

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

KWARTALNIK
ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI

ELECTRONICS AND
TELECOMMUNICATIONS
QUARTERLY

TOM 44 — ZESZYT 1



WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN
WARSZAWA 1998

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący

prof. dr hab. inż. ALFRED ŚWIT
członek rzeczywisty PAN

Członkowie

prof. dr hab. inż. DANIEL JÓZEF BEM — czł. koresp. PAN, prof. dr hab. inż. MICHAŁ BIAŁKO — czł. koresp. PAN, prof. dr hab. inż. STEFAN HAHN — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ HAŁAS, prof. dr inż. ZDZISŁAW KACHLICKI, prof. dr hab. inż. WŁADYSŁAW MAJEWSKI, prof. dr hab. inż. JÓZEF MODELSKI, prof. dr inż. JERZY OSIOWSKI, prof. dr inż. WITOLD ROSIŃSKI — czł. rzecz. PAN, prof. dr hab. inż. STEFAN WĘGRZYN — czł. rzecz. PAN, prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI — czł. koresp. PAN, prof. dr inż. ANDRZEJ ZIELIŃSKI, prof. dr inż. MARIAN ZIENTAŁSKI

REDAKCJA

Redaktor Naczelny

prof. dr hab. inż. WIESŁAW WOLIŃSKI

Zastępca Redaktora Naczelnego

doc. dr inż. KRYSTYN PLEWKO

Sekretarz Odpowiedzialny

mgr KRYSTYNA LEŁAKOWSKA

ADRES REDAKCJI

00-665 Warszawa, ul. Nowowiejska 15/19 Politechnika, pok. 470
Instytut Telekomunikacji, Gmach im. prof. JANUSZA GROSZKOWSKIEGO

Dyżury Redakcji: środy i piątki, godz. 14–16
tel/fax (0-22) 660 77 37, 825 29 18 + aut. sekr.

Telefony domowe: Redaktora Naczelnego: 12 17 65

Zastępcy Red. Naczelnego: 826 83 41

Sekretarza Odpowiedzialnego: 825 29 18

WYDAWNICTWO NAUKOWE PWN

Warszawa, ul. Miodowa 10

Ark. wyd. 10,00 Ark. druk. 8,75

Podpisano do druku we wrześniu 1998 r.

Papier offsetowy kl. III 70 g. B-1

Druk ukończono

1998 r.

Skład: *Amel*, Warszawa

Druk i oprawa: Drukarnia Braci Grodzickich, Żabieniec, ul. Przelotowa 7

Szanowni Autorzy

„Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji” — Electronics and Telecommunications Quarterly jest kontynuatorem tradycji powstałego 44 lata temu kwartalnika p.t. „Rozprawy Elektrotechniczne”.

Kwartalnik jest czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk. Wydawany jest przez Wydawnictwo Naukowe PWN SA w Warszawie. Kwartalnik jest czasopismem naukowym, na którego łamach są publikowane artykuły i komunikaty prezentujące wyniki oryginalnych prac teoretycznych i doświadczalnych, a także przeglądowych. Związane są one z szeroko rozumianymi dziedzinami współczesnej elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej.

Autorami publikacji są wybitni naukowcy, znani specjaliści o wieloletnim doświadczeniu, a także młodzi badacze — głównie doktoranci.

Artykuły charakteryzują się oryginalnym ujęciem zagadnienia, interesującymi wynikami badań, krytyczną oceną teorii lub metod, omówieniem aktualnego stanu, lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówieniem perspektyw rozwojowych. Sposób pisania matematycznej części artykułów zgodny jest z wytycznymi IEE (International Electronics Commission) oraz ISO (International Organization of Standardization).

Wszystkie publikowane w Kwartalniku artykuły są recenzowane przez znanych krajowych specjalistów, co zapewnia że publikacje te są uznawane jako autorski dorobek naukowy. Opublikowanie w kwartalniku wyników prac naukowych zrealizowanych w ramach „GRANTów” Komitetu Badań Naukowych spełnia więc jeden z wymogów stawianych tym pracom.

Czasopismo dociera do wszystkich zajmujących się elektroniką i telekomunikacją krajowych ośrodków naukowych oraz technicznych a także szeregu instytucji zagranicznych. Jest ponadto prenumerowane przez liczne grono specjalistów i biblioteki.

Każdy Autor otrzymuje bezpłatnie 20 egzemplarzy nadbitek swojego artykułu, co ułatwia przesłanie go do indywidualnie wybranych przez Autora osób i instytucji w kraju, lub za granicą. Ułatwia to dodatkowo fakt, że w Kwartalniku mogą być publikowane artykuły w języku angielskim.

Nadesłane do redakcji artykuły są publikowane w terminie około pół roku, w przypadku sprawnej współpracy Autora z redakcją. Wytyczne dla Autorów dotyczące formy publikacji są zamieszczone w zeszytach Kwartalnika. Można je także otrzymać w siedzibie redakcji.

Artykuły można dostarczać osobiście lub pocztą pod adresem zamieszczanym na stronie redakcyjnej w każdym zeszycie.

Redakcja

Prosty układ synchronizacji systemów ze zwielokrotnieniem kodowym

JERZY SIUZDAK, KRZYSZTOF HOLEJKO

Instytut Telekomunikacji, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1997.08.20

Autoryzowano 1997.12.20

Zaprezentowano prosty układ synchronizacji oparty na pętli fazowej ze specjalnym detektorem i celowo rozstrojonymi generatorami w stacji nadrzędnej i synchronizowanej. Może on znaleźć zastosowanie w synchronizacji systemów ze zwielokrotnieniem kodowym i systemów z rozproszonym widmem wszędzie tam, gdzie czas dochodzenia do synchronizmu nie jest wielkością krytyczną. Określono zależność podstawowych parametrów, takich jak czas dochodzenia do synchronizmu, od parametrów podukładów pętli fazowej. Analiza została potwierdzona praktycznie w modelu systemu CDMA.

Słowa kluczowe: układy synchronizacji, system CDMA, detektory.

1. WSTĘP

W odróżnieniu od systemów z podziałem czasowym lub częstotliwościowym, gdzie wspólny kanał jest dzielony częstotliwościowo lub czasowo, w systemach ze zwielokrotnieniem kodowym CDM (ang. *code division multiplexing*), wszystkie kanały wykorzystują jednocześnie to samo pasmo częstotliwości. W najprostszym przypadku zwielokrotnienie jest osiągnięte przez przyporządkowanie każdej parze nadajnik – odbiornik jej indywidualnego kodu. Kod ten następnie jest splatany w nadajniku z wysyłanymi danymi. Odbiornik może zidentyfikować przeznaczony dla niego sygnał, jeśli generowany przez niego kod jest identyczny z kodem nadajnika, a ponadto oba kody są zsynchronizowane. Ten ostatni warunek oznacza, że odbiornik generuje synchronicznie (bez przesunięcia czasowego) kod identyczny do kodu odbieranego sygnału.

