

time is taken by performing a running sums for each k . Moreover, the number of data points to be stored by the computer can be dramatically reduced by using this algorithm, because the sampled values need not to be saved after the increment of the running sums (eq. 12).

The range of angular frequencies in identification experiment can be developed by the modification of sampling time $\lambda \left(\omega_0 = \frac{2\pi}{N\lambda} \right)$.

4. IDENTIFICATION IN CLOSED LOOP [7], [12]

4.1. STRUCTURE OF A FEEDBACK CONTROL SYSTEM

Figure 5 shows a common structure of a single variable, single loop feedback control

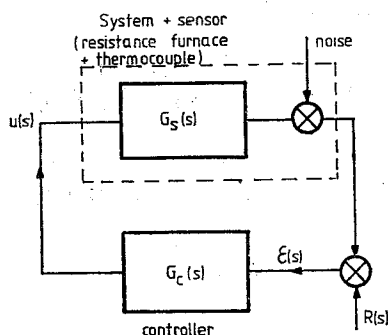


Fig. 5. Block diagram of typical feedback control system

system. Such configurations are widely used in various kinds of engineering systems with the purpose of keeping a controlled variable $y(s)$ close to its desired value $R(s)$. The difference between $y(s)$ and $R(s)$ — the error $\varepsilon(s) = R(s) - y(s)$ is fed into the controller to produce $u(s)$.

The controller is represented by a transfer function $G_c(s)$. The object of control, the system, is represented by a transfer function $G_s(s)$. These transfer functions are defined in the classical manner, by taking the ratio of the Laplace transform of the output and input with zero initial conditions assumed.

Since s -domain relations shown in fig. 5 are algebraic, one may easily determine various transfer functions in terms of $u(s)$, $y(s)$ and $R(s)$.

$$G_o(s) = G_c(s) \cdot G_s(s). \quad (14)$$

The expression $G_o(s)$ is called the open loop transfer function.

The closed loop transfer function is defined by:

$$G_{CL}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}. \quad (15)$$

It is simply proved that:

$$G_{CL}(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} \quad (16)$$

The closed loop transfer function defined by Eq. (15) and (16) yields the following closed — loop frequency response

$$G_{CL}(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{R(j\omega)} = \frac{G_o(j\omega)}{1 + G_o(j\omega)} \quad (17)$$

where $Y(j\omega)$ and $R(j\omega)$ are Fourier Transform of $y(t)$ and $R(t)$ respectively.

The open loop gain is often made high than that of the closed loop one, to attain effective control. Thus a pair of dominant complex conjugate closed loop poles appear. Due to these poles, the closed loop system will behave very much like a second order damped oscillatory system in the frequency range where a gain and phase crossover takes place.

The closed loop frequency response $G_{CL}(j\omega)$ can be directly determined from its open loop frequency response $G_o(j\omega)$ and vice versa; the open loop frequency response of the system can be expressed by the equation:

$$G_s(j\omega) = \frac{G_{CL}(j\omega)}{G_C(j\omega)[1 - G_{CL}(j\omega)]} \quad (18)$$

The dynamics of electric resistance furnaces can be expressed by the first-order inertia model with pure lag L having the transfer function: [14]

$$G_s(s) = \frac{K_s e^{-L}}{1 + s\tau} \quad (19)$$

K_s — furnace gain; τ — time constant.

Taking into account eq. (16) and (19) the closed loop frequency response of this furnace model with P -controller only, is as follows: [17]

$$G_{CL}(j\omega) = \frac{e^{-j\omega L}}{1 + j\omega\tau^*} \quad (20)$$

where τ^* — modified time constant

$$\tau^* = \frac{\tau}{K_s \cdot K_c}$$

K_c — P -controller gain.

This τ^* is dependent on the K_c value and is considerably smaller than the time constant of the system.

For this reason the time of identification experiment in closed loop structure is considerably shorter than in the open loop one.

4.2. IDENTIFICATION IN CLOSED LOOP

For a systems in closed loop different ways of applying identification methods are possible [7]:

Direct identification

Input and output data are regarded as being the same as they were obtained in open loop identification experiment

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)}$$

If the spectrum of u and y are known in amplitude and phase, then $G(j\omega)$ can be found at the constituent frequencies.

Indirect identification

The closed loop system can be regarded as a whole and its parameters can be determined by an appropriate method such as the MBS, described earlier. The dynamics of the open loop system can then be determined from the estimated closed loop process parameters using knowledge of the controller (eq. 18).

Joint input — output identification

In some cases it may be advantageous to consider both the input and output processes jointly as the output of a system driven by noise only.

5. APPLICATION OF CLOSED LOOP IDENTIFICATION TO A DIFFUSION FURNACE

5.1. DIFFUSION FURNACE AS A CONTROLLED SYSTEM [11]

Construction of typical diffusion furnace is shown in Fig. 6.

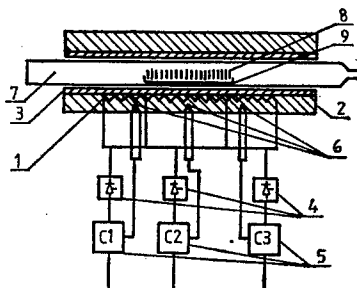


Fig. 6. Cross-section of Diffusion Furnace

The furnace consists of three heating zones: work zone, and two additional active thermal insulation zones. Three section heater (1) is placed between thermal insulation (2) and ceramic tube (3). Final control element consists of a three section thyristor power supply (4) with associated circuits for the measurements (6) and control of temperature (5). The main heating section of the work zone is controlled by the Master Controller. Two

additional heating sections are controlled by Slave Controllers. The sensors are PtRh10-Pt thermocouples. The diffusion reactor quartz tube (7) is placed inside the ceramic tube. The usual batch of the furnace comprises some scores of silicon wafers (8) which are placed vertically in a quartz boat (9).

The diffusion furnace so described can be regarded as a multivariable control system, where the signals of interest are:

- 3 input signals u_1, u_2, u_3 (heating power) fed to three zones
- 3 output signals y_1, y_2, y_3 (temperatures) in the controlled zones.

It is possible to describe the dynamics of this diffusion furnace with three separate function G_{11}, G_{22}, G_{23} [11], where:

$$G_{ii}(s) = \frac{Y_i(s)}{U_i(s)} \quad i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

Block diagram of this furnace with associating Automatic Data Acquisition System is shown in fig. 7.

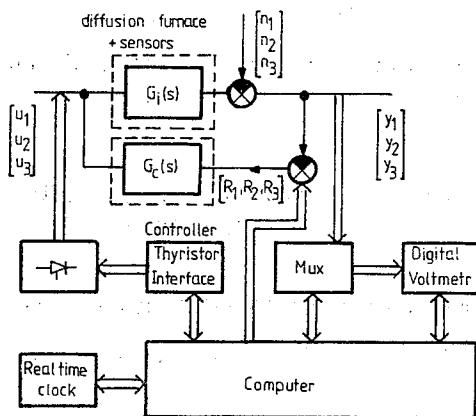


Fig. 7. Diffusion Furnace with Automatic Data Acquisition System

5.2. EXPERIMENTS AND RESULTS

Diffusion furnace of 10 kW rated power was identified in closed loop structure using a Hewlett Packard 3050 B Automatic Data Acquisition System (fig. 7). During identification a P-canonical structure was assumed for the controlled system. For identification two methods were applied:

- (i) Simply harmonics (sinusoidal) for a chosen frequencies in closed and open loop structure
- (ii) Indirect MBS in closed loop structure

This (i) method is commonly accepted as the most precise.

However, it is time consuming and technically complicated. So the precision of the MBS method can be evaluated by a comparison of this two methods.

An example of cosinusoidal input $R(t)$ to the work zone of diffusion furnace in closed

loop (set point to the controller) and output $y(t)$ temperature for $\omega = 2,45 \cdot 10^{-3} \frac{1}{s}$ is shown on Fig. 8. At the same figure the signal $u(t)$ (power to the heating elements in work zone) is presented. These signals are close to harmonics, so this furnace can be regarded as a linear one for a small output deviations. The same three signals using MBS test signal

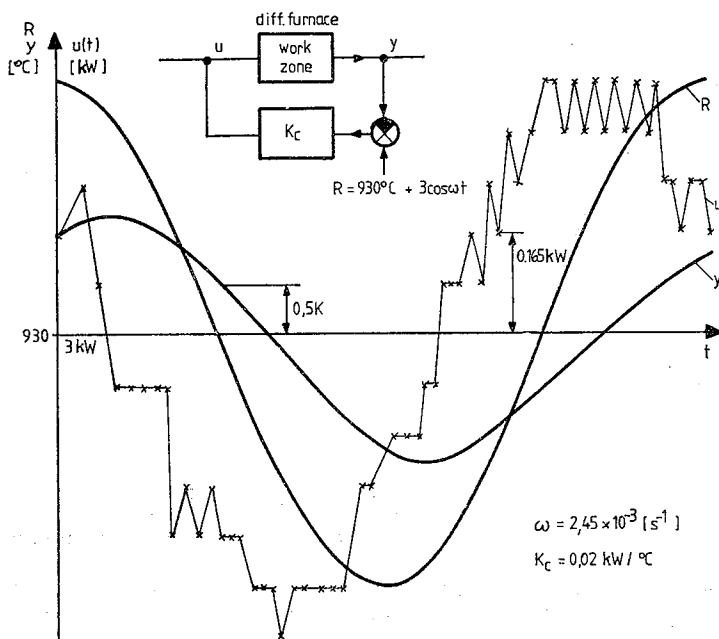


Fig. 8. Harmonic cosinusoidal signals in closed loop identification

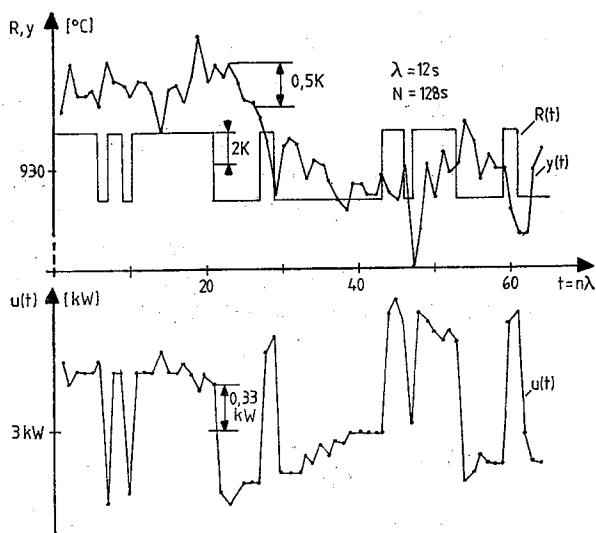


Fig. 9. MBS signals in closed loop identification

$N = 128$, $\lambda = 12$ s. $u_0 = 2K$ in closed loop are presented on Fig. 9. This MBS test signal although disturbing slightly the process does not change the steady state characteristic of the process. A Bode diagram of closed loop frequency responses for three zones of a diffusion furnace is shown in Fig. 10.

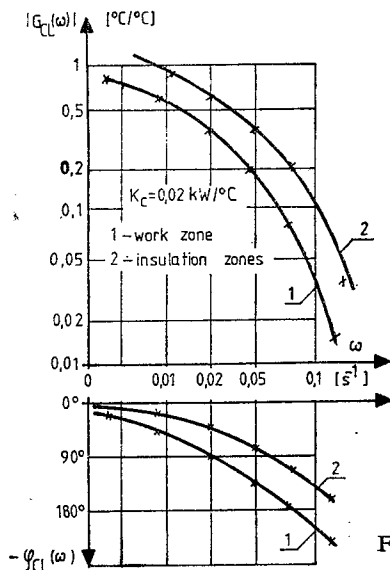


Fig. 10. Bode diagram of closed loop frequency responses for three zones of a Diffusion Furnace

Figure 11 presents Bode diagram closed loop frequency responses of the work zone of diffusion furnace for a various controller gains K_c using indirect identification method in closed loop. The closed loop structure behaves like a second order damped oscillatory system, or first order system (time constant τ^*) with pure lag L . Controller gain K_c can be used for „separation” time constant and pure lag, in order to favour angular frequency range for which is strongly marked pure lag L of the system. So, only limited value of K_c is permitted for purpose of identification (Fig. 11 $K_c < 6$). The value of K_c could not be too low, because the steady state error increases, when the value of K_c decreases. Automatic determination of time constant (τ) and pure lag (L) basing on MBS closed loop identification for the digital controllers design was presented in [17]. This MBS closed loop frequency domain results can also be used directly for the digital controllers design [19].

Figure 12 presents a Bode diagram of open loop frequency response for the work zone recounted from the MBS closed loop frequency response according eq. (18). At the same figure the results of classical harmonic identification method are presented. A relative deviation $\delta_G(\omega)$ between harmonic sinusoidal method and MBS method has been defined as follows [18]:

$$\delta_G(\omega) = \frac{|G_{\text{MBS}}(j\omega) - G_{\text{sin}}(j\omega)|}{|G_{\text{sin}} \sin(j\omega)|} \cdot 100\%$$

The relative deviation for the work zone is shown in fig. 13. This relative deviation varied between 5 and 20% over the wide range of angular frequencies fig. 13 for correctly chosen

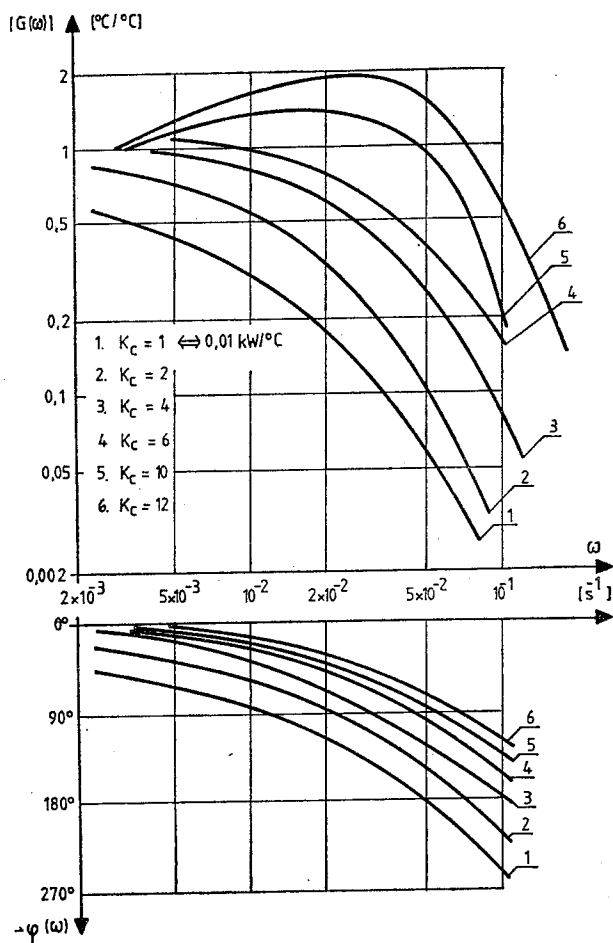


Fig. 11. A Bode diagram of closed loop frequency responses for a various controller gains K_c .

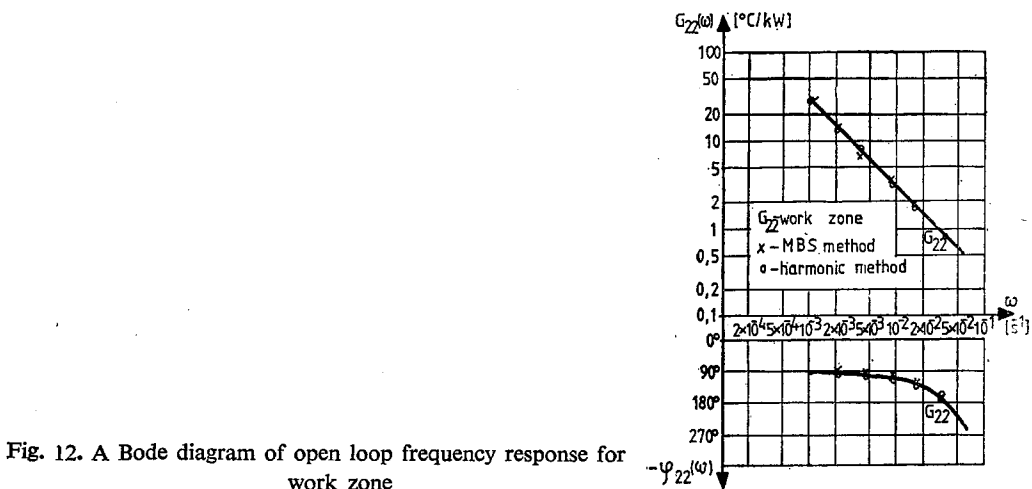


Fig. 12. A Bode diagram of open loop frequency response for work zone

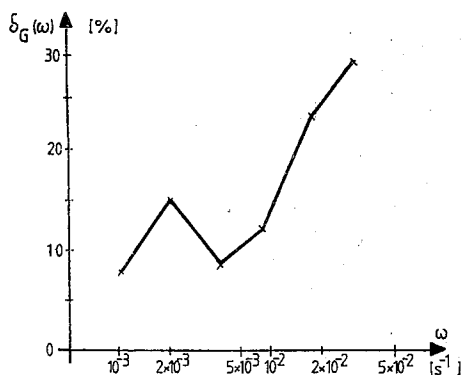


Fig. 13. A relative deviation between MBS and harmonic methods

MBS signal parameters N , λ , u_0 and controller gain K_c . For the higher angular frequencies, $\delta_G(\omega)$ increase, because the power signal concentrated at this higher frequencies of the output decreases.

These results are acceptable for this class of controlled system [18].

CONCLUSIONS

1. Identification in closed loop structure not only stabilizes the set point, but also considerably cuts the time of experiment.
2. One of the best identification methods is MBS method. The usage of MBS, simplifies input signals generation, data storing and processing.
3. This MBS test signal although disturbing slightly the process, does not change the steady state characteristic of the process.
4. The precision of MBS method is comparable with that of the classical sinusoidal method commonly accepted as the most precise.
5. Algorithm of MBS method in closed loop structure can be used *on-line*. The data are measured in real time, and all necessary computations are done during the intervals between measurements. The results in the frequency domain are completed, as soon, as measurements are performed, and can be used for the design of the adaptive temperature controllers.

REFERENCES

1. H. Barber, J. Harry: *Electroheat: electric power for industrial heating processes*. Proc. IEE, 1979 Vol. 126, No 11 R, pp. 1126—1147
2. A. Bos: *Construction of Binary Multifrequency Test Signals*, IFAC Symp. Prague 1967, paper 4—6
3. K. Chien, J. Hrones, J. Resvick: *On the automatic control of generalized passive systems*. Trans. ASME 1952., No 74, pp. 175—185
4. E. Davies: *Electroheat for industry*. IEE Proc. Vol. 1985, 132, pp. 77—83
5. P. Eykhoff: *System identification. Parameter and State Estimation*. London, John Wiley and Sons, 1974

6. J. Mc Ghee, I. Henderson, D. Sankowski: *Identification. Systems, Structures, Signals, Simultarities*. International Conference on Systems Science. Wrocław 1986
7. L. Gustavson, T. Söderström: *Identification of processes in closed loop*. 4 th IFAC Symp. Tbilisi. 1978, pp. 39—77
8. I. Henderson, A. Ibrahim, J. Mc Ghee, D. Sankowski: *Assembler Generated Binary Test Signals For Process Identification*. IFAC Symp. 1986, Istanbul
9. S. Harris, A. Mellichamp: *On-line identification. Use of Multifrequency Binary Sequences*, Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev. 1980 No 19 pp. 165—177.
10. S. Javad, P. Payne, L. Cheded: *High Speed Digital Crosscorrelator Design Multifrequency response Analysis*. UMIST Manchester. 1981. University publication
11. W. Łobodziński, W. Orzyłowski, D. Sankowski, W. Szmańda: *Diffusion Furnace as Multivariable Temperature Control System*. Prace PIE 1983/88 pp. 5—28
12. K. Mańczak, Z. Nahorski: *Computer Identification of Dynamic Systems*. Warsaw: PWN, 1983
13. L. Michalski, D. Sankowski: *Automatic Temperature Control in Electrical Resistance Furnaces*. World Electrotechnical Congress, Moscow, 1977. paper 50 pp. 1—19
14. L. Michalski, D. Sankowski, J. Sadowski: *Hybrid Simulation of temperature Control in Electric Resistance Furnaces*. 11th Imace World Congress. Oslo 1985, Vol. 5 pp. 61—66
15. A. Niederliński: *Digital System in Industrial Automatic Control*. Warsaw: WNT, 1977
16. A. Płaskowski, D. Sankowski: *The use of Multifrequency Binary Sequences MBS to on-line System identification in electroheat*. IMACS European Simulation Meeting. Eger. Hungary 1984, pp. 285—296
17. D. Sankowski, M. Orzyłowski: *Algorithm of automatic on-line identification of electric furnaces in adaptive temperature control*. 5th International IMEKO Symposium Jena GDR 1986, Vol. 2, pp. 225—227
18. D. Sankowski: *Application of p.r.b.s. method for identification of dynamics of bath-type electric resistance furnaces*. Rozprawy Elektrotechniczne 1983, No 2, pp. 345—358
19. J. Shi, M. Gibbard: *A frequency response matching method for the design of digital controllers with constraints on the pole-zero locations*. Int. J. Control. 1985 pp. 529—538.

D. SANKOWSKI

IDENTYFIKACJA W UKŁADZIE ZAMKNIĘTYM ELEKTRYCZNYCH PIECÓW OPOROWYCH

Streszczenie

Przedstawiono podstawy teoretyczne i praktyczne identyfikacji „on-line” własności dynamicznych pieców oporowych w strukturze układu zamkniętego. Jako sygnału testowego użyto Wieloczęstotliwościowego Sygnału Binarnego (MBS).

D. SANKOWSKI

IDENTIFICATION DANS UN SYSTÈME BOUCLÉ DES FOURS ÉLECTRIQUES À RÉSTANCE

Résumé

Théorie et pratique de l'identification du comportement dynamique d'un four électrique dans une boucle fermée sont présentées. On a appliqué la méthode de Signaux Binaires Multifréquentiels (MBS).

D. SANKOWSKI

IDENTIFIZIERUNG VON ELEKTRISCHEN WIDERSTANDSÖFEN
IM GESCHLOSSENEN REGELKREIS

Zusammenfassung

Es wurde Theorie und Praxis der „on-line“-Ermittlung im geschlossenen Regelkreis der dynamischen Eigenschaften von elektrischen Widerstandsöfen angegeben, wobei die Multifrequenzmethode des binären Signals (MBS) angewandt wurde.

Д. САНКОВСКИ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ В ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЕ

Резюме

Представлено теоретические и практические основы идентификации „on-line“ динамических свойств электрических печей в замкнутой системе. Проверяющим сигналом является многочастотный двойной сигнал MBS.

Straty mocy i impedancji jednofazowych torów wielkoprądowych

MARIAN STRZELECKI

Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

Otrzymano 1987.11.04

Autoryzowano do druku 1988.04.22

W artykule przedstawiono analizę czynników mających wpływ na straty mocy wywołane przepływem prądu przemiennego przez szynoprzewody. Rozważania teoretyczne i obliczenia numeryczne przeprowadzono w oparciu o równanie całkowe Fredholma drugiego rodzaju. Na podstawie obliczeń numerycznych sporządzono wykresy współczynnika strat dodatkowych w impedancji w zależności od pulsacji prądu oraz parametrów geometrycznych i materiałowych.

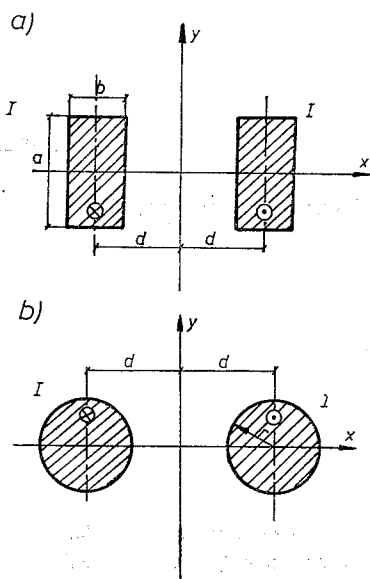
1. WSTĘP

Zagadnienie strat mocy i impedancji torów wielkoprądowych ma istotne znaczenie techniczne i było przedstawione w wielu dotychczas opublikowanych pracach [2, 4, 7, 8, 9]. Część z tych prac zawiera jedynie wyniki w postaci wykresów bez dowodu np. [12, 13], inne np. [11] zawierają częściowe informacje, które należałoby uzupełnić.

W wykonanej pracy zaproponowano ogólną metodę równań całkowych Fredholma pozwalającą na uzyskanie podobnych wyników w oparciu o analizę numeryczną. Opracowane programy są na tyle ogólne, że nie tylko ujmują układy już zbadane w omawianych pracach, ale także pozwalają na rozwiązanie układów nowych lub różnych ich wariantów.

Celem pracy była analiza czynników mających wpływ na straty mocy wywołane przepływem prądu przez szynoprzewody, których wymiary geometryczne podano na rys. 1. W tym celu zbudowano algorytm wyznaczający współczynnik strat dodatkowych i impedancję szynoprzewodów w zależności od kształtu przewodów, wielkości ich przekroju poprzecznego, odległości między nimi, a także cech materiałowych i częstotliwości przepływającego prądu. W trakcie obliczeń uwzględniono wpływ zjawisk naskórkowości i zbliżenia na straty mocy w szynoprzewodach.

W artykule rozpatrzono dwa długie równoległe przewody o przekroju kołowym i prostokątnym wiodące takie same lecz przeciwnie skierowane prądy sinusoidalnie przemienne $i(t) = I\sqrt{2}\sin\omega t$. Długość przewodów jest dostatecznie duża, aby możliwa była dwuwymiarowa analiza pola w danym przekroju $z = \text{const}$. Ponadto założono, że układ jest liniowy (cieplnie i magnetycznie), szynoprzewody wykonane są z materiału niemagnetycz-



Rys. 1. Dwa przewody wiodące prąd sinusoidalnie przemienny:
 a — o przekroju prostokątnym: $a = 0.1$ m, $b = 0.01$ m,
 $d = 0.055$ m; b — o przekroju kołowym: $r = 0.02$ m,
 $d = 0.055$ m

nego, a wysokość ich jest znacznie mniejsza od głębokości wnikania fali elektromagnetycznej.

W przedstawionej pracy ujęto w sposób całościowy wpływ wszystkich parametrów na straty mocy i impedancję szyn. Szczególnie ważnym zagadnieniem wydają się być zależności strat mocy i impedancji szynoprzewodów od wyższych harmonicznych, które są wprowadzane przez coraz liczniejsze urządzenia odbiorcze np. elektryczne piece stalownicze, duże stacje prostownikowe PKP itp.

2. METODA OBLICZEŃ

Jako metodę obliczeń przyjęto metodę równań całkowych, ponieważ pozwala ona w stosunkowo prosty sposób uzyskać spełnienie warunków brzegowych, a samo rozwiązanie zagadnienia otrzymuje się przy zastosowaniu metod przybliżonych. Najczęściej stosowanymi są:

- metoda Fredholma,
- metoda analityczna wyznaczania sumy szeregu Neumana,
- metoda Bubnowa-Galerkina,
- metoda przybliżeń Nyströma.

W przedstawionej pracy posłużono się metodą sprowadzania problemu do równania całkowego Fredholma. Dwuwymiarowym równaniem całkowym Fredholma drugiego rodzaju nazywamy równanie o postaci [1]:

$$f(x, y) + \iint_S f(x', y') K(x, y, x', y') dx' dy' = g(x, y), \quad (1)$$

w którym: x', y' — są zmiennymi całkowania, $g(x, y)$ — jest funkcją znaną, określoną w obszarze S , $f(x, y)$ — jest funkcją nieznaną w tym obszarze, $K(x, y, x', y')$ — jest

jądrem równania całkowego i jest ono określone dla każdej pary punktów (x, y) oraz (x', y') w obszarze S .

Założono ponadto, że wszystkie funkcje występujące w równaniu całkowym są całkowalne w obszarze S .

Pole elektromagnetyczne, we wnętrzu szyny i w obszarze na zewnątrz, opisane jest równaniami Maxwella, w których pomijając prąd przesunięcia w postaci zespolonej wyrażają się następująco [5]:

$$\operatorname{rot} \underline{H} = \underline{J} \quad (2)$$

$$\operatorname{rot} \underline{E} = -j\omega \underline{B} \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \underline{J} = 0 \quad (3a)$$

$$\operatorname{div} \underline{B} = 0. \quad (3b)$$

Uwzględnienie potencjału wektorowego $\underline{A}$, gdzie:

$$\underline{B} = \operatorname{rot} \underline{A}, \quad \operatorname{div} \underline{A} = 0 \quad (4)$$

daje równanie różniczkowe:

$$\nabla^2 \underline{A} = -\mu \underline{J} \quad \text{wewnątrz przewodu} \quad (5a)$$

$$\nabla^2 \underline{A} = 0 \quad \text{na zewnątrz przewodu} \quad (5b)$$

z (3) i (4), uwzględniając tożsamość $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi = 0$ mamy:

$$\underline{E} = -j\omega \underline{A} + \operatorname{grad} \varphi. \quad (6)$$

W zagadnieniach płaskorównoległych wektory $\underline{J} = k_z J_z$ i $\underline{A} = k_z A_z$ mają tylko jedną składową nie będącą funkcją równoległą do osi przewodów zmiennej z . Gradient potencjału ma więc wartość stałą [3]:

$$\operatorname{grad} \varphi = \underline{C}; \quad \text{z (6), uwzględniając } \underline{J} = \gamma \underline{E}, \text{ mamy:} \quad (7)$$

$$\underline{J} = -j\omega \underline{A} + \underline{C} \quad (8)$$

gdzie:

$$\underline{A}(x, y) = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_S \underline{J}_z(x', y') \ln \frac{1}{r} dx' dy' \quad (9)$$

jest rozwiązaniem podstawowym równania Poissona, a $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$, jest odległością między punktem źródłowym, a obserwacyjnym, czyli ostatecznie otrzymano wzór na gęstość prądu w omawianej szynie:

$$\underline{J}(x, y) = \underline{C} - \frac{j\omega\gamma\mu_0}{2\pi} \int_S \underline{J}(x', y') \ln \frac{1}{r} dx' dy'. \quad (10)$$

Ponadto dla wyznaczenia nieznanego zespolonego stałej $\underline{C}$, wprowadzono dodatkowy warunek określający całkowity prąd w danym przewodzie:

$$\int_S \underline{J}(x', y') dx' dy' = \underline{I}. \quad (11)$$

Wyznaczenie gęstości prądu w przewodzie sprowadza się do rozwiązania równań całkowych (10) i (11).

3. ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE RÓWNAŃ CAŁKOWEGO

Dla szynoprzewodów o wymiarach geometrycznych podanych na rys. 1 zastosowano metodę momentów [10]. Pola szynoprzewodów S podzielono na N równych elementów o powierzchni ΔS_i ($i = 1, 2, 3, \dots, N$). Natomiast poszukiwaną funkcję gęstości prądu rozwinięto w postaci skończonej sumy:

$$x(J, y) = \sum_{i=1}^N J_i \varphi_i \quad (12)$$

gdzie: J_i są stałymi, a φ_i są funkcjami bazowymi o postaci:

$$\varphi_i = \begin{cases} 1 & \text{w elemencie } S_N \\ 0 & \text{w każdym innym elemencie.} \end{cases}$$

Powyższe równania tworzą układ N równań liniowych o współczynnikach zespolonych, który można przedstawić w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} Re(K) & -Im(K) \\ Im(K) & Re(K) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ \vdots \\ J_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie K jest jądrem:

$$K(x_0, y_0, x, y) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r}. \quad (14)$$

Numeryczne rozwiązanie (13) daje przybliżone wartości gęstości prądu $J_1, J_2, J_3 \dots J_N$ w poszczególnych elementach przekroju $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3, \dots \Delta S_N$. Należy zaznaczyć, że w przypadku symetrii dwóch przewodów względem osi współrzędnych, można rozpatrzeć tylko jedną ćwiartkę przekroju szynoprzewodu, zmniejszając tym znacznie liczbę równań, a zatem i czas obliczeń numerycznych na e.m.c.

4. WSPÓŁCZYNNIK STRAT DODATKOWYCH

Efektywny przekrój szyny ulega zmniejszeniu wskutek występowania podczas przepływu prądu przemiennego zjawiska naskórkowości oraz zbliżenia.

Zjawisko naskórkowości (*skin effect*), wskutek którego prąd przemienny ma tendencję do płynięcia w zewnętrznej warstwie przewodnika jest wywołane przez wewnętrzne pole magnetyczne w samym przewodniku. Natomiast zjawisko zbliżenia (*proximity effect*), wskutek którego prąd przemienny ma tendencję do płynięcia wzdłuż jednej strony przewodnika, jest spowodowane oddziaływaniem pól magnetycznych prądu płynącego w da-

nym przewodniku oraz prądów w przewodnikach sąsiednich. Miarą strat występujących w szynoprzewodach jest moc strat obciążeniowych:

$$\Delta P_z = I^2 R_z \quad (15)$$

przy czym: ΔP_z — straty obciążeniowe przy prądzie przemiennym, R_z — rezystancja szyny przy prądzie przemiennym.

Znając rozkład gęstości prądu w szynoprzewodach, straty obciążeniowe wyrażono za pomocą:

$$P_z = \frac{1}{\gamma} \int_S \underline{J}(x, y) \underline{J}^*(x, y) dx dy, \quad (16)$$

gdzie: l — długość przewodów, γ — konduktywność szynoprzewodów, J — gęstość prądu I przepływającego przez szynoprzewody.

Współczynnik strat dodatkowych obliczono jako stosunek strat obciążeniowych przy prądzie przemiennym ΔP_z do strat obliczonych przy założeniu równomiernego rozkładu gęstości prądu, ΔP_0 :

$$k_z = \frac{\Delta P_z}{\Delta P_0} \quad (17)$$

gdzie: ΔP_0 — moc strat przy przepływie prądu stałego o wartości I , określona wyrażeniem:

$$\Delta P_0 = I^2 R_0 = J^2 s^2 R_0, \quad (18)$$

czyli po podstawieniu (15), (16) i (18) do (17) otrzymano k_z dla $l = 1m$:

$$k_z = \frac{s}{|I|^2} \int_S \underline{J}(x, y) \underline{J}^*(x, y) dx dy. \quad (19)$$

Po zastąpieniu całki, sumą skończoną wyrażenie (19) przyjmuje ostateczną postać:

$$k_z = \frac{s}{|I|^2} \sum_{i=1}^N J J^* |\Delta S_i|. \quad (20)$$

5. OKREŚLENIE IMPEDANCJI SZYNOPRZEWODÓW

Istnieje kilka metod liczenia impedancji przewodów. Poniżej podano prostą metodę liczenia impedancji szynoprzewodów polegającą na wyznaczeniu stałej $\underline{C}$ w równaniu (10), a podaną w pracach [2, 3]. Metoda ta może być stosowana do układów geometrycznie symetrycznych, bowiem wówczas jądro w równaniu całkowym (10) jest jądrem słabo osobliwym.

$$\underline{J}(u) = \underline{C} + j\omega\mu_0\gamma \int_S \underline{J}(v) K(u, v) dS \quad (21)$$

Mając równanie (10) w postaci (21) i stosując do niego teorię Hilberta-Schmidta otrzymano zależność na indukcyjność przewodów, na jednostkę długości [3]:

$$L = \frac{2W_m}{I^2} \quad (22)$$

gdzie W_m jest uśrednioną w czasie wartością energii pola magnetycznego rozpatrywanego układu. Energię tę można wyznaczyć z zależności:

$$W_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_S \underline{A}^*(u) \underline{J}(u) du \right\} \quad (23)$$

podstawiając

$$\underline{A}^* = j \frac{\underline{C}^* - \underline{J}^*}{\omega \gamma},$$

otrzymujemy wtedy:

$$W_m = \frac{1}{2} \frac{I}{\omega \gamma} \operatorname{Im} \{ \underline{C} \}$$

stąd reaktancja indukcyjna:

$$X_l = \omega L = \frac{1}{\gamma I} \operatorname{Im} \{ \underline{C} \} \quad (24)$$

Podobnie oblicza się rezystancję przewodów na jednostkę długości:

$$R = \frac{P}{I^2} \quad (25)$$

gdzie:

$$P = \frac{1}{\gamma} \int_S \underline{J}(u) \underline{J}^*(u) du. \quad (26)$$

Po wykonaniu całkowania

$$P = \frac{I}{\gamma} \operatorname{Re} \{ \underline{C} \}.$$

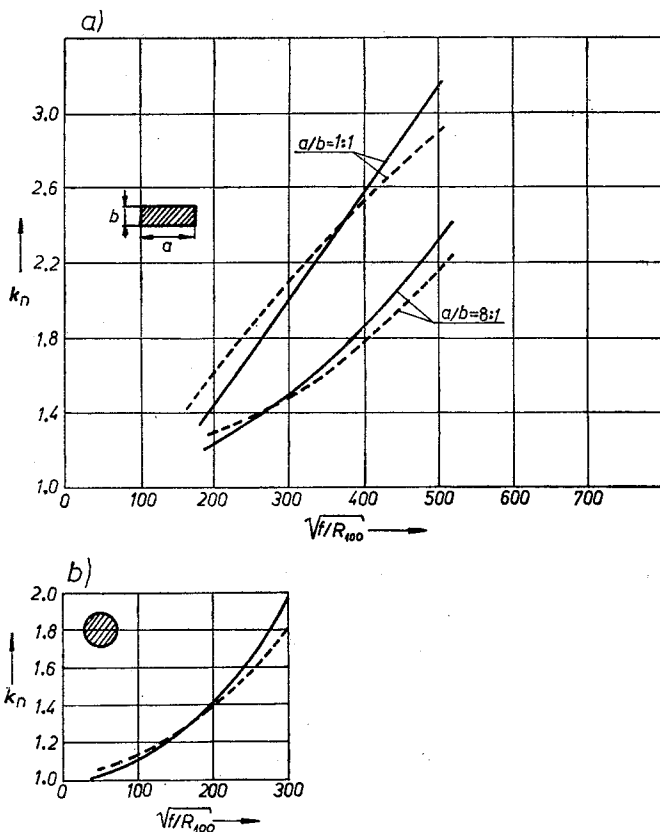
Ostatecznie otrzymano, że impedancja przewodów na jednostkę długości $\underline{Z} = R + j\omega L$ jest równa:

$$\underline{Z} = \frac{1}{\gamma} \frac{\underline{C}}{I} \quad (27)$$

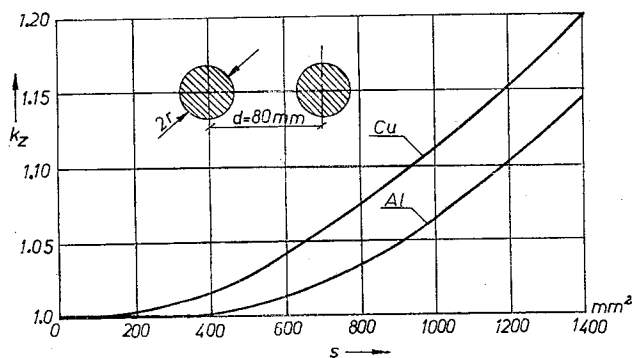
Metoda ta jest szczególnie przydatna przy korzystaniu z rozwiązania równania Fredholma drugiego rodzaju, gdyż w sposób prosty pozwala określić impedancję przewodów bez konieczności korzystania z bardziej pracochłonnych metod np. metody impedancji [1], czy też całkowania wg. twierdzenia Poyntinga.

6. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Przy pomocy e.m.c. wykonano obliczenia współczynnika strat mocy i impedancji szyn według przedstawionych w punktach 3, 4, 5 algorytmów. Rozpatrzono szynoprzewody wykonane z miedzi i aluminium o przekroju prostokątnym i kołowym. Analiza zjawiska naskórkowości i osobno zbliżenia była możliwa na skutek odpowiedniego doboru wzajemnych odległości między osiami szynoprzewodów (rys. 3 — zjawisko naskórkowości, rys. 6, 7 — zjawisko zbliżenia).

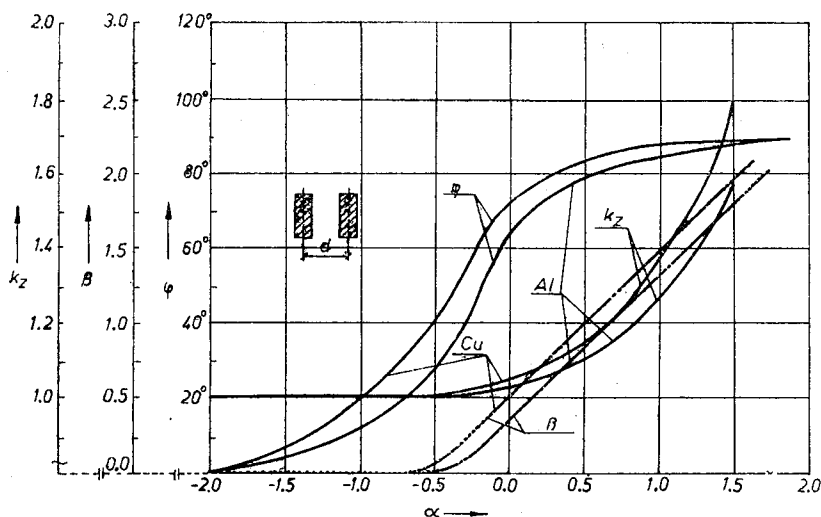


Rys. 2. Wartości współczynników naskórkowości, uzyskane przez autora na drodze obliczeń numerycznych (linia przerywana) i podane przez M. J. Smielianskiego [13] i T. W. Butkiewicza [12] dla przewodników:
a — o przekroju prostokątnym, b — o przekroju kołowym
przy czym: f — częstotliwość w Hz, R_{100} — rezystancja przewodu o długości 100 m przy prądzie stałym w Ω



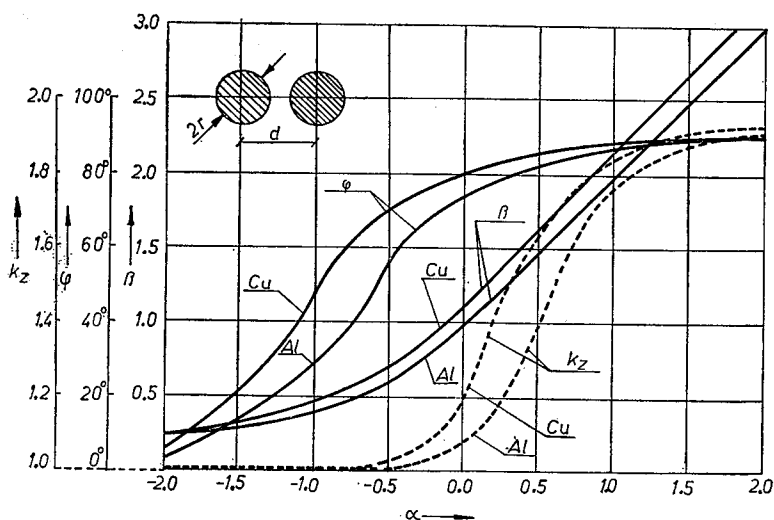
Rys. 3. Zmiana współczynnika strat dodatkowych w funkcji przekroju poprzecznego szynoprzewodu walcowego (zjawisko naskórkowości)

W celu weryfikacji metody i uzyskanych wyników przeprowadzono obliczenia współczynnika naskórkowości obydwu rodzajów szynoprzewodów, porównując je z wynikami podanymi przez M. J. Smielianskiego [13] i T. W. Butkiewicza [12]. Jak wynika z rys. 2 krańcowe odchylenia krzywych nie przekraczają kilku procent.



Rys. 4. Zależność współczynnika strat dodatkowych i zmian impedancji szynoprzewodów od częstotliwości dla szynoprzewodów o przekroju prostokątnym w zakresie: $f = 0.5 \times 10^{-2} \div 5000$ Hz, $k_z = f(\alpha)$, $\beta = f(\alpha)$

$$\alpha = \lg \frac{\omega}{\omega_1}, \beta = \lg \frac{Z}{Z_0}$$



Rys. 5. Zależność współczynnika strat dodatkowych i zmian impedancji szynoprzewodów od częstotliwości dla szynoprzewodów o przekroju kołowym w zakresie: $f = 0.5 \times 10^{-2} \div 5000$ Hz, $k_z = f(\alpha)$, $\beta = f(\alpha)$,

$$\alpha = \lg \frac{\omega}{\omega_1}, \beta = \lg \frac{Z}{Z_0}$$

Na rys. 4 i 5 przedstawiono zależności zmian współczynnika strat od pulsacji przepływającego przez szynoprzewody prądu $k_z = f(\alpha)$ oraz charakterystyki impedancyjne $\beta = f(\alpha)$, gdzie:

$$\alpha = \lg \frac{\omega}{\omega_1} \quad (28)$$

ω — pulsacja i -tej harmonicznej,

ω_1 — pulsacja harmonicznej podstawowej.

W analizie przyjęto zakres zmian częstotliwości prądu od 0.5×10^{-2} do 5000 Hz.

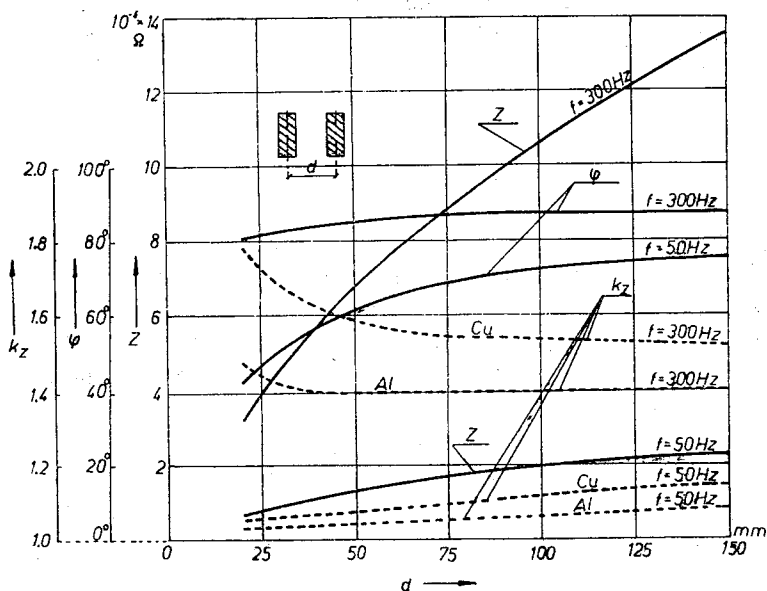
$$\beta = \lg \frac{Z}{Z_0} \quad (29)$$

$$Z_0 = R_0 = \frac{l}{s\gamma}$$

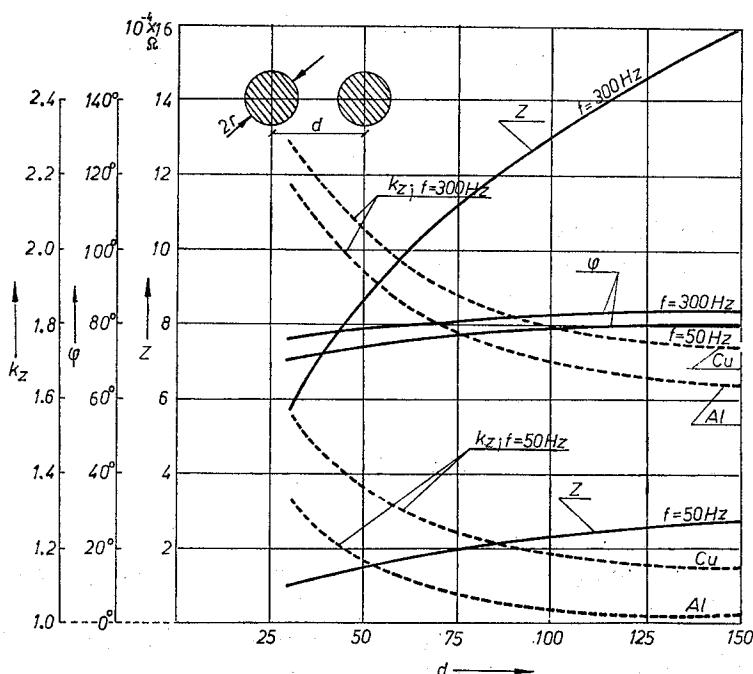
Z — impedancja szynoprzewodu, Z_0 — impedancja odniesienia.

Zachowanie się współczynnika k_z i impedancji w zależności od odległości między osiami przewodów, parametrów materiałowych i częstotliwości przedstawiają rys. 4, 5 i 6, 7. Z wykresów tych wynika, że zjawisko zbliżenia zanika już przy odległości 150 mm, dla szyn o wymiarach geometrycznych podanych na rys. 1.

Ważnym zagadnieniem przy obliczaniu rozkładu gęstości prądu w szynie jest dokładność uzyskanych wyników. Aproxymując całą występującą w równaniu (10) sumą skończoną, zagadnienie sprowadza się do określenia przy jakiej liczbie elementów ΔS_i przekroju



Rys. 6. Zależność współczynnika strat mocy i zmian impedancji szynoprzewodów w funkcji odległości między szynoprzewodami o przekroju prostokątnym z uwzględnieniem zmiany częstotliwości



Rys. 7. Zależność współczynnika strat mocy i zmian impedancji szynoprzewodów w funkcji odległości między szynoprzewodami o przekroju kołowym z uwzględnieniem zmiany częstotliwości

szynoprzewodu otrzymany wynik obarczony jest jak najmniejszym błędem. W tym celu przeprowadzono szereg obliczeń dla różnej ilości pól szynoprzewodu ΔS_i . Na podstawie obliczeń przyjęto, że wystarczającą ilością pól podziału dla rozpatrywanego układu przewodów jest $N = 48$.

7. PODSUMOWANIE

W pracy przeprowadzono analizę wpływu pulsacji prądu, konfiguracji geometrycznej i cech materiałowych na straty mocy i impedancję szynoprzewodów. Wykorzystana metoda obliczeń pozwala w stosunkowo prosty sposób przy pomocy maszyny cyfrowej wyznaczyć rozkład gęstości prądu i pozostałe parametry całkowite dla dwóch długich, równoległych przewodników o dowolnym przekroju (w pracy zamieszczono wyniki dla szyn o przekroju prostokątnym i kołowym).

W analizie jako porównywalny czynnik strat mocy, przyjęto współczynnik strat dodatkowych k_z , który określono za pomocą równania (20). Wykonane obliczenia wykazały, że wzrost nierównomierności rozkładu pola elektromagnetycznego w przewodnikach wynikający z występowania zjawiska naskórkowości i zbliżenia powoduje znaczne zwiększenie współczynnika strat dodatkowych i impedancji szynoprzewodów. Szczególnie duży wzrost tych wielkości występuje przy zasilaniu szynoprzewodów prądem odczyszczonym. Obliczenia przeprowadzono dla stanu ustalonego, lecz otrzymane charakterystyki często-

tliwościowe umożliwiają także określenie zachowania się układu w stanie nieustalonym. Zastosowanie aluminium zamiast miedzi, jako materiału na szynoprzewody powoduje natomiast znaczne obniżenie się rozpatrywanych parametrów całkowych.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Krakowski: *Elektrotechnika teoretyczna*. Warszawa: PWN, 1983
2. W. Lipiński, M. Gramz, P. Krasoń: *Analiza wypierania prądu i wyznaczanie impedancji w układzie dwóch płaskich przewodów*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1984, z. 4, ss. 949—958
3. M. Ehrich: *Vereinfachte Verlust- und Induktivitätsberechnung bei ebenen Stromverdrängungsproblemen*. Arch. f. Elektrotechnik, 1978, vol. 60, ss. 129—135
4. W. Lipiński: *Analiza rozkładu gęstości prądu w wydłużonej szynie prostokątnej*. Archiwum Elektrotechniki, 1974, t. XXIII z. 1
5. R. Sikora: *Teoria pola elektromagnetycznego*. Warszawa: WNT, 1977
6. J. Turowski: *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych*. Warszawa: WNT, 1982
7. J. H. McWhriter, M. W. Thomas: *Eddy current losses in conducting slabs*. IEEE Trans. Pas., 1971, vol. 90
8. M. Krakowski, G. Szymański: *Numerical analysis for eddycurrent induced within a metal cylinder by a.c. in parallel conductors*. Archiwum Elektrotechniki, 1978, t. XXVII, ss. 133—141
9. P. Rolicz: *Zjawisko wypierania prądu w dwóch równoległych przewodach wiodących jednakowe prądy*. Archiwum Elektrotechniki, 1980, t. XXIX, ss. 403—409
10. R. F. Harrington: *Field computation by Moment Methods*, New York The Macmillan Comp., 1968
11. Praca zbiorowa: *Poradnik Inżyniera Elektryka, t. III, Aparaty, przyrządy i urządzenia elektryczne*. Warszawa: WNT, 1974
12. B. K. Bulw, T. W. Butkiewicz, A. T. Kurajew: *Osnovy teorii elektriceskich apparatow*. Wyższaja Szkoła, Moskwa 1970
13. M. J. Smielianskij, N. I. Bortniczuk: *Korotkije sieti elektriceskich piecziej*. Moskwa: Gosenergoizdat, 1962

M. STRZELECKI

POWER LOSSES AND IMPEDANCE OF SINGLE-PHASE BUSBARS

Summary

An analysis of factors influencing power losses due to the flow of alternating current through busbars is presented. Theoretical considerations and numerical computation are made on the basis of the Fredholm integral equation of the second kind. Basing upon numerical computation, graphs of the stray loss factor and impedance versus current frequency, geometrical and material parameters are plotted.

M. STRZELECKI

PERTES DE PUISSANCE ET IMPÉDANCES DES LIGNES MONOPHASÉES DES COURANTS FORTS

Résumé

Dans cet article on a présenté l'analyse des éléments qui ont l'influence sur les pertes de puissance, provoquées par le passage du courant à travers les barres de connexion. On y a introduit les réflexions

théoriques et les calculs numériques en s'appuyant sur le deuxième genre de l'équation intégrale de Fredholm. D'après ces calculs on a fait des diagrammes du coefficient de pertes supplémentaires et des impédances, selon la pulsation du courant et selon les différents paramètres géométriques et technologiques.

M. STRZELECKI

LEISTUNGSVERLUSTE UND IMPEDANZEN EINPHASIGER STARKSTROMLEITUNGEN

Zusammenfassung

In diesem Artikel wurde die Analyse derjenigen Faktoren dargestellt, die Leistungsverluste in Starkstromleitungen beeinflussen. Theoretische Gedankengänge und numerische Berechnungen sind in Anlehnung an die lineare Integralgleichung zweiter Art durchgeführt worden. Auf Grund der Berechnungen wurden Koeffizientendiagramme der zusätzlichen Verluste und der Impedanzen in Abhängigkeit vom pulsierenden Strom und den geometrischen und materiellen Parametern angefertigt.

М. СТЖЕЛЕЦКИ

ПОТЕРИ МОЩНОСТИ И ИМПЕДАНСЫ ОДНОФАЗНЫХ ШИНОПРОВОДОВ

Резюме

Описан анализ факторов влияющих на потери мощности от протекания шинопроводом переменного тока. Теоретические рассуждения и численные расчёты приведены при использовании интегрального уравнения Фредгольма второго порядка. Опираясь на численные расчёты составлены графики коэффициента потерь и импеданса в зависимости от пульсации тока, материала и геометрических параметров шинопровода.

SPIS TREŚCI

Komunikat	3
K. Aniserowicz: Rozwiązanie zagadnienia własnego $[K]\{\Phi\} = \lambda[M]\{\Phi\}$ metodą iteracji podprzestrzennych przy nieokreślonej macierzy $[K]$	5
M. Tadeusiewicz, M. Ossowski: Analiza odcinkowo-liniowa rezystancyjnych obwodów nieliniowych za pomocą blokowych metod Gaussa-Seidela i Jacobiego	28
M. Brodzki, M. Pasko: Definicje pewnych mocy dla układów wielozaciskowych o przebiegach odkształconych	31
A. Barański: Środki i sposoby ujednolicenia miary napięcia przemiennego	45
A. Michalski, J. Sikora, St. Wincenciak: Metoda projektowania optymalnego kształtu cewki wzbudzającej przepływomierzy elektromagnetycznych dla kanałów otwartych	61
A. Harasiewicz, J. Krupka: Zastosowanie cylindrycznych rezonatorów quasi TE_{0nm} i quasi TM_{010} do pomiaru zespolonej przenikalności elektrycznej cylindrycznych próbek dielektryków o dowolnych wymiarach	77
A. Krzywaźnia, J. Ociepka: Zastosowanie DPF w dynamicznym testowaniu torów przetwarzania analogowo-cyfrowego	89
J. M. Woźnicki: Problemy automatyzacji projektowania optycznych układów obrazujących	101
B. Więcek: Rozpoznawanie konturów obrazów przedmiotów płaskich	125
S. Paszczyński: Piezorezystywne właściwości rezystorów grubowarstwowych	133
W. Nakwaski: Degradacja lutu stosowanego do mocowania kryształów laserów złączowych i diod elektroluminescencyjnych do obudowy	149
L. J. Weiss, T. Wysocki, T. Wysocki jr., F. Wysocka: Aproksymacja charakterystyki statycznej diody tunelowej funkcją wykładniczą	159
M. Piontas, D. Rutkowski: Dobór optymalnej wielkości pakietów w sieci z integracją usług	175
D. Sankowski: Identyfikacja w układzie zamkniętym elektrycznych pieców oporowych	193
M. Strzelecki: Straty mocy i impedancji jednofazowych torów wielkoprądowych	211

SUMMARY — RÉSUMÉ — ZUSAMMENFASSUNG

K. Aniserowicz: Solution by subspace iteration of the eigenproblem $[K]\{\Phi\} = \lambda[M]\{\Phi\}$ with an indefinite matrix $[K]$	5
Resolution du problème propre $[K]\{\Phi\} = \lambda[M]\{\Phi\}$ par méthode d'itération sous-espaces pour la matrice indéfinie $[K]$	
Lösung des Eigenwertproblems $[K]\{\Phi\} = \lambda[M]\{\Phi\}$ mittels simultaner Vektoriteration bei indefinitiver Matrix $[K]$	
M. Tadeusiewicz, M. Ossowski: Piecewise-linear analysis of nonlinear resistive circuits using the block Gauss-Seidel and Jacobi methods	28
Analyse linéaire par morceaux des circuits résistants non-linéaires ou l'on a appliqué les méthodes de bloc de Gauss-Seidel et de Jacobi	
Stückweise linear Analyse der nichtlinearen Resistanzkreise mittels Gauss-Seidelschen- und Jacobi — Blockverfahren	
M. Brodzki, M. Pasko: Definitions of certain powers of multiterminal systems with distorted signals	31

Définitions de certaines puissances pour les systèmes multipôles à phénomènes périodiques Definitionen für gewisse Leistungen bei Mehrklemmensystemen mit deformiertem Verlauf	
A. Barański: Instruments and methods of the standarization of alternating voltage measurement Moyens et méthodes de l'unification des mesures de la tension alternative Mittel und Methoden der Messvereinheitlichung der Wechselspannung	45
A. Michalski, J. Sikora, S. Wincenciak: Algorithm for designing the optimum shape of the exciting coil for an electromagnetic flowmeter Algorithme pour l'établissement du projet d'une bobine inductrice du débitmètre électromagnétique Methode für die optimale Projektierung der Form einer Wandlererregerspule für elektromagnetischen Durchlassvoltmeters	61
A. Harasiewicz, J. Krupka: Application of quasi- TE_{0nm} and quasi- TM_{010} cylindrical resonators to measuring the complex permittivity of cylindrical dielectric samples of arbitrary dimensions Application des résonateurs cylindriques quasi- TE_{0nm} and quasi- TM_{010} à la mesure de la permittivité complexe des échantillons cylindriques des diélectriques à dimensions arbitraires Anwendung zylindrischer quasi- TE_{0nm} und quasi TE_{010} — Resonatoren zur Messung der elektrischen Gesamtdurchlässigkeit von dielektrischen zylindrischen Proben mit beliebigen Ausmassen	77
A. Krzywaźnia, J. Ociepka: Application of the DFT to dynamic testing of analog-to-digital converting systems Application de la discrète transformée de Fourier (DFT) au test dynamique des chaînes de conversion analogique-digitale Anwendung der DFT bei dynamischer Testmethode des analog-digitalen Messverarbeitungspfad	89
M. Woźnicki: Problems of automation of designing optical imaging systems. Problèmes de l'automatisation de l'établissement des projets des systèmes optiques d'images Probleme der Automatisierung der Projektierung von optischen Abbildungssystemen	101
B. Więcek: Image processing for shape defects detection Reconnaissance des contours des images des objets plats Umrisstabstufung von Bildern flacher Gegenstände	125
S. Paszczyński: Piezoresistive properties of thick film resistors Piézorésistives propriétés des résistors à couche épaisse Piezoresistive Eigenschaften von Dickschichtwiderständen	133
W. Nakwaski: Degradation of a solder used for bonding laser diodes and light-emitting diodes Dégradation de la soudure utilisée à la fixation des cristaux des lasers de jonction et des diodes électroluminescentes au boîtier Weichlötendegradierung von Injektionslasern und Elektrolumineszenzdioden	149
L. J. Weiss, F. Wysocka, T. Wysocki, T. Wysocki jr: Approximation of stationary characteristics of a tunnel diode by an exponential function Approximation de la courbe caractéristique statique de la fonction exponentielle Anwendung der Exponentialfunktion zur Approximation der statischen Kennlinie einer Tunnel diode	159
M. Piontas, D. Rutkowski: Choice of the optimum pack magnitude in an integrated service network Choix de la grandeur du paquet dans le réseau téléphonique Wahl der optimalen Paketgrösse im Netz mit integrierten Dienstleistungen	175
D. Sankowski: Closed loop identification of electric resistance furnaces Identification dans un système bouclé des fours électriques à resistance Identifizierung von elektrischen Widerstandsöfen im geschlossenen Regelkreis	193

М. Strzelecki: Power losses and impedance of single-phase busbars	211
Pertes de puissance et impédance des lignes monophasées des courants forts	
Leistungsverluste und Impedanzen einphasiger Starkstromleitungen	

СОДЕРЖАНИЕ

К. А н и с е р о в и ч: Решение проблемы собственных значений $[K]\{\Phi\} = \lambda[M]\{\Phi\}$ методом подпрострастных итераций в случае неопределенной матрицы $[K]$	5
М. Тадеусевич, М. Оссовски: Кусочно-линейный анализ резистивных нелинейных цепей при помощи блочных методов Гаусса-Зейделя и Якоби	28
М. Броцки, М. Паско: Дефиниции надёжных мощностей для многозажимных систем с деформированными пробегамми	31
А. Барански: Средства и способы обеспечения единства меры напряжения тока	45
А. Михальски, Я. Сикора, С. Винценцак: Метод проектирования оптимальной возбуждающей катушки электромагнитных расходомеров для открытых каналов	61
А. Харасевич, Е. Крупка: Применение цилиндрических резонаторов квази TE_{0nm} и квази TM_{010} к измерению сопряженной электрической проницаемости цилиндрических образцов диэлектриков произвольных размеров	77
А. К жив а з н я, Я. О ц е п к а: Использование ДПФ в динамических тестах систем аналого-цифрового преобразования	89
Е. В о з н и ц к и: Проблемы автоматизации проектирования оптических изображающих систем	101
Б. В е н ц е к: Распознавание контуров плоских изображений	125
С. П а ц и н ь с к и: Пьезорезистивные свойства толсто пленочных резисторов	
В. Н а к в а с к и: Деградация припоя связывающего кристаллы лазерных диодов и светозлучающих диодов с корпусом	133
Л. Я. В а й с, Ф. В ы с о ц к а, Т. В ы с о ц к и, Т. В ы с о ц к и м л.: Аппроксимация вольтамперной характеристики туннельного диода с помощью экспоненциальной функции	149
М. П и о н т а с, Д. Р у т к о в с к и: Выбор длины пакета в сети интегрального обслуживания	159
Д. С а н к о в с к и: Идентификация электрических печей в замкнутой системе	175
М. С т ж е л е ц к и: Потери мощности и импедансы однофазных шинопроводов	211

Rozprawy Elektrotechniczne

Kwartalnik

Wpłaty na prenumeratę przyjmowane są tylko na okresy kwartalne. Informacji o cenach udzielają urzędy pocztowe oraz oddziały RSW „Prasa-Książka-Ruch” w miastach.

Prenumeratę przyjmują:

- oddziały RSW właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora, odbioru zamówionych egzemplarzy dokonuje prenumeratorew w wyznaczonych punktach sprzedaży lub w inny, uzgodniony sposób,
- urzędy pocztowe i listonosze. — od prenumeratorew z terenów wiejskich lub innych miejscowości, w których nie ma oddziałów RSW, a w miastach tylko od osób niepełnosprawnych — poczta zapewnia dostawę zamówionych egzemplarzy pod wskazany adres pod warunkiem uiszczenia dodatkowej opłaty za każdy doręczony egzemplarz. Wysokość opłat za każdy kwartał ustala poczta,
- Centrala Kolportażu Prasy i Wydawnictw, 00-958 Warszawa, konto PBK XIII Oddział Warszawa 370044-1195-139-11 — tylko od prenumeratorew zlecających dostawę za granicę.

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa; w przypadku zlecenia dostawy drogą lotniczą — koszt dostawy lotniczej w pełni pokrywa prenumeratorew.

Terminy przyjmowania prenumeraty:

- na kraj

— do 20.XI.	na I kw. roku następnego
do 20.II.	na II kw.
do 20.V.	na III kw.
do 20.VIII.	na IV kw.
- za granicę — do 31.X. na I kwartał oraz do 1 dnia każdego miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty roku bieżącego.

Bieżące i archiwalne numery można nabyć lub zamówić we Wzorcowni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, Pałac Kultury i Nauki, 00-901 Warszawa.

Subscription orders for all the magazines published in Poland available through the local press distributors or directly through the Foreign Trade Enterprise ARS POLONA, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland.

Our bankers:

BANK HANDLOWY S.A. 20 1061-710-15107-787 Indeks 37483

Rozpr. Elektrot. T. 35, z. 1, 1—224, Warszawa 1989

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

PL ISSN 0035-9386

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXV — ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1989

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTROTECHNIKI
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

TOM XXXV — ZESZYT 2

KWARTALNIK

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
WARSZAWA 1989

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący
prof. dr inż. ADAM SMOLIŃSKI
członek rzeczywisty PAN

Członkowie

prof. dr hab. DANIEL JÓZEF BEM, prof. dr hab. inż. MICHAŁ BIAŁKO — czł. rzecz. PAN, prof. dr inż. KAZIMIERZ DZIECIOŁOWSKI, prof. dr hab. inż. STEFAN HAHN — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ HAŁAS, prof. dr inż. ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr hab. inż. BOHDAN MROZIEWICZ, prof. dr inż. JERZY OSIOWSKI, prof. dr inż. WITOLD ROSIŃSKI, prof. dr inż. STANISŁAW SŁAWIŃSKI, prof. dr hab. inż. STEFAN WĘGRZYN, prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI, prof. dr inż. ANDRZEJ ZIELIŃSKI, prof. dr inż. MARIAN ZIENTALSKI

REDAKCJA

Redaktor Naczelny
prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI

Zastępca Redaktora Naczelnego
doc. dr inż. KRYSTYN PLEWKO

Sekretarz Odpowiedzialny
mgr KRYSTYNA LELAKOWSKA

ADRES REDAKCJI

00-665 Warszawa, ul. Nowowiejska 15/19
Politechnika, Instytut Telekomunikacji, Gmach Elektroniki, pok. 401

Dyżury Redakcji: środy i piątki, godz. 14—16
tel. 28 89 81 lub 210 07-737

Telefony domowe: redaktora naczelnego — 12 17 65
zastępcy redaktora naczelnego — 26 83 41
sekretarza odpowiedzialnego — 25 29 18

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Warszawa, Młodowa 10

Nakład 480 (402+78)	Oddano do składania w styczniu 1989 r.
Ark. wyd. 21,75 Ark. druk. 18,0	Podpisano do druku w kwietniu 1990 r.
Papier druk. sat. kl. III 70 g, 70×100	Druk ukończono w czerwcu 1990 r.
Zamówienie nr 55/12/89	Cena zł 350,—

Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa

KOMUNIKAT

Jak już informowaliśmy naszych AUTORÓW i CZYTELNIKÓW

„ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE”

decyzją Wydziału IV Nauk Technicznych Polskiej Akademii Nauk od 1988 r. stały się czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji PAN, natomiast „Archiwum Elektrotechniki” jest czasopismem Komitetu Elektrotechniki PAN. W związku z powyższym uległy zmianie profile tematyczne obu tych kwartalników.

„Rozprawy Elektrotechniczne” publikują prace naukowe związane z podstawami elektroniki i telekomunikacji oraz prace z zakresu mikroelektroniki i zastosowań elektroniki, radiotechniki, telekomunikacji i elektroniki medycznej.

Zamieszczane są prace oryginalne, w tym przyczynkowe oraz zawierające analizy porównawcze metod lub systemów, systematyczne ujęcie określonej dziedziny wiedzy, omówienie aktualnego stanu lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienie perspektyw rozwojowych. Czasopismo jest przeznaczone dla specjalistów oraz studentów zajmujących się powyższą tematyką.

„Archiwum Elektrotechniki” natomiast publikuje prace naukowe dotyczące podstaw elektrotechniki oraz prace z zakresu energoelektroniki, elektroenergetyki, konstrukcji maszyn i urządzeń elektrycznych itp.

Redakcja „Rozpraw Elektrotechnicznych” poczynając od początku roku 1989 przyjmuje prace odpowiadające nowemu profilowi tematycznemu czasopisma.

