to wzory (14), (15) pozwalają wyznaczyć wartości czasów t_{1k}, t_{2k} dla wszystkich faz przy uwzględnieniu następujących zależności:

$$k = k_R \quad \text{dla fazy R}$$

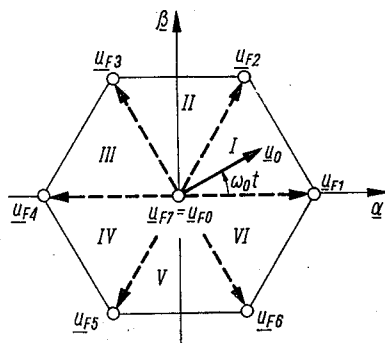
$$k = k_R + \frac{2}{3}r \quad \text{dla fazy S}$$

$$k = k_R + \frac{1}{3}r \quad \text{dla fazy T}$$

Stała r we wzorach (14), (15) powinna odpowiadać warunkom (3) i (9) albo (10) i przyjmuje się zwykle, że jest skokową funkcją częstotliwości podstawowej f_0 (por. rys. 3). W praktyce ze względu na konieczność ograniczenia pulsacji przyjmuje się $r > 15$ (albo $r > 12$), co pozwala oszacować górną granicę stosowalności metody trójkątowej na $10 \div 100$ Hz, w zależności od dopuszczalnej częstotliwości komutacji zaworów falownika.

Współczynnik modulacji m zdefiniowany zależnością (13) uwzględnia wpływ napięcia odniesienia U_0 na napięcie zasilania silnika (moment napędowy) i jest funkcją częstotliwości podstawowej f_0 (rys. 4). W metodzie tej $m \leq 1$.

Metoda wektora przestrzennego oparta jest na znanym [17] odwzorowaniu trójfazowych wielkości wejściowych silnika indukcyjnego za pomocą tzw. wektora przestrzennego określonego w przestrzeni dwuwymiarowej prostokątnej $\alpha - \beta$. Przestrzeń ta jest orientowana w płaszczyźnie przekroju poprzecznego stojana silnika w ten sposób, że oś α pokrywa się z osią umownego bieguna magnetycznego wybranej fazy np. fazy R.



Rys. 7. Płaszczyzna $\alpha - \beta$ i wektory przestrzenne U_0 , U_{Fi}

Układ trzech napięć fazowych odniesienia, sinusoidalnie zmiennych w czasie odwzorowuje się za pomocą wektora przestrzennego o module U_0 , wirującego na płaszczyźnie $\alpha - \beta$ z prędkością kątową ω_0 (rys. 7):

$$u_0(\omega_0 t) = \begin{bmatrix} \frac{U_{0\alpha}}{U_{0\beta}} \end{bmatrix} = U_{0m} \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Podobnie trójfazowe dyskretnie napięcie wyjściowe falownika odwzorowuje się za pomocą wektora przestrzennego

$$U_F = \begin{bmatrix} \frac{U_{F\alpha}}{U_{F\beta}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

o module $\frac{2}{3} U_d$, który dla ustalonych stanów zaworów zajmuje stałe położenie na płaszczyźnie $\alpha - \beta$.

W oparciu o schemat zastępczy falownika z rys. 1b można wyróżnić 8 jego stanów określonych stanami zaworów (tablica 1). Założono, że stan zaworu $K_l = 1$ — jeżeli górny zawór l -tej gałęzi falownika ($l = R, S, T$) jest zamknięty, a dolny otwarty, oraz $K_l = 0$ w przypadku przeciwnym. W stanach 0 i 7 napięcie wyjściowe falownika jest

równe zero (zaciski wejściowe silnika zwarte), natomiast w stanach 1÷6 wartość tego napięcia wynika ze stałej wartości napięcia zasilania falownika U_d oraz rezystancji uzwojeń silnika (rys. 6b i tablica 1). Na rys. 6b dla ułatwienia analizy zjawisk założono gwiazdowy układ połączeń uzwojeń stojana silnika.

Tablica 1

Stany falownika i charakteryzujące je wielkości w metodzie wektora przestrzennego

Stan falownika (i)		0	1	2	3	4	5	6	7
Stan zaworu K_i	R	0	1	1	0	0	0	1	1
	S	0	0	1	1	1	0	0	1
	T	0	0	0	0	1	1	1	1
Napięcie wyjściowe falownika $\frac{U_{Fi}}{ U_d }$	R	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	S	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0
	T	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
Wektor wyjściowy $\frac{U_F}{ 2/3U_\alpha }$	α	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
	β	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0
Kąt przestrzenny		—	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	—

W omawianej metodzie napięcie wejściowe odniesienia $U_0(\omega_0 t)$ silnika w chwili t , reprezentowane przez wektor $u_0(\omega_0 t)$ syntezowane jest ciągiem wektorów wyjściowych falownika U_{Fi} w taki sposób aby spełnione były następujące założenia:

— dla dostatecznie małego przedziału czasu równego okresowi impulsowania T_c zachodzi równość:

$$\frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} U_0(\omega_0 t) d\tau = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \sum_{i=1}^S U_{Fi} d\tau \quad (18)$$

— okres impulsowania T_c jest całkowitą r — podwielokrotnością okresu T_0 fali sinusoidalnej napięcia odniesienia, przy spełnionych warunkach (3) i (9) albo (10).

Wybór wektorów U_{Fi} w równaniu (18) powinien odpowiadać wymaganiu minimum pulsacji prądu lub napięcia stojana, przy minimalnej częstotliwości komutacji zaworów falownika oraz zapewniać symetrię impulsów w okresie T_c (por. warunek f w p. 3). Można wykazać, że warunki te będą spełnione jeżeli w równaniu (18) wykorzysta się tylko trzy

wektory U_{Fi} bezpośrednio sąsiadujące z wektorem $U_0(\omega_0 t)$ na płaszczyźnie $\alpha-\beta$ oraz jeżeli wektory te będą tworzyły sekwencję:

$$zn_1 n_2 zn_2 n_1 z \quad (19)$$

gdzie: z — wektor zerowy

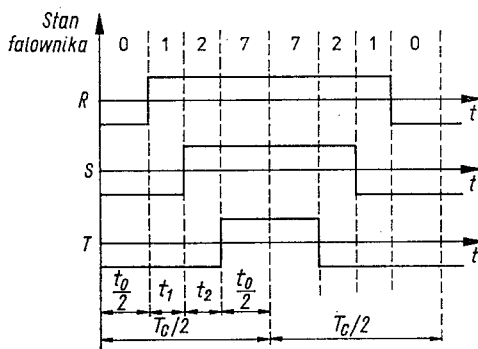
n — wektor niezerowy,

przy czym sąsiednie wektory w ciągu (19) odpowiadają sąsiednim stanom falownika, tj. stanom różniącym się stanem tylko jednego zaworu.

Na przykład dla wektora napięcia odniesienia położonego w sektorze I płaszczyzny $\alpha-\beta$ (rys. 7) należy przyjąć następującą sekwencję:

$$U_{F0} U_{F1} U_{F2} U_{F7} U_{F2} U_{F1} U_{F0},$$

której odpowiada wykres stanów zaworów falownika pokazany na rys. 8.