Najbardziej rozpowszechnione systemy zwielokrotnienia kodowego wykorzystują mnożenie strumienia danych przez binarną sekwencję pseudoprzypadkową,

która jest różna dla każdej pary nadajnik — odbiornik. Noszą one nazwę systemów z bezpośrednią sekwencją (ang. DS — *direct sequence*). W nadajniku sygnał danych $d(t)$ jest mnożony przez kodową sekwencję pseudoprzypadkową $s(t)$ przyjmującą wartości $-1/+1$. W odbiorniku zmodulowany sygnał jest mnożony przez tę samą zsynchronizowaną sekwencję binarną $s(t)$. Zatem sygnał odbierany przy braku zakłóceń $d'(t)$ wyraża się wzorem $d'(t) = d(t) \cdot s^2(t) = d(t)$, czyli odpowiada wysyланym danym. Zazwyczaj czas trwania bitu sekwencji pseudo-przypadkowej t_{chip} , zwany *chipem*, jest znacznie krótszy od czasu trwania jednego bitu informacyjnego T_b . W związku z tym widmo sygnału zmodulowanego sekwencją pseudoprzypadkową jest znacznie szersze od widma sygnału danych z tego względu tego rodzaju systemy transmisyjne noszą nazwę systemów z rozproszonym widmem. Miarą zwiększenia szerokości widma transmitowanego sygnału (jego rozproszenia) jest stosunek $L = T_b/t_{\text{chip}}$. Na pierwszy rzut oka rozszerzenie widma transmitowanego sygnału wydaje się niekorzystne, gdyż zwiększa zakres zajmowanych częstotliwości. Okazuje się jednak, że ma ono również i zalety. Przede wszystkim utrudnia ono wykrycie i rozmyślnie zakłócenie transmisji (ang. *jamming*). Z tego względu systemy z rozproszonym widmem są stosowane powszechnie w technice wojskowej. Ponadto są one odporne na interferencję międzysymbolową spowodowaną wielotorowością rozchodzenia się fal radiowych, co pozwala na ich zastosowanie w najnowszych systemach telefonii komórkowej. Modulacja bezpośrednią sekwencją nie jest jedyną możliwością uzyskania systemu z rozproszonym widmem. Inną często spotykaną techniką jest tzw. system ze skaczącą częstotliwością (ang. FH — *frequency hopping*). W tym przypadku częstotliwość fali nośnej sygnału jest zmieniana w sposób pseudo-przypadkowy zgodnie z ustalonym algorytmem, co prowadzi również do rozszerzenia widma.

Z wykorzystaniem transmisji ze zwielokrotnieniem kodowym związane są istotne problemy. Pierwszym z nich jest tzw. problem bliski/daleki (ang. *near-far*). Nie występuje on przy transmisji między dwoma punktami, gdzie wszystkie nadajniki są położone jednakowo daleko od odbiornika. Natomiast nabiera znaczenia w systemach wielodostępnych, gdzie odległości rozmaitych nadajników są różne, a zatem i moce sygnałów od nich pochodzących mogą znacznie się różnić.

Zagadnienie polega na tym, że nadajnik położony blisko odbiornika będzie zakłócał daleki nadajnik, z którego chcemy odebrać dane. Przyczyną jest to, że przy zwielokrotnieniu kody używane przez różne nadajniki są tylko w przybliżeniu ortogonalne i dają niezerowe korelacje skrośne, co może wręcz uniemożliwić poprawną pracę odbiornika przy dużych poziomach mocy sygnału zakłócającego. następnym problemem jest wybór odpowiednich sekwencji pseudoprzypadkowych; funkcja autokorelacji każdej sekwencji musi mieć jedno wyraźne maksimum, a korelacja skrośna pomiędzy różnymi sekwencjami powinna być jak najmniejsza. Do sekwencji kodowych o najlepszych właściwościach należą tzw. kody Golda i Kasami. Jeśli przez k_{max} oznaczymy maksymalną wartość znormalizowanej korelacji skrośnej dwóch kodów pseudoprzypadkowych należących do tej samej rodziny

M kodów, a przez N — długość sekwencji kodowej, to jest spełniona nierówność (Welcha'a) [1]

$$k_{\max} \geq \sqrt{\frac{M-1}{MN-1}} \approx \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (1)$$

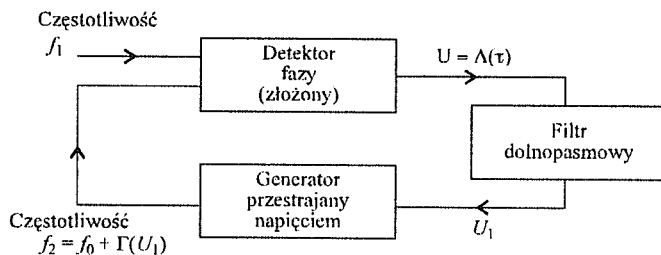
Stąd wynika konieczność stosowania długich sekwencji kodowych dla minimalizacji korelacji skróśnej. Takie długie sekwencje utrudniają synchronizację odbiornika do nadawanego kodu. Ponadto w wielu praktycznych systemach CDM czas trwania bitu danych obejmuje jedynie część sekwencji pseudoprzypadkowej. W tym przypadku istotna jest nie tyle sama funkcja korelacji skróśnej, co korelacja skróśna liczona za czas bitu informacyjnego i ona powinna być minimalizowana.

Jak już wspomnieliśmy jedną z zasadniczych trudności w realizacji systemów z podziałem kodowym jest złożony układ synchronizacji kodów. Przykłady takich układów podane są w pracy [2]. Poniżej prezentujemy stosunkowo prosty układ synchronizacji zastosowany w opracowanym w Instytucie Telekomunikacji PW systemie łączności na podczerwieni przeznaczonym do pracy wewnątrz pomieszczeń, w którym wykorzystano właśnie transmisję z podziałem kodowym [3]. Układ bazuje na stosunkowo prostej pętli fazowej w synchronizowanej stacji, w której celowo rozstrojono przestrajany generator w stosunku do generatora stacji nadrzędnej. Okazuje się bowiem, że przy rozstrojeniu zawierającym się w określonych granicach możliwe jest pewne uzyskanie synchronizacji w tym niezbyt złożonym układzie. W dalszej części niniejszej pracy omówimy budowę układu i dokonamy analizy jego działania.

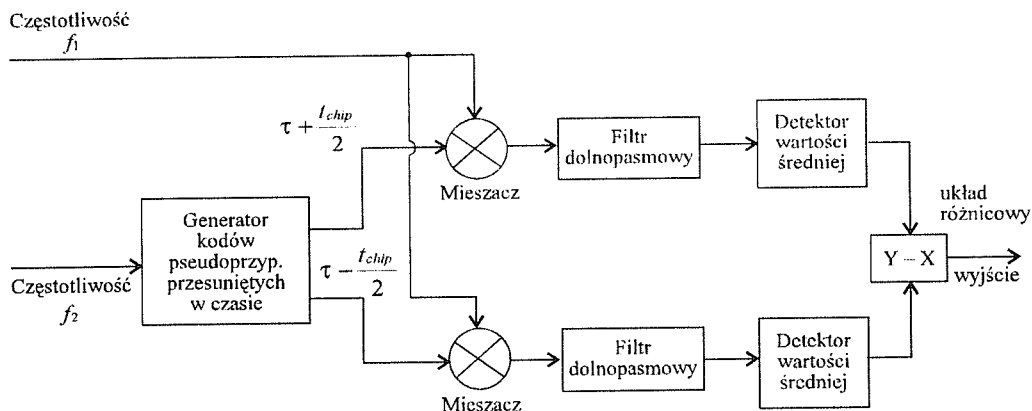
2. BUDOWA I DZIAŁANIE UKŁADU

Schemat blokowy układu przedstawiono na rys. 1. W zasadzie jest to typowa pętla fazowa, w której można wyróżnić trzy główne bloki:

- detektor fazy,
- filtr dolnopasmowy,
- generator przestrajany napięciem.