W związku z powyższymi zmianami, za zgodą władz Polskiej Akademii Nauk, od pierwszego zeszytu 1990 roku

ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZNE

będą wydawane pod nowym tytułem

KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI (ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS QUARTERLY)

Redakcja
ROZPRAW ELEKTROTECHNICZNYCH



Prąd progowy laserów złączowych (InGa)(AsP)/InP

CZĘŚĆ I: Warunek progowy, wzmocnienie lokalne, rekombinacja powierzchniowa, wyznaczenie prądu progowego

WŁODZIMIERZ NAKWASKI

Instytut Fizyki, Politechnika Łódzka

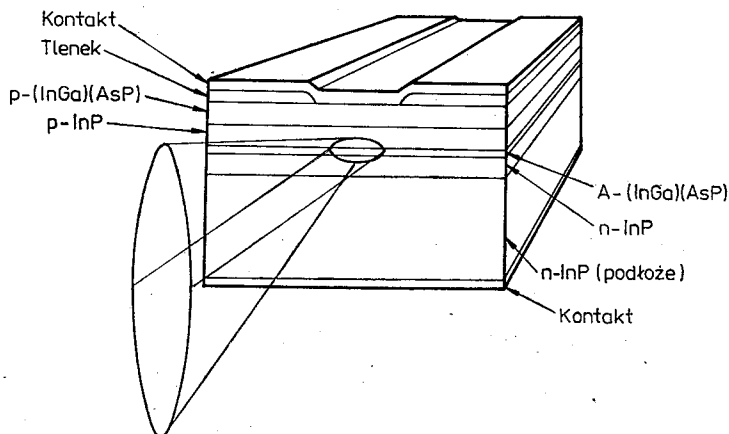
Otrzymano 1988.03.12

Autoryzowano do druku 1988.09.21

W pracy przedstawiono podstawowe zależności pozwalające wyznaczyć prąd progowy laserów (InGa)(AsP)/InP emitujących promieniowanie o długościach fali $1,3 \mu\text{m}$ i $1,55 \mu\text{m}$.

1. WPROWADZENIE

Właściwości wiązki promieniowania lasera złączowego (rys. 1) zależą głównie od kształtu i rozmiarów rezonatora oraz od jego usytuowania względem obszaru czynnego. W strukturach biheterozłączowych grubość d_A obszaru czynnego, stanowiącego jedno-



Rys. 1. Rezonator Fabry'ego — Perota paskowego lasera biheterozłączowego (InGa)(AsP)/InP z izolacją tlenkową (oxide stripe laser). Na rysunku zaznaczono kształt wiązki promieniowania, która przekształca się z poziomej elipsy w strefie bliskiej (tj. na powierzchni zwierciadła rezonatora) w pionową elipsę w strefie dalekiej (tj. w pewnej odległości od lasera)

cześnie rezonator, jest narzucona przez położenie obu heterozłączy biheterostruktury. W strukturach bardziej skomplikowanych, np. typu LOC czy SCH [1], promieniowanie swobodnie przenika do warstw otaczających obszar czynny i jest ograniczane przez ściany rezonatora optycznego. Dzięki temu można dokonać osobno optymalizacji rozmiarów obszaru czynnego (w celu uzyskania niskiego prądu progowego) oraz optymalizacji rezonatora stosownie do wymagań stawianych emitowanej wiązce promieniowania. Więcej informacji na ten temat znajdzie czytelnik w obszernej monografii [1].

W niniejszej pracy przedstawiono podstawowe zależności pozwalające wyznaczyć prąd progowy laserów (InGa)(AsP)/InP emitujących promieniowanie o długości fali 1,3 μm i 1,55 μm . Lasery te stały się obecnie równie popularne, jak podstawowe dotychczas lasery GaAs/(AlGa)As, emitujące jednak promieniowanie o znacznie krótszej fali promieniowania.

2. WARUNEK PROGOWY

Warunek progowy wystąpienia akcji laserowej w laserze złączowym, tj. wzbudzenia poprzecznego modu np. rzędu m , można sformułować w następującej postaci:

$$G_m = \Gamma_m g \geq \Gamma_m g_{th} = \alpha_i + \alpha_{end} \quad (1)$$

gdzie g jest wzmocnieniem lokalnym, a Γ_m — współczynnikiem ograniczenia (*confinement factor*) promieniowania modu rzędu m w warstwie centralnej biheterostruktury:

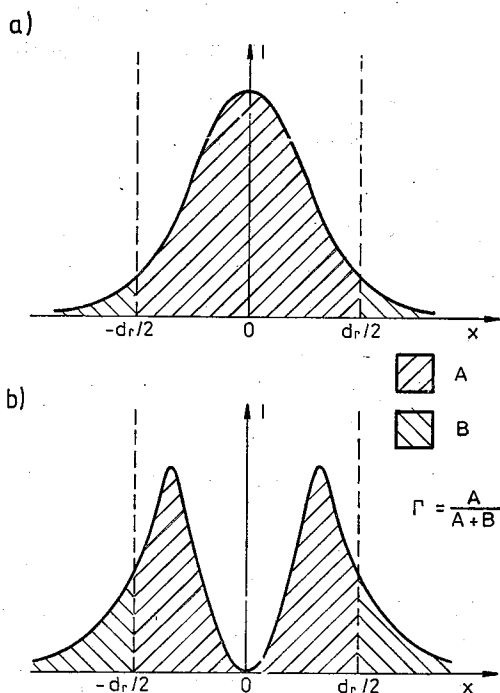
$$\Gamma_m = \frac{\int_{-d_r/2}^{d_r/2} |E_m(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_m(x)|^2 dx} \quad (2)$$

W powyższym wzorze przez d_r oznaczono grubość rezonatora, a $|E_m(x)|^2$ jest rozkładem natężenia promieniowania skupionego w modzie m (rys. 2).

Przez G_m oznaczono wzmocnienie modowe modu rzędu m :

$$G_m = \frac{\int_{-d_r/2}^{d_r/2} |E_m(x)|^2 g(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E_m(x)|^2 dx} \quad (3)$$

O wartości G_m decyduje dopasowanie rozkładu natężenia pola elektrycznego $E_m(x)$ danego modu do rozkładu wzmocnienia lokalnego $g(x)$. Jeżeli na przykład obszar czynny stanowi tylko małą część rezonatora i jest umieszczony w jego centrum, faworyzowane będą mody parzyste, dla których główne maksimum rozkładu $E_m(x)$ w rezonatorze wypada właśnie w tym miejscu. Jeżeli natomiast obszar czynny zostanie odpowiednio przesunięty względem centrum rezonatora, zmaleje wzmocnienie modu podstawowego, a faworyzowane będą niektóre z modów wyższych rzędów.



Rys. 2. Ilustracja wyznaczania współczynnika ograniczenia Γ w przypadku modu poprzecznego podstawowego (a) i pierwszego rzędu (b). x — współrzędna wzdłuż osi lasera prostopadłej do złącza p-n, d_r — grubość rezonatora, I — natężenie promieniowania.

Przez α_{end} oznaczono straty krawędziowe wyrażone wzorem:

$$\alpha_{end} = (1/2L)\ln(1/R_1 R_2), \quad (4)$$

gdzie L jest długością rezonatora, a R_1 i R_2 — współczynnikami odbicia od jego zwierciadeł.

3. STRATY WEWNĘTRZNE

Straty wewnętrzne promieniowania α_i w przypadku laserów biheterozłączowych (DH) wyrażają się sumą:

$$\alpha_i = \Gamma_m \alpha_{fc} + (1 - \Gamma_m) \alpha_{out} + \alpha_s + \alpha_c \quad (5)$$

gdzie α_{fc} jest współczynnikiem absorpcji na swobodnych nośnikach w obszarze czynnym, α_{out} — współczynnikiem absorpcji (głównie na swobodnych nośnikach) w warstwach ograniczających, α_s — współczynnikiem strat spowodowanych rozpraszaniem promieniowania na niedoskonałościach sieci krystalicznej obszaru czynnego i zaburzeniach jego grubości, a α_c — współczynnikiem strat związanych z penetracją promieniowania poza warstwy ograniczające.

Współczynnik absorpcji na swobodnych nośnikach, dla energii bliskich szerokości przerwy energetycznej, można przedstawić w następującej postaci:

$$\alpha_{fc} = b_{fc} n_{fc}, \quad (6)$$

gdzie n_{fc} jest koncentracją nośników swobodnych, a współczynniki b_{fc} dla różnych laserów przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Wartość współczynnika b_{fc} w relacji (6) dla temperatury pokojowej

Materiał	λ μm	b_{fc} 10^{-18} cm^2
GaAs	0,9	elektrony 3 [2]
		dziury 7 [2]
(InGa)(AsP) — p	1,3	14 [3]
(InGa)(AsP) — p	1,55	20 [3]

4. WZMOCNIENIE LOKALNE

Wprowadźmy pojęcie gęstości prądu nominalnego j_{nom} . Wielkość ta jest definiowana dla przypadku jednostkowej wewnętrznej sprawności kwantowej, tj. $\eta_i = 1$, jako gęstość prądu wymagana dla jednorodnego wzbudzenia obszaru czynnego o grubości $d_A = 1 \mu\text{m}$. Można ją wyrazić w funkcji koncentracji elektronów n i dziur p w obszarze czynnym [4]:

$$j_{nom}[A/\text{cm}^2 \mu\text{m}] = a_0 e B n p, \quad (7)$$

przy czym we wzorze tym n i p wyrażono w cm^{-3} , stałą rekombinacji B w cm^3/s (por. tabelę 2.1 w [11]), ładunek elementarny e w C, a współczynnik proporcjonalności jest równy: $a_0 = 10^{-4}$. Gęstość prądu zasilania można wówczas przedstawić w następującej postaci:

$$j = d_A j_{nom} / \eta_i. \quad (8)$$

Zależność maksymalnego wzmocnienia lokalnego g_{max} od gęstości prądu nominalnego j_{nom} można aproksymować następująco [2]:

$$g_{max} = a_1 (j_{nom} - j_1)^2 \quad \text{dla} \quad g_{max} < 100 \text{ cm}^{-1} \quad (9)$$

$$g_{max} = a_2 (j_{nom} - j_2) \quad \text{dla} \quad 50 \text{ cm}^{-1} < g_{max} < 400 \text{ cm}^{-1}, \quad (10)$$

gdzie a_1, a_2, j_1 i j_2 są pewnymi stałymi materiałowymi. Tabela 2 ilustruje zmiany tych parametrów w funkcji temperatury dla wzoru (10), bardziej interesującego z punktu widzenia wzbudzenia akcji laserowej.

Na rys. 3 i rys. 4 przedstawiono zależności maksymalnego wzmocnienia lokalnego g_{max} w (InGa)(AsP) dla przypadku generacji promieniowania o długości fali odpowiednio 1,3 μm i 1,55 μm .

Tabela 2

Wartości parametrów j_2 i a_2 we wzorze (10) dla niedomieszkowanego (InGa)(AsP)

Temperatura K	$\lambda = 1,3 \mu\text{m}^{*)}$		$\lambda = 1,55 \mu\text{m}^{**})$	
	j_2	a_2	j_2	a_2
	$10^3 \text{ A/cm}^2 \mu\text{m}$	$\text{cm} \mu\text{m/A}$	$10^3 \text{ A/cm}^2 \mu\text{m}$	$\text{cm} \mu\text{m/A}$
100	0,35	0,20	0,17	0,31
150	0,75	0,17	0,43	0,22
200	1,5	0,13	0,76	0,18
250	2,2	0,10	1,2	0,12
300	3,0	0,080	1,8	0,12
350	3,7	0,063	2,3	0,098

*) Casey, Jr. [6] na podstawie [5]

**) na podstawie Rys. 22 w [5]

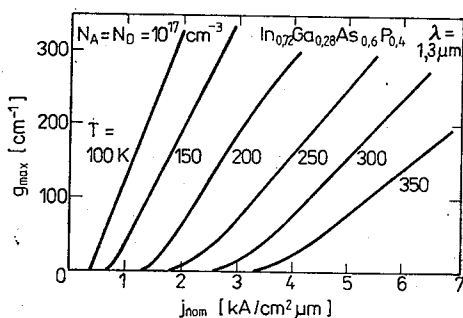
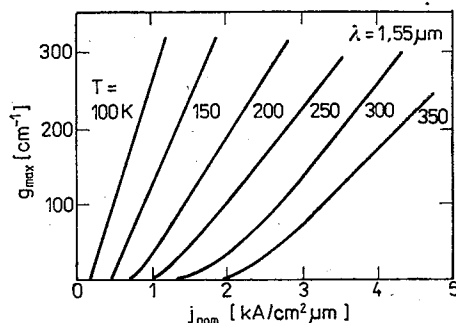
Rys. 3. Maksymalne wzmocnienie w funkcji nominalnej gęstości prądu laserów (InGa)(AsP)/InP emitujących promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$ [5]. N_A i N_D — koncentracje odpowiednio akceptorów i donorówRys. 4. Maksymalne wzmocnienie w funkcji nominalnej gęstości prądu laserów InGaAsP/InP emitujących promieniowanie o długości fali $1,55 \mu\text{m}$ [5]

Tabela 3

Parametry wzmocnienia α_0 i α_g w relacji (11) dla niedomieszkowanego (InGa)(AsP)^{*)}

Temperatura K	$\lambda = 1,3 \mu\text{m}$		$\lambda = 1,55 \mu\text{m}$	
	α_0	α_g	α_0	α_g
	cm^{-1}	10^{-15} cm^2	cm^{-1}	10^{-15} cm^2
100	300	1,56	180	1,51
150	270	0,735	195	0,785
200	470	0,66	235	0,525
250	600	0,58	290	0,44
300	640	0,48	410	0,435
350	610	0,385	490	0,415

*) na podstawie rys. 17 i rys. 23 w [5].

Wzmocnienie lokalne podaje się niekiedy w funkcji koncentracji n_m wstrzykniętych nośników mniejszościowych:

$$g = a_g n_m - \alpha_0. \quad (11)$$

Wartości parametrów materiałowych a_g i α_0 podano dla (InGa)(AsP) i różnych temperatur otoczenia w tabeli 3. Nie są to jednak wartości uniwersalne, ponieważ w pewnym stopniu zależą od konstrukcji lasera.

4. PRĄD PROGOWY — POSTAĆ I

Zależności (1—6), (8) i (10) umożliwiają sformułowanie wzoru na gęstość prądu progowego j_{th} w następującej postaci:

$$j_{th} = \frac{d_A}{\eta_i} \left[j_2 + \left(\frac{1}{\Gamma_m a_2} \Gamma_m \alpha_{fc} + (1 - \Gamma_m) \alpha_{out} + \alpha_s + \alpha_c + \alpha_{end} \right) \right] + j_N + j_p, \quad (12)$$

gdzie j_N i j_p są gęstościami prądów ucieczki odpowiednio elektronów i dziur ponad barierami heterozłącz ograniczających obszar czynny.

W przypadku lasera złączowego o ciekim obszarze czynnym poważny problem stanowi rozpraszanie promieniowania na zaburzeniach grubości tego obszaru. Thompson i in. [7] wykazali, że nawet tak niewielkim zaburzeniom, jak zmiana grubości o 10 nm, odpowiadają znaczne straty: $\alpha_s = 12 \text{ cm}^{-1}$. Oszacowania Shima'y i in. [8] tej wielkości są jeszcze większe. Z drugiej strony pomiary fotoluminescencyjne, przeprowadzone przez Nasha i in. [9] dowiodły, że obszary czynne laserów heterozłączowych cechują się często znacznie większymi zmianami grubości, dochodzącymi nawet do 50 nm.

Straty związane z ucieczką części promieniowania poza warstwy ograniczające α_c są przeważnie nieznaczne. Ich wzrost zaczyna się jedynie w przypadku nadmiernego zmniejszenia grubości d_p tych warstw.

Oprócz rekombinacji niepromienistej i strat promieniowania, trzecim czynnikiem wpływającym na wartość gęstości prądu progowego jest efektywność ograniczenia nośników w obszarze czynnym. Gęstości prądów ucieczki elektronów i dziur ponad heterozłączami ograniczającymi obszar czynny odpowiednio od strony typu p i n można zapisać w postaci [5]:

$$j_N = \frac{e D_N N_p}{L_N \tanh(d_p/L_N)} \quad (13)$$

$$j_p = \frac{e D_p P_N}{L_p \tanh(d_N/L_p)} \approx \frac{e D_p P_N}{L_p}, \quad (14)$$

gdzie $D_N(D_p)$ jest dyfuzyjnością elektronu (dziury) w warstwie ograniczającej, $N_p(P_N)$ jest koncentracją elektronów (dziur) na krawędzi warstwy typu P (typu N) stykającej się z obszarem czynnym, a L_N i (L_p) jest długością elektronowej (dziurowej) drogi dyfuzji w warstwie ograniczającej.

Udział prądów ucieczki w całkowitym bilansie strat w laserze złączowym rośnie wraz ze wzrostem koncentracji nośników mniejszościowych w obszarze czynnym (czyli przy zmniejszaniu jego grubości) oraz z obniżaniem wysokości bariery obu heterozłącz biheterostrukury.

5. REKOMBINACJA POWIERZCHNIOWA

Uwzględnienie rekombinacji powierzchniowej prowadzi do modyfikacji wzoru (12). W miejsce odwrotności wewnętrznej sprawności kwantowej $1/\eta_i$ należy w nim wstawić:

$$\frac{1}{\eta_i} = \frac{1}{\eta_i} + \frac{K}{M}, \quad (15)$$

gdzie M jest całkowitą szybkością rekombinacji promienistej w obszarze czynnym, a K jest szybkością strat rekombinacyjnych na obu heterozłączach ograniczających ten obszar. Van Opdorp i Veenliet [10] przedstawili drugi wyraz zależności (15) następująco:

$$\frac{K}{M} = \begin{cases} \frac{\tau_{sp}}{d_A} \left[(S_1 + S_2) + \frac{S_2 d_A}{2D_{min}} (S_1 - S_2) \right] \\ \frac{\tau_{sp,1}}{d_A} \left[(S_1 + S_2) + \frac{S_1 S_2 d_A}{D_A} \right], \end{cases} \quad (16)$$

gdzie górny wzór odnosi się do warstwy czynnej wykonanej w materiale silnie domieszkowanym, tj. gdy $p \ll n$ bądź $n \ll p$, a wzór dolny należy stosować w przypadku słabo domieszkowanej warstwy czynnej, tj. gdy $n \approx p$. W powyższym wzorze przez D_{min} oznaczono stałą dyfuzji nośników mniejszościowych, a przez D_A — ambipolarną stałą dyfuzji, zdefiniowaną jako:

$$D_A = 2D_h D_e / (D_h + D_e), \quad (17)$$

gdzie D_h i D_e są stałymi dyfuzji odpowiednio dziur i elektronów, przez S_1 i S_2 oznaczono szybkości rekombinacji powierzchniowej na obu heterozłączach, a przez τ_{sp} i $\tau_{sp,1}$ — spontaniczny czas życia odpowiednio wewnątrz warstwy czynnej oraz w pobliżu heterozłącza 1, tj. heterozłącza, przez które są wstrzykiwane mniej ruchliwe nośniki, czyli dziury. W przypadku obszaru czynnego typu n — heterozłącze 1 ogranicza ten obszar od warstwy typu p , natomiast w przypadku obszaru czynnego typu p heterozłącze to stanowi granicę od strony n (dla $p \approx n$) albo również od strony p (dla $p \approx n$).

6. PRĄD PROGOWY — POSTAĆ II

Gęstość prądu progowego można związać z progową koncentracją nośników n_{th} w obszarze czynnym w sposób następujący [11, 12]:

$$j_{th} = ed_A (An_{th} + Bn_{th}^2 + Cn_{th}^3) + j_N + j_P, \quad (18)$$

gdzie B jest współczynnikiem rekombinacji bimolekularnej, C jest współczynnikiem Augera, a A jest współczynnikiem uwzględniającym inne zjawiska wpływające na prąd progowy, głównie wewnętrzne straty optyczne związane z absorpcją.

Typowe wartości parametrów A , B i C dla laserów (InGa)(AsP)/InP z niedomieszkowanym obszarem czynnym w temperaturze pokojowej podano w tabeli 4. W literaturze [16—22, 24] spotkać można również inne wartości tych parametrów. Wzrost domieszkowania obszaru czynnego powoduje nieznaczny wzrost współczynnika B i znacznie szybszy wzrost współczynnika C . Natomiast wzrost temperatury wywołuje nieznaczny

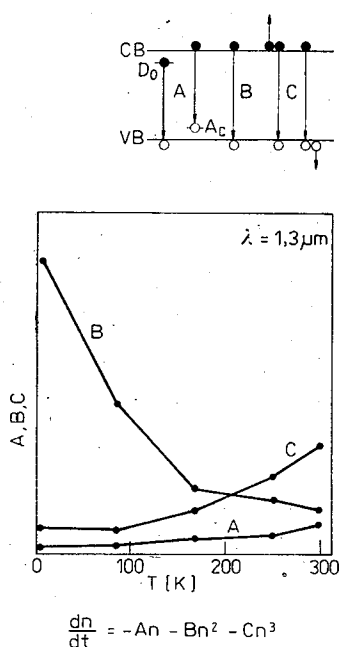
Tabela 4

Wartości współczynników A , B i C w równaniu (18) biheterozłączonego lasera (InGa)(AsP)/InP o niedomieszkowanym obszarze czynnym dla temperatury pokojowej

λ μm	$A^{**})$ 10^8 sec^{-1}	$B^{**})$ $10^{-10} \text{ cm}^3/\text{sec}$	$C^{**})$ $10^{-29} \text{ cm}^6/\text{sec}$
1,3	~ 1	1	3
1,55	~ 1	0,7	9

*) na podstawie [12—14].

**) na podstawie [15] i [23].

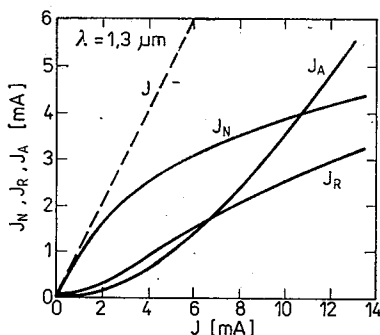


Rys. 5. Temperaturowe zależności współczynnika Augera C , współczynnika rekombinacji promienistej B i współczynnika oddziaływań zewnętrznych A w przypadku niedomieszkowanego (InGa)(AsP) [12]. CB i VB — krawędzie odpowiednio pasma przewodnictwa i pasma walencyjnego. D_0 i A_c — poziomy donorowy i akceptorowy, n — koncentracja nośników mniejszościowych, t — czas

wzrost współczynnika A , znacznie szybszy wzrost współczynnika C [21, 25] oraz bardzo szybkie malenie współczynnika B , co ilustruje rys. 5.

Interesującego porównania wartości poszczególnych składowych prądu zasilającego laser (InGa)(AsP)/InP z zagrzebanym obszarem czynnym (BH) generującym promieniowanie o długości fali 1,3 μm dokonano w pracy [23]. Otóż okazało się, że oprócz znanych do tej pory prądów: promienistego i Augera (patrz równanie (18)), występuje tam również niezidentyfikowany prąd niepromienisty (proporcjonalny do pierwiastka kwadratowego z progowej koncentracji nośników). Prąd ten, dla niskich prądów zasilania, ma

nawet znaczenie dominujące. Przy wzroście prądu zasilania rozpatrywany prąd nasyci się i dla prądu progowego, równego w tym przypadku $I_{th} = 13$ mA, wynosi on 4 mA, podczas gdy prąd promienisty równa się 3 mA, a prąd Augera — 6 mA. Zależność wszystkich trzech składowych od prądu zasilania pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Zależność prądów: promienistego (J_R), niepromienistego (J_N) i Augera (J_A) od prądu J zasilającego laser BH (InGa)(AsP)/InP emitujący promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$ [23]

PODSUMOWANIE

Głównym celem niniejszej pracy było przedstawienie zależności opisujących prąd progowy laserów złączowych (InGa)(AsP)/InP. Tematyka ta będzie kontynuowana w pracy [26], zajmującej się stratami wewnętrznymi wyżej wymienionych laserów, ich progową koncentracją nośników oraz zależnością prądu progowego od temperatury.

BIBLIOGRAFIA

1. B. Mroziewicz, M. Bugajski, W. Nakwaski: *Lasery Półprzewodnikowe*. Warszawa: PWN, 1985
2. H. C. Casey Jr.: Room-temperature threshold-current dependence of GaAs-Al_xGa_{1-x}As double-heterostructure lasers on x and active-layer thickness. *J. Appl. Phys.*, 1978, vol. 49, 3684—3692
3. H. C. Casey Jr., P. L. Carter: Variation of intervalence band absorption with hole concentration in p -type InP. *Appl. Phys. Lett.*, 1984, vol. 44, 82—83
4. F. Stern: Calculated spectral dependence of gain in excited GaAs. *J. Appl. Phys.*, 1976, vol. 47, 5382—5386
5. N. K. Dutta, R. J. Nelson: The case for Auger recombination in $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$. *J. Appl. Phys.*, 1982, vol. 53, 74—92
6. H. C. Casey Jr.: Temperature dependence of the threshold current density in InP — $\text{Ga}_{0,28}\text{In}_{0,72}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$ ($\lambda = 1,3 \mu\text{m}$) double-heterostructure lasers. *J. Appl. Phys.*, 1984, vol. 56, 1959—1964
7. G. H. B. Thompson, P. A. Kirkby, J. E. A. Whiteaway: The analysis of optical scattering in double-heterostructure and five-layer heterostructure GaAl As/GaAs injection lasers. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, vol. QE-11, 481—488
8. K. Shima, K. Segi, H. Imai, T. Fujiwara, M. Takusagawa: Effect of growth terraces on threshold current density of (GaAl)As double-heterostructure laser. *Appl. Phys. Lett.*, 1980, vol. 37, 341—343

9. F. R. Nash, W. R. Wagner, R. L. Brown: *Threshold current variations and optical scattering losses in (Al, Ga) As double-heterostructure lasers*. J. Appl. Phys., 1976, vol. 47, 3992—4005
10. C. van Opdorp, H. Veenliet: *On the relation between threshold current and interface recombination velocities in double-heterojunction lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1979, vol. QE-15, 817—821
11. C. B. Su, R. Olshansky, J. Manning, W. Powazinik: *Temperature dependence of threshold current in III—V semiconductor lasers: Experimental prediction and explanation*. Appl. Phys. Lett., 1984, vol. 44, 1030—1032
12. A. P. Mozer, S. Hausser, M. H. Pilkuhn: *Quantitative evaluation of gain and losses in quaternary lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1985, vol. QE-21, 719—725
13. E. Winter, E. P. Ippen: *Nonlinear carrier dynamics in $\text{Ga}_{1-x}\text{In}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ compounds*. Appl. Phys. Lett., 1984, vol. 44, 999—1001
14. A. Haug: *Theory of the temperature dependence of the threshold current of an InGaAsP laser*. IEEE J. Quantum Electron., 1985, vol. QE-21, 716—718
15. G. P. Agrawal, N. K. Dutta: *Effect of Auger recombination on the threshold characteristics of gain-guided InGaAsP lasers*. Electron. Lett., 1983, vol. 19, 974—975
16. A. Sugimura: *Band-to band Auger recombination effect on InGaAsP laser threshold*. IEEE J. Quantum Electron., 1981, vol. QE-17, 627—635
17. N. K. Dutta, R. J. Nelson: *Temperature dependence of the lasing characteristics of the 1.3 μm InGaAsP—InP and GaAs— $\text{Al}_{0.36}\text{Ga}_{0.64}\text{As}$ DH lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1982, vol. QE-18, 871—878
18. B. Sermage, H. J. Eichler, J. P. Heritage, R. J. Nelson, N. K. Dutta: *Photo-excited carrier lifetime and Auger recombination in 1.3 μm InGaAsP*. Appl. Phys. Lett., 1983, vol. 42, 259—261
19. M. Asada, Y. Suematsu: *The effects of loss and nonradiative recombination on the temperature dependence of threshold current in 1.5—1.6 μm GaInAsP/InP lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1983, vol. QE-19, 917—923
20. A. Haug: *Auger recombination in InGaAsP*. Appl. Phys. Lett. 1983, vol. 42, 512—514
21. A. Haug: *Evidence of the importance of Auger recombination for InGaAsP lasers*. Electron. Lett., 1984, vol. 20, 85—86
22. C. B. Su, R. Olshansky, J. Manning, W. Powazinik: *Carrier dependence of the radiative coefficient in III—V semiconductor light sources*. Appl. Phys. Lett., 1984, vol. 44, 732—734
23. R. Olshansky, J. LaCourse, T. Chow, W. Powazinik: *Measurement of radiative, Auger and nonradiative current in 1.3 μm InGaAsP buried heterostructure lasers*. Appl. Phys. Lett., 1987, vol. 50, 310—312
24. E. Zieliński, H. Schweizer, K. Streubel, K. Eisele, H. Weiman: *Excitonic transitions and excitation damping processes in InGaAsP/InP*. J. Appl. Phys., 1986, vol. 59, 2196—2204
25. A. Haug, H. Burkhard: *Temperature dependence of threshold current of $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ lasers with different composition*. IEE Proceedings — J. Optoelectronics, 1987, vol. 134, 117—121
26. W. Nakwaski: *Prąd progowy laserów złączowych (InGa)(AsP)/InP. II. Progowa koncentracja nośników, prądy ucieczki, zależność prądu progowego od temperatury*. Rozprawy Elektrotechniczne 1989, t. 35, nr 2

W. NAKWASKI

THRESHOLD CURRENT OF (InGa)(AsP)/InP JUNCTION LASERS.

PART I: THRESHOLD CONDITION, LOCAL GAIN, INTERFACIAL RECOMBINATION, THRESHOLD CURRENT

Summary

Basic relations rendering possible the determination of threshold currents of 1.3- μm and 1.55- μm (InGa)(AsP)/InP laser diodes are presented.

W. NAKWAŚKI

COURANT DE SEUIL DES LASERS CONJUGUÉS (InGa)(AsP)/InP

I. CONDITION DE SEUIL, AMPLIFICATION LOCALE, RECOMBINAISON SUPERFICIELLE,
DÉTERMINATION DU COURANT DE SEUIL

Résumé

Dans l'étude on a présenté les principales dépendances, permettant de déterminer les lasers (InGa)(AsP)/InP émettant le rayonnement à longueur d'onde de 1,3 μm et 1,55 μm .

W. NAKWAŚKI

SCHWELLENSTROM DER (InGa)(AsP)/InP-LASERDIODEN

TEIL I: SCHWELLENBEDINGUNG, PLATZSTÄRKUNG, FLÄCHENREKOMBINATION,
SCHWELLENSTROMBESTIMMUNG

Zusammenfassung

Es wurden Grundformeln geschildert, die es gestatten, den Schwellenstrom der eine Strahlung mit Wellenlängen 1,3 μm und 1,55 μm emittierenden (InGa)(AsP)/InP-Laserdioden zu ermitteln.

В. НАКВАСКИ

ПОРОГОВЫЙ ТОК ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ НА ОСНОВЕ (InGa)(AsP)/InP

ЧАСТЬ 1. ПОРОГОВОЕ УСЛОВИЕ, МЕСТНОЕ УСИЛЕНИЕ, ПОВЕРХНОСТНАЯ
РЕКОМБИНАЦИЯ, ПОРОГОВЫЙ ТОК

Резюме

Представлены основные уравнения для определения порогового тока лазерных диодов на основе (InGa)(AsP)/InP генерирующих излучение с длиной волны 1,3 μm и 1,55 μm .

Prąd progowy laserów złączowych (InGa)(AsP)/InP

CZĘŚĆ II: Straty wewnętrzne, progowa koncentracja nośników, prądy ucieczki, zależność prądu progowego od temperatury

WŁODZIMIERZ NAKWASKI

*Instytut Fizyki, Politechnika Łódzka**Otrzymano 1988.03.12**Autoryzowano do druku 1988.09.21*

Przedmiotem pracy są lasery (InGa)(AsP)/InP. Przedstawiono w niej analizę zjawisk wpływających na straty wewnętrzne w tych laserach, opisano mechanizm ucieczki nośników z ich obszaru czynnego oraz wyjaśniono przyczyny silnej zależności prądu progowego od temperatury.

1. WPROWADZENIE

Niniejsza praca jest kontynuacją artykułu [1], w którym opisano podstawowe zjawiska wpływające na prąd progowy laserów złączowych (InGa)(AsP)/InP, tj. straty wewnętrzne, wzmocnienie lokalne i rekombinację powierzchniową. Przedstawiono też zależności umożliwiające wyznaczenie wartości powyższego prądu dla rozpatrywanej konstrukcji lasera.

Przedmiotem niniejszej pracy jest analiza zjawisk wpływających na straty wewnętrzne promieniowania, opis mechanizmu ponadbarierowej ucieczki nośników z obszaru czynnego, przedstawienie uproszczonego modelu lasera (InGa)(AsP)/InP oraz wyjaśnienie zależności prądu progowego od temperatury.

2. ANALIZA STRAT WEWNĘTRZNYCH PROMIENIOWANIA

Wewnętrzne straty promieniowania α_i poprzez progowe wzmocnienie lokalne (por. zależność (1) w [1]) określają progową koncentrację nośników mniejszościowych n_{th} w obszarze czynnym. Stąd więc, wyznaczając współczynnik strat wewnętrznych α_i można również obliczyć n_{th} za pomocą zależności:

$$g_{th} = a_g n_{th} - \alpha_o = 1/I_m (\alpha_i + \alpha_{end}) \quad (1)$$

gdzie a_g i α_0 — dane materiałowe, Γ_m — współczynnik wypełnienia, a α_{end} — współczynnik strat krawędziowych.

Dane eksperymentalne dotyczące strat wewnętrznych promieniowania w laserach (InGa)(AsP)/(InP) bardzo się między sobą różnią (np. [2, 3]) i zależą od konstrukcji lasera. Mozer i in. [4] przeprowadzili dokładną analizę tych strat, wyróżniając ich dwie główne składowe. Pierwszy rodzaj strat, słabo zależny od temperatury, związany jest z absorpcją na swobodnych nośnikach z udziałem stanów w ogonach pasm oraz poziomów domieszkowych. W przypadku nominalnie niedomieszkowanego obszaru czynnego w temperaturze pokojowej i dla typowej progowej koncentracji nośników $n_{th} = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, współczynnik strat promieniowania w wyniku tego mechanizmu wynosi około $60\text{--}80 \text{ cm}^{-1}$ i jest wprost proporcjonalny do koncentracji nośników swobodnych.

Drugim rozpatrywanym w pracy [4] procesem absorpcyjnym jest absorpcja wewnątrzpasmowa, głównie w wyniku przejść między walencyjnym pasmem odszczepionym (w wyniku oddziaływania spin — orbita) oraz pasmem dziur ciężkich. Ponieważ dla InP powyższe oddziaływanie powoduje przesunięcie pasma odszczepionego tylko o $0,11 \text{ eV}$ [5], podczas gdy dla $\text{Ga}_{0,28}\text{In}_{0,72}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$ przesunięcie to wynosi $0,26 \text{ eV}$ [6], stąd, dla tej samej koncentracji dziur, rozpatrywany tutaj proces absorpcyjny jest w obszarze czynnym mniej intensywny niż w warstwach ograniczających i jest obserwowany jedynie powyżej temperatury 250 K [4]. W warunkach identycznych z tymi, które były rozpatrywane w poprzednim paragrafie, odpowiadający mu współczynnik absorpcji wynosi około $40\text{--}70 \text{ cm}^{-1}$ i zależy silniej niż wprost proporcjonalnie od koncentracji nośników [4].

W temperaturze 300 K około 50% wstrzykniętych nośników bierze udział w rekombinacji Augera, a 30% jest niezbędnych do skompensowania absorpcji wewnątrzpasmowej [4].

3. PROGOWA KONCENTRACJA NOŚNIKÓW

Typowe wartości progowych koncentracji nośników w niedomieszkowanym obszarze czynnym laserów InGa AsP/InP podano w tabeli 1. Jak już poprzednio stwierdzono, wartości te są funkcją strat wewnętrznych, które z kolei zależą od konstrukcji lasera. Nie należy więc powyższych wartości traktować jako danych uniwersalnych. Inne wartości n_{th} można na przykład znaleźć w pracy [8] lub wyznaczyć na podstawie wykresów zamieszczonych w pracy [3].

Uproszczoną metodę wyznaczania n_{th} przedstawił Haug w pracy [9]. Rozpatrzył on wprawdzie laser idealny, w którym można zaniedbać wszystkie straty promieniowania. Wówczas warunek progowy przedstawia się następująco:

$$F_e - F_h = E_G \quad (2)$$

gdzie F_e i F_h są quasi-poziomymi Fermiego odpowiednio dla elektronów i dla dziur, a E_G jest szerokością przerwy energetycznej. Stosując aproksymację energii Fermiego za pomocą

Tabela 1
Temperaturowa zależność progowej koncentracji nośników
mniejszościowych n_{th} w obszarze czynnym laserów (InGa)
(AsP)/InP (obszar czynny wykonany z materiału niedomiesz-
kowanego)^{a)}

	$\lambda = 1,3 \mu\text{m}$	$\lambda = 1,55 \mu\text{m}$
T	n_{th}	n_{th}
K	10^{18} cm^{-3}	10^{18} cm^{-3}
100	0,26	0,17
150	0,50	0,36
200	0,85	0,57
250	1,23	0,78
300	1,54	1,00
350	1,87	1,25

a) na podstawie rys. 18 w pracy [7].

empirycznego wzoru Nilsona [10], otrzymujemy koncentrację nośników dla progu akcji laserowej w tym idealnym przypadku w postaci:

$$n_{th,id}(T) = n_{th,id}(300 \text{ K}) (T/300) \text{ K}^{3/2}, \text{ cm}^{-3}, \quad (3)$$

gdzie wartości parametru $n_{th,id}(300 \text{ K})$ podano w tabeli 2.

Tabela 2
Wartości progowych koncentracji nośników $n_{th,id}$ w temperaturze pokojowej dla idealnego lasera
(InGa)(AsP)/InP, tj. dla lasera bez strat promieniowania [11]

λ	μm	1,3	1,55	1,65
$n_{th,id}(300 \text{ K})$	10^{18} cm^{-3}	0,998	0,772	0,668

W przypadku realnym progowa koncentracja będzie większa z powodu konieczności skompensowania strat promieniowania [9]:

$$n_{th} = n_{th,id} \left(1 + \frac{A + C(n_{th,id})^2}{Bn_{th,id}} \right), \quad (4)$$

gdzie B jest współczynnikiem promienistej rekombinacji bimolekularnej, C jest współczynnikiem Augera, a A jest współczynnikiem uwzględniającym inne zjawiska wpływające na prąd progowy, głównie wewnętrzne straty optyczne związane z absorpcją promieniowania (patrz rozdział 2).

Zaletą tej metody jest to, że wymaga ona jedynie znajomości parametrów A , B i C przy czym zakłada się, że:

$$A = \text{const.} \quad (5)$$

$$B \sim T^{-3/2} \quad (6)$$

a temperaturową zależność C współczynnika C można dla $T \in \langle 200 \text{ K}, 400 \text{ K} \rangle$, na podstawie tabeli zamieszczonej w pracy [12] przedstawić w postaci:

$$C(T+\Delta T) = C(\Delta T) \left[1 + T \frac{3T^2 + 3T\Delta T + \Delta T^2}{T^3 + 3,12 \cdot 10^7} \right]. \quad (7)$$

Otrzymane tą metodą wartości n_{th} przewyższają te podane w tabeli 1.

4. PRĄDY UCIECZKI NOŚNIKÓW Z OBSZARU CZYNNEGO

Analizując ucieczkę nośników z obszaru czynnego należy odróżnić ucieczkę cieplną od wszystkich innych podobnych zjawisk. Na przykład w wyniku rekombinacji Augera pojawiają się w obszarze czynnym nośniki wysokoenergetyczne, tj. nośniki o energii wystarczającej do przekroczenia barier heterozłącz ograniczających ten obszar. Ten rodzaj strat został już jednak uwzględniony wcześniej w powyższej rekombinacji Augera.

Analiza ucieczki cieplnej wymaga znajomości dwóch parametrów: temperatury nośników ograniczonych w obszarze czynnym i wysokości barier ograniczających ten obszar. Dokładne badania [13] wykazały, że w przypadku laserów emitujących promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$, temperatura nośników jedynie nieznacznie przewyższa temperaturę sieci. Efekt ten jest jednakże znacznie wyraźniejszy w laserach emitujących promieniowanie o długości fali $1,55 \mu\text{m}$ [14].

Chin i in. [15] wyznaczyli wysokość barier dla heterozłącza $\text{InP}/\text{In}_{0,87}\text{Ga}_{0,13}\text{As}_{0,29}\text{P}_{0,81}$. W przypadku pasma przewodnictwa wynosiła ona $\Delta E_c = 160 \text{ meV}$, a w przypadku pasma walencyjnego — $\Delta E_v = 80 \text{ meV}$, czyli odpowiednio $(2/3)\Delta E_G$ i $(1/3)\Delta E_G$, gdzie przez ΔE_G oznaczono różnicę szerokości przerw energetycznych obu składowych heterostrukturek. W przypadku laserów emitujących promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$, czyli dla heterozłącza $\text{In}_{0,72}\text{Ga}_{0,28}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}/\text{InP}$, odpowiednie wysokości heterobarier będą równe [6]: $\Delta E_c = 270 \text{ meV}$ i $\Delta E_v = 130 \text{ meV}$. Nieco wyższe wartości podali Mozer i in. [4].

Obliczenia [4, 16] cieplnej ucieczki nośników z obszaru czynnego laserów na pasmo $1,3 \mu\text{m}$ w temperaturze pokojowej określiły udział jej składowej elektronowej w całkowitym prądzie płynącym przez laser na około 10%, podczas gdy udział składowej dziurowej był mniejszy od 1%. Znacznie wyższe wartości elektronowego prądu ucieczki, sięgające aż 30% całkowitego prądu, otrzymano eksperymentalnie [17—19]. Niekiedy obserwowano również znaczny dziurowy prąd ucieczki [20]. Powyższa rozbieżność jest prawdopodobnie spowodowana przez fakt, że znaczną część zmierzonych wartości prądu stanowiły prądy ucieczki gorących nośników, generowanych w wyniku rekombinacji Augera, które nie były uwzględniane w powyższych obliczeniach.

Prąd ucieczki rośnie gwałtownie w wyniku wzrostu temperatury powyżej 300 K, obniżenia wysokości barier heterozłącza oraz obniżenia koncentracji domieszek w ograniczających warstwach InP [21, 22].

5. UPROSZCZONY MODEL LASERA (InGa)(AsP)/InP

Botez [23] wyprowadził szereg przybliżonych zależności, słusznych dla laserów (InGa)(AsP)/InP w zakresie $1,1 \mu\text{m} < \lambda < 1,65 \mu\text{m}$. Wykorzystał on mianowicie fakt, że w tym zakresie praktycznie nie zmieniają swych wartości następujące dwa parametry:

$$A_1 = \lambda / (n_{RA}^2 - n_{RP}^2)^{1/2} \approx 0,95 \mu\text{m} \quad (8)$$

$$A_2 = (n_{RA} - n_{RP}) / \lambda^2 \approx 0,165 \mu\text{m}^{-2} \quad (9)$$

gdzie n_{RA} i n_{RP} są współczynnikami załamania materiałów odpowiednio obszaru czynnego i warstw ograniczających. Wówczas znormalizowaną grubość faliowodu D_r :

$$D_r = (2\pi/\lambda) d_A (n_{RA}^2 - n_{RP}^2)^{1/2}, \quad (10)$$

gdzie d_A — grubość warstwy czynnej, można przedstawić prostym wzorem:

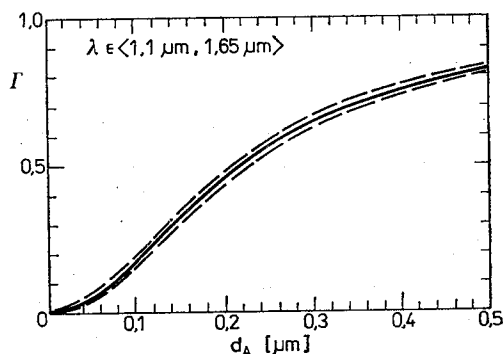
$$D_r \approx 6,614 d_A \quad (11)$$

w którym d_A należy przedstawić w mikronach. Przybliżenie to znakomicie upraszcza analizę zjawisk zachodzących w laserze złączowym, szczególnie analizę jego efektu faliowodowego w płaszczyźnie złącza p-n.

Zastosowanie powyższego przybliżenia do wzoru na współczynnik wypełnienia Γ wyprowadzonego w pracy [24] pozwala przedstawić go w następującej postaci:

$$\Gamma \approx 22d_A^2 / (1 + 22d_A^2) \quad (12)$$

gdzie d_A należy konsekwentnie podstawiać w mikronach. Zależność tę, wraz z zakresem popełnianego błędu, wykreślono na rys. 1.



Rys. 1. Współczynnik wypełnienia w laserach (InGa)(AsP)/InP w funkcji grubości obszaru czynnego obliczony przy wykorzystaniu wzoru (12). Linia przerywaną zaznaczono zakres błędów obliczeń [23]

Efektywny współczynnik załamania [25]:

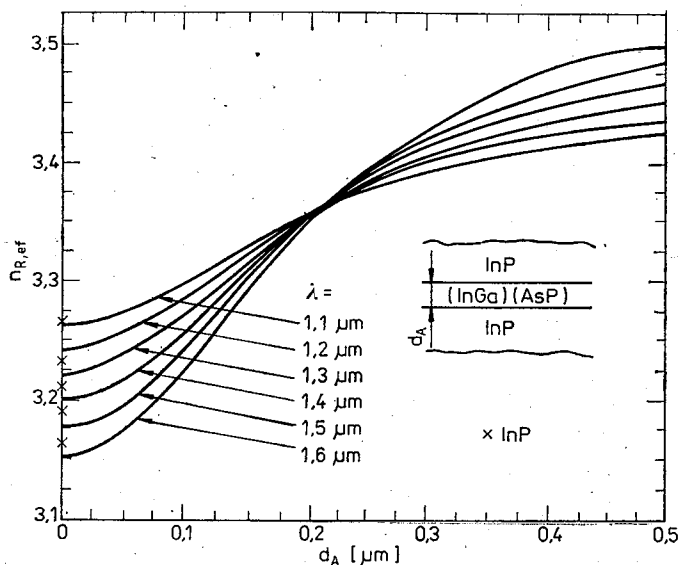
$$n_{R,ef} = [n_{RP}^2 + \Gamma(n_{RA}^2 - n_{RP}^2)]^{1/2} \quad (13)$$

można wówczas przybliżyć następującą zależnością [23]:

$$n_{R,ef} \approx 3,36 - 0,082\lambda^2 \frac{1 - 22d_A^2}{1 + 22d_A^2}, \quad (14)$$

w której λ i d_A wyrażono w mikronach. Zależność tę dla różnych wartości pokazano na rys. 2.

Promieniowanie emitowane z lasera złączowego podlega ugięciu na szczelinie, jaką stanowi warstwa czynna o grubości d_A , zwykle znacznie mniejszej od długości fali. Z tego



Rys. 2. Efektywny współczynnik załamania $n_{R,ef}$ w laserach (InGa)(AsP)/InP [wykreślony przy użyciu wzoru (14)] w funkcji grubości d_A obszaru czynnego dla różnych długości fali λ emitowanego promieniowania [23].

względem promieniowania to jest rozbieżne. Połówkowa szerokość $\Phi_{\perp}$ charakterystyki kierunkowej FWHP (*full-width at half power*) jest funkcją współczynników załamania n_{RA} i n_{RP} oraz znormalizowanej grubości D_r . Butler i Kressel [26] wyprowadzili przybliżony wzór na $\Phi_{\perp}$ słuszny dla $D_r < 2$ z dokładnością do 3%:

$$\Phi_{\perp} = \frac{0,65 D_r (n_{RA}^2 - n_{RP}^2)^{1/2}}{1 + 0,153 D_r^2 (1 + n_{RA} - n_{RP})} \quad (\text{radiany}). \quad (15)$$

Podstawiając (8), (9) i (11) do (15) otrzymujemy:

$$\Phi_{\perp} = \frac{4,5 \lambda d_A}{1 + 1,1 (6 + \lambda^2) d_A^2} \quad 0 < d_A < 0,3 \mu\text{m}. \quad (16)$$

Dla stosunkowo grubych obszarów czynnych, tj. dla $1,5 < D_r < 6$, należy przy wyznaczaniu $\Phi_{\perp}$ stosować zależność gaussowską [27]:

$$\Phi_{\perp} = 2 \arctan (0,59 \lambda / \pi w_0), \quad (17)$$

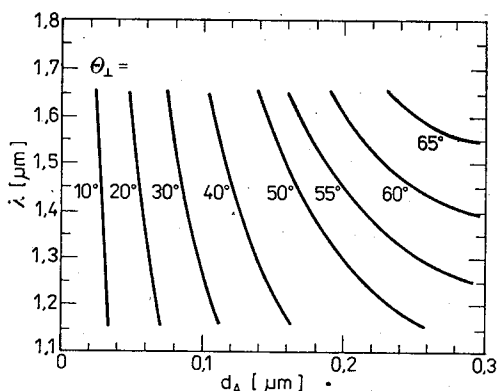
w której w_0 jest efektywnym przewężeniem wiązki promieniowania:

$$w_0 = d_A (0,31 + 3,15 / D_r^{3/2} + 2 / D_r^6) \quad (18)$$

Dla $D_r \geq 2$ ostatni wyraz we wzorze (18) można zaniedbać, a wówczas, stosując wzór (11), otrzymujemy:

$$\Phi_{\perp} = 2 \arctan [\lambda d_A^{1/2} / (1,6 d_A^{3/2} + 1)] \quad 0,3 \mu\text{m} < d_A < 0,9 \mu\text{m} \quad (19)$$

Zależność (16) wykorzystano do wykreślenia na rys. 3 połówkowej szerokości wiązki promieniowania $\Phi_{\perp}$ w funkcji grubości obszaru czynnego i długości fali promieniowania.



Rys. 3. Połówkowa szerokość $\theta_{\perp}$ wiązki promieniowania emitowanego przez laser (InGa)(AsP)/InP w funkcji grubości d_A obszaru czynnego i długości fali λ promieniowania [23]

Powyższa analiza umożliwiła również wyznaczenie optymalnej grubości obszaru czynnego d_{opt} , tj. takiej grubości, dla której prąd progowy jest najmniejszy. Można ją przedstawić następującym wzorem [23]:

$$d_{opt} \approx 0,21 [(\alpha_{out} + \alpha_{end}) / (\alpha_0 + \alpha_{fc} + \alpha_{end})]^{1/2}, \mu\text{m} \quad (20)$$

gdzie α_{end} , α_{out} i α_{fc} są współczynnikami odpowiednio strat krawędziowych, strat w warstwach ograniczających i strat w obszarze czynnym (głównie w wyniku absorpcji na swobodnych nośnikach), a α_0 jest (obok a_g) parametrem materiałowym w relacji łączącej wzmocnienie lokalne g z koncentracją nośników mniejszościowych n_m wstrzykniętych do obszaru czynnego:

$$g = a_g n_m - \alpha_0. \quad (21)$$

Oba te parametry przedstawiono dla laserów (InGa)(AsP)/InP w tabeli 3 w [1]. Zależność (20) wykreślono na rys. 4.

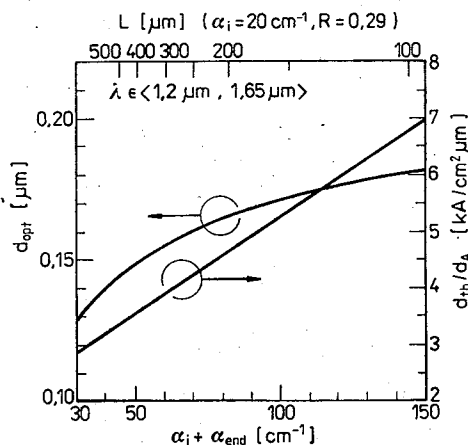
Jeśli laser o stosunkowo dużej grubości obszaru czynnego d_A cechuje się prądem progowym J_{th} , wówczas zastosowanie optymalnej grubości d_{opt} zmniejsza ten prąd do wartości:

$$J_{th, min} = 2J_{th}(d_{opt}/d_A). \quad (22)$$

Powyższe przybliżenia pozwoliły również sformułować przybliżoną zależność na gęstość prądu progowego opisywanych laserów w A/cm² w postaci:

$$j_{th} = 35(\alpha_0 + \alpha_{fc} + \alpha_{end}) + (1,6/d_A)(\alpha_{out} + \alpha_{end}) \quad (23)$$

wykreśloną następnie na rys. 4.



Rys. 4. Optymalna grubość d_{opt} obszaru czynnego lasera (InGa)(AsP)/InP z punktu widzenia jego minimalnego prądu progowego oraz znormalizowana gęstość prądu progowego j_{th}/d_A w funkcji sumy strat wewnętrznych (α_i) i krawędziowych (α_{end}) [23]. L — długość rezonatora, a R — współczynnik odbicia od jego zwierciadeł

6. ZALEŻNOŚĆ PRĄDU PROGOWEGO OD TEMPERATURY

Wzrost temperatury obszaru czynnego powoduje zwiększenie gęstości prądu progowego, wyrażonej w przypadku laserów (GaAs)/(AlGa)As zwykle empiryczną zależnością:

$$j_{th}(T+\Delta T) = j_{th}(T)\exp(\Delta T/T_0), \quad (24)$$

gdzie T_0 ma wymiar temperatury i jest charakterystycznym parametrem lasera.

Prąd progowy laserów (InGa)(AsP)/InP zależy od temperatury znacznie silniej niż to miało miejsce w przypadku laserów GaAs/(AlGa)As. W dodatku wartość parametru T_0 w zależności (24) nie jest wówczas stała. Wynosi ona mianowicie około 100 K dla T 240 K i maleje do około 60 K dla $T > 260$ K [28]. Wzrost temperatury do wartości powyżej 340 K powoduje dalsze malenie T_0 .

Sugerowano cały szereg mechanizmów dla wyjaśnienia powyższego efektu:

- I. niepromienistą rekombinację Augera [7, 12, 13, 29—34],
- II. ponadbarierową ucieczkę nośników do warstw ograniczających InP [13, 16—20, 22, 35—36],
- III. wewnętrzne straty optyczne spowodowane przez absorpcję wewnątrzprasmową [3, 37, 38]
- IV. niepromienistą rekombinację na defektach w obszarze czynnym oraz w płaszczynie heterozłącza [39—41].

Dokładna analiza powyższych zjawisk przeprowadzona przez Mozera i in. [4] pozwoliła zidentyfikować względny udział poszczególnych mechanizmów w sposób następujący:

1) w niskich temperaturach ($T \leq 250$ K) o wartości parametru T_0 decyduje temperaturowa zależność współczynnika rekombinacji bimolekularnej B i progowej koncentracji nośników mniejszościowych n_{th} ,

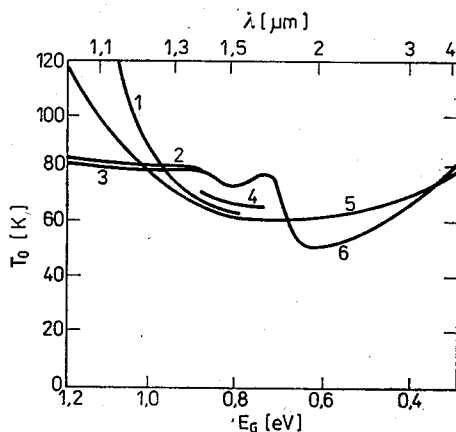
2) wzrost temperatury powyżej 250 K powoduje zmniejszenie wartości T_0 w wyniku strat związanych z niepromienistą rekombinacją Augera i absorpcją wewnątrzpasmową, które rosną wraz z temperaturą,

3) dalszy wzrost temperatury do wartości powyżej 340 K powoduje kolejne zmniejszanie T_0 spowodowane szybkim wzrostem udziału prądu ucieczki w całkowitym prądzie zasilania lasera.

W porównaniu z laserami emitującymi promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$, lasery na pasmo $1,55 \mu\text{m}$ wykazują niższe wartości parametru T_0 , ponieważ zarówno rekombinacje Augera, jak i absorpcja wewnątrzpasmowa stają się bardziej efektywne przy wzroście długości fali promieniowania.

Dokładny model teoretyczny laserów $\text{In}_{0,53}\text{Ga}_{0,47}\text{As}/\text{InP}$ opublikował Takeshima [42]. Otrzymane wyniki sugerują istotny w ich przypadku wpływ absorpcji z udziałem poziomów akceptorowych.

Porównania temperaturowych zależności prądów progowych różnych laserów emitujących promieniowanie o długości fali $1,3 \mu\text{m}$ i $1,55 \mu\text{m}$ dokonali Nelson i Dutta w teoretycznej pracy [34]. Otrzymane przez nich wartości parametru T_0 przy uwzględnieniu jedynie rekombinacji Augera dla zakresu temperatur między 300 K i 350 K zawierają się dla laserów na pasmo $1,3 \mu\text{m}$ między $T_0 = 49 \text{ K}$ w przypadku obszaru czynnego wykonanego z $[(\text{InGa})(\text{AsP})]$ a $T_0 = 92 \text{ K}$ $[(\text{InAl})\text{P}]$, a dla laserów na pasmo $1,55 \mu\text{m}$ — między $T_0 = 55 \text{ K}$ $[\text{Ga}(\text{AsSb})]$ i $(\text{InAl})\text{As}$ a $T_0 = 86 \text{ K}$ $[(\text{GaAl})\text{Sb}]$. Podobną analizę w szerokim zakresie długości fali przeprowadził Sugimura [43], a jej wyniki zestawiono na rys. 5.



Rys. 5. Temperatura charakterystyczna T_0 (por. zal. (24)) dla laserów wykonanych ze związków poczwórnych o stałej sieci dopasowanej do stałej sieci podłoża w temperaturze 300 K [43]. 1: $(\text{InGa})(\text{AsP})/\text{InP}$, 2: $(\text{AlGa})(\text{PSb})/\text{GaSb}$, 3: $(\text{AlGa})(\text{AsSb})/\text{GaSb}$, 4: $(\text{InGa})(\text{AsSb})/\text{InP}$, 5: $(\text{AlIn})(\text{AsSb})/\text{GaSb}$ i 6: $(\text{InGa})(\text{AsSb})/\text{GaSb}$

Spośród sposobów wpływania na wartość parametru T_0 w laserach $(\text{InGa})(\text{AsP})/\text{InP}$ szczególnie interesującym wydaje się wykorzystanie w tym celu naprężeń mechanicznych w obszarze czynnym. Badania Eliseeva i in. [44, 45] dowiodły mianowicie, że struktura tych laserów o idealnie dopasowanych stałych sieci w poszczególnych warstwach nie jest

strukturą optymalną. Poprzez optymalizację naprężeń w obszarze czynnym, wywołanych bądź przez odpowiednie niedopasowanie stałych sieci struktury, bądź przez oddziaływanie zewnętrzne, uzyskano znaczną poprawę charakterystyk laserów, tj. wzrost zewnętrznej różniczkowej sprawności kwantowej, obniżenie prądu progowego oraz wzrost parametru T_0 . Na przykład moc lasera zasilanego prądem 4 A, tj. prądem przekraczającym o 40% jego wartość progową, wzrosła 2,7 raza przy zwiększeniu stosowanego ciśnienia od $0,41 \cdot 10^8$ N/m² do $1,5 \cdot 10^9$ N/m². Należy jednakże pamiętać, że takie działanie przyspiesza równocześnie proces degradacji stopniowej [46].

PODSUMOWANIE

W niniejszej pracy starano się przybliżyć czytelnikowi problemy związane z wyznaczaniem prądu progowego laserów (InGa)(AsP)/InP, tj. przedstawiono analizę zjawisk wpływających na straty wewnętrzne w tych laserach, opisano mechanizm ponadbarierowej ucieczki nośników z obszaru czynnego, zaprezentowano uproszczony model tych laserów oraz wyjaśniono przyczyny silnej zależności ich prądu progowego od temperatury.

BIBLIOGRAFIA

1. W. Nakwaski: *Prąd progowy laserów (InGa)(AsP)/InP. I. Warunek progowy, wzmocnienie lokalne, rekombinacja powierzchniowa, wyznaczanie prądu progowego*. Rozprawy Elektrotechniczne 1989, t. 35, nr 2
2. A. R. Adams, M. Asada, Y. Suematsu, S. Arai: *The temperature dependence of the efficiency and threshold current of $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ lasers related to intervalence band absorption*. Jpn. J. Appl. Phys. 1980, vol. 19 L621—L624,
3. M. Asada, A. R. Adams, K. E. Stubkjaer, Y. Suematsu, Y. Itaya, S. Arai: *The temperature dependence of the threshold current of GaInAsP/InP DH lasers*, IEEE J. Quantum Electron. 1981, vol. QE-17, 611—619
4. A. P. Mozer, S. Hausser, M. H. Pilkuhn: *Quantitative evaluation of gain and losses in quaternary lasers*. IEEE J. Quantum Electron. 1985, vol. QE-21, 719—725
5. M. Yamaguchi, A. Yamamoto, S. Shinoyama, H. Sugiura: *Photoluminescence and infrared absorption studies of liquid encapsuled Czochralski-grown InP single crystals*. J. Appl. Phys., 1982, vol. 53, 633—638
6. H. C. Casey, Jr.: *Temperature dependence of the threshold current density in $\text{InP-Ga}_{0,28}\text{In}_{0,72}\text{As}_{0,6}\text{P}_{0,4}$ ($\lambda = 1,3 \mu\text{m}$) double heterostructure lasers*. J. Appl. Phys. 1984, vol. 56, 1959—1964
7. N. K. Dutta, R. J. Nelson: *The case for Auger recombination in $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$* . J. Appl. Phys. 1982 vol. 53, 74—92
8. K. Stubkjaer, M. Asada, S. Arai, Y. Suematsu: *Spontaneous recombination, gain and refractive index variation for $1,6 \mu\text{m}$ wavelength InGaAsP/InP lasers*. Jpn. J. Appl. Phys. 1981. vol. 20, 1499—1505
9. A. Haug: *Theory of the temperature dependence of the threshold current of an InGaAsP lasers*. IEEE J. Quantum Electron. 1985, vol. QE-21, 716—718
10. N. G. Nilsson: *Empirical approximations for the Fermi energy in a semiconductor with parabolic bands*. Appl. Phys. Lett. 1978, vol. 33, 653—654

11. A. Haug, H. Burkhard: *Temperature dependence of threshold current of $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ lasers with different compositions*. IEE Proceedings — J. Optoelectronics, 1987, vol. 134, 117—121
12. A. Haug: *Evidence of the importance of Auger recombination for InGaAsP lasers*. Electron. Lett., 1984, vol. 20, 85—86
13. A. Mozer, K. M. Romanek, W. Schmid, M. H. Pilkuhn: *Evidence for Auger and free-carrier losses in GaInAsP/InP lasers*. Spectroscopy of a short wavelength emission. Appl. Phys. Lett. 1982, vol. 41, 964—966
14. O. Wada, S. Yamakoshi, T. Sakurai: *Band-gap enhanced carrier heating in (InGa)(AsP)/InP double-heterostructure light-emitting diodes*. Appl. Phys. Lett., 1982, vol. 41, 981—983
15. R. Chin, N. Holonyak Jr., S. W. Kirchoefer, R. M. Kolbas, E. A. Rezek: *Determination of the valence-band discontinuity of InP — $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{P}_{1-z}\text{As}_z$ ($x \sim 0,13$, $z \sim 0,29$) by quantum-well luminescence*. Appl. Phys. Lett., 1979, vol. 34, 862—864
16. M. Yano, H. Imai, M. Takusagawa: *Analysis of electrical, threshold and temperature characteristics of InGaAsP/InP double-heterojunction lasers*. IEEE J. Quantum Electron. 1981, vol. QE-17, 1954—1963
17. S. Yamakoshi, T. Sanada, O. Wada, I. Umebu, T. Sakurai: *Direct observation of electron leakage in (InGa)(AsP)/InP double heterostructure*. Appl. Phys. Lett., 1982, vol. 40, 144—146
18. T. R. Chen, S. Margalit, U. Koren, K. L. Yu, L. C. Chiu, A. Hasson, A. Yariv: *Direct measurement of the carrier leakage in an InGaAsP/InP laser*. Appl. Phys. Lett., 1983, vol. 42, 1000—1002
19. T. R. Chen, B. Chang, L. C. Chiu, K. L. Yu, S. Margalit, A. Yariv: *Carrier leakage and temperature dependence of InGaAsP lasers*. Appl. Phys. Lett., 1983, vol. 43, 217—218
20. L. H. Chen, J. C. V. Mattos, F. C. Prince, N. B. Patel: *Spatially resolved observation of carrier leakage in $1,3 \mu\text{m}$ $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ lasers*. Appl. Phys. Lett., 1984, vol. 44, 520—522
21. G. D. Henshall, G. H. B. Thompson: *The temperature dependence of the threshold current in (GaIn)(AsP)/DH lasers: The second breaktemperature*. 8th IEEE Semiconductor Laser Conf., Ottawa Canada, Sept. 1982, paper 29, 84—85
22. L. C. Chiu, K. L. Yu, S. Margalit, T. R. Chen, U. Koren, A. Hasson, A. Yariv: *Field and hot carrier enhanced leakage in InGaAsP/InP heterojunctions*. IEEE J. Quantum Electron., 1983, vol. QE-19, 1335—1338
23. D. Botez: *InGaAsP/InP double-heterostructure lasers: Simple expressions for wave confinement, beamwidth, and threshold current over wide ranges in wavelength ($1,1$ — $1,65 \mu\text{m}$)*. IEEE J. Quantum Electron., 1981, vol. QE-17, 178—186
24. D. Botez: *Analytical approximation of the radiation confinement factor for the TE_0 mode of a double-heterojunction laser*. IEEE J. Quantum Electron., 1978, vol. QE-14, 230—232
25. W. Streifer, E. Kapon: *Application of the equivalent-index method to DH diode lasers*. Appl. Opt., 1979, vol. 18, 3724—3725
26. J. K. Butler, H. Kressel: *Design curves for double-heterojunction laser diodes*. RCA Review, 1977, vol. 38, 542—558
27. D. Botez, M. Ettenberg: *Beamwidth approximations for the fundamental mode in symmetric double-heterojunction lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1978, vol. QE-14, 827—830
28. Y. Horikoshi: *Temperature dependence of laser threshold current*, [w] GaInAsP Alloy Semiconductors. T. P. Pearsall, Ed. New York, Wiley Inc., 1982, 379—411
29. A. Sugimura: *Band-to-band Auger recombination effect on InGaAsP laser threshold*. IEEE J. Quantum Electron., 1981, vol. QE-17, 627—635
30. N. K. Dutta, R. J. Nelson: *Temperature dependence of the lasing characteristics of the $1,3 \mu\text{m}$ InGaAsP-InP and $\text{GaAs-Al}_{0,36}\text{Ga}_{0,64}\text{As}$ DH lasers*. IEEE J. Quantum Electron., 1982, vol. QE-18, 871—878
31. B. Sermage, H. J. Eichler, J. P. Heritage, R. J. Nelson, N. K. Dutta: *Photoexcited carrier lifetime and Auger recombination in $1,3 \mu\text{m}$ InGaAsP*. Appl. Phys. Lett., 1983, vol. 42, 259—261
32. A. Haug: *Auger recombination in InGaAsP*. Appl. Phys. Lett., 1983, vol. 42, 512—514

33. G. H. B. Thompson: *Temperature dependence of threshold current in (GaIn)(AsP) DH lasers at 1.3 and 1.5 μm wavelength.* IEE Proceedings — I, Solid-State and Electron Devices, 1981, vol. 128, 37—43
34. R. J. Nelson, N. K. Dutta: *Calculated Auger rates and temperature dependence of threshold for semiconductor lasers emitting at 1.3 and 1.55 μm .* J. Appl. Phys., 1983, vol. 54, 2923—2929
35. A. Mozer, K. M. Romanek, O. Hildebrand, W. Schmid, M. H. Pilkuhn: *Losses in (GaIn)As(P)/InP- and GaAlSb(As)/GaSb-lasers: The influence of the split-off valence band.* 8th IEEE International Semiconductor Laser Conf., Ottawa Canada, Sept. 1982
36. M. Yano, Y. Nishitani, K. I. Hori, M. Takusagawa: *Temperature characteristics of double-carrier-confinement (DCC) heterojunction InGaAsP ($\lambda = 1.3 \mu\text{m}$)/InP lasers.* IEEE J. Quantum Electron., 1983, vol. QE-19, 1319—1327
37. M. Asada, Y. Suematsu: *The effects of loss and nonradiative recombination on the temperature dependence of threshold current in 1.5—1.6 μm GaInAsP/InP lasers.* IEEE J. Quantum Electron., 1983, vol. QE-19, 917—923
38. M. Asada, A. R. Adams, K. E. Stubkjaer, Y. Suematsu, Y. Itaya, S. Arai: *The temperature dependence of the threshold current of GaInAsP/InP DH lasers.* IEEE J. Quantum Electron., 1981, vol. QE-17, 611—619
39. R. E. Nahory, M. A. Pollack, J. C. DeWinter: *Temperature dependence of InGaAsP double-heterostructure laser characteristics.* Electron. Lett., 1979, vol. 15, 695—696
40. M. Yano, H. Nishii, M. Takusagawa: *Influences of interfacial recombination on oscillation characteristics of InGaAsP/InP DH lasers.* IEEE J. Quantum Electron., 1980, vol. QE-16, 661—667
41. C. H. Henry, B. F. Levine, R. A. Logan, C. G. Bethea: *Minority carrier lifetime and luminescence efficiency of 1.3 μm InGaAsP-InP double heterostructure layers.* IEEE J. Quantum Electron., 1983, vol. QE-19, 905—912
42. M. Takeshima: *Theory of thermal behavior of laser operation in $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$.* J. Appl. Phys., 1984, vol. 56, 49—56
43. A. Sugimura: *Band-to-band Auger recombination in III—V alloy semiconductor, lasers.* Inst. Phys. Conf. Ser., No 63: Chapter 10, Int. Symp. GaAs and Related Compounds. Japan, 1981, 491—496
44. P. G. Eliseev, B. N. Sverdlov, I. Ismailov, N. Shokhudzhaev: *An effect of anisotropic deformation on radiative properties of GaInAsP/InP injection lasers. I. Lasing threshold, polarization and Watt/Amper characteristics.* Kvantovaya Elektronika, 1986, vol. 13, 1603—1609
45. P. G. Eliseev, B. N. Sverdlov, I. Ismailov, N. Shokhudzhaev: *An effect of anisotropic deformation on radiative properties of GaInAsP/InP injection lasers. II. Spectral characteristics and discussion.* Kvantovaya Elektronika, 1986, vol. 13, 1610—1616
46. B. Mroziejewicz, M. Bugajski, W. Nakwaski: *Lasery Półprzewodnikowe.* Warszawa: PWN, 1985, Rozdział 9

W. NAKWASKI

THRESHOLD CURRENT OF (InGa)(AsP)/InP JUNCTION LASERS.