Rys. 8. Stany załączenia zaworów dla sekwencji stanów falownika: 0127210

Wartości czasów trwania poszczególnych stanów łatwo można wyznaczyć z równania (18) przy założeniu, że dla małych wartości $T_c: U_0(\omega_0 \tau) = U_0(\omega_0 t) = \text{const.}$

Dla rozważanego przykładu, po uwzględnieniu tego, że wartości wektorów U_{F1} , U_{F2} nie zależą od czasu oraz, że $U_{F0} = U_{F7} = 0$ z równania (18) otrzymuje się:

$$\frac{T_c}{2} U_0(\omega_0 t) = t_1 U_{F1} + t_2 U_{F2}. \quad (20)$$

Po uwzględnieniu wartości wektorów zgodnie z (16) oraz z tablicą 1 równanie (20) przyjmuje postać:

$$\frac{T_c}{2} U_{om} \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t \\ \sin \omega_0 t \end{bmatrix} = t_1 \frac{2}{3} U_d \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t_2 \frac{2}{3} U_d \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

skąd:

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} m_1 T_c \sin \left(\frac{\pi}{3} - \omega_0 t \right) \quad (22)$$

$$t_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} m_1 T_c \sin \omega_0 t \quad (23)$$

$$t_0 = \frac{T_c}{2} - (t_1 + t_2) \quad (24)$$

gdzie: $0 \leq \omega_0 t \leq \frac{\pi}{3}$ (sektor I)

$$T_c = \frac{1}{rf_0} \quad (25)$$

$$m_1 = \frac{U_{0m}}{\frac{2}{3} U_d}$$

Tablica 2

Argumenty funkcji sinus we wzorach (22), (23)

Sektor	Przedział $\omega_0 t$	$\arcsin \left[\frac{t_1 \sqrt{3}}{m_1 T_c} \right]$	$\arcsin \left[\frac{t_2 \sqrt{3}}{m_1 T_c} \right]$
		(wzór 22)	(wzór 23)
I	$0, \frac{\pi}{3}$	$\left(\frac{\pi}{3} - \omega_0 t \right)$	$\omega_0 t$
II	$\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi$	$\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{3} \right)$	$\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{3} \right)$
III	$\frac{2}{3}\pi, \pi$	$\omega_0 t$	$-\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{3} \right)$
IV	$\pi, \frac{4}{3}\pi$	$-\omega_0 t$	$\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{3} \right)$
V	$\frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$	$-\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{3} \right)$	$\left(\frac{\pi}{3} - \omega_0 t \right)$
VI	$\frac{5}{3}\pi, 2\pi$	$\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{3} \right)$	$-\omega_0 t$

Dla wektorów napięcia odniesienia położonych w pozostałych sektorach płaszczyzny $\alpha-\beta$ wyznaczone w analogiczny sposób wartości czasów t_1, t_2 różnią się argumentami funkcji sinus (tablica 2).

Metoda wektora przestrzennego prowadzi do podobnych wyników jak metoda trójkątowa. W celu bliższego porównania obu metod warto porównać przebiegi napięć u generowanych przez falownik, uśrednionych za okres impulsowania T_c , zakładając model

sterowania taki jak w metodzie trójkątowej (schemat zastępczy z rys. 6a) ale przy uwzględnieniu czasów trwania impulsów wyznaczonych według obu metod.

W metodzie trójkątowej napięcie to jest z założenia równe sinusoidalnemu napięciu odniesienia, np. napięcie fazowe w fazie R:

$$\tilde{U}_{tR} = U_0(\omega_0 t) = U_{0m} \sin \omega_0 t \quad (26)$$

lub po uwzględnieniu (13):

$$\tilde{U}_{tR} = m \frac{U_d}{2} \sin \omega_0 t \quad (27)$$

Odpowiednio, napięcie międzyprzewodowe np. między fazami R-S przyjmuje postać:

$$\tilde{U}_{t(R-S)} = m \sqrt{3} \frac{U_d}{2} \sin \omega_0 t. \quad (28)$$

W metodzie trójkątowej wartości maksymalne napięcia fazowego U_{0m} nie mogą przekroczyć wartości $\frac{U_d}{2}$, stąd współczynnik modulacji zdefiniowany zależnością (13) może przyjmować wartości:

$$m \leq 1. \quad (29)$$

W metodzie wektora przestrzennego otrzymuje się różne zależności na napięcie uśrednione $\tilde{U}_w$ dla poszczególnych sektorów płaszczyzny $\alpha - \beta$. Na przykład dla sektora I, po uwzględnieniu rys. 8 oraz wzorów (22), (23) i (24) otrzymuje się dla fazy R:

$$\tilde{U}_{wR} = \frac{U_d}{T_c} \left(\frac{t_0}{2} + t_1 + t_2 - \frac{t_0}{2} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} m_1 U_d \sin \left(\frac{\pi}{3} + \omega_0 t \right). \quad (30)$$

Uwzględniając zależności na U_{wR} dla pozostałych sektorów można podać następującą rodzinę zależności (rys. 9, por. [6]):

$$\tilde{U}_{wR} = m_1 U_d \begin{cases} \sin \omega_0 t, & \text{dla } 0 \leq \omega_0 t \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\pi}{6} + \omega_0 t \right), & \text{dla } \frac{\pi}{6} \leq \omega_0 t \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad (31)$$

która po uwzględnieniu symetrii ćwiartkowej i odwrotnej symetrii połówkowej opisuje falę napięcia fazowego dla dowolnych wartości $\omega_0 t$.

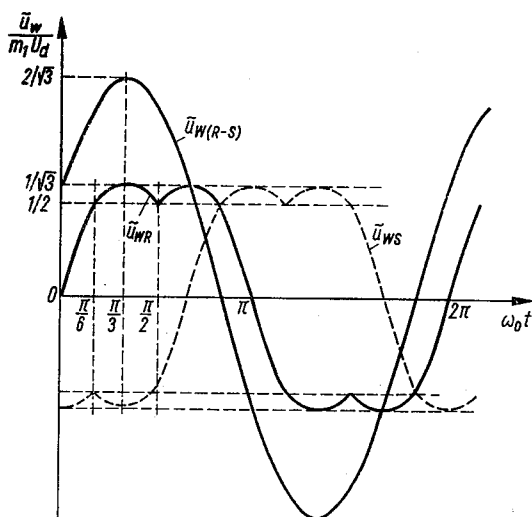
Z zależności (31) można otrzymać napięcie międzyprzewodowe np.:

$$\tilde{U}_{w(R-S)} = m_1 U_d \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\pi}{6} + \omega_0 t \right). \quad (32)$$

Z porównania definicji (13) i (25) otrzymuje się związek:

$$m_1 = \frac{3}{4} m \quad (33)$$

po uwzględnieniu, którego zależność (32) staje się identyczna z (28). Jak widać w obu metodach napięcie międzyprzewodowe jest falą sinusoidalną, natomiast napięcie fazowe



Rys. 9. Przebiegi uśrednionych napięć wyjściowych falownika przy modulacji metodą wektora przestrzennego

w metodzie wektorowej jest odkształcone składowymi rzędu $3n$ ($n = 1, 2, \dots$). To odkształcenie jest jednak korzystne ze względu na osiągalną wyższą wartość współczynnika modulacji (por. [13]).

W metodzie wektorowej maksymalna amplituda napięcia międzyprzewodowego może być równa napięciu zasilania falownika U_d .

Z zależności (32) otrzymuje się:

$$m_1 U_d \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \leq U_d$$

skąd:

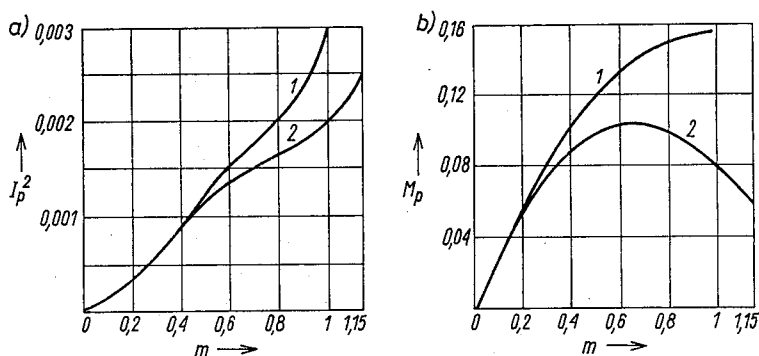
$$m_1 \leq \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (34)$$

Ze względu na (33) nierówność (34) jest równoważna nierówności:

$$m \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,15. \quad (35)$$

Współczynnik modulacji w metodzie wektora przestrzennego może więc być około 15% wyższy niż w metodzie trójkątowej.