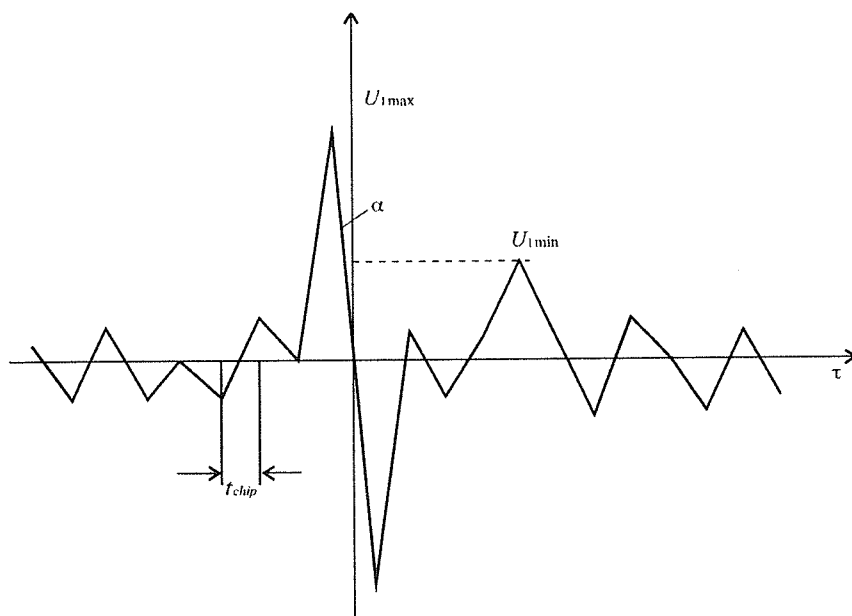


Rys. 1. Schemat blokowy układu



Rys. 2. Schemat blokowy złożonego detektora fazy

Zasadnicza różnica między układem a standardową pętlą fazową leży w nietypowym detektorze fazy, który w rzeczywistości jest złożonym układem przedstawionym na rys. 2, składającego się z generatora kodów pseudoprzypadkowych, dwóch mieszaczy, filtrów, detektorów wartości średniej oraz wzmacniacza różnicowego. Generator kodów pseudoprzypadkowych generuje co najmniej dwie sekwencje pseudoprzypadkowe przesunięte w czasie o t_{chip} . Zasada pracy typowej pętli fazowej jest znana [4] i nie będziemy jej tutaj powtarzać. Omawiany układ różni się od

Rys. 3. Przykładowa zależność sygnału na wyjściu detektora fazy A od przesunięcia czasowego sygnałów wejściowych τ

standardowej pętli fazowej tym, że zastosowany tu detektor fazy daje na wyjściu sygnał istotnie różny od zera jedynie przy nieznacznym przesunięciu czasowym pomiędzy synchronizowanymi sekwencjami kodowymi, podczas gdy w standardowej pętli fazowej detektor fazy daje niezerowe wyjście dla różnych przesunięć fazy. Przykładową charakterystykę detektora pokazano na rys. 3. Wynika stąd, że w odróżnieniu od standardowych pętli fazowych, zastosowany detektor fazy nie jest w stanie w znaczącym stopniu przestroić generatora, chyba że obydwie sygnały znajdują się blisko synchronizmu. Dlatego w zastosowanym układzie dochodzenie do synchronizmu zachodzi na zasadzie zdudniania częstotliwości, a nie jest wymuszane przez detektor fazy jak w standardowej pętli. W tym celu częstotliwości generatora nadrzędnego i podrzędnego są celowo nieznacznie różne.

3. RÓWNANIA UKŁADU SYNCHRONIZACJI

Niech częstotliwości drgań w nadajniku i odbiorniku będą odpowiednio f_1 i f_2 , zaś całkowita długość sekwencji kodowej niech wynosi N . Okresy powtarzania ciągu kodowego wynoszą wtedy odpowiednio:

dla nadajnika

$$T_n = \frac{N}{f_1}, \quad (2)$$

dla odbiornika

$$T_o = \frac{N}{f_2}. \quad (3)$$

Charakterystyka detektora $A(\tau)$ jest funkcją opóźnienia czasowego τ między dwoma przebiegami. Jest ona funkcją okresową z okresem podstawowym równym

$$T \approx T_n \approx T_o. \quad (4)$$

Przebieg funkcji $A(\tau)$ zależy od postaci sygnałów wejściowych, a jej przykładowy wygląd dla niewielkich wartości parametru τ pokazano na rys. 3.

W przypadku jednego, dopasowanego do odbiornika kodu na wejściu i braku szumów ma ona postać

$$A(\tau) = U_{\max} [R(\tau + t_{\text{chip}}/2) - R(\tau - t_{\text{chip}}/2)], \quad (5)$$

gdzie $R(\tau)$ jest funkcją autokorelacji kodu unormowaną do jedności, $U_{\max}$ — maksymalną wartością napięcia z detektora, zaś t_{chip} — czasem trwania pojedynczego bitu sekwencji kodowej.

W przypadku M kodów na wejściu, z których tylko jeden jest dopasowany do odbiornika, i braku szumów, funkcja $A(\tau)$ przybiera postać

$$A(\tau) = aU_{\max} [C(\tau + t_{\text{chip}}/2) - C(\tau - t_{\text{chip}}/2)], \quad (6)$$

Tutaj $C(\tau)$ jest sumą autokorelacji $R(\tau)$ i korelacji skrośnych $K_j(\tau)$ między kodami:

$$C(\tau) = R(\tau) + \sum_{j=1}^{M-1} K_j(\tau). \quad (7)$$

Korelacje skrośne są unormowane podobnie jak $R(\tau)$, ale ich wartość maksymalna nie jest równa jedności, ale odpowiednio mniej. Współczynnik a maleje wraz ze wzrostem liczby kodów M . Jeśli przyjmie się, że układ ARW (automatycznej regulacji wzmocnienia) zapewnia stałą sumę mocy wszystkich sygnałów i szumu, przy M jednakowych sygnałach ich amplitudy maleją $\sqrt{M}$ krotnie i wówczas $a = 1/\sqrt{M}$. Znajduje to proporcjonalne odzwierciedlenie w charakterystyce detektora, gdyż jest on układem quasi liniowym (z wyjątkiem mieszaczy). Jednakże możliwe jest również inne rozwiązanie układu ARW, w którym $a = 1/M$.

W przypadku obecności szumów, jeśli przyjmie się, że układ ARW zachowuje stałą wartość sumy mocy sygnału s^2 i mocy szumu n^2 , to

$$s^2 + n^2 = s^2(1 + 1/\text{SNR}) = \text{const.} \quad (8)$$

Tutaj SNR jest stosunkiem mocy sygnału do mocy szumu $\text{SNR} = s^2/n^2$. Z wyrażenia (8) wynika, że w przypadku obecności szumów wartość maksymalna funkcji $A(\tau)$ maleje, a cała funkcja powinna być przeskalowana przez czynnik

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\text{SNR}}}}. \quad (9)$$

Przyjmijmy oznaczenia takie, jak na rys. 1. Niech charakterystyka przestrajania generatora będzie dana zależnością

$$f_2 = f_0 + \Gamma(u_1), \quad (10)$$

gdzie funkcja Γ jest pokazana na rys. 4.

Z kolei jeśli filtr w pętli jest filtrem dolnopasmowym RC, to związek między sygnałami na wejściu i wyjściu filtru jest następujący

$$u = u_1 + \frac{1}{2\pi f_{\text{gr}}} \frac{du_1}{dt}, \quad (11)$$

gdzie

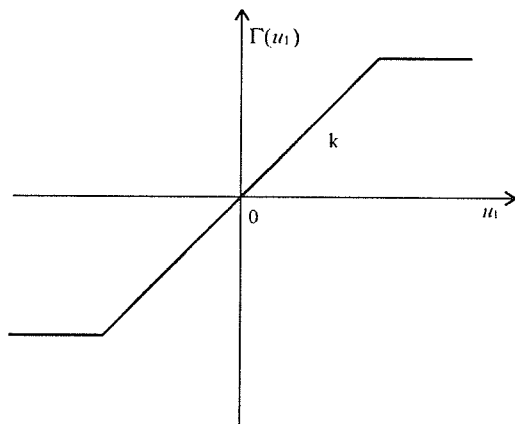
$$f_{\text{gr}} = \frac{1}{RC}. \quad (12)$$

Mamy ponadto

$$u = A(\tau) \quad (13)$$

oraz

$$\tau = \frac{2\pi}{N} \int_0^t (f_2 - f_1) dt - 2\pi \frac{\tau(0)}{T}. \quad (14)$$

Rys. 4. Charakterystyka przestrajania generatora Γ

Podstawiając wzór (10) do (14) dostajemy

$$\tau = \frac{2\pi}{N} \Delta f t + \frac{2\pi}{N} \int_0^t \Gamma(u_1) dt - 2\pi \frac{\tau(0)}{T}, \quad (15)$$

gdzie $\Delta f = f_0 - f_1$ jest odstrojeniem częstotliwości. Z kolei uwzględnienie zależności (11) we wzorze (13) daje

$$A(\tau) = u_1 + \frac{1}{2\pi f_{gr}} \frac{du_1}{dt}. \quad (16)$$

Łącząc (15) i (16) dostajemy ostatecznie

$$A \left[\frac{2\pi}{N} \Delta f t + \frac{2\pi}{N} \int_0^t \Gamma(u_1) dt - 2\pi \frac{\tau(0)}{T} \right] = u_1 + \frac{1}{2\pi f_{gr}} \frac{du_1}{dt}. \quad (17)$$

Jest to nieliniowe równanie różniczkowo-całkowe, które w ogólnym przypadku może być rozwiązane jedynie numerycznie.