II. INTERNAL LOSSES, THRESHOLD CARRIER CONCENTRATION, LEAKAGE CURRENTS, SIMPLIFIED MODEL, TEMPERATURE DEPENDENCE OF THRESHOLD CURRENT

Summary

(InGa)(AsP)/InP laser diodes are considered. An analysis of phenomena influencing their internal losses, the mechanism of carrier leakage from an active area and the explanation of strong temperature dependence of a threshold current, are presented.

W. NAKWASKI

COURANT DE SEUIL DES LASERS CONJUGUÉS (InGa)(AsP)/InP
II. PERTES INTERNES, DENSITÉ DE SEUIL DES PORTEURS, COURANTS DE FUITE,
DÉPENDENCE DU COURANT DE SEUIL DE LA TEMPÉRATURE

Résumé

Les lasers (InGa)(AsP)/InP sont l'objet de l'étude. On y a présenté l'analyse des phénomènes influant sur pertes internes, se produisant dans ces lasers, on a décrit le mécanisme de la fuite des porteurs de leur l'espace actif et on a expliqué les causes d'une forte dépendance du courant de seuil de la température.

W. NAKWASKI

SCHWELLENSTROM DER (InGa)(AsP)/InP-LASERDIODEN
TEIL II: INNE VERLUSTE, SCHWELLENKONZENTRATION DER LADUNGSTRÄGER,
FLUCHTSTROME, VEREINFACHTES MODELL, TEMPERATURABHÄNGIGKEIT DES
SCHWELLENSTROMS

Zusammenfassung

(InGa)(AsP)/InP-Laserdioden sind Gegenstand dieses Artikels. Analysiert wurden Erscheinungen, die die inneren Verluste in diesen Lasern beeinflussen, der Fluchtmechanismus von Ladungsträgern aus ihrem aktiven Raum wurde beschrieben, und die Ursachen der starken Temperaturabhängigkeit des Schwellenstromes geklärt.

В. НАКВАСКИ

Пороговый ток лазерных диодов на основе (InGa)(AsP)/InP
Часть 2. Внутренние потери, пороговая концентрация носителей,
токи утечки, упрощенная модель, температурная зависимость
порогового тока

Резюме

Представлен анализ явлений, в лазерных диодах на основе (InGa)(AsP)/InP оказывающих влияние на внутренние потери, описан механизм утечки носителей из активной области, а также выяснены причины сильной температурной зависимости порогового тока.



Indium phosphide microwave devices for millimeter — waves

JERZY KLAMKA

Instytut Technologii Elektronowej (Warszawa)

Received 1988.02.03

Authorized 1988.08.31

Physical properties of indium phosphide are presented and compared with those of gallium arsenide. The advantages of the former material and the possibility of its application in manufacturing microwave devices, especially, these for millimeter wavelength range, are shown. Special attention is paid to InP based Gunn diodes for which the operating frequency range can be twice as large as that for GaAs diodes. The applicability of indium phosphide in the manufacture of avalanche diodes, MESFET transistors and other modern microwave devices is described. The information presented in the paper shows the present state-of-the-art in this field.

1. INTRODUCTION

Indium phosphide can be considered the third most important semiconductor material for microwave applications (after silicon and gallium arsenide). Since 1970, InP has been under development and is considered to be a promising material for further improvement of the performance of devices.

Electronic properties of indium phosphide are very similar to those of GaAs and, therefore, it can be used for the same types of microwave devices now made of GaAs (particularly Gunn diodes, IMPATT diodes, FET's). There are some fundamental differences, however, which indicate that InP devices will have a superior performance at millimeter wavelengths[1].

InP devices are expected to play the most important role in low noise oscillators, low noise amplifiers and medium power transmitters. Indium phosphide can also conduce, essentially, to the development of smaller, more efficient and more frequency-stable equipment. [2,3].

2. PHYSICAL PROPERTIES OF INDIUM PHOSPHIDE

Indium phosphide, as well as gallium arsenide, are semiconductor materials belonging to the A^3B^5 group. Similarly to GaAs, indium phosphide exhibits the effect of negative differential mobility. This phenomenon appears more intensely than in the case of

gallium arsenide which can be seen from the curves $V = f(E)$ shown in Fig. 1. Thus, InP is especially useful in the manufacture of transferred electron devices (TED).

The main parameters of both these semiconductors are presented in Table 1. These parameters are discussed in the further part of this paper with reference to various microwave semiconductor devices in which indium phosphide is used. Basing on this discussion, the advantages of InP as compared to GaAs in the case of its application in Gunn diodes, IMPATT diodes and field effect transistors are displayed.

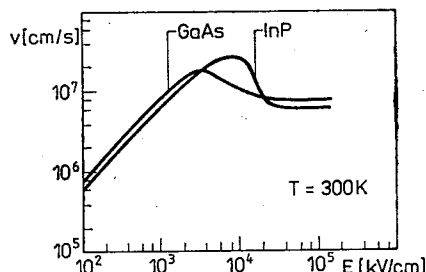


Fig. 1. Electron velocity vs field characteristics for InP and GaAs [27]

Similarly to gallium arsenide, indium phosphide can have a great resistivity (Table 1) and, therefore, it is very useful as a semi-insulating material for the construction of monolithic microwave integrated circuits.

Manufacturing procedures with the use of indium phosphide are very difficult because of the properties of this material, e.g. its high vapour pressure (about 21 atmospheres at the melting point). For this reason, InP monocrystals are not obtained by methods used for GaAs but are obtained from a stoichiometric alloy or by means the synthesis process[7]. Similarly to GaAs, InP is fragile and hard. This gives rise to some difficulties in its treatment and, further, in the manufacture of devices made of this semiconductor material. The basic material for the construction of microwave devices is obtained in the form of epitaxial layers. The layer growth takes place on the n-type InP monocrystal substrate. Various epitaxial methods like vapour phase epitaxial techniques [8,9,10], liquid phase epitaxy [11,12,13,14], or growth by metallorganic chemical vapour deposition [15], can be successfully applied here.

Indium phosphide is a typical material for the manufacture of microwave semiconductor devices. Its physical properties make it particularly useful for the construction of devices designed for the millimeter-wave range. Up to now, the best results have been reached in the field of Gunn diodes. The investigations on the construction of other microwave devices like IMPATT diodes and field effect transistors are still at the initial stage of development.

The results of up-to-date achievements in the construction of the above mentioned devices, of particular interest to many laboratories over the world, is presented in the following part of this paper.

3. GUNN DIODES

There is a growing need for solid-state, low-noise, local oscillator modules for the whole millimeter-wave frequency range. Up to now, this need has been partially satisfied by the GaAs Gunn oscillators at frequencies below 100 GHz. However, the low output power and the low efficiency of the latter type of devices limit their application. Therefore, a demand appears for higher efficiency, higher output power and higher frequency Gunn oscillators. Theoretical studies of the transferred electron effect in A^3B^5 semicon-

Table 1

Comparison of semiconductor properties [1, 4, 5, 6, 7]

Property	Units	GaAs	InP
Low field mobility (450 K)	cm^2/Vs	5000	3000
Peak (threshold velocity) (450 K)	cm/s	$1.2 \cdot 10^7$	$1.9 \cdot 10^7$
Peak-to-valley ratio (450 K)	—	2.4	4
Saturated drift velocity (450 K)	cm/s	$5 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^6$
Threshold field	kV/cm	3.5	10.5
Energy relaxation time	ps	6	3
Inertial energy time constant	ps	1.48	0.75
Diffusion coefficient at field above threshold	cm^2/s	142	72
Energy gap (300 K)	eV	1.43	1.43
Thermal conductivity (300 K)	$\text{W/cm}^2\text{C}$	0.44	0.68
Resistivity of intrinsic semiconductor	$\Omega \cdot \text{cm}$	10^8	$2 \cdot 10^6$
Dielectric constant	—	11.5	12
Breakdown field at $N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$	kV/cm	400	500
Melting point	$^{\circ}\text{C}$	1238	1058
Vapour pressure at melting point	Tr	740	$1.6 \cdot 10^4$
Thermal expansion coefficient	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	$5.8 \cdot 10^{-6}$	$4.6 \cdot 10^{-6}$

ductors lead to the conclusion that indium phosphide can provide the sought-for improvement of Gunn diode oscillators [8].

Table 1 lists the properties of InP and GaAs, considered important for Gunn-effect microwave and millimeter-wave devices. Except the mobility, higher in gallium arsenide, all other characteristics are definitely in favour of the application of indium phosphide for operation in the Gunn effect mode. The shorter time constants as related to the electron energy transfer effects allow InP Gunn devices to operate in a much higher frequency range. Thus, InP is particularly useful for millimeter-wave Gunn devices. In addition, the higher peak-to-valley ratio of indium phosphides (Fig. 1) promises better a conversion efficiency and, hence, higher power levels [5,15,16].

High efficiency operation is very important for obtaining both good RF power and high reliability. The use of indium phosphide for operation in the Gunn effect mode at millimeter-wave frequencies has been expected to be very efficient with proper device design and manufacture. The essential characteristic, necessary to obtain a high efficiency

is the relatively high peak-to-valley ratio of the electron velocity as a function of applied electric field. This ratio is significantly higher for InP than in GaAs [15,17].

With increased temperature the peak-to-valley ratio is generally reduced and, in consequence, the diode efficiency is reduced. The heating of GaAs significantly reduces the peak-to-valley ratio while heating of InP reduces both velocities by nearly the same constant, thus, preserving the peak-to-valley ratio. The electron transfer in InP is much less temperature sensible owing to the large Γ -L energy separation. A detailed analysis shows that in InP the efficiency falls less rapidly with temperature and the operating temperatures are as high as 225°C [1,4].

Because of their high efficiency, InP Gunn oscillators (diodes) provide higher power than GaAs homologues. Other InP properties as compared with those of GaAs allowing for a higher power output are: higher threshold field, higher electric breakdown field and higher thermal conductivity.

The internal dynamics of electron transfer show that indium phosphide should operate up to frequencies twice as high as those of gallium arsenide, thus, providing higher output power levels at a given frequency. This is owed to the shorter time constant responsible for the central valley dynamics. Table 1 shows that the values of these time constants for InP are twice smaller than those for GaAs. Thus leads to the conclusion that InP Gunn diodes should be about twice as fast as GaAs devices. Thus increased rate is directly related to the three times higher threshold field in InP. This, the frequency limit is approximately 200 GHz for InP Gunn diodes as compared with about 100 GHz for GaAs devices [8,4].

Another parameter of InP which is much better than for GaAs is the electron diffusion coefficient $D(E)$. Noise in Gunn devices is proportional to $D(E)/\mu(E)$, where $\mu(E)$ is the negative differential mobility. It is proven that the characteristics of polar scattering and inter-valley scattering at fields above the threshold value lead to a low diffusion coefficient in InP. Consequently, lower noise is an inherent property of InP because of its higher threshold field. Figure 2 shows that above the threshold value the

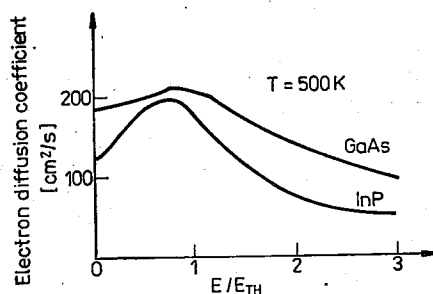


Fig. 2. Hot electron diffusion coefficient for GaAs and InP as a function of normalized electric field (E_{TH} — threshold field) [1]

diffusion coefficient decreases with an increasing field strength. The lower diffusion coefficient of InP, as compared with GaAs, reduces the noise and, for a device of equivalent design, InP noise determined experimentally is 6 dB less than for GaAs. Calculations

based on optimum uniform field profiles show that InP noise is generally 4 to 6 dB lower than that for GaAs [1,2,4,5].

Devices with InP structure have a higher impedance at a given output power. The significantly higher peak velocity in InP leads to dimensional advantages in the actual device lengths. It permits to increase the active layer length and to reduce the capacitance of a Gunn diode. InP allows also to obtain a significantly higher negative resistance than for an equivalent n - l GaAs device. It is, therefore, possible to use larger devices with large power capacity with the same matching structures and achieve higher output powers at a given frequency. The design of millimeter-wave oscillator circuits with high impedance InP Gunn diodes is significantly simplified. The importance of the higher impedance becomes more significant as the frequency increases [1,3,5,18].

The higher threshold field in InP which proved so advantageous for low noise and the upper frequency limit is the most important drawback of InP for low frequency devices, due to the greatly increased power dissipation in the thicker active layers preventing CW operation. At higher frequencies, the active region length for InP is twice that of GaAs which is a technological advantage in the manufacture of millimeter-wave devices.

The manufacture of high efficiency, low noise millimeter-wave InP Gunn devices requires an optimization of the active layer doping profile, of the device geometry and above all, of cathode contacts while striving for good thermal design, metallurgical stability and device reliability. Most scientists agree that the important variations of GaAs and InP devices originate in the cathode contact region. The observation of high efficiencies for certain contact conditions complemented by computer simulations, show that the ohmic contacts allowed for a „*dead space*” to exist near the cathode. This region is necessary for electrons to gain kinetic energy before scattering to the low mobility states and can reach 3 to 4 μm for a 10- μm device, significantly reducing the efficiency [3,4].

The hot electrons must be generated at the cathode. This process should be as fast as possible. Therefore, contacts other than n^+ -on- n should be used, for which the field increases only gradually with distance. The best solution for this purpose would be a cathode contact incorporating, somehow, a potential drop accelerating the electrons rapidly to the satellite valley energy [6].

Two classes of cathode structure have been shown to give the required characteristics: a current limiting Schottky-barrier which is, in principle, simple but suffers from a rather limited range of operating temperature and a composite cathode structure comprising a high-field zone outside a thin n^+ region. This two-zone cathode is more complex in concept and construction, but can give a favourable operating temperature range of -50 to $+150^\circ\text{C}$. These cathodes give additional advantages over n^+ contacts. The drop of efficiency at low doping densities is less severe, the direct current is reduced, generally, by a factor of 3, and the oscillation modes do not lead to intense anode electric fields. The first two features lead to high efficiency in low-power-density devices and the third greatly eases the voltage-breakdown problem [19].

The two-zone cathode was developed for InP devices. This cathode reflects a structure comprising a thin n^+ region next to the n -type active layer with an outer high-field zone such as a low doped n -type layer with a Schottky-barrier contact [3,20]. The basic struc-

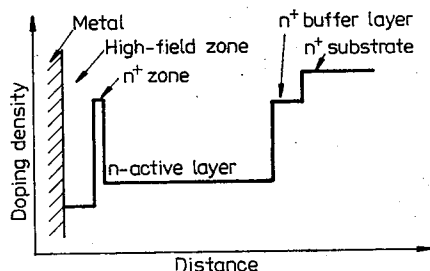


Fig. 3. Doping profile sketch for a device with two-zone cathode

ture of a device of this kind is represented in Fig. 3. Electrons accelerated to a high kinetic energy in the high-field zone retain a substantial fraction of this energy while crossing the n^+ region, provided that the n^+ region is thin enough (thickness $\leq 0.3 \mu\text{m}$). Thus, hot electrons are injected effectively into the active region, reducing the cathode dead space. This means that the entire active region of the diode has a negative conductivity. The two-zone structure is not required for GaAs Gunn devices because the „dead space” is considerably smaller [2,3,20].

Other factors which are essential for generating maximum CW power and assuring maximum efficiency are the thermal resistance and the resistive loss in the substrate. Both of them should be as low as possible.

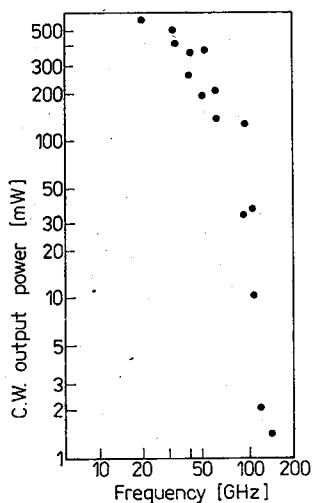


Fig. 4. State-of-the-art power levels for InP Gunn diodes [4, 8, 11, 12, 17, 22]

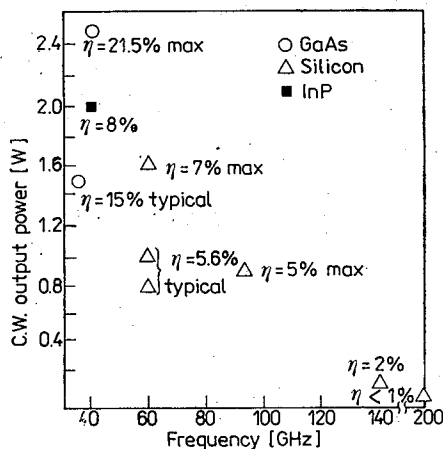


Fig. 5. Examples of power levels for Si, GaAs and InP IMPATT diodes [23]

The state-of-the-art of InP Gunn oscillators is summarized in Fig. 4. The power levels which are achieved with these InP devices are of an order of magnitude higher than those obtained about ten years ago [21]. Recent progress in InP Gunn diodes extends the applicability of devices beyond 100 GHz. Oscillators with InP Gunn devices can give more than 250 mW of C.W. power with conversion efficiency up to 10% at 56 GHz and more than 100 mW with efficiency up to 4.5% at 94 GHz [17].

The practical results presented, support the theoretically expected advantage of InP over GaAs as a material for millimeter-wave transferred electron oscillator. However, these results also show that, below 40 GHz, the two materials are broadly similar in performance as TED's. The thermal constraints resulting from indium phosphide's high threshold field limit the output power of Gunn diodes and render difficult to obtain C.W. operation below 30 GHz [8].

The real profit of low noise, high performance InP Gunn diodes becomes more obvious as operating frequencies are increased to 140 GHz and above where no other semiconductor devices with similar performance characteristics for low noise applications are available [4].

The ultimate potential of InP Gunn devices will be further explored by continuing the research in such areas as: material technology, two-zone cathode refinement, improvement thermal resistance (using diamond heat sink). As the devices and circuit technology improves one can expect 100–200 GHz InP Gunn oscillators for practical applications.

4. IMPATT DIODES

From among the many solid state active devices developed or are under development, the two most commonly used millimeter-wave systems are the IMPATT and Gunn diodes. These two-terminal devices are usually operated in the fundamental frequency mode. With their higher power output than Gunn diodes, IMPATT diodes are generally used as transmitters. Since Gunn diodes have a much lower noise than IMPATTs, they are frequently used as local oscillators for receivers up to 94 GHz [22].

Silicon and gallium arsenide are both used in the manufacture of avalanche diodes. Silicon IMPATT diodes have a much better frequency performance and reliability than GaAs devices. However, more recent research and development of GaAs and InP IMPATTs has led to performances that challenge the role of silicon avalanche diodes, showing that the potentially higher efficiency of both GaAs and InP may lead to the preference of their use as power sources in solid state transmitters (Fig. 5) [23].

A higher conversion efficiency should be obtained from InP IMPATT diodes than from GaAs devices owing to improved velocity-field characteristics (higher peak-to-valley ratio in InP and wider range of fields over which the region of negative differential mobility extends) and a narrower avalanche zone for a more coherent pulse because of the difficulty in ionizing electrons in *n*-type InP [1].

A higher output power should be obtained from InP IMPATT diodes because of their higher operating voltage as compared to GaAs devices. This higher operating voltage is owed to a higher breakdown voltage which is a direct evidence of a higher peak field and a wider depletion layer (Fig. 6). Additional factors responsible for a higher output power are higher efficiency and higher thermal conductivity of InP.

InP IMPATTs can operate in a higher frequency range than GaAs devices. That is possible because of the following reasons: higher drift velocity, lower diffusivity of carriers, faster inter-valley scattering and shorter avalanche response time (faster avalanche process in InP than in GaAs) [1].

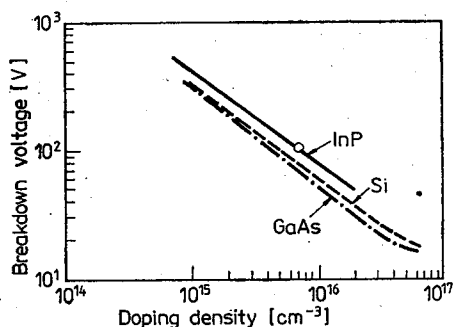


Fig. 6. Breakdown voltages for InP, Si, GaAs [1]

InP IMPATT devices made a very recent entry into the microwave power source competition. The potential of InP as a semiconductor material for avalanche diodes was evaluated by manufacturing single drift structures p^+-n-n^+ by ion implantation of doping agents into n -type epitaxial layers. Ion beam implantation of selected dopants is a very effective way of achieving highly doped layers [1,23].

Molecular Beam Epitaxy (MBE) is becoming an important technique for the growth of IMPATT diodes with vertical dimensions having a resolution of tenths of microns. MBE growth allows for an abrupt transition of doping levels to be achieved. For millimeter-wave IMPATTs, especially, where a Read structure is desired, the abrupt transition between doping levels can allow for a very accurate dimensioning of the avalanche and drift zones.

An alternative system of manufacture assuring a larger output may be Metall-Organic Chemical Vapour Phase Deposition (MOCVD) where the growth process resembles that of regular chemical vapour phase growth techniques.

Techniques for growing InP IMPATT diodes by MBE or MOCVD can provide a very favourable alternative to the less accurate ion implantation methods [23].

InP IMPATTs are under development and show very promising preliminary results at the lower millimeter-wave frequencies. The manufacturing techniques of the InP are not as mature as either those of GaAs or silicon. As the technology of InP devices progresses, improved results from InP IMPATT diodes are expected. Currently, the performance range from 9.5 W at 32 GHz with 10.6% efficiency to about 2.5 W at 40 GHz and 5.7% efficiency are reached. These results have been achieved for 500 ns pulses at a 1-percent duty cycle. Finally, an efficiency of over 15% at 60 GHz is expected from properly designed InP IMPATT diodes. The best C.W. performance obtained was 2.0 W at 40 GHz and 8% efficiency [23].

5. FIELD EFFECT TRANSISTORS

Experimental work on InP field effect transistors is carried out in a number of laboratories. Indium phosphide shows some fundamental differences which suggest that the material will produce MESFETs with superior performance over GaAs devices (Table 1). The primary advantage results from the high peak electron drift velocity. It is shown

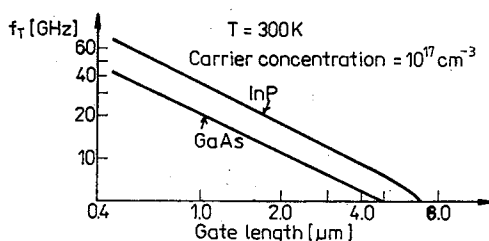


Fig. 7. Current gain cut-off frequency versus gate length for GaAs and InP [24]

that the frequency for a unity gain f_T for InP MESFET should be by about 48% higher than for GaAs devices, having gate lengths of 1 μm (Fig. 7). The f_T advantages are recorded experimentally but the advantages that were theoretically predicted initially for the gain and noise figure are not displayed due to non-optimum material characteristics (buffer layer and substrate quality problems) and low barrier characteristics of Schottky barrier gates to InP [1,19,24,25].

Due to the low Schottky-barrier high of metals on n -type InP, the conventional MESFET structure is not feasible and, consequently, various alternative structures have been investigated. Among these, the junction FET (JFET) is under investigation. It can be an attractive device for power application as InP has a high thermal conductivity and high breakdown field. For instance, Fig. 8 shows the structure of JFET. These transistors

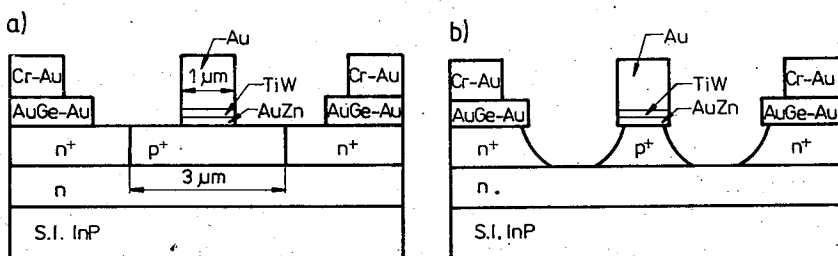


Fig. 8. InP JFET cross section (a) before Cl_2 plasma etching (b) after Cl_2 plasma etching [26]

have a planar structure with channel and gate regions formed by a selective silicon and beryllium implantation, respectively. The nominal channel thickness and doping are 0.2 μm and 10^{17} cm^{-3} and the gate length is approximately 2 μm . The source-to-drain ohmic contact spacing is 5.0 μm . The JFET has eight parallel fingers of 75 μm width each, resulting in a total device gate width of 600 μm . The typical value of transconductance is 50 mS/mm, while f_T and f_{max} are 10 GHz and 22 GHz respectively.

Using simple FET theory, it can be concluded that scaling the device to 1 μm gate length should result in an f_T of about 22 GHz. This value is comparable or better than those obtained for GaAs MESFET [26].

Another example of the construction of JFET is shown in Fig. 9. It is p -column field effect transistor, which have been fabricated in semi-insulating (S.I.) InP utilizing an all-implanted planar technology. A periodic array of p^+ columns implanted through an n -type channel layer is used to form the active region. Current flows from source to drain through the n -type channels which are modulated from both sides by the depletion reg-

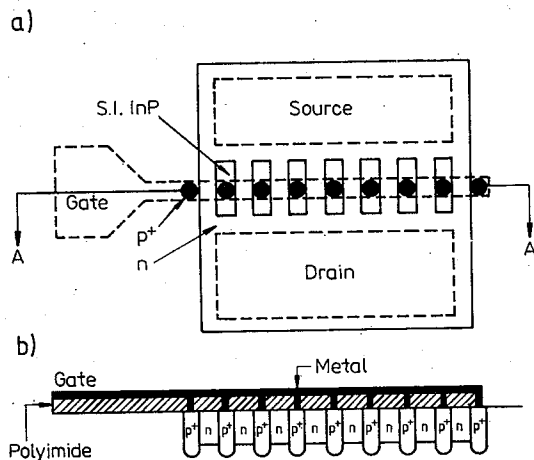


Fig. 9. Schematic of *p*-column JFET; (a) top view; (b) gate cross section A-A [28]

ions extending laterally from p^+ columns. This lateral pinch-off technique may avoid channel-substrate interface effects (such as traps) which can affect the electrical characteristics of conventional JFET's (as in Fig. 8) and MESFET's. The devices with nominal $1.7 \mu\text{m}$ implanted *p*-column gate exhibit a unity-power-gain frequency f_{max} as high as 16 GHz and the transconductance about 75 mS/mm gate widths. The results attained in these *p*-column devices indicate that InP FET's of this type should have higher cutoff frequencies than similar devices fabricated in GaAs. The authors of the construction of these devices are currently working on self — aligned contacting techniques in order to realize transistors with *p*-columns $< 1 \mu\text{m}$ in diameter which should results in better performance characteristics [28].

The design and fabrication of JFET transistors with low saturation current and high transconductance are studing in many laboratories. As is known the MESFET is not practical in InP due to low barrier height and therefore, high gate — leakage current. The metal insulator semiconductor FET (MISFET) on the InP substrate suffers from a high density of surface states, which causes drift in drain current and degradation of transconductance, requiring further study. The junction FET has none of above problems [29].

Recently, lattice matched to InP heteroepitaxial technology and its application for devices have been developed. As an example InGaAs junction field-effect-transistors are fabricated with MOCVD-grown *n*-InGaAs and semi-insulating co-implanted p^+ self-aligned gate. The device showed a transconductance of 245 mS/mm at zero gate bias for a gate length of $0.5 \mu\text{m}$ and cutoff frequency as high as 78 GHz. These results indicate that more development of monolithic technologies, integrating InP, GaAs and their related compounds on the same chip is promising [30, 31].

Indium phosphide has great promise not only for high-frequency, high power microwave applications. The availability of semiinsulating InP substrates and the capability of growing e.g. InGaAsP epitaxial layers on InP make it very attractive for integrated circuits for optoelectronic and high speed applications [32].

REFERENCES

1. F. B. Fank, J. D. Crowley and J. J. Bernez: *InP material and device development for mm-waves*. Microwave J., June, 86—91, 1979
2. J. J. Gallagher: *InP: a promising material for EHF semiconductors*. Microwaves, February, 77—84, 1982
3. F. A. Myers: *Efficient InP Gunn diodes shrink paser requirements*. Microwaves, May, 80—85, 1980
4. L. Wandering: *MM-wave InP Gunn devices: status and trends*. Microwave J., March, 71—78, 1981
5. F. B. Fank: *Indium phosphide mm-wave devices and components*. Varian Associates, Technical Paper Reprint.
6. H. Kroemer: *Hot electron relaxation effects in devices*, Solid St. Electronics, 21, 61—67, 1978
7. W. Münch: *Technologie der Galliumarsenid-Bauelemente*. Springer Verlag, Berlin, 3—15, 1969
8. I. G. Eddison, I. Davies and D. M. Brookbenks: *Indium phosphide proves itself for millimeter applications*. MSN February, 91—96, 1982
9. F. B. Fank: *InP emerges as near-ideal material for prototype millimeter-wave devices*. MSN February, 59—72, 1982
10. J. J. Sowers, B. A. Janis, J. D. Crowley and F. B. Fank: *InP Gunn oscillators in V-band*. Electron. Lett., 17, 708—709, 1981
11. K. H. Yen and J. J. Berenz: *High-efficiency millimeter-wave InP TEOs made by liquid phase epitaxy*. Electron. Lett., 18, 171—172, 1982
12. M. A. Di Forte-Poisson C. Bryliński, G. Calmer, D. Osselin, S. Hersee, J. P. Duchemin, F. Azan, D. Lechevallier and J. Lacombe: *High-power high-efficiency LP-MOCVD InP Gunn diodes for 94 GHz*. Electron. Lett., 20, 1061—1062, 1984
13. E. Kuphal and D. Fritzsche: *LPE growth of high purity InP and N-and P-In_{0.53}Ga_{0.47}As*. J. Electronic Materials, 12, 743—763, 1983
14. M. Armand, D. V. Bui, J. Chevrier and N. T. Linh: *Transistor à effet de champ InP pour l'amplification de puissance en hyperfréquence*. Revue Technique, Thompson-CSF 16, 47—98, 1984
15. M. A. Di Forte-Poisson, G. Colmer, C. Bryliński, J. P. Duchemin, F. Azan and J. Lacombe: *High power, high efficiency LP MOCVD InP Gunn diodes for 94 GHz*. Proc. EuMC Paris, 177—182, 1985
16. H. J. Kunno: *Solid state millimeter-wave power sources and combiners*, Microwave J., June, 21—34, 1981
17. F. B. Fank, J. D. Crowley, M. C. Buswell, C. Hang, P. H. Wolfert, D. Tringali and L. Y. Ching: *High efficiency InP millimeter-wave oscillators and amplifiers*, Proc. EuMC Liege, 575—580, 1984
18. D. R. Brambley and D. C. Smith: *A high efficiency InP transferred electron devices for high peak power, high mean power sources in J-band*. Proc. EuMC Amsterdam, 480—485, 1981
19. H. D. Rees and K. W. Gray, *Indium phosphide: a semiconductor for microwave devices*. Solid-State and Electron. Dev., 1, 1—8, 1976
20. K. W. Gray, J. E. Pattison, H. D. Rees, B. A. Prew, R. C. Clarke and L. D. Irving: *InP microwave oscillators with 2-zone cathodes*. Electron. Lett., 11, 402—403, 1975
21. J. Kłamka: *Fosferek indy — nowy półprzewodnik dla przyrządów mikrofalowych*. Rozprawy Elektrotechniczne, 23, 863—870, 1977
22. R. S. Ying: *Mm solid state transmitter sources come of age*. MSN October, 91—99, 1982
23. G. R. Thoren: *Millimeter-wave IMPATT technology offers alternatives for higher performance*. MSN September, 109—121, 1983
24. R. S. Pengelly: *Microwave field-effect-transistors-theory, design and application*. John Wiley and Sons, 439—465, 1982
25. B. Fank: *InP devices: where do we stand today*. MSN, April/May, 91—94, 1976

26. W. Kruppa and J.B. Boss: *Small-signal characteristics of InP junction FET's*. IEEE Electron Dev. Lett., EDL 8, 223—225, 1987
27. H. W. Thim: *Active microwave semiconductor devices*. Proc. Eu MC Montreux, 1—15, 1974
28. J.D. Woodhouse and J.P. Donnelly: *Fully implanted p-column InP field-effect transistor*. IEEE Trans. Electron Dev., EDL-7, 387—389, 1986
29. K.W. Wang, C.L. Cheng, J. Long and D. Mitcham: *High performance InGaAs junction field-effect transistor with P/Be co-implanted gate*. IEEE Electron Device Lett., 9, 205—207, 1988
30. S. J. Kim, K.W. Wang, G.P. Vella-Coleiro, J.W. Lutze, Y. Ota and G. Guth: *A low power high-speed ion-implanted JFET for InP-based monolithic optoelectronic IC's*. IEEE Electron Device Lett., EDL-8, 518—520, 1987
31. K. Asano, K. Kasahara, and T. Itoh: *GaAs MESFET's fabricated on InP substrates*. IEEE Electron Device Lett., EDL-8, 289—330, 1987
32. S.G. Liu, T. Bibby, S.Y. Narayan and C.W. Mage: *Electrical properties of n-and-p-type InP layers formed in semi-insulating InP by ion implantation and thermal anneal*. RCA Review, 47, December, 536—550, 1986

J. KLAMKA

MIKROFALOWE PRZYRZĄDY Z FOSFORUKU INDU NA ZAKRES FAL MILIMETROWYCH

Streszczenie

W artykule przedstawiono fizyczne właściwości fosforuku indu w porównaniu z właściwościami arsenku galu. Wykazano jego zalety i przydatność do wytwarzania przyrządów mikrofalowych, a zwłaszcza pracujących w zakresie fal milimetrowych. Szczególną uwagę poświęcono diodom Gunna wytwarzanym z InP, których zakres częstotliwości pracy może być dwukrotnie większy niż diod wykonanych z GaAs. Ponadto omówiono możliwości zastosowania fosforuku indu do wytwarzania diod lawinowych, tranzystorów MESFET a także innych, nowoczesnych przyrządów mikrofalowych. Podane informacje obrazują światowy stan osiągnięć w omawianym temacie.

J. KLAMKA

LES COMPOSANTS MICROONDES DE PHOSPHURE D'INDIUM DANS LE NIVEAU DES ONDES MILLIMÉTRIQUES

Résumé

Dans l'article on a présenté les propriétés physiques de phosphure d'indium en les comparant aux propriétés d'arséniure de gallium. On a démontré les bonnes caractéristiques de ce dernier et son utilité pour la production des composants microondes spécialement de ceux qui travaillent dans le niveau des ondes millimétriques. On a porté surtout attention aux diodes à effet de Gunn, faites de phosphure d'indium, pour lesquelles l'étendue de fréquence du travail peut atteindre la valeur deux fois plus grande que pour les diodes faites d'arséniure de gallium. En outre, on a présenté dans l'article l'utilisation de phosphure d'indium pour la production des diodes à avalanche, des transistors MESFET et d'autres dispositifs microondes modernes. Les informations données présentent l'état mondial acquis dans le domaine ci-dessus présenté.

J. KLAMKA

MIKROWELLENBAUELEMENTE AUS INDIUMPHOSPHID FÜR DEN LÄNGENBEREICH DER MILLIMETERWELLEN

Zusammenfassung

Im Artikel wurden die physikalischen Eigenschaften von Indiumphosphid im Vergleich mit den Eigenschaften von Galiumarsenid dargestellt. Man hat seine Vorteile und die Nutzbarkeit für die Herstellung der Mikrowellenbauelemente nachgewiesen, und besonders derjenigen, die im Längenbereich der Millimeterwellen arbeiten. Besondere Aufmerksamkeit wurde den Gunn-Dioden aus InP geschenkt, deren Arbeitsfrequenzbereich zweimal so hoch, als der Dioden aus GaAs sein kann. Man hat ausserdem die Anwendungsmöglichkeiten von Indiumphosphid für die Herstellung der Lavinendioden, der MESFET-Transistoren und auch anderer modernen Mikrowellenbauelemente geschildert. Die angegebenen Informationen stellen das Weltniveau der Leistungen im erwogenen Themenbereich dar.

Е. КЛЯМКА

МИКРОВОЛНОВЫЕ ПРИБОРЫ ИЗ ФОСФИДА ИНДИЯ, РАБОТАЮЩИЕ В ДИАПАЗОНЕ МИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН

Резюме

Представлены физические свойства фосфида индия в сравнении со свойствами арсенида галлия. Указаны его преимущества и годность для производства микроволновых приборов, а особенно приборов работающих в диапазоне миллиметровых волн. Особое внимание посвящено диодам Ганна изготавливаемым из InP, которых диапазон частоты работы может быть вдвое больше, чем диодов сделанных из GaAs. Кроме того, определены возможности применения фосфида индия для производства лавинных диодов, МОП-транзисторов, а также других современных микроволновых приборов. Приведенные информации являются достижениями в мировом масштабе.



Realizacja rezystancji w filtrach scalonych MOS*

JAN MULAŁKA, ZBIGNIEW SOPOREK

Instytut Podstaw Elektroniki, Politechnika Warszawska

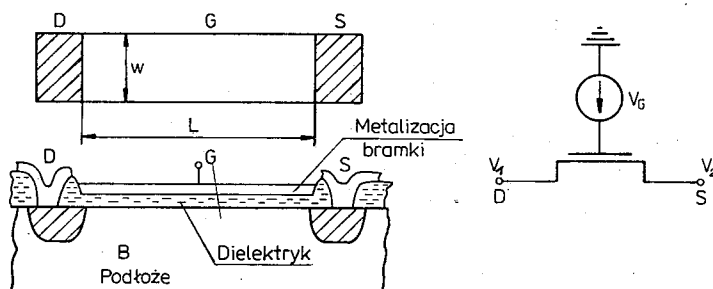
Otrzymano 1987.05.15

Autoryzowano do druku 1988.09.14

W pracy przedstawiono metody realizacji rezystancji z zastosowaniem jedynie tranzystorów MOS. Rozważono różne sposoby likwidacji nieliniowości takiego rozwiązania, stosując między innymi metodę pracy różnicowej, metodę obwodów zrównoważonych oraz układowe symulacje rezystancji. Następnie dokonano przeglądu układowych symulacji rezystancji omawiając kolejno struktury dwutranzystorowe, struktury trzytranzystorowe, rozbudowane struktury a także rezystor transkonduktorowy MOS. Pokazano, że omawiane struktury mogą być wykorzystane jako rezystory o zmiennych wartościach w filtrach scalonych, aktywnych RC oraz quasi-SC, przestrajanych elektronicznie.

1. WSTĘP

W ostatnich latach nastąpił szybki postęp w wytwarzaniu układów scalonych, szczególnie w technologii układów MOS wielkiej skali integracji (LSI) i bardzo wielkiej skali integracji (VLSI). Technologia układów MOS-VLSI stała się wiodącą technologią wytwa-



Rys. 1. Tranzystor MOS: widok z góry, przekrój, symbol z oznaczeniami polaryzacji

rzania cyfrowych układów scalonych przede wszystkim dzięki możliwości dużego upakowania. Bramki cyfrowe MOS charakteryzują się poza tym bardzo małą mocą strat w porównaniu z układami scalonymi bipolarnymi. Jednocześnie z szybkim rozwojem

* Praca wykonana była częściowo w ramach Centralnego Programu Badań Podstawowych nr 02.14.

układów VLSI pojawiły się nowe koncepcje w dziedzinie układów analogowych. Jedną z takich koncepcji usiłuje dostosować tradycyjne filtry aktywne RC do całkowitego scalenia w technologii MOS [1–7], inna natomiast wykorzystuje tzw. układy quasi-SC [8, 11]. Do realizacji wymienionych układów wymagane są rezystory, które wykonane w technologii MOS nie odznaczają się jednak korzystnymi właściwościami. Przykładowo rezystory polisilikonowe i dyfuzyjne są mocno zależne od temperatury, a rozrzuty ich wartości sięgają 20%. Poza tym nie umożliwiają one zmian rezystancji w trakcie pracy. Błędy wartości tych rezystorów powodują błędy stałych czasowych filtru scalonego sięgające nawet 100%. Ogólnie można stwierdzić, że obecnie stosowane technologie MOS nie umożliwiają wykonania liniowego rezystora o stałej, żądanej wartości z dobrą dokładnością.

W wielu realizacjach szukano alternatywnych rozwiązań stosując elementy, w których zmiany ich parametrów kompensowałyby zmiany temperatury i rozrzuty technologiczne. Jako elementy wykorzystano żyratory ze zmienną pojemnością, zmienne elementy transkonduktancyjne i specjalne wzmacniacze operacyjne. Wspólną wadą tych rozwiązań jest stosowanie niestandardowych technologii wymagających specyficznego podejścia projektowego.

Literatura na poruszany tu temat obejmuje ostatnio wiele pozycji. W niniejszej pracy omówione będą niektóre ważniejsze struktury do symulacji rezystancji na bazie tranzystorów MOS oraz podane będą przykłady układów, które wykorzystują takie rezystory.

2. TRANZYSTOR MOS JAKO REZYSTOR

Rozpatrzmy tranzystor MOS przedstawiony na rys. 1. Tranzystor ten pracuje jako rezystor w zakresie nienasycenia charakterystyki prądu drenu w funkcji napięcia dren-źródło. W zakresie tym prąd drenu [9] wyraża się przybliżonym wzorem

$$I_D = K \left[(V_{GS} - V_T) V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right], \quad (1)$$

gdzie

$$K = C'_{ox} \mu^* \frac{w}{L}$$

C'_{ox} — pojemność bramka-kanal na jednostkę powierzchni, μ^* — efektywna ruchliwość nośników w kanale, w — szerokość kanału, L — długość kanału, V_T — napięcie progowe. Równanie (1) można uprościć, doprowadzając je do postaci

$$I_D \cong K(V_{GS} - V_T) V_{DS}. \quad (2)$$

Stąd otrzymujemy

$$R = \frac{V_{DS}}{I_D} = \frac{1}{K(V_{GS} - V_T)} = \frac{1}{C'_{ox} \mu^* (V_{GS} - V_T)} \cdot \frac{L}{w} = R_s \frac{L}{w}, \quad (3)$$

gdzie

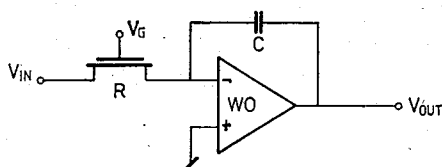
$$R_s = \frac{\alpha}{V_{GS} - V_T} \quad (4)$$

oraz

$$\alpha = \frac{1}{C'_{ox}\mu^*}$$

jest parametrem technologicznym. Osiągane obecnie wartości parametru α zawierają się w granicach 30 kΩV—100 kΩV. Tolerancje technologiczne i zmiany temperatury powodują zmiany α do około 20%. Zauważmy, że aby zwiększyć rezystancję, należy zmniejszyć napięcie sterujące $V_{GS} - V_T$ poprzez zmianę V_{GS} w kierunku V_T .

Ogólnie, w dopuszczalnym zakresie napięć V_{DS} wyraz kwadratowy we wzorze (1) jest znaczący i nie da się zastosować przybliżenia (2). Dla przykładu rozważmy integrator przedstawiony na rys. 2. W integratorze tym zamiast rezystora zastosowano tranzystor



Rys. 2. Integrator z tranzystorem MOS

MOS o rezystancji małosygnałowej R . Równanie na prąd drenu tego tranzystora można rozwinąć w szereg Taylora [1]

$$I_D = K[a_1(V_1 - V_2) + a_2(V_1^2 - V_2^2) + a_3(V_1^3 - V_2^3) + \dots] \quad (5)$$

gdzie V_1, V_2 — napięcia na wyprowadzeniach drenu, źródła względem masy, natomiast $a_1, a_2, a_3 \dots$ — współczynniki rozwinięcia.

Dla przykładowych danych $V_2 = 0$ V, $V_1 = 1$ V, $V_G - V_T = 2$ V, $\mu^*C'_{ox}w/L = 10$ $\mu\text{A}/\text{V}^2$ i $V_B = -5$ V w pracy [1] oszacowano wpływ poszczególnych składników w rozwinięciu (5). Pierwszy składnik rozwinięcia wynosił 20 μA , drugi natomiast 6 μA , trzeci $3 \cdot 10^{-3}$ μA , czwarty $-2 \cdot 10^{-3}$ μA , itd. Widać stąd, że zasadniczą przyczyną nieliniowości jest składnik drugiego rzędu w równaniu (5). Przy założeniu idealności wzmacniacza w układzie z rys. 2 rezystancja małosygnałowa R wynosi w tym przypadku $1/Ka_1$, natomiast napięcie wyjściowe wyraża się wzorem

$$V_{OUT} = -\frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t V_{IN} dt' - \frac{K}{C} \int_{-\infty}^t (a_2 V_{IN}^2 + a_3 V_{IN}^3 + \dots) dt'. \quad (6)$$

Pierwszy wyraz we wzorze (6) reprezentuje idealną odpowiedź integratora z rys. 2, jeśli użyty jest klasyczny rezystor o wartości R . Natomiast drugi wyraz reprezentuje błąd wynikający z nieliniowości tranzystora MOS. Przy warunkach pracy, jak podano powyżej, oraz dla $V_{IN} = 2$ Vpp całkowite zniekształcenia harmoniczne (THD) spowodowane nieliniowościami tranzystora MOS wynosiły 7.5%. Chcąc uzyskać całkowite zniekształcenia harmoniczne mniejsze niż 1% należy użyć napięcia V_{IN} mniejszego niż 250 mV. Gdyby jednak wyeliminować nieliniowości rzędu drugiego (składnik $a_2 V_{IN}^2$ z równania (6)), to pozostałe wyrazy wniosłyby tylko całkowite zniekształcenie harmoniczne $\text{THD} = 0.03\%$

dla napięcia wejściowego $V_{IN} = 2 V_{pp}$. Wynika stąd wniosek, że usunięcie nieliniowości symulowanego rezystora MOS polega w praktyce na usunięciu z równania na prąd drenu tranzystora MOS składnika drugiego rzędu.

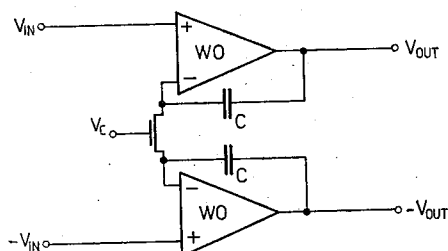
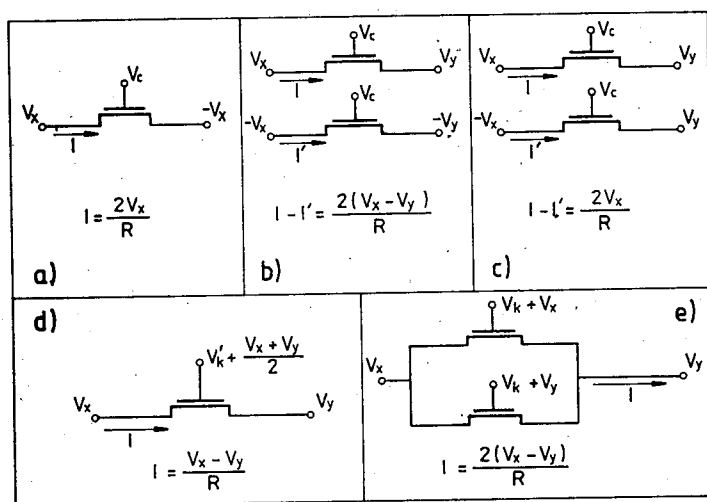
3. METODY LIKWIDACJI NIELINIOWOŚCI W UKŁADACH DO SYMULACJI REZYSTANCJI

Przedstawione w literaturze metody eliminacji nieliniowości z równania na prąd drenu tranzystora MOS polegają bądź to na takim sterowaniu napięciem bramki tranzystora, że składnik rzędu drugiego nie występuje we wzorze na prąd drenu, bądź też na odpowiednim połączeniu wyprowadzeń tranzystora z pewnym podukładem zawierającym jeden lub kilka tranzystorów MOS. Możliwa jest też kombinacja tych dwóch metod. Pewną klasę typowych rozwiązań układowych do symulacji rezystora MOS przedstawiono w tabl. 1. Podane rozwiązania można podzielić na trzy grupy, które zostaną teraz szerzej omówione.

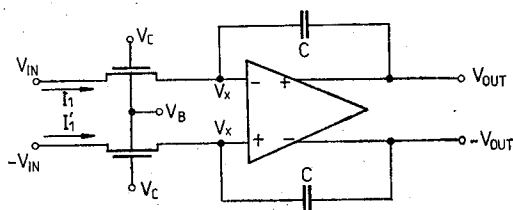
Pierwsza grupa jest reprezentowana w tabl. 1 za pomocą rozwiązania (a). W podejściu

Tablica 1

Układowe realizacje rezystora MOS



Rys. 3. Integrator różnicowy



Rys. 4. Integrator zrównoważony

tym wykorzystuje się metodę pracy różnicowej. Na rys. 3 pokazano realizację tego typu rezystora wykorzystaną do budowy integratora [7]. Zastosowanie jednak tej metody jest ograniczone ze względu na niestandardową technikę realizacji integratora i utrzymywanie wejść „+” wzmacniaczy operacyjnych na poziomie napięcia wejściowego, a nie na poziomie masy. Napięcie wyjściowe V_{OUT} otrzymywane z integratora względem masy nie jest więc całkowaniem klasycznym przebiegu wejściowego, lecz całkowaniem powiększonym o napięcie wejściowe. Z wymienionych względów zastosowanie tej metody w praktyce wydaje się być obecnie ograniczone.

Druga grupa rozwiązań wykorzystuje metodę obwodów całkowicie zrównoważonych. Polega ona na budowaniu układu z bloków standardowych, z których każdy posiada zlinearyzowaną charakterystykę. Przykładem takiego standardowego bloku może być integrator zrównoważony przedstawiony na rys. 4, który realizuje rozwiązanie (c) z tabl. 1.

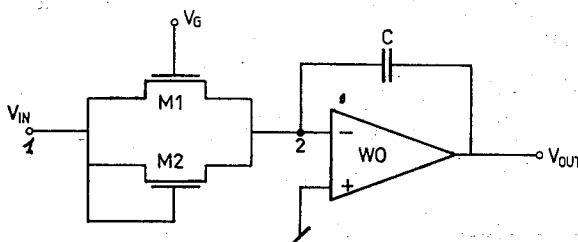
Integrator ten zawiera wzmacniacz operacyjny o dwóch wyjściach symetrycznych względem masy (V_{OUT} , $-V_{OUT}$), dwa identyczne kondensatory i dwa tranzystory MOS o takich samych charakterystykach. Przy założeniu, że wzmacniacz operacyjny ma nieskończone wzmocnienie i zerowe napięcie niezrównoważenia można uznać, że napięcia na jego wejściach są takie same. W pracy [3] wykazano, że każde z wyjść jest oddzielnie zlinearyzowane — w tym sensie, że sygnał wyjściowy nie zawiera zniekształceń nieliniowych drugiego rzędu. Integrator posiada więc jedno zrównoważone wejście i jedno zrównoważone wyjście. Nie ma więc w tym układzie operacji na różnicy dwóch arbitralnych sygnałów, co miało miejsce w poprzednim rozwiązaniu.

W trzeciej grupie rozwiązań wykorzystuje się metodę linearyzacji polegającą na tworzeniu kombinacji tranzystorów MOS dających liniowy, przestrajany napięciem układ symulujący rezystor MOS. Efektem użycia tej metody są pewne struktury zwane przestrajanymi rezystorami MOS, które zostaną bardziej szczegółowo omówione w następnym punkcie.

4. REALIZACJE PRZESTRAJANYCH REZYSTORÓW MOS

4.1. STRUKTURA DWUTRANZYSTOROWA

Rozważmy przestrajany rezystor MOS zaczerpnięty z pracy [4]. Rezystor ten wykorzystamy do realizacji integratora przedstawionego na rys. 5. W układzie tym prądy drenów tranzystorów M1 oraz M2 wyrażają się wzorem (1).



Rys. 5. Integrator zawierający strukturę dwutranzystorową

Z powyższego schematu dla tranzystora M1 mamy $V_{GS} = V_G$, natomiast dla tranzystora M2: $V_{GS} = V_{12}$. W stanie nienasycenia spełnione powinny być nierówności

$$V_G + |V_T| > V_{12} \quad (7)$$

$$V_{12} + |V_T| > V_{12}, \quad (8)$$

Korzystając z wyrażenia (1), można napisać następujące równania

$$I_{D1} = K \left[(V_G - V_T) V_{12} - \frac{V_{12}^2}{2} \right] \quad (9)$$

$$I_{D2} = K \left[(V_{12} - V_T) V_{12} - \frac{V_{12}^2}{2} \right] \quad (10)$$

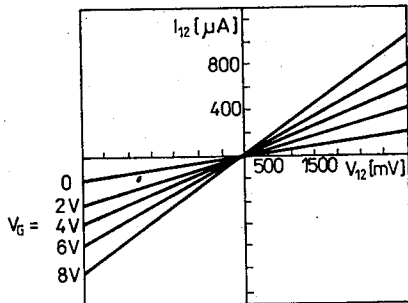
oraz

$$I_{12} = I_{D1} + I_{D2} = K(V_G - 2V_T)V_{12}. \quad (11)$$

Widzimy, że w ostatnim wzorze ulega redukcji kwadrat napięcia V_{12} , rezystancja wypadkowa wynosi

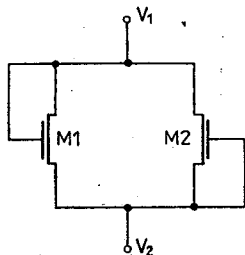
$$R = \frac{1}{K(V_G - 2V_T)}. \quad (12)$$

Aby wykazać praktyczną przydatność omawianego układu rezystor ten został zrealizowany z przyrządów NMOS z wbudowanym kanałem ($V_T < 0$). Charakterystyki statyczne rezystora przedstawione zostały na rys. 6. Na liniowość takiego rezystora



Rys. 6. Charakterystyka rezystora MOS; $I_{12}:1 \text{ dz} = 200 \mu\text{A}$; $V_{12}:1 \text{ dz} = 500 \text{ mV}$

wpływ ma przede wszystkim modulacja napięcia progowego napięciem V_{BS} . Ze zmianą potencjału źródła tranzystora zmienia się napięcie V_{BS} a co za tym idzie wielkość ładunku w obszarze zubożonym przyległym do kanału, co pociąga za sobą zmiany napięcia V_T .



Rys. 7. Schemat rezystora z dwoma tranzystorami MOS

Inną przyczyną nieliniowości jest zależność efektywnej ruchliwości μ^* od potencjału bramki. Przyczyny te sprawiają, że rezystor wykazuje pewne nieliniowości, które powodują zniekształcenia obrabianego sygnału.

Inna struktura dwutranzystorowa rezystora MOS przedstawiona jest na rys. 7. Jak wykazuje analiza teoretyczna przeprowadzona w pracy [2] dla zmniejszenia efektu modulacji napięcia progowego napięciem podłoża należy odpowiednio dobrać stosunki współczynników K tranzystorów $M1$, $M2$. Jeśli napięcie $V_1 \geq 0$ oraz $V_2 = 0$ V, wówczas stosunek tych współczynników powinien być równy

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{m} - 1 \quad (13)$$

gdzie

$$m = 1 + \frac{v}{2\sqrt{\Phi + V_B}} \quad (14)$$

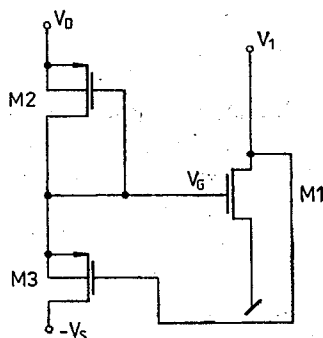
v , Φ — parametry technologiczne.

Jeśli zaś V_1 ma składową stałą równą zero i $V_2 = 0$ V, wówczas najkorzystniej jest dobrać $K_1 = K_2$.

Dla przykładu wzmacniacz zbudowany z wykorzystaniem wzmacniacza operacyjnego i omawianych tu rezystorów miał całkowite zniekształcenia nieliniowe mniejsze niż 0.4% dla napięcia wyjściowego 10 V_{pp} oraz mniejsze niż 0.03% dla napięcia wyjściowego 5 V_{pp}.

4.2. STRUKTURA TRZYTRANZYSTOROWA

Rozważmy teraz strukturę rezystora uziemionego przestrzajanego jak na rys. 8 [2]. W rozwiązaniu tym tranzystor $M1$ jest typu NMOS i pracuje w obszarze nienasycenia, natomiast tranzystory $M2$ i $M3$ są tranzystorami PMOS, wzbogacanymi ($V_T < 0$ V)



Rys. 8. Przestrzajany rezystor MOS uziemiony

pracującymi w nasyceniu. Ich połączenie zapewnia takie sterowanie tranzystora $M1$, jakie prezentuje punkt (d) z tabl. 1

$$V_G = \frac{V_D}{2} + \frac{V_1 + V_2}{2} \quad (15)$$

Napięciem sterującym V_C jest w tym przypadku napięcie V_D . Równanie powyższe jest spełnione, jeśli przyjmiemy, że współczynnik $m = 1$ oraz $V_{T2} = V_{T3} = V_{TP}$. Jeśli zaś $m > 1$, wówczas napięcie sterujące wyraża się wzorem

$$V_C = (1 - m/2)V_D + (m - 1)|V_{TP}|. \quad (16)$$

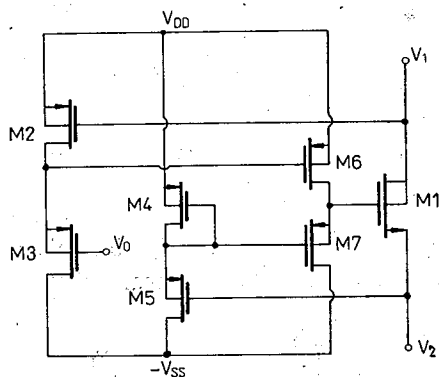
Dobór współczynników K tranzystorów M2, M3 powinien być wtedy następujący

$$\frac{K_2}{K_3} = \left(\frac{2 - m}{m} \right)^2. \quad (17)$$

Rezystor ten charakteryzuje się małymi nieliniowościami. Dla napięcia wejściowego mniejszego niż $V_D/2$ nieliniowość rezystora była mniejsza niż 1.5%, natomiast w przypadku gdy napięcie wejściowe było mniejsze niż $V_D/2$ i większe od 0 V wówczas nieliniowość była mniejsza od 0.3%.

4.3. ROZBUDOWANA STRUKTURA DO SYMULACJI REZYSTANCJI

Zajmiemy się teraz rezystorem przestrajającym nieuziemiałym (rys. 9) [2] działającym na podobnej zasadzie co rezystor uziemiały rozważony w poprzednim punkcie. W rozwiązaniu tym jako rezystor pracuje tranzystor M1. Sygnał zwrotny z wyprowadzeń tego



Rys. 9. Rozbudowana struktura MOS

tranzystora otrzymywany jest poprzez układy tranzystorów M5-M4-M7 oraz M2-M3-M6. Sterowania rezystancją dokonuje się za pomocą napięcia V_0 . Aby zminimalizować błąd modulacji V_T , należy dobrać współczynnik K odpowiednich tranzystorów następująco

$$\sqrt{\frac{K_2}{K_3}} = \frac{1}{1 + \sqrt{K_4/K_5}} = \frac{m}{2}. \quad (18)$$

Załóżmy, że $m = 1$ i współczynniki K dobrane są zgodnie ze wzorem (18) oraz $K_6 = K_7$. Przyjmijmy także, że napięcia progowe wszystkich tranzystorów są równe V_T . Wówczas symulowany jest opór

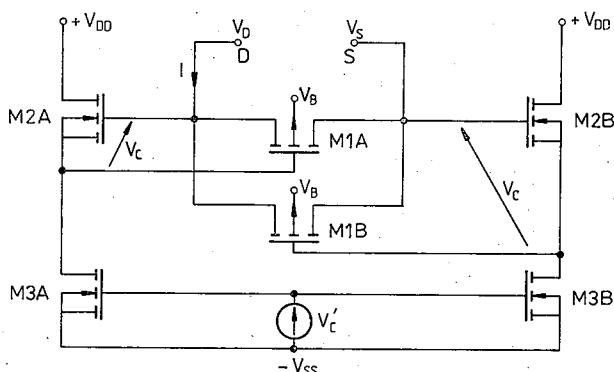
$$R = 1/[K_1(V_{DD} - V_0 - V_T/2)] \quad (19)$$

w zakresie napięć $2V_0 > V_1 + V_2 > -4V_{ss} + V_0$. Błąd nieliniowości tego rezystora sięga kilku % i silnie zależy od $V_1 + V_2$.

Inny rozbudowany układ do symulacji rezystancji omówiony został w pracy [3]. Schemat tego rezystora pokazany jest na rys. 10. Rozwiązanie to jest realizacją punktu (e) z tabl. 1. Układy tranzystorów M2A, M3A oraz M2B, M3B zapewniają tranzystorom M1A, M1B sterowanie bramek odpowiednio

$$V_{GM1A} = V_D - V_C \quad (20)$$

$$V_{GM1B} = V_S - V_C. \quad (21)$$



Rys. 10. Rezystor MOS z pracy [3]

Tranzystory M2A i M2B oraz M3A i M3B muszą być technologicznie dobrane parami. Zakładając, że prądy drenów tranzystorów w nasyceniu (M2A, M3A, M2B, M3B) wyrażają się wzorem

$$I_D = \frac{K}{2} (V_{GS} - V_T)^2, \quad (22)$$

otrzymujemy wówczas zależność między napięciem V_C , a napięciem V_C'

$$V_C = \sqrt{\frac{K_3}{K_2}} V_C' - \sqrt{\frac{K_3}{K_2}} V_{T3} + V_{T2}, \quad (23)$$

Przy zaniedbaniu efektów modulacji napięcia progowego i przyjęciu $K_3 = K_2$ oraz $V_{T3} = V_{T2}$ otrzymamy prostą zależność

$$V_C' = V_C \quad (24)$$

Następnie przyjmując $V_{T1A} = V_{T1B} = V_{T1}$ oraz $K_{1A} = K_{1B} = K_1$ dostajemy

$$I = 2K_1(-V_C + |V_{T1}|)V_{DS}. \quad (25)$$

Jest to więc układ symulujący następującą rezystancję

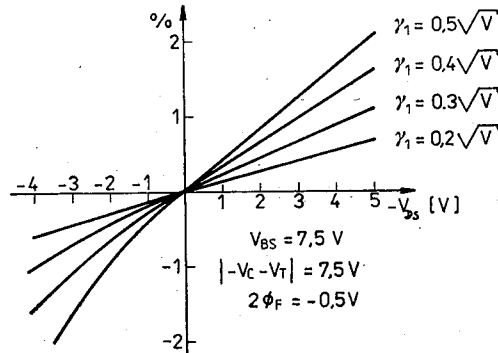
$$R = \frac{1}{2\mu^* C'_{ox} \frac{w}{L} (-V_C + |V_{T1}|)} \quad (26)$$

kontrolowaną napięciem V_C' .

Dla uwzględnienia efektu modulacji napięcia progowego należy dobrać odpowiednio stosunek K_2/K_3 . W obwodzie powyższym tranzystory M3 pracują jako źródła prądowe,

natomiast tranzystory M2 jako konwertery prądu na napięcie V_C . Względne odchylenie od liniowości funkcji $I(V_{DS})$ przedstawia rys. 11. Parametrem jest tutaj współczynnik efektu modulacji napięcia progowego dany wzorem

$$\nu_1 = \sqrt{2qN\epsilon_s} \frac{1}{C'_{ox}}, \quad (27)$$



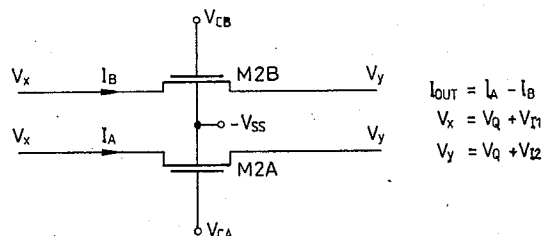
Rys. 11. Względna odchyłka od liniowości dla rezystora z pracy [3]

gdzie q — ładunek elementarny ($1.62 \cdot 10^{-19}$ C), N — koncentracja domieszek w krzemie dla tranzystorów M1, ϵ_s — stała dielektryczna krzemu.

W rozwiązaniu tym dodatkowe nieliniowości wprowadzają przede wszystkim różnice pomiędzy stosunkami w/L tranzystorów M1A i M1B. Wpływ ich jest jednak niewielki. Dla $V_{DS} = 4$ V różnica 2% w stosunkach w/L tranzystorów M1A i M1B wprowadza dodatkową nieliniowość rzędu 0.27%. Pojemności pasozytnicze w tym układzie są reprezentowane przede wszystkim przez pojemność rozłożoną bramka-kanal oraz pojemność obszarów zubożonych w tranzystorach M1A i M1B. Wpływ tych pojemności można zmniejszyć stosując stosunkowo duże V_C oraz ν_1 (co zmniejsza również efekt modulacji napięcia progowego napięciem podłoże-źródło).

4.4. REZYSTOR TRANSKONDUKTOROWY MOS

Rozważmy teraz układ rezystora nieuziemionego przestrzajanego napięciem zrealizowanego na bazie transkonduktora [5]. Zaletą tego rozwiązania w stosunku do poprzednich jest uniezależnienie rezystancji od napięcia progowego tranzystorów spełniających rolę rezystorów. Tranzystory te pokazano na rys. 12. W tym przypadku napięcia V_{T1}

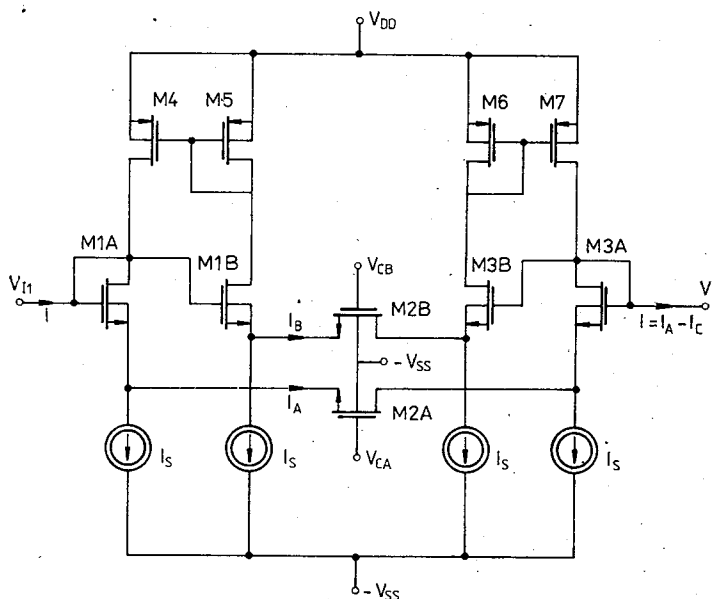


Rys. 12. Zasada działania rezystora transkonduktorowego

oraz V_{I2} są napięciami wejściowymi, natomiast napięcie V_Q jest pewnym napięciem dodatkowym stałym. Równanie tego elementu dane jest wzorem

$$I_{OUT} = K(V_{CA} - V_{CB})(V_{I1} - V_{I2}). \quad (28)$$

Schemat układu symulującego rezystancję zgodnie z tą koncepcją przedstawiony jest na rys. 13. Dla przejrzystości rysunku źródła prądowe I_s zostały narysowane symbolicznie



Rys. 13. Schemat rezystora transkonduktorowego MOS

nie. Stosunki w/L tranzystorów M1A, M1B, M3A, M3B są w tym rozwiązaniu bardzo duże, aby zminimalizować spadki napięcia V_{GS} . Rozważany układ symuluje rezystancję o następującej wartości

$$R = \frac{1}{K(V_{CA} - V_{CB})}. \quad (29)$$

Rozwiązanie to posiada wiele zalet. Przede wszystkim jego rezystancja nie zależy od napięcia progowego tranzystorów M2A i M2B. Nie ma więc tutaj wpływu efekt modulacji napięcia progowego napięciem podłożo-źródło. Istnieje możliwość uzyskania rezystancji ujemnej przez odpowiedni dobór V_{CA} i V_{CB} . Niezależność od napięcia progowego eliminuje również szumy podłoża. Bardzo duży jest zakres napięć wejściowych w stosunku do poprzednich rozwiązań. Dzieje się tak dlatego, że napięcia wejściowe zależą od bezwzględnych wartości napięć sterujących V_{CA} i V_{CB} , natomiast rezystancja zależy od ich różnicy. Można więc dobrać dostatecznie wysokie poziomy napięcie V_{CA} i V_{CB} dla zapewnienia szerokiego zakresu napięć wejściowych, a jednocześnie ich różnicą osiągać rezystancje o bardzo dużych wartościach. Powyższe udoskonalenia uzyskuje się jednak kosztem zwiększenia czułości na różnicę w/L pomiędzy tranzystorami, ponieważ w tym przypadku prąd otrzymywany jest poprzez operację odejmowania.