W pracy [6] dokonano przybliżonego oszacowania pulsacji prądu stojana oraz momentu napędowego silnika indukcyjnego dla różnych wartości współczynnika modulacji m , przy sterowaniu falownikiem według obu porównywanych metod (rys. 10a, b). Na podstawie wyników analizy porównawczej autorów [6] można stwierdzić, że ze względu na pulsacje prądu (i straty mocy w uzwojeniach silnika od tych pulsacji) oraz pulsacje momentu napędowego metoda wektora przestrzennego daje lepsze rezultaty przy większych wartościach współczynnika modulacji. Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że w zakresie większych wartości m , którym odpowiadają wyższe częstotliwości podstawowe f_0 metoda wektorowa

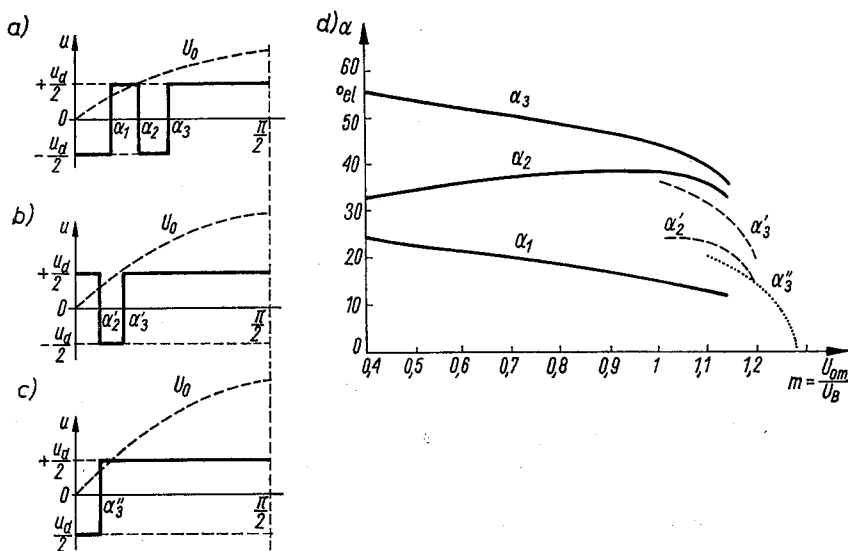


Rys. 10. Porównanie pulsacji prądu stojana (a) i momentu napędowego (b) przy modulacji metodą trójkątową (1) oraz metodą wektora przestrzennego (2), wg [6]

(podobnie jak i metoda trójkątowa) może być stosowana jedynie w falownikach z zaworami o dużej szybkości działania.

Metody optymalizacyjne stosuje się w zakresie wyższych częstotliwości podstawowych, przy których liczba impulsów fali PWM w jednym okresie częstotliwości jest ograniczona dopuszczalną częstotliwością komutacji zaworów falownika. W metodach tych zakłada się odpowiednią liczbę impulsów w jednym okresie fali napięcia podstawowego oraz optymalizuje tzw. kąty przełączeń zaworów, określające zbocza impulsów fali PWM, tak aby zapewnić pożądaną amplitudę symulowanego napięcia odniesienia przy spełnieniu założonych kryteriów jakości sterowania silnikiem.

Jednym z najczęściej stosowanych kryteriów jest minimum zawartości harmoniczných niskich rzędów w przebiegu wyjściowym falownika. Metoda oparta o to kryterium nosi



Rys. 11. Kształty ćwiartki okresu fali PWM z trzema (a), dwoma (b) i jednym (c) kątami przełączeń oraz odpowiadające im zależności wartości tych kątów od współczynnika modulacji m (d) w metodzie eliminacji harmoniczných.

nazwę metody syntezy harmonicznej lub metody eliminacji harmonicznych. Polega ona na wyznaczaniu kątów przełączania fali PWM w sposób zapewniający uzyskanie założonej wartości amplitudy pierwszej harmonicznej oraz eliminację odpowiedniej liczby wyższych harmonicznych.

Falę PWM np. z rys. 11a można rozłożyć na szereg Fouriera

$$f(\omega t) = \frac{U_{FR}(\omega t)}{U_B} = \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t] \quad (36)$$

gdzie

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin n\omega t d\omega t \quad (37)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos n\omega t d\omega t \quad (38)$$

$U_{FR}(\omega t)$ — napięcie fazowe fazy R

U_B — napięcie bazowe $U_B = \frac{U_d}{2}$ gdzie U_d jest napięciem stałym w obwodzie pośredniczącym prądu stałego.

Ponieważ przebieg napięcia powinien być krzywą nieparzystą o odwrotnej zgodności półokresów (warunki $a-f$ w p. 3) to dla $n = 2m$ gdzie $m = 1, 2, \dots$ wszystkie współczynniki $b_n = 0$ i $a_n = 0$. Zatem w krzywej występują tylko harmoniczne nieparzyste. Wzór na n -ty współczynnik można zapisać następująco:

$$a_n = -\frac{4}{n\pi} \left[1 + 2 \sum_{k=1}^l (-1)^k \cos(n\alpha_k) \right] \quad (39)$$

gdzie: α_k — kąty przełączeń $0 < \alpha_k < \alpha_{k+1} < \frac{\pi}{2}$, $k = 1, 2, \dots, l$

W odbiorniku trójfazowym bez przewodu zerowego, jakim jest silnik indukcyjny, harmoniczne będące wielokrotnością 3 są ze sobą w fazie i nie ma potrzeby ich eliminowania. Istotne znaczenie mają jedynie harmoniczne rzędów $6n \pm 1$, $n = 1, 2, \dots$. Im harmoniczna jest wyższego rzędu tym skuteczniej jest filtrowana przez indukcyjności falownika i silnika, stąd praktyczne znaczenie ma eliminacja harmonicznych najbliższych podstawowej.

Na rys. 11d przedstawiono zależności wartości kątów przełączania od amplitudy pierwszej harmonicznej napięcia wyjściowego falownika wyznaczone przy użyciu omawianej metody, przy założeniu: trzech przełączeń w ćwiartce okresu (eliminacja dwóch harmonicznych, rzędów 5 i 7, kąty α_k), dwóch przełączeń (eliminacja jednej harmonicznej rzędu 5, kąty α'_k) oraz jednego przełączenia (bez eliminacji harmonicznych, kąty α''_k).

Z wykresu tego można wyznaczyć rozkład impulsów w fali PWM dla różnych wartości napięcia odniesienia (rys. 11a, b, c).

Inne kryterium jakości przedstawiono w pracy [20]. Kryterium to wykorzystuje minimalizację strat od składowych harmonicznych prądu. Po pewnych założeniach upraszczających [20] straty od harmonicznych prądu dane są wyrażeniem:

$$P_h = \left[r_1 + r_2 \left(\frac{M}{L_2 + M} \right)^2 \right] I_h^2, \quad (40)$$

gdzie: r_1, r_2 — rezystancje uzwojenia stojana i wirnika,
 M — indukcyjność główna silnika indukcyjnego,
 L_2 — indukcyjność rozproszenia wirnika

$I_h^2 = \sum_{n=1}^{\infty} I_{hn}^2$ — suma kwadratów wartości skutecznych prądów harmonicznych.

Ponieważ wartość skuteczna prądu stojana jest dana wyrażeniem

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_h^2}, \quad (41)$$

to minimum strat P_h osiąga się dla minimum wyrażenia (41) przy zachowaniu stałości prądu pierwszej harmonicznej I_1 .

Metoda obliczania kątów przełączania, przy uwzględnieniu tego kryterium, jest skomplikowana i wymaga stosowania rozbudowanych procedur iteracyjnych. Według autorów [20] nakład pracy jest opłacalny gdyż można uzyskać 50—70% zmniejszenia strat od składowych harmonicznych prądu stojana.