W rozważaniach pominięto (z wyjątkiem wpływu na funkcję A) oddziaływanie szumów na pracę pętli. Przyczyną jest bardzo wąskie pasmo przepustowe filtra w pętli (w rozwiązaniu praktycznym ~ 20 Hz), który uśrednia szumy.

Zajmiemy się teraz przybliżonym rozwiązaniem równania (17). Przeanalizujemy je w dwóch przypadkach:

1. W pierwszym przypadku założymy, że czasy dochodzenia do synchronizmu w pętli są znacznie większe aniżeli stała czasowa filtra w pętli. Było to obserwowane w realizacji praktycznej, gdzie czasy dochodzenia do synchronizmu są rzędu 1 s

i więcej. W tym przypadku można pominąć różniczkę po prawej stronie wzoru (17).

Zastanówmy się teraz, co dzieje się w takiej pętli przy dochodzeniu do synchronizmu. Jeżeli jest spełniony warunek

$$|\Gamma(u_1)| \ll \Delta f \quad (18)$$

oznaczający brak możliwości przestrojenia pętli dla uzyskania synchronizacji, to wówczas wielkość napięcia u_1 wyraża się wzorem przybliżonym

$$u_1 \approx \Lambda \left(\frac{2\pi}{N} \Delta f t - 2\pi \frac{\tau(0)}{T} \right). \quad (19)$$

Innymi słowy wartość tego napięcia jest równa odpowiednio przeskalowanej funkcji korelacji $\Lambda(\cdot)$ (charakterystyce detektora). Takie przebiegi napięcia sterującego generatorem był obserwowany w rzeczywistości. Pokazano to na rys. 5, na którym zamieszczono dwa przebiegi na oscyloskopie cyfrowym przy dochodzeniu układu do synchronizmu (lewa strona wykresu). Różnice między przebiegami wynikają z procesu próbkowania w oscyloskopie cyfrowym.

Jeżeli jest spełniony warunek

$$\max |\Gamma(u_1)| > \Delta f \quad (20)$$

możliwe jest osiągnięcie synchronizmu przez pętlę. Proces zostaje zapoczątkowany w momencie czasu, kiedy możliwy do spełnienia jest warunek

$$\Gamma \left[\Lambda \left(\frac{2\pi}{N} \Delta f t - 2\pi \frac{\tau(0)}{T} \right) \right] > \Delta f. \quad (21)$$

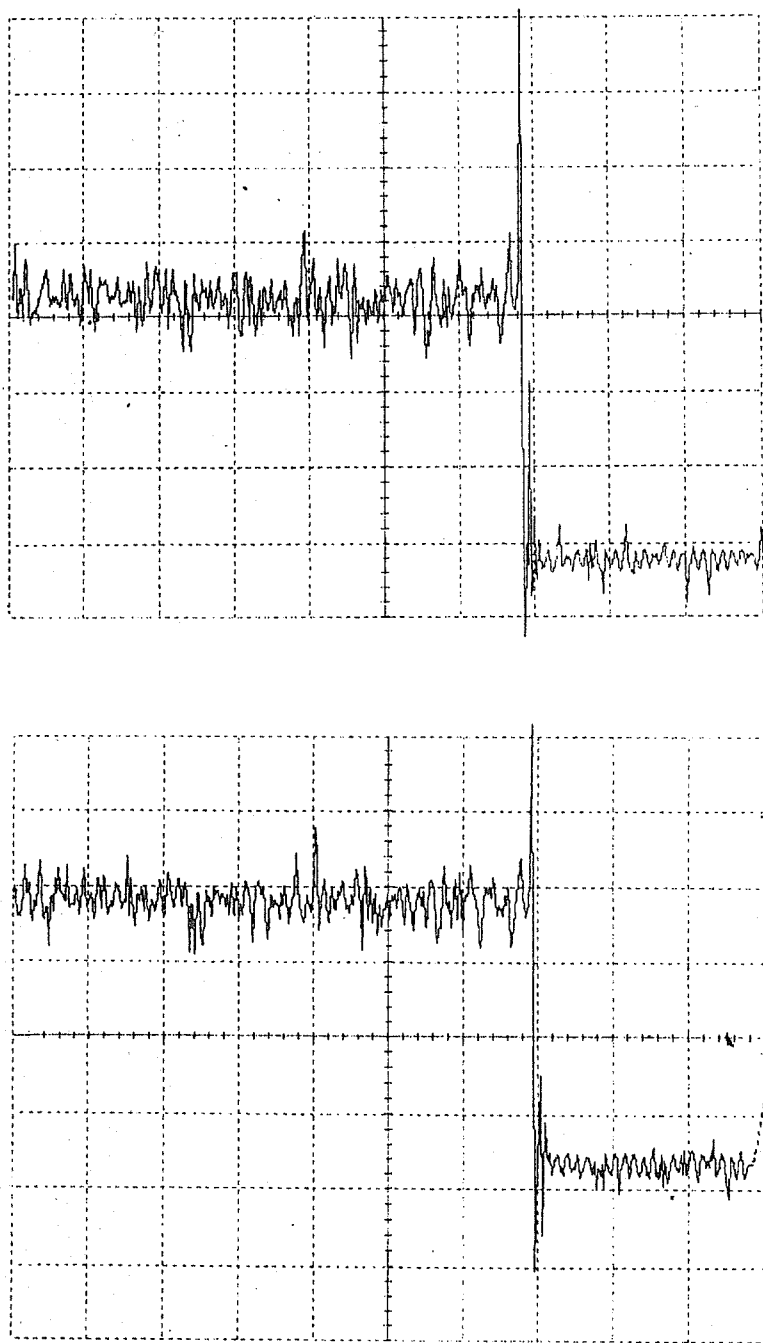
W przypadku, kiedy funkcja korelacji Λ ma tylko jedno maksimum spełniające warunek (21), osiągane jest ono dla w przybliżeniu $(\pm t_{\text{chip}}/2)$ zerowego argumentu i przybliżony czas dochodzenia do synchronizmu t_{synch} można wyznaczyć przyrównując argument funkcji we wzorze (21) do zera. Otrzymujemy wtedy

$$t_{\text{synchr}} = \frac{\tau(C)N}{T\Delta f}, \quad (22)$$

co daje maksymalną wartość czasu dochodzenia do synchronizmu dla $\tau(0) \approx T$. Jest ona równa

$$t_{\text{synchr}} = \frac{N}{\Delta f}. \quad (23)$$

Odpowiada to najgorszemu przypadkowi, kiedy kody są tak ustawione, że przy przesuwaniu się jednego kodu względem drugiego wskutek rozstrojenia częstotliwości, korelacja zachodzi dopiero na samym końcu tego procesu. Jeśli więcej różnych miejsc funkcji korelacji spełnia warunek (20), to pętla może osiągnąć synchronizm w tych punktach. Dzieje się tak, gdy funkcja korelacji ma duże wartości korelacji



Rys. 5. Przebiegi na oscyloskopie cyfrowym przy dochodzeniu układu do synchronizmu. Pewne nieznaczne rozbieżności w przebiegach są związane z procesem próbkowania w oscyloskopie cyfrowym

poza głównym maksimum (np. dla krótkich kodów — patrz równ. (1)). Jest to oczywiście niekorzystne, gdyż daje to fałszywą synchronizację w nieprzewidzianych miejscach. Warunek na poprawną synchronizację ma postać (patrz oznaczenia na rys. 3):

$$\Gamma(u_{1\min}) < \Delta f < \Gamma(u_{1\max}). \quad (24)$$

W stanie ustalonym u_1 jest wielkością stałą. Z wzoru (17) wynika, że wówczas wartość argumentu funkcji Λ musi być wielkością stałą, co pociąga za sobą warunek

$$\Gamma(u_1) = -\Delta f, \quad (25)$$

z którego można wyznaczyć wartość u_1 . Stąd zresztą wynikają warunki synchronizacji (20), (24).