5. PODSTAWOWE PROBLEMY PROJEKTOWANIA REZYSTORÓW NA BAZIE TRANZYSTORÓW MOS

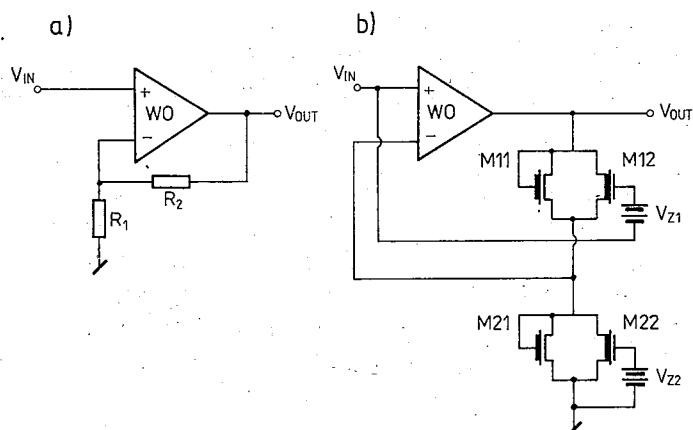
Jak wynika z przeprowadzonych w poprzednim punkcie rozważań większość prostych rezystorów MOS posiada zależność rezystancji od różnicy $V_K - V_T$ lub $V_K - 2V_T$, gdzie V_K jest pewnym napięciem sterującym, właściwym dla danej struktury rezystora. Aby utrzymać możliwie duży zakres dynamiki rezystora napięcie V_K musi być odpowiednio większe od V_T , gdyż tranzystor powinien pracować w obszarze triodowym (nienasyceń). Gdy napięcie progowe jest mniejsze od zera i mamy do czynienia np. z tranzystorem NMOS normalnie włączonym, wówczas napięcie V_{Ds} musi być mniejsze od napięcia progowego (a właściwie jego bezwzględnej wartości) [4], co stwarza konieczność dobrania odpowiednio wysokiego napięcia progowego, ale tym samym zwiększa się wpływ modulacji V_T napięciem podłoże-źródło. Zmniejsza się także współczynnik przestrajania rezystora napięciem V_K . Maksymalna do uzyskania rezystancja jest także tym większa, im mniejsze jest napięcie progowe, co sprzeczne jest z zaleceniami dotyczącymi zakresu dynamiki.

Dla zmniejszenia wpływu modulacji napięcia progowego napięciem podłoże-źródło można postąpić w następujący sposób: po pierwsze — stosować duże napięcie $|V_B|$, co jest ogólnie korzystne, po drugie — przyjąć mały współczynnik modulacji napięcia progowego [3]. Jeśli jednak zmniejszamy ten współczynnik poprzez zwiększanie C'_{ox} , wówczas zmniejszamy jednocześnie rezystancję i zdolność przestrajania rezystora. Inne rozwiązanie może polegać na utrzymaniu odpowiednio małego poziomu domieszkowania krzemu. Na rezystancję wpływ ma także ruchliwość nośników w kanale. Pod tym względem przewagę ma tranzystor z kanałem typu „p” w krzemie o orientacji krystalograficznej (100), w którym efektywna ruchliwość nośników (dziur) wynosi $13 \mu m^2/Vns$ i jest dużo mniejsza od efektywnej ruchliwości w kanale typu „n” ($60 \mu m^2/Vns$). Pozwala to na uzyskanie dużych rezystancji. Modulacja ruchliwości nośników napięciem bramki i napięciem V_{Ds} powoduje pewne błędy rezystancji, są to jednak efekty mniej istotne, niż modulacja napięcia progowego napięciem podłoże-źródło.

6. ZASTOSOWANIA UKŁADOWYCH REALIZACJI REZYSTORÓW MOS

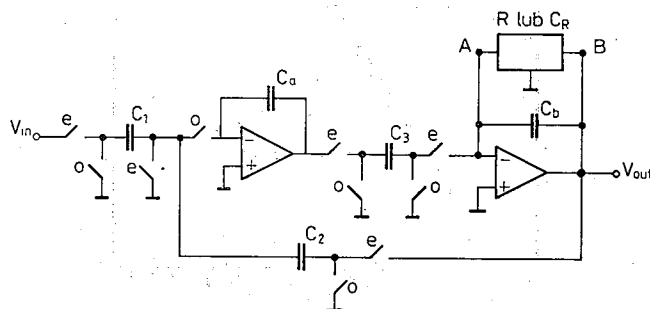
Omawiane w niniejszej pracy układy wykorzystywane są przede wszystkim do symulacji rezystancji w scalonych filtrach aktywnych RC jako elementy przestrajające częstotliwości środkowe lub dobroć. Układów do symulacji rezystancji próbuje się także użyć jako elementów kompensujących zmiany temperatury i rozrzuty technologiczne. Stosuje się je również przy realizacji stopni wzmacniających zawierających wzmacniacze operacyjne.

Przedstawimy teraz przykład zastosowania układu symulującego rezystancję, który pokazany został w punkcie 4.1. Rezystor ten wykorzystamy do realizacji konwencjonalnego układu wzmacniacza nieodwracającego z dwoma rezystorami w pętli sprzężenia zwrotnego, jak na rys. 14a. Po zastąpieniu rezystorów odpowiednimi podukładami dostajemy strukturę podaną na rys. 14b. Źródła napięciowe V_{z1} i V_{z2} wykorzystywane są do kontrolowania wartości rezystancji.

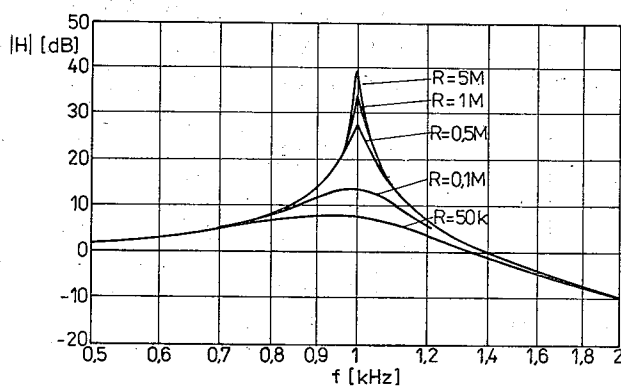


Rys. 14. Wykorzystanie rezystorów MOS do realizacji wzmacniacza

Wzmacniacz powyższy zrealizowany był w technologii NMOS i posiadał wzmocnienie równe 16 przy pojedynczym napięciu zasilania $V_{DD} = 13,5$ V. Dla napięcia wyjściowego o wartości 10 V_{pp} całkowite zniekształcenia harmoniczne wynosiły około 0.4%. Po zredukowaniu poziomu napięcia wyjściowego do wartości 5 V_{pp} całkowite zniekształ-



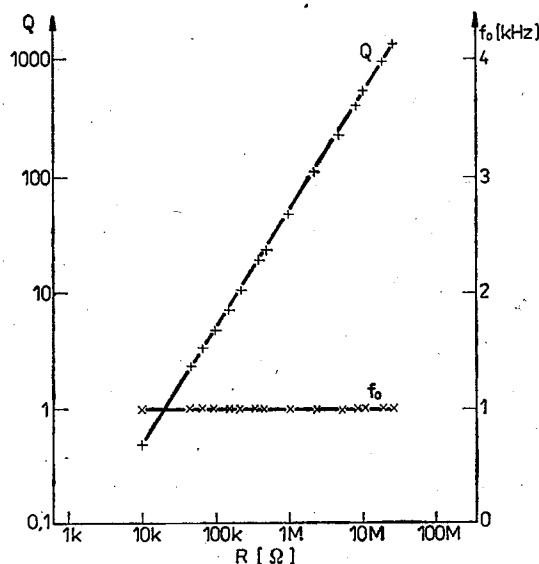
Rys. 15. Sekcja bikwadratowa quasi-SC



Rys. 16. Charakterystyki amplitudowe filtra w zależności od R

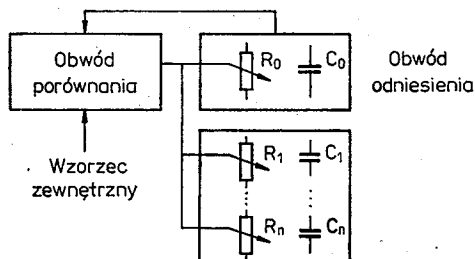
cenia harmoniczne zmniejszyły się do wartości około 0.08%, co potwierdza przeświadczenie o przydatności rezystorów MOS w tego typu rozwiązaniach.

Rozważmy teraz realizację sekcji bikwadratowej quasi-SC [8] (rys. 15) przestrajanej rezystancją. Układ ten składa się z dwóch integratorów. Wyodrębniony czwórnik między węzłami A, B w pętli sprzężenia drugiego integratora symuluje rezystancję i służy do przestrajania dobroci. Wartości elementów układu dobrane były w następujący sposób: $C_a = C_b = 8 \text{ nF}$, $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \text{ nF}$. Wzmacniacze operacyjne były LF 356 N, natomiast klucze były typu CD 4066. Częstotliwość przełączania wynosiła 50 kHz. W przeprowadzonych eksperymentach badano możliwości przestrajania filtra quasi-SC poprzez zmiany wartości rezystora w pętli sprzężenia drugiego integratora. Otrzymane charakterystyki amplitudowe filtra przedstawione są na rys. 16 podczas gdy na rys. 17 podano



Rys. 17. Wykresy dobroci oraz częstotliwości środkowej w funkcji rezystancji R

zależność dobroci oraz częstotliwości środkowej od wartości symulowanej rezystancji. Jak widać na wykresie logarytmicznym, wartość dobroci zmienia się w sposób liniowy w funkcji R. Z kolei częstotliwość środkowa nie zależy od wartości rezystora R.



Rys. 18. Zasada działania regulatora samonastrajającego się

Innym obszarem zastosowań omawianych tu układów do symulacji rezystancji mogą być tzw. regulatory samonastrajające się [10]. Przykładowo w scalonych filtrach aktywnych RC do utrzymywania odpowiedniej wartości rezystancji stosować można automatyczny układ kontroli znajdujący się na tej samej płytce, co kontrolowany filtr [6]. Zasadę pracy takiego obwodu ilustruje rys. 18. W obwodzie porównania następuje porównanie wartości stałej czasowej $R_0 C_0$ obwodu odniesienia z wzorcem, którym zwykle jest wzorcowy okres zegara lub wzorcowy rezystor. Obwód porównania wysyła sygnał korekcyjny zmieniający wartość R_0 tak, aby wartość stałej czasowej $R_0 C_0$ była równa wartości zadanej. Jednocześnie sygnał ten steruje rezystorami wchodzącymi w skład stałych czasowych filtru ($R_1 \dots R_n$). Ponieważ technologia MOS zapewnia dostatecznie dobrą dokładność realizacji stosunków rezystancji 0.2% i stosunków pojemności 0.01%, więc dobranie stosunków R_i/R_0 i C_i/C_0 ($i = 1 \dots n$) pozwala na ścisłe powiązanie ze sobą zmian wartości wszystkich stałych czasowych. Można tak dobrać stosunki rezystorów i kondensatorów, że nastrojenie $R_0 C_0$ do żądanej wartości zapewni jednocześnie nastrojenie stałych czasowych filtru realizujących wymaganą charakterystykę częstotliwościową.

ZAKOŃCZENIE

Reasumując można stwierdzić, że rezystor MOS wykazuje wiele interesujących właściwości. Jest on elementem przestrajającym w sposób ciągły, w związku z czym nie występują w nim zakłócenia spowodowane skokowym przełączaniem wartości rezystancji. Do sterowania tego typu rezystancji wymagane jest pewne napięcie, które może być dostarczone wprost z zasilacza. W zależności od zastosowanej techniki kasacji nieliniowości możliwe jest uzyskanie dobrej liniowości rezystora MOS. Jak wskazano w poprzednim punkcie, tego typu rezystancje mogą być wykorzystane w różnych układach. Stosuje się je jako elementy kompensujące zmiany temperatury i rozrzuty technologiczne w regulatorach samonastrajających się. W wielu zastosowaniach, szczególnie gdy chodzi o wielkość zajmowanej poprzez układ powierzchni na płycie, bardziej uzasadnione jest zastosowanie rezystora MOS niż np. matrycy pojemności, co ma istotne znaczenie przy realizacji przestrajanych filtrów SC. W ostatnim czasie obserwuje się wzrost zainteresowania nowymi rozwiązaniami rezystorów MOS oraz ich zastosowaniami [12-14].

BIBLIOGRAFIA

1. M. Banu, Y. Tsvividis: *Fully integrated active RC filters in MOS technology*. IEEE J. of Solid-State Circuits, vol. SC 18, No 6, Dec. 1983, pp. 644—651
2. T. Babanezhad, G. C. Temes: *Linear MOS simulated resistor*. Proc. ISCAS'85, pp. 1419—1421
3. M. Banu, Y. Tsvividis: *Floating voltage-controlled resistors in CMOS technology*. Electronics Letters, vol. 18, No 15, 1982, pp. 678—679
4. I. S. Han, S. B. Park: *Voltage-controlled resistor by two MOS transistors and its application to active RC filter MOS integration*. Proc. IEEE 1984/72, pp. 1655—1657
5. K. Nagaraj: *New CMOS floating voltage-controlled resistor*. Electronics Letters, 1986, vol. 22, No 12, pp. 667—668

6. Y. Tsividis, M. Banu: *Integrated nonswitched active filters with wide dynamic range*. Proc. ECCTD'83, pp. 111—113
7. Y. Tsividis, M. Banu, J. Khoury: *Suitability of MOS circuits for integrated high performance active filters*. Proc. ISCAS'84, pp. 928—931
8. J. Mulawka: *O klasie układów quasi-SC*. Materiały VIII Krajowej Konferencji Teorii Obwodów i Układów Elektronicznych. Poznań 1985
9. P. Jagodziński, A. Jakubowski: *Zasady działania przyrządów typu MIS*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, skrypt dla Wydziału Elektroniki, Warszawa 1980
10. B. Beliczyński, W. Koziański: *Wprowadzenie do regulacji cyfrowej*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, skrypt dla Wydziału Elektrycznego, Warszawa 1983
11. Z. Soporek: *Realizacja sekcji bikwadratowej techniką quasi-SC z zastosowaniem rezystancji realizowanych w technologii MOS*. Praca Dypl., Politechnika Warszawska, Warszawa 1987
12. Y. Tsividis, Z. Czarnul, S. C. Fang: *MOS transconductors and integrators with high linearity*. Electronics Letters, 1986 vol. 22, 245—246
13. Z. Czarnul, Y. Tsividis: *MOS tunable transconductor*. Electronics Letters, June 1986, vol. 22, No 13, 721—722
14. Z. Czarnul: *Novel MOS resistive circuit for synthesis of fully integrated continuous-time filters*. IEEE Trans. on Circuits and Systems, July 1986, vol. CAS-33, No 7, 718—721

J. MULAWKA, Z. SOPOREK

THE RESISTANCE IN MOS INTEGRATED FILTERS

Summary

Methods of realising resistance based on MOS transistors and applied in active RC and quasi-SC integrated filters, are presented. The paper gives a survey of different principles of elimination of nonlinearities of the system. The following methods are discussed: MOS transistors with balanced signals, fully-balanced topology and structures simulating resistors. The last approach is considered in detail. Namely, the following structures: two-transistor configuration, three-transistor configuration, extended configuration and transconductor MOS resistor. It is proven that the presented structures may be applied in programmable filters.

J. MULAWKA, Z. SOPOREK

RÉALISATION DE LA RÉSISTANCE EN FILTRES INTÉGRÉS MOS

Résumé

Dans l'étude on a présenté les méthodes de réalisation de la résistance en se servant uniquement de transistors MOS. On a considéré les différents modes de suppression de la nonlinéarité de cette résolution, en appliquant, entre autres, méthode du travail différentiel, méthode des circuits équilibrés et circuits de simulation de la résistance. Ensuite on a passé en revue les circuits de simulation de résistance en caractérisant successivement les structures à transistors double et triple, les structures élargies et aussi le résistor transconducteur MOS. On a prouvé que les structures ci-dessus citées peuvent être utilisées comme résistors variables dans les filtres intégrés, actifs RC et quasi-SC, commandés par électronique.

J. MULAWKA, Z. SOPOREK

RESISTANZREALISATIONEN IN INTEGRIERTEN FILTERN MOS

Zusammenfassung

In der Bearbeitung werden Methoden für die Resistanzsimulation lediglich unter Anwendung von MOS-Transistoren geschildert. Es werden verschiedene Methoden für die Ausscheidung der Nichtlinearität einer solchen Lösung behandelt, u.a. die Methode des Differentialmoduls, der Balanckereisesowie der Systemsimulation einer Resistanz. Danach wird ein Überblick über die Simulation von Resistanzen angeführt, wobei die Strukturen mit 2 Transistoren, mit 3 Transistoren, erweiterte Strukturen sowie Resistanzen auf Basis von Transkonduktoren MOS erörtert werden. Es wird gezeigt, dass diese erwogenen Strukturen als Resistoren mit veränderlichen Werten in integrierten, elektronisch programmierten Filtern (aktive RC und quasi SC) angewandt werden können.

Я. МУЛЯВКА, З. СОПОРЕК

О РЕАЛИЗАЦИИ АКТИВНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ В ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФИЛЬТРАХ MOS

Резюме

Представлены методы реализации активных сопротивлений в интегральных схемах фильтров реализуемых в технологии MOS. Рассмотрены различные методы устранения нелинейности получаемой характеристики. Особое внимание посвящено рассмотрению схем с двумя и более MOS транзисторами. Показано что анализируемые схемы представляют практический интерес при синтезе перестраиваемых интегральных фильтров.

Metoda wyznaczania optymalnych parametrów adaptacyjnej dyskretyzacji sygnałów pomiarowych

WIERA DZIECH

*Katedra Elektroniki i Teletransmisji,
Wydział Elektrotechniki i Automatyki, Politechnika Świętokrzyska*

Otrzymano 1988.01.27

Autoryzowano do druku 1988.06.19

W pracy przedstawiono metodę określenia optymalnej długości słowa kodowego i innych parametrów sygnału w cyfrowych systemach telemetrycznych z adaptacyjną dyskretyzacją sygnałów pomiarowych. Metodę zastosowano przy modelowaniu komputerowym dyskretyzacji adaptacyjnej, otrzymując podstawowe charakterystyki rozpatrywanych sposobów przetwarzania sygnałów.

1. WPROWADZENIE

Próbkowanie adaptacyjne jest jednym ze sposobów redukcji nadmiaru informacji w cyfrowych systemach telemetrycznych ([1]–[4], [7], [8]). W ogólnym przypadku polega ono na porównywaniu sygnału pomiarowego z uprzednio wybraną funkcją aproksymującą oraz przesyłaniu tylko tych wartości sygnału, dla których błąd aproksymacji (wyznaczony zgodnie z przyjętym kryterium jego oceny) spełnia określone warunki.

Dobór długości słowa kodowego w takim systemie jest związany przede wszystkim z dopuszczalną wartością błędu przetwarzania powstającego w wyniku dyskretyzacji i kwantowania sygnału pomiarowego. Oceniając dokładność przetwarzania według kryterium średniokwadratowego możemy rozpatrywać błąd przetwarzania jako sumę wariancji błędu kwantowania i błędu aproksymacji. Na podstawie przeprowadzonej w niniejszej pracy analizy stwierdza się, że istnieją pewne optymalne wartości skoku kwantowania oraz maksymalnego błędu aproksymacji, przy których całkowity błąd przetwarzania jest minimalny.

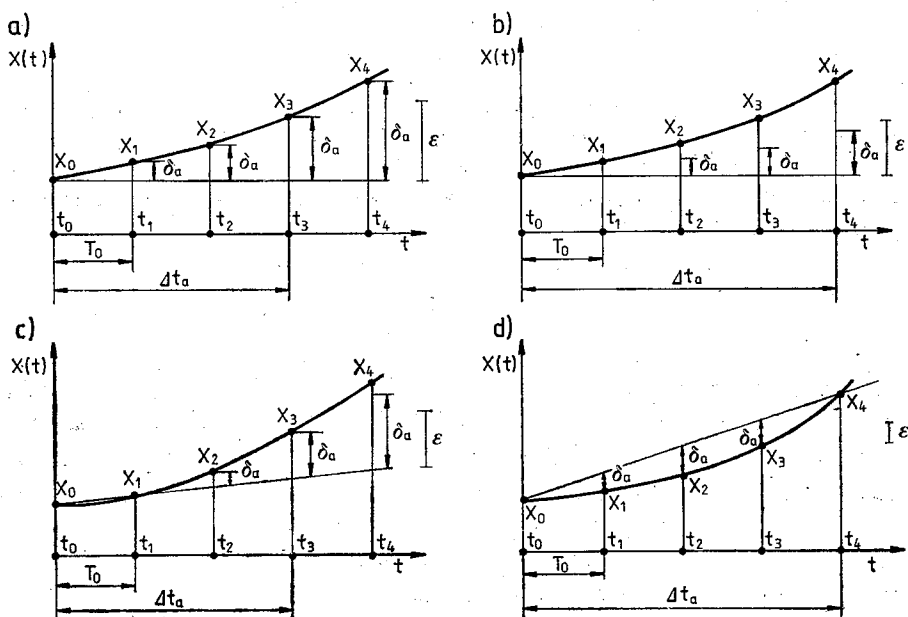
2. CHARAKTERYSTYKI I REALIZACJA PRÓBKOWANIA ADAPTACYJNEGO

Szeroka grupa algorytmów próbkowania adaptacyjnego jest oparta na zastosowaniu funkcji aproksymujących w postaci wielomianów potęgowych, najczęściej rzędu zerowego i pierwszego ([1], [7] i in.). Błąd aproksymacji oceniany jest zazwyczaj według kry-

terium błędu maksymalnego. Realizacja tego typu algorytmu jest następująca. Po wstępnym próbkowaniu ze stałym odstępem czasowym T_0 sygnału mierzonego $X(t)$, z otrzymanego regularnego ciągu próbek wybiera się próbki znaczące. W tym celu wyznacza się na bazie odpowiedniej ilości próbek ciągu pierwotnego współczynniki wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a (dla wielomianu n -tego rzędu potrzebne jest $n+1$ próbek przy ekstrapolacji, oraz co najmniej $n+2$ — przy interpolacji). Następnie kontroluje się dla każdej próbki różnicę między wartością jej amplitudy X_k a wartością wielomianu w odpowiedniej chwili czasowej $W(t_k)$. Przy spełnieniu zależności

$$|X_k - W(t_k)| = |\delta_a| > \varepsilon \quad (1)$$

próbka X_{k-1} jest uznawana za znaczącą i określa koniec bieżącego przedziału aproksymacji Δt_a oraz początek następnego. Przy takim określeniu próbki znaczącej maksymalny błąd aproksymacji jest równy wartości ε . Rys. 1 ilustruje procedurę doboru próbki



Rys. 1. Określenie przedziału aproksymacji: a) ekstrapolacja, $n = 0$; b) interpolacja, $n = 0$; c) ekstrapolacja, $n = 1$; d) interpolacja, $n = 1$

znaczącej przy ekstrapolacji i interpolacji funkcji $X(t)$ wielomianem rzędu zerowego i pierwszego.

Minimalny przedział aproksymacji będzie pokrywał się z przedziałem próbkowania wstępnego T_0 , jeżeli dobierzemy T_0 w taki sposób, aby błąd aproksymacji w tym przedziale nie przekraczał ε . Analizując resztę rozwinięcia funkcji $X(t)$ w szereg potęgowy n -tego rzędu ze stałym odstępem węzłów interpolacji T_0 , możemy stwierdzić [6], że wartość reszty nie przekroczy ε przy spełnieniu zależności:

$$T_0 = \left[\frac{a_n \varepsilon}{|X_{(n+1)}|_{\max}} \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (2)$$

gdzie: $|X_{(n+1)}|_{\max}$ — maksymalna wartość modułu $(n+1)$ pochodnej funkcji $X(t)$, a_n — mnożnik zależny od rodzaju aproksymacji: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$ przy ekstrapolacji, $a_0 = 2$, $a_1 = 8$ przy interpolacji. Występująca we wzorze (2) maksymalna wartość pochodnej sygnału może być wyznaczona analitycznie w przypadku, gdy $X(t)$ jest sygnałem stacjonarnym, a jego funkcja autokorelacji ma pochodną rzędu $2n$ dla argumentu zerowego.

Jak wiadomo [9], pierwsza pochodna sygnału stacjonarnego jest także sygnałem stacjonarnym z funkcją autokorelacji równą

$$K_{\dot{x}}(\tau) = -\frac{\partial^2 K_x(\tau)}{\partial \tau^2}. \quad (3)$$

Dla sygnału gaussowskiego możemy więc określić $|\dot{X}|_{\max}$ według reguły 3-sigmowej:

$$|\dot{X}|_{\max} = 3\sqrt{K_{\dot{x}}(0)}. \quad (4)$$

Analogicznie określa się pochodne wyższych rzędów.

Jeżeli dla $\tau = 0$ odpowiednia pochodna funkcji autokorelacji nie może być wyznaczona, oszacowanie $|X_{(n+1)}|_{\max}$ przeprowadza się według znanej nierówności Bernsteina [1]:

$$|X_{(n+1)}| \leq \omega_p^{n+1} X_m, \quad (5)$$

gdzie: X_m — maksymalna amplituda sygnału $X(t)$, ω_g — maksymalna pulsacja graniczna $X(t)$.

Miarą efektywności kompresji jest stosunek liczby n_r próbek ciągu regularnego do liczby n_z próbek ciągu zredukowanego (próbek znaczących) w jednakowym dostatecznie długim przedziale czasu T , gdy maksymalny błąd aproksymacji ε dla obu przypadków jest jednakowy:

$$K = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{n_r(T)}{n_z(T)_\varepsilon}. \quad (6)$$

Należy zaznaczyć, że w rozważanej metodzie kompresji może wystąpić dodatkowy parametr informacyjny — długość aktualnego przedziału aproksymacji Δt_a . Informacja ta jest potrzebna m.in. przy odtwarzaniu sygnału na podstawie przechowywanych w pamięci danych. Wówczas bardziej miarodajnym kryterium efektywności kompresji jest tzw. współczynnik kompresji bitów — stosunek sumy bitów występujących przy przetwarzaniu cyfrowym bez kompresji do odpowiedniej sumy bitów w systemie z kompresją. Wartość powyższego współczynnika zależy także od sposobu kodowania oraz zawartości informacji pomocniczych w słowie kodowym.

W ogólnym przypadku słowo kodowe zawiera informację o amplitudzie próbki oraz elementy pomocnicze, np. adres kanału w systemach wielokanałowych, elementy nadmiarowe służące do detekcji i korekcji błędów transmisji, informację o długości aktualnego przedziału aproksymacji itd. Ponieważ przedział T_0 jest minimalnym przedziałem aproksymacji, powinien on zmieścić wszystkie elementy słowa kodowego:

$$T_0 = \tau_e(N_{am} + N_{pom}), \quad (7)$$

gdzie: N_{am} — długość beznadmiarowego ciągu kodowego reprezentującego amplitudę próbki, N_{pom} — liczba elementów pomocniczych słowa kodowego, τ_e — czas trwania pojedynczego elementu, ustalony np. na podstawie przepustowości kanału transmisyjnego.

W praktyce liczba elementów pomocniczych podobnie jak τ_e często jest z góry ustalona: długość adresu zależy od liczby kanałów, liczba elementów nadmiarowych — od wybranego sposobu detekcji błędów transmisji. Wyjątek stanowi długość ciągu reprezentującego aktualny przedział próbkowania, która zależy od wartości maksymalnej $\Delta t_{a\max}$. Wartość ta może być oszacowana jednak za pomocą symulacji komputerowej kompresji, co zostanie przedstawione w dalszej części pracy.

Bitowy współczynnik kompresji wyznacza się następująco:

$$K_B = \frac{N_{am} + N'_{pom}}{N_{am} + N_{pom}} \cdot K, \quad (8)$$

gdzie: N'_{pom} — liczba elementów pomocniczych w słowie kodowym przy przetwarzaniu bez kompresji, N_{pom} — z kompresją.

3. DOBÓR PARAMETRÓW SYGNAŁU CYFROWEGO

Jak wynika z poprzednich rozważań, przy realizacji kompresji aproksymacyjne powinien być zadany parametr ε — wartość maksymalnego błędu aproksymacji ściśle związana z długością minimalnego przedziału aproksymacji T_0 (p. wzór (3)). Rozpatrzmy sposób określenia T_0 , gdy zadany jest średniokwadratowy błąd przetwarzania (traktowany jako suma wariancji błędu kwantowania D_q i błędu aproksymacji D_a). Wariancja błędu kwantowania maleje przy wzroście liczby poziomów kwantowania. Z kolei od liczby poziomów zależy długość ciągu kodowego N_{am} oraz jak wynika ze wzoru (7) minimalny przedział T_0 . Ponieważ relacja (2) pokazuje, że wartość T_0 jest proporcjonalna do wartości ε możemy stwierdzić, że zwiększenie T_0 powoduje wzrost maksymalnej wartości błędu aproksymacji, a więc także wzrost wariancji D_a , przy jednoczesnym zmniejszeniu D_q . Istnieje więc pewna optymalna wartość T_{0opt} , dla której suma $D_q + D_a$ posiada minimum. W celu określenia optymalnej wartości T_{0opt} i odpowiadającej jej wartości ε należy wyznaczyć zależność od T_0 wariancji D_q i D_a . Jak wiadomo, wariancja błędu kwantowania jest równa

$$D_q = \frac{q^2}{12} = \frac{1}{12} \left(\frac{X_m}{2N_{am} - 1} \right)^2, \quad (9)$$

gdzie: q — skok kwantowania. Wyznaczając N_{am} ze wzoru (7) i podstawiając do wzoru (9) otrzymamy wariancję błędu kwantowania w funkcji T_0 :

$$D_q = \frac{X_m^2}{12} \frac{1}{2^2 \left(\frac{T_0}{\tau_e} - N_{pom} \right)}. \quad (10)$$

Zależność wariancji błędu aproksymacji D_a od wartości T_0 jest związana ze sposobem aproksymacji. Rozpatrując błąd aproksymacji δ_a jako zmienną losową [1], możemy wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wartość modułu $|\delta_a|$ nie przekroczy pewnego poziomu δ , tzn. dystrybucyj $F(\delta)$. Dla poszczególnych przypadków aproksymacji otrzymujemy:

— dla ekstrapolacji i interpolacji zerowej

$$F(\delta) = \frac{\delta}{\varepsilon}, \quad (11)$$

— dla ekstrapolacji liniowej

$$F(\delta) = \sqrt{\frac{\delta}{\varepsilon}}, \quad (12)$$

— dla interpolacji liniowej

$$F(\delta) = 1 - \sqrt{\frac{\delta}{\varepsilon}}. \quad (13)$$

Różniczkując dystrybuantę $F(\delta)$ określamy gęstość rozkładu prawdopodobieństwa modułu błędu aproksymacji, zaś wyznaczając drugi moment zwykły — poszukiwaną wariancję zmiennej losowej δ_a . Otrzymujemy wówczas:

$$D_a = b_n \varepsilon^2, \quad (14)$$

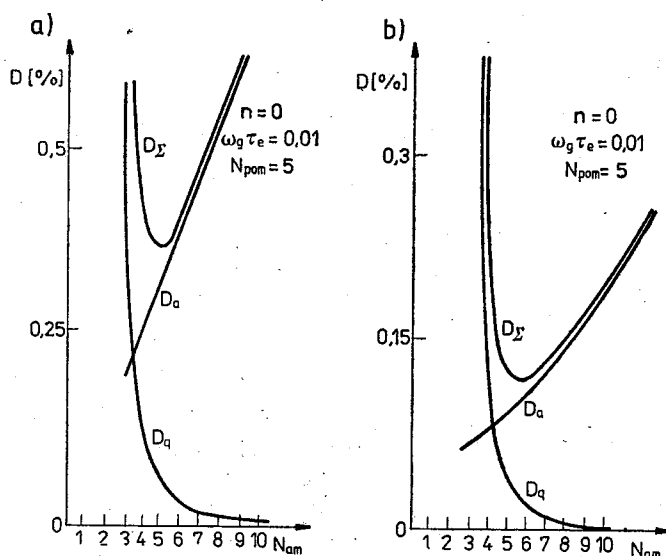
gdzie:

b_n — mnożnik zależnych od rodzaju aproksymacji:

$b_0 = \frac{1}{3}$, $b_1 = \frac{1}{5}$ — przy ekstrapolacji, $b_0 = \frac{1}{3}$, $b_1 = \frac{1}{8}$ — przy interpolacji.

Po podstawieniu do powyższego wyniku zależności (2) oraz korzystając ze wzoru (5) mamy:

$$D_a = \frac{b_n}{a_n^2} \frac{(\omega_g T_0)^{2(n+1)}}{3} \cdot X_m^2. \quad (15)$$



Rys. 2. Wariancja błędu przetwarzania przy ekstrapolacji (a) i interpolacji (b) rzędu zerowego

Wyznaczając następnie $D_\Sigma = D_a + D_q$, możemy określić optymalny przedział T_{0opt} oraz odpowiadającą jemu wartość ε z warunku:

$$\frac{D_\Sigma}{X_m^2} = \frac{1}{12 \cdot 2^2 \left(\frac{T_0}{\tau_e} - N_{pom} \right)} + \frac{b_n}{a_n^2} \frac{(\omega_g T_0)^{2(n+1)}}{3} = \min. \quad (16)$$

Na rys. 2 przedstawiono wykresy wariacji D_a , D_q , D_Σ w funkcji $N_{am} = \frac{T_0}{\tau_e} - N_{pom}$, dla $\omega_g \tau_e = 0,01$ w przypadku ekstrapolacji i interpolacji zerowej.

4. WYNIKI BADAŃ KOMPUTEROWYCH

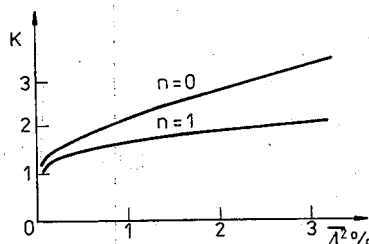
Stosując przedstawione powyżej sposoby doboru optymalnych parametrów próbkowania adaptacyjnego, przeprowadzono badania komputerowe charakterystyk kompresji. Jako model sygnału ciągłego wybrano odpowiadający szerokiej klasie wolnozmiennych sygnałów pomiarowych sygnał gaussowski o wykładniczej funkcji autokorelacji

$$K(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \quad (17)$$

gdzie: σ — odchylenie standardowe, $\alpha = \frac{2}{\pi} \omega_g$. Przy badaniach przyjęto $\sigma = 1/3$, wówczas zgodnie z regułą 3-sigmową $X_m = 1$. Stany procesu $X(t)$ generowane są z odstępem T_0 za pomocą przekształceń liniowych niezależnych liczb losowych [5].

Badano 1000-elementowe realizacje spróbkowanego sygnału $X(t)$, obliczając wcześniej dla każdego przypadku optymalną długość przedziału próbkowania wstępnego i odpowiadające jej wartości N_{am} i N_{pom} , a także optymalną wartość ε oraz względny średniokwadratowy błąd przetwarzania $\bar{\Delta}^2 = \frac{D_\Sigma}{X_m^2}$. Wyznaczano liczbę próbek znaczących, współczynnik kompresji (6) oraz prawdopodobieństwa pojawienia się przedziałów aproksymacji o określonej długości: T_0 , $2T_0$, $3T_0$ itd.

Badania wykazały, że wartości zarówno współczynnika kompresji jak i prawdopodobieństw przedziałów w zasadzie pokrywają się przy ekstrapolacji i interpolacji wielo-



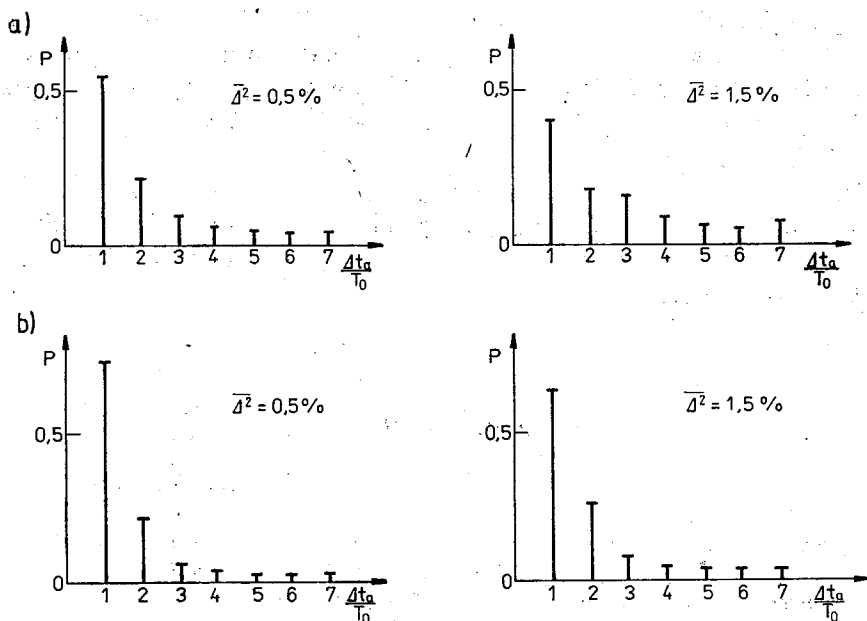
Rys. 3. Zależność współczynnika kompresji od dokładności przetwarzania

mianem tego samego rzędu i przy jednakowym $\bar{\Delta}^2$. Na rys. 3 przedstawiono uzyskane zależności współczynnika kompresji w funkcji błędu średniokwadratowego $\bar{\Delta}^2$ dla $n = 0$ i $n = 1$.

Jak wynika z rys. 3 dla określonego błędu $\overline{\Delta^2}$ otrzymuje się większy współczynnik kompresji próbek K przy zastosowaniu wielomianu rzędu zerowego. Należy jednak uwzględnić fakt, że przejście z ekstrapolacji lub interpolacji zerowej na liniową pozwala zredukować liczbę próbek ciągu pierwotnego (regularnego), gdyż zgodnie z relacjami (2)

i (5) przedział T_0 zwiększa się wówczas $\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}$ razy.

Na rys. 4 przedstawiono typowe rozkłady prawdopodobieństw przedziałów aproksymacji dla wielomianów rzędu zerowego i pierwszego. Z przedstawionych na rysunku 4 wykresów wynika, że prawdopodobieństwa pojawienia się przedziałów o długości



Rys. 4. Prawdopodobieństwa przedziałów aproksymacji a) $n = 0$, b) $n = 1$

ponad $5-7 \cdot T_0$ są bardzo małe. Przyjmując więc, że maksymalny przedział $\Delta t_{a \max}$ znajduje się w tych granicach, odpowiedni ciąg kodowy powinien zawierać 3 elementy. Pozostałe elementy pomocnicze mogą być przeznaczone na adres, detekcję błędów itd.

5. ZAKOŃCZENIE

Przedstawione w pracy algorytmy próbkowania adaptacyjnego umożliwiają kompresję informacji w systemach pomiarowych przy zadanej dokładności pomiaru. Na podstawie przeprowadzonej analizy oraz symulacji komputerowej próbkowania adaptacyjnego stwierdza się:

- zastosowanie funkcji aproksymujących w postaci wielomianów potęgowych rzędu zerowego i pierwszego charakteryzuje się prostotą realizacji oraz możliwością przetwarzania w czasie rzeczywistym;

- dobór optymalnej wartości odstepu próbkowania wstępnego T_0 według podanej w pracy metody zapewnia minimalny błąd średniokwadratowy przetwarzania przy optymalnej długości słowa kodowego i zadanej wartości maksymalnego błędu aproksymacji;
- efektywność kompresji przy zadanej dokładności przetwarzania zależy od rzędu wielomianu aproksymującego. Wartość współczynnika kompresji określanego jako stosunek liczby próbek ciągu regularnego do liczby próbek znaczących w takim samym przedziale, znajduje się w zakresie 2—4 dla $n = 0$ i 1,5—3 dla $n = 1$ przy dokładności przetwarzania 0,5—4%;
- symulacja komputerowa umożliwia wyznaczenie rozkładu prawdopodobieństwa długości przedziałów aproksymacji oraz maksymalnej długości przedziału, niezbędnej do wyznaczenia liczby elementów odpowiedniego ciągu kodowego. Otrzymane wartości maksymalnej długości przedziału aproksymacji znajdują się w granicach od $4T_0$ do $9T_0$, co wymaga zastosowania ciągu kodowego (beznadmiarowego) 3—4 elementowego.

Przedstawione w pracy zależności i wzory umożliwiają prawidłowe ustalenie parametrów przetwarzania cyfrowego sygnałów pomiarowych przy projektowaniu adaptacyjnych systemów telemetrycznych, zapewniając najefektywniejsze wykorzystanie przepustowości kanału transmisyjnego.

BIBLIOGRAFIA

1. Б. Авдеев, Е. Антонюк и др.: *Адаптивные телеизмерительные системы*. Энергоиздат, Ленинград, 1981
2. Г. Горелов: *Нерегулярная дискретизация сигналов*. Радио и связь, Москва, 1982
3. Г. Майборода, В. Скрыль: *О повышении эффективности работы устройств телеизмерения энергосистем*. Электричество, 1983, № I, стр. 59—61
4. В. Тутевич: *Телемеханика*. Высшая школа, Минск, 1985
5. Р. Фурунжиев: *Вычислительная техника и её применение*. Высшая школа, Минск, 1984
6. И. Бронштейн, К. Семендяев: *Справочник по математике*. Наука, Москва, 1986
7. R. Rak: *Metody powiększenia efektywności transmisji cyfrowej sygnałów pomiarowych z wykorzystaniem kompresji danych*. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1982
8. W. Dziech: *Systemy telemetryczne*. Politechnika Świętokrzyska, Kielce, 1987
9. W. Sobczak: *Statystyczna teoria systemów przesyłania informacji*. Warszawa: WKiŁ, 1984

W. DZIECH

METHOD OF DETERMINING OPTIMUM PARAMETERS OF ADAPTIVELY SAMPLED MEASURING SIGNALS

Summary

A method of determining optimum signal parameters in digital telemetry systems with adaptive sampling is presented. The method is used for computer modelling of adaptive sampling.

W. DZIECH

**MÉTHODE DE DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES OPTIMAUX D'ÉCHANTILLONNAGE
ADAPTATIF DES SIGNAUX MESURÉS****Résumé**

Dans cet article on a présenté la méthode de détermination des paramètres optimaux des signaux dans les systèmes télémétriques numériques avec échantillonnage adaptatif des signaux mesurés. Cette méthode a été appliquée dans la modélisation d'échantillonnage adaptatif en ordinateur.

W. DZIECH

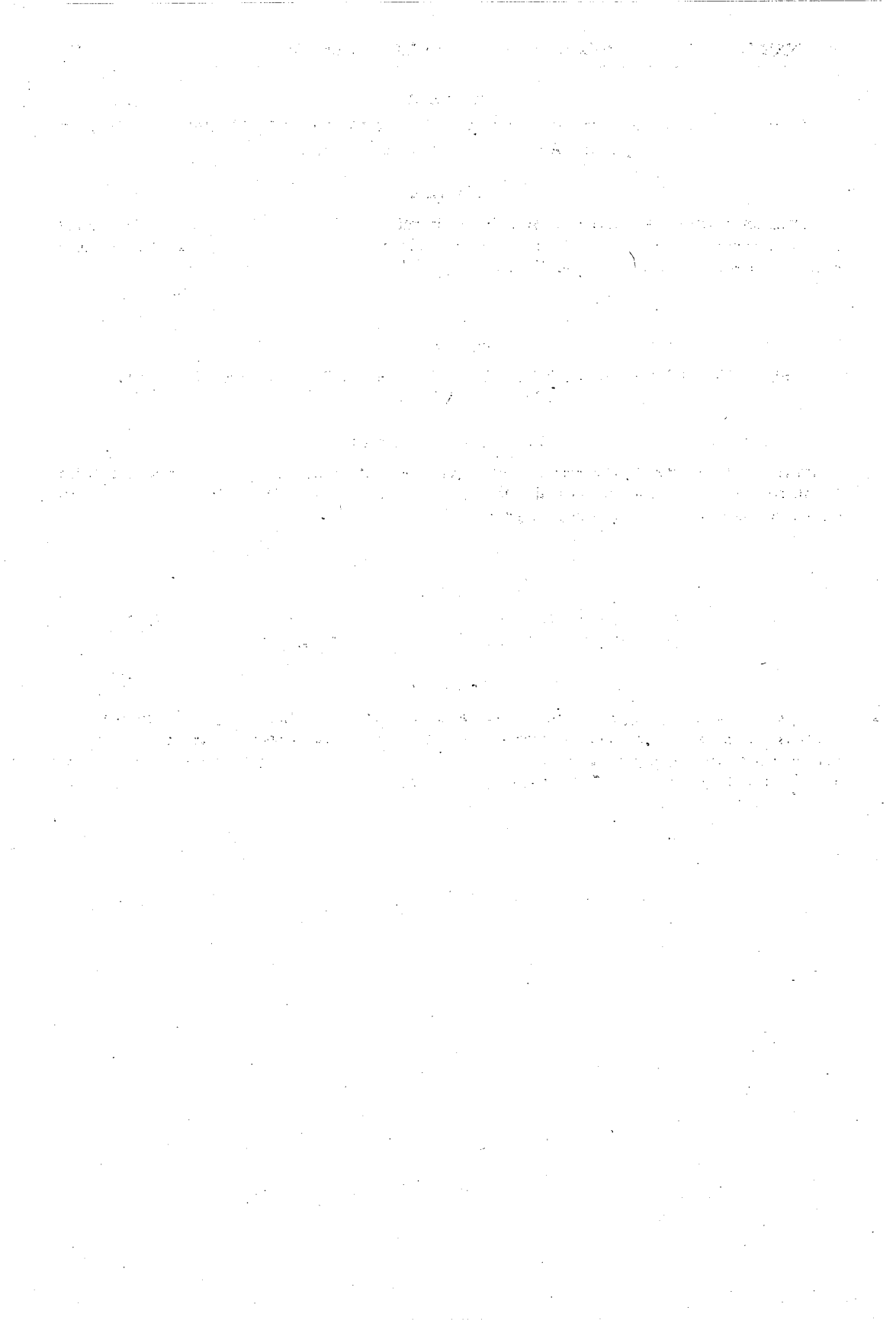
**BESTIMMUNGSMETHODE FÜR DIE OPTIMALKENNDATEN DER ADAPTIVEN
MESSIGNALABTASTUNG****Zusammenfassung**

Im vorliegenden Artikel wurde eine Bestimmungsmethode für die Optimalsignalparameter in digitalen Telemetriesystemen mit adaptiven Signalabtastung dargestellt. Die Methode wurde für das Computermodell der adaptiven Signalabtastung ausgewertet.

В. ДЗЕХ

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ АДАПТИВНОЙ
ДИСКРЕТИЗАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ****Резюме**

Представлен метод определения оптимальных параметров сигнала в цифровых телеизмерительных системах с адаптивной дискретизацией измерительных сигналов. Метод использован при моделировании дискретизации на ЦВМ, в результате которого получены основные характеристики рассмотренных способов обработки сигналов.



Analiza dynamicznych właściwości amplitudowo-częstotliwościowych operacyjnych przetworników wartości średniej

KRZYSZTOF PACHOLSKI

Instytut Podstaw Elektrotechniki, Politechnika Łódzka

Otrzymano 1987.04.02

Autoryzowano do druku 1988.06.12

W pracy przedstawiono opis właściwości częstotliwościowych dwupołówkowych prostowników operacyjnych. Uwzględniono w nim wpływ skończonej wartości szybkości zmian napięcia wyjściowego wzmacniaczy operacyjnych rozpatrywanych układów.

1. WSTĘP

Jednym z problemów współczesnej techniki pomiarowej jest dokładny pomiar wartości średniej odkształconych sygnałów napięciowych.

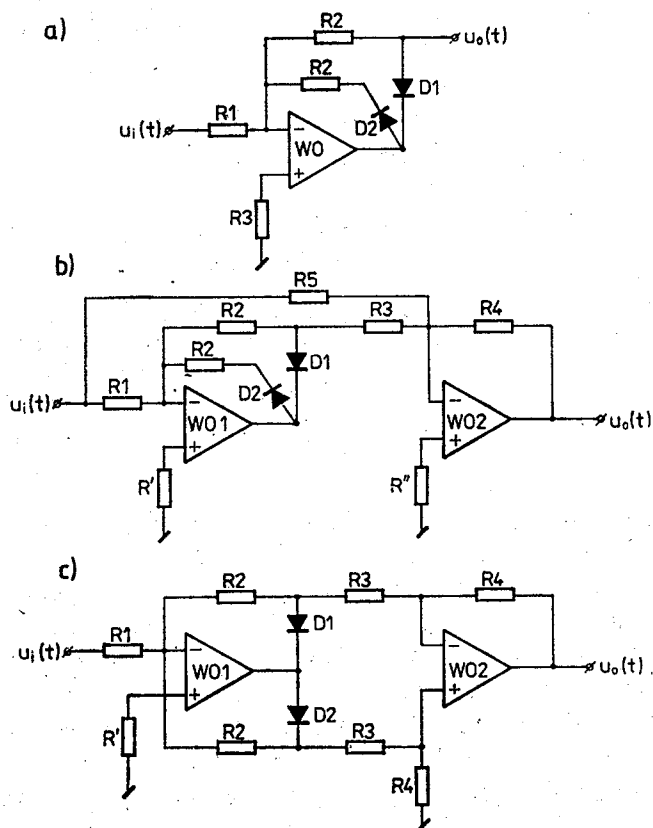
Wartość średnią sygnałów napięciowych uzyskać można za pomocą dwupołówkowego prostownika operacyjnego, do wyjścia którego dołączony jest filtr uśredniający. Właściwości częstotliwościowe prostowników dwupołówkowych dla sinusoidalnych sygnałów wejściowych opisano w pracach [1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14]. W pracach tych opisano właściwości prostowników jedynie dla sygnałów wejściowych o małym poziomie, przyjmując przy tym liniowy model analizowanych układów. Znajomość tych właściwości jest jednak nie wystarczająca, gdy na wejściu ww. prostowników występują sygnały silnie odkształcone o amplitudach zmieniających się w szerokich granicach wartości.

Opis właściwości prostowników operacyjnych dla sinusoidalnych sygnałów wejściowych przedstawiono w pracach [2, 3, 6, 7]. Nie może on być jednak wykorzystywany do oceny dynamicznych właściwości amplitudowo-częstotliwościowych prostowników, gdy na ich wejściu występują sygnały odkształcone. Wynika to z faktu, że w rozważaniach przyjęto zbyt duże założenia upraszczające, a wyprowadzone zależności nie uwzględniają odkształcenia sygnału wejściowego. Dlatego też autor niniejszego artykułu podjął próbę analizy dynamicznych właściwości amplitudowo-częstotliwościowych dwupołówkowych prostowników operacyjnych dla okresowych niesinusoidalnych sygnałów wejściowych występujących w układach elektroenergetycznych.

Autor przyjął, że na wejściu rozpatrywanych układów występują zdeterminowane sygnały napięciowe o częstotliwościach należących do pasma częstotliwości akustycznych (tzn. nie większych od 20 kHz).

2. WŁAŚCIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWE DWUPOŁÓWKOWYCH PROSTOWNIKÓW OPERACYJNYCH DLA SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH W MAŁYM POZIOMIE

Przedmiotem rozważań są prostowniki operacyjne o układach przedstawionych na rys. 1.



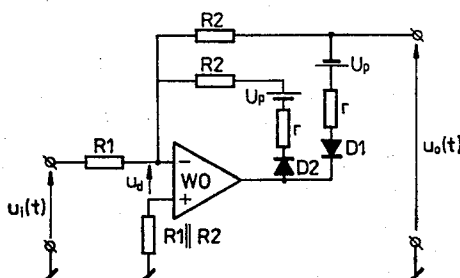
Rys. 1. Układy napięciowych prostowników operacyjnych: a) prostownik jednopołówkowy w układzie superdiody, b) prostownik dwupołówkowy asymetryczny, c) prostownik dwupołówkowy symetryczny

Poniżej przedstawiono wnioski autora dotyczące właściwości częstotliwościowych operacyjnych prostowników jednopołówkowych. Znajomość ich jest niezbędna w dalszych rozważaniach nad właściwościami częstotliwościowymi prostowników dwupołówkowych.

2.1. ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH PROSTOWNIKÓW JEDNOPOŁÓWKOWYCH

W publikacjach dotyczących właściwości częstotliwościowych jednopołówkowych prostowników operacyjnych o strukturze przedstawionej na rys. 1a wyprowadzono zależności obowiązujące wówczas gdy na wejściu prostownika występuje sygnał sinuso-

idealny. Najbardziej dokładny opis tych właściwości przedstawiono w pracy [3]. Autor tej pracy wykorzystał do analizy schemat zastępczy prostownika przedstawiony na rys. 2. Wyprowadził on zależność opisującą sygnał wyjściowy przewodzącego prostownika gdy



Rys. 2. Schemat zastępczy jednopółkowego napięciowego prostownika operacyjnego

na jego wejściu występuje sygnał sinusoidalny o amplitudzie U_m i pulsacji ω . Zależność ta w postaci zespolonej opisana jest wzorem [3]:

$$\hat{U}_{om} = -\frac{R2}{R1} U_m \left[1 - j \left(1 - \frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_m} \right) \frac{\omega}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right] \quad (1)$$

gdzie:

U_p — napięcie progowe diod prostownika

$U_m, \hat{U}_{om}$ — oznaczają odpowiednio amplitudy wejściowego oraz zespoloną wyjściowego sygnału napięciowego prostownika,

$\beta = \frac{R1}{R1 + R2}$ — jest współczynnikiem sprzężenia zwrotnego prostownika w przypadku, gdy przewodzi aktualnie spolaryzowana w kierunku przewodzenia dioda;

A_{v0}, ω_0 — oznaczają stałoprądowy współczynnik wzmocnienia napięciowego wzmacniacza operacyjnego oraz pulsację bieguna dominującego widmowej transmitancji jednobiegunowej opisującego jego właściwości częstotliwościowe

$$A_v(j) = \frac{A_{v0}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Wykorzystując wyrażenie (1) autor pracy wyznaczył względne częstotliwościowe błędy amplitudowy ε_f i fazowy $\Phi(\omega)$ prostownika dla wejściowych sygnałów sinusoidalnych o małym poziomie. Błąd amplitudowy ε_f opisał wyrażeniem:

$$\varepsilon_f = \frac{U_{om}}{U_{omi}} - 1 = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_m} \right)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right)^2, \quad (2)$$

gdzie:

$U_{om} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_m \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_m} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right)^2 \right]$ — amplituda sygnału wyjściowego prostownika gdy na jego wejściu występuje sygnał sinusoidalny w amplitudzie

U_m i pulsacji ω ; $U_{om} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_m$ — amplituda sygnału wyjściowego prostownika idealnego dla ww. sygnału wejściowego. Błąd fazowy $\Phi(\omega)$ równy jest argumentowi wyrażenia (1) i opisany jest wzorem [3]:

$$\Phi(\omega) = \arctg \frac{\left(1 - \frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_m}\right) \cdot \omega}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta}. \quad (3)$$

Zależności (2) i (3) obowiązują wówczas, gdy pulsacja ω sinusoidalnego sygnału wejściowego przetwornika spełnia nierówność [3]:

$$\omega_0 \ll \omega \ll \omega_0 A_{v0} \quad (4)$$

Przedstawione zależności nie pozwalają jednak na ocenę częstotliwościowych błędów przetwarzania prostownika gdy na jego wejściu występuje sygnał odkształcony:

$$u_i(t) = U_{mi} \sum_{k=1}^n h_k \cdot \sin[k\omega_1(t-t_0) + \varphi_k] \quad (5)$$

gdzie:

U_{m1}, ω_1 — oznaczają odpowiednio: amplitudę i pulsację harmoniczną podstawowej sygnału $u_i(t)$;

$h_k = \frac{U_{mk}}{U_{m1}}$ — współczynnik udziału k -tej harmonicznnej o amplitudzie U_{mk} ;

φ_k — oznacza fazę k -tej harmonicznnej.

Autor niniejszego artykułu przeanalizował działanie prostownika, gdy na jego wejściu występuje sygnał odkształcony (5). Wynikiem tej analizy są zależności opisujące błędy częstotliwościowe uwzględniające kształt sygnału wejściowego prostownika.

W zależnościach (2) i (3) występuje składnik niezależny od pulsacji: $-\frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_m}$ odzwierciedlający wpływ skończonej wartości współczynnika wzmocnienia napięciowego wzmacniacza operacyjnego prostownika. Z zależności tej wynika, że wpływ ten uzależniony jest od amplitudy U_m sinusoidalnego sygnału prostownika i maleje ze wzrostem jej wartości.

Zadaniem operacyjnego prostownika jednopółkowego jest odtworzenie możliwie jak najwierniej kształtu wybranej półfali sygnału wejściowego. W układach prostowników realizowanych praktycznie nie jest to jednak możliwe ze względu na:

- skończony poziom napięcia progowego układu,
- ograniczoną szerokość częstotliwościowego pasma przetwarzania wzmacniaczy operacyjnych stosowanych w ww. układach.

Poziom napięcia progowego prostownika w przypadku odkształconego sygnału wejściowego musi więc ograniczać amplitudy poszczególnych harmonicznnych tak, aby wartości szczytowe półfali sygnałów występujące na wejściu i wyjściu różniły się o wartość błędu statycznego prostownika [3]:

$$\varepsilon_{st} = \frac{U_{om}}{U_{omi}} - 1 = -\left(1 - \frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_{ms}}\right) \cdot \frac{1}{A_{v0} \cdot \beta}, \quad (6)$$

gdzie:

$$U_{oms} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{ms} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_{ms}} \right) \cdot \frac{1}{A_{v0} \cdot \beta} \right]$$

oznacza wartość szczytową sygnału wyjściowego prostownika rzeczywistego;

$$U_{msi} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{ms} \text{ — wartość szczytowa odpowiedzi prostownika idealnego;}$$

U_{ms} — wartość szczytowa odkształconego sygnału wejściowego prostownika.

Oznacza to, że wartość szczytowa sygnałów: wejściowego i wyjściowego będą różniły się jedynie o wartość resztkowego napięcia progowego tego układu równą $U_{ms} \cdot \varepsilon_{st}$.

Biorąc pod uwagę przedstawione rozważania autor artykułu wyprowadził zależności opisujące względne częstotliwościowe błędy przetwarzania (amplitudowy i fazowy) sygnału odkształconego (zal. 5) przez prostownik operacyjny w układzie superdiody.

Względny amplitudowy błąd przetwarzania k -tej harmonicznej określony jest wzorem:

$$\varepsilon_{fk} = \frac{U_{omk}}{U_{omki}} - 1 = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 \cdot \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right)^2 \quad (7)$$

gdzie:

$$U_{omk} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{mk} \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right)^2 \right]$$

oznacza amplitudę k -tej harmonicznej sygnału wyjściowego prostownika rzeczywistego;

$$U_{omki} = -\frac{R2}{R1} U_{mk} \text{ — oznacza amplitudę ww. harmonicznej na wyjściu prostownika idealnego.}$$

Błąd fazowy opisany jest wzorem:

$$\Phi_{ok}(\omega) = -\arctg \left[\left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_{ms}} \right) \cdot \frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right]. \quad (8)$$

Równy jest on argumentowi wyrażenia (9) opisującego amplitudę k -tej harmonicznej sygnału wyjściowego prostownika, gdy na jego wejściu występuje sygnał odkształcony (zal. 5) o wartości szczytowej U_{ms} :

$$U_{omk} = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{mk} \cdot \left[1 - j \left(1 - \frac{R1}{R2} \cdot \frac{U_p}{U_{ms}} \right) \cdot \frac{|k\omega_1|}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta} \right]. \quad (9)$$

Korzystając z zal. (7) i (8) wyznaczono błąd przetwarzania wartości średniej sygnału odkształconego dla rozpatrywanego prostownika. Błąd ten zdefiniowany jest następującym wyrażeniem:

$$\delta_{0a} = \frac{U_{0p}}{U_{0pi}} - 1, \quad (10)$$

gdzie:

$$U_{0p} = \frac{1}{T} \int_{t_0=0}^T u_{0p}(t) dt \text{ — wartość średnia za okres } T \text{ sygnału wyjściowego } u_{0p}(t) \text{ prostownika rzeczywistego:}$$

$$U_{0p}(t) = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k(1 + \varepsilon_{fk}) \sin[k \cdot \omega_1(t - t_0) + \varphi_k + \Phi_{0k}(\omega)]$$

$$U_{0pi} = \frac{1}{T} \int_{t_0=0}^T u_{0pi}(t) dt \text{ — wartość średnia za okres } T \text{ sygnału wyjściowego } u_{0pi}(t) \text{ prostownika idealnego:}$$

$$U_{0p}t = -\frac{R2}{R1} \cdot U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k \sin[k\omega_1(t - t_0) + \varphi_k].$$

Po podstawieniu do wyrażenia (10) przedstawionych zależności i odpowiednich przekształceniach otrzymano wyrażenie opisujące błąd δ_{0a} przetwarzania wartości średniej sygnału odkształconego (10) przez rozpatrywany prostownik:

$$\delta_{0a} = \frac{\sum_{k=1,3,5\dots}^n \frac{h_k}{k} (1 + \varepsilon_{fk}) \cos(\varphi_k + \Phi_{0k}(\omega))}{\sum_{k=1,3,5\dots}^n \frac{h_k}{k} \cos \varphi_k} \quad (11)$$

Błąd ten będzie osiągał wartość maksymalną wówczas, gdy fazy poszczególnych harmonicznych sygnału wejściowego prostownika będą spełniały zależność:

$$\varphi_k = -\Phi_{0k}(\omega).$$

2.2. ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWYCH PROSTOWNIKÓW DWUPOŁÓWKOWYCH

Przedmiotem analizy będą operacyjne prostowniki dwupołówkowe, których układy przedstawia rys. 1b i c. Prostowniki te ze względu na strukturę torów przetwarzania dodatniej i ujemnej półfali sygnału wejściowego autor artykułu podzielił na:

- prostowniki asymetryczne (rys. 1b),
- prostowniki symetryczne (rys. 1c).

W rozważaniach przedstawionych poniżej przyjęto, że wzmacniacze operacyjne stosowane w rozpatrywanych układach charakteryzują się identycznymi właściwościami częstotliwościowymi dla sygnałów wejściowych o małym poziomie.

2.2.1. Właściwości częstotliwościowe dwupołówkowych prostowników asymetrycznych

Znane są obecnie dwa rodzaje prostowników asymetrycznych (rys. 1b) [2, 3, 5, 6]:

- prostowniki z układami jednapółwkowymi o wzmacnieniu jednostkowym $\left(\frac{R2}{R1} = \frac{R4}{R5} = 1, \frac{R4}{R3} = 2\right)$,
- prostowniki z układem jednapółwkowym o wzmacnieniu dwukrotnym $\left(\frac{R2}{R1} = 2, \frac{R4}{R3} = \frac{R4}{R5} = 1\right)$.

Odpowiedź $u_{0DA}(t)$ prostownika asymetrycznego na wymuszenie poliharmoniczne wyznaczono w sposób następujący [10]. W czasie, gdy na wejściu prostownika występuje dodatnia półfala sygnału $u_i(t)$, jego sygnał wyjściowy $u_{0DA}(t)$ jest równy:

$$u_{0DA}(t) = U_{m1} \left\{ \alpha_1 \alpha_2 \sum_{k=1}^n h_k (1 + \varepsilon_{fk}) \cdot (1 + \varepsilon_{fw1}) \sin[k\omega_1(t - t_0) + \varphi_k + \Phi_{0k} + \Phi_{w1}(\omega)] - \alpha_3 \sum_{k=1}^n h_k (1 + \varepsilon_{fw2}) \sin[k \cdot \omega_1(t - t_0) + \varphi_k + \Phi_{w2}(\omega)] \right\} \quad \text{dla } t \in (t_0, t_p), \quad (12)$$

gdzie:

t_p — chwila czasowa, w której sygnał poliharmoniczny $u_i(t)$ zmienia znak z dodatniego na ujemny;

T — okres sygnału $u_i(t)$;

$\alpha_1 = \frac{R2}{R1}$ — wartość bezwzględna współczynnika wzmocnienia superdiody w linio-
wym zakresie pracy,

$\alpha_2 = \frac{R4}{R3}$, $\alpha_3 = \frac{R4}{R5} = 1$ — wartości bezwzględne współczynników wzmocnienia odpowiednio: wzmacniacza sumacyjnego WO2 (rys. 1b) dla sygnału wyjściowego superdiody oraz sygnału $u_i(t)$.

Dla ujemnej półfali sygnału wejściowego przebieg $u_{0DA}(t)$ opisany jest wzorem:

$$u_{0DA}(t) = -U_{m1} \alpha_3 \sum_{k=1}^n h_k (1 + \varepsilon_{fw2}) \sin[k\omega_1(t - t_0) + \varphi_k + \Phi_{w2}(\omega)] \quad \text{dla } t \in (t_p, t_0 + T). \quad (13)$$

W zależnościach (12) i (13) wielkości ε_{fk} , Φ_{0k} oznaczają względne częstotliwościowe błędy przetwarzania: amplitudowy (zal. 7) i fazowy (zal. 8) k -tej harmonicznej sygnału $u_i(t)$ układu jednopółkowego rozpatrywanego prostownika. Wielkości ε_{fw1} , ε_{fw2} oraz $\Phi_{w1}(\omega)$, $\Phi_{w2}(\omega)$ są względnymi częstotliwościowymi błędami przetwarzania wzmacniacza sumacyjnego WO2 prostownika asymetrycznego dla sygnałów wyjściowych superdiody oraz sygnału $u_i(t)$.

Błędy ε_{fw1} , ε_{fw2} oraz Φ_{w1} i Φ_{w2} opisują następujące wyrażenia [3] [10]

$$\varepsilon_{fw1} = -\frac{1}{2} \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta_1} \right)^2 \quad (14)$$

$$\varepsilon_{fw2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta_2} \right)^2 \quad (15)$$

$$\Phi_{w1} = \Phi_{w1}(\omega) = -\arctg \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta_1} \right) \quad (16)$$

$$\Phi_{w2} = \Phi_{w2}(\omega) = -\arctg \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 \cdot A_{v0} \cdot \beta_2} \right). \quad (17)$$

W wyrażeniach (14)–(17) wielkości β_1 i β_2 oznaczają wartości współczynników sprzężenia zwrotnego wzmacniacza WO2 rozpatrywanego prostownika dla sygnałów wyjściowych superdiody oraz sygnału $u_i(t)$. Opisują je zależności:

$$\beta_1 = \frac{R3}{R3 + R4}, \quad \beta_2 = \frac{R5}{R5 + R4}.$$

Dla uproszczenia dalszych rozważań przyjęto, że:

— widmo częstotliwościowe sygnału $u_i(t)$ zawarte jest w przydziale pulsacji (ω_{g1}, ω_{g2}):

$$\left(\omega_{g1} \gg \omega_0, \quad \omega_{g2} \ll \frac{0,1\omega_0 \cdot A_{v0}}{1 - \frac{R1}{R2} \frac{U_p}{U_{ms}}} \right) [10];$$

— fazy wyższych harmonicznych sygnału $u_i(t)$ są równe zero: $\varphi_k = 0$;

— sygnał $u_i(t)$ zmienia znak z dodatniego na ujemny jedynie w połowie swego okresu

$$\text{tzn. } t_p = t_0 + \frac{T}{2}.$$

Przy tych założeniach wyrażenia (12) i (13) opisujące sygnał $u_{ODA}(t)$ uproszczono do postaci:

$$u_{ODA}(t) = U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k \{ \alpha_1 \cdot \alpha_2 (1 + \varepsilon_{fk} + \varepsilon_{fw1}) - \alpha_3 (1 + \varepsilon_{fw2}) \} \sin k\omega_1(t - t_0) \quad \text{dla } t \in (t_0, t_p) \quad (18)$$

$$u_{ODA}(t) = -\alpha_3 \cdot U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k (1 + \varepsilon_{fw2}) \sin k\omega_1(t - t_0) \quad \text{dla } t \in (t_p, t_0 + T). \quad (19)$$

Korzystając z zal. (18) i (19) wyznaczono wartość średnią za okres T sygnału wyjściowego prostownika asymetrycznego [10]:

$$u_{ODAa} = \frac{1}{T} \int_{t_0=0}^T u_{ODA}(t) dt = \frac{2}{\pi} U_{m1} \sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k} (1 + \varepsilon_{fk} + \varepsilon_{fw1}). \quad (20)$$

Względny częstotliwościowy błąd przetwarzania wartości średniej odkształconego sygnału wejściowego dla rozpatrywanego prostownika zdefiniowany jest następującym wyrażeniem [10]:

$$\delta_{ODAa} = \frac{U_{ODA}}{U_{ODAi}} - 1, \quad (21)$$

gdzie:

$\underline{U}_{ODA}$ — oznacza wartość średnią sygnału wyjściowego rzeczywistego prostownika asymetrycznego opisana zal. (20),

$\underline{U}_{ODAi}$ — oznacza wartość średnią sygnału wyjściowego idealnego prostownika asymetrycznego opisana wyrażeniem [11]:

$$\underline{U}_{ODAi} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{m1} \sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k}.$$

Błąd δ_{ODAa} po podstawieniu do zależności (21) wyrażeń opisujących wielkości u_{ODAa} i u_{ODAia} i odpowiednich przekształceniach równy jest [10]:

$$\delta_{ODAa} = \frac{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k} (\varepsilon_{fk} + \varepsilon_{fw1})}{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k}}. \quad (22)$$

Reasumując dotychczasowe rozważania można stwierdzić, że dla sygnałów odkształconych zmieniających znak w połowie okresu (tzn. $(t_p = t_0 + \frac{T}{2})$) błąd przetwarzania wartości średniej tych sygnałów przez prostownik asymetryczny proporcjonalny jest do sumy błędów przetwarzania toru przenoszącego dodatnią półfale sygnału wejściowego. W rozpatrywanym układzie. Tor ten stanowi przewodząca superdioda wraz z dołączonym do jej wyjścia, przez opornik $R3$ (rys. 1b), wzmacniaczem WO2.