W pracy [7] przedstawiono propozycję wyznaczenia kątów przełączeń z minimalizacją pulsacji momentu na wale silnika. Wielkość pulsacji oceniana jest wskaźnikiem:

$$\varepsilon_M = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (M_{el} - M_{sr})^2 d\tau}}{M_N}, \quad (42)$$

gdzie: M_N — moment znamionowy; M_{el} — moment elektromagnetyczny; M_{sr} — moment średni.

Tak zdefiniowany wskaźnik służy jedynie do oceny wybranej fali PWM. W pracy nie podano sposobu analitycznego obliczenia kątów przełączeń minimalizujących ten wskaźnik.

4. SPOSOBY WYKORZYSTYWANIA METOD MODULACJI

Najszerzej stosowaną metodą modulacji PWM jest metoda trójkątowa. Początkowo budowano modulatory w postaci układów analogowych przy wykorzystaniu metody trójkątowej naturalnej. (rys. 4a). W układach takich trójfazowa fala sinusoidalna napięcia odniesienia i fala trójkątowa (nośna) generowane są jako sygnały analogowe oraz porównywane za pomocą komparatorów. Sygnały wyjściowe tych komparatorów wykorzystywane są do załączania odpowiednich zaworów falownika. Rozwiązanie takie ma wiele istotnych wad, na przykład:

- trudności zapewnienia synchronizacji przebiegów sinusoidalnego i trójkątnego (nieprawidłowa komutacja zaworów),
- możliwość pojawiania się składowej stałej w fali napięcia wyjściowego falownika,
- trudności nastawiania sterownika i jego przestrajania (w przypadku zmian parametrów napędu),
- niestabilność temperaturowa i starzeniowa,
- podatność na zakłócenia.

Wobec obecnie stawianych wymagań układom napędowym powyższe wady dyskwalifikują analogowe realizacje modulacji PWM. Obecnie metody te realizuje się przy użyciu techniki cyfrowej, w tym coraz powszechniej za pomocą systemów mikroprocesorowych (specjalizowanych mikrokomputerów).

W rozwiązaniach cyfrowych stosuje się dwa podstawowe sposoby realizacji metody trójkątowej:

- z przechowywaniem parametrów fali PWM w pamięci modulatora [2, 15]
- z wyznaczaniem parametrów fali PWM „na bieżąco” [2, 3].

Według sposobu pierwszego, wyznaczone wcześniej parametry fali PWM, zapisuje się do pamięci modulatora w postaci stanów zaworów z podziałem na trzy fazy, na odpowiednią liczbę wartości współczynnika modulacji oraz na dostatecznie dużą liczbę punktów próbkowania w ramach jednego okresu fali napięcia podstawowego. Dane te pobiera się z częstotliwością proporcjonalną do zadanej częstotliwości podstawowej. Istnieje wiele odmian sposobów przechowywania danych w pamięci oraz rozwiązań układowych. Warto zauważyć, że dla osiągnięcia dużej dokładności sterowania konieczne jest stosowanie pamięci o dużych pojemnościach. Wymagana pojemność pamięci szybko rośnie wraz z maleniem częstotliwości podstawowej.

Według sposobu drugiego, odpowiednio do zadanej częstotliwości podstawowej i danego współczynnika modulacji, modulator „na bieżąco” wyznacza chwile przełączania poszczególnych zaworów, np. zgodnie z wzorami (14) i (15). Sposób ten realizowany jest zwykle z wykorzystaniem systemów mikroprocesorowych. Rozwiązanie takie umożliwia dobrą jakość sterowania i łatwość dostosowania modulatora do różnych parametrów napędu.

Metoda wektora przestrzennego realizowana jest podobnie jak metoda trójkątowa. Warto jednak zwrócić uwagę na to, że sposób wyznaczania chwil przełączania zaworów (wzory 22—24 oraz tablica 2) jest bardziej złożony niż w metodzie trójkątowej. Dlatego też należy się liczyć z bardziej złożonym algorytmem wyznaczania fali PWM „na bieżąco”.

Metoda eliminacji harmoniczných, wymagająca wielu operacji arytmetycznych do wyznaczania kątów przełączeń, realizowana jest za pomocą tablicowania wcześniej wyznaczonych parametrów w pamięci modulatora [3, 4, 20]. Zależność amplitudy pierwszej harmoniczných napięcia od częstotliwości podstawowej narzuca konieczność zmian liczby przełączeń w jednym okresie fali PWM w funkcji tej częstotliwości [4], co sprawia, że algorytm sterowania przy stosowaniu metody eliminacji harmoniczných jest na tyle skomplikowany, że wymaga wykorzystania techniki mikrokomputerowej.

Pozostałe wymienione tutaj metody optymalizacyjne oparte są na złożonych algorytmach obliczeniowych wykonywanych w czasie rzeczywistym w związku z czym również wymagają wykorzystania techniki mikrokomputerowej.

5. WNIOSKI

Wysokie wymagania stawiane nowoczesnym napędom falownikowym (minimalizacja energetyczna, optymalizacja parametrów dynamicznych) narzucają ostre wymagania na sterowanie falownikami. Żadna ze znanych opisanych tu metod modulacji PWM nie spełnia tych wymagań w całym zakresie częstotliwości podstawowych. Konieczne jest więc odpowiednie wykorzystanie wymienionych metod w optymalnych dla nich przedziałach częstotliwości podstawowej. Dobre wyniki daje zastosowanie metody trójkątowej lub metody wektora przestrzennego — w zakresie niższych częstotliwości podstawowych oraz metody eliminacji harmonicznych — w zakresie częstotliwości wyższych. Przy częstotliwościach przekraczających częstotliwości znamionowe stosuje się zwykle nie modulowaną falę prostokątną. Granice stosowalności poszczególnych metod zależą głównie od parametrów dynamicznych zaworów falownika.

Stosowanie metod zapewniających minimalizację strat od składowych harmonicznych oraz minimalizację pulsacji momentu na wale silnika napotyka na trudności realizacyjne.

Sterowanie falownikami z zastosowaniem kilku metod modulacji, z zachowaniem płynności sterowania wraz ze zmianami metod modulacji lub zmianami parametrów sterowania jest praktycznie biorąc niemożliwe bez zastosowania techniki mikrokomputerowej.

Mikrokomputer oprócz funkcji modulatora PWM może pełnić dodatkowe funkcje w układzie napędowym, jak np.:

- regulację częstotliwości
- programowe sterowanie częstotliwości
- rozruch i hamowanie silników
- optymalizację energetyczną układu napędowego
- zabezpieczenia układu napędowego
- wizualizację parametrów pracy napędu.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Beck, D. Naunin: *A conception for a sensorless speed control of the squirrel cage induction motor*. Konf. EPE. Brussels, 16—18 Oct. 1985
2. A. Bellini i inni: *A High — Performance Microcomputer — Based Control Circuit for Variable Frequency Inverters*. IEEE Trans., 1985, vol. IE-32, No. 1
3. B. K. Bose i inni: *A High — Performance Pulsewidth Modulator for an Inverter — Fed Drive System Using a Microcomputer*. IEEE Trans., 1983, vol. IA-19, No 2
4. S. R. Bowes, A. Midoun: *New PWN switching strategy for microprocessor controlled inverter drives*. IEEE Proceedings, 1986 vol. 133, Pt. B, No. 4,
5. S. R. Bowes, R. R. Clements: *Computer-aided design of PWN inverter systems*. IEE Proceedings, 1982 vol. 129, Pt. B, No. 1
6. H. W. Broeck i inni: *Analysis and realization of a pulse width modulator based on voltage space vectors*. IEEE IAS Annual Meeting, Denver 1986
7. B. K. Budig i inni: *Mehrmotorenantrieb mit Drehstrom — asynchronmotoren*. Elektr. 1983, No. 10