W pobliżu wartości u_1 odpowiadającej stanowi równowagi można zlinearyzować równanie (17). Przy podobnych jak poprzednio założeniach (pominiecie członu z f_{gr}), dokonaniu linearyzacji i obustronnym zróżniczkowaniu otrzymujemy zależność

$$\frac{2\pi\alpha}{N}(\Delta f - ku_1) = \frac{du_1}{dt}, \quad (26)$$

gdzie k jest nachyleniem funkcji Γ , zaś α — nachyleniem funkcji Λ . Rozwiązaniem tego równania jest funkcja

$$u_1(t) = \left[u_1(C) - \frac{\Delta f}{k} \right] \exp(-2\pi\alpha t/N) + \frac{\Delta f}{k}. \quad (27)$$

Wielkość $N/2\pi\alpha$ jest stałą czasową układu synchronizacji, zaś systematyczny błąd śledzenia pętli δ można wyznaczyć z zależności

$$\Lambda(\delta) = u_1 = \frac{\Delta f}{k} \quad (28)$$

stąd

$$\delta = \frac{\Delta f}{\alpha k}. \quad (29)$$

Wzór (27) sugeruje monotoniczne dochodzenie do synchronizmu; w rzeczywistości filtr w pętli był wyższego rzędu i pętla dochodziła do synchronizmu w sposób oscylacyjny, tak jak pokazano na rys. 4.

2. Jeżeli z kolei założymy, że

$$\frac{1}{2\pi f_{gr}} \frac{du_1}{dt} \gg u_1, \quad (30)$$

czyli że filtr ma bardzo dużą stałą czasową (jest zastąpiony układem całkującym), to wtedy zgodnie z warunkiem (18) równanie (17) przyjmuje postać

$$u_1 = 2\pi f_{gr} \int_0^t A \left(\frac{2\pi}{N} \Delta f t - 2\pi \frac{\tau(0)}{T} \right) dt. \quad (31)$$

Ponieważ średnia wartość funkcji A poza maksimum jest zbliżona do zera więc podobnie jak w poprzednim przypadku u_1 może przyjmować wartości istotnie różne od zera jedynie w pobliżu maksimum/minimum funkcji A . Oznacza to, że w praktyce tylko wtedy generator może być przestrajany. Zatem i w tym przypadku zależności (22) i (23) określające czas dojścia do synchronizmu są prawdziwe. Maksymalne przestrojenie generatora zachodzi dla ekstremalnej wartości u_1 , która ze względu na całkę w równ. (31) jest równa polu trójkąta o wysokości $u_{1\max}$ (patrz rys. 3). Natomiast podstawa tego trójkąta jest równa czasowi przechodzenia przez część charakterystyki o długości podstawy tego trójkąta. W przypadku stałego rozstrojenia częstotliwości Δf czas ten jest równy $\Delta t = 1,5 T/N = 1,5/\Delta f$. Należy jednakże pamiętać, że w trakcie dostrajania, wartość różnicy częstotliwości zmienia się od Δf do 0 (jeśli udało się osiągnąć synchronizm). Zatem przyjmując $\Delta f/2$ jako średnia różnicę częstotliwości mamy $\Delta t = 3/\Delta f$, zaś wartość u_1 wynosi

$$u_1 = 3\pi f_{gr} u_{1\max}/\Delta f. \quad (32)$$

Zatem w tym przypadku osiągnięcie synchronizacji jest możliwe, jeśli (20)

$$\Gamma(1,5 f_{gr} u_{1\max}/\Delta f) > \Delta f > \Gamma(3\pi f_{gr} u_{1\min}/\Delta f). \quad (33)$$

Jeżeli przyjmiemy, że $u_{1\max}$ odpowiada maksymalnemu przestrojeniu generatora VCO $\Delta f_{\max}$, to wtedy z zależności (33) wynika, że dopuszczalne maksymalne rozstrojenie częstotliwości Δf jest równe

$$\Delta f = \begin{cases} \sqrt{1,5 \Delta f_{\max} f_{gr}} & \text{dla } \Delta f > 3\pi f_{gr} \\ \Delta f_{\max} & \text{dla } \Delta f < 3\pi f_{gr} \end{cases} \quad (34)$$

Interpretacja zależności (34) jest dosyć prosta. Przy rozstrojeniach Δf nie przekraczających pasma filtru w pętli ($\Delta f < 3\pi f_{gr}$) filtr nie wpływa na proces dochodzenia do synchronizmu. W przeciwnym przypadku filtr ogranicza rozstrojenie częstotliwości, przy którym możliwe jest dojście do synchronizmu. Dla przykładu przyjmijmy, że tak jak wynosiło to w układzie praktycznym, pasmo filtru w pętli wynosi $2\pi f_{gr} = 20$ Hz, zaś maksymalne możliwe do osiągnięcia przestrojenie generatora jest rzędu 2000 Hz, wówczas (34) maksymalne rozstrojenie, przy którym możliwa jest synchronizacja wynosi 245 Hz. Zjawisko to było obserwowane w praktyce (rys. 6): przy odstrojeniach przekraczających 300 Hz osiągnięcie synchronizacji nie było możliwe.

Na zakończenie nadmienimy, że zastosowanie układu całkującego w pętli daje zerowy błąd śledzenia $\delta = 0$.

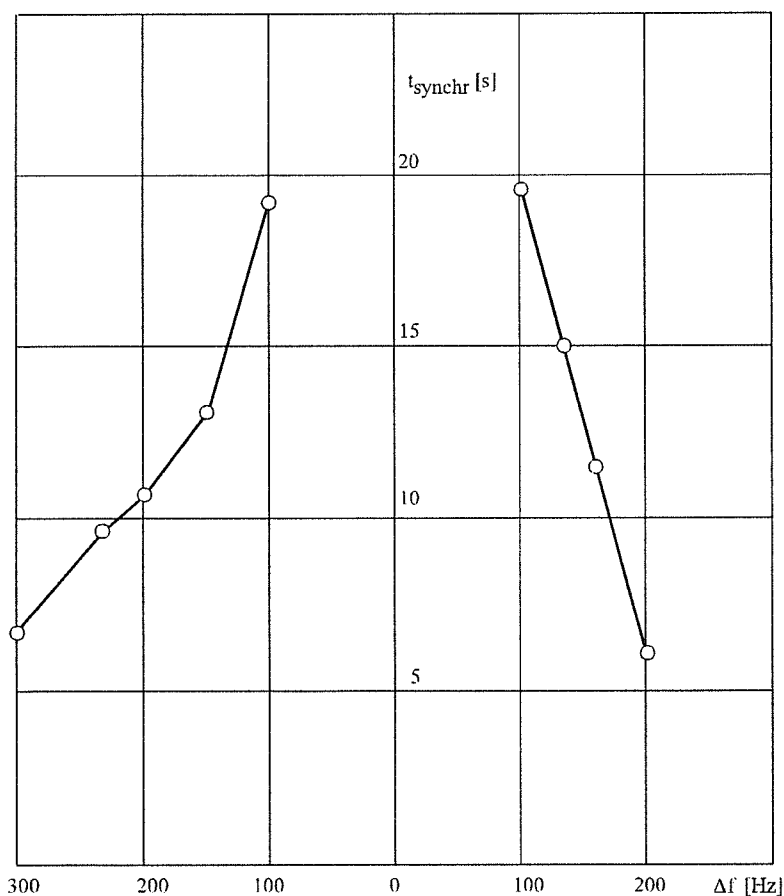
4. DYSKUSJA

Zjawiska omówione w części teoretycznej zostały zaobserwowane eksperymentalnie w transmisyjnym systemie CDM pracującym w podczerwieni [3]. Stwierdzono w szczególności:

a) wprost proporcjonalną do długości kodu N , a odwrotnie proporcjonalną do rozstrojenia częstotliwości Δf zależność czasu dochodzenia do synchronizmu t_{synch} , co jest zgodne ze wzorem (23); wyniki pomiarów t_{synch} w funkcji Δf pokazano na rys. 6, są one zgodne z przewidywaniami,

b) zaobserwowano fałszywe chwyty synchronizacji przy małych rozstrojeniach częstotliwości i brak możliwości zsynchronizowania układu przy dużych odstrojeniach częstotliwości, co jest zgodne z zależnością (24),

c) zależność napięcia przestrajania generatora przy dochodzeniu do synchronizmu zgodną z przebiegiem funkcji korelacji różnicowej Δ .