Dla prostownika asymetrycznego z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym wyrażenie opisujące błąd δ_{ODa} przyjmuje postać [10]:

$$\delta_{ODA1a} = -\frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k} \left[4 \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 + 9 \right] \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}} \right)^2}{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k}}. \quad (23)$$

Natomiast dla układu z superdiodą o wzmacnieniu dwukrotnym błąd ten opisany jest wzorem [10]:

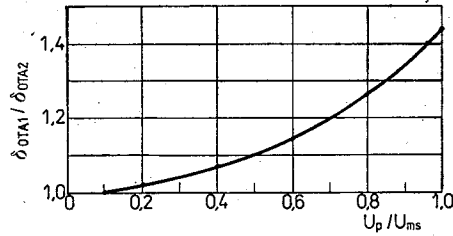
$$\delta_{ODA2a} = -\frac{1}{2} \frac{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k} \left[9 \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 + 4 \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}} \right)^2 \right]}{\sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k}}. \quad (24)$$

Porównania właściwości częstotliwościowych rozpatrywanych prostowników dokonać można wyznaczając stosunek wyrażeń (23) i (24) [10]:

$$\frac{\delta_{ODA1a}}{\delta_{ODA2a}} = \frac{4 \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 + 9}{9 \left(1 - \frac{U_p}{2 \cdot U_{ms}} \right)^2 + 4}. \quad (25)$$

Interpretację graficzną tego wyrażenia przedstawia rys. 3.

Z wykresu przedstawionego na tym rysunku wynika, że prostownik asymetryczny z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym charakteryzuje się błędem przetwarzania wartości średniej praktycznie półtorakrotnie większym niż układ z superdiodą o wzmacnieniu dwukrotnym, gdy na wejściu obu układów występuje sygnał odkształcony o małym poziomie.



Rys. 3. Charakterystyka zależności $\frac{\delta_{ODA1a}}{\delta_{ODA2a}} = f\left(\frac{U_p}{U_{ms}}\right)$

2.2.2. Właściwości częstotliwościowe prostowników symetrycznych

Typowy układ operacyjnego prostownika symetrycznego przedstawia rys. 1c. Wartości elementów rezystancyjnych tego układu spełniają następujący warunek:

$$\frac{R1}{R2} = \frac{R3}{R4} = 1.$$

Przyjmując założenia upraszczające przedstawione w poprzednim rozdziale odpowiedzi prostownika symetrycznego $u_{ODS}(t)$ na wymuszenie poliharmoniczne opisano następującym wyrażeniem [10]:

$$u_{ODS}(t) = U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k [1 + (\varepsilon_{fs} + \varepsilon_{fws})] \sin[k\omega_1(t - t_0) + \varphi_s + \Phi_{os}(\omega) + \Phi_{ws}(\omega)] \text{ dla } t(t_0, t_p) V(t_p, t_0 + T) \quad (26)$$

W zależności tej ε_{fs} i ε_{fws} oznaczają względne błędy amplitudowe superdiody oraz wzmacniacza różnicowego WO2 (rys. 1c) rozpatrywanego prostownika. Wielkości $\Phi_{os}(\omega)$ i $\Phi_{ws}(\omega)$ oznaczają błędy fazowe tych układów. Błędy amplitudowe opisane są zależnościami zdefiniowanymi w pracy [10]:

$$\varepsilon_{fs} = -2 \cdot \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}}\right)^2 \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}}\right)^2, \quad (27)$$

$$\varepsilon_{fws} = -2 \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}}\right)^2. \quad (28)$$

Natomiast błędy fazowe opisują następujące wyrażenia [10]:

$$\Phi_{os}(\omega) = -\arctg \left[\frac{2 \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}}\right) \cdot k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}} \right], \quad (29)$$

$$\Phi_{ws}(\omega) = -\arctg \left[\frac{2k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}} \right]. \quad (30)$$

Przyjmując teraz, że:

- widmo częstotliwościowe sygnału $u_i(t)$ zawarte jest w przedziale pulsacji (ω_{g1s} , ω_{g2s}) $\left(\omega_{g1s}\omega_0, \omega_{g2s} \ll \frac{0,05\omega_0 A_{v0}}{1 - \frac{U_p}{U_{ms}}} [10] \right)$;
- fazy wyższych harmonicznych ww. sygnału są równe zero tzn. $\varphi_k = 0$
- sygnał $u_i(t)$ zmienia znak w połowie półokresu tzn. $t_p = t_0 + \frac{T}{2}$
- wyznaczono zależność na wartość średnią za okres T U_{ODSa} ww. sygnału [10]:

$$U_{ODSa} = \frac{2}{T} \int_{t_0=0}^{t_p} u_{ODS}(t) dt = \frac{2}{\pi} U_{m1} \sum_{k=1,3,5..}^n \frac{h_k}{k} [1 + (\varepsilon_{fs} + \varepsilon_{fws})]$$

Stąd względny częstotliwościowy błąd przetwarzania wartości średniej sygnału odkształconego $u_i(t)$ przez prostownik symetryczny jest równy [10]:

$$U_{ODSa} = \frac{U_{ODSa}}{U_{ODSiA}} - 1 = -2 \frac{\sum_{k=1,3..}^n \frac{h_k}{k} \left[1 + \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 \left(\frac{k\omega_1}{\omega_0 A_{v0}} \right) \right]^2}{n \frac{h_k}{k}}, \quad (32)$$

$$k = 1, 3, 5 \dots$$

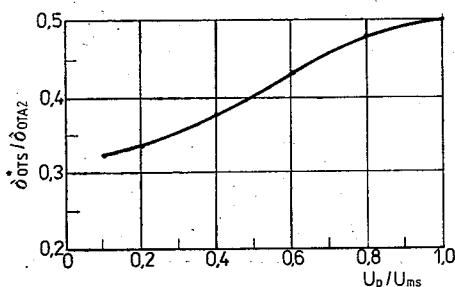
gdzie: u_{ODSa} — por. zal. (31), $u_{ODSiA} = u_{ODAi}$ — por. zal. (21).

Wyznaczając teraz stosunek wyrażeń (32) oraz (23) opisujących błędy δ_{ODSa} i δ_{ODAiA} otrzymano następujące wyrażenie:

$$\frac{\delta_{ODS}}{\delta_{ODAiA}} = \frac{2 \left[1 + \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 \right]}{9 \left(1 - \frac{U_p}{U_{ms}} \right)^2 + 9}. \quad (33)$$

Interpretację graficzną tego wyrażenia przedstawia rys. 4.

W porównaniu z przedstawionymi wcześniej układami prostowników asymetrycznych prostownik symetryczny charakteryzuje się lepszymi właściwościami częstotliwościowymi dla małego poziomu wejściowego sygnału odkształconego. Błąd przetwarzania δ_{ODSa}



Rys. 4. Charakterystyka zależności $\frac{\delta_{ODSa}}{\delta_{ODAiA}} = f\left(\frac{U_p}{U_{ms}}\right)$

wartości średniej tego sygnału jest praktycznie dwukrotnie mniejszy w porównaniu z błędem δ_{ODA2a} prostownika asymetrycznego z superdiodą o wzmacnieniu dwukrotnym (a tym samym trzykrotnie mniejszy od błędu δ_{ODA1a} prostownika z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym).

3. WŁAŚCIWOŚCI CZĘSTOTLIWOŚCIOWE DWUPOŁÓWKOWYCH PROSTOWNIKÓW OPERACYJNYCH DLA SYGNAŁÓW WEJŚCIOWYCH O DUŻYM POZIOMIE

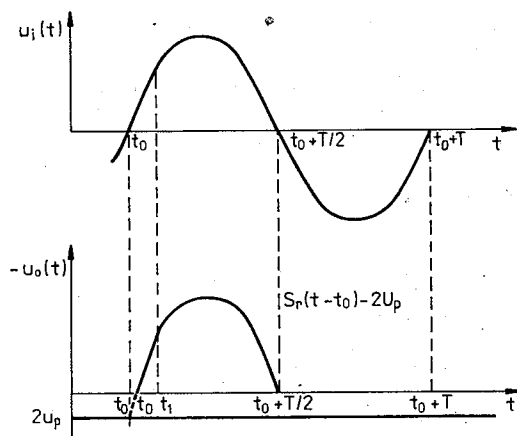
3.1. WŁAŚCIWOŚCI PROSTOWNIKÓW JEDNOPOŁÓWKOWYCH

Opisowi częstotliwościowych właściwości prostowników jednopółówkowych poświęcono szereg prac. Należą do nich przede wszystkim: [2, 3, 7]. Autorzy tych prac prowadzili rozważania analizując kształt sygnału wejściowego prostownika i pomijając przy tym zjawiska fizyczne zachodzące w jego układzie. Dlatego też ich wyniki są niepełne.

Opis właściwości częstotliwościowych operacyjnych prostowników jednopółówkowych dla sygnałów wejściowych o dużym poziomie uwzględniający właściwości fizyczne analizowanych układów przedstawiono poniżej. Rozważania przeprowadzono przy założeniach upraszczających przedstawionych wcześniej. Przyjęto ponadto, że sygnał $u_i(t)$ prostownika spełnia następujące warunki:

- w ciągu okresu T osiąga tylko raz maksimum i minimum,
- $\left| \frac{du_i(t)}{dt} \right| < S_r$ dla $t \in (t_0, t_0 + T)$ (S_r — oznacza maksymalną szybkość zmian napięcia wyjściowego wzmacniacza operacyjnego prostownika).

Sygnał wyjściowy prostownika jednopółówkowego $u_o(t)$ dla odkształconego sygnału wejściowego $u_i(t)$ zał. (5) o dużej wartości maksymalnej, przedstawia następujący rysunek



Rys. 5. Przebieg czasowy odpowiedzi prostownika jednopółówkowego $u_o(t)$ (b) na wymuszenie poliharmoniczne $u_i(t)$ o dużym poziomie (a)

Kształt sygnału $u_0(t)$ rozpatrywanego prostownika uzasadnić można w sposób następujący [10]. Dla niewielkiego poziomu dodatniego sygnału wejściowego $u_i(t)$ (mniejszego od napięcia progowego prostownika) dioda D1 rozpatrywanego układu (rys. 1a) nie przewodzi i jego sygnał wyjściowy równy jest zero:

$$u_0(t) = 0 \text{ dla } t \in (t_0, t_D) \quad (34)$$

Pętla sprzężenia zwrotnego układu (dzielnik rezystancyjny $R1, R2$ — rys. 1a) jest wówczas otwarta. Stopień wzmacniacza operacyjnego prostownika poprzedzający obwód o dominującym biegunie jest przesterowany. Natomiast sygnał wyjściowy $u_0(t)$ tego wzmacniacza narasta liniowo z szybkością Sr (rys. 5b). W chwili t_D dioda D1 zaczyna przewodzić i pętla sprzężenia zwrotnego układu zostanie zamknięta. Na wyjściu prostownika pojawi się wówczas sygnał narastający liniowo opisany następującym wyrażeniem:

$$u_0(t) = -Sr(t-t_0) - 2U_p \text{ dla } t \in (t_D, t_1). \quad (35)$$

W chwili t_1 wzmacniacz operacyjny prostownika przechodzi w liniowy zakres pracy. Wówczas wejściowe napięcie różnicowe $u_d(t)$ wzmacniacza jest mniejsze od u_{dmx} [10], które określa granicę jego pracy liniowej. Od chwili t_1 prostownik przenosi liniowo dodatnią półfale sygnału $u_i(t)$. W przedziale czasowym $(t_1, t_0 + T)$ (rys. 5b) sygnał wyjściowy $u_0(t)$ opisuje zależność:

$$u_0(t) = \frac{1-\beta}{\beta} \cdot u_i(t) \text{ dla } t \in (t_1, t_0 + T), \quad (36)$$

gdzie:

$$\beta = \frac{R1}{R1 + R2} \text{ — oznacza współczynnik sprzężenia zwrotnego prostownika w liniowym zakresie pracy.}$$

Gdy sygnał wejściowy prostownika będzie ujemny, jego sygnał wyjściowy ponownie równy jest zero:

$$u_0(t) = 0 \text{ dla } t \in \left(t_0 + \frac{T}{2}, t_0 + T\right). \quad (37)$$

Długość przedziału czasowego $(t_D - t_0)$ w postaci względnej określa zależność:

$$\frac{t_D - t_0}{T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2U_p}{U_{m1}} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{p1}} \quad (38)$$

gdzie:

$$\omega_{p1} = \frac{Sr}{U_{m1}} \text{ — oznacza pulsację graniczną pasma przenoszenia mocy podstawowej harmonicznej sygnału } u_i(t) \text{ o amplitudzie } U_{m1} \text{ [2].}$$

Natomiast długość przedziału czasowego $(t_1 - t_0)$, w którym wzmacniacz operacyjny prostownika jest przesterowany, uzyskać można rozwiązując następujące równanie [10]:

$$(1 - \beta) U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k \cdot \sin k\omega_1(t_1 - t_0) - Sr(t_1 - t_0) - 2U_p = 0 \quad (39)$$

Dla niewielkich długości przedziału czasowego $(t_1 - t_0)$ [10] równanie (39) przedstawić można w postaci:

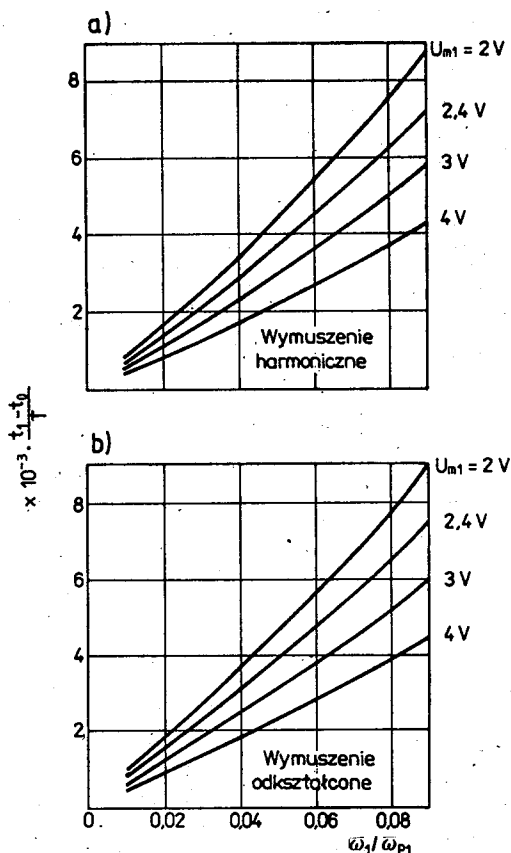
$$(1 - \beta) U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k \cdot k \omega_1 (t_1 - t_0) - S r (t_1 - t_0) - 2 U_p = 0 \quad (40)$$

i po przekształceniach otrzymujemy [10]:

$$\frac{t_1 - t_0}{T} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\frac{\omega_1}{\omega_{p1}} \cdot \frac{U_p}{U_{m1}}}{2 \left[1 - (1 - \beta) \frac{\omega_1}{\omega_{p1}} \sum_{k=1}^n h_k k \right]} \quad (41)$$

Interpretację graficzną zal. (41) w funkcji pulsacji względnej $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}$ przedstawia rys. 6.

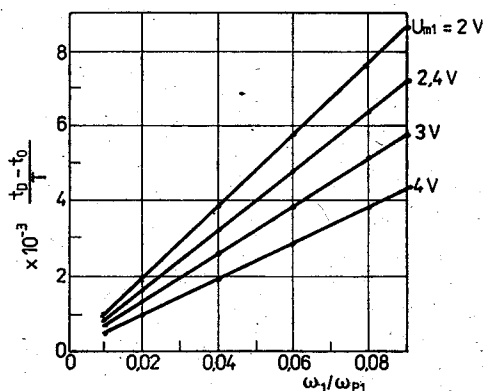
Przyjęto przy tym, że w układzie prostownika stosowane są diody krzemowe o napięciu progowym równym 0.6 V ($U_p = 0.6$ V). Przedstawione charakterystyki wyznaczono dla prostownika jednopołówkowego o wzmacnieniu jednostkowym ($\beta = 0.5$) dla wymu-



Rys. 6. Charakterystyka $\frac{t_1 - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla superdiody o wzmacnieniu jednostkowym

szenia harmonicznego (rys. 6a) oraz odkształconego trzecią harmoniczną o współczynniku udziału 0.3 i fazie zgodnej z fazą harmoniczną podstawowej (rys. 6b).

Zależność (41) pozwala jedynie na jakościową ocenę wpływu parametrów wielosygnałowych wzmacniacza operacyjnego prostownika na względną długość przedziału czasowego $(t_1 - t_0)$ (tzn. $\frac{t_1 - t_0}{T}$), w którym jest on przesterowany. Względny czas przesterowania prostownika określony z tej zależności dla dopuszczalnych zmian pulsacji względnej $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}$ (należących do przedziału $(0, 0.09)$ [10] jest mniejszy od względnej długości przedziału czasowego $(t_D - t_0)$ (zal. 38), w którym diody $D1$ i $D2$ prostownika (rys. 1a) nie przewodzą. Interpretację graficzną zal. (38) przedstawia rys. 7. Z przebiegu charakte-



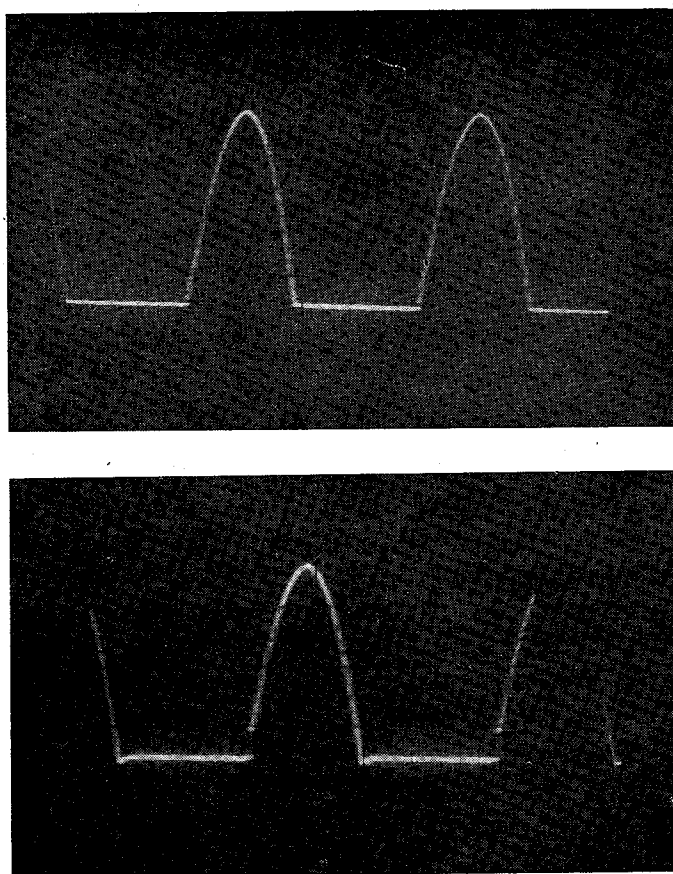
Rys. 7. Charakterystyka $\frac{t_D - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$

rystyk przedstawionych na rys. 6 i 7 wynika, że dla sygnałów, których pulsacja harmonicznego podstawowej spełnia wyrażenie (40), nawet przy dużym ich poziomie, otrzymuje się na wyjściu prostownika sygnał odtwarzający swym kształtem sygnał wejściowy.

Na rys. 8 przedstawiono oscylogramy sygnału wyjściowego prostownika o wzmacnieniu dwukrotnym, którego układ zrealizowano wykorzystując wzmacniacz operacyjny typu $\mu A741$ oraz diody typu BAY 55 [10]. Tys. 8a przedstawia sygnał wyjściowy prostownika, gdy na jego wejściu występuje sygnał sinusoidalny o amplitudzie 2 V i częstotliwości 1 kHz. Natomiast rys. 8b przedstawia ten sygnał dla harmonicznego sygnału wejściowego prostownika o takiej samej amplitudzie i częstotliwości 6 kHz.

Dla rozpatrywanego prostownika do realizacji, którego wykorzystano wzmacniacz operacyjny typu $\mu A741$ sygnał harmonicznego o amplitudzie 2 V i częstotliwości 1 kHz spełnia wyrażenie (40) [10]. Wyrażenia tego nie spełnia sygnał o częstotliwości 6 kHz [10]. Oscylogramy przedstawione na rys. 8 potwierdzają więc słuszność przedstawionego rozumowania.

Względną długość przedziału czasowego $(t_1 - t_0)$ dla szerokiego przedziału wartości pulsacji względnych wyznaczono rozwiązując równanie (39) [10]. Do rozwiązania tego równania zastosowano cyfrową maszynę matematyczną typu MERA 400. Rozwiązanie

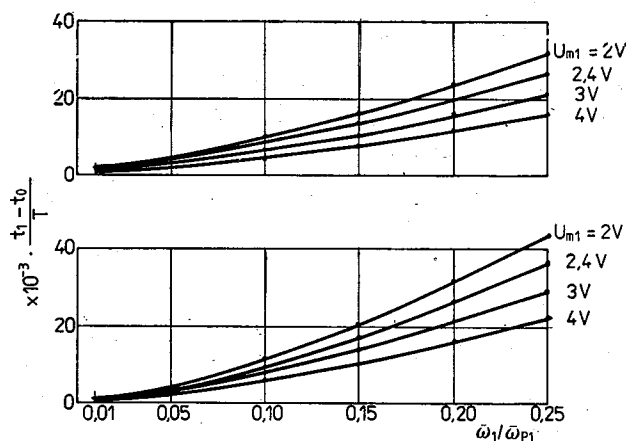


Rys. 8. Oscylogramy sygnału wyjściowego rozpatrywanego prostownika realizowanego przy wykorzystaniu wzmacniacza operacyjnego typu $\mu A741$

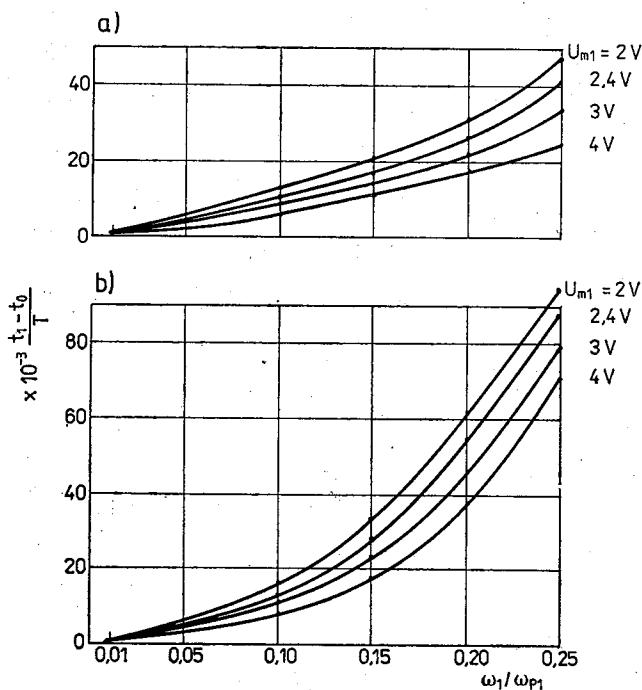
równania (39) przeprowadzono dla prostowników jednopółówkowych o wzmacnieniu jednostkowym i dwukrotnym. Przyjęto przy tym, że:

- w układach prostowników zastosowano wzmacniacze operacyjne o parametrze S_r równym $0.5 \text{ V}/\mu\text{s}$ (np. typu $\mu A741$) oraz diody krzemowe o $U_p = 0.6 \text{ V}$,
- na wejściu tych prostowników występuje sygnał sinusoidalny oraz odkształcony trzecią harmoniczną o współczynniku udziału 0.3 i fazie zgodnej z fazą harmoniczną podstawowej. Wyniki obliczeń w postaci graficznej przedstawiają rys. 9 i 10.

Analiza przebiegu tych wykresów pozwoliła stwierdzić, że długość przedziału czasowego $(t_1 - t_0)$, w którym układ rozpatrywanego prostownika jest przesterowany uzależniona jest od stromości sygnału wejściowego w chwili gdy zmieni on swą wartość z ujemnej na dodatnią. Ponadto układ o wzmacnieniu jednostkowym w porównaniu z układem o wzmacnieniu dwukrotnym charakteryzuje się znacznie lepszymi właściwościami częstotliwościowymi. Przy przetwarzaniu sygnału harmonicznego o pulsacji względnej większej od 0.15 $\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}} > 0.15 \right)$ stosunek czasów przesterowania równy jest 0.6. Nato-



Rys. 9. Charakterystyki $\frac{t_1 - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla prostownika jednopółkowego o wzmacnieniu jednostkowym dla sygnału wejściowego harmonicznego (a) oraz dla odkształconego trzecią harmoniczną (b)



Rys. 10. Charakterystyki $\frac{t_1 - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla prostownika jednopółkowego o wzmacnieniu dwukrotnym przy harmonicznym (a) oraz odkształconym trzecią harmoniczną sygnale wejściowym (b)

miast dla sygnałów odkształconych o dużym udziale wyższych harmonicznymi nieparzystych, których faza jest zgodna z fazą harmonicznej podstawowej (np. trzecią o współczynniku udziału 0.3) o pulsacji względnej: $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}} > 0.15$ ww. przedział czasowy dla super-

diody o wzmacnieniu „1” stanowi połowę czasu przesterowania układu o wzmacnieniu „2”.

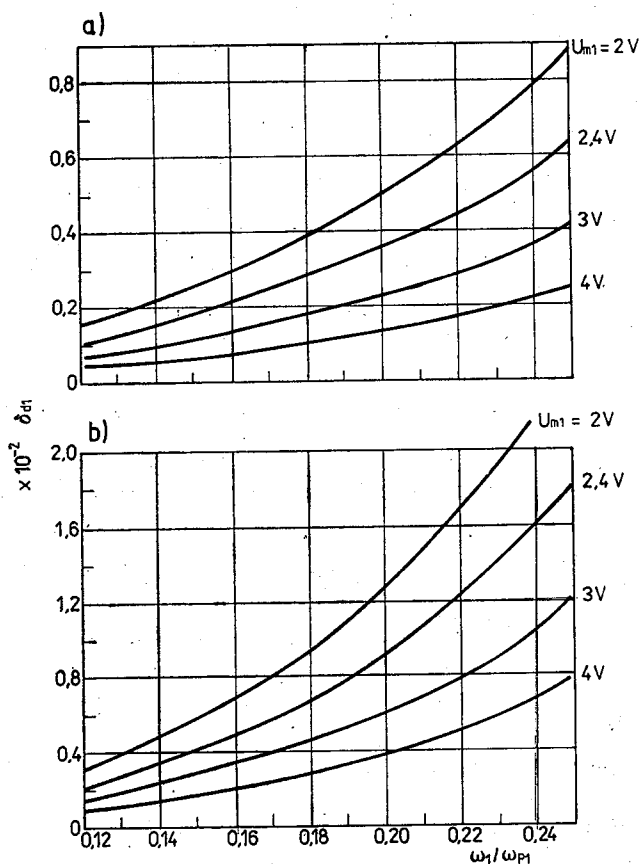
Przesterowanie wzmacniacza operacyjnego superdiody sygnałem o dużym poziomie jest źródłem błędów przetwarzania wartości średniej tego sygnału przez rozpatrywany układ prostownika. Błąd ten zdefiniowano następującą zależnością [10]:

$$\delta_{da} = \frac{U_{od}}{U_{oi}} - 1 \quad (42)$$

gdzie:

$$U_{od} = -U_{m1} \left\{ \pi \frac{\omega_{p1}}{\omega_1} \cdot (\mu_1^2 - \mu_D^2) - \frac{2U_p}{U_{m1}} (\mu_1 - \mu_D) + \frac{1-\beta}{\beta} \cdot \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^n \frac{h_k}{k} [(-1)^{k+1} + \cos(2\pi k \mu_1)] \right\}$$

oznacza wartość średnią za okres T sygnału wyjściowego rzeczywistego prostownika jednopółkowego $\left(\mu_1 = \frac{t_1 - t_0}{T}, \quad \mu_D = \frac{t_D - t_0}{T} \right)$;

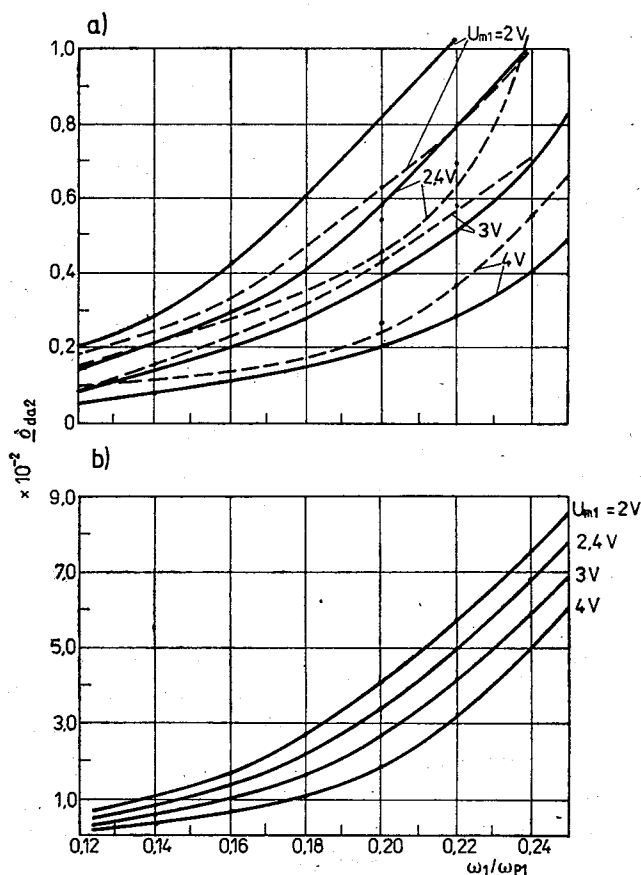


Rys. 11. Wykres wartości błędów przetwarzania superdiody o wzmacnieniu „1” przy wymuszeniu harmonicznym (a) i odkształconym trzecią harmoniczną (b)

$u_{odi} = - \frac{U_{m1}}{\pi} \sum_{k=1,3,\dots}^n \frac{h_k}{k}$ — oznacza wartość średnią za okres T sygnału wyjściowego jednopołówkowego prostownika idealnego.

Podstawiając do wzoru (42) przytoczone zależności otrzymano wyrażenie opisujące błąd δ_{da} [10]:

$$\delta_{da} = \frac{\frac{\omega_{p1}}{\omega_1} \pi^2 \cdot (\mu_1^2 - \mu_D^2) - 2\pi \frac{U_p}{U_{m1}} (\mu_1 - \mu_D)}{\sum_{k=1,3,\dots}^n \frac{h_k}{k}} + \frac{1-\beta}{2\beta} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n \frac{h_k}{k} [(-1)^{k+1} + \cos(2\pi k \mu_1)]}{\sum_{k=1,3,\dots}^n \frac{h_k}{k}} - 1. \quad (43)$$



Rys. 12. Wykres wartości (linia ciągła) błędów superdiody o wzmacnieniu „2” przy wymuszeniu harmonicznym (a) i odkształconym trzecią harmoniczną (b). Linia przerywana oznacza wyniki badań empirycznych

Wartości błędu δ_{da} w przedziale zmian pulsacji $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}$, dla których spełniony jest warunek $\mu_1 > \mu_D$ wyznaczono za pomocą EMC. Wykresy wyników obliczeń błędu δ_{da} [10] dla obydwu rozpatrywanych prostowników przy sinusoidalnym oraz odkształconym sygnale wejściowym przedstawiają rys. 11 i 12. Obliczenia błędu δ_{da} przeprowadzono przyjmując identyczne założenia jak przy obliczaniu względnej długości przedziału czasowego ($t_1 - t_0$).

Przebieg wykresów przedstawionych na rys. 11 i 12 potwierdza fakt, że prostownik jednopółkowy o wzmacnieniu dwukrotnym charakteryzuje się dużo gorszymi właściwościami częstotliwościowymi w porównaniu z układem o wzmacnieniu jednostkowym. Biorąc pod uwagę wartość błędów przetwarzania obydwu rozpatrywanych układów przy sygnale wejściowym odkształconym nieparzystą harmoniczną można stwierdzić, że ostatni z układów nie może być wykorzystany do przetwarzania wartości średniej sygnałów o tym kształcie.

Na rys. 12a przedstawiono również wykresy błędów rzeczywistego prostownika jednopółkowego o wzmacnieniu „2” (linia przerywana), którego układ opisano wcześniej [10]. Dla małych wartości błędów przebiegi tych wykresów są zbliżone, natomiast dla pulsacji względnych większych od 0.20 rozbieżności między nimi wzrastają. Przyczyną tego są założenia upraszczające, które przyjęto przy wyznaczaniu zależności opisujących właściwości częstotliwościowe rozpatrywanych prostowników. Zależności te obowiązują więc jedynie dla tych częstotliwości sygnału wejściowego, dla których błędy przetwarzania δ_{da} oraz względne długości przedziałów czasowych ($t_1 - t_0$) przyjmują małe wartości.

Z rozważań przedstawionych w tym rozdziale wynika, że o właściwościach częstotliwościowych prostownika jednopółkowego w układzie superdiody decydują głównie:

- współczynnik sprzężenia zwrotnego prostownika w liniowym zakresie pracy,
- maksymalna szybkość zmian napięcia wyjściowego S_r wzmacniacza operacyjnego tego układu.

Natomiast wpływ skończonej wartości częstotliwości granicznej pasma przenoszenia wzmacniacza operacyjnego jest pomijalny.

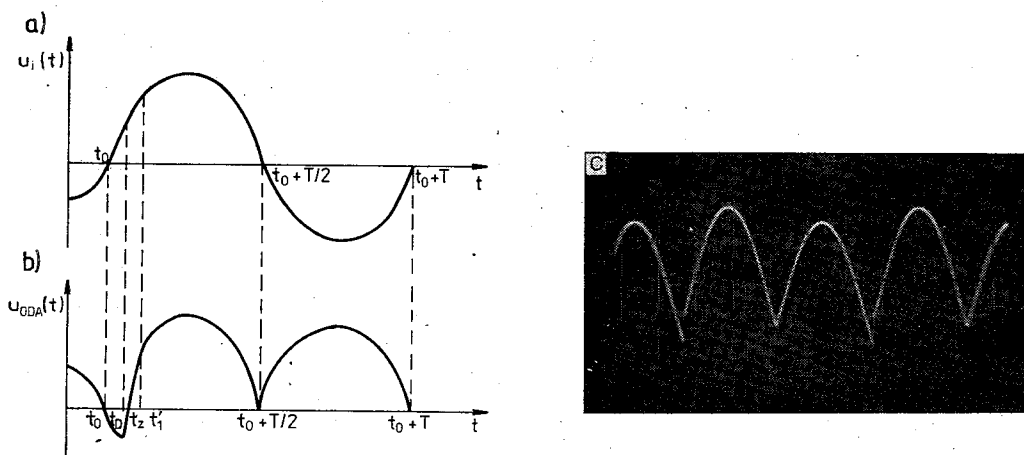
3.2. WŁAŚCIWOŚCI DWUPOŁÓWKOWYCH PROSTOWNIKÓW ASYMETRYCZNYCH

Właściwości częstotliwościowe prostowników asymetrycznych (rys. 1b) uzależniono dotychczas od właściwości częstotliwościowych wzmacniaczy operacyjnych dla sygnałów wejściowych o małym poziomie [6]. Pomijano przy tym wpływ skończonej wartości szybkości zmian napięcia wyjściowego S_r tych wzmacniaczy na kształt sygnału wyjściowego prostownika. Przebieg sygnału wyjściowego prostownika asymetrycznego przy dużym poziomie odkształconego sygnału wejściowego przedstawia rys. 13 [10].

Przyjmując, że maksymalne szybkości zmian napięcia wyjściowego wzmacniaczy operacyjnych prostownika spełniają nierówność:

$$S_{r1} \geq 2S_r, \quad (44)$$

gdzie: S_r , S_{r1} — oznaczają odpowiednio wartości maksymalnych szybkości zmian napięć



Rys. 13. Przebiegi sygnału wejściowego $u_i(t)$ (a) i wyjściowego $u_{ODA}(t)$ (b) prostownika asymetrycznego oraz oscylogram sygnału wyjściowego prostownika rzeczywistego (c)

wyjściowych wzmacniaczy WO1 i WO2 (rys. 1 b) prostownika, wyjaśniono mechanizm tworzenia się sygnału występującego na jego wyjściu [10].

Gdy na wejściu prostownika jest dodatnia półfala sygnału $u_i(t)$ w czasie gdy dioda D1 (rys. 1b) układu jednopołówkowego nie przewodzi, na wyjściu prostownika występuje odwrócony sygnał $u_i(t)$ (rys. 13b):

$$u_{ODA}(t) = -u_i(t) \quad \text{dla } t \in (t_0, t_D), \quad (45)$$

gdzie: $u_{ODA}(t)$ — oznacza sygnał wyjściowy rozpatrywanego układu.

Począwszy od chwili t_D (rys. 13b) układ jednopołówkowy prostownika jest przesterowany. Na wejściu wzmacniacza sumacyjnego WO2 tego układu (rys. 1b) występuje wówczas narastający liniowo sygnał wyjściowy superdiody oraz sygnał $u_i(t)$. W tym przypadku sygnał $u_{ODA}(t)$ opisuje następujące wyrażenie:

$$u_{ODA}(t) = \alpha_2 [Sr(t-t_0) - 2U_p] - u_i(t) \quad \text{dla } t \in (t_D, t'_1). \quad (46)$$

W chwili t_1 (rys. 13b) superdioda prostownika przechodzi w liniowy zakres pracy a jej sygnał wyjściowy odtwarza kształt sygnału $u_i(t)$ z wagą α_1 ($\alpha_1 = \frac{1-\beta}{\beta}$). Na wyjściu prostownika występuje wówczas sygnał opisany następującą zależnością:

$$u_{ODA}(t) = (\alpha_1 \alpha_2 - 1) \cdot u_i(t) \quad \text{dla } t \in \left(t'_1, t_0 + \frac{T}{2}\right) \quad (47)$$

dla ujemnej półfali sygnału wejściowego $u_i(t)$ układ jednopołówkowy jest odcięty. Dlatego też na wyjściu prostownika występuje odwrócony sygnał $u_i(t)$:

$$u_{ODA}(t) = -u_i(t) \quad \text{dla } t \in \left(t_0 + \frac{T}{2}, t_0 + T\right). \quad (48)$$

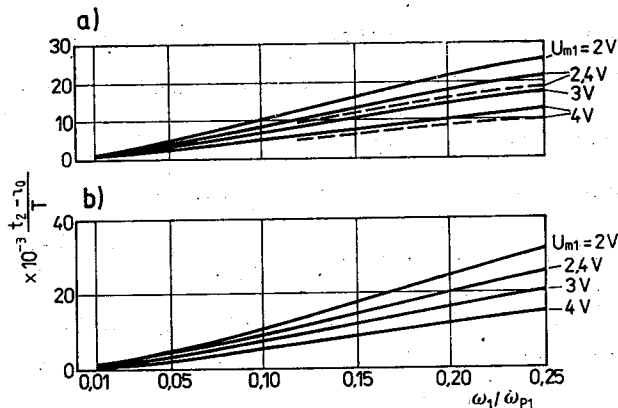
Słuszność przedstawionych rozważań potwierdza oscylogram wyjściowego sygnału rzeczywistego prostownika asymetrycznego z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym,

na wejściu którego występuje sygnał harmoniczny o amplitudzie 3 V i częstotliwości 10 kHz (rys. 13c). W układzie tego prostownika zastosowano selekcjonowane wzmacniacze operacyjne typu $\mu A741$ oraz diody półprzewodnikowe typu BAY55. Wzmacniacze operacyjne tego układu selekcjonowano tak, aby ich parametry Sr spełniały wyrażenie (44) [10]. Sygnał wyjściowy prostownika asymetrycznego na początku każdego okresu przyjmuje wartości ujemne (rys. 13). Względna długość przedziału czasowego $(t_z - t_0)$ tzn. $\frac{t_z - t_0}{T}$, w którym to następuje wyznaczono z równania [10]:

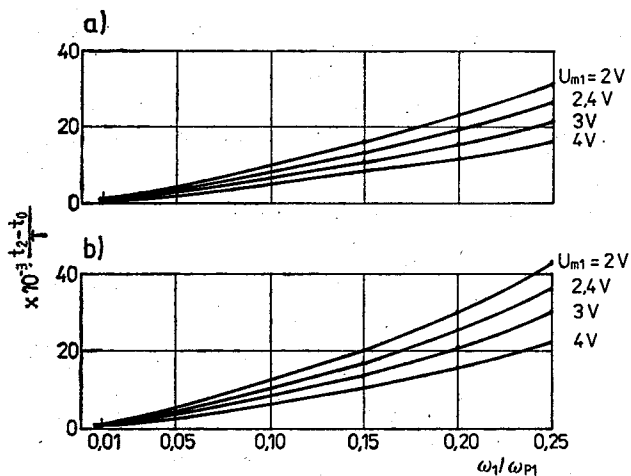
$$\alpha_2 [Sr(t_z - t_0) - 2U_p] = U_{m1} \sum_{k=1}^n h_k \sin k\omega_1(t_z - t_0) \quad (49)$$

Do rozwiązania tego równania w szerokim przedziale zmian pulsacji względnej $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}$ wykorzystano metody numeryczne [10]. Wyniki obliczeń w funkcji pulsacji względnej $\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}$ przedstawiono na rys. 14 i 15.

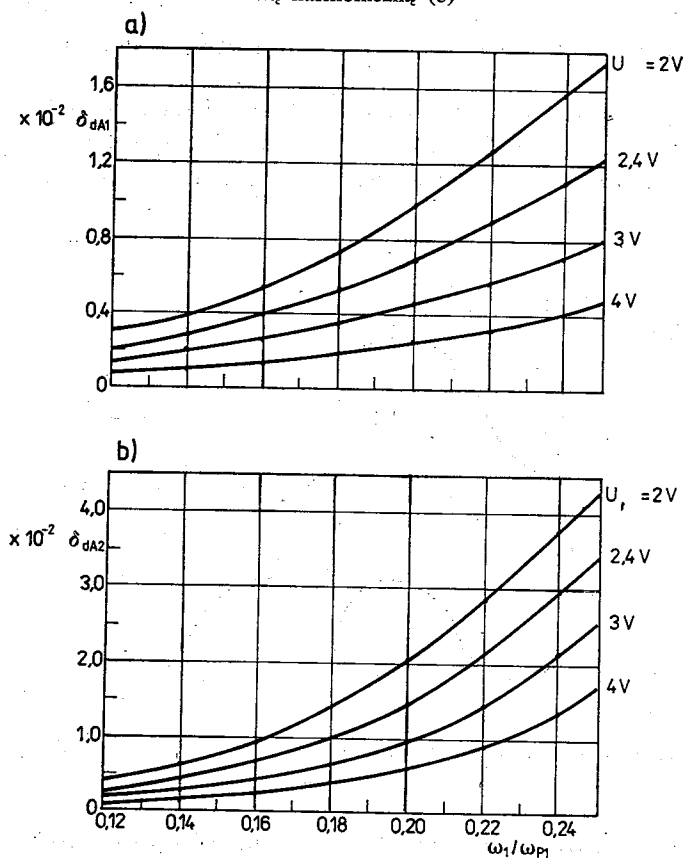
Przeprowadzono je dla prostowników z superdiody o wzmacnieniu jednostkowym (rys. 14) i dwukrotnym (rys. 13), dla sygnałów harmonicznego oraz odkształconego trzecią harmoniczną o współczynniku udziału 0.3 i fazie zgodnej z fazą harmoniczną podstawowej. Przyjęto przy tym, że parametr Sr wzmacniacza operacyjnego superdiody równy jest 0.5 V/ μs . Na rys. 14a przedstawiono również wyznaczoną empirycznie charakterystykę $\frac{t_z - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla przedstawionego wcześniej prostownika rzeczywistego. Do jej wyznaczenia wykorzystano detektor zero zbudowany za pomocą komparatora monolitycznego typu $\mu A710$ [10].



Rys. 14. Wyznaczone numerycznie charakterystyki $\frac{t_z - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla prostownika z superdiody o wzmacnieniu jednostkowym przy sinusoidalnym (a) i odkształconym trzecią harmoniczną sygnałem wejściowym (b) (linia ciągła). Linia przerywana oznacza (rys. a) ww. charakterystykę dla prostownika rzeczywistego



Rys. 15. Wyznaczone numerycznie charakterystyki $\frac{t_z - t_0}{T} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla prostownika z superdiodą o wzmacnieniu dwukrotnym przy wymuszeniu sinusoidalnym (a), przy wymuszeniu odkształconym trzecią harmoniczną (b)



Rys. 16. Charakterystyki $\delta_{dAa} = f\left(\frac{\omega_1}{\omega_{p1}}\right)$ dla prostownika asymetrycznego z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym (a) i dwukrotnym (b)

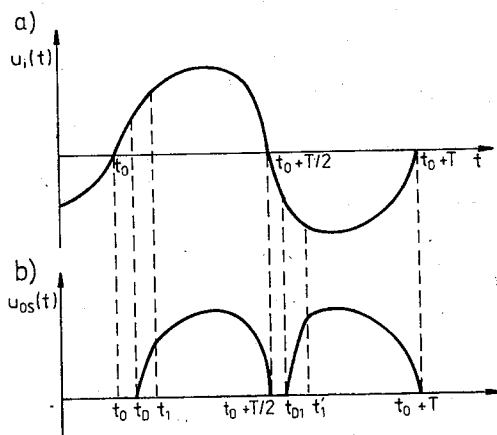
Z wykresów przedstawionych na rys. 14 i 15 wynika, że kształt sygnału wejściowego prostownika asymetrycznego oraz współczynnik wzmocnienia w jego układzie w niewielkim stopniu wpływa na względną długość przedziału czasowego ($t_z - t_0$). Oznacza to, że poziom błędów przetwarzania wartości średniej δ_{dAa} sygnału wejściowego rozpatrywanych prostowników określa względna długość przedziału czasowego $t_1 - t_0$, w którym układ jednopółkowy prostownika jest przesterowany. Świadczy o tym przebieg charakterystyk błędów δ_{dAa} rozpatrywanego prostownika przedstawiony na rys. 16 oraz wykresy zmian długości przedziału czasowego $\frac{t_1 - t_0}{T}$ przedstawione na rys. 9 i 10.

Błędy δ_{dAa} wyznaczono za pomocą elektronicznej maszyny cyfrowej [10] dla odkształconego trzecią harmoniczną sygnału wejściowego. Sygnał ten jest identyczny jak przy wyznaczaniu charakterystyk względnych długości przedziału czasowego $t_1 - t_0$.

Z charakterystyk przedstawionych na rys. 16 wynika, że w zakresie małych wartości błędów δ_{dAa} stosunek ich wartości określa stosunek stałoprądowych współczynników wzmocnienia napięciowego superdiod zastosowanych w układach rozpatrywanych prostowników.

3.3. WŁAŚCIWOŚCI DWUPOŁÓWKOWYCH PROSTOWNIKÓW SYMETRYCZNYCH

Prostowniki symetryczne ze względu na strukturę układu (rys. 1c) traktować można jak „podwajacz” błędów częstotliwościowych układu jednopółkowego o wzmocnieniu jednostkowym. Odpowiedź prostownika symetrycznego na wymuszenie poliharmoniczne przedstawia rys. 17.



Rys. 17. Odpowiedź prostownika symetrycznego $u_{os}(t)$ (b) na wymuszenie odkształconymi $u_i(t)$ (a) o dużym poziomie

Przyjmując, że wartości parametru Sr wzmacniaczy operacyjnych prostownika są sobie równe, kształt jego sygnału wyjściowego można uzasadnić w następujący sposób [10].

Na początku każdej półfali sygnału wejściowego $u_i(t)$ do chwili t_D ($t_D - t_0 = t_{D1} - \frac{T}{2}$ (rys. 17)) superdioda jest odcięta a sygnał wyjściowy prostownika jest równy zero:

$$u_{os}(t) = 0 \quad \text{dla } t \in (t_0, t_D) \cup \left(t_0 + \frac{T}{2}, t_{D1}\right), \quad (50)$$

gdzie: t_{D1} — oznacza chwilę czasową, w której dioda D2 układu jednopółówkowego prostownika symetrycznego zaczyna na przewodzie:

$$t_D - t_0 = t_{D1} - t_0 + \frac{T}{2}.$$

W chwili t_D (t_{D1}) dioda D1 (lub D2) układu jednopółówkowego rozpatrywanego układu zaczyna przewodzić. Na wyjściu prostownika pojawi się wówczas sygnał narastający liniowo z szybkością Sr . Sygnał ten opisuje wyrażenie:

$$u_{os}(t) = Sr(t - t_0) - 2U_p \quad \text{dla } t \in (t_D, t_1) \cup (t_{D1}, t_{11}) \quad (51)$$

gdzie: t_1 — oznacza chwilę czasową, w której superdioda prostownika przechodzi w liniowy zakres pracy, gdy na jej wejściu występuje ujemna półfala sygnału wejściowego. Wzmacniacz operacyjny układu jednopółówkowego rozpatrywanego prostownika jest wówczas przesterowany. Przechodzi on do pracy liniowej w chwili t_1 (lub t_{11}) (rys. 17). Od tej chwili rozpatrywany prostownik przenosi liniowo sygnał wejściowy. Dodatnia półfala sygnału $u_i(t)$ na wyjściu prostownika występuje bez zmiany fazy, tzn.

$$u_{os}(t) = u_i(t) \quad \text{dla } t \in \left(t_1, t_0 + \frac{T}{2}\right). \quad (52)$$

Odwraca on jedynie ujemną półfalę tego sygnału:

$$u_{os}(t) = -u_i(t) \quad \text{dla } t \in (t_{11}, t_0 + T). \quad (53)$$

Z rozważań przedstawionych w tym rozdziale oraz rozdziale 3.1 wynika, że błąd δ_{dsa} przetwarzania wartości średniej sygnału $u_i(t)$ przez prostownik symetryczny równy jest podwójnej wartości błędu δ_{d1a} przetwarzania układu jednopółówkowego o wzmacnieniu jednostkowym tzn. $\delta_{dsa} = 2 \cdot \delta_{d1a}$ [10].

Prostownik symetryczny w porównaniu z przedstawionymi wcześniej układami charakteryzuje się właściwościami częstotliwościowymi zbliżonymi do właściwości prostownika asymetrycznego z układem jednopółówkowym o wzmacnieniu dwukrotnym. Przyczyną tego jest przesterowanie układu prostownika symetrycznego na początku każdego półokresu sygnału wejściowego (rys. 17b). Sumaryczny czas tego przesterowania w ciągu okresu sygnału wejściowego równy jest co do wartości czasowi przesterowania układu jednopółówkowego o wzmacnieniu dwukrotnym [10].

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI KOŃCOWE

W artykule przedstawiono analizę właściwości częstotliwościowych operacyjnych prostowników dwupółówkowych symetrycznych i asymetrycznych dla sygnałów wejściowych o dużym i małym poziomie. Z analizy tej wynikają następujące wnioski.

Dla sygnałów wejściowych o małym poziomie, bardzo dobrymi właściwościami częstotliwościowymi (w porównaniu z układem analizowanych prostowników asymetrycznych) charakteryzują się prostowniki symetryczne.

W przypadku sygnałów wejściowych o dużym poziomie amplitudy:

- stosunek błędów przetwarzania wartości średniej przez prostownik asymetryczny (z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym lub dwukrotnym) równy jest stosunkowi współczynników wzmacnienia superdiod stosowanych w ich układach,
- wartość błędów przetwarzania wartości średniej przez ww. prostownik jest proporcjonalna do poziomu napięć progowych diod stosowanych w ich układach,
- maksymalna szybkość zmian napięcia wyjściowego wzmacniaczy operacyjnych stosowanych w układach prostowników dwupołkowych wpływa na szerokość częstotliwościowego pasma przetwarzania tych prostowników,
- bardzo dobrymi właściwościami częstotliwościowymi charakteryzują się asymetryczne prostowniki dwupołkowe z superdiodą o wzmacnieniu jednostkowym,
- właściwości częstotliwościowe prostowników symetrycznych są zbliżone do właściwości układu asymetrycznego z superdiodą o wzmacnieniu dwukrotnym.

BIBLIOGRAFIA

1. W. Ciężyński, E. Hryniewicz: *Analiza prostownika operacyjnego*. PAK, 1974, nr 4
2. W. Golde, L. Śliwa: *Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowanie — podstawy teoretyczne*. Warszawa: WNT, 1982
3. M. Herpy: *Analog integrated circuits*. Akademiai Kiado, Budapest, 1980
4. Hewlett Packard: *Applications Note*, Feb 1973, nr 158
5. R. Kreeger: *Ac-to-dc converters for low-level input*. EDN IEEE, 1973, nr 7
6. L. Marzetta, D. Fluch: *Design features of a precision AC-DC converter*. J. Res. Not. Bureau Stand. C73, 1969, nr 3—4, Ekspress Informacja KJT, 1970, nr 23
7. Z. Kulka, M. Nadachowski: *Wzmacniacze operacyjne i ich zastosowania — realizacje praktyczne*. Warszawa: WNT, 1982
8. K. Pacholski: *Błąd odkształcenia przetworników napięciowych*. Materiały konferencyjne. Warszawa, MKM, 1981
9. K. Pacholski: *Błąd odkształcenia przetworników wartości średniej*. PAK, 1981, nr 6
10. K. Pacholski: *Analiza właściwości częstotliwościowych pewnej klasy przetworników wartości skutecznej napięcia*. Rozprawa doktorska, Łódź, 1986
11. J. Pawłowski: *Wzmacniacze i generatory*. Warszawa: WKŁ, 1980
12. J. Pawłowski: *Nieliniowe układy analogowe*. Warszawa: WKŁ, 1979
13. A. A. Stoliarow: *Operacionnyje usilitieli s diodno-resistornymi ciepoczkami w ciepi otricatielnoi oborotnoi swiazi*. Izmeritielnaja Technika, 1977, nr 3, ss. 69—71
14. Ju. B. Widoniak, J. M. Wiszenczuk, W. W. Trocienko: *Precisionnyj detektor sredniewo znaczenija s bolszom dinamiczeskom diapazonom*. Awtometria, 1979, nr 2, ss. 106—108

K. PACHOLSKI

ANALYSIS OF FREQUENCY CHARACTERISTICS OF OPERATIONAL RECTIFIERS

Summary

Frequency properties of full — wave operational rectifiers are presented. The effect of slow — rate operational amplifiers on analysed networks is taken into account.

K. PACHOLSKI

ANALYSE DES PROPRIÉTÉS FRÉQUENTIELLES DES REDRESSEURS OPÉRATIONNELS
PLEINE-ONDE

Résumé

On présente l'analyse des propriétés fréquentielles des redresseurs opérationnels pleine-onde. On y tient compte de l'influence de la vitesse finie de croissance de la tension de sortie des amplificateurs opérationnels.

K. PACHOLSKI

ANALYSE DER DYNAMISCHEN EIGENSCHAFTEN DER AMPLITUDE
UND DES EINFLUSSES DER FREQUENZ BEI OPERATIONSWANDLERN DES MITTELWERTES

Zusammenfassung

In dem Artikel wird die Beschreibung der dynamischen Eigenschaften der Amplitude und des Einflusses der Frequenz bei Operationswandlern des Mittelwertes beim verformten Spannungsverlauf mit hohen und niedrigen Pegeln gebracht. In dieser Beschreibung wird der Einfluß der endlichen Geschwindigkeitsänderungen der Ausgangsspannung der in den beschriebenen Wandlern eingesetzten Operationsverstärkern berücksichtigt.

К. ПАХОЛЬСКИ

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ СВОЙСТВ
ОПЕРАЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

Резюме

Представлен метод описания динамических амплитудно-частотных свойств операционных преобразователей средних значений напряженных деформируемых пробегов с большим и малым уровнем. В этом описании учитывалось влияние конечной скорости изменения исходного напряжения операционных усилителей применяемых в рассматриваемой системе.

Dynamic characteristics of selected electro-mechanical transducers in automatic measuring systems

MIROSLAW LUFT

Instytut Automatyki i Elektroniki, Wyższa Szkoła Inżynierska, Radom

Received 1988.01.15

Authorized 1988.03.22

The dynamic characteristics of electro-mechanical transducers described by a second order differential equation with nonsymmetrical nonlinearity of the type $c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3$ are presented. The analysis of the dynamic characteristics is carried out in the frequency and time domains. The method of determining the harmonic vibration of the mentioned above system, is also presented. It is based on the method of balance of harmonics. Besides, the subroutines of operational research on computer together with received typical characteristics are displayed. Operational research allowed for drawing the conclusion that the settling time and cut-off frequency depend on the damping ratio, the input function amplitude and the natural frequency of the system. The optimum damping ratio value ranges from 0.71 to 0.75. It assures the minimum settling time value together with a relatively wide pass band.

1. INTRODUCTION

The author deals with the dynamic characteristics of electromechanical transducers described by differential equation with unsymmetrical nonlinearity:

$$\ddot{y} + 2h\dot{y} + c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3 = f(\tau) \quad (1)$$

where: $h \in (0, 1)$ — damping ratio, c_1, c_2, c_3 — coefficients of nonlinearity, τ — relative time.

Equation (1) is a general one, given in nondimensional form. It describes elements of measuring systems such as electromechanical vibration transducers and pressure transducers which include nonlinear spring guides [4].

In the linear model i.e. at $c_2 = 0, c_3 = 0$, which is often assumed, the value of amplitude of $f(\tau)$ has no influence on static and dynamic properties of the transducer. However, for relatively large values of $f(\tau)$, the linear model is a rough approximation. The analysis of dynamic properties of this class of transducers has been carried out for linear model up to the offered in this paper. It gives satisfactory results for the dealt with class of systems.

2. HARMONIC VIBRATION OF THE SYSTEM

The dynamic characteristics of system 1 in frequency domain are described by the system behaviour with the input function

$$f(\tau) = A \cos \eta \tau \quad (2)$$

where: A — amplitude of input function, η — relative frequency, τ — relative time. In this case equation (1) can be written in another form:

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + x + \mu x^3 = A \cos \eta \tau + A_0, \quad (3)$$

where

$$x = y + c_2/3c_3 \quad (4)$$

and μ , A_0 — coefficients depending on c_1 , c_2 , c_3 .

In equation (3) nonlinearity is symmetrical, but the input function is unsymmetrical due to the term A_0 . If values A and A_0 are less than unity the harmonic component of a frequency of the input function (2) predominates in vibration $x(\tau)$ [5]. In this case, other harmonic components can be neglected and the output function in steady-state, so called periodic solution x_p of equation (1), can be written as follows:

$$x_p = z + p \sin + q \cos \quad (5)$$

where z — constant component, p , q — components of amplitude r of solution (5) and $r^2 = p^2 + q^2$.

Substituting of expression (5) into x place in equation (4) and comparing of constant components and coefficients including $\sin \eta \tau$ and $\cos \eta \tau$ — given an expression for the amplitude r :

$$r = \sqrt{\frac{2(A_0 - z - \mu z^3)}{3\mu z}} \quad (6)$$

The constant component $z = z(\eta)$ is defined as a real root (or roots) of equation

$$\sum_{i=0}^9 a_i z^i = 0, \quad (7)$$

where:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= A_0^3 \\ a_1 &= A_0^2(1 - 4\eta^2) \\ a_2 &= A_0(4\eta^4 + 16h^2\eta^2 - 1) \\ a_3 &= 9\mu A_0^2 - 1 - 6\mu A^2 + 4\eta^2(1 - \eta^2 - 4h^2) \\ a_4 &= -2\mu A_0(1 + 8\eta^2) \\ a_5 &= -\mu(11 - 24\eta^2 + 4\eta^4 + 16h^2\eta^2) \\ a_6 &= 15\mu^2 A_0 \\ a_7 &= \mu^2(20\eta^2 - 35) \\ a_8 &= 0 \\ a_9 &= -25\mu^3 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

The periodic vibration or, in other words, the periodic state of equilibrium (5) exists only when it is stable. The analysis of stability of the periodic solution x_p allows to define the circumstances under which, the above condition is satisfied. Examining a small deviation ξ from the periodic state of equilibrium x_p , after substituting x_p in equation (4), we receive the Hill equation:

$$\frac{d^2\gamma}{d\tau^2} + \left[B_0 + 2 \sum_{n=1}^2 B_n \cos(n\eta\tau - \Phi_n) \right] \gamma = 0 \quad (9)$$

where:

$$\begin{aligned} \gamma &= \xi e^{h\tau} \\ B_0 &= 3\mu(z^2 + 0,5r^2) + 1 - h^2 \\ B_1 &= 3\mu zr \\ B_2 &= 0,75\mu r^2 \\ \Phi_1 &= \arctg(p/q) \\ \Phi_2 &= \arctg[2pq/(q^2 - p^2)]. \end{aligned} \quad (10)$$

The stability of the periodic vibration depends on the above parameters [3]. Taking into consideration relations (10), the first condition of stability can be written:

$$\begin{aligned} &[3\mu(z^2 + 0,5r^2) + 1 - h^2 - 0,25\eta^2]^2 + \\ &+ 2h^2[3\mu(z^2 + 0,5r^2) + 1 - h^2 + 0,25\eta^2 + h^4 - 9\mu^2 r^2 z^2] > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

The satisfying of the above condition prevents the appearance of an unstable vibration of frequency equalling a half of the fundamental.

The second condition of stability is given by inequality:

$$[3\mu(z^2 + 0,5r^2) + 1 - h^2 - \eta^2]^2 + 2h^2[3\mu(z^2 + 0,5r^2) + 1 - h^2 + \eta^2] + h^4 - 9\mu^2 r^4 / 16 > 0. \quad (12)$$

If the condition (12) is satisfied, the instable vibration of frequency equalling the fundamental one, cannot appear in the system. The relationships presented above allow to determine the amplitude response of the system, i.e. the relation $r = r(\eta)$ with $A = \text{const.}$, as well as the relation $r = gA$ with $\eta = \text{const.}$ It necessitates the determining of the real roots $z_k(\eta)$ from equation (7) which satisfy the condition:

$$\frac{A_0 - z_k - \mu z_k^3}{z_k} > 0, \quad (13)$$

where $k = 1, \dots, N$ and N — number of real roots of equation (7). The unsymmetrical form of the nonlinear static characteristic points out the possible appearance of one-half order subharmonic vibration [3]. These vibrations are especially dangerous, as they can appear in the frequency band, where the linear theory anticipates vibrations of constant amplitude.

The subharmonic solution $y_{1/2}$ of equation (2) (for the input function $f(\tau) = A \cos 2\eta\tau$) gives the next condition of the appearance of subharmonic vibrations:

$$h < \frac{\mu A c_2}{6c_3} \quad (14)$$

The minimum value of the damping ratio h , at which subharmonic vibrations cannot appear, results from above expression.

3. ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS IN THE FREQUENCY DOMAIN

The relative cut-off frequency η_G is used for the evaluation of dynamic characteristics in the frequency domain [2, 6]. The frequency η_G is defined on the basis of frequency response $G(\eta)$ by relation:

$$|G(\eta) - G(0)| \leq \delta_A G(0) \quad \text{for} \quad \eta \leq \eta_0 \quad (15)$$

where

$$G(\eta) = r/A \quad (16)$$

$$G(0) = G(\eta)|_{\eta=0} \quad (17)$$

δ_A — relative amplitude error.

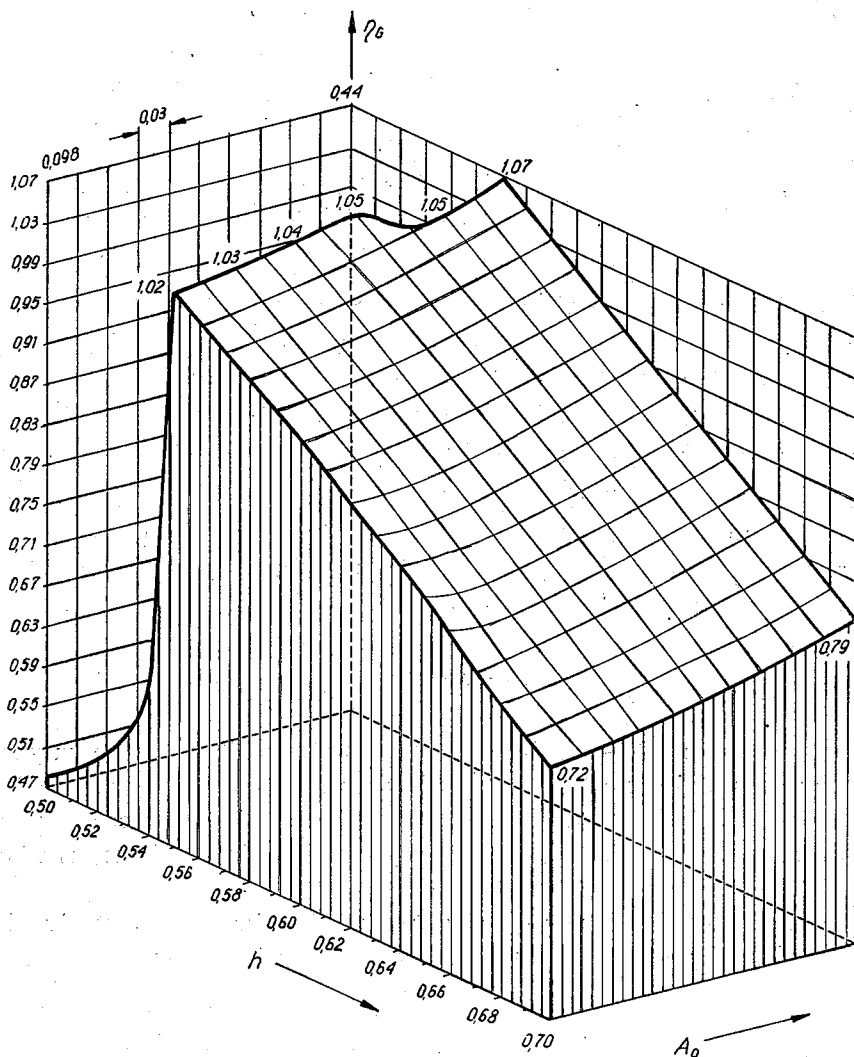


Fig. 1. Relationship between cut-off frequency η_G , damping ratio h and coefficient A_0 — at constant amplitude A

In a linear system the cut-off frequency depends on the damping ratio h and the natural frequency ω_0 . The cut-off frequency in a non-linear system (1) will also depend on the amplitude A of the input function. For examining the relations appearing among the cut-off frequency η_G , the damping ratio h and the natural frequency ω_0 — the following characteristics:

$$\eta_G = f_1(h, A)|_{A_0 = \text{const.}} \quad (18)$$

and

$$\eta_G = f_2(h, A_0)|_{A = \text{const.}} \quad (19)$$

must be defined.

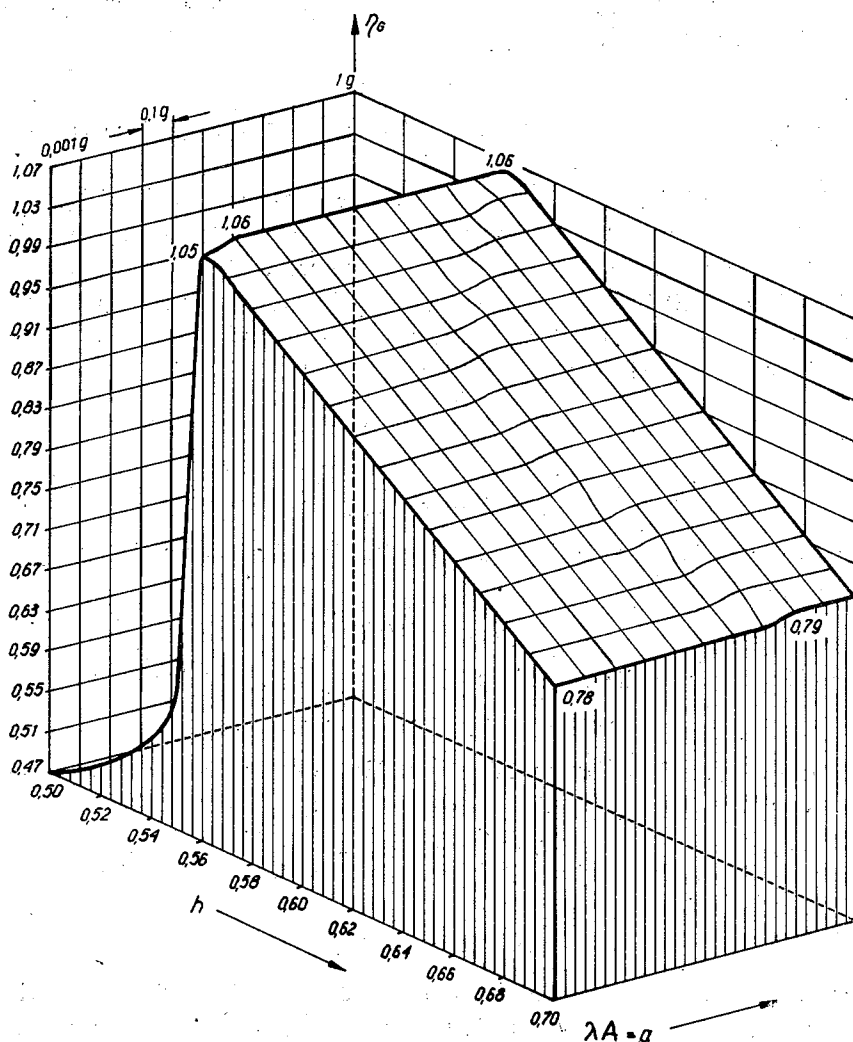


Fig. 2. Cut-off frequency η_G plotted against damping ratio h and input function amplitude A , at constant coefficient A_0

The determination of the above characteristics consists of two parts: determining the frequency response and, next, the cut-off frequency. The frequency response $G(\eta)$ is determined by calculating the coefficients a_i according to (8), determining the roots of equation (7), checking the stability conditions (11) i (12) and, finally, calculating $G(\eta)$, according to relation (16). The cut-off frequency $\eta(G)$ is determined from inequality (15). Characteristics (18) and (19) are gained during the operational research of system (1) carried out on a computer. The exemplary characteristics for selected values of system parameters are shown in Figs. 1 and 2. They are plotted for the system modelling a transducer for measuring mechanical vibrations. The curves show that the cut-off frequency η_G depends not only on the damping ratio h but also on the coefficient A_0 which is inversely proportional to the natural frequency ω_0 . Besides, for damping ratio values ranging from 0,5 to 0,55, the frequency η_G increases rapidly to an extremal value, and, next falls slowly with the increase of h .