8. C. S. Buja i inni: *Microcomputer control of PWN inverters*. IEEE Trans., 1982, vol. IE-29, No. 3
9. A. De Carle i inni: *A Procedure to optimize the voltage pulse waveform suppling electrical machines, via the augmented state system approach*. 4 Power Electro. Conf. Budapest, 19—24 Oct. 1981
10. M. Dzikowski, H. Mroczek, Z. Nowacki, L. Pobiega: *Koncepcja rozwiązania mikrokomputerowego układu sterowania falownikiem z modulacją szerokości impulsów (PWM)* ZN Politechniki Świętokrzyskiej, Elektryka 17, Kiselce 1986
11. M. G. Egan i inni: *A Novel analytical study of distortion minimization PWM* Konf. EPE Brussels, 16—18 oct. 1985
12. D. A. Grant i inni: *The Effect of Word Length an the Harmonic Content of Microprocessor — Based PWM Waveform Generators*. IEEE Trans., 1985, vol. IA-21, No. 1
13. J. Gutbier i inni: *Algorytm modulacji szerokości impulsów w sterowanym przez mikrokomputer przekształtnikowym napędzie z silnikiem indukcyjnym klatkowym*. III Ogólnopolska KETiNE, Kazimierz Dolny, 22—22 maja 1986
14. S. Halasz, I. Schmidt: *Transistorised PWN Inverter asynchronous motor drive*. 4 Power Electr. Conf. Budapest, 19—24 oct. 1981
15. J. Holtz i inni: *A PWM inverter drive system with on-line optimized pulse patterns*. Konf. EPE, Brussels 16—18 Oct. 1985
16. J. A. Houldsworth i inni: *The use of harmonic distortion to increase the output voltage of three-phase PWM Inverter*. IEEE Trans. IA-20, 1984, No 5
17. K. P. Kovács, I. Rácz: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Budapest, 1959
18. A. Pollmann: *A Digital Pulsewidth Modulator Employing Advanced Modulation Techniques*. IEEE Trans., 1983, vol. IA-19, No. 3
19. S. Piontek: *Sterowanie mikroprocesorowe falownika MSI*. III KKENEiT AGH, Kraków 1984
20. E. Seefried i inni: *Optimierte Steuerungsverfahren für Zwischenkreisumrichter*. Elektrte, 1983, No. 10
21. P. C. Sen i inni: *Improved PWM Control Strategy for Inverters and Induction Motor Drives*. IEEE Trans., 1984, vol. IE-31, No. 1
22. H. Serbanescu i inni: *Software testing for the microprocessor control of a PWM transistor inverter*. Konf. EPE, Brussels, 16—18 oct. 1985
23. I. Takahashi i inni: *A New Control of PWM Inverter Wavefrom for Minimum Loss Operation of an Induction Motor Drive*. IEEE Trans., 1985, vol. IA-21, No. 4
24. A. J. Taufiq i inni: *Novel algorithm for generating near optimal PWM waveforms for AC traction drives*. IEE Proceedings, 1986 vol. 133, Pt. B, No. 2
25. E. S. Tez i inni: *A microprocessor — based implementation of regular sampled PWM switching strategy*. Konf. EPE, Brussels, 16—18 Oct. 1985
26. M. Varnovitsky: *Development and Comparative Analysis of a Pulse-Width Modulation Strategy*. IEEE Trans., 1984, vol. IE-31, No. 3
27. M. Varnovitsky: *A Microcomputer — Based Control Signal Generator for a Three-Phase Switching Power Inverter*. IEEE Trans., 1983, vol. IA-19, No. 2

M. DZIKOWSKI, H. MROCZEK, Z. NOWACKI

PULSE-WIDTH MODULATION FOR 3-PHASE VOLTAGE INVERTERS

Summary

A review and a comparison of the modulation methods used in PWM inverters are made. Special attention is paid to the application of these methods in microcomputer control.

M. DZIKOWSKI, H. MROCZEK, Z. NOWACKI

**MÉTHODES DE MODULATION D'IMPULSIONS EN DURÉE
DANS LES ONDULEURS DE TENSION TRIPHASÉS****Résumé**

Dans l'article on a passé en revue et on a comparé les méthodes de modulation d'impulsions en durée, utilisées dans les onduleurs de tension triphasés, pour la commande des moteurs d'induction. On a porté surtout attention aux méthodes utiles à l'asservissement avec microordinateur.

M. DZIKOWSKI, H. MROCZEK, Z. NOWACKI

**MODULATIONSMETHODEN DER PULSDAUER BEI DREIPHASIGEN
SPANNUNGSFREQUENZUMRICHTERN****Zusammenfassung**

Im Artikel wurden Übersicht und Vergleich von Modulationsmethoden der Pulsdauer getätigt, die bei dreiphasigen Spannungsfrequenzumrichtern zur Steuerung von Induktionsmotoren angewandt werden. Besondere Aufmerksamkeit gilt denjenigen Methoden, die bei der Steuerung von Mikrocomputern Anwendung finden.

М. ДЗИКОВСКИ, Н. МРОЧЕК, З. НОВАЦКИ

**МЕТОДЫ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИИ ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ
В 3-ФАЗНЫХ ИНВЕРТЕРАХ****Резюме**

Проведено сравнение и анализ методов модуляции использованных в 3-фазных инвертерах с широтно-импульсной модуляцией. Специальное внимание обращено на методы применяемые в управлении с помощью микрокомпьютеров.

Numeryczne obliczanie impedancji pręta uzwojenia klatkowego maszyny elektrycznej

MIROSŁAW DĄBROWSKI, JERZY KOŁOWROTKIEWICZ, ANDRZEJ MAŁECKI

Instytut Elektrotechniki Przemysłowej, Politechnika Poznańska

Otrzymano 1987.06.08

Autoryzowano do druku 1987.11.11

Artykuł dotyczy wpływu zjawiska wypierania prądu na rezystancję oraz reaktancję pręta dowolnego kształtu, umieszczonego w żłobku maszyny elektrycznej. Podano równanie różniczkowe wyrażające rozkład gęstości prądu w pręcie w założeniu wypierania jednokierunkowego. Wykazano, że w ogólnym przypadku równanie to jest nierozwiązalne za pomocą skończonej liczby całkowań. Przedstawiono algorytm numerycznego wyznaczania rozkładu gęstości prądu w pręcie, a także obliczania jego rezystancji i reaktancji oraz współczynników k_R i k_L ujmujących wpływ wypierania prądu na te parametry. Na podstawie algorytmu opracowano program obliczeniowy i sprawdzono jego działanie, wyznaczając parametry prętów o różnych kształtach powierzchni przekroju.

1. WPROWADZENIE

Rozwój silników indukcyjnych o wirniku klatkowym polega m.in. na stosowaniu prętów uzwojenia klatkowego o specjalnych kształtach powierzchni przekroju, zapewniających duży wskaźnik dobroci rozruchu oraz dużą trwałość i niezawodność maszyny. Prętów o optymalnych kształtach i wymiarach można by poszukiwać albo na podstawie ogólnego analitycznego rozwiązania równań opisujących zjawisko wypierania prądu w pręcie dowolnego kształtu albo na podstawie algorytmu numerycznego umożliwiającego uzyskanie wyników przybliżonych. W p. 2 wyjaśniono dlaczego w obliczeniach projektowych wspomaganych komputerem możliwe jest zastosowanie tylko drugiego z wymienionych ujęć; w p. 3 natomiast przedstawiono opracowany do tego celu algorytm.

W obliczeniach rezystancji oraz reaktancji pręta o stosowanych w praktyce proporcjach wymiarów powierzchni przekroju wystarczy uwzględnić tylko jednowymiarowe wypieranie prądu. Wskazują na to wyniki prac nad wypieraniem dwuwymiarowym w prętach o przekroju prostokątnym oraz kołowym [7; 12; 13]. Równania opisujące zjawisko wypierania prądu udało się sformułować oraz rozwiązać analitycznie tylko w przypadku prętów o przekroju trapezowym — w tym również o przekroju prostokątnym oraz trójkątnym, jako szczególny przypadek trapezu [2; 6], a także w przypadku prętów o przekroju kołowym [1]. Przybliżony analityczny sposób obliczania parametrów prętów o innych

powierzchniach przekroju — nie nadający się jednak do zastosowania w projektowaniu maszyn optymalnych — podano w pracy [8]. Do wyznaczania parametrów schematu zastępczego maszyny z uzwojeniem klatkowym proponowano również metodę graficzną [3] oraz metodę zastępczych łańcuchowych obwodów elektrycznych [10; 11], które jednak także nie są bezpośrednio przydatne we współczesnych metodach projektowania maszyn elektrycznych wspomagane komputerem.