Rys. 6. Wyniki pomiaru zależności czasu dochodzenia do synchronizmu od odstrojenia częstotliwości dla $N = 2048$

Dla minimalizacji czasu dochodzenia do synchronizmu należałoby zwiększać rozstrojenie częstotliwości Δf . Jednak dowolne zwiększanie tej wielkości nie jest możliwe gdyż maksymalna wartość Δf jest ograniczona zakresem chwytania (24), a z drugiej strony większe odchylenie częstotliwości prowadzi do większych błędów śledzenia w stanie ustalonym (29). Stąd wartość Δf musi być dobrana na zasadzie kompromisu między tymi wielkościami. Drugą wielkością mającą wpływ na czas dochodzenia do synchronizmu jest długość pseudoprzypadkowego ciągu kodowego N : im większe N tym ten czas jest dłuższy. Niestety stosowanie krótkich kodów daje większe listki boczne funkcji korelacji i korelacji skróśnej (patrz wzór (1)), co ogranicza możliwy zakres odstrojeń Δf (wzór (24)) i nie pozwala na stosowanie krótkich kodów w praktyce.

PODSUMOWANIE

Zaprezentowano prosty układ synchronizacji oparty na pętli fazowej ze specjalnym detektorem i celowo rozstrojonymi generatorami w stacji nadrzędnej i synchronizowanej. Może on znaleźć zastosowanie w synchronizacji systemów ze zwielokrotnieniem kodowym i systemów z rozproszonym widmem wszędzie tam, gdzie czas dochodzenia do synchronizmu i nie jest wielkością krytyczną. Określono zależność podstawowych parametrów, takich jak czas dochodzenia do synchronizmu, od parametrów podukładów pętli fazowej. Analiza została potwierdzona praktycznie w modelu systemu CDMA.

BIBLIOGRAFIA

1. J.G. Proakis: Digital Communications McGraw Hill, New York 1989
2. R.C. Dixon: Spread Spectrum Systems with Commercial Applications John Wiley & Sons, New York 1994
3. K. Holejko, A. Marzecki, J. Siuzdak: Krajowe Sympozjum Telekomunikacji. Bydgoszcz, 10–12 września 1997, C-8.07, str. 357–365
4. W.C. Lindsey: Synchronization Systems in Communications and Control. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1972

J. SIUZDAK, K. HOLEJKO

A SIMPLE SYSTEM FOR CDM SYNCHRONIZATION

Summary

Presented is a simple synchronization system based on PLL with a special detector and detuned oscillators. It may be applied in CDM and spread spectrum systems if the acquisition time is not critical. Basic parameters of the system are derived. The analysis is confirmed by an infrared CDMA system model.

Key words: synchronization system, system CDMA, detectors.

Modyfikacja makromodeli wzmacniaczy operacyjnych

JÓZEF STANCLIK

Instytut Telekomunikacji i Akustyki, Politechnika Wrocławska

Otrzymano 1997.09.20

Autoryzowano 1998.01.23

W pracy została zaproponowana modyfikacja makromodeli wzmacniaczy operacyjnych, stosowanych w programie PSpice, polegająca na dodaniu sekcji mocy do standardowych modeli bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych oraz wzmacniaczy typu BiFET. Zmodyfikowane makromodele zapewniają uzyskanie prawidłowych przebiegów prądów pobieranych ze źródeł zasilających w zależności od napięcia wejściowego i rezystancji obciążenia. Struktura i wartości elementów sekcji mocy są takie same dla wzmacniaczy operacyjnych różnych typów i o różnym przeznaczeniu. Makromodele są szczególnie przydatne do symulacji komputerowej wzmacniaczy mocy złożonych ze wzmacniacza operacyjnego i tranzystorów. Są one wystarczająco dokładne i nadają się do typowych zastosowań praktycznych. W pracy zostały przedstawione struktury, sposób doboru parametrów i elementów, oraz weryfikacja makromodeli. Zostały również przytoczone przykłady potwierdzające przydatność praktyczną makromodeli.

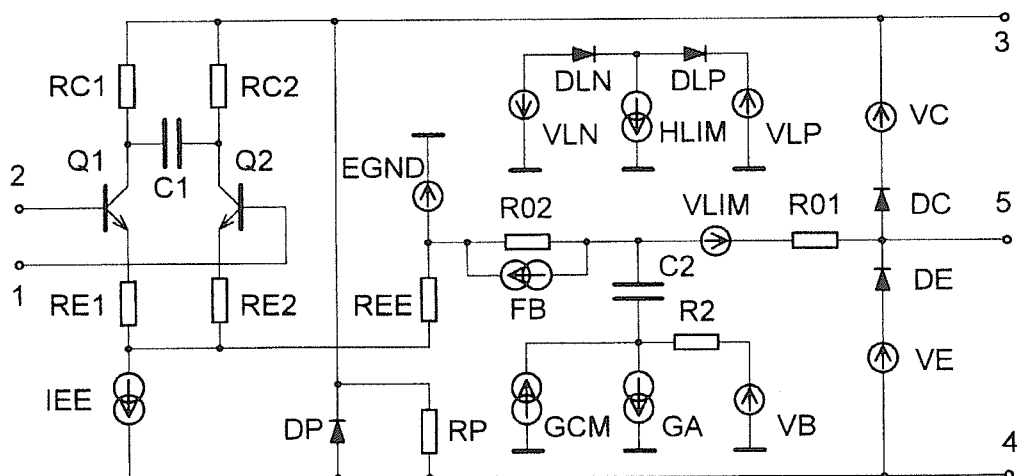
Słowa kluczowe: makromodel, wzmacniacz operacyjny, wzmacniacz mocy m.cz., program PSpice.

1. WPROWADZENIE

Makromodelem układu elektronicznego jest sieć elektryczna, która na zaciskach zewnętrznych modeluje ważne elektryczne właściwości układu oryginalnego z zadowalającą dokładnością, a której stopień złożoności jest mniejszy, niż stopień złożoności układu modelowanego. Zastosowanie makromodeli prowadzi do zmniejszenia rozmiaru sieci elektrycznej reprezentującej analizowany układ, a więc do skrócenia czasu obliczeń i obniżenia kosztów oraz do zmniejszenia problemów ze zbieżnością procedur numerycznych symulatorów układów elektronicznych, co jest szczególnie istotne przy projektowaniu na poziomie systemowym.

W skład urządzeń elektronicznych wchodzi często wzmacniacze operacyjne. Ich symulacja komputerowa jest na ogół możliwa, a programy obliczeniowe są wyposażone w odpowiednie biblioteki makromodeli. W przypadku programu PSpice są to biblioteki opracowane przez firmę MicroSim oraz biblioteki opracowane przez poszczególnych producentów układów scalonych [4], [5]. Do programu PSpice jest dołączony uzupełniający program identyfikacji modeli elementów elektronicznych PARTS, który umożliwia, między innymi, uzyskanie makromodeli wzmacniaczy operacyjnych na podstawie ogólnie dostępnych danych katalogowych. Pliki wynikowe programu PARTS mają format dostosowany do bibliotek programu PSpice i makromodele można łatwo dołączyć do istniejących bibliotek.