4. DYNAMIC CHARACTERISTICS IN THE TIME DOMAIN

Dynamic characteristics of system (1) in the time domain are defined by the settling time τ_u [2]. In a linear model of the system i.e. for $c_2 = c_3 = 0$ τ_u depends only on the damping ratio and the natural frequency. Furthermore in the real nonlinear system, τ_u depends on the amplitude A of the input function $f(\tau)$. The effect of the damping ratio, input function amplitude and natural frequency on the settling time can be evaluated on the basis of the following characteristics:

$$\tau_u = f_3(h, A)|_{A_0=\text{const.}} \quad (20)$$

and

$$\tau_u = f_4(h, A_0)|_{A=\text{const.}} \quad (21)$$

The determination of these characteristics consists in solving numerically equation (1) for an input function

$$f(\tau) = A1(\tau) \quad (22)$$

and determining τ_u from the condition:

$$|y_s(\tau) - y_U| \leq 0,05 y_U \quad \text{for } \tau \geq \tau_u \quad (23)$$

where: $y_s(\tau)$ — time response for input function (22), y_U — steady value of the response y_s .

The value y_U results from equation (1) for $\tau \rightarrow \infty$:

$$y_U = (w + \sqrt{w^2 + 1/27\mu^3})^{1/3} + (w - \sqrt{w^2 + 1/27\mu^3})^{1/3} - c_2/3c_3, \quad (24)$$

where

$$w = (A + A_0)/2\mu. \quad (25)$$

The exemplary characteristics (20) i (21) received as an effect of operational research are shown in Figs. 3 and 4. They are plotted for the same model as characteristics (18) and (19). Characteristics given in Figs. 3 and 4 show that the settling time τ_u achieves relatively large values at a damping ratio h ranging from 0,54 to 0,66. For $h > 0,66$ the

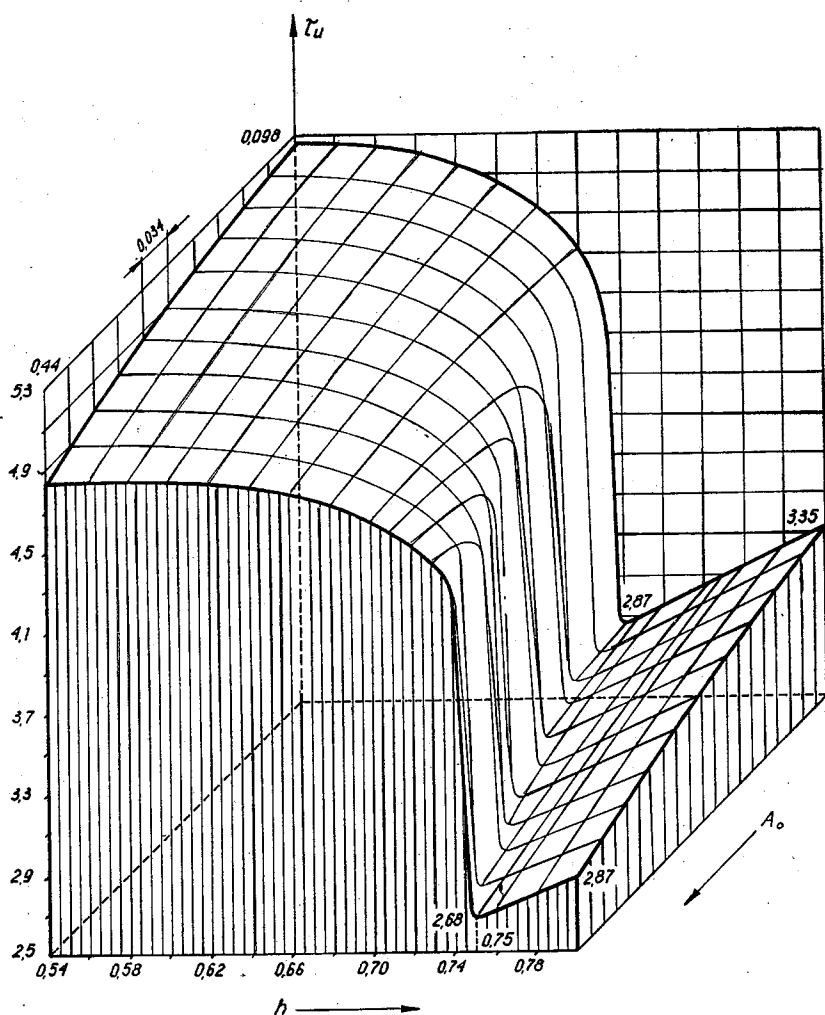


Fig. 3. Settling time τ_u versus damping ratio h and coefficient A_0 , at constant amplitude A

rapid decrease of τ_u is seen till the minimum at $h = 0.70$ — 0.75 . The analysis of the above characteristics leads to the conclusion that τ_u decreases nonlinearly with the increase of A_0 . Changes of A_0 i.e. natural frequency ω_0 affect not only τ_u changes but also changes of the damping ratio h at which the settling time τ_u reaches its minimum.

5. CONCLUSIONS

The results of operational research of the system model described by equation (1), carried out for a wide range of its parameters, allows to formulate the following conclusions. Amplitude A of the measured signal and the natural frequency ω_0 of the trans-

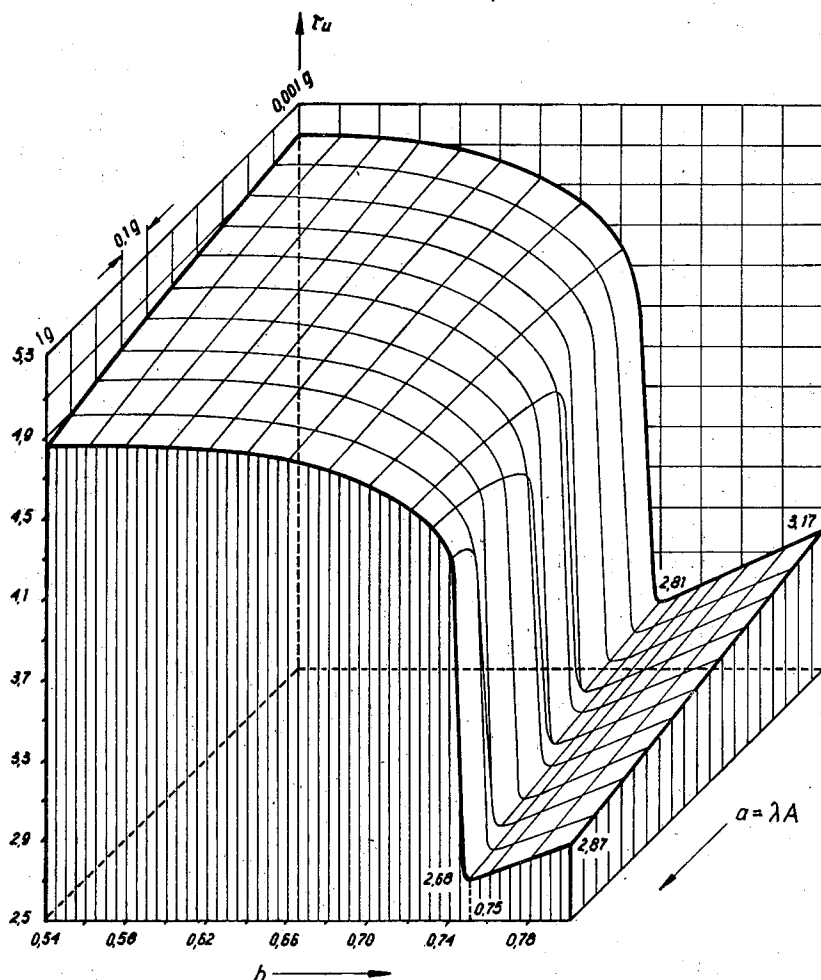


Fig. 4. Relationship between settling time τ_u , damping ratio h and amplitude A , at constant coefficient A_0

ducer, influences the cut-off frequency η_G as well as the settling time τ_u . This results from the nonlinearity of the static characteristic of the transducer. It is especially visible at small values ω_0 . In such a case the great deviation of the actual static characteristic from the ideal linear one, is visible. The course of the frequency characteristic of the transducer described by equation (1) depends on amplitude A of harmonic input (2). The relationship between the natural frequency ω_0 and the cut-off frequency η_G is non-linear as opposed to the case of a linear transducer where the ratio of these two parameters is constant and depending only on damping h . The operational research shows that the changes of the cut-off frequency η_G are opposed to changes of ω_0 .

For a linear transducer, of given h , the settling time τ_u depends on ω_0 and $\omega_0 \tau_u = \text{const}$. For an actual transducer with a nonlinear static characteristic, the settling time depends not only on ω_0 but also on amplitude A of the input signal.

The characteristics presented above show, that the settling time increases more slowly than decrease of ω_0 . For that reason, the direction of τ_u changes is in conformity with the direction of ω_0 changes. The analysis of characteristics mentioned above shows, that the optimum damping ratio value is in the range 0,71—0,75. It assures a minimum settling time value at a sufficient width of the pass band.

Besides, the procedure of frequency response determining which is presented in the paper, can find application in CAD and optimization programs for elements mentioned above.

REFERENCES

1. S. W. Evans, G. F. Wallace, G. L. Sutherland: *Simulation on Computers* (in Polish), Warszawa: WNT 1976
2. R. Hagel, J. Zakrzewski: *Dynamic Metrology* (in Polish), Warszawa: WNT 1984
3. C. Hayashi: *Forced Oscillations in Nonlinear Systems*, Nippon Print. Co. 1975
4. M. Luft: *Computer System for Designing Electro-Mechanical Transducers*. Proceedings of 4th Conference on Mechanical Aspects in Electronic Design, Budapest, Hungary 1984
5. M. Luft, Z. Łukasik: *Simulation Method of Investigations the Frequency Response of Nonlinear Systems with Unsymmetrical Characteristics* (in Polish). Zeszyty Naukowe WSI, Radom
6. H. Neubert: *Instrument Transducers*. Oxford: Clarendon Press, 1975

M. LUFT

CHARAKTERYSTYKI DYNAMICZNE WYBRANYCH PRZETWORNIKÓW ELEKTROMECHANICZNYCH W AUTOMATYCZNYCH SYSTEMACH POMIAROWYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono charakterystyki dynamiczne przetworników elektro-mechanicznych opisanych równaniem różniczkowym drugiego rzędu z niesymetryczną nieliniowością typu $c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3$. Analizę charakterystyk dynamicznych przeprowadzono w dziedzinie czasu i częstotliwości. Zaprezentowano sposób wyznaczania drgań harmoniczných omawianych układów, oparty o metodę bilansu harmoniczných. Ponadto przedstawiono wyniki badań operacyjnych prowadzonych na EMC wraz z przykładowymi wynikowymi charakterystykami. Przeprowadzone badania operacyjne pozwoliły na sformułowanie wniosku, że czas uspokojenia i częstotliwość graniczna omawianej klasy przetworników zależą od stopnia tłumienia, amplitudy sygnału wejściowego i pulsacji drgań własnych. Optymalna wartość stopnia tłumienia zawiera się w zakresie 0,71—0,75. Zapewnia ona minimalną wartość czasu uspokojenia wraz z dostatecznie szerokim pasmem przenoszenia.

M. LUFT

CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES DES CONVERTISSEURS ÉLECTROMÉCANIQUES CHOISIS DANS LES SYSTÈMES DE MESURE AUTOMATIQUES

Résumé

Les caractéristiques dynamiques des convertisseurs électromécaniques décrits par équation différentielle du second ordre avec nonlinéarité asymétrique du type $c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3$ sont présentées dans l'étude. L'analyse des caractéristiques dynamiques a été faite dans le domaine de temps et de fréquence. On a présenté le mode de détermination des oscillations harmoniques des systèmes en question, basé sur la méthode

du bilan des harmoniques. En outre on a présenté les résultats des recherches opérationnelles menées sur EMC avec des caractéristiques des résultats pris à titre d'exemple. Les recherches opérationnelles menées ont permis de formuler la conclusion, que la durée de l'apaisement et la fréquence limitée de la classe des convertisseurs ci-dessus cité, dépendent du degré de l'amortissement de l'amplitude du signal d'entrée et de la pulsation des oscillations propres. La valeur optimale du taux d'amortissement est maintenue dans le domaine de 0,71—0,75. Elle assure la valeur minime de la durée de l'apaisement et aussi une suffisante largeur de la bande de translation.

M. LUFT

DYNAMISCHE CHARAKTERISTIKEN GEWÄHLTER ELEKTROMECHANISCHER WANDLER IN AUTOMATISCHEN MEBSYSTEMEN

Zusammenfassung

In dem Beitrag wurden dynamische Charakteristiken der elektromechanischen, mittels Differentialgleichung zweiten Grades mit unsymmetrischer Nichtlinearität Typ: $c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3$ beschriebenen Wandler dargestellt. Die Analyse dynamischer Charakteristiken wurde im Zeit- und Frequenzbereich durchgeführt. Es wurde das Verfahren zur Bestimmung harmonischer Schwingungen der erwogenen Systeme geschildert, das sich auf die Methode der Bilanz von Harmonischen stützt. Außerdem wurden Ergebnisse der auf der ERM geführten Operationsuntersuchungen nebst Beispielen von Charakteristiken gebracht. Die durchgeführten Operationsuntersuchungen gestatteten, die Schlußfolgerung zu formulieren, daß Einstellzeit und Grenzfrequenz der erwogenen Wandlerklasse vom Dämpfungsgrad, der Amplitude des Eingangssignals und Pulsation der Eigenschwingungen abhängen. Der Optimalwert des Dämpfungsgrades ist im Bereich von 0,71—0,75 enthalten, und gewährleistet den Minimalwert der Einstellzeit nebst genügend breitem Frequenzband.

М. ЛЮФТ

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Резюме

Представлены динамические характеристики электромеханических датчиков описанных дифференциальным уравнением второго порядка с несимметричной нелинейностью типа $c_1 y + c_2 y^2 + c_3 y^3$. Анализ динамических характеристик произведен по времени и частоте. Представлен также специальный метод определения гармонических колебаний рассматриваемых систем. Приведены результаты операционных исследований проведенных на ЦВМ. В результате произведенных исследований сформулировано заключение, что время успокоения и граничная частота рассматриваемого класса датчиков зависят от степени затухания, амплитуды входного сигнала и частоты частных колебаний. Оптимальна величина степени затухания заключается в пределах 0,71—0,75. Она обеспечивает минимальное время успокоения при достаточно широком диапазоне передачи.

Analiza pracy wybranych układów różnicowych analogowego przetwornika ciśnienia z diodą tunelową

JÓZEF SZMITKOWSKI

Szkoła Główna Służby Pożarniczej (Warszawa)

Otrzymano 1988.03.12

Autoryzowano do druku 1988.09.09

W pracy przedstawiono, korzystając z obliczeń przeprowadzonych na maszynie cyfrowej, analizę pracy układów różnicowych analogowego przetwornika ciśnienia z diodą tunelową. Zaproponowano wprowadzenie do prostej struktury układowej członów korekcyjnych, dzięki którym uzyskano poprawę właściwości metrologicznych przetwornika.

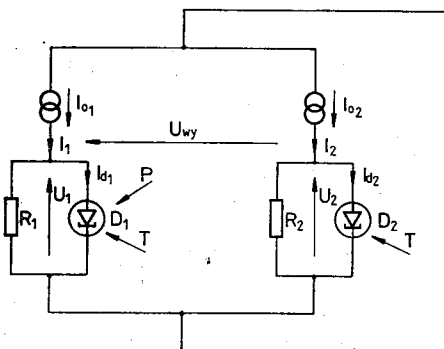
Zaletą diody tunelowej zastosowanej w przetworniku ciśnienia jest to, że stanowi ona bezpośredni element przetwarzający, który charakteryzuje się dobrymi właściwościami dynamicznymi [1, 5, 8]. Specyficzna charakterystyka prądowo-napięciowa diody, o dużej nieliniowości z odcinkiem o ujemnej rezystancji dynamicznej, umożliwia drogą zabiegów układowych uzyskanie również dobrych właściwości statycznych. Zalecanym w tym przypadku układem jest układ różnicowy o polaryzacji prądowej [1, 5, 8]. Zagadnienie doboru parametrów i struktury tego układu stanowi zasadniczą treść niniejszego artykułu.

Podstawową częścią składową układu różnicowego jest prosty układ równoległy, którego analizę pracy przedstawiono w [9]. Przetwornik w takim układzie wykazuje dużą wrażliwość na zmianę czynników zewnętrznych, a przede wszystkim temperatury. Układ różnicowy w znacznym stopniu pozbawiony jest tej wady, chociaż jak zostanie wykazane to dalej, nie jest możliwa również w tym układzie całkowita eliminacja wpływu zmian warunków zewnętrznych na zmianę wartości sygnału wyjściowego przetwornika.

W prezentowanej pracy zaproponowano nowe struktury układu różnicowego, które umożliwiają zmniejszenie błędu przetwarzania przetwornika spowodowanego zakłóceniami zewnętrznymi.

Schemat prostego układu różnicowego bez elementów korekcyjnych przedstawiono na rys. 1. Zastosowano tu odpowiednio połączone dwa niezależne układy równoległe (dioda — rezystor) o polaryzacji prądowej. Wielkością wejściową w układzie jest mierzone ciśnienie p działające na diodę D_1 , natomiast sygnałem wyjściowym — różnica napięć $U_{wy} = U_1 - U_2$ na diodach D_1 i D_2 . Napięcie U_1 jest funkcją ciśnienia i temperatury oraz zależy od parametrów układu I_{01} , R_1 , można więc napisać ogólną zależność

$$U_1 = f_1(p, T, I_{01}, R_1), \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat prostego układu różnicowego przetwornika

natomiast napięcie U_2 jest funkcją temperatury i zależy od parametrów I_{02} , R_2 przyjmie więc postać

$$U_2 = f_2(T, I_{02}, R_2). \quad (2)$$

Na podstawie równań (1) i (2) można zależność sygnału wyjściowego od wielkości wpływających przedstawić w postaci ogólnej

$$U_{wy} = U_1 - U_2 = F(p, T, I_{01}, I_{02}, R_1, R_2). \quad (3)$$

Gdy pomiar ciśnienia odbywa się przy temperaturze odniesienia T_0 oraz parametry układowe (I_{01} , I_{02} , R_1 , R_2) zachowują obliczone przy projektowaniu wartości znamionowe, to zależność (3) przyjmie postać

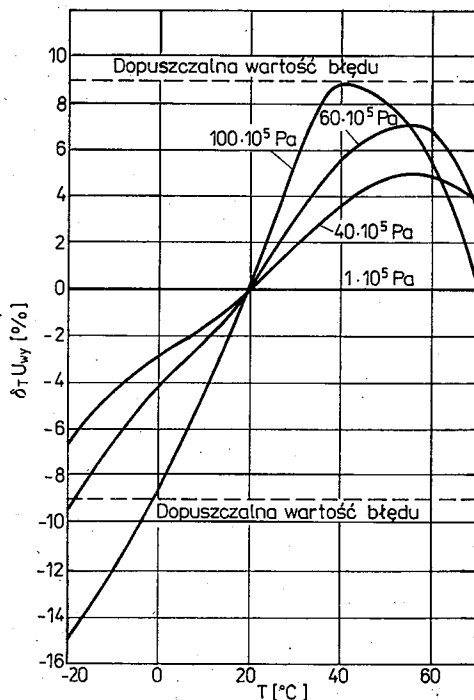
$$U_{wy} = F_0(p), \quad (4)$$

którą nazwano idealną charakterystyką przetwarzania. Czynniki zakłócające (zmiany temperatury otoczenia, zmiany wartości prądów polaryzacji i wartości rezystancji boczników) powodują odchylenie przebiegu rzeczywistej charakterystyki przetwarzania od przebiegu charakterystyki idealnej. Pod wpływem różnic tych przebiegów powstają błędy przetwarzania przetwornika. Będą to przede wszystkim błędy temperaturowe. Błędy wywołane dwoma pozostałymi zakłóceniami można pominąć, jeżeli zostaną zastosowane źródła prądu o dużej stałości wartości prądów zasilających oraz zostaną zastosowane boczniki o dobrej stałości wartości rezystancji.

W celu ilościowego oszacowania błędów temperaturowych wykonano obliczenia numeryczne wykorzystując zmierzone charakterystyki diod, których definicje i sposób pomiaru podano w [9]. Na początku wykonano obliczenia zakładając idealną symetrię układu przetwornika, tzn. założono jednakowe dla obu gałęzi układu: charakterystyki diod, wartości prądów polaryzacji, wartości rezystancji boczników. Zgodnie z wyrażeniem (3) przebieg sygnału wyjściowego w funkcji temperatury zależy od wartości parametrów układu przetwornika (I_{01} , I_{02} , R_1 , R_2) i od mierzonego ciśnienia p . Wobec tego względny błąd temperaturowy również zależy od tych samych wielkości wpływających.

Jako kryterium doboru parametrów przetwornika przyjęto w programie obliczeń warunek uzyskania maksymalnej czułości ciśnieniowej S_{pmax} — przy założonym błędzie

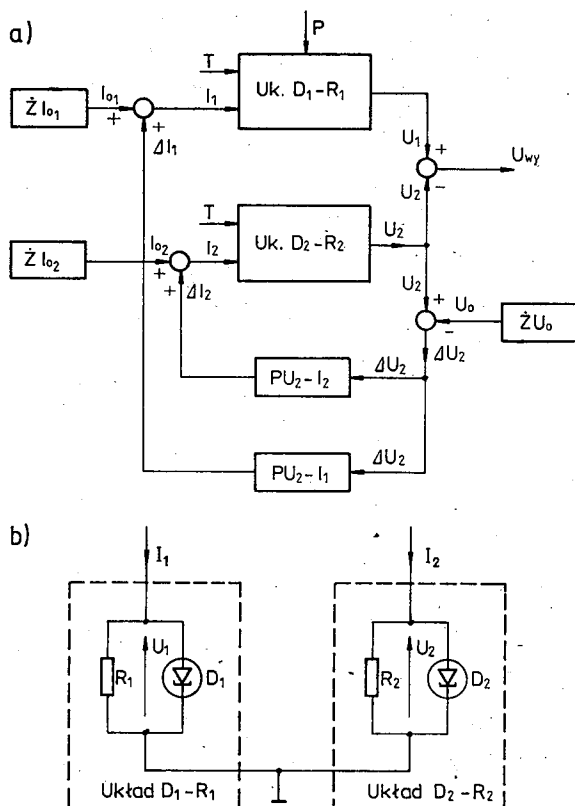
nieliniowości charakterystyki przetwarzania $\delta_{nl} \leq 1\%$ oraz względnym błędzie temperaturowym dla warunków znamionowych (p_{zn}, T_{max}) $\delta_T U_{wyzn} \leq 9\%$. Rezultaty obliczeń podano na rys. 2, z którego wynika, że mimo idealnej symetrii układu przetwornik obciążony jest błędami temperaturowymi. Wynikają one stąd, że wraz ze zmianą ciś-



Rys. 2. Względne błędy temperaturowe prostego układu różnicowego

nienia przesuwają się punkty pracy na charakterystyce prądowo-napięciowej pierwszego układu równoległego dioda — rezystor ($D_1 - R_1$), natomiast położenie punktu pracy na charakterystyce prądowo-napięciowej drugiego układu równoległego ($D_2 - R_2$) nie zmienia się ze zmianą ciśnienia. Wobec czego wrażliwość temperaturowa układu pierwszego, w ogólnym przypadku, jest inna niż wrażliwość temperaturowa układu drugiego. Zgodnie z przyjętym warunkiem (w programie obliczeń) wartość błędu temperaturowego w punkcie granicznym (p_{zn}, T_{max}) nie przekracza dopuszczanej wartości 9%, natomiast w zakresie ujemnych wartości temperatury (w przybliżeniu od -20°C do -3°C) wartość błędu temperaturowego przekracza tę wartość (rys. 2). Wykonane obliczenia wykazały, że nawet idealna symetria prostego układu różnicowego nie zapewnia pełnej eliminacji wpływu zakłóceń na sygnał wyjściowy, a w szczególności wpływu zmian temperatury.

Aby zmniejszyć oddziaływanie zakłóceń na charakterystykę przetwarzania przetwornika, a tym samym polepszyć jego właściwości metrologiczne, zaproponowano nową strukturę układu różnicowego. Będzie on dalej nazywany układem różnicowym o polaryzacji prądowej z korekcją napięciową, lub krótko — układem różnicowym z korekcją. Będą przedstawione dwie wersje pracy tego układu. Na rys. 3 podano schemat blokowy wersji I, z którego wynika zasada pracy przetwornika. Podobnie jak w prostym układzie



Rys. 3. Schemat blokowy układu różnicowego z korekcją wersji I

różnicowym sygnał wyjściowy (różnica napięć układów równoległych: dioda — rezystor) jest funkcją mierzonego ciśnienia. Jak zaznaczono wyżej zmiany temperatury, a w ogólnym przypadku — oddziaływanie zakłóceń zewnętrznych, prowadzą do przesunięcia punktów pracy na charakterystykach prądowo-napięciowych diod tunelowych zbocznikowanych rezystorami, to z kolei jest przyczyną m.in. zmiany wrażliwości temperaturowych tych układów. Nasuwa się więc wniosek odnośnie potrzeby utrzymania tych punktów w stałym położeniu, niezależnie od zmiany temperatury. Do tego celu służy zastosowany układ korekcyjny, który utrzymuje z odpowiednią dokładnością $\Delta U_2 = U_2 - U_0$, punkt pracy diody D_2 na osi napięć w pobliżu napięcia odniesienia U_0 . Realizowane jest to przez sterowaną zmianę prądu polaryzacji $I_2 = I_{02} + \Delta I_2$. W tej samej proporcji zmienia się również wartość prądu polaryzacji $I_1 = I_{01} + \Delta I_1$. W rezultacie punkty pracy obu układów równoległych (dzięki korekcji), po chwilowej zmianie położenia powstałej pod wpływem zakłócenia, powracają blisko położen, które były ustalone przed powstaniem zakłócenia. Uzyskuje się dzięki temu mniejsze zmiany wrażliwości temperaturowej, to z kolei prowadzi do zmniejszenia błędu temperaturowego.

Korzystając z elementarnej teorii wrażliwości określono dla układu z korekcją warunki pełnej kompensacji temperaturowej. Przy założeniu stałej wartości napięcia odniesienia

U_0 oraz stałych wartości rezystancji boczników R_1 i R_2 ze schematu blokowego rys. 3 wynikają zależności

$$U_1 = f_1(p, T, I_1) \quad (6)$$

$$U_2 = f_2(T, I_2), \quad (7)$$

a przybliżone przyrosty małosygnałowe powyższych funkcji są równe

$$\Delta U_1 = \frac{\partial U_1}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial U_1}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial U_1}{\partial I_1} \Delta I_1 \quad (8)$$

$$\Delta U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial U_2}{\partial I_2} \Delta I_2; \quad (9)$$

Przy czym wprowadzono następujące oznaczenia:

$$S_p = \frac{\partial U_1}{\partial p} \text{ — czułość ciśnieniowa przetwornika,}$$

$$S_{T_1} = \frac{\partial U_1}{\partial T} \text{ — wrażliwość temperaturowa pierwszego układu równoległego dioda-rezystor (D}_1\text{—R}_1\text{),}$$

$$S_{I_1} = \frac{\partial U_1}{\partial I_1} \text{ — wrażliwość prądowa pierwszego układu równoległego dioda-rezystor (D}_1\text{—R}_1\text{),}$$

$$S_{T_2} = \frac{\partial U_2}{\partial T} \text{ — wrażliwość temperaturowa drugiego układu równoległego dioda-rezystor (D}_2\text{—R}_2\text{),}$$

$$S_{I_2} = \frac{\partial U_2}{\partial I_2} \text{ — wrażliwość prądowa drugiego układu równoległego dioda-rezystor (D}_2\text{—R}_2\text{).}$$

Ponieważ wzrost napięcia U_2 powoduje zmniejszenie prądów polaryzacji I_1, I_2 , to przed składnikami zawierającymi wrażliwości prądowe należy wprowadzić znak „-”. Wobec tego równania (8) i (9) przybierają postać

$$\Delta U_1 = S_p \Delta p + S_{T_1} \Delta T - S_{I_1} \Delta I_1 \quad (10)$$

$$\Delta U_2 = S_{T_2} \Delta T - S_{I_2} \Delta I_2. \quad (11)$$

Z zasady pracy przetworników napięcia na prąd wynikają zależności

$$\Delta I_1 = g_{d_1} \Delta U_2, \quad (12)$$

$$\Delta I_2 = g_{d_2} \Delta U_2; \quad (13)$$

przy czym: g_{d_1} — konduktancja dynamiczna przetwornika $PU_2 - I_1$, g_{d_2} — konduktancja dynamiczna przetwornika $PU_2 - I_2$.

Poza tym napięcia na układach równoległych (dioda — rezystor) można uważać za superpozycję dwóch składowych

$$U_1 = U_{o_1} + \Delta U_1, \quad (14)$$

$$U_2 = U_{o_2} + \Delta U_2; \quad (15)$$

gdzie: U_{o_1}, U_{o_2} — napięcia na układach równoległych $(D_1-R_1), (D_2-R_2)$ w warunkach odniesienia, tj.: przy ciśnieniu p_o i temperaturze T_o , $\Delta U_1, \Delta U_2$ — przyrosty napięć spowodowane zmianami wielkości wpływających.

Punkty pracy, na charakterystykach prądowo-napięciowych, układów równoległych dioda-rezystor, są tak dobrane, że napięcia na diodach D_1, D_2 w warunkach odniesienia są sobie równe $U_{o_1} = U_{o_2}$, wobec czego

$$\Delta U_{wy} = U_1 - U_2 = \Delta U_1 - \Delta U_2. \quad (16)$$

Z równań (10) ... (16) po przekształceniach otrzymuje się równanie

$$U_{wy} = S_p \Delta p + \frac{S_{T_1} - S_{T_2} + S_{T_1} S_{I_2} g_{d_2} - S_{T_2} S_{I_1} g_{d_1}}{1 + S_{I_2} g_{d_2}} \Delta T, \quad (17)$$

które podaje zależność sygnału wyjściowego przetwornika od przyrostu ciśnienia i przyrostu temperatury. Wynikają z niego warunki jakie muszą być spełnione, ażeby wyeliminować wpływ temperatury na sygnał wyjściowy, a mianowicie

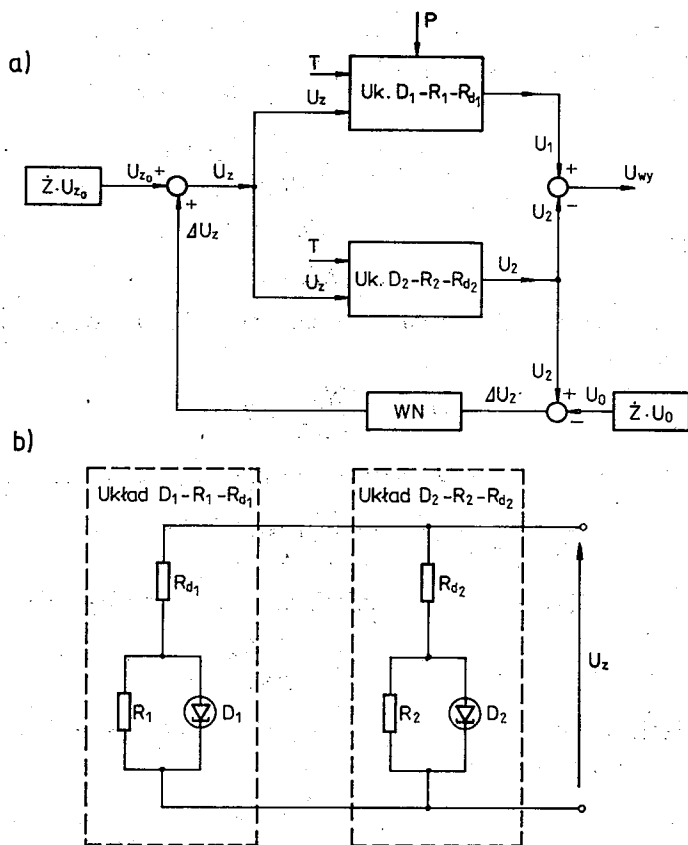
$$S_{T_1} = S_{T_2} \quad (18)$$

$$S_{I_1} S_{T_2} g_{d_1} = S_{I_2} S_{T_1} g_{d_2}. \quad (19)$$

K o n k l u z j a: spełnienie warunków (18), (19), przez dobór charakterystyk diod i parametrów układu, jest możliwe tylko w pojedynczych (parami) punktach pracy (np. w punktach początkowych), ponieważ wrażliwości temperaturowe i prądowe są w ogólnym przypadku funkcjami temperatury, prądu polaryzacji i ciśnienia. Poza punktami, w których spełnione są warunki pełnej kompensacji pojawiają się błędy od zakłóceń zewnętrznych, tylko mają one odpowiednio mniejsze wartości w porównaniu z wartościami błędów występujących w prostym układzie różnicowym przetwornika.

W celu oszacowania wartości występujących błędów w układzie z korekcją, podobnie jak dla poprzedniego układu wykonano obliczenia numeryczne, przyjmując te same założenia w programie obliczeń odnośnie symetrii układu oraz przyjęto to samo kryterium doboru parametrów przetwornika. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5 i rys. 6, z których wynika, że wprowadzenie korekcji powoduje: Po pierwsze zwiększenie czułości ciśnieniowej przetwornika o około 30%. Po drugie poprawę przebiegu względnego błędu temperaturowego w funkcji temperatury, wykazuje on mianowicie znacznie mniejszą asymetrię względem temperatury odniesienia oraz mniejsze wartości błędu, nie przekraczające 4% w całym zakresie temperatury przyjętym do pomiarów, tj.: od -20°C do 70°C .

Druga wersja zmodyfikowanego układu różni się od pierwszej sposobem zasilania. Zamiast dwóch źródeł prądowych zastosowano jedno źródło napięciowe. Dodatkowe rezystory R_{d_1}, R_{d_2} (rys. 4b) zwiększają rezystancję wewnętrzną źródła napięciowego przekształcając go, w dużym przybliżeniu, w dwa źródła prądowe, których wartości prądów zależą od sterowanego napięcia U_z . Uzyskano dzięki temu układ mniej skomplikowany i łatwiejszy do wykonania. Zasada pracy układu korekcyjnego wersji II, podobnie jak poprzedniego wersji I, sprowadza się do „utrzymania” w stałym położeniu, na osi napięć, punktu pracy diody (kompensacyjnej) D_2 . Realizowane jest to, w pętli sprzężenia zwrotnego, przez sterowaną zmianę napięcia zasilającego U_z .



Rys. 4. Schemat blokowy układu różnicowego z korekcją wersji II

Analogicznie jak dla układu różnicowego z korekcją wersji I przy założeniu stałej wartości napięcia odniesienia U_0 oraz stałych wartości rezystancji boczników R_1 , R_2 i rezystancji dodatkowych R_{d1} , R_{d2} ze schematu blokowego (rys. 4a) wynikają zależności

$$U_1 = f_1(p, T, U_z) \quad (20)$$

$$U_2 = f_2(T, U_z), \quad (21)$$

a przybliżone przyrosty małosygnałowe powyższych funkcji są równe

$$\Delta U_1 = \frac{\partial U_1}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial U_1}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial U_1}{\partial U_z} \Delta U_z \quad (22)$$

$$\Delta U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial T} \Delta T + \frac{\partial U_2}{\partial U_z} \Delta U_z, \quad (23)$$

przy czym wprowadzono oznaczenia

$$S_{z1} = \frac{\partial U_1}{\partial U_z} \text{ — wrażliwość napięciowa układu szeregowo-równoległego: } D_1 - R_1 - R_{d1},$$

$$S_{z2} = \frac{\partial U_2}{\partial U_z} \text{ — wrażliwość napięciowa układu szeregowo-równoległego: } D_2 - R_2 - R_{d2}.$$

Ponieważ przyrost wartości napięcia U_z powoduje zmniejszenie wartości napięć U_1 i U_2 , to przed składnikami zawierającymi wrażliwości napięciowe należy wprowadzić znak „-” wobec tego wyrażenia (22), (23) przybierają postać

$$\Delta U_1 = S_p \Delta p + S_{T_1} \Delta T - S_{z_1} \Delta U_z \quad (24)$$

$$\Delta U_2 = S_{T_2} \Delta T - S_{z_2} \Delta U_z. \quad (25)$$

Zmiana napięcia zasilającego proporcjonalna jest do zmiany napięcia ΔU_z

$$\Delta U_z = K \Delta U_z, \quad (26)$$

gdzie: K — współczynnik wzmocnienia wzmacniacza — W.N (rys. 4a). Z równań (25) i (26) wynika, że

$$\Delta U_z = \frac{KS_{T_2}}{1 + KS_{z_2}} \Delta T. \quad (27)$$

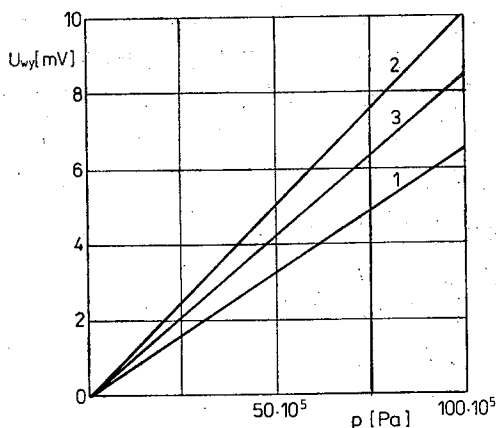
Uwzględniając równania (24), (27) wyrażenie (24) można przedstawić w formie

$$\Delta U_1 = S_p \Delta p + \frac{S_{T_1} + K(S_{T_1} S_{z_2} - S_{T_2} \cdot S_{z_1})}{1 + K \cdot S_{z_2}} \Delta T. \quad (28)$$

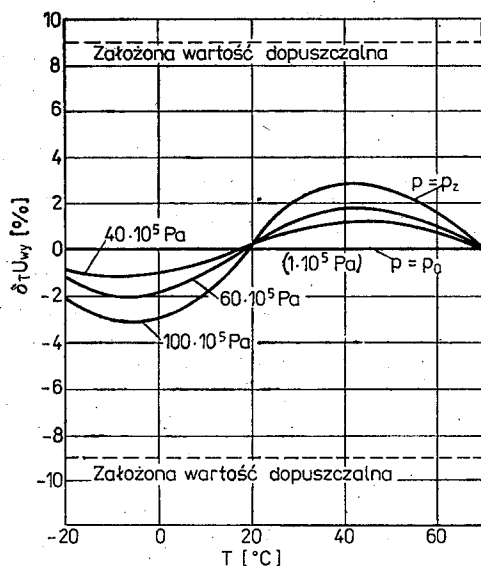
Z wyrażen (16), (27), (28) po przekształceniach otrzymuje się równanie

$$U_{wy} = S_p \Delta p + \frac{S_{T_1} - S_{T_2} + K(S_{T_1} S_{z_2} - S_{T_2} S_{z_1})}{1 + KS_{z_2}} \Delta T \quad (29)$$

z którego wynikają warunki pełnej kompensacji temperaturowej układu różnicowego przetwornika z korekcją wersji II.



Rys. 5. Charakterystyki przetwarzania przetwornika przy temperaturze odniesienia;
1 — układ różnicowy bez korekcji, 2 — układ różnicowy z korekcją I, 3 — układ różnicowy z korekcją II



Rys. 6. Względne błędy temperaturowe układu różnicowego z korekcją wersji II

Pierwszy warunek

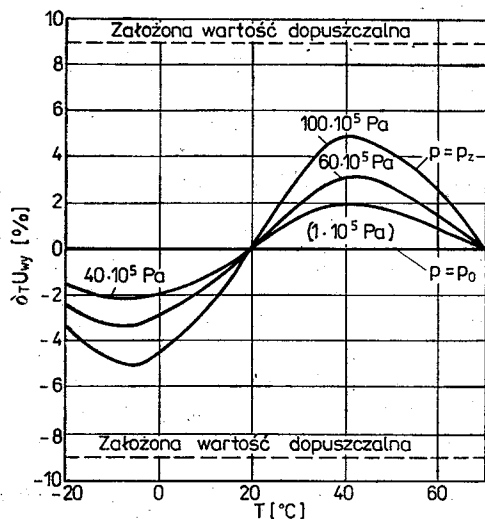
$$S_{T_1} = S_{T_2} \quad (30)$$

jest identyczny jak dla układu z korekcją wersji I. Drugi wyraża się zależnością

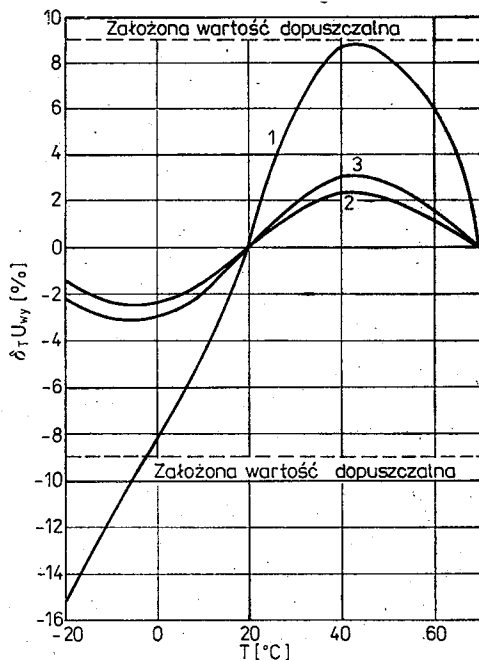
$$S_{T_1} S_{z_2} = S_{T_2} S_{z_1} \quad (31)$$

Warunki (30), (31) mogą być spełnione przez odpowiednie dobranie charakterystyk diod D_1 , D_2 oraz parametrów układu. Możliwe jest to, z powodów podanych wyżej, tylko w pojedynczych parami punktach pracy.

Podobnie jak dla układów poprzednich wykonano obliczenia numeryczne przy przyjęciu tych samych założeń w programie. Rezultaty obliczeń przedstawiono na rys. 5, rys. 7, rys. 8, z których wynika, że układ z korekcją II ma mniejsze wartości czułości



Rys. 7. Względne błędy temperaturowe układu różnicowego z korekcją wersji II



Rys. 8. Względne błędy temperaturowe przy ciśnieniu znamionowym $p_{zn} = 100 \cdot 10^5$ Pa
1 — układ różnicowy bez korekcji, 2 — układ różnicowy z korekcją I, 3 — układ różnicowy z korekcją II

ciśnieniowej i większe wartości względnego błędów temperaturowego aniżeli układ z korekcją I. Jednak przebiegi względnych błędów temperaturowych obu układów z korekcją mają podobny kształt i nie przekraczają one dopuszczalnych wartości w całym założonym zakresie temperaturowym. Przedstawione obliczenia, jak podano wyżej, wykonano zakładając m.in. jednakowe przebiegi charakterystyk diod obydwu gałęzi układów równoległych. Aby ocenić wpływ na właściwości metrologiczne przetwornika występujący w praktyce rozrzut charakterystyk, wykonano obliczenia dla kilkunastu różnych zestawów danych.

Z analizy obliczeń wynika, że rozrzut charakterystyk w granicach $\pm 5\%$ nie ma istotnego wpływu na właściwości metrologiczne przetwornika. Omówione układy różnicowe są bardziej wrażliwe na rozrzut charakterystyk w kierunku osi napięć niż w kierunku osi prądów.

Powyższe rozważania oparte na wynikach obliczeń komputerowych były weryfikowane eksperymentalnie na modelu przetwornika. Przeprowadzone eksperymenty potwierdziły zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów.

Z przedstawionych rozważań wynika, że wprowadzenie do prostego układu różnicowego przetwornika jednego z układów korekcyjnych (wersji I lub wersji II) poprawia właściwości metrologiczne przetwornika ciśnienia z diodą tunelową. Dzięki korekcji zwiększa się wartość czułości ciśnieniowej przetwornika, a zmniejszają się wartości względnego błędu temperaturowego.

BIBLIOGRAFIA

1. A. Chwaleba, B. Moeschke: *Piezozłączowe przetworniki tunelowe ciśnienia hydrostatycznego*. Rozprawy Elektrotechniczne, 1978, t. XXIV, z. 3
2. M. M. Cohen, L. Horn: *Tunneling junctions diode pressure gauge*. The Review of Scientific Instruments, Vol. 36, nr 5, 1965
3. M. Łapiński: *Pomiary elektryczne i elektroniczne wielkości nieelektrycznych*. Warszawa: WNT, 1974
4. S. L. Miller, M. I. Nathan, A. C. Smith: *Pressure dependence of the current-voltage characteristics of Esaki diodes*. Physical Review Letters, Vol. 4, nr 2, 1960
5. B. Moeschke: *Zastosowanie i poprawa własności metrologicznych niektórych elementów półprzewodnikowych jako przetworników wielkości mechanicznych*. Politechnika Warszawska, Warszawa 1976, Rozprawa doktorska
6. E. S. Rogers: *Experimental tunnel-diode electromechanical transducers elements and their use in tunnel-diode microphones*. The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 34, nr 7, 1962
7. M. E. Sikorski, P. Andreath: *Tunnel diode hydrostatic pressure transducers*. The Review of Scientific Instruments, Vol. 33, nr 2, 1962
8. J. Szmitkowski: *Analiza możliwości poprawy właściwości metrologicznych przetwornika ciśnienia z diodą tunelową*. Politechnika Warszawska, 1984, Rozprawa doktorska
9. J. Szmitkowski: *Wpływ struktury układu i sposobu polaryzacji na właściwości metrologiczne analogowego przetwornika ciśnienia z diodą tunelową*. Rozprawy Elektrotechniczne, przyjęto do druku w 1988

J. SZMITKOWSKI

ANALYSIS OF THE OPERATION OF CERTAIN DIFFERENTIAL SYSTEMS OF AN ANALOG PRESSURE TRANSDUCER PROVIDED WITH TUNNEL DIODE

Summary

Basing on digital computer calculations, the operation of differential systems of a pressure transducer provided with a tunnel diode, is analysed. It is suggested to introduce a simple structure of correction units owing to which improved metrological properties of the transducer are reached.

J. SZMITKOWSKI

ANALYSE DU TRAVAIL DES SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS CHOISIS DU TRANSDUCTEUR DE PRESSION À DIODE TUNNEL

Résumé

Ayant mis à profit les calculs faits avec le calculateur numérique, on a présenté dans l'article l'analyse du travail des systèmes différentiels d'un transducteur de pression analogue à diode tunnel. On a proposé d'introduire, dans la simple structure de système, des éléments correcteurs, ce qui a permis d'améliorer les propriétés métrologiques du transducteur.

J. SZMITKOWSKI

ARBEITSANALYSE GEWÄHLTER DIFFERENTIALSYSTEME EINES ANALOGDRUCKUMSETZERS MIT TUNNELDIODE

Zusammenfassung

In der Bearbeitung wurde eine rechnergestützte Arbeitsanalyse der Differentialsysteme eines Analogdruckumsetzers mit Tunnelodiode dargestellt. Es wurde vorgeschlagen, in die einfache Systemstruktur Korrektionsglieder einzuführen, wodurch eine Verbesserung der metrologischen Eigenschaften des Umsetzers erreicht worden ist.

Ю. ШМИТКОВСКИ

АНАЛИЗ РАБОТЫ ИЗБРАННЫХ СХЕМ РАЗНОСТНОГО АНАЛОГОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ДАВЛЕНИЯ С ТУННЕЛЬНЫМ ДИОДОМ

Резюме

При использовании расчетов на ЦВМ, представлен анализ работы разностного аналогового преобразователя давления с туннельным диодом. Предложено введение в простую структуру схемы звеньев коррекции, благодаря которым получено улучшение метрологических свойств преобразователя.

Wspomagane komputerem projektowanie obwodów komutacji w falownikach o modulowanej szerokości impulsów napięcia wyjściowego

MIECZYŚLAW NOWAK

Instytut Sterowania i Elektroniki Przemysłowej, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1988.06.29

Autoryzowano do druku 1988.08.30

W artykule przedstawiono algorytmy programów do symulacji i projektowania obwodów komutacji fazowej stosowanych w falownikach MSI. Przy komputerowym modelowaniu uwzględniono zarówno komutację prądu z tyrystora do gałęzi diody zwrotnej jak i z diody na tyrystor. Wzięto przy tym pod uwagę, narzuconą wymogami praktycznymi modyfikację obwodów wiążącą się z wprowadzeniem dodatkowych dławików służących do ochrony przed skutkami zwarcia. Duża szybkość i dokładność działania programów, które zostały napisane w języku PASCAL i uruchomione na komputerze IBM-PC umożliwiają prowadzenie obliczeń dla długich serii impulsów komutacyjnych i sprawdzanie własności poszczególnych obwodów w odniesieniu do ich zastosowania w falownikach MSI. W końcowej części przedstawiono prostą metodę wspomagane komputerem projektowania opisanych obwodów i wskazano sposoby ich optymalizacji. Zaprezentowano, oryginalne wyniki obliczeń dając możliwość porównania własności najczęściej stosowanych w falownikach MSI obwodów impulsowej komutacji fazowej.

1. WPROWADZENIE

Falowniki zasilane ze źródła napięcia i sterowane według metody modulacji szerokości impulsów (MSI) stanowią grupę układów najczęściej stosowaną w przemiennikach częstotliwości przeznaczonych do zasilania i regulacji prędkości obrotowej silników asynchronicznych. W przypadku małych mocy falowniki takie budowane są przy zastosowaniu tranzystorów. W zakresie mocy średnich i dużych (powyżej 20 kW) dominują układy tyrystorowe. Ponieważ zastosowanie tyrystorów wyłączalnych (tzw. GTO) nie jest na obecnym etapie uzasadnione względami ekonomicznymi, nadal są rozwijane układy falowników z tyrystorami zwykłymi wyposażone w obwody komutacji impulsowej. Mimo ponad 20-letnich prac nad doskonaleniem metod projektowania i optymalizacji obwodów komutacji brak całościowego ujęcia tego zagadnienia w odniesieniu do falowników MSI.

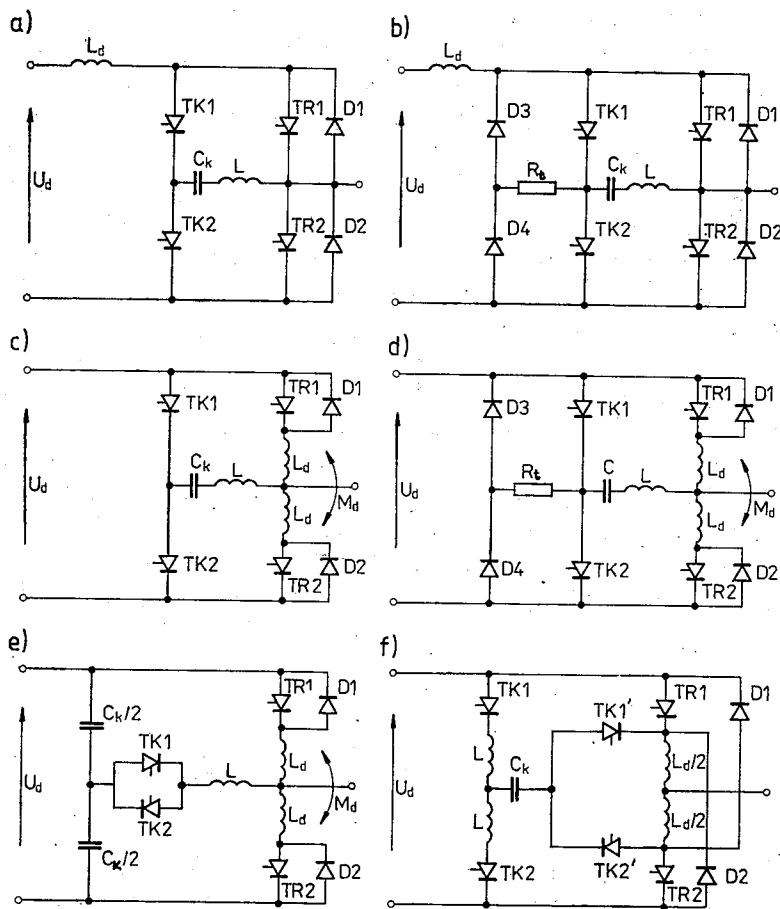
W dalszej części niniejszego artykułu przedstawiono opis matematyczny i algorytmy umożliwiające szybką i dokładną symulację komputerową procesów elektromagnetycz-

Rys. 2. Uzyskane drogą symulacji przebiegi napięcia i prądu wyjściowego falownika MSI

Warto przy tym zauważyć, że wyłączenie przewodzącego tyrystora wymaga współdziałania obwodu pomocniczego, natomiast przeniesienie prądu z diody zwrotnej do gałęzi z tyrystorem wiąże się jedynie z załączeniem tegoż tyrystora impulsem prądu bramki.

Jako obwody komutacji wewnętrznej stosuje się w przypadku falowników MSI obwody komutacji fazowej, w których jeden kondensator w powiązaniu z dławikami służy do wyłączania obu tyrystorów tworzących jedną gałąź trójfazowego mostka. Konsekwencją takiego rozwiązania jest fakt, że przeładowanie kondensatora musi być dokonywane zarówno w przypadku komutacji prądu z tyrystora na diodę, kiedy spełnia bezpośrednią funkcję w procesie wyłączania jak i podczas komutacji prądu z diody na tyrystor, gdy służy tylko do przygotowania obwodu do następnej komutacji. W dalszym ciągu przy tworzeniu modeli do komputerowej symulacji procesów komutacyjnych stosowane będą pojęcia komutacji dodatniej odpowiadającej wyłączaniu tyrystora i komutacji ujemnej odpowiadającej przeniesieniu prądu z gałęzi diody zwrotnej do załączanego tyrystora.

Schematy obwodów komutacji fazowej najczęściej stosowanych w falownikach MSI ukazano na rys. 3. Obwód wg rys. 3a, to jeden z najbardziej rozpowszechnionych i szeroko opisany w literaturze układ McMurray'a [3]. Na schemacie obok połączonego



Rys. 3. Schematy obwodów komutacji fazowej

szeregowo z kondensatorem głównego dławika komutacyjnego zaznaczono dławik pomocniczy L_d w obwodzie źródła zasilania U_d . Obecność jego jest konieczna dla zapewnienia skutecznej ochrony zwarciowej falownika, jednak wywiera znaczny wpływ na proces komutacji. W dotychczasowych publikacjach brak analizy tak zmodyfikowanego obwodu, podobnie jak i brak wskazówek do metody projektowania.

Modyfikacja obwodu McMurray'a podana przez Penkowskiego i Pruzinskiego [11] — rys. 3b, dzięki zastosowaniu dodatkowego obwodu z diod zwrotnych i rezystora zapewnia ograniczenie napięcia kondensatora. I w tym przypadku konieczne jest wprowadzenie dodatkowego dławika L_d . Inne wersje układów z rys. 3a i b zaproponowano na schematach z rys. 3c i d. W rozwiązaniu tym dławik L_d umieszczony w gałęziach tyrystorów głównych spełnia dwojaką funkcję — zarówno ograniczania szybkości narastania prądu zwarcia jak i współdziałania z kondensatorem w czasie przeładowania komutacyjnego. Sprężenie magnetyczne M_d występujące pomiędzy dwoma dławikami L_d jest pożądane gdyż powoduje znaczące zwiększenie indukcyjności w obwodzie zwarcia a tym samym ułatwia ochronę przeciwzwarciową.

Układ wg. schematu na rys. 3e. (tzw. układ Erlacha) [5] stosowany równie często w praktyce jak układ McMurray'a przedstawiono w wersji zbliżonej do układu z rys. 3c. Cechą charakterystyczną tego rozwiązania jest to, że w obwodzie zastępczym przeładowania kondensatora występuje źródło o napięciu równym połowie napięcia zasilania. Prowadzi to do w przybliżeniu dwukrotnego zmniejszenia indukcyjności i dwukrotnemu zwiększeniu pojemności komutacyjnej.

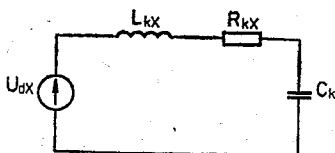
We wszystkich obwodach wg. schematów z rys. 3a..e, tyrystory główne wyłączane są w warunkach, gdy występuje na nich małe napięcie zwrotne równe napięciu przewodzącej diody zwrotnej. Ten typ komutacji określany w literaturze anglosaskiej jako „miękka”, cechuje 2—3 krotne wydłużenie czasu wyłączania tyrystora w porównaniu z czasem wyłączania przy komutacji „twardej”, gdy na tyrystorze pojawia się napięcie wsteczne kilkadziesiąt do kilkuset woltów.

W układzie wg. schematu z rysunku 3f., będącym uproszczoną do obwodu komutacji fazowej wersją obwodu o komutacji indywidualnej zaproponowanego przez Abrahama i Heumanna [13], na wyłączanym tyrystorze pojawia się napięcie wsteczne bliskie napięciu zasilania. Czas dysponowany na wyłączenie w przybliżeniu równy czasowi rozładowania się kondensatora od wartości początkowej do zera jest krótszy od jednej czwartej okresu oscylacji własnych obwodu komutacji. Zaznaczone na schemacie w gałęzi tyrystorów komutacyjnych dławiki L , aczkolwiek nie są niezbędne, ograniczając stromość narastania prądu powodują zmniejszanie strat łączeniowych oraz stanowią dodatkową ochronę przed skutkami zwarcia źródła przez tyrystory komutacyjne.

3. OPIS MATEMATYCZNY I ALGORYTMY PROGRAMÓW DO SZYBKIEJ SYMULACJI PROCESÓW KOMUTACYJNYCH W FALOWNIKACH MSI

W każdym z przedstawionych na rys. 3 obwodów proces komutacji rozpatrywany jako przeładowanie kondensatora od napięcia, do którego był naładowany w momencie odpowiadającym załączeniu tyrystora komutacyjnego do wartości końcowej, która zos-

tanie utrzymana do chwili załączenia następnego tyrystora komutacyjnego. W pojedynczym cyklu komutacji (impulsie komutacyjnym) wydzielają się kolejno po sobie następujące przedziały czasowe, w których zmieniają się parametry zastępczego obwodu przeładowania kondensatora (rys. 4), zgodnie ze zmianami stanu zaworów tworzących mode-



Rys. 4. Schematy zastępcze obwodu przeładowania kondensatora w przedziale „X”

lowany obwód komutacji. Zwrócenia uwagi wymaga przy tym charakterystyczny moment czasowy związany z załączeniem kolejnego tyrystora roboczego. Jest on opóźniony o czas t_z w stosunku do momentu zapoczątkowania komutacji i z reguły równy lub krótszy od półokresu oscylacji własnych obwodu. Wartość t_z stanowi jeden z parametrów uwzględnianych przy analizie i projektowaniu obwodów.

W opisie matematycznym, który zastosowano do symulacji komputerowej, posłużono się podanymi w postaci analitycznej równaniami napięcia i prądu kondensatora przeładowującego się w obwodzie oscylacyjnym słabo tłumionym. Równania te mają postać ogólną:

$$\begin{bmatrix} i_c(t) \\ u_{cx}(t) \\ i'_c(t) \\ u'_c(t) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \\ W_{31} & W_{32} \\ W_{41} & W_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(\omega \cdot t) \\ \cos(\omega \cdot t) \end{bmatrix},$$

gdzie: $i_c(t)$, $i'_c(t)$ — wartość chwilowa prądu kondensatora i pochodna prądu; $u_{cx}(t) = u_c(t) + u_{dX}$

przy czym: $u_c(t)$, $u'_c(t)$ — wartość chwilowa napięcia kondensatora i jego pochodna, u_{dX} — napięcie źródła obwodu zastępczego w przedziale „X”; $A = e^{-\alpha t}$

$$W_{11} = \frac{U_{cPX} - U_{dX}}{\omega \cdot L_{kX}} - I_{cPX} \cdot \frac{\alpha}{\omega}; \quad W_{12} = I_{cPX};$$

$$W_{21} = \frac{\alpha}{\omega} \cdot (U_{cPX} - U_{dX}); \quad W_{22} = U_{cPX} - U_{dX};$$

$$W_{31} = -\alpha \cdot W_{11} - \omega \cdot W_{12}; \quad W_{32} = \omega \cdot W_{11} - \alpha \cdot W_{12};$$

$$W_{41} = -\alpha \cdot W_{21} - \omega \cdot W_{22}; \quad W_{42} = \omega \cdot W_{21} - \alpha \cdot W_{22}.$$

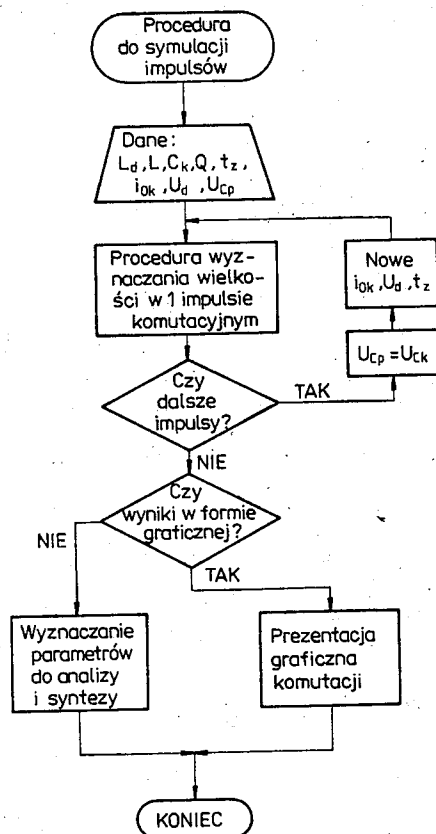
W powyższych wzorach przyjęto:

$$\omega = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot Q^2}}; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{kX} \cdot C_k}}$$

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2 \cdot Q}; \quad Q = \frac{1}{R_{kX}} \cdot \sqrt{\frac{L_{kX}}{C_k}};$$

przy czym: U_{cpX} , I_{cpX} — napięcie i prąd kondensatora na początku przedziału „X”; L_{kX} , R_{kX} — indukcyjność i rezystancja w schemacie zastępczym określona dla przedziału „X”.

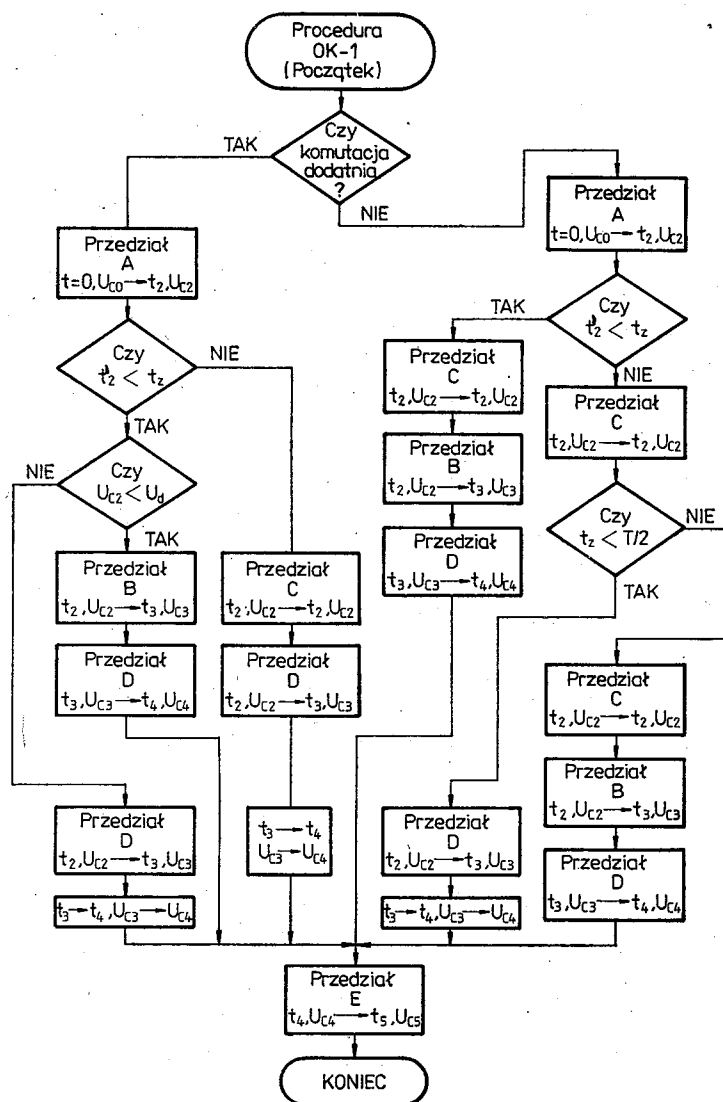
W dalszym ciągu artykułu, obok diagramów algorytmów do symulacji poszczególnych obwodów podano tablice (I–IV), w których wraz ze schematami struktury obwodów w danym przedziale zamieszczono wartości parametrów schematu zastępczego. Pominęto przy tym spadki napięcia na przewodzących zaworach oraz prądy blokowania i wsteczne w zaworach nieprzewodzących. Jako dodatkowe uproszczenie w zależnościach analitycznych opisujących proces przeładowania kondensatora przyjęto, że w przedziałach gdy obwód zamyka się przez odbiornik (przedział B) z uwagi na dużą indukcyjność zastępczą kondensator jest ładowany ze źródła prądu stałego. Podobnie przyjęto, że komutowany prąd odbiornika w trakcie całego procesu przeładowania kondensatora nie ulega zmianie.



Rys. 5. Ogólny diagram podprogramu do analizy impulsów komutacyjnych

Na rysunku 5 ukazano ogólny algorytm obliczeń w programie symulacji impulsu komutacyjnego. Jako dane wejściowe występują parametry obwodu — L , L_d , C_k oraz dobroć obwodu Q . Ponadto do obliczeń niezbędne są: wartość komutowanego prądu obciążenia I_{0k} , wartość napięcia zasilania U_d , oraz względna wartość czasu opóźnienia

załączenia tyrystora roboczego — t_z ($t_z = t_z/\pi L_{kA} C_k$ gdzie L_{kA} — indukcyjność obwodu zastępczego w przedziale A). Poniżej przedstawiono krótkie opisy algorytmów procedur umożliwiających bardzo szybkie i dokładne analizowanie parametrów impulsów komutacyjnych w odniesieniu do prezentowanej grupy obwodów. Wspólną cechą tych algorytmów jest ich przystosowanie do analizy procesu komutacji w warunkach pracy charakterystycznych dla falownika MSI tzn. zarówno przy komutacjach dodatnich jak i ujemnych. Obliczenia w blokach programu odpowiadających poszczególnym przedziałom prowadzone są z zastosowaniem równania (1) przy czym wartości czasów zakończenia przedziałów wyznaczane są prostą metodą „falsi” iteracyjnego rozwiązania równań transcendentnych. Warunki zakończenia każdego przedziału podano w tablicach.



Rys. 6. Diagram algorytmu do symulacji obwodu wg McMurray'a (Rys. 3.a i b)

OBWÓD McMURRAY'A (OK1) — rys. 3.a.

Diagram algorytmu do symulacji ukazano na rys. 6 a parametry obwodu zastępczego i warunki zakończenia przedziałów w tablicy 1. W przypadku występowania w układzie dławika L_d włączonego szeregowo ze źródłem zasilania w procesie przeładowania kon-

Tablica 1

Parametry obwodu zastępczego i warunki zakończenia przedziałów czasowych do diagramu algorytmu z rys. 6

Prze- dział	Schemat zastępczy	Parametry obwodów	Warunki zakończenia przedziału
A		$L_{kX} = L$ $U_{dX} = 0$ $U_{cpX} = U_{c0}$, $I_{cpX} = 0$	$I_c = I_{ok}$ lub $t_k = t_z$
B		$I = I_{ok}$ lub $I = 0$	$t_k = t_z$ lub $U_{ck} = \text{sign}(U_{c0}) U_d$
C		$L_{kX} = L$ $U_{dX} = 0$ $U_{cpX} = U_{c2}$ $I_{cpX} = I_{c2}$	$u_1 = 0$ czyli : $\text{sign}(U_{c0}) \frac{U_d}{L_d} t_k + I_{ok} = i_c(t_k)$
D		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{dX} = -\text{sign}(U_{c0}) U_d$ $U_{cpX} = U_{c2}$ lub U_{c3} $I_{cpX} = I_{c2}$ lub I_{c3}	$i_c(t_k) = 0$
E		$L_{kX} = L + L_d$ $r_t = 2\sqrt{L_{kX}/C_k}$ $U_{dX} = -\text{sign}(U_{c0}) U_d$ $U_{cpX} = U_{c4}$	$i_c(t_k) = 0$ czyli $U_{ck} = -\text{sign}(U_{c0}) U_d$

densatora może pojawić się przedział C. Ma to miejsce wtedy, gdy tyrystor roboczy zostanie załączony przed zmniejszeniem się do zera prądu uprzednio przewodzącej diody zwrotnej. Powstaje wtedy w układzie obwód zwarcia źródła, w którym prąd narasta zgodnie z równaniem:

$$i_d(t) = \text{sig}(U_{c0}) \cdot \frac{U_d}{L_d} \cdot t + I_{ok} \quad (2)$$

gdzie: $\text{sig}(U_{c0})$ — znak napięcia kondensatora przed komutacją, I_{ok} — prąd odbiornika w czasie komutacji.