2. RÓWNANIE ROZKŁADU GĘSTOŚCI PRĄDU W PRĘCIE

Impedancję pręta z uwzględnieniem wypierania prądu można wyznaczyć na podstawie funkcji opisujących rozkład wektora gęstości prądu. W tym celu należy sformułować równanie opisujące pole przepływowe prądu w pręcie, a następnie je rozwiązać. Przy założeniu, że:

- przenikalność magnetyczna środowiska ferromagnetycznego otaczającego przewód jest nieskończenie duża;
- temperatura przewodów jest w każdym elemencie objętości taka sama, dochodzi się na podstawie równań Maxwella do zależności — rys. 1.

$$b_z(y) \frac{\partial \underline{H}}{\partial y} = b_p(y) \underline{j}(y) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \underline{j}}{\partial y} = -\gamma \mu_0 \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}, \quad (2)$$

z których wynika równanie

$$\frac{\partial \underline{j}}{\partial y} = -\gamma \mu_0 \frac{1}{b_z(y)} \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^y \underline{j}(y) b_p(y) dy + \underline{I}_0 \right]. \quad (3)$$

Przy czym: $\underline{H}$ — wskaz wartości skutecznej wektora natężenia pola magnetycznego w kierunku osi x ; $\underline{j}$ — wskaz wartości skutecznej wektora gęstości prądu w kierunku osi z ; γ — konduktywność przewodu; μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni; t — czas; pozostałe oznaczenia, jak na rys. 1.

Różniczkując równanie (1) względem zmiennej y i przyjmując, że prądy są sinusoidalnie zmienne otrzymuje się równanie różniczkowe

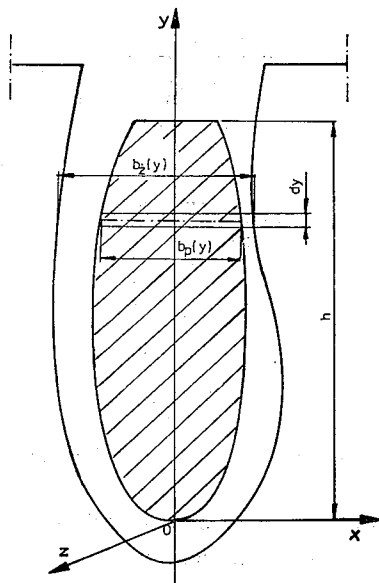
$$\frac{d^2 \underline{j}(y)}{dy^2} + \frac{db_z(y)}{dy} \frac{1}{b_z(y)} \frac{d \underline{j}(y)}{dy} + \alpha^2 \frac{b_p(y)}{b_z(y)} \underline{j}(y) = 0, \quad (4a)$$

w którym parametr falowy

$$\alpha^2 = i\omega\gamma\mu_0. \quad (4b)$$

Rozwiązanie tego równania zależy od dwóch funkcji wynikających z kształtu żłobka oraz z kształtu przewodu

$$f_1(y) = \frac{db_z(y)}{dy} \frac{1}{b_z(y)} \quad (5)$$



Rys. 1. Przekrój żłobka z oznaczeniami do równań (1)÷(3)

oraz

$$f_2(y) = \frac{b_p(y)}{b_z(y)}. \quad (6)$$

Po wprowadzeniu nowej zmiennej

$$\underline{u} = \frac{dj}{dy} \frac{1}{j} \quad (7)$$

równanie (4) sprowadza się do szczególnej postaci nieliniowego równania Riccatiego

$$\frac{d\underline{u}}{dy} + \underline{u}^2 + f_1(y)\underline{u} + f_2(y) = 0. \quad (8)$$

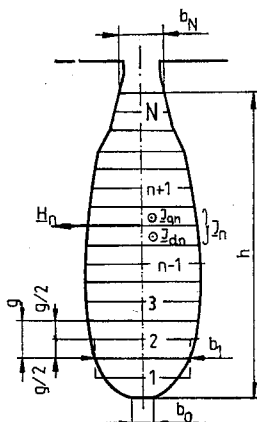
W uzwojeniach klatkowych można wprawdzie przyjąć, że pręt przylega bezpośrednio do ścianki żłobka i w równaniu (8) podstawić $f_2(y) = 1$; ze względu jednak na różne — zależne od kształtu żłobka — funkcje $f_1(y)$ nie można w każdym przypadku rozwiązać tego równania przez kwadratury. Oznacza to, że jego rozwiązanie nie jest sprowadzalne do obliczania skończonej liczby całek [9].

3. ALGORYTM OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Rozpatrzony zostanie pręt o dowolnym kształcie (rys. 2) o powierzchni podzielonej na N warstw jednakowej grubości

$$g = \frac{h}{N} \quad (9)$$

rozpoczynając ich numerację od dna żłobka. Ogólnie można by zastosować podział pręta na warstwy różnej grubości g_n , przy czym $n \in \{1, \dots, N\}$ wówczas zwiększa się jednak liczba danych wejściowych do programu obliczeniowego.



Rys. 2. Powierzchnia przekroju pręta podzielona na warstwy i pasma

Każdą warstwę podzielono na dwa pasma o grubości $g/2$. Przy odpowiednio dużej liczbie N warstwy są tak cienkie, że można ich linie boczne uznać za prostoliniowe, a powierzchnię każdego pasma aproksymować za pomocą prostokąta. Założono, że prąd w paśmie jest rozłożony równomiernie oraz że przenikalność magnetyczna ferromagnetyka otaczającego pręt jest nieskończenie duża. Oznaczając przez b_0 szerokość dolnej krawędzi pierwszego pasma, można długość dolnej oraz górnej krawędzi n -tej warstwy oznaczyć odpowiednio przez b_{n-1} oraz b_n .

Prądy w pasmach n -tej warstwy:

— dolnym

$$I_{dn} = j_{dn} b_{n-1} \frac{g}{2} \quad (10a)$$

— górnym

$$I_{gn} = j_{gn} b_n \frac{g}{2} \quad (10b)$$

różnią się zarówno pod względem wartości jak i kąta fazowego.

Siła magnetomotoryczna działająca w płaszczyźnie środkowej n -tej warstwy

$$\theta_n = \sum_{k=1}^{n-1} I_k + I_{dn} \quad (11)$$

Zatem natężenie pola magnetycznego w tej płaszczyźnie

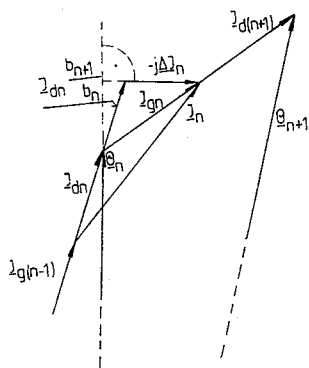
$$\underline{H}_n = \frac{2\theta_n}{b_{n-1} + b_n} = \left(\sum_{k=1}^{n-1} I_k + I_{dn} \right) \frac{2}{b_{n-1} + b_n} \quad (12)$$

Strumień magnetyczny w n -tej warstwie pręta o długości l_{pr}

$$\Phi_n = \mu_0 \underline{H}_n g l_{pr}.$$

Różnice sił elektromotorycznych indukowanych na płaszczyznach granicznych n -tej warstwy (rys. 4) uwzględniając, że $\frac{d\Phi}{dt} = i\omega\Phi = i2\pi f\Phi$

$$\underline{E}_n - \underline{E}_{n-1} = - \frac{d\Phi_n}{dt} = -i2\pi f\mu_0 \underline{H}_n g l_{pr}. \quad (13)$$