Makromodele bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych w bibliotekach programu PSpice są najczęściej udoskonalonymi makromodelami Boyle'a [1]. Struktura stosowanego obecnie w programie PSpice (uzyskiwanego za pomocą programu PARTS) standardowego makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego jest przedstawiona na rys. 1 [4], a przykład zapisu takiego makromodelu w bibliotece EVAL.LIB programu MicroSim PSpice A/D, Evaluation Version 6.3 jest zamieszczony w tablicy 1 (makromodel układu scalonego $\mu A741$).



Rys. 1. Struktura standardowego makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego w programie PSpice

Biblioteki programu PSpice zawierają również makromodele wzmacniaczy operacyjnych typu BiFET. Makromodel takich wzmacniaczy został opublikowany przez G. Krajewską i F.E. Holmesa w 1979 r. [3] i był stosowany w programie PSpice w latach osiemdziesiątych [5]. Makromodel Krajewskiej różni się od modelu Boyle'a rodzajem tranzystorów użytych w stopniu wejściowym. Są to tranzystory unipolarne typu JFET lub MOS. Obecnie stosowany standardowy makromodel wzmacniacza operacyjnego BiFET ma strukturę podobną do struktury makro-

Tablica 1. Zapis makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$ w bibliotece EVAL.LIB programu PSpice

```

*
* uA741 operational amplifier "macromodel" subcircuit
*
* connections:   non-inverting input
*                | inverting input
*                | | positive power supply
*                | | | negative power supply
*                | | | | output
*                | | | | |
.subckt uA741    1 2 3 4 5
*
c1   11 12 8.661E-12
c2   6  7 30.00E-12
dc   5 53 dx
de   54 5 dx
dlp  90 91 dx
dln  92 90 dx
dp   4  3 dx
egnd 99 0 poly(2) (3,0) (4,0) 0 .5 .5
fb   7 99 poly(5) vb vc ve vlp vln 0 10.61E6 -10E6 10E6 10E6 -10E6
ga   6  0 11 12 188.5E-6
gcm  0  6 10 99 5.961E-9
iee  10 4 dc 15.16E-6
hlim 90 0 vlim 1K
q1   11 2 13 qx
q2   12 1 14 qx
r2   6  9 100.0E3
rc1  3 11 5.305E3
rc2  3 12 5.305E3
rel  13 10 1.836E3
re2  14 10 1.836E3
ree  10 99 13.19E6
rol  8  5 50
ro2  7 99 100
rp   3  4 18.16E3
vb   9  0 dc 0
vc   3 53 dc 1
ve   54 4 dc 1
vlim 7  8 dc 0
vlp  91 0 dc 40
vln  0 92 dc 40
.model dx D(Is=800.0E-18 Rs=1)
.model qx NPN(Is=800.0E-18 Bf=93.75)
.ends

```

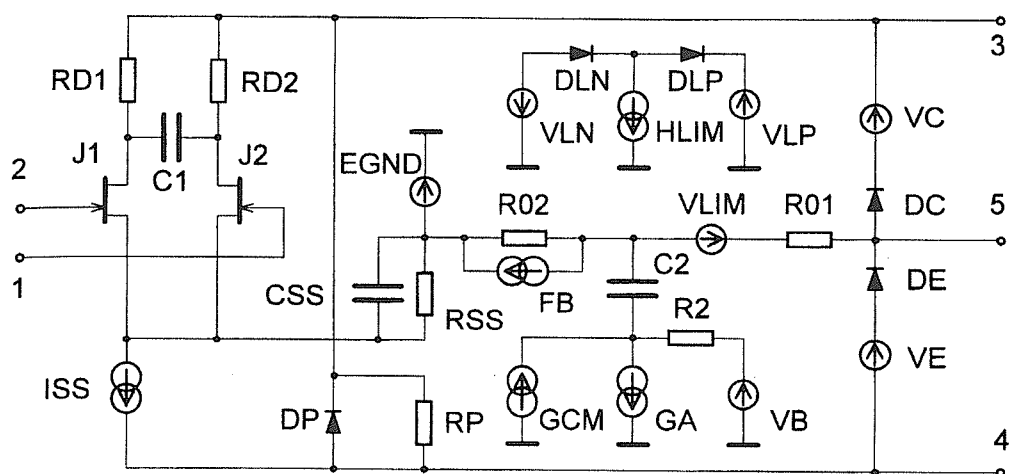
modelu wzmacniacza bipolarnego. Schemat takiego makromodelu jest przedstawiony na rys. 2 [4], a przykład zapisu modelu w bibliotece EVAL.LIB (wzmacniacz LF411) — w tablicy 2.

Tablica 2. Zapis makromodelu wzmacniacza operacyjnego BiFET typu LF411 w bibliotece EVAL.LIB programu PSpice

```

*
* LF411 operational amplifier "macromodel" subcircuit
*
* connections:      non-inverting input
*                   |   inverting input
*                   |   |   positive power supply
*                   |   |   negative power supply
*                   |   |   |   output
*                   |   |   |   |
.subckt LF411      1 2 3 4 5
*
c1  11 12 4.196E-12
c2   6  7 10.00E-12
css 10 99 1.333E-12
dc   5 53 dx
de  54  5 dx
dlp 90 91 dx
dln 92 90 dx
dp   4  3 dx
egnd 99  0 poly(2) (3,0) (4,0) 0 .5 .5
fb   7 99 poly(5) vb vc ve vlp vln 0 31.83E6 -30E6 30E6 30E6 -30E6
ga   6  0 11 12 251.4E-6
gcm  0  6 10 99 2.514E-9
iss  10  4 dc 170.0E-6
hlim 90  0 vlim 1K
j1   11  2 10 jx
j2   12  1 10 jx
r2    6  9 100.0E3
rd1   3 11 3.978E3
rd2   3 12 3.978E3
ro1   8  5 50
ro2   7 99 25
rp    3  4 15.00E3
rss  10 99 1.176E6
vb    9  0 dc 0
vc    3 53 dc 1.500
ve   54  4 dc 1.500
vlim  7  8 dc 0
vlp  91  0 dc 25
vln   0 92 dc 25
.model dx D(Is=800.0E-18 Rs=1m)
.model jx NJF(Is=12.50E-12 Beta=743.3E-6 Vto=-1)
.ends

```



Rys. 2. Struktura standardowego makromodelu wzmacniacza operacyjnego BiFET w programie PSpice

Mimo, że makromodele wzmacniaczy operacyjnych o strukturach przedstawionych na rys. 1 i 2 są stosowane w programie PSpice od kilkunastu lat, a makromodele Boyle'a i Krajewskiej są znane od lat siedemdziesiątych, to istnieje klasa układów zawierających wzmacniacze operacyjne, których symulacja za pomocą programu PSpice nie daje prawidłowych wyników. Powodem tego jest niedoskonałość standardowych makromodeli wzmacniaczy operacyjnych, polegająca na pominięciu zależności prądów pobieranych ze źródeł zasilających od prądu wyjściowego.