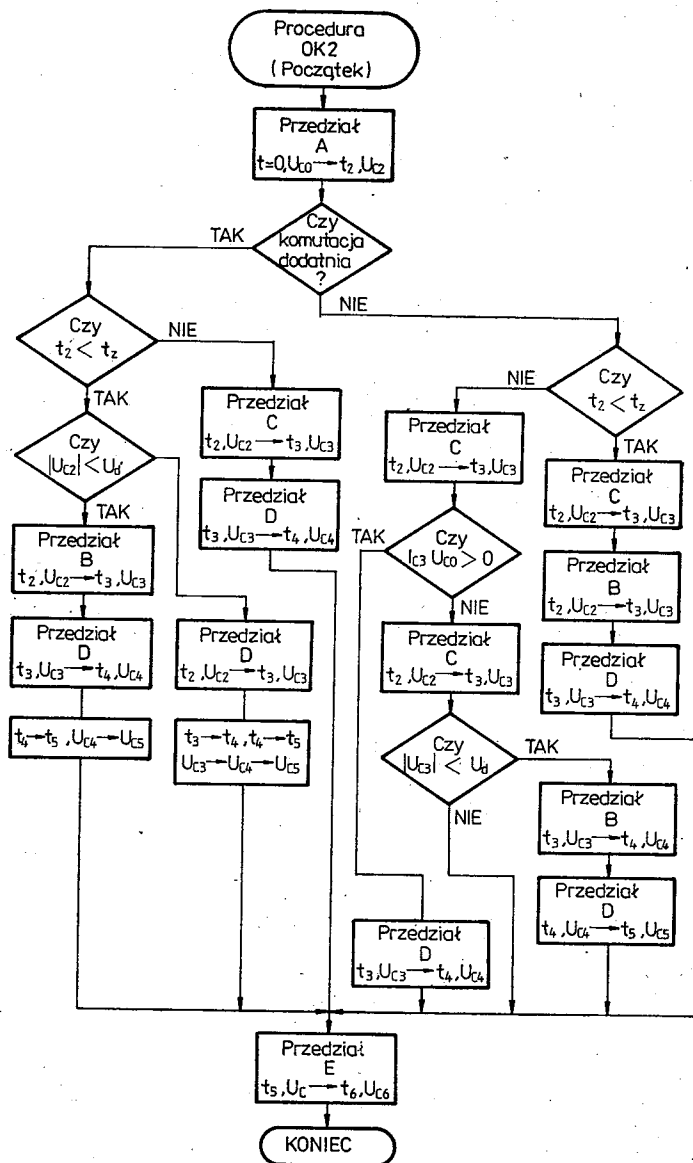
Zakończenie przedziału C następuje w chwili t_k dla której:

$$i_d(t_k) = i_c(t_k) \quad (3)$$

co jest równoważne ze zmniejszeniem prądu diody zwrotnej do zera. Równanie (1) ma w przedziale C identyczne współczynniki jak w przedziale A.

OBWÓD McMURRAY'A ZMODYFIKOWANY — (OK2) — Rys. 3.c.

Diagram algorytmu ukazano na rys. 7.a. a parametry obwodu zastępczego i warunki zakończenia przedziałów w tablicy 2. W układzie, podczas komutacji może wystąpić,



Rys. 7. Diagram algorytmu do symulacji zmodyfikowanego obwodu McMurray'a (Rys. 3.c i d)

podobnie jak w obwodzie opisanym poprzednio, przedział C, związany z komutacją prądu diody zwrotnej. Z uwagi na inne usytuowanie dławików, inne będą w tym przypadku parametry zastępczego obwodu przeładowania kondensatora jak również inne

Tablica 2

Parametry obwodu zastępczego i warunki zakończenia przedziałów czasowych do diagramu z algorytmu rys. 7a

Przedział	Schemat zastępczy	Parametry obwodów	Warunki zakończenia przedziału
A		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = 0$ $U_{cp} = U_{co}$ $I_{cp} = 0$	lub $i_c = I_{ok}$ lub $t_k = t_z$
B		lub $I = I_{ok}$ lub $I = 0$	$t_k = t_z$ lub $U_c = -\text{sign}(U_{co})U_d$
C		$L_{kX} = L + \frac{1}{2}(L_d - M_d)$ $U_{df} = -\text{sign}(U_{co})U_d / 2$ $U_{cp} = U_{c2}$ $I_{cp} = I_{c2}$	$i_1 = 0$ czyli $\frac{\text{sign}(U_{co})U_d}{L_d + M_d} t_k + I_{ok} - i(t_p) =$ $= i_c(t_k)$
D		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = -\text{sign}(U_{co})U_d$ $U_{cp} = U_{c2}, U_{c3}$ lub U_{c4} $I_{cp} = I_{c2}, I_{c3}$ lub I_{c4}	$i_c(t_k) = 0$
E		$L_{kX} = L + L_d$ $R_t = 2\sqrt{L_k / C_k}$ $U_{df} = -\text{sign}(U_{co})U_d$ $U_{cp} = U_{c5}$	$i_c(t_k) = 0$

od (2) równanie obowiązuje dla prądu i_d płynącego ze zwartego przez diodę zwrtną i tyrystor roboczy źródło zasilania:

$$i_d(t) = \text{sig}(U_{co}) \cdot \frac{U_d}{L_d + M_d} \cdot t + I_{ok} - I_{cpc};$$

gdzie:

I_{cpc} — prąd w dławiku na początku przedziału C.

OBWÓD McMURRAY'A Z OGRANICZONYM NAPIĘCIEM KONDENSATORA

Przy symulacji tego obwodu (Rys. 3.b i d) należy uwzględnić dodatkowy przedział E, w którym kondensator rozładowuje się przez diody (D1–D4) do napięcia równego napięciu zasilania. Rezystor R_t dobiera się przy tym tak by tłumienie było nieco większe od krytycznego tzn:

$$R_t > \sqrt{\frac{L_{kE}}{C}} \left(2 - \frac{1}{Q} \right).$$

Przebiegi prądu i napięcia kondensatora w przedziale E opisują równania:

$$i_c(t) = -\text{sig}(U_{co}) \cdot \frac{\text{abs}(U_{cpe}) - U_d}{2\beta L_{kE}} \cdot e^{-\gamma t} (e^{\beta t} - e^{-\beta t}), \quad (5)$$

$$u_c(t) = -\text{sig}(U_{C0}) \cdot U_d + \{\text{abs}(U_{CPE}) - U_d\} e^{-\gamma t},$$

$$\frac{1}{2} \left\{ e^{\beta t} + e^{-\beta t} + \frac{\gamma}{\beta} \cdot (e^{\beta t} - e^{-\beta t}) \right\} \quad (6)$$

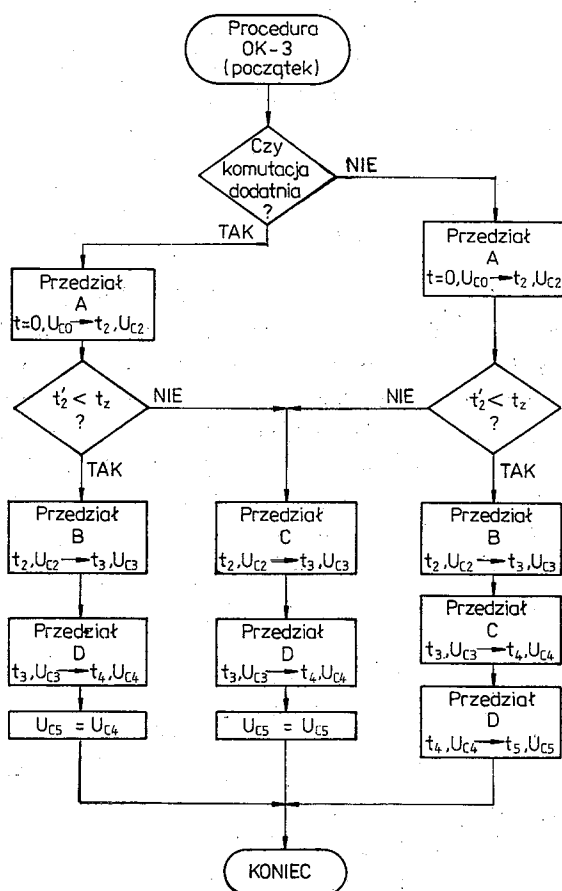
gdzie:

$$\gamma = \frac{R_{kE}}{2 \cdot L_{kE}}; \quad \beta = \gamma^2 - \frac{1}{L_{kE} \cdot C_k}.$$

Czas trwania przedziału został przyjęty w obliczeniach jako równy $4 \cdot C_k \cdot R_{kE}$ co w praktyce odpowiada rozładowaniu kondensatora do napięcia U_d z dokładnością 1%.

UKŁAD ERLACHA — (OK3) — rys. 3.e.

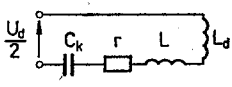
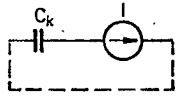
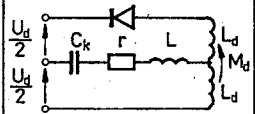
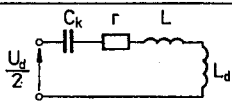
Diagram algorytmu ukazano na rys. 8. W przedziale C procesu komutacji zjawiska są podobne do występujących w układzie z rysunku 3.c. Zakończenie przedziału może być wyznaczone na podstawie (3) i (4) przy czym parametry równania opisującego przebieg prądu i_c podano w tablicy 3.



Rys. 8. Diagram algorytmu do symulacji obwodu wg. Erlacha. (Rys. 3.e.)

Tablica 3

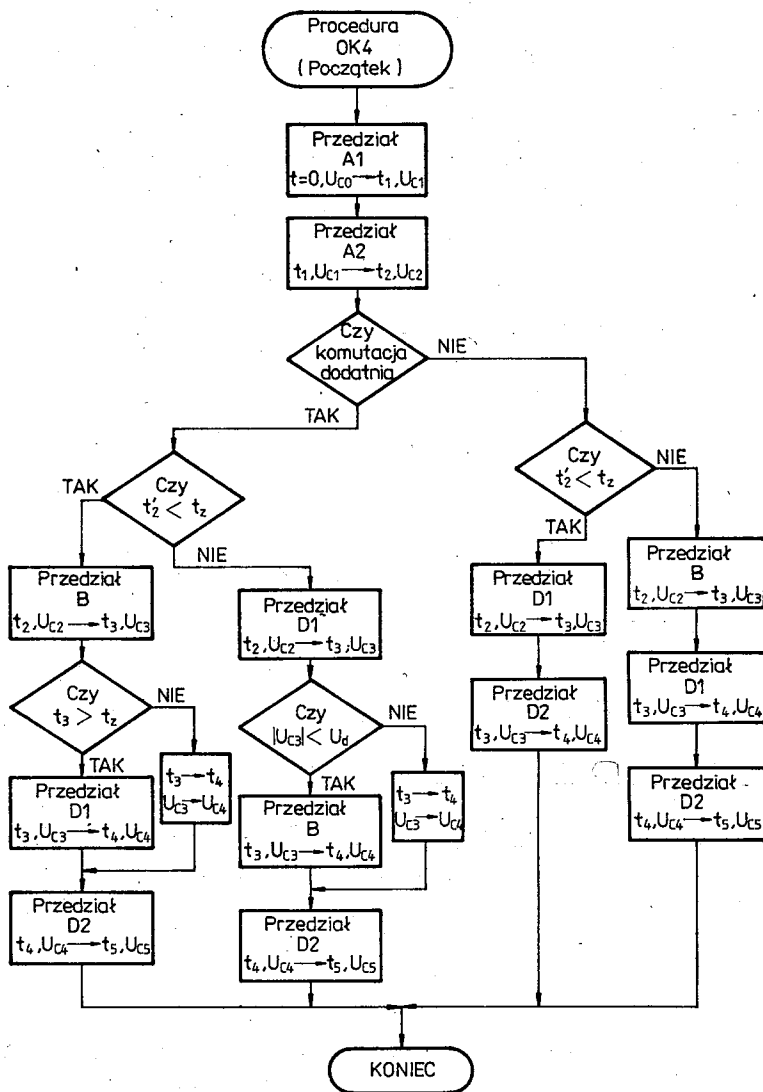
Parametry równania opisującego przebieg prądu i_c do diagramu algorytmu z rys. 8

Przedział	Schemat zastępczy	Parametry obwodów	Warunki zakończenia przedziału
A		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = \text{sign}(U_{C0}) U_d / 2$ $U_{Cp} = U_{C0}$ $I_{Cp} = 0$	$i_c(t_k) = I_{0k}$ lub $t_k = t_z$ $(i_c(t_1) = I_{0k} \quad t_k - t_1 = t_d^*)$
B		$I = I_{0k}$ lub $I = 0$	$t_k = t_z$
C		$L_{kX} = L + \frac{1}{2}(L_d - M_d)$ $U_{df} = 0$ $U_{Cp} = U_{C2}$ $I_{Cp} = I_{C2}$	$i_c(t_k) = \text{sign}(U_{C0}) \frac{U_d}{L_d + M_d} t_k +$ $+ 2I_{0k} - I_c(t_p)$
D		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = \text{sign}(U_{C0}) U_d / 2$ $U_{Cp} = U_{C3}$ lub U_{C4} $I_{Cp} = I_{C3}$ lub I_{C4}	$i_c(t_k) = 0$

ZMODYFIKOWANY UKŁAD ABRAHAMA—HEUMANNA — (OK4) — Rys. 3.f.

Na rysunku 9 ukazano diagram algorytmu a w tablicy 4 podano współczynniki równań do symulacji przebiegów napięcia i prądu w tym obwodzie. Jak widać przedział A podzielony jest w tym przypadku na dwa podprzedziały: A1 i A2. Różnią się one tylko wartością indukcyjności w schemacie zastępczym. Podobnie jest z przedziałami D1 i D2, w których obwód przeładowania kondensatora zamyka się przez źródło zasilania. Należy zwrócić uwagę, że w przypadku gdy w procesie komutacji występują bezpośrednio po sobie przedziały D1 i D2, jednocześnie z zapoczątkowaniem przedziału D2 powstaje w układzie dodatkowy obwód utworzony przez dławik komutacyjny L_d , diodę zwrotną oraz tyrystor roboczy. Zgromadzona w tym obwodzie energia równa $0.5 \cdot (I_{CpD} - I_{0k})^2 \cdot L_d$ (gdzie I_{CpD} — prąd w dławiku na początku przedziału D) ulega rozproszeniu w rezystancji tego obwodu.

Programy symulacyjne napisane w języku PASCAL według zaprezentowanych algorytmów zostały uruchomione na mikrokomputerze IBM PC. Na rysunkach 10—14 ukazano drogą symulacji typowe dla omawianych obwodów przebiegi napięcia i prądu kondensatora. Stanowią one potwierdzenie poprawności działania opracowanych pakietów, których cechą szczególną okazała się duża szybkość działania. Dzięki tej zalecie projektant jest w stanie w krótkim czasie sprawdzać serie kilkudziesięciu i więcej impulsów komutacyjnych poszukując optymalnego rozwiązania obwodu komutacji w falowniku MSI.



Rys. 9. Diagram algorytmu do symulacji zmodyfikowanego obwodu wg. Abraham'a i Heumann'a (Rys. 3.f.)

4. PROCEDURA DO PROJEKTOWANIA OBWODÓW KOMUTACJI

Diagram algorytmu programu służącego do projektowania obwodów komutacji fazowej ukazano na rys. 16. Jako dane wyjściowe do obliczeń służą: nominalne (U_{dN}) oraz minimalne (U_{dmin}) napięcie zasilania, wartość maksymalna komutowanego prądu obciążenia (I_{okm}), dobroć obwodu komutacji (Q), minimalny czas dysponowany (t_{dmin}), oraz względny czas opóźnienia ($\bar{t}_2$). W formie współczynnika K_I , uwzględnia się stosunek indukcyjności (L/L_d) występujących w obwodzie a jako $m_d = M_d/L_d$ względną indukcyj-

Tablica 4

Współczynnik równań do symulacji przebiegów napięcia i prądu w obwodzie wg rys. 9

Przedział	Schemat zastępczy	Parametry obwodów	Warunki zakończenia przedziału
A1		$L_{kX} = L$ $U_{df} = 0$ $U_{cp} = U_{c0}$ $I_{cp} = 0$	$i_c = I_{ok}$
A2		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = 0$ $U_{cp} = U_{c1}$ $I_{cp} = I_{c1}$	$i_c = I_{ok}$ lub $t_k = t_z$
B		$I = I_{ok}$ lub $I = 0$	$t_k = t_z$ lub $U_c = U_d$
D1		$L_{kX} = L + L_d$ $U_{df} = -\text{sign}(U_{c0})U_d$ $U_{cp} = U_{c3}$ $I_{cp} = I_{c3}$	$U_c(t_k) + L \frac{di_c(t_k)}{dt} = U_d$
D2		$L_{kX} = L$ $U_{df} = -\text{sign}(U_{c0})U_d$ $U_{cp} = U_{c4}$ $I_{cp} = I_{c4}$	$i_c(t_k) = 0$

ność sprzężenia dławików L_d . Ponadto jako niezbędną przy obliczeniach wielkość wprowadza się względny prąd komutowany określony jak następuje:

$$Y_0 = \frac{I_{ok}}{U_d} \cdot \frac{L_{kA}}{C_k} \quad (7)$$

W procedurze obliczania parametrów LC obwodu komutacji wygodnie jest posłużyć się równaniem prądu kondensatora zapisanym dla przedziału A w jednostkach względnych:

$$Y = [A_y \cdot \sin(\xi\tau) + B_y \cdot \cos(\xi\tau)] \cdot e^{-\nu\tau}, \quad (8)$$

gdzie:

$y = i_c(t) \cdot \sqrt{L_{kA}/C_k}/U_d$ — względny prąd

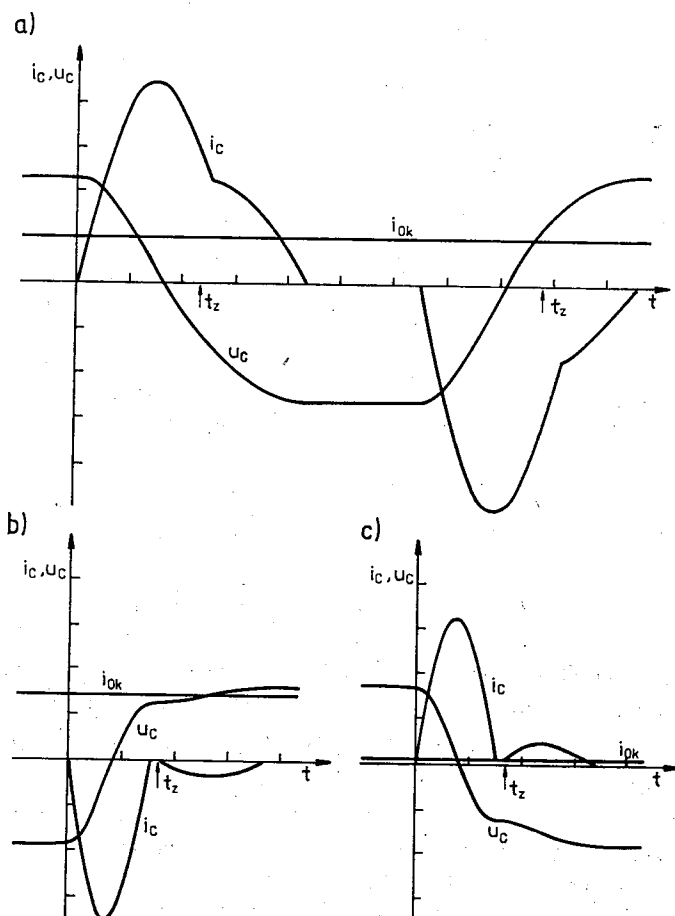
$\tau = t \cdot \omega_0$ — względny czas

$$A_y = \frac{X_p}{\xi} - \frac{\nu}{\xi}; \quad B_y = Y_0;$$

$$\nu = 1/2Q; \quad \xi = \sqrt{1-\nu^2};$$

przy czym: X_p — względne napięcie kondensatora na początku przedziału A .

Algorytm obliczeń numerycznych, podobny do stosowanego w procedurze symulacji przebiegów napięcia i prądu kondensatora, umożliwia szybkie wyznaczenie wartości względnego czasu dysponowanego τ_d przy zadanej wartości Y_{od} . Na rys. 17 wyjaśniono



Rys. 10. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu kondensatora w układzie wg. rys. 3.a.

Parametry: $L = 100 \mu\text{H}$, $L_d = 50 \mu\text{H}$, $C_k = 20 \mu\text{F}$; skala prądu — 40 A/dz; skala napięcia — 200 V/dz; a) — $\tau_z = 0.75$; skala czasu — 50 μs /dz, b), c) — $\tau_z = 1.1$; skala czasu — 100 μs /dz

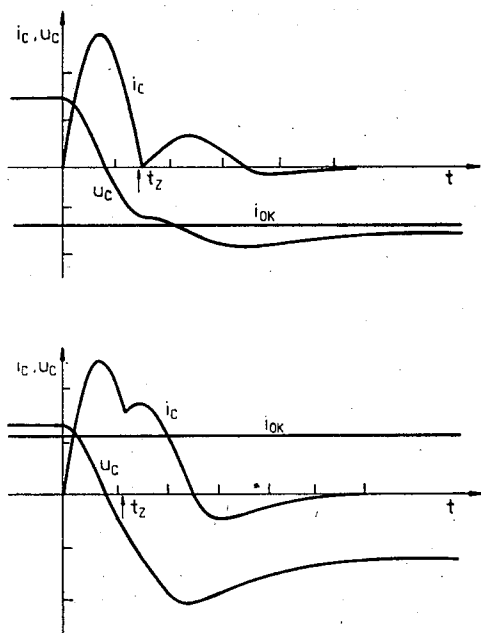
w jaki sposób czas ten jest określony w przypadku układów McMurray'a i Erlacha a jak dla układu Abrahama — Heumanna. Na podstawie pary τ_d i odpowiadającego mu Y_{od} można wyliczyć pojemność i indukcyjność zastępczą w przedziale A:

$$L_{kA} = \frac{U_{dmin} \cdot t_{dmin}}{I_{okm}} \cdot \frac{Y_{od}}{\tau_d} \quad (9)$$

$$C_k = \frac{I_{okm} \cdot t_{dmin}}{U_{dmin}} \cdot \frac{1}{Y_{od} \tau_d} \quad (10)$$

przy czym: $L_{kA} = L + L_d$.

Podczas obliczeń projektowych w wewnętrznej pętli iteracyjnej dokonywane jest wyznaczanie pary L_{kA} i C_k przy której założona (X_p) i obliczona (X'_p) wartość napięcia początkowego są sobie równe z założonym błędem obliczeń.



Rys. 11. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu kondensatora w układzie wg. rys. 3.b.

Parametry: $L = 100 \mu\text{H}$, $L_d = 50 \mu\text{H}$, $C_k = 20 \mu\text{F}$; skala prądu — 40 A/dz; skala napięcia — 200 V/dz; skala czasu 100 μs /dz; a) — $\bar{t}_z = 0.9$; b) — $\bar{t}_z = 0.75$

Uzyskane po „wyjściu” z pętli iteracyjnej wartości LC obowiązują dla przyjętych Y_{od} , K_l , $\bar{t}_z$ i Q . Zmieniając każdy z tych parametrów można poszukiwać wartości optymalnych LC względem określonego wskaźnika jakości. Najbardziej celowe byłoby w tym przypadku posłużenie się globalnym wskaźnikiem kosztów, ujmującym zarówno koszt strat energii powstających w obwodach komutacji falownika, jak również koszt elementów o wymaganych parametrach granicznych — w szczególności maksymalnym dopuszczalnym napięciu i obciążalności prądowej. Dotyczy to zarówno kondensatora komutacyjnego i dławików jak i wchodzących w skład obwodu zaworów. Po wyznaczeniu Y_{od} , K_l , $\bar{t}_z$ przy których wskaźnik kosztów przyjmuje najmniejszą z możliwych wartości projekt kończy się ustalonymi, optymalnymi wartościami parametrów elementów tworzących obwód komutacji. Posługując się programem napisanym zgodnie z przedstawioną procedurą wyznaczono szereg przykładowych charakterystyk (Rys. 17—23). Pozwalają one na porównawczą ocenę obwodów będących przedmiotem zainteresowania niniejszego artykułu. Wzięto przy tym pod uwagę następujące wielkości względne:

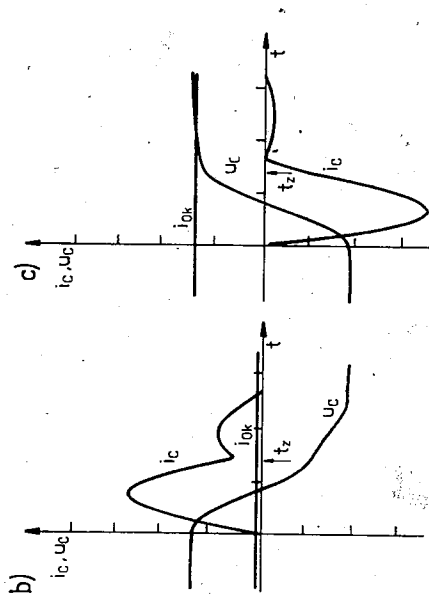
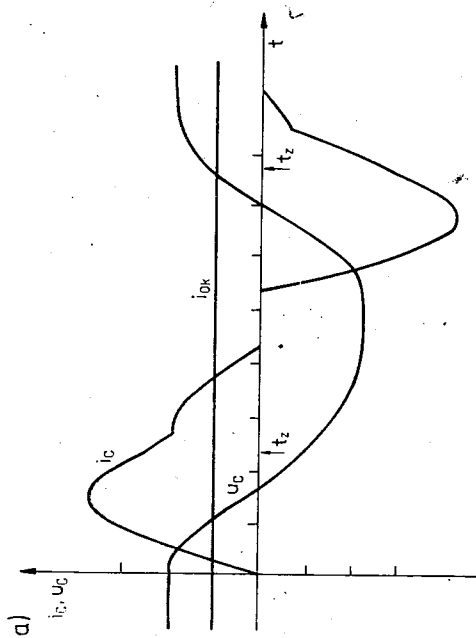
- Energię traconą w jednym impulsie napięcia wyjściowego falownika (tzn. w dwóch komutacjach):

$$\bar{e}_k = \frac{2\sqrt{L_{kA}/C_k}}{QU_{dN}I_{okm}T_{dmin}} \cdot \int_0^{T_k} i_c^2(t) dt, \quad (11)$$

gdzie: τ_k — czas w którym zachodzi przeładowanie komutacyjne.

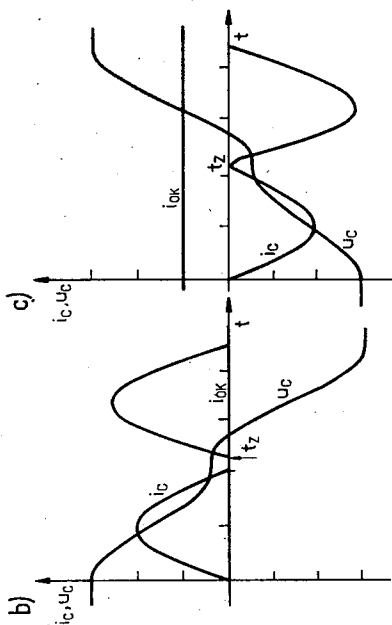
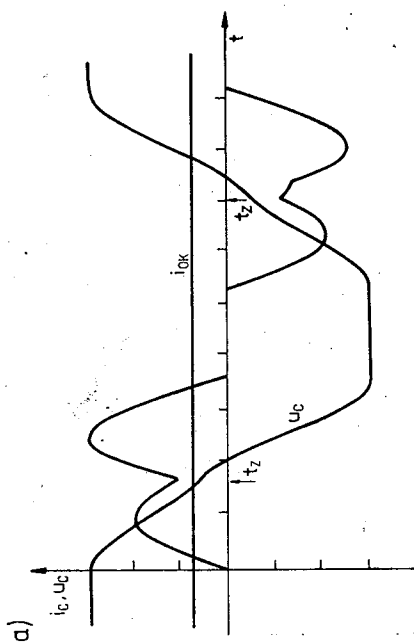
Na podstawie tak określonej wartości można natychmiast wyznaczyć całkowitą moc traconą w obwodach komutacji falownika MSI uwzględniając częstotliwość impulsów wyjściowych:

$$P_{str} = 3\bar{e}_k \cdot f_s \cdot pU_{dN}I_{okm}t_{dmin}$$



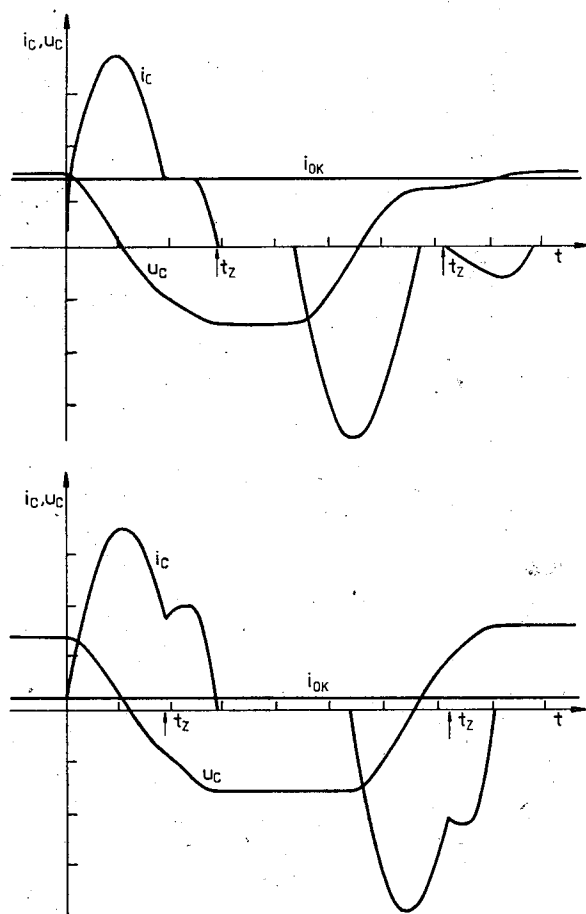
Rys. 12. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu kondensatora w układzie wg. rys. 3.c.

Parametry: $L = 50 \mu\text{H}$, $L_d = 50 \mu\text{H}$, $C_k = 20 \mu\text{F}$; skala prądu — 40 A/dz ; skala napięcia — 200 V/dz ; a) — $t_z = 0.75$; skala czasu — $50 \mu\text{s/dz}$; b), c) — $t_z = 0.9$; skala czasu — $100 \mu\text{s/dz}$



Rys. 13. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu kondensatora w układzie wg. rys. 3.e.

Parametry: $L = 50 \mu\text{H}$, $L_d = 50 \mu\text{H}$, $C_k = 40 \mu\text{F}$; skala prądu — 40 A/dz ; skala napięcia — 100 V/dz ; a) — $t_z = 0.75$; skala czasu — $100 \mu\text{s/dz}$; b) — $t_z = 1.1$; c) — $t_z = 1.0$



Rys. 14. Przykładowe przebiegi napięcia i prądu kondensatora w układzie wg. rys. 3.f.

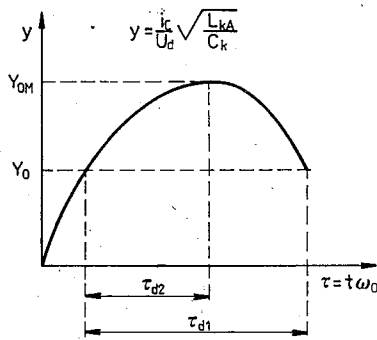
Parametry: $L = 20 \mu\text{H}$, $L_d = 100 \mu\text{H}$, $C_k = 40 \mu\text{F}$; skala prądu — 40 A/dz ; skala napięcia — 200 V/dz ; skala czasu — $50 \mu\text{s/dz}$;
a) — $\bar{i}_z = 1.3$; b) — $\bar{i}_z = 0.8$

przy czym: f_s — częstotliwość modulacji, p — liczba impulsów w okresie napięcia wyjściowego.

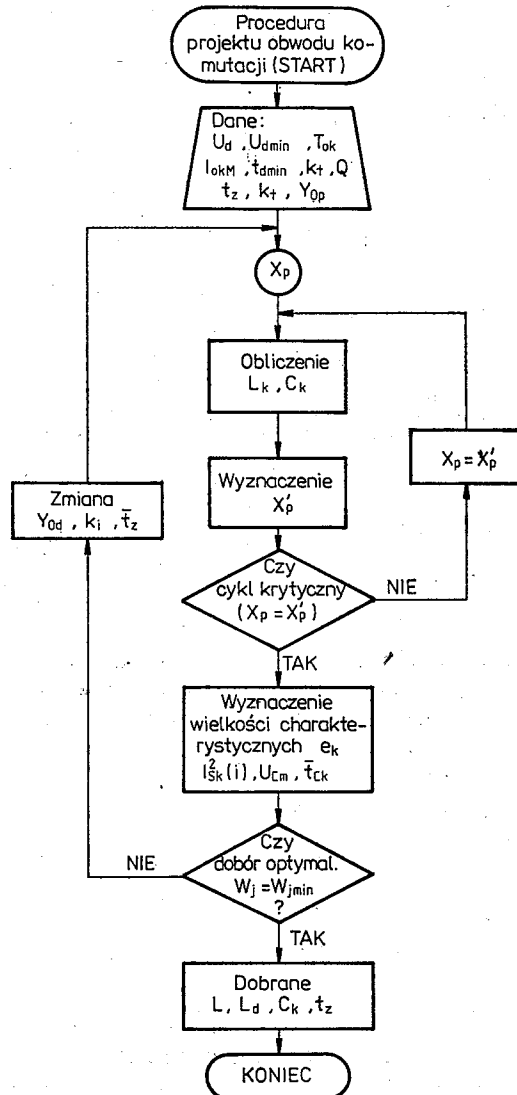
- Maksymalne napięcie kondensatora $\bar{u}_{Cm}$.
- Kwadrat wartości skutecznej prądu wyznaczony podobnie jak energia za jeden impuls napięcia wyjściowego:

$$\bar{i}_{sk}^2 = \frac{2}{t_{dmin} I_{okm}^2} \cdot \int_0^{T_k} i_C^2(t) dt. \quad (12)$$

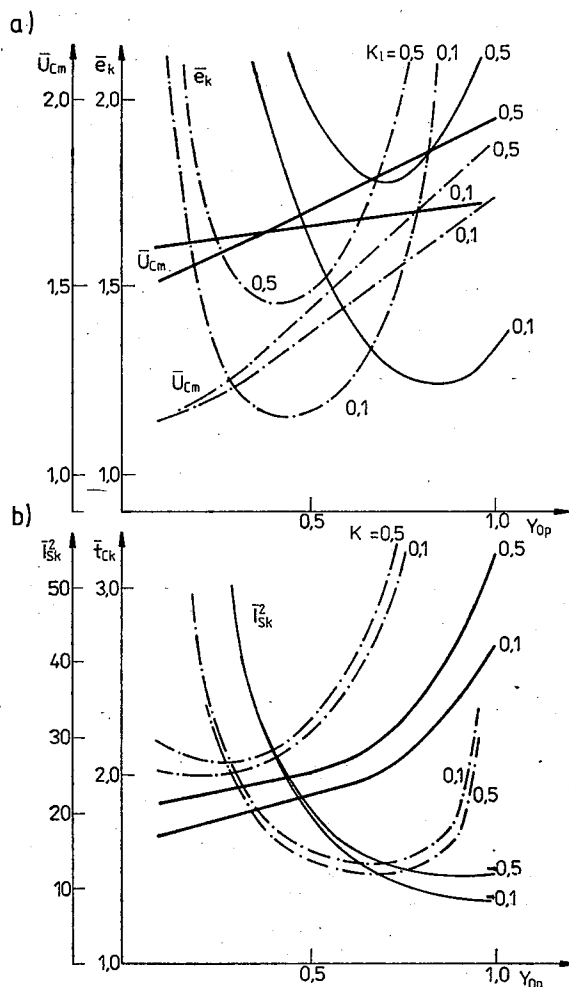
Parametr ten jest wskaźnikiem obciążenia prądowego elementów w szczególności kondensatora i dławików komutacyjnych.



Rys. 15. Ilustracja sposobu wyznaczania względnego czasu dysponowanego w układzie McMurray'a i Erlach'a (τ_{d1}) i w układzie Abraham'a-Heumann'a (τ_{d2})



Rys. 16. Diagram algorytmu do projektowania obwodów komutacji

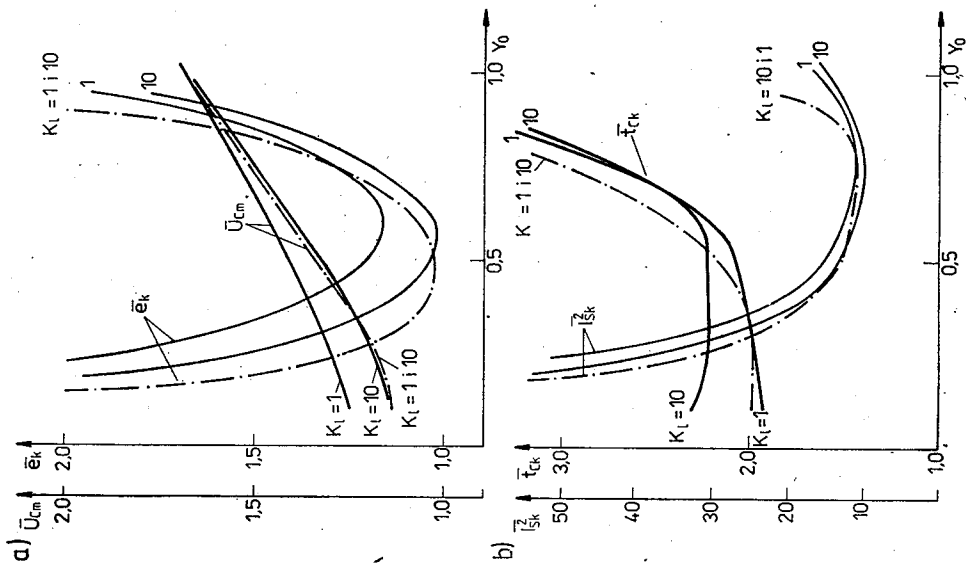


Rys. 17. Przykładowe charakterystyki względnej energii strat $-e_k$, i względnego maksymalnego napięcia $= u_{cm}$ — a) oraz względnego czasu dysponowanego $-\bar{t}_{ck}$ i kwadratu względnego skutecznego prądu $-\bar{I}_{sk}^2$ w funkcji parametru Y_{od} w układzie wg. rys. 3.a. (--- $-\bar{t}_z = 1.0$, — $-\bar{t}_z = 0.8$)

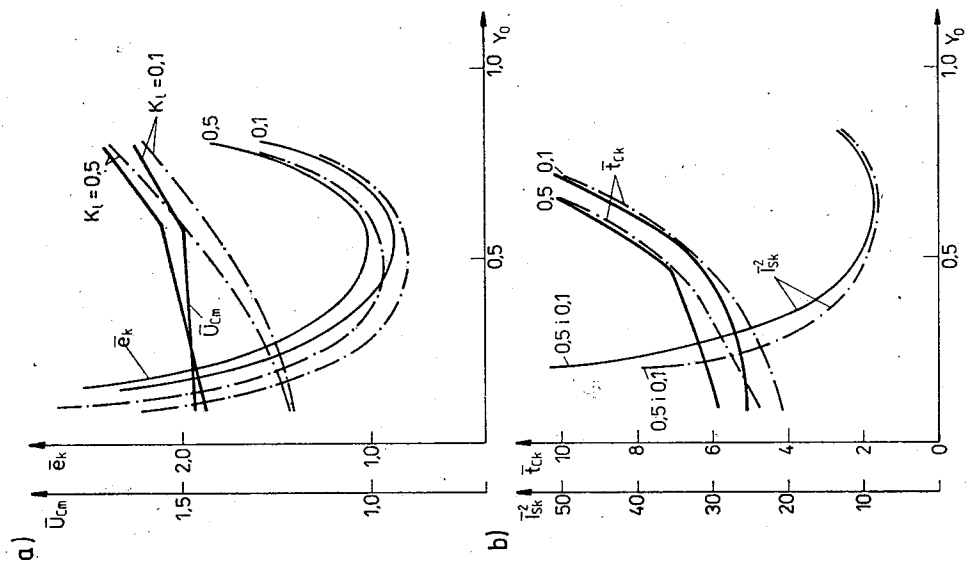
• Czas trwania komutacji: $\bar{t}_k = T_k/t_{d\min}$ — na podstawie którego można oszacować minimalną szerokość impulsu napięcia na wyjściu falownika. Ponadto jako wielkości względne przedstawiono pojemność i indukcyjność zastępczą obwodu:

$$\bar{c}_k = \frac{Y_{od}}{\tau_d}; \quad \bar{l}_k = \frac{1}{Y_{od} \cdot \tau_d}. \quad (13)$$

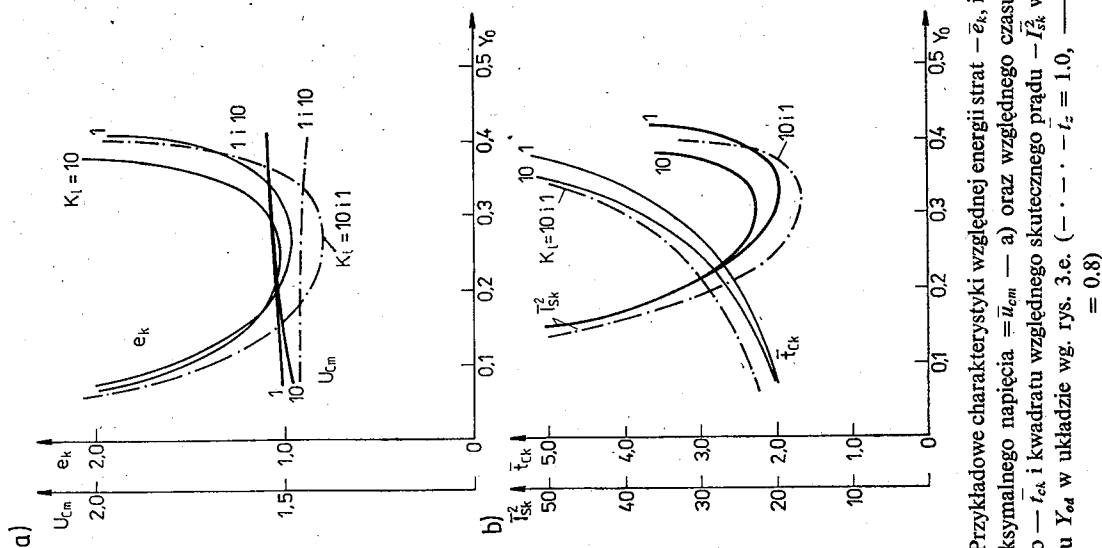
W przypadku wszystkich charakterystyk przyjęto taką samą dobroć obwodu $Q = 5$. W obliczeniach dla układu z rys. 3.f. wprowadzona została korekta minimalnego czasu dysponowanego. Został on zmniejszony dwukrotnie w stosunku do wartości przyjmowanych dla pozostałych układów. W programie wyznaczania wartości LC jako cykl



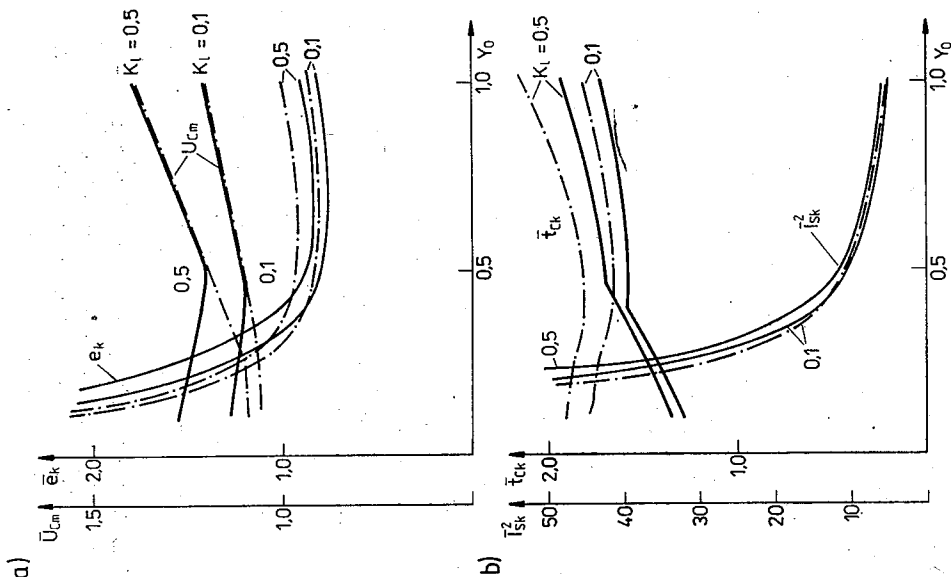
Rys. 18. Przykładowe charakterystyki względnej energii strat $-\bar{e}_k$, i względnego maksymalnego napięcia $=\bar{u}_{cm}$ — a) oraz względnego czasu dysponowanego $-\bar{t}_{ek}$ i kwadratu względnego skutecznego prądu $-\bar{I}_{2sk}^2$ w funkcji parametru Y_{od} w układzie wg. rys. 3.b. (--- $-t_z = 1.0$, — $-t_z = 0.8$)



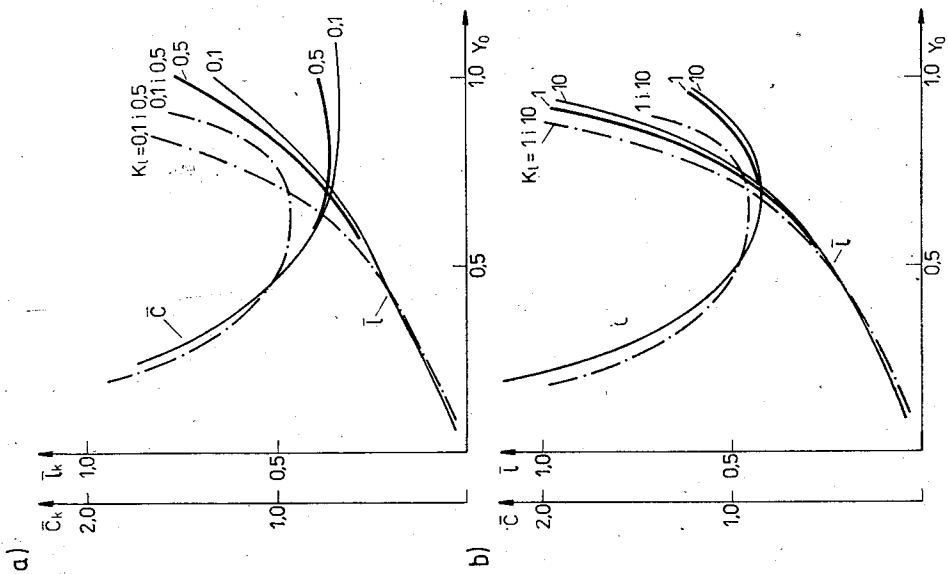
Rys. 19. Przykładowe charakterystyki względnej energii strat $-\bar{e}_k$, i względnego maksymalnego napięcia $=\bar{u}_{cm}$ — a) oraz względnego czasu dysponowanego $-\bar{t}_{ek}$ i kwadratu względnego skutecznego prądu $-\bar{I}_{2sk}^2$ w funkcji parametru Y_{od} w układzie wg. rys. 3.c. (--- $-t_z = 1.0$, — $-t_z = 0.8$)



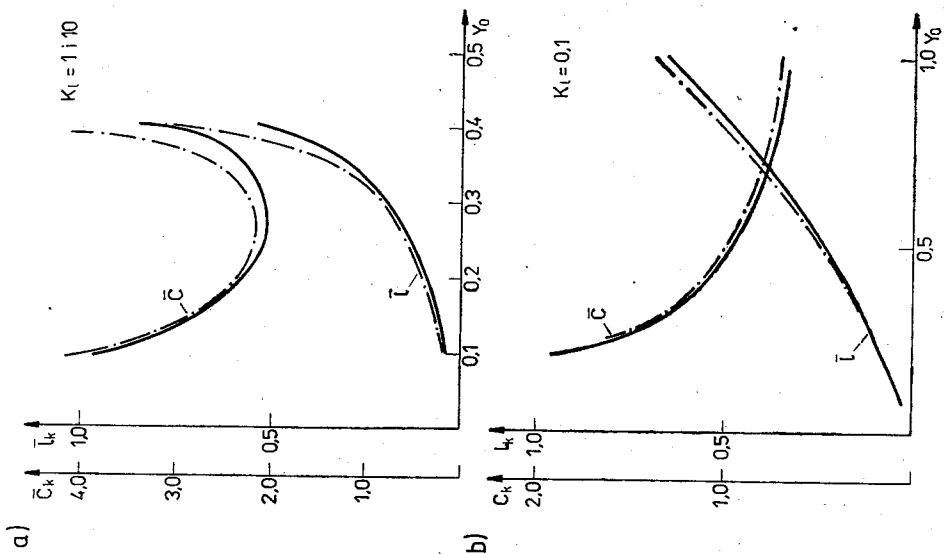
Rys. 20. Przykładowe charakterystyki względnej energii strat $-\bar{e}_k$ i względnego maksymalnego napięcia $\bar{u}_{cm}$ — a) oraz względnego czasu dysponowanego $-\bar{t}_{ek}$ i kwadratu względnego skutecznego prądu $-\bar{I}_{sk}^2$ w funkcji parametru Y_{od} w układzie wg. rys. 3.e. (--- $t_z = 1.0$, — $t_z = 0.8$)



Rys. 21. Przykładowe charakterystyki względnej energii strat $-\bar{e}_k$ i względnego maksymalnego napięcia $\bar{u}_{cm}$ — a) oraz względnego czasu dysponowanego $-\bar{t}_{ek}$ i kwadratu względnego skutecznego prądu $-\bar{I}_{sk}^2$ w funkcji parametru Y_{od} w układzie wg. rys. 3.f. (--- $t_z = 1.0$, — $t_z = 0.8$)



Rys. 22. Przykładowe zależności względnej pojemności komutacyjnej $-\bar{c}_k$ i względnej zastępczej indukcyjności $-\bar{l}_k$ w układzie z rys. 3.a. — a) i w układzie z rys. 3.b. — b) ($-t_s = 1.0$, $-t_z = 0.8$)



Rys. 23. Przykładowe zależności względnej pojemności komutacyjnej $-\bar{c}_k$ i względnej zastępczej indukcyjności $-\bar{l}_k$ w układzie z rys. 3.e. — a) i w układzie z rys. 3.f. — b) ($-t_s = 1.0$, $-t_z = 0.8$)

krytyczny przyjęto pracę jałową falownika przy napięciu $U_{dmin} = 0,8 \cdot U_{dN}$ a następnie skokowy wzrost komutowanego prądu do wartości maksymalnej (I_{okm}).

Parametry charakteryzujące proces komutacji w poszczególnych obwodach, obliczono dla warunku pracy ustalonej przy napięciu równym U_{dN} i maksymalnym prądzie komutowanym — I_{okm} , przy czym założono że wszystkie komutacje są dodatnie.

UWAGI KOŃCOWE

Przedstawione procedury do symulacji procesów komutacji impulsowej, napisane w uniwersalnym języku programowania PASCAL okazały się bardzo użytecznym narzędziem przy projektowaniu tyrystorowych falowników MSI. Aczkolwiek podane algorytmy dotyczą wybranej grupy najbardziej rozpowszechnionych obwodów komutacji fazowej nie będzie stanowiło większej trudności rozszerzenie ich o dodatkowe bloki umożliwiające analizę i projektowanie innych układów o podobnej strukturze i zasadzie działania — np. obwodów impulsowej komutacji indywidualnej. Uwzględnienie w modelach komputerowej symulacji dodatkowych dławików umożliwiło uściślenie analizy i poprawienie dokładności projektowania obwodów komutacji praktycznie użytecznych. Uniwersalny charakter pakietów umożliwia ich prostą współpracę z pakietami do analizy przebiegów napięcia i prądu w odbiorniku i gałęziach falownika MSI umożliwiając pełną komputeryzację procesu projektowania przemiennika z pośrednim obwodem napięcia do zasilania i regulacji prędkości obrotowej maszyn prądu zmiennego.

Autor pragnie wyrazić wdzięczność Panu prof. dr Henrykowi Tuni za wsparcie przy realizacji niniejszego tematu i życzliwie uwagi merytoryczne a także Panu prof. dr Hansowi Ch. Skudelnemu kierownikowi Instytutu Techniki Przekształtnikowej i Napędu Elektrycznego RWTH Aachen za udostępnienie laboratorium i sprzętu komputerowego na początkowym etapie prac.

BIBLIOGRAFIA

1. P. Wood: *Switching Power Converters*. New York Van Nostrand Reinhold, 1981
2. H. Tunia i inni: *Układy energoelektroniczne*. WNT, 1982.
3. B.D. Bedford, R.G. Hoft: *Principles of Inverter Circuits*. New York, Wiley & Sons 1964
4. J. Nestler, I. Tzivelekas: *Kondensator Loschschtaltung mit Loschthyristor zweigpaar nach McMurray*. ETZArchiv, 1984, Nr 2 i 3
5. J. Nestler: *Kondensator Loschschtaltung mit Loschthyristor Wechselwegpaar*. ETZArchiv. 1984, Nr 6
6. W. McMurray: *The Performance of Inverter Having AC Switched Commutation*. IEEE Trans. Ind. App., 1981, Nr 3
7. P. Bhagwat, V. Stefanovic: *Some new aspects in the design of PWM inverters*. Mat. Konf. IAS, 1979
8. D.M. Divan, T.H. Barton: *Commutation Circuit Optimisation for the McMurray Inverter*. IAS, 1979
9. C. Namuduri, P.C. Sen: *On Inverter Circuits with Least Trapped Energy*. IEEE Trans. Ind. Elektr. 1984, Nr 4
10. M. Nowak: *Analysis and Design of a Puls Comutated Inverter Circuits for Multimotor Drives*. Mat. Konf. IFAC, 1976

11. L. J. Penkowski, K. E. Pruzinsky: *Fundamentals of a Pulse Width Modulated Power Circuit*. IEEE Trans. Ind. App., 1972, Nr 5
12. A. Abbondanti, P. Wood: *A Criterion for Performance Comparison Between High Power Inverter Circuits*. IEEE Trans. Ind. App., 1977, Nr 2
13. K. Heumann, C. Stumpe: *Thyristoren. Eigenschaften und Anwendungen*. B. G. Teubner, 1969
14. TURBO PASCAL 3.0 *Heimsoeth Software*, 1986

M. NOWAK

COMPUTER AIDED DESIGN OF COMMUTATION CIRCUITS FOR PWM INVERTERS

Summary

Some algorithms for simulation and design of pulse commuted circuits used in PWM inverters are given. Both kinds of commutation, namely, commutation by conducting thyristor to diode and by diode to thyristor, as well as the influence of additional chokes, necessary for short-circuit current protection, are taken into consideration.

The high rapidity and the good accuracy of programs written in PASCAL language for IBM-PC computers, allow for computation of a long series of commutation pulses and for proving circuit properties in regard to their application in PWM inverters. Finally, a simple CAD method of designing these circuits is suggested and a method of circuit optimisation indicated. Novel results of computation are presented to render possible the comparison of most popular commutation circuits.

M. NOWAK

ÉTABLISSEMENT DU PROJET DES CIRCUITS DE COMMUTATION À L'AIDE D'UN ORDINATEUR, DANS LES ONDULEURS À MODULATION D'IMPULSIONS DE TENSION DE SORTIE EN LARGEUR

Résumé

Dans l'article on a présenté les algorithmes des programmes de simulation et d'établissement du projet des circuits de communication de phase, appliqués dans les onduleurs MSI. Au cours du modelage on a pris en considération aussi bien la commutation du courant du thyristor vers la branche de la diode inverse que de la diode vers le thyristor. On a tenu aussi compte de la modification des circuits, dictée par des raisons pratiques, consistant en introduction des inductances de protection supplémentaires contre les courts-circuits. La grande rapidité et la précision du fonctionnement des programmes, inscrites en langue PASCAL et mis en service dans l'ordinateur IBM-PC permettent d'effectuer les calculs pour de longues séries d'impulsions de commutation et les contrôles des propriétés des circuits particuliers du point de vue de leur application dans les onduleurs MSI. Dans la partie finale de l'article on a présenté une simple méthode réalisée, à l'aide d'un ordinateur, de l'établissement du projet des circuits ci-dessus décrits et on a montré les modes de leur optimisation. Les solutions originales de calculs y présentées rendent possible la comparaison des propriétés des circuits de commutation d'impulsions de phase le plus souvent utilisés dans les onduleurs MSI.

M. NOWAK

KOMPUTERGESTÜTZTES ENTWERFEN VON LÖSCHSCHALTUNGEN FÜR PULSWECHSELRICHTER

Zusammenfassung

In der Veröffentlichung wurden Computerprogramme für Nachbilden und Entwerfen von Pulswechselrichter-Löschschaltungen beschrieben. Im Komputermode werden zwei Arten von Löschovorgängen berücksichtigt: der eine Vorgang, wobei der Thyristorstrom auf die Rücklaufdiode übertragen wird, und

der andere, wobei Strom von der Diode auf den Thyristor fließt. Auch wurde der Einfluss von zusätzlichen Drosseln auf den Löschvorgang in Erwägung gezogen. Solche Drosseln sind wegen Begrenzung der Stromanstiegsgeschwindigkeit sowie Wirksamkeit von Kurzschlussmassnahmen notwendig. Hohe Arbeitsgeschwindigkeit und gute Genauigkeit der in PASCAL-Sprache für IBM-PC bearbeiteten Programme ermöglichen die Berechnung von ganzen Reihen der Löschvorgängen und Überprüfung der Schaltungseigenschaften hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit für Pulswechselrichter. Zum Schluss wurde ein einfaches Verfahren für computergestütztes Entwerfen angegeben, als auch eine allgemeine Optimierungsmethode für die beschriebenen Schaltungen gezeigt. Die angeführten originalen Simulations- und Berechnungsergebnisse ermöglichen den Vergleich von Eigenschaften der meist verbreiteten Löschsaltungen.

М. НОВАК

ПРОЕКТИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН СХЕМ КОММУТАЦИИ ИНВЕРТОРОВ РАБОТАЮЩИХ С МОДУЛЯЦИЕЙ ИМПУЛЬСОВ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Резюме

Представлены алгоритмы программ пригодных для симуляции и проектирования схем принудительных коммутации инверторов напряжения работающих с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Цифровая модель учитывает, как коммутацию тока с тиристора к диоду так и с диода к тиристор. При этом учтено вынужденную практическими требованиями модификацию схем инверторов, связанную с применением дополнительных дросселей, необходимых для защиты инверторов от следствий короткого замыкания. Большая скорость и точность действия программ, написанных на языке ПАСКАА и примененных на вычислительной машине ИБМ-ПЦ, позволяют вычислять длинные серии коммутационных импульсов и проверять свойства отдельных схем при их применении в инверторах работающих с ШИМ. В заключение представлен простой метод проектирования с помощью вычислительной машины приведенных схем и указан способ их оптимизации. Представлены оригинальные результаты вычислений, дающие возможность сравнения свойств часто используемых в инверторах напряжения работающих с ШИМ схем импульсной коммутации.

Nagrzewanie indukcyjne w przesuwie rur niemagnetycznych

KRZYSZTOF T. JANUSZKIEWICZ

Instytut Elektroenergetyki, Politechnika Łódzka

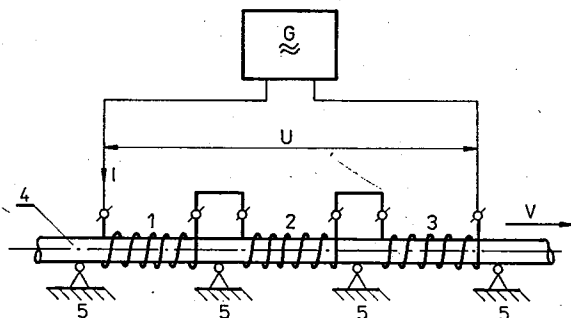
Otrzymano 1987.05.12

Autoryzowano do druku 1988.09.16

W pracy dokonano analizy indukcyjnego nagrzewania w przesuwie rur niemagnetycznych. Analizie poddano układ grzejny składający się z trzech szeregowo połączonych wzbudników zasilanych z tego samego źródła. Wsad przesuwany ze stałą prędkością we wzbudnikach chłodzonych wodą. Przedstawiono metodę obliczeń wielkości cieplnych i elektrycznych uwzględniając zmieniające się w czasie nagrzewania właściwości fizyczne wsadu oraz parametry nagrzewania jak również strefy stygnięcia wsadu między wzbudnikami. Opracowano program do obliczeń na maszynie cyfrowej, którego schemat blokowy podano. Zarówno podana metoda obliczeń jak i program obliczeń pozwalają analizować stany ustalone i nieustalone pracy urządzenia. Drobne modyfikacje programu pozwalają na rozszerzenie jego zastosowań do obliczeń układów grzejnych z większą ilością wzbudników. W artykule podano również wyniki obliczeń wielkości cieplnych i elektrycznych przy nagrzewaniu różnych materiałów oraz przeprowadzono krótką analizę otrzymanych wyników.

1. WSTĘP

Nagrzewanie indukcyjne w przesuwie stosowane jest do długich rur, których nagrzewanie bez przesuwu wymagałoby wzbudników o tak znacznych długościach, że ich wykonanie i stosowanie jest praktycznie niemożliwe. Metoda ta znajduje zastosowanie do nagrzewania przed obróbką cieplną lub plastyczną rur wykonanych ze stali niemagnetycz-



Rys. 1. Schemat elektryczny układu grzejnego. 1, 2, 3 — sekcje wzbudnika, 4 — wsad, 5 — podpory wsadu, G — układ zasilania

nej, aluminium lub mosiądzu. Nagrzewane rury przesuwane są w sposób ciągły przy pomocy rolkowego układu napędowego w sekcjonowanych wzbudnikach cylindrycznych. Rolki napędowe umieszczone są w przerwach między wzbudnikami i stanowią jednocześnie podparcie dla rury. W miejscach tych nagrzewana rura oddaje ciepło do otoczenia i do podpór skutkiem czego jej temperatura obniża się. Obniżenie temperatury jest zależne od intensywności chłodzenia oraz odległości między wzbudnikami.

Na rys. 1 przedstawiony został schemat układu grzejnego nagrzewnicy do nagrzewania rur w przesuwie. Pokazano tu najczęściej spotykany układ trzech wzbudników połączonych szeregowo i zasilanych z generatora podwyższonej częstotliwości napięciem o wartości U . Układ ten będzie analizowany w dalszej części pracy.

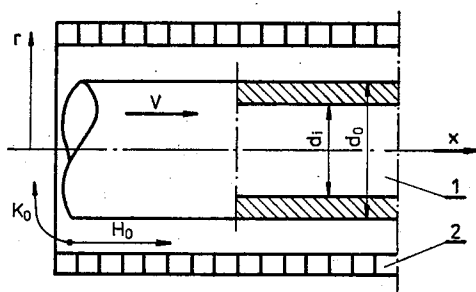
WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

- a — grubość promieniowa wzbudnika
- C_c — ciepło właściwe wsadu (rury)
- d_0 — średnica zewnętrzna rury
- d_c — średnica wewnętrzna wzbudnika
- d_i — średnica wewnętrzna rury
- f — częstotliwość zmian pola magnetycznego
- S_0 — pole powierzchni zewnętrznej elementu Δx
- S_i — pole powierzchni wewnętrznej wzbudnika odpowiadające długości Δx wsadu
- S — pole powierzchni przekroju poprzecznego rury
- F_1, F_2, F_r, F_x — współczynniki kształtu
- g — grubość ścianki rury
- H_0 — natężenie pola magnetycznego na zewnętrznej powierzchni rury
- I — wartość skuteczna natężenia prądu we wzbudniku
- L_1 — długość jednej sekcji wzbudnika
- L_2 — odległość między wzbudnikami
- p_s — jednostkowa moc powierzchniowa
- p_r — jednostkowa moc objętościowa
- P_d — moc
- t — czas
- Δt — interwał czasu
- U — wartość skuteczna napięcia zasilającego
- v — prędkość przesuwu wsadu
- Δx — elementarna długość wsadu
- N — liczba zwojów sekcji wzbudnika
- Z_e — impedancja zastępcza
- α — współczynnik przejmowania ciepła
- α_c — współczynnik wymiany ciepła przez konwekcję
- α_r — współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie
- γ — gęstość właściwa wsadu
- δ — głębokość wnikania fali elektromagnetycznej do wsadu
- δ_c — głębokość wnikania fali elektromagnetycznej do wzbudnika

- ε_1 — emisyjność całkowita powierzchni wsadu
 ε_2 — emisyjność całkowita wewnętrznej powierzchni wzbudnika
 ϑ_c — temperatura wewnętrznej powierzchni wzbudnika
 ϑ_0 — temperatura otoczenia
 $\vartheta_{k,t}$ — temperatura elementu Δx wsadu
 $\vartheta_{k,t+\Delta t}$ — temperatura elementu Δx wsadu po upływie czasu Δt
 λ — przewodność cieplna właściwa wsadu
 μ — przenikalność magnetyczna
 μ_0 — przenikalność magnetyczna próżni $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-9}$ [H/cm]
 μ_r — przenikalność magnetyczna względna
 ρ — rezystywność wsadu
 ρ_c — rezystywność wzbudnika.

2. ZAŁOŻENIA WSTĘPNE

1. Nagrzewana rura wykonana jest z materiału niemagnetycznego ($\mu_r = 1$) o stałej gęstości właściwej $\gamma = \text{const}$.
2. Natężenie pola magnetycznego na powierzchni zewnętrznej rury ma wartość H_0 ; pomija się zjawisko krawędziowe traktując układ jako tzw. „długi”.
3. Częstotliwość zmian pola magnetycznego jest stała; $f = \text{const}$.



Rys. 2. Usytuowanie wsadu we wzbudniku. 1 — wsad, 2 — wzbudnik

4. Składowa wektora natężenia pola magnetycznego H w kierunku osi x (rys. 2) jest równa H_0 a pozostałe składowe są zerowe; $H_x = H_0$, $H_r = 0$, $H_\varphi = 0$.
5. Składowa wektora natężenia pola elektrycznego K w kierunku φ jest równa K_0 , pozostałe składowe są zerowe; $K_\varphi = K_0$, $K_x = 0$, $K_r = 0$.
6. Wzbudnik nagrzewniczy podzielony jest na trzy sekcje o jednakowej długości połączone elektrycznie szeregowo. Odległości między sekcjami wzbudnika są jednakowe. Każda sekcja wykonana jest identycznie z rurki miedzianej chłodzonej wodą i posiada tę samą liczbę zwojów N .
7. Pomija się bezwładność układu napędowego, co oznacza, że w chwili startu wsad skokowo osiąga założoną prędkość przesuwu $v = \text{const}$.
8. W momencie startu wsad znajduje się pod wszystkimi sekcjami wzbudnika.

9. Długość rury jest znacznie większa od długości wzbudnika a grubość jej ścianki niewiele różni się od głębokości wnikania.

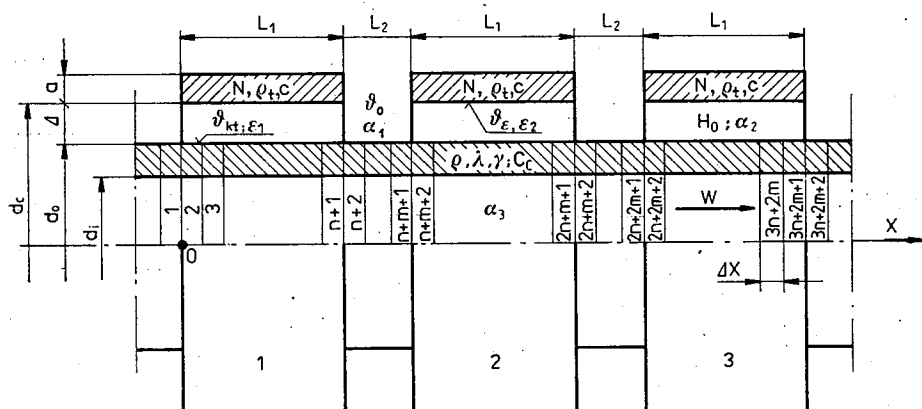
10. Nie uwzględnia się przejmowania ciepła przez podpory wsadu. Pomijany jest również odpływ ciepła z wnętrza rury do otoczenia.

3. ANALIZA MATEMATYCZNA NAGRZEWANIA WSADU RUCHOMEGO

Analizę nagrzewania wsadu ruchomego przeprowadzono przy wykorzystaniu metody bilansów elementarnych dzieląc wsad na elementy dyskretne o długości Δx oraz czas nagrzewania na interwały Δt , przy czym:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{V}$$

Podział wsadu na elementy dyskretne przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Podział wsadu na elementy dyskretne. 1, 2, 3 — sekcje wzbudnika

Pod każdą sekcją wzbudnika znajduje się n elementów wsadu a pomiędzy sekcjami m elementów. Stosując metodę bilansów elementarnych założono, że:

1. W interwale czasu Δt stałe są temperatury $\vartheta_{k,t}$ poszczególnych elementów wsadu oraz ich właściwości fizyczne określone dla temperatury $\vartheta_{k,t}$.
2. Po upływie czasu Δt temperatury $\vartheta_{k,t}$ elementów wsadu zmieniają się skokowo do wartości $\vartheta_{k,t+1}$ wynikającej z bilansu cieplnego elementu w interwale Δt a wsad przemieszcza się skokowo pod wzbudnikami o odcinkach Δx .
3. Skokowa zmiana temperatury powoduje skokową zmianę właściwości fizycznych elementów Δx .
4. Ilość ciepła odpływającego z powierzchni elementów wsadu do otoczenia określana jest dla temperatury $\vartheta_{k,t}$.

Założenia te powodują, że nagrzewanie wsadu w czasie Δt można rozpatrywać z pominięciem ruchu wsadu a każdy element Δx traktować jako ciało jednorodne i przyjmować, że natężenie pola magnetycznego H_0 w tym czasie jest stałe zależne od właściwości fizycznych elementów wsadu.