Rys. 4. Pojedyncza warstwa pręta z oznaczeniami do zależności (16)

Różnice natężeń pola elektrycznego otrzymuje się dzieląc obie strony równań (13) przez długość pręta l_{pr} . Zatem natężenie pola na górnej płaszczyźnie granicznej n -tej warstwy

$$\underline{K}_n = \underline{K}_{n-1} - i2\pi f\mu_0 \underline{H}_n g. \quad (14)$$

Mnożąc zaś obustronnie przez $b_n \frac{g}{2}$ otrzymuje się na podstawie zależności (10) prąd w paśmie górnym n -tej warstwy

$$\underline{I}_{gn} = \underline{I}_{dn} \frac{b_n}{b_{n-1}} - i2\pi f\gamma\mu_0 \frac{g^2}{2} b_n \underline{H}_n. \quad (15)$$

Albo, uwzględniając zależność (12)

$$\underline{I}_{gn} = \underline{I}_{dn} \frac{b_n}{b_{n-1}} - i\Delta \underline{I}_n. \quad (16a)$$

Przy czym

$$\Delta \underline{I}_n = 2\pi f\gamma\mu_0 g^2 \frac{b_n}{b_{n-1} + b_n} \theta_n = \kappa \frac{b_n}{b_{n-1} + b_n} \theta_n. \quad (16b)$$

Natomiast stały parametr

$$\kappa = 2\pi f\gamma\mu_0 g^2. \quad (16c)$$

Proces obliczeniowy polega na wyznaczeniu wszystkich prądów $\underline{I}_n$ dla $n\{1, \dots, N\}$, przy czym

$$\underline{I}_n = \underline{I}_{dn} + \underline{I}_{gn} \quad (17)$$

Proces obliczeniowy jest rekurencyjny i rozpoczyna się od pasma dolnego warstwy 1. Żeby obliczyć prąd $\underline{I}_{d1}$ trzeba założyć wartość gęstości prądu $\underline{j}_{d1}$ w tym paśmie. Obliczenia znacznie się upraszczają, jeżeli założyć np.

$$\underline{j}_{d1} = \underline{j}_{d1} = 1 \text{ A/m}^2 \quad (18a)$$

oraz

$$\underline{j}_{dn} = \underline{j}_{g(n-1)}. \quad (18b)$$

Wówczas ciąg obliczeń jest następujący:

$$\underline{I}_{d1} = \underline{I}_{d1} = b_0 \frac{g}{2}$$

$$\underline{I}_{g1} = \underline{I}_{d1} \frac{b_1}{b_0} - i \Delta \underline{I}_1.$$

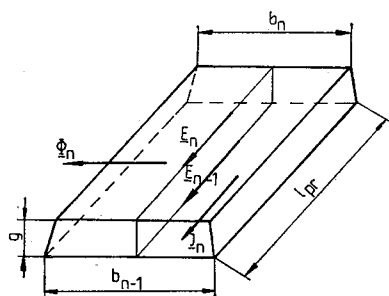
Przy czym na podstawie zależności (16b)

$$\Delta \underline{I}_1 = \kappa \theta_1 \frac{b_1}{b_0 + b_1}; \quad \theta_1 = \underline{I}_{d1} = \underline{I}_{d1};$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{d1} + \underline{I}_{g1}; \quad \underline{I}_{d2} = \underline{I}_{g1}; \quad \underline{I}_{g2} = \underline{I}_{d2} \frac{b_2}{b_1} - i \Delta \underline{I}_2;$$

$$\Delta \underline{I}_2 = \kappa \theta_2 \frac{b_2}{b_1 + b_2}; \quad \theta_2 = \underline{I}_1 + \underline{I}_{d2}; \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{d2} + \underline{I}_{g2} \text{ i tak dalej.}$$

Zależności między wielkościami dotyczącymi dwóch sąsiednich pasm ilustruje rys. 3.



Rys. 3. Fragment wykresu wskazowego prądów w pasmach n -tej warstwy pręta

Po zakończeniu obliczania prądów w warstwach, tj. po wyznaczeniu prądu $\underline{I}_N$ w warstwie N , znajduje się prąd całkowity w pręcie

$$\underline{I} = \sum_{n=1}^N \underline{I}_n. \quad (19a)$$

oraz jego wartość skuteczną

$$I = \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|. \quad (19b)$$

Wszystkie obliczone prądy są liniowo zależne od założonej na wstępie gęstości prądu $\underline{j}_{d1}$ w paśmie dolnym pierwszej warstwy. Prąd całkowity w przecie I_{pr} można obliczyć na podstawie zależności wynikających ze stanu obciążenia silnika [2]. Na tej podstawie oblicza się rzeczywiście występujące gęstości prądu w każdej z warstw; na przykład rzeczywiście występującą gęstość w dolnym paśmie pierwszej warstwy

$$j_{d1} = \frac{I_{pr}}{I}. \quad (20)$$

Przy czym I — prąd wg zależności (19b).

Podobnie gęstość prądu w paśmie górnym dowolnej warstwy

$$\underline{j}_{gn} = \frac{2I_{gn}}{b_n g} \frac{I_{pr}}{I}. \quad (21)$$

Przy czym I_{gn} prąd obliczony w ciągu rekurencyjnym przy założeniu j_{d1} wg zależności (18a). Rezystancję przemiennoprądową pręta oblicza się na podstawie bilansu strat mocy

$$R_z I^2 = \varrho \frac{2I_{pr}}{g} \sum_{n=1}^N \frac{|I_n|^2}{b_{n-1} + b_n}.$$

Zatem

$$R_s = \varrho \frac{2I_{pr}}{g} \frac{\sum_{n=1}^N \frac{|I_n|^2}{b_{n-1} + b_n}}{\left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2}. \quad (22)$$

Rezystancja stałoprądowa wynika z równoległego połączenia warstw, zatem

$$R = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}}, \quad (23a)$$

przy czym

$$R_n = \varrho \frac{2I_{pr}}{g(b_{n-1} + b_n)}, \quad (23b)$$

ostatecznie więc

$$R_s = \varrho \frac{2I_{pr}}{g} \frac{1}{\sum_{n=1}^N (b_{n-1} + b_n)}. \quad (24)$$

Współczynnik zwiększenia rezystancji

$$k_R = \frac{R_z}{R_s} = \frac{\sum_{n=1}^N (b_{n-1} + b_n) \sum_{n=1}^N \frac{|I_n|^2}{b_{n-1} + b_n}}{\left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2}. \quad (25)$$

W obliczeniach rezystancji R_z oraz współczynnika k_R można posłużyć się bądź rzeczywiste występującymi prądami w pasmach bądź prądami obliczonymi w założeniu gęstości prądu j_{d1} wg zależności (18a).

Reaktancję rozproszeniową z uwzględnieniem wypierania prądu oblicza się na podstawie sumy energii pola magnetycznego w poszczególnych warstwach. Energia pola magnetycznego w n -tej warstwie

$$W_{\mu n} = \frac{1}{2} \mu_0 |H_n|^2 l_{pr} g \frac{b_{n-1} + b_n}{2}, \quad (26)$$

przy czym natężenie pola magnetycznego H_n — wg zależności (12).