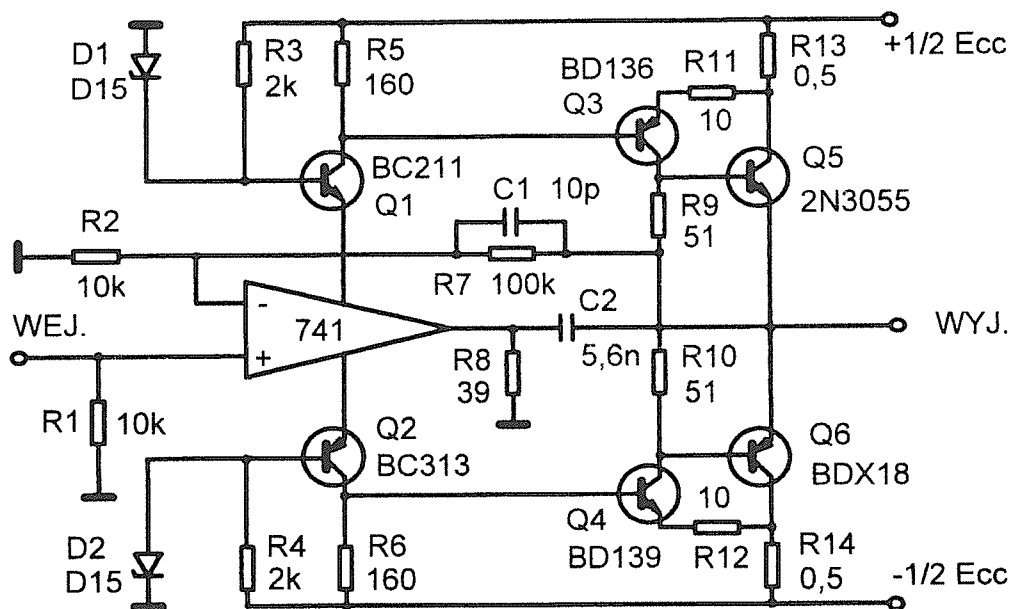
Niedoskonałość ta została usunięta w niniejszej pracy. Zmodyfikowane makromodele umożliwiają uzyskanie prawidłowych zależności prądów pobieranych ze źródeł zasilających od napięcia wejściowego i rezystancji obciążenia (a więc od prądu wyjściowego) wzmacniacza operacyjnego. W pracy zaproponowano zmianę struktury makromodeli, przedstawiono również sposób modyfikacji ich parametrów i elementów oraz przykłady zastosowania zmodyfikowanych makromodeli do symulacji komputerowej akustycznych wzmacniaczy mocy.

2. MODYFIKACJA MAKROMODELI

Schematy ideowe wzmacniaczy mocy m.cz., zawierających wzmacniacz operacyjny i tranzystorowy stopień mocy, zostały przedstawione na rys. 3 i 4 [2].

Wspólną cechą tych wzmacniaczy jest sterowanie tranzystorów stopnia wyjściowego za pośrednictwem końcówek zasilania wzmacniacza operacyjnego. Próby symulacji komputerowej obu układów za pomocą programu PSpice przy zastosowaniu standardowych makromodeli nie dały zadowalających rezultatów (brak sygnałów na wyjściach wzmacniaczy).

Wykresy przebiegów czasowych prądów obliczonych dla makromodelu wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$: prądu wyjściowego, prądu pobieranego ze źródła

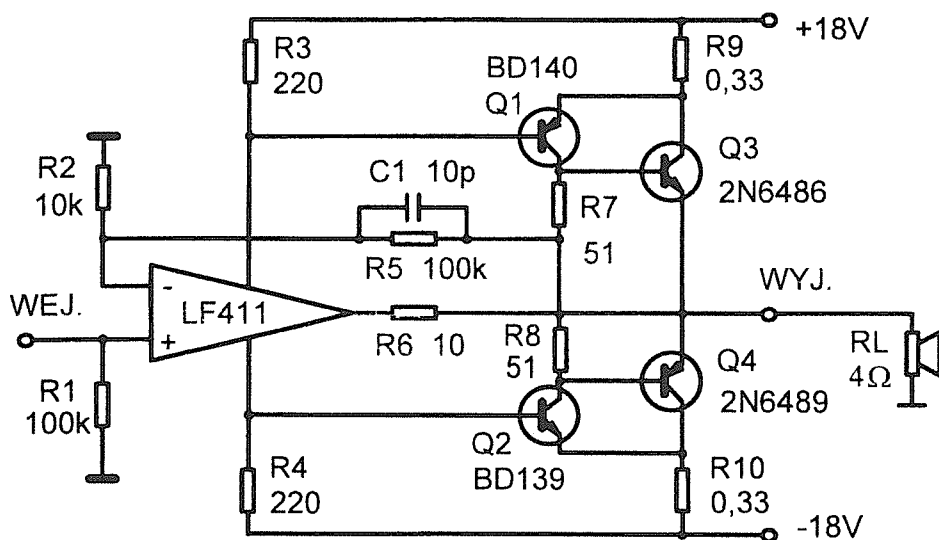


Rys. 3. Schemat ideowy wzmacniacza mocy 60 W/8Ω

napięcia dodatniego i prądu pobieranego ze źródła napięcia ujemnego przy pobudzeniu sinusoidalnym zostały przedstawione na rys. 5. Wyniki te wskazują, że mimo iż prąd wyjściowy zależy od napięcia wejściowego i rezystancji obciążenia (300Ω, 400Ω i 500Ω), a jego wartość chwilowa zmienia się do wielkości maksymalnej 40 mA, to prądy pobierane ze źródeł zasilających są stałe i równe prądowi spoczynkowemu (około 1,6mA). Ze schematu makromodelu wzmacniacza operacyjnego (rys. 1) wynika, że prądy pobierane ze źródeł zasilających zależą głównie od rezystora RP oraz od prądów kolektorów tranzystorów Q1 i Q2, nie zależą natomiast od prądu wyjściowego generowanego w źródle sterowanym FB wewnątrz modelu. Tranzystorowy stopień wyjściowy wzmacniacza z rys. 3 nie jest więc sterowany i na wyjściu wzmacniacza brak jest sygnału.

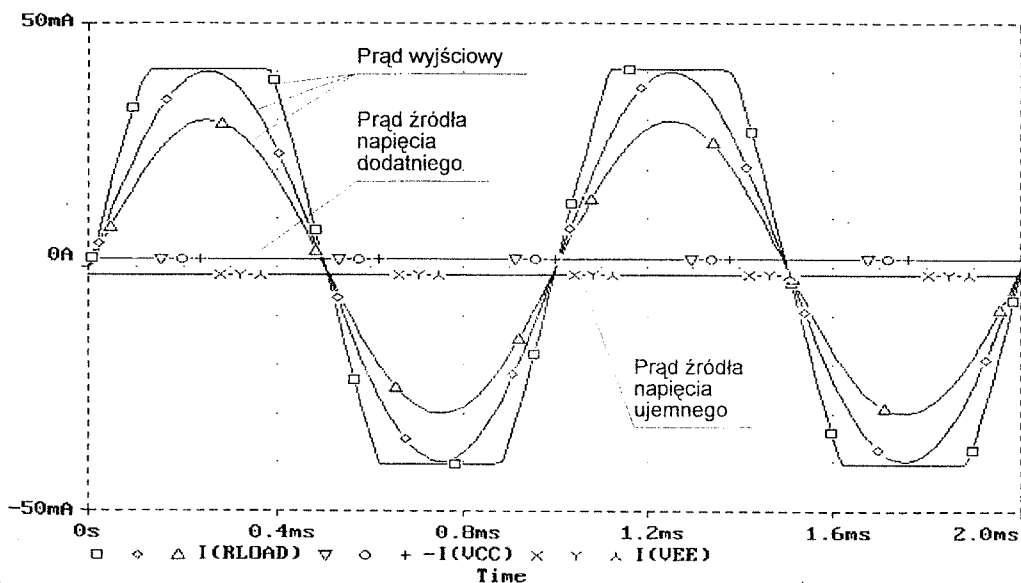
Analiza wzmacniacza o schemacie przedstawionym na rys. 4 prowadzi do podobnych wyników i do wniosku, że prądy pobierane przez układ scalony LF411 ze źródeł zasilających są stałe i równe prądowi spoczynkowemu. Prądy zasilania są zależne od rezystora RP i od prądów drenu tranzystorów J1 i J2 (rys. 2), a nie zależą od prądu wyjściowego, generowanego w źródle sterowanym FB wewnątrz modelu. Podobnie jak poprzednio tranzystorowy stopień wyjściowy wzmacniacza z rys. 4 nie jest sterowany i wzmacniacz nie działa.

Celem modyfikacji makromodeli wzmacniaczy operacyjnych jest uwzględnienie związku pomiędzy prądami pobieranymi ze źródeł zasilających i prądem wyjściowym. Rozwiązanie analogicznego problemu w odniesieniu do scalonych akustycznych wzmacniaczy mocy było opublikowane w pracach [6] i [7]. Modyfikacja