W przedstawionym układzie dyskretyzacji występują dwie postaci bilansów cieplnych. Pierwsza dotyczy elementów wsadu znajdujących się pod wzbudnikami a druga elementów między sekcjami wzbudnika. Dla elementów znajdujących się pod wzbudnikiem można napisać:

$$Q_1 + Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_5, \quad (1)$$

gdzie: Q_1 — ciepło właściwe w k -tym elemencie Δx , Q_2 — ciepło zaakumulowane w k -tym elemencie Δx , Q_3 — ciepło przewodzone między elementami k oraz $(k-1)$, Q_4 — ciepło przewodzone między elementami k oraz $(k+1)$, Q_5 — ciepło odpływające z powierzchni elementu Δx do wzbudnika,

$$Q_1 = p_v S_c \Delta x \Delta t; \quad p_v = \frac{H_0^2}{g} \frac{\varrho}{\delta} F_r; \quad F_r = f \left(\frac{g}{\delta}, \frac{\delta}{\frac{d_0}{2} - g} \right)$$

$$Q_2 = C_c \gamma S_c \Delta x (\vartheta_{k,t+1} - \vartheta_{k,t}); \quad C_c = f(\vartheta_{k,t})$$

$$Q_3 = \lambda S_c (\vartheta_{k-1,t} - \vartheta_{k,t}) \frac{\Delta t}{\Delta x}; \quad \lambda = f(\vartheta_{k,t})$$

$$Q_4 = \lambda S_0 (\vartheta_{k,t} - \vartheta_{k+1,t}) \frac{\Delta t}{\Delta x};$$

$$Q_5 = \alpha_2 S_0 (\vartheta_{k,t} - \vartheta_c) \Delta t; \quad \alpha_2 = \alpha_c + \alpha_r$$

$$\alpha_r = C_{1,2} \left[\left(\frac{\vartheta_{k,t} + 273,2}{100} \right)^4 - \left(\frac{\vartheta_c + 273,2}{100} \right)^4 \right] \frac{1}{(\vartheta_{k,t} - \vartheta_c)};$$

$$C_{1,2} = \frac{C_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_0}{S_1} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}; \quad C_0 = 5,669 \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right].$$

Ponieważ wymiana ciepła pomiędzy powierzchnią wsadu a wzbudnikiem odbywa się w wąskiej szczelinie, współczynnik α_c można obliczyć posługując się pojęciem równoważnego współczynnika przewodności cieplnej λ_r [3, 6]:

$$\alpha_c = \frac{\lambda_r}{\Delta} = \frac{\varepsilon_k \lambda_a}{\Delta}; \quad \varepsilon_k = f(Pr, Gr),$$

λ_a — przewodność cieplna właściwa powietrza określona dla temperatury

$$\vartheta_m = 0,5 (\vartheta_{k,t} - \vartheta_0),$$

Pr — kryterium Prandtla,

Gr — kryterium Graschofa.

W rozpatrywanym układzie grzejnym maksymalne wartości ϑ_m wynoszą około 500°C. Dla tej temperatury $Pr = 0,722$ zaś przy najczęściej spotykanej wartości $\Delta \approx 1$ cm $Gr = 2 \cdot 10^3$. Dla tych wartości Pr i Gr można przyjąć [6]:

$$\varepsilon_k = 0,18 (Gr Pr)^{0,25}$$

Dla elementów Δx znajdujących się między sekcjami wzbudnika równanie bilansu cieplnego przybiera postać:

$$Q_3 = Q_2 + Q_4 + Q_6, \quad (2)$$

w którym: Q_6 — ciepło odpływające z powierzchni elementu Δx do otoczenia

$$Q_6 = \alpha_1 S_0 (\vartheta_{k,t} - \vartheta_0) \Delta t + \varepsilon_1 C_0 S_0 \left[\left(\frac{\vartheta_{k,t} + 273,2}{100} \right)^4 - \left(\frac{\vartheta_0 + 273,2}{100} \right)^4 \right] \Delta t$$

$$\alpha_1 = \frac{Nu \lambda_a}{d_0}; \quad Nu = 0,54 (Pr Gr)^{0,25},$$

N — kryterium Nusselta.

Z równania bilansowego (1) otrzymuje się:

$$\vartheta_{k,t+1} = \vartheta_{k,t} + A(\vartheta_{k-1,t} - 2\vartheta_{k,t} + \vartheta_{k+1,t}) - B(\vartheta_{k,t} - \vartheta_c) + C, \quad (3)$$

gdzie:

$$A = \frac{\lambda \Delta t}{C_c \gamma \Delta x^2}; \quad B = \frac{\alpha_2 S_0 \Delta t}{C_c \gamma S_c \Delta x}; \quad C = \frac{P_v \Delta t}{C_c \gamma}.$$

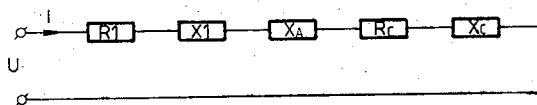
Z równania bilansowego (2) otrzymuje się zależność:

$$\vartheta_{k,t+1} = \vartheta_{k,t} + A(\vartheta_{k-1,t} - 2\vartheta_{k,t} + \vartheta_{k+1,t}) - D(\vartheta_{k,t} - \vartheta_0) - E[(\vartheta_{k,t} + 273,2)^4 - (\vartheta_0 + 273,2)^4], \quad (4)$$

w której:

$$D = \frac{\alpha_1 S_0 \Delta t}{C_c \gamma S_c \Delta x}; \quad E = \frac{\varepsilon_1 C_0 S_0 \Delta t}{C_c \gamma S_c \Delta x} \cdot 10^{-8}.$$

Dla wyznaczenia wartości p_v w intervale Δt konieczne jest wyznaczenie wartości H_0 . W tym celu przyjęto zastępczy schemat elektryczny obwodu grzejnego pokazany na rys. 4 [1, 2, 4, 5]:



Rys. 4. Schemat zastępczy obwodu grzejnego

W schemacie tym oznaczono łącznie dla trzech sekcji wzбудnika:

R_1 — rezystancję wzбудnika:

$$R_1 = 3N^2 \frac{\pi d_c \varrho_c F_1}{\delta_c h_{cu}}$$

h_{cu} — wysokość przewodu miedzi w kierunku osi wzбудnika, $F_1 = f\left(\frac{a}{\delta_c}\right)$ — współczynnik kształtu dla wzбудnika (dla $a > \delta_c$, $F_1 \approx 1$),

X_1 — reaktancję wzбудnika

$$x_1 = 3N^2 \frac{\pi d_c \varrho_c}{\delta_c L_1} F_2, \quad \text{gdzie}$$

$F_2 = f\left(\frac{a}{\delta_c}\right)$ — współczynnik kształtu dla wzbudnika,

X_Δ — reaktancję rozproszenia:

$$X_\Delta = 3N^2\omega\mu_0 \frac{\pi(d_c^2 - d_0^2)}{4L_1}; \quad \omega = 2\pi f,$$

R_c — rezystancję wniesioną. Ponieważ wsad w każdej sekcji wzbudnika ma inną temperaturę a zatem i rezystywność rezystancji R_c jest sumą trzech składowych

$$R_c = \sum_{i=1}^{i=3} R_{c_i}.$$

Uwzględniając rozkład temperatury wsadu w sekcji wzbudnika składowe obliczono z zależności:

$$R_{c_i} = \sum_{k=2}^{k=n+1} \left(N \frac{\Delta x_k}{L_1} \right)^2 \frac{\pi d_0 \varrho_k}{\delta_k \Delta x_k} F_r.$$

Wartości ϱ_k i δ_k są funkcjami temperatury i różnią się dla poszczególnych elementów Δx . X_c — reaktancję wniesioną. Podobnie jak R_c jest sumą trzech składników:

$$X_c = \sum_{i=1}^{i=3} X_{c_i}$$

$$X_{c_i} = \sum_{k=2}^{k=n+1} \left(N \frac{\Delta x_k}{L_1} \right)^2 \frac{\pi d_0 \varrho_k}{\delta_k \Delta x_k} F_x.$$

Impedancja zastępcza obwodu grzejjego wynosi:

$$Z_e = \sqrt{(R_1 + R_c)^2 + (X_1 + X_\Delta + X_c)^2}$$

Natężenie pola magnetycznego H_0 w interwale Δt przy przyjętych założeniach wstępnych można obliczyć z zależności:

$$H_0 = \frac{U}{Z_e} \frac{N}{L_1}$$

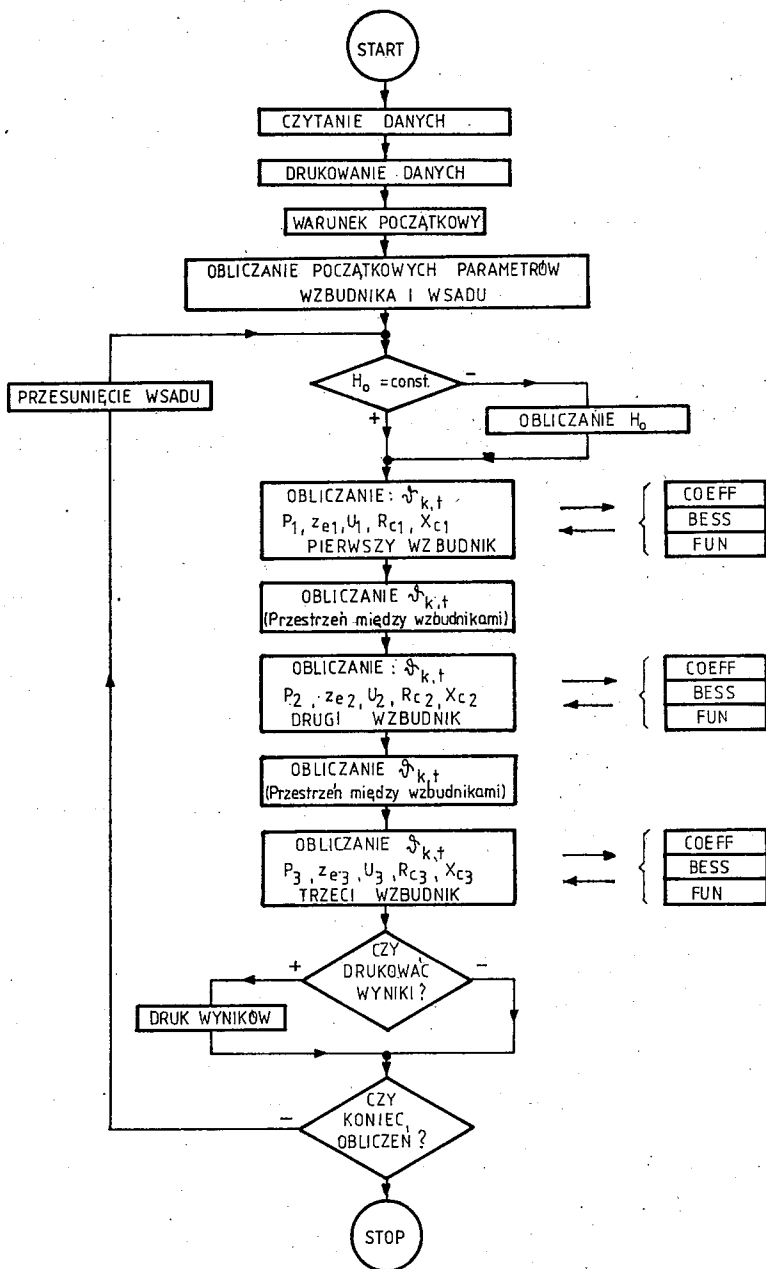
Ze względu na zmieniającą się w kolejnych interwałach Δt wartość impedancji zastępczej Z_e zmianie ulegało będzie również natężenie pola magnetycznego H_0 .

4. PROGRAM OBLICZEŃ

Obliczenia nagrzewania wsadu w przesuwie można wykonać w oparciu o następujący algorytm:

1. Dyskretyzacja wsadu na elementy Δx i czasu nagrzewania na interwały Δt .
2. Obliczenie impedancji zastępczej Z_e oraz natężenia pola magnetycznego H_0 w pierwszym interwale Δt .

3. Obliczenie temperatury $\vartheta_{k,t+1}$ we wszystkich elementach Δx zgodnie według zależności (3) i (4).
4. Obliczenie mocy wydzielonej we wsadzie jako sumy mocy wydzielonej w każdym elemencie Δx .
5. Przesunięcie wsadu o Δx .



Rys. 5. Schemat blokowy programu obliczeń

6. Sprawdzenie czy został zakończony czas obliczeń.

7. Powtórzenie czynności 2, 3, 4, 5 i 6 dla kolejnych interwałów Δt z uwzględnieniem zmiany temperatury i właściwości fizycznych wsadu.

Przy wykorzystaniu powyższego algorytmu opracowany został program obliczeń na elektroniczną maszynę cyfrową. Schemat blokowy tego programu przedstawia rys. 5.

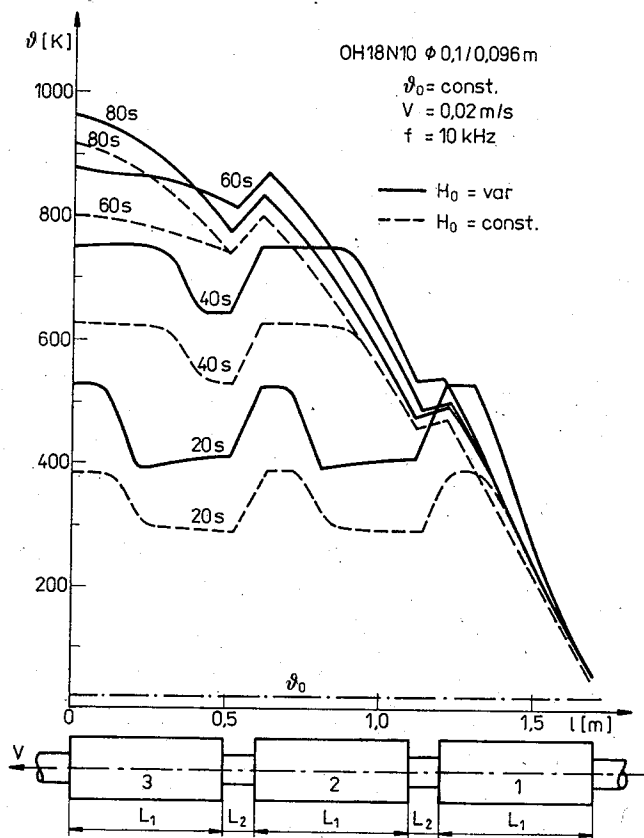
Program umożliwia wykonanie obliczeń przy stałej wczytanej wartości H_0 , lub wartości H_0 zmieniającej się pod wpływem zmian z temperaturą parametrów obwodu grzejnego.

W podprogramach COEFF, BESS oraz FUN obliczane są dla aktualnej temperatury wartości: δ , F_r , F_x , właściwości materiałowe oraz współczynniki równań (3) i (4). W programie uwzględniono zmiany z temperaturą λ , C_c , ρ , α , δ .

Wydruk wyników obliczeń może odbywać się po każdej iteracji lub z częstotliwością określoną przez wczytaną w bloku danych liczbę. Drukowane są:

1) wartości Δx i Δt

2) dla każdej iteracji: czas, moc całkowita wydzielona we wsadzie, natężenie prądu I , H_0 oraz $\vartheta_{k,i}$ dla wszystkich elementów. Dodatkowo dla każdego wzbudnika drukowane są wartości: P , U , R_c , X_c , Z_c .



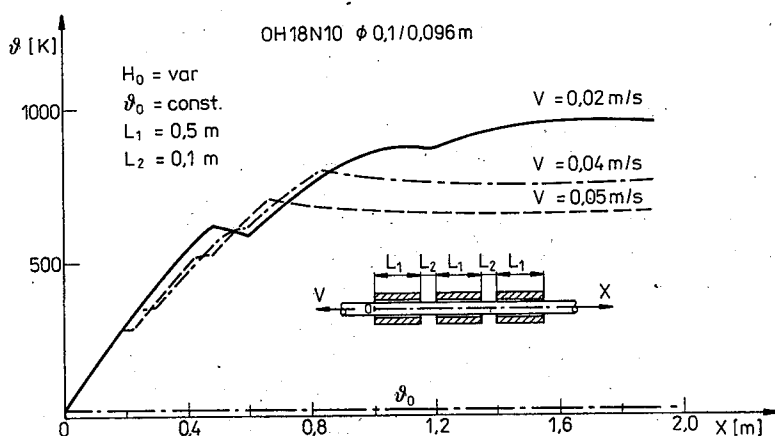
Rys. 6. Rozkład temperatury pod wzbudnikami

5. WYNIKI OBLICZEŃ

Podaną wyżej metodę obliczeniową oraz opracowany program obliczeń na maszynie cyfrowej zastosowano do analizy zmian podstawowych wielkości charakteryzujących indukcyjne nagrzewanie rur w przesuwie [7].

Rozkłady temperatury pod wzbudnikami w początkowym okresie pracy układu przedstawione zostały na rys. 6. Wykresy dotyczą nagrzewania rury stalowej niemagnetycznej i sporządzono je dla dwóch przypadków nagrzewania. Linia ciągłą podano zależności dla nagrzewania ze zmieniającą się wartością natężenia pola magnetycznego H_0 , a linią przerywaną dla nagrzewania przy $H_0 = \text{const.}$ W obydwu przypadkach wszystkie pozostałe parametry nagrzewania są jednakowe. Rozkład temperatury dla podanych parametrów nagrzewania stabilizuje się po upływie około 1,5 min i zaznaczają się na nim wyraźnie strefy chłodzenia między poszczególnymi sekcjami wzbudnika. Największy przyrost temperatury wsadu występuje w pierwszym wzbudniku a najmniejszy w trzecim. Utrzymywanie w czasie nagrzewania stałej wartości H_0 nie zmienia jakościowo przebiegów a jedynie obniża uzyskiwane temperatury.

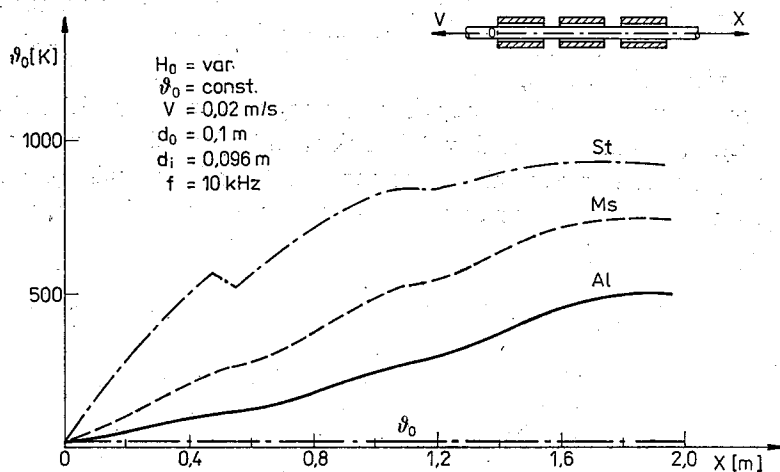
Duży wpływ na rozkład temperatury wzdłuż nagrzewanego wsadu ma jego prędkość przesuwu. Zobrazowano to na rys. 7, na którym podano rozkłady temperatury wzdłuż



Rys. 7. Wpływ prędkości na rozkład temperatury wzdłuż wsadu

wsadów niemagnetycznych stalowych nagrzewanych przy tych samych parametrach, ale z różnymi prędkościami przesuwu. W rozkładach tych zaznacza się wyraźnie wpływ początkowego okresu nagrzewania, w którym występują znaczne zmiany temperatury. Dopiero przy większych odległościach od początku wsadu czyli po zaniknięciu stanów przejściowych następuje stabilizacja temperatury wsadu. Przy większych prędkościach przesuwu odcinki wsadu, na których występują znaczne różnice temperatury są krótsze.

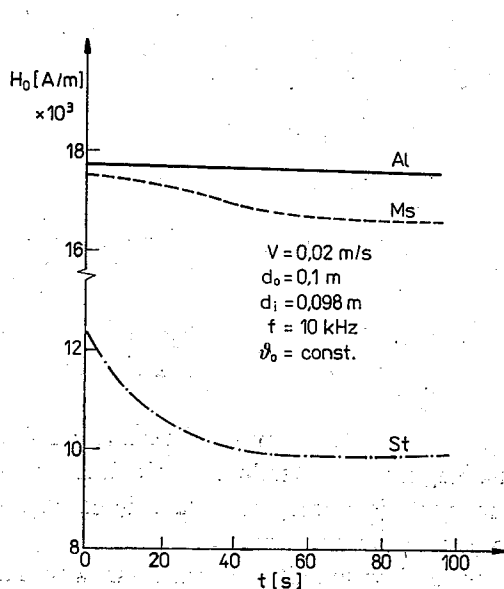
Na wzdłużny rozkład temperatury we wsadzie wpływ mają również jego właściwości fizyczne. Potwierdzają to wykresy przedstawione na rys. 8 sporządzone dla wsadów o tych samych wymiarach i nagrzewanych w tych samych warunkach ale wykonanych z różnych materiałów takich jak niemagnetyczna stal, mosiądz i aluminium. Ze względu



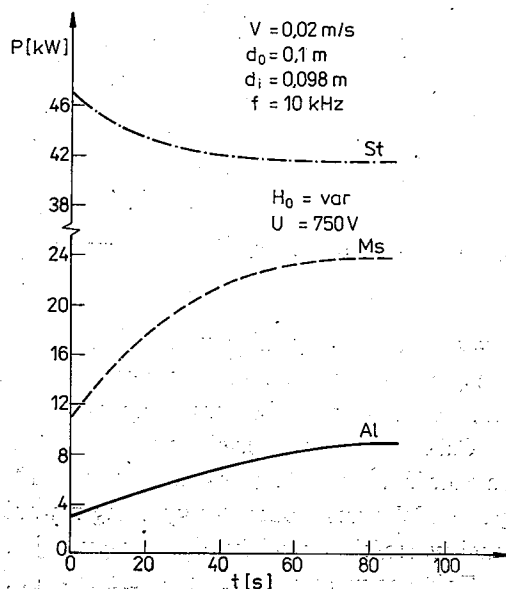
Rys. 8. Rozkład temperatury wzdłuż różnych wsadów. St-stal niemagnetyczna, Ms-mosiądz, Al-aluminium

na dużą przewodność cieplną właściwą a zarazem uzyskiwane relatywnie niskie temperatury najbardziej wyrównany rozkład występuje dla wsadu aluminiowego. Najsilniej stany przejściowe odbijają się na wsadzie stalowym.

Zmieniające się w procesie nagrzewania właściwości fizyczne wsadu powodują zmiany natężenia pola magnetycznego H_0 oraz mocy wydzielonej we wsadzie. Zmiany H_0 przy nagrzewaniu różnych wsadów pokazano na rys. 9 a zmiany mocy na rys. 10. Największą stabilność H_0 uzyskuje się przy nagrzewaniu aluminium a największe zmiany przy nagrzewaniu stali. Przy nagrzewaniu stali największa moc wydzielana we wsadzie jest w momen-



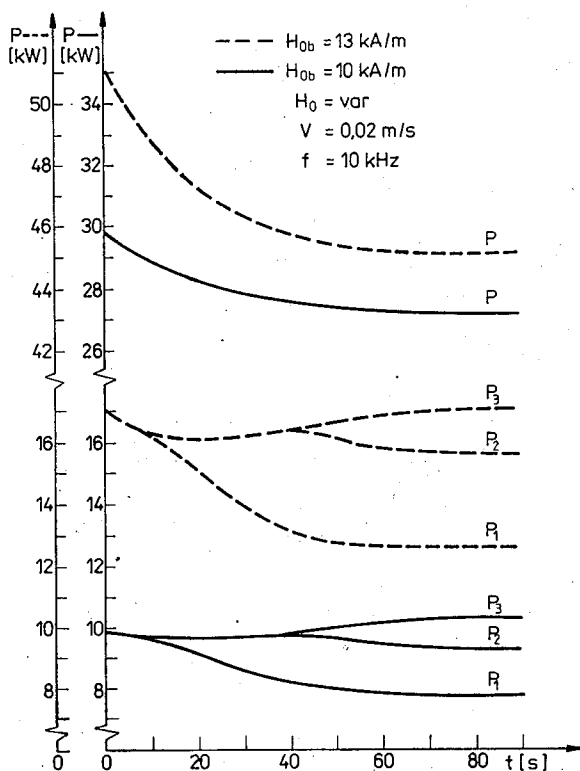
Rys. 9. Zmiany natężenia pola magnetycznego H_0 przy nagrzewaniu różnych wsadów



Rys. 10. Moc wydzielana w różnych wsadach

cie początkowym a później maleje dążąc do wartości ustalonej. Przy nagrzewaniu mosiądzu i aluminium przebiegi są odwrotne. Moc wydzielana w tych wsadach rośnie stabilizując się na wartości ustalonej.

Podane na rys. 10 wykresy zmian mocy dotyczą mocy całkowitej wydzielonej we wszystkich trzech sekcjach wzbudnika. Ponieważ jednak w każdej sekcji wzbudnika w sadma inną temperaturę rozdział mocy między poszczególne sekcje wzbudnika jest bardzo zróżnicowany. Ilustrują to wykresy na rys. 11. Jedynie w bardzo krótkim okresie począt-

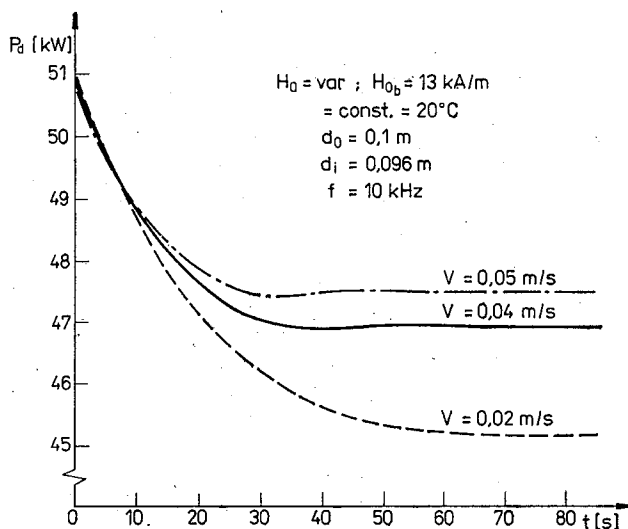


Rys. 11. Całkowita moc wydzielana we wsadzie P , oraz moce wydzielane pod sekcjami wzbudnika P_1 , P_2 , P_3 .

kowym moce wszystkich wzbudników są jednakowe. W okresie późniejszym najmniej obciążony jest wzbudnik nr 1 początkowy a najbardziej wzbudnik nr 3 końcowy, pod którym wsad ma najwyższą temperaturę.

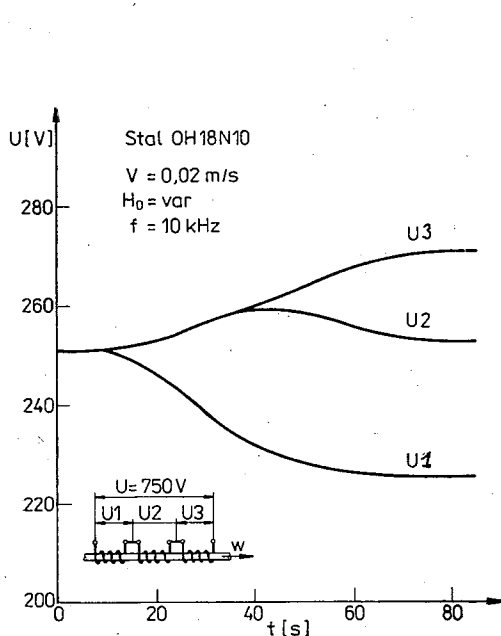
Całkowita moc wydzielona we wsadzie zależy również od prędkości przesuwu wsadu. Zależność ta została pokazana na rys. 12 dla nagrzewania wsadu ze stali niemagnetycznej. W okresie początkowym nagrzewania moc maleje a następnie ustala się na określonej wartości tym większej im większa jest prędkość przesuwu wsadu.

Zróżnicowany rozkład temperatury pod sekcjami wzbudnika wpływa zarówno na moce wydzielane we wzbudnikach jak i na rozkład napięć na nich. Przedstawiają to wykresy na rys. 13. W okresie początkowym temperatury poszczególnych części wsadu

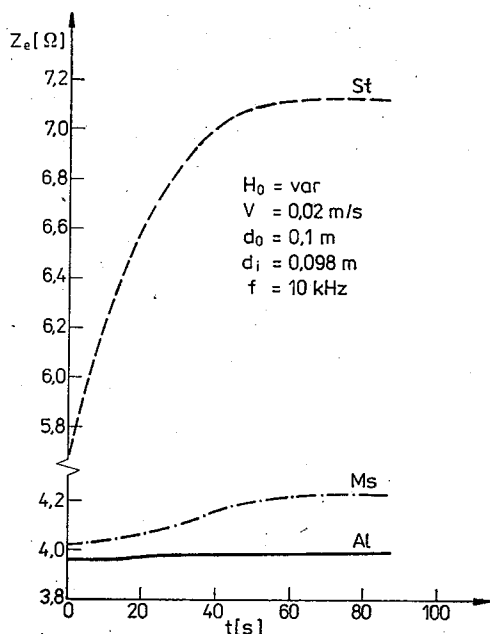


Rys. 12. Wpływ prędkości na moc wydzieloną we wsadzie stalowym

niewiele się różnią a zatem rezystancje wniesione do poszczególnych wzbudników są podobne. Wobec identycznej konstrukcji każdej sekcji impedancje całkowite sekcji są jednakowe co powoduje równomierny rozkład napięcia na sekcjach wzbudnika. W miarę zróżnicowania się temperatury wsadu w sekcjach wzbudnika rozkład staje się nierówno-



Rys. 13. Wartości napięć na poszczególnych sekcjach wzbudnika



Rys. 14. Zmiana impedancji całkowitej wzbudnika w czasie nagrzewania

mierny. Najwyższe napięcie występuje na wzbudniku najbardziej obciążonym czyli wyjściowym. Na najmniej obciążonym wzbudniku wejściowym napięcie jest najniższe.

Na rys. 14 przedstawiono zmienność w czasie procesu nagrzewania impedancji całkowitej wzbudnika wszystkich trzech sekcji przy nagrzewaniu różnych wsadów. Zmienność ta zależy od zmienności z temperaturą właściwości fizycznych wsadu. W podanym zestawieniu największe zmiany uzyskuje się przy nagrzewaniu stali niemagnetycznej a najmniejsze przy nagrzewaniu aluminium.

WNIOSKI

Przedstawiona metoda obliczeń oraz opracowany program obliczeń na maszynie cyfrową umożliwia analizę zjawisk cieplnych i elektrycznych w procesie indukcyjnego nagrzewania w przesuwie rur niemagnetycznych. Analiza ta może dotyczyć zarówno stanów nieustalonych jak i ustalonych i uwzględnia podstawowe nieliniowości występujące w czasie nagrzewania a wynikające ze zmieniających się z temperaturą właściwości fizycznych wsadu jak i warunków nagrzewania. Analiza wyników obliczeń może być wykorzystana do optymalizacji zarówno urządzeń nagrzewających jak i przebiegu procesu nagrzewania.

Program obliczeń ze względu na przyjęte założenia wstępne pozwala na wykonywanie obliczeń jedynie dla wsadów wydrążonych (rur) i został dostosowany do wzbudnika składającego się z trzech identycznych sekcji. Program może być wykorzystany również do obliczeń układów grzejnych z niesymetrycznymi sekcjami wzbudnika a po drobnej modyfikacji pozwala na wykorzystanie go do obliczeń układów grzejnych z jednym wzbudnikiem lub wzbudnikiem składającym się z większej liczby identycznych lub nieidentycznych sekcji.

Zaproponowana metoda obliczeń może być wykorzystana również przy nagrzewaniu indukcyjnym w przesuwie wsadów niemagnetycznych nie drążonych (masywnych). Modyfikacji wymagają jedynie podstawowe zależności obliczeniowe.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Davies, P. Simpson: *Induction Heating Handbook*. London: Mc. Graw-Hill, 1979
2. *Elektrowärme — Theorie und Praxis*. Essen: Verlag W. Girardet, 1974
3. M. Jakob: *Heat Transfer*. New York: J. Wiley and Sons, Inc. 1958
4. E. Langer: *Teorie indukčního a dielektrického tepla*. NČSAV, Praha, 1964
5. W. Liwiński: *Nagrzewnice indukcyjne skrośne*. Warszawa: WNT, 1968
6. M. Michiejew: *Zasady wymiany ciepła*. Warszawa: PWN, 1953
7. I. Włodarczyk: *Rozkład temperatury przy nagrzewaniu indukcyjnym rur w przesuwie*. Praca dyplomowa. Politechnika Łódzka 1983

K. T. JANUSZKIEWICZ

CONTINUOUS INDUCTION HEATING OF NON-MAGNETIC TUBES

Summary

An analysis of the operation of three series connected water-cooled heating inductors is presented. The non-magnetic heated tubes move along at a constant speed. A calculation method of thermal and

electric parameters is given. The method takes account of physical parameters varying during the heating as well as of the presence of cooling gaps between the inductors. The computer algorithm for stationary and transient states is described. The algorithm can be easily modified for any number of inductors. The results of calculations of heating of different materials, illustrating theory, are quoted.

K. T. JANUSZKIEWICZ

CHAUFFAGE PAR INDUCTION DES TUBES NON-MAGNÉTIQUES EN CONTINU

Résumé

L'analyse de l'opération de trois inducteurs chauffants, refroidis, à l'eau et liés en série, est donnée. Les tubes non-magnétiques sont chauffés en continu, se déplaçant avec la vitesse constante. Une méthode de calcul des paramètres électriques et thermiques est présentée, elle prend en considération les changements des paramètres physiques ainsi que l'existence des lacunes non-chauffées parmi les inducteurs. On donne l'algorithme de calculs numériques en états stationnaire et transitoire. L'algorithme peut être modifié pour tenir compte de différents nombres des inducteurs. Les calculs de chauffage de différents matériaux constituent une illustration de la théorie.

K. T. JANUSZKIEWICZ

INDUKTIVE VORSCHUBSERWÄRMUNG DER NICHTMAGNETISCHEN RÖHREN

Zusammenfassung

Es wird die Analyse der Arbeitsweise von drei serienweise geschalteten, wassergekühlten Induktoren geschildert. Die zu erwärmenden nichtmagnetischen Röhren werden die Induktoren entlang mit konstanter Geschwindigkeit vorgeschoben. Eine Berechnungsmethode für thermische und elektrische Parameter wurde angegeben. Die Methode berücksichtigt sowohl die während der Erwärmung veränderlichen, wärmetechnischen Parameter, als auch die Kühlwirkung der Lücken zwischen den Induktoren. Ein Algorithmus der Erwärmungsberechnungen in stationären und nichtstationären Zuständen wurde angeführt. Der Algorithmus kann auch für eine andere Induktorenzahl angewandt werden. Eine Reihe von Beispielen bestätigen die Güte der bearbeiteten Methode.

К. Т. ЯНУШКЕВИЧ

ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ ПРИ ПЕРЕДВИЖЕНИИ НЕМАГНИТНЫХ ТРУБ

Резюме

Проанализирован индукционный нагрев при передвижении немагнитных труб. Анализ подвержена нагревательная схема составленная из трех соединенных последовательно возбуждателей питаемых из одного источника. Всад передвигается с постоянной скоростью в возбуждателях охлаждаемых водой. Представлен метод расчета тепловых и электрических величин при учете изменения в течение нагрева физических свойств всада и параметров нагрева как и стрейф охлаждения между возбуждателями. Разработан алгоритм расчетов на ЦВМ и приведена его блок-схема. Разработанный метод расчетов равно как и расчетный алгоритм позволяют анализировать установившиеся и неустойчивые режимы работы устройства. Незначительные модификации программы позволяют расширить область ее применения на нагревательные устройства с большим количеством возбуждателей. Приведены также результаты тепловых и электрических расчетов при нагреве различных материалов и короткий анализ полученных результатов.



Effectivity of longitudinal conducting screens

PART I: Electromagnetic field and stray losses

MARCELI KAŻMIERSKI, IGOR KERSZ

Instytut Energetyki, Zakład Badań Transformatorów w Łodzi

Received 1987.05.27

Authorized 1988.06.22

An analysis of the electromagnetic field and of stray losses in a system comprising a partial longitudinal conducting screen, shielding solid steel of variable magnetic permeability, is made. To verify the analysis as well as the accuracy of calculations, theoretical results are compared with measurements obtained from a full-scale physical model. The effectivity of partial screens is estimated, taking into account: the maximum values of the stray loss density on both surfaces — of the screen and of the screened medium, the total stray loss in the system and also currents induced in the system. It is proved that the screens of a width of about twice the distance between the current-carrying conductors (magnetic field source) are sufficiently effective.

1. INTRODUCTION

When screening solid steel structural members of electrical equipment of large capacity, especially of transformer tanks, partial screens, not covering the whole surface to be screened, are commonly used.

The paper deals with an analysis of 2-dimensional electromagnetic field due to a power frequency a.c. through leads placed parallel to a sector of the conducting half-space of

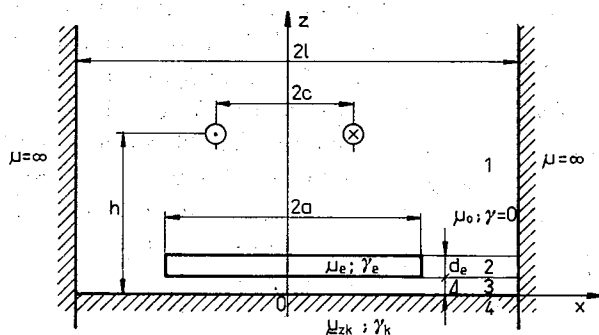


Fig. 1. Arrangement with a longitudinal conducting screen

variable magnetic permeability. On the half-space surface there is a longitudinal conducting screen (so called — electromagnetic screen), forming a strip of limited width — Fig. 1.

The analysed mathematical model can be treated approximately as an equivalent of real system such as those consisting of heavy-current L. V. leads of large generator transformer placed along height of a partially screened tank wall.

The work reported in this paper was carried out as a part of the government-sponsored project 05.5A „Chosen fundamental problems in electrical power engineering”.

2. ACTUAL STATE OF THE PROBLEM

A wide interest in the complex problems, concerned with screening of structural members of transformers and other electrical equipment, has resulted in a large number of publications. A precise analysis of the electromagnetic phenomena is faced with real difficulties when practical applications are considered. The most important of them are — the complex geometry of real systems, and the magnetic non-linearity of the solid

LIST OF SOME SYMBOLS USED IN THE PAPER

A — vector magnetic potential, instantaneous value [Wb/m]; A — complex amplitude of the vector; A_y — complex amplitude of a y -component of the vector,
 E — vector of the electric field strength, instantaneous value [V/m], other symbols as for A ,

f — frequency [Hz],

H — vector of the magnetic field strength, instantaneous value [A/m], other symbols as for A ,

$$j = \sqrt{-1},$$

$\alpha = \sqrt{j\omega\mu\gamma}$ — complex coefficient of wave damping in a conducting medium [1/m],
 $\delta(x)$ — Dirac's function,

$\mu = \mu_0\mu_r$ — absolute magnetic permeability [H/m]; μ_r — relative magnetic permeability; $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [H/m],

$\omega = 2\pi f$ — angular frequency [rad/s].

steel. Such practical aspects of the problem as selection of the screen (kind of, dimensions and configuration) cannot be considered as fully and thoroughly theoretically examined yet. Consequently, no reliable analysis methods lead to prolonged and expensive model testing in laboratories (e.g. — [18]) with a risk of no final success.

From this point of view, the analytical studies concerned with screening against the effect of power frequency external electromagnetic field, although limited to simple mathematical models, are very important both technically and economically. Detailed description of the methods used for solving the problem has been given in paper [6].

For the constant magnetic permeability of the solid steel and under assumption that the solid steel is fully screened, it is possible to get a solution in an analytical form such as integrals of known integrands — compare [2], [3], [4], [11], [14], [15], [17], [21]^{*)} and

^{*)} Please note that only limited literature on the discussed problems has been listed in References.

other authors. Also, some approximated engineering methods have been used for solving the problem, for instance a method of images [8] which for a given application has provided results with a sufficient, for practical purposes, accuracy.

A significant progress has been possible due to application of the finite difference method and finite element method and advanced computer technique — [18].

When a surface to be screened is shielded only partially, there is no possibility to get solution of the field equations in the analytical form. There is only limited number of papers covering analyses of such cases. From the known theoretical works, papers written by Dietrich [7] and Apanasewicz [6] can be cited. Assumptions made in [7] (determination „a priori” of the normal component distribution of the magnetic field strength on the partially screened metal half-space, representing a transformer tank wall) have been criticized in papers [6] and [20]. In paper [6] the electromagnetic field has been analysed by using several mathematical models of different level of simplification for an arrangement with partial longitudinal conducting screen and a field generator, consisting of a pair of a.c. carrying ribbon conductors, representing transformer windings. Basing on the relationships found in [6], effect of the screen dimensions on the stray loss in a transformer tank wall has been estimated in paper [5]. Similar as in [6], an analysis of simplified mathematical models, including a pair of a.c. carrying conductors, representing heavy current L. V. leads has been carried out in paper [13]. To some extent the results of that analysis have been applied in this paper.

A method of magnetic circuits [19] and being its consequence recently used a reluctance network method [22] are also worth notice. The latter by employing computers allows to solve a series practical problems associated with partial screening.

3. SOLUTION OF THE PROBLEM WITH TAKING THE REAL DIMENSIONS OF THE SCREEN INTO ACCOUNT

3.1. ARRANGEMENT UNDER ANALYSIS

The arrangement under analysis is presented in Fig. 1. It consists of an infinitely long (in y-axis direction) metal bar of $2l$ width, infinitely thick for $z \leq 0$. The bar is bounded by two side walls characterized by $\mu = \infty$ and being placed in $x = \pm l$ planes, and there is, in Δ distance above the bar, the conducting screen having thickness d_e and width $2a$.

Side walls are introduced to allow the Fourier series for the solution of the problem to be applied. Obviously assumption, $l \gg a, c, h$ allows also to apply the method for systems without side walls — [16]. Equivalence of systems with and without side walls has been analysed in detail in paper [12] where it was found that for system under analysis minimum distance b between the outer lead with current and the side wall (according to Fig. 1 $b = l - c$) should be equal to $\sqrt{(1 - \delta)/4\delta} h$ where δ is an error due to effect of the side wall of $\mu = \infty$ on the maximum value of the tangential component of the magnetic field strength on the metal surface. Similar estimation when analysing electromagnetic phenomena in linear motors may be found in paper [23].

Above the screen there are two parallel conductors carrying opposite currents. They are also parallel to the y-axis and placed symmetrically with regard to plane XZ, and their cross-section dimensions are small as compared with $2c$ and $h - (d_e + \Delta)$ distances. It is assumed that the currents through the leads vary with time as $\exp(j\omega t)$ and the displacement current is neglected.

The arrangement is of the following four-layer structure:

- layer 1 ($z > d_e + \Delta$) is a dielectric ($\gamma = 0$; $\mu = \mu_0$) and comprises current carrying leads,
- layer 2 ($d_e + \Delta \geq z \geq \Delta$) consists of a conducting screen ($\gamma = \gamma_e$; $\mu = \mu_0$) of $2a$ width and a dielectric ($a < |x| \leq 1$). In practice the screen thickness d_e is small compared with the other dimensions of the arrangement.
- layer 3 ($0 < z < \Delta$) being a dielectric represents a „technological gap”, such as a gap between a screen and a transformer tank wall. Usually the distance Δ ($0 \dots 3$ mm) is small compared with the other dimensions of the arrangement.
- layer 4 ($z \leq 0$) is a ferromagnetic of γ_k conductivity and variable magnetic permeability $\mu_k = \mu_0 \mu_r$, representing for example a solid steel transformer tank wall.

The magnetic non-linearity of the solid steel can be determined, basing on [9] and [12], by application of the equivalent magnetic permeability μ_{zk} . Its amplitude and phase being functions of the amplitude of the tangential component of the magnetic field strength on the solid steel surface. For the arrangement under consideration we have:

$$\underline{\mu}_{zk} = \mu_0 \mu_{rz} [H_{xs}(x)] \exp \{-\psi [H_{xs}(x)]\} = \mu_0 \mu_{rz}(x) \exp[-\psi(x)]. \quad (1)$$

3.2. BASIC CONSIDERATIONS

The aim of the analysis is to determine the magnetic and electric field strength as well as stray loss density on the boundary surfaces of both conducting media — the screen and the steel wall. It is assumed that the quantities to be determined are continuous and bounded functions of coordinates x , z and time t on the whole XZ plane, excluding field sources (current carrying conductors).

Moreover it is assumed that $\partial/\partial y = 0$, $H_y = 0$, $E_x = E_z = 0$. The components of the magnetic and electric field strengths to be determined can be expressed in terms of the vector potential $A = 1_y A_y$ by the following formulae [2], [3]:

$$E_y = -j\omega A_y; \quad H_x = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_y}{\partial z}; \quad H_z = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_y}{\partial x}. \quad (2)$$

The vector potential A_y should satisfy the Laplace-Helmholtz's equation

$$\nabla^2 A_y = \begin{cases} 0 & \text{for non-conducting media } (\gamma = 0) \\ \alpha_i^2 A_y & \text{for conducting media } (\gamma = \gamma_i) \end{cases} \quad (3)$$

where $\alpha_e^2 = j\omega\mu_0\gamma_e$ for the screen, $\alpha_k^2 = j\omega\mu_0\mu_{rz}\gamma_k$ for the steel wall.

Helmholtz's equation (3) is very accurate for the screen whereas for the ferromagnetic medium of μ_{zk} magnetic permeability it is pretty accurate (the error being less than 0,1% — [12]).

The vector potential A_y in the 1-st layer can be determined from the following

$$A_y^{(1)} = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} e^{-\lambda_n(z-d^*)} \sin \lambda_n x & z > h \\ \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{-\lambda_n(z-d^*)} + W_n e^{\lambda_n(z-d^*)}] \sin \lambda_n x, & d^* < z \leq h, \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{where } d^* = d_e + \Delta \quad \text{and} \quad \lambda_n = \frac{2n-1}{2l} \pi. \quad (5)$$

Eqn. (5) follows from the condition that H_z component has to be zero on the side walls, characterized by $\mu = \infty$. W_n constant in (4) can be determined by applying the boundary conditions for $z = h$, namely:

- continuity of vector potential A_y ,
- step change of tangential component of the magnetic field strength H_x due to the boundary surface current of density $g(x)$.

Since

$$g(x) = \sqrt{2I} [\delta(x+c) - \delta(x-c)] = \frac{2\sqrt{2I}}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \lambda_n c \sin \lambda_n x \quad (6)$$

after some algebra — [13] it follows that

$$W_n = \mu_0 \frac{\sqrt{2I}}{l} \frac{\sin \lambda_n c}{\lambda_n} e^{-\lambda_n(h-d^*)}. \quad (7)$$

When determining the vector potential form in layer 2 let us remember that d_e is small. According to [6] and [13] the boundary conditions on the vertical edges of the screen ($x = \pm a$) can be neglected. Hence (see Appendix)

$$A_y^{(2)} = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} [B_{1n} \operatorname{sh} \alpha_n(z-\Delta) + B_{2n} \operatorname{ch} \alpha_n(z-\Delta)] \sin \lambda_n x, & |x| \in \langle 0, a \rangle \\ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B_{3n} \left[1 + \lambda_n^2 \frac{(z-\Delta)^2}{2} \right] + B_{4n}(z-\Delta) \right\} \sin \lambda_n x, & |x| \in \langle a, l \rangle. \end{cases} \quad (8)$$

Within layer 3, since Δ is small, it follows, that

$$A_y^{(3)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ C_{1n} \left[1 + \lambda_n^2 \frac{(z-\Delta)^2}{2} \right] + C_{2n}(z-\Delta) \right\} \sin \lambda_n x. \quad (9)$$

The vector potential in the steel wall (layer 4) is determined by the formula

$$A_y^{(4)} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n e^{\sqrt{\lambda_n^2 + \alpha_k^2} z} \sin \lambda_n x \cong e^{\alpha_k z} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \lambda_n x. \quad (10)$$

Approximation in eqn. (10) has been introduced in conformity with [12].

3.3. BOUNDARY CONDITIONS AND FINAL SET OF EQUATIONS

On the boundaries $z = d^*$, $z = \Delta$ and $z = 0$ well known boundary conditions are applicable, viz. continuity of the vector potential (A_y) and the tangential component of the magnetic field strength (H_x).

From the conditions for $z = d^*$ and $z = \Delta$, after elimination of constants A_n and $B_{1n} \dots B_{4n}$, the following set of equations is obtained

$$\sum_{i=1}^{\infty} C_{1i} T_{i,n}^{(1)} + \sum_{i=1}^{\infty} C_{2i} T_{i,n}^{(2)} = l W_n, \quad (11)$$

where

$$T_{i,n}^{(1)} = R_{i,n}^{(1)} [1 + d_e^2 \lambda_i (1/\lambda_n + d_e/2)] + R_{i,n}^{(2)} \left[\operatorname{ch} \alpha_e d_e + \frac{\alpha_e}{\lambda_n} \operatorname{sh} \alpha_e d_e \right],$$

$$T_{i,n}^{(2)} = R_{i,n}^{(1)} [d_e + 1/\lambda_n] + R_{i,n}^{(2)} \left[\alpha_e \operatorname{sh} \alpha_e d_e + \frac{1}{\lambda_n} \operatorname{ch} \alpha_e d_e \right],$$

$$R_{i,n}^{(1)} = \int_0^a \sin \lambda_n x \sin \lambda_i x dx = \begin{cases} \frac{\sin(\lambda_n - \lambda_i)a}{2(\lambda_n - \lambda_i)} - \frac{\sin(\lambda_n + \lambda_i)a}{2(\lambda_n + \lambda_i)} & \lambda_n \neq \lambda_i \\ \frac{a}{2} - \frac{\sin 2\lambda_n a}{4\lambda_n} & \lambda_n = \lambda_i. \end{cases}$$

$$R_{i,n}^{(2)} = \int_a^l \sin \lambda_n x \sin \lambda_i x dx = \begin{cases} -R_{i,n}^{(1)} & \lambda_n \neq \lambda_i \\ \frac{1}{2} - R_{i,n}^{(1)} & \lambda_n = \lambda_i. \end{cases}$$

For $z = 0$, from continuity of A_y , it follows

$$C_{1n} \left[1 + \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2} \right] - C_{2n} \Delta = D_n \quad (12)$$

and continuity of H_x gives

$$\sum_{n=1}^{\infty} [C_{2n} - C_{1n} \lambda_n^2 \Delta] \sin \lambda_n x = \mathcal{F}_k(x) \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \lambda_n x, \quad (13)$$

where

$$\mathcal{F}_k(x) = \frac{\alpha_k(x)}{\mu_{rz}(x)}. \quad (14)$$

Eqn. (13) can be reduced to

$$C_{2n} - C_{1n} \lambda_n^2 \Delta = \frac{2}{l} \sum_{i=1}^{\infty} D_i Z_{i,n}, \quad (15)$$

where

$$Z_{i,n} = \int_0^l \mathcal{F}_k(x) \sin \lambda_n x \sin \lambda_i x dx. \quad (16)$$

Finally from (11), (12), and (13) we get:

$$\sum_{i=1}^{\infty} D_i T_{i,n}^{(3)} = l W_n, \quad (17)$$

where

$$\begin{aligned} T_{i,n}^{(3)} &= \sum_{j=1}^{\infty} [T_{j,n}^{(1)} T_{i,j}^{(4)} + T_{j,n}^{(2)} T_{i,j}^{(5)}] \\ T_{i,j}^{(4)} &= \delta_{i,n} \frac{1}{1 + \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2}} + \frac{\Delta}{1 + \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2}} T_{i,n}^{(5)} \\ T_{i,n}^{(5)} &= \frac{2}{l} \frac{1 + \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2}}{1 - \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2}} \left[Z_{i,n} + \delta_{i,n} \frac{l}{2} \frac{\lambda_n^2 \Delta}{1 + \frac{\lambda_n^2 \Delta^2}{2}} \right] \end{aligned}$$

and

$$\delta_{i,n} = \begin{cases} 0 & i \neq n \\ 1 & i = n, \end{cases}$$

is the Kronecker's symbol.

The infinite set of equations (17) has been solved numerically and matrix $Z_{i,n}$ (eqn. (16)), involving the magnetic nonlinearity of solid steel, has been determined by the iterative method, replacing the function $\mathcal{F}_k(x)$ over range $\langle 0, l \rangle$ by a broken line

$$\mathcal{F}_k(x) = \sum_{u=1}^U f_u(x), \quad (18)$$

where

$$f_u(x) = \begin{cases} q_p + r_p x & \text{for } x \in \langle x_{p-1}; x_p \rangle \\ 0 & \text{for } x \in \langle x_{p-1}; x_p \rangle \end{cases} \quad (19)$$

and

$$\begin{aligned} q_p &= \frac{\mathcal{F}_k(x_{p-1})x_p - \mathcal{F}_k(x_p)x_{p-1}}{x_p - x_{p-1}} \\ r_p &= \frac{\mathcal{F}_k(x_p) - \mathcal{F}_k(x_{p-1})}{x_p - x_{p-1}} \end{aligned}$$

The values of $\mathcal{F}_k(x_u)$ are determined from eqn. (14) which, after taking (1) into account becomes:

$$\mathcal{F}_k(x_u) = \frac{\alpha_k(x_u)}{\mu_{rz}(x_u)} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \gamma}{\mu_{rz} [H_{xs}(x_u)]}} \exp j \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2} [H_{xs}(x_u)] \right\}. \quad (19a)$$

Values of the tangential component of the magnetic field strength on the solid iron surface (H_{xs}) at points x_u ($u = 1, 2 \dots U$) are determined from (2) after calculation of D_n

coefficients from the set of equation (10). Function $\mathcal{F}_k(x_u)$ for strong magnetic fields can be approximated by the formula [12]

$$\mathcal{F}_k(x_u) = k_\theta [Q + RH_{xs}(x_u)] \quad (20)$$

where k_θ is a temperature coefficient. The values of k_θ , Q and R for grade St 3s steel have been given in paper [12].

As the first order approximation of $\mathcal{F}_k(x_u)$, its value obtained from the solution for $\mu = \text{const.}$ has been accepted. The iterative process is a fast converging process. For practical systems, after 3...5 iterations, the results obtained in a consecutive iteration do not differ from those obtained in a preceding one by more than 5%.

3.4. STRAY LOSSES AND EDDY-CURRENT INDUCED IN THE CONDUCTING MEDIA

Stray loss density in the conducting media — the shielded metallic wall and the screen, being critical for heating of these elements, are determined, by using the real part of the normal component of the Poynting's vector, which characterizes power density across an unitary area in a given point.

For a screened medium ($z \leq 0$) we have:

$$p_k(x) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{E_y(x, 0) H_x^*(x, 0)\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{E_{ys} H_{xs}^*\}, \quad (21)$$

where H_x^* is conjugated with H_x .

For a screen the stray loss density can be expressed by a difference of the Poynting's vector normal components for the upper ($z = d^*$) and lower ($z = \Delta$) surfaces of the screen.

$$p_e(x) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{E_y(x, d^*) H_x^*(x, d^*) - E_y(x, \Delta) H_x^*(x, \Delta)\}. \quad (22)$$

Total losses (for 1 m length in the y-axis direction) are equal to
— for a screened medium

$$p_k = 2 \int_0^l p_k(x) dx, \quad (23)$$

— for a screen

$$p_e = 2 \int_0^a p_e(x) dx, \quad (24)$$

— and total

$$P_c = P_k + P_e. \quad (25)$$

Total eddy-current induced in the arrangement is a sum of those through the screen and those through the screened medium. The partial currents can be determined by calculation of their r.m.s. values. They are equal to

$$A_y^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{-\lambda_n z} + W_n e^{\lambda_n z}] \sin \lambda_n x, \quad (4a)$$

where

$$W_n = \mu_0 \frac{\sqrt{2} I}{l} \frac{\sin \lambda_n c}{\lambda_n} e^{-\lambda_n h}. \quad (7a)$$

Whereas for a conducting medium the vector potential, satisfying the Helmholtz's equation (3) over the whole range of variable x ($0 \leq |x| \leq l$) with the discontinuity points $x = \pm a$ and their neighbourhood excluded is determined from a formula analogous to (10), namely:

$$A_y^{(4)} \cong e^{\alpha(x)z} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \lambda_n x, \quad (10a)$$

where

$$\alpha(x) = \begin{cases} \alpha_{ze} = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_{rze}\gamma_e} = \text{const.} & \text{for } |x| \in \langle 0, a \rangle \\ \alpha_k = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_{rz}\gamma_k} = \alpha_k(x) & \text{for } |x| \in \langle a, l \rangle. \end{cases}$$

It follows for $z = 0$:

— from continuity of A_y

$$A_n + W_n = D_n \quad (29)$$

— from continuity of H_x

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n (-A_n + W_n) \sin \lambda_n x = \begin{cases} \mathcal{F}_e \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \lambda_n x & \text{for } |x| \in \langle 0, a \rangle \\ \mathcal{F}_k(x) \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \lambda_n x & \text{for } |x| \in \langle a, l \rangle, \end{cases} \quad (30)$$

where $\mathcal{F}_e = \alpha_{ze}/\mu_{rze}$ is a constant value. By applying to eqn. (30) formulae for the Fourier series coefficient and taking (29) into account we get

$$M_n = \sum_{i=1}^{\infty} A_i K_{i,n}, \quad (31)$$

where

$$M_n = \frac{2}{l} \sum_{i=1}^{\infty} W_i \left[\frac{l}{2} \lambda_i \delta_{n,i}^* - N_{n,i} \right],$$

$$K_{i,n} = \frac{2}{l} N_{n,i} + \lambda_i \delta_{n,i}^*,$$

$$N_{n,i} = \mathcal{F}_e \int_0^a \sin \lambda_i x \sin \lambda_n x dx + \int_a^l \mathcal{F}_k(x) \sin \lambda_i x \sin \lambda_n x dx.$$

Matrix $N_{n,i}$ is similarly as before determined by the iterative method.

The stray loss density is determined from eqn. (21) but the losses in the screened region ($|x| \in \langle 0, a \rangle$) are the sum of loss in the screen and the screened wall. It is impossible to determine the component losses for that simplified mathematical model.

5. EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE RESULTS

In order to verify the applicability of the algorithms, presented in Sec. 3 and 4 above as well as the accuracy of the calculations, the theoretical results have been compared with the measurement results on a large scale physical model, consisting of a steel plate of an area of 2500 mm $\times$ 1500 mm and 8 mm thick, a copper screen 3 mm thick and a pair of copper bars of 2000 mm length. With such dimensions of the model it can be assumed that the electromagnetic phenomena in the middle region of the plate are similar to those when both — the bars and the plate are infinitely long.

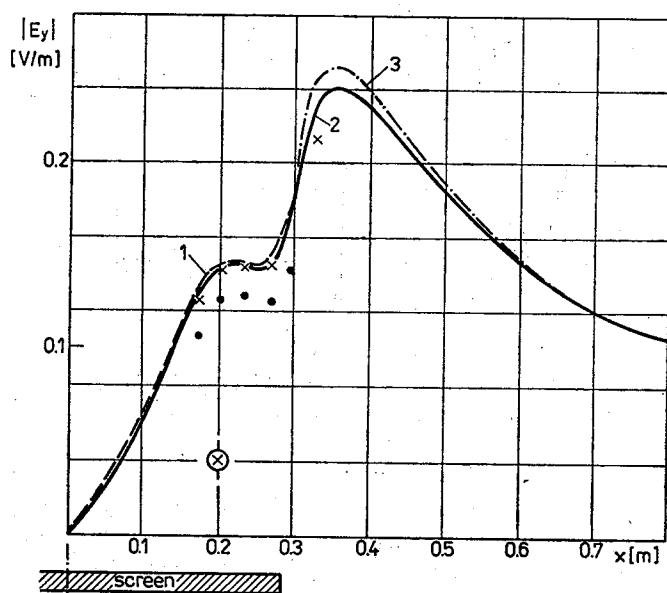


Fig. 3. Distribution of the tangential component of the electric field strength — E_y on the screen surface and the screened wall surface for: $c = 0,2$ m, $h = 0,105$ m, $a = 0,29$ m, $\Delta = 2$ mm, $d_e = 3$ mm, $I = 5000$ A. Curves 1,2 — results of accurate calculations for the screen surface ($z = d^*$) and the steel wall surface ($z = 0$) respectively; curve 3 — results of approximate calculations for the steel surface. Results of experimental test — x — for the steel surface, $\bullet$ — for the screen surface

The comparison of the calculated and measured results, for $I = 5000$ A is given in Figs. 3, 4 and 5. The distribution of E_y on the steel plate surface ($z = 0$) — Fig. 3, calculated with application of the accurate algorithm is in very good agreement with experiments for the screened region as well as outside the screen. Greater incompatibility for the distributions on the screen surface is due to inaccuracies of the measurement method. When measuring E_y with two point probe, its value is proportional to the voltage

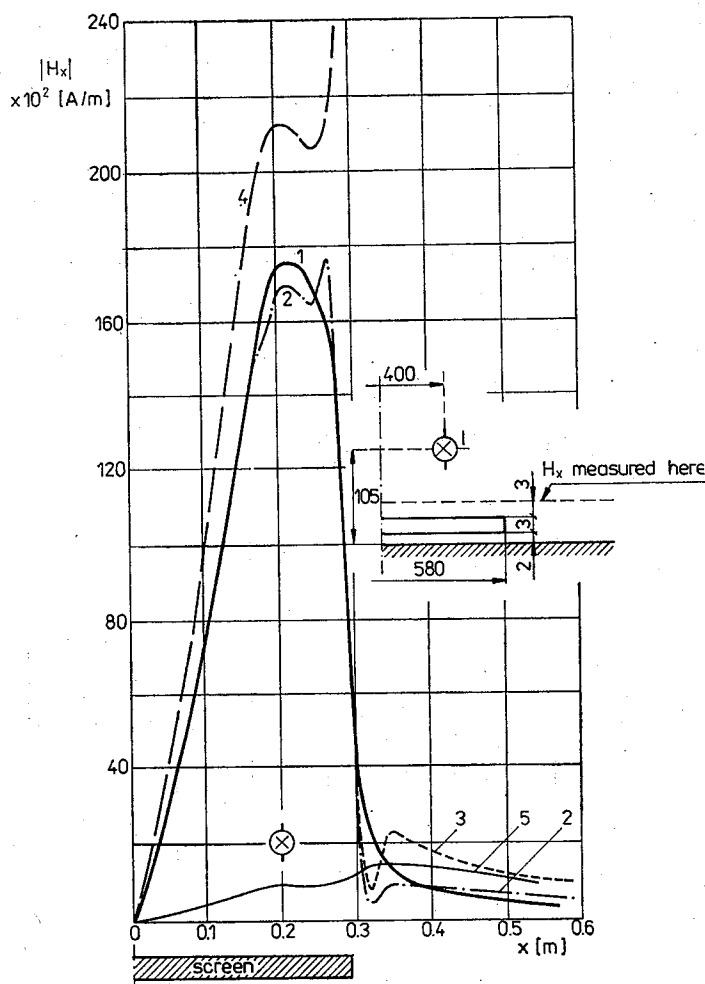


Fig. 4. Distribution of the tangential component of the magnetic field strength — H_x in the vicinity of the screen and steel surfaces. The arrangement data as in Fig. 3. Curve 1 — results of experimental test for $z = 8$ mm; curve 2 — results of accurate calculation for $z = 8$ mm; curve 3 — results of approximate calculation for a region outside the screen ($|x| > a$) for $z = 8$ mm; curve 4 — results of accurate and approximate calculation for the screen surface (for $z = 5$ mm); curve 5 — results of accurate calculation for the steel surface ($z = 0$)

drop ΔU on the Δl length of the eddy current path. For materials of large conductivity, hence for copper, ΔU is usually equal to a few millivolts and the results, due to a strong external field, can be visibly deviated.

The calculated results for the screen, obtained by applying the approximate algorithm practically coincide with accurate algorithm ones, and show small deviation for outside the screen in the screen edge vicinity — see curve 3 in Fig. 3.

A good agreement of the calculated results with the experiments has been obtained also for the both components of the magnetic field — tangential H_x — Fig. 4, and normal H_z — Fig. 5. The measurements were carried out at a height of 3 mm above the screen

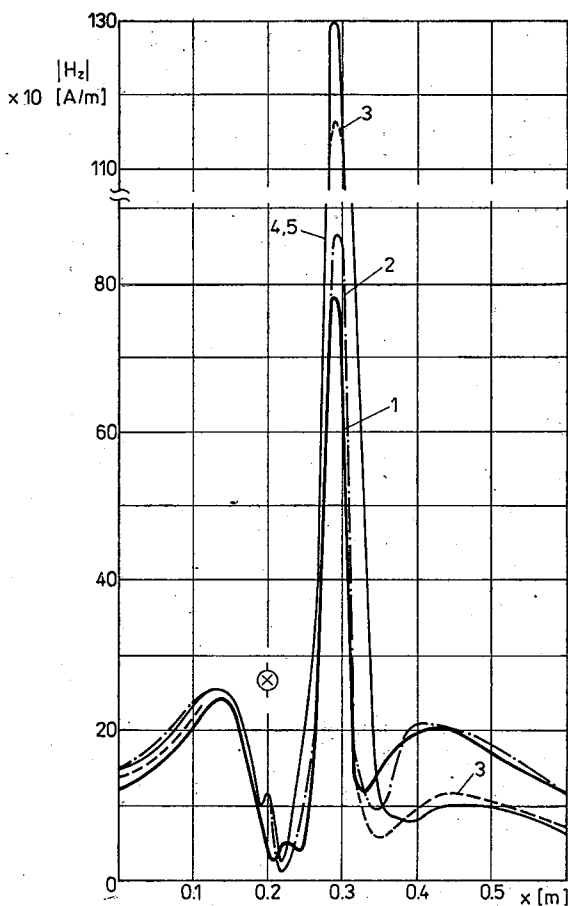


Fig. 5. Distribution of the normal component of the magnetic field strength — H_z in the vicinity of the screen and steel surfaces. Arrangement data and designations — see Fig. 4. For the applied scale curves 4 and 5 are in line for $|x| \leq a$.

surface by means of miniature measuring coils, the voltage of which was recorded continuously. The measured distributions of $H_x(x)$ and $H_z(x)$ for the regions characterized by a rapid change in the field intensity (the screen edge) are „smoother” than the real ones due to finite dimensions of the coils. In Figs. 4 and 5 the distributions of H_x and H_z calculated for the screen surface ($z = d^*$) and the steel plate surface ($z = 0$) are also presented. They differ greatly from those calculated above metal surface.

6. EFFECT OF ARRANGEMENT PARAMETERS ON THE ELECTROMAGNETIC FIELD AND STRAY LOSSES

Effect of a conducting screen is essentially an effect of currents induced within its body volume. In consequence an external magnetic flux is displaced and forced to close its paths through a free-space or, in presence of a partial screen, through an unscreened

region of a steel wall. The resultant magnetic flux, obtained by modelling of a d.c. flow field on a conducting paper¹⁾, is plotted in Fig. 6 (for an arrangement without a screen and with a screen of variable width). The visible effect of the conducting screen width on the electromagnetic field and consequently on the stray loss and local overheating can be easily concluded from Fig. 6.

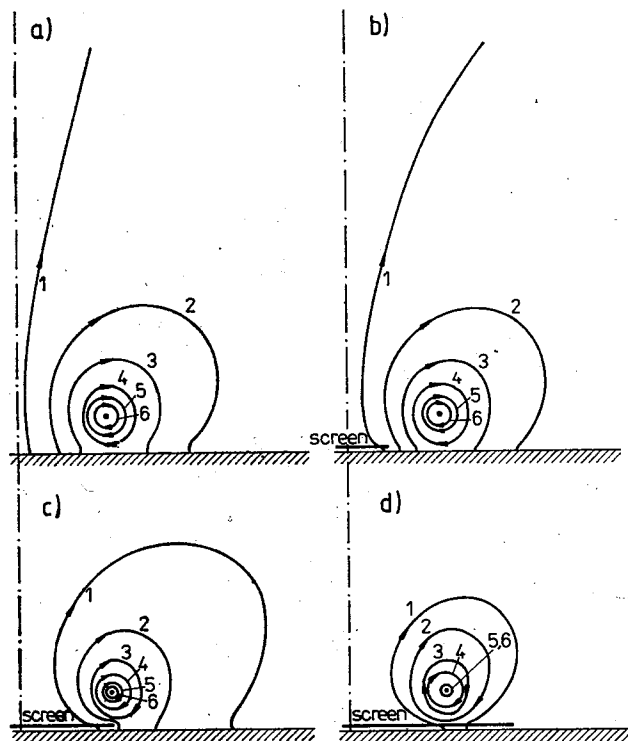


Fig. 6. Equipotential lines of the field of flow, representing the magnetic flux pattern for the arrangement presented in Fig. 1, obtained on a conducting paper from the model; a) without the screen; b), c), d) for different screen widths. The axis of symmetry represents the potential of 50% whereas the current-carrying conductor axis represents the potential of 100%. Lines represent: 1 — 55%, 2 — 60%, 3 — 65%, 4 — 70%, 5 — 75%, 6 — 80%.

It is especially important for the screen end regions where the concentration of the magnetic field components, both tangential and normal, is particularly pronounced. A more precise analysis has been carried out basing on the calculation of a number of variants on a digital computer. The calculated results presented in Figs. 7, 8, 9 and 10 correspond very well to the flux pattern given in Fig. 6.

The normal component of the magnetic field strength on the screen wall surface — Fig. 7 (for the screened region $H_z(x, 0)$ is practically equal to $H_z(x, d^*)$ due to the screen being „transparent” for the power frequency field²⁾) is characterized by considerable

¹⁾ The measurement has been carried out by Z. Janicki, M. Sc. E. E. from Transformer Testing Dept. of Institute of Power.

²⁾ For the arrangement under analysis the screen is a so called „open” screen — terminology used in [3].