Całkowita energia pola magnetycznego zawarta w obszarze pręta

$$W_\mu = \sum_{n=1}^N W_{\mu n} \quad (27)$$

Indukcyjność pręta z uwzględnieniem wypierania prądu

$$L_{pr} = \frac{2W_\mu}{I^2} = 2\mu_0 l_{pr} g \frac{\sum_{n=1}^N \frac{|\theta_n|^2}{b_{n-1} + b_n}}{\left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2}. \quad (28)$$

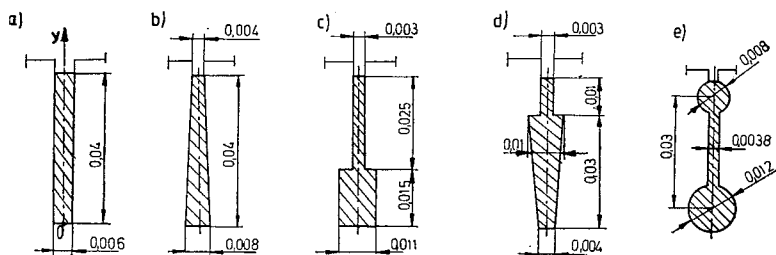
Natomiast reaktancja rozproszeniowa

$$X_{rpr} = 2\pi f L_{pr}. \quad (29)$$

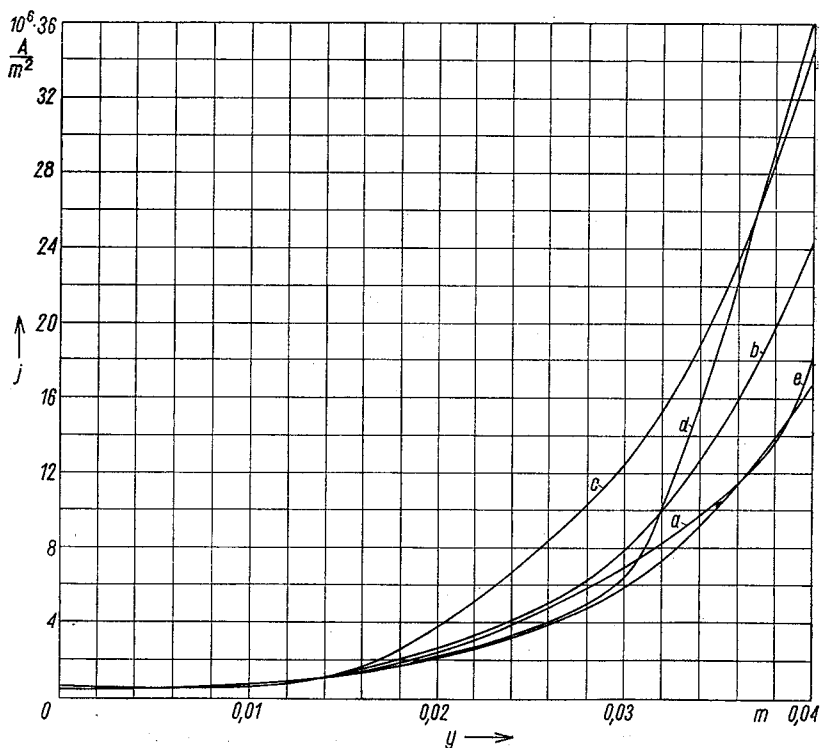
W algorytmie oraz w programie obliczeniowym zbiór szerokości b_n warstw pręta zapisuje się w tablicy danych wejściowych, albo — przy regularnym kształcie pręta — wyraża się za pomocą zależności analitycznej $b(n)$.

4. WYNIKI OBLICZEŃ

Na podstawie przedstawionego w p. 3 algorytmu opracowano program obliczeniowy umożliwiający obliczanie rozkładu gęstości prądu w pręcie oraz wyznaczenie jego rezystancji i reaktancji. W celu sprawdzenia programu i zbadania dokładności uzyskanych wyników rozpatrzono pięć kształtów prętów o takiej samej wysokości $h = 0,04$ m oraz takim samym polu powierzchni przekroju $S = 2,4 \cdot 10^{-4}$ m² — rys. 5. W obliczeniach przyjęto częstotliwość $f = 50$ Hz, konduktywność $\gamma = 55 \cdot 10^6$ m · Ω^{-1} oraz stałą magnetyczną $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m⁻¹. Uzyskane wyniki przedstawiono na rys. 6 oraz w tablicy.



Rys. 5. Kształty i wymiary rozpatrywanych prętów



Rys. 6. Rozkład gęstości prądu w prętach wg rys. 5

W celu sprawdzenia wpływu liczby warstw N , dyskretyzujących pole powierzchni przekroju pręta, na dokładność obliczanych współczynników k_R oraz k_L wykonano obliczenia zakładając wartości $N = 50$; 100 ; 500 oraz 1000 . Stwierdzono, że wyniki obarczone błędem mniejszym niż $0,5\%$ otrzymuje się przy podziale pręta na $N = 100$ warstw. Ponieważ przy podziale pręta na $N = 500$ warstw czas trwania obliczeń numerycznych jest tylko nieznacznie większy — przy posługiwaniu się maszyną cyfrową MERA-400 nie przekracza $2s$ — wskazane jest w obliczeniach optymalizacyjnych przejmować tę liczbę warstw.

Dzięki jednoczesnemu wyznaczeniu rozkładu gęstości prądu uzyskuje się pogląd na intensywność nagrzewania się pręta oraz na występujące w nim naprężenia.

Wartości współczynników k_R oraz k_L uwzględniających wypieranie prądu w prętach wg rys. 5

Rodzaj pręta	Wartość współczynnika					
	k_R			k_L		
	N		wg wzoru dokładnego [2]	N		wg wzoru dokładnego [2]
	100	1000		100	1000	
rys. 5a	4,1740	4,1690	4,1686	0,36070	0,36087	0,3596
rys. 5b	5,5800	5,5700	5,5730	0,37810	0,37740	0,3773
rys. 5c	8,3790	8,3650	—	0,25630	0,25580	—
rys. 5d	7,6904	7,7626	—	0,51940	0,51640	—
rys. 5e	4,0910	4,0818	—	0,25655	0,25279	—

WNIOSKI

Na podstawie ogólnego równania różniczkowego opisującego rozkład gęstości prądu nie można dla pręta dowolnego kształtu uzyskać analitycznego wyrażenia współczynników k_R oraz k_L uwzględniających wpływ wypierania prądu na rezystancję oraz reaktancję uzwojenia klatkowego. Opracowany algorytm oraz program obliczeń numerycznych pozwala na obliczenie tych współczynników w bardzo krótkim czasie. Przedstawiona metoda może więc znaleźć zastosowanie w projektowaniu optymalnych maszyn indukcyjnych o wirniku klatkowym.

BIBLIOGRAFIA

1. H. Annell: *The alternating current impedance of a solid conductor of circular cross section placed in a semi-closed circular slot*. Trans. of the Royal Instit. of Technology Sweden Nr 200, Electrical Eng. 9, 1963, p. 34
2. B. Dubicki: *Maszyny elektryczne. Tom III Silniki indukcyjne* Warszawa: PWN, 1964
3. G. Gerber: *Die Funktionen des Skineffektes klassischer Nutenleiter in graphischer Darstellung*. AfE Bd., 57, 1975, S. 127—131
4. Б. К. Клоков: *Расчет вытеснения тока в стержнях произвольной конфигурации*. Электротехника 1969, но 9. с. 25—29
5. H. Köfler, E. Reisinger: *Calculation data for a special shaped deep bar*. Proceed of Int. Conf. on Evolution and Modern Aspects of Induction Machines. Torino, Italy, 1986, p. 210—213
6. Th. Laible: *Stromverdrängung in Nutenleitern von trapezformigen und dreieckigen Querschnitt*. AfE, 1933, Bd. 27, ss. 4558—566
7. W. Lipiński, R. Pałka, M. Ziółkowski: *Zweidimensionale Stromverdrängung in einer halbgeschossenen Nut unter Berücksichtigung des Streuflusses im Nutenschlitz*. ETZ — Archiv 1985, Bd. 7, s. 191
8. M. M. Liwschitz-Garik: *Computation of Skin Effect in Bars of Squirrel-Cage Rotors*. Trans. AIEE, Part III, 1955, p. 768—771
9. N. M. Matwiejew: *Metody całkowania równań różniczkowych zwyczajnych*. Warszawa: PWN, 1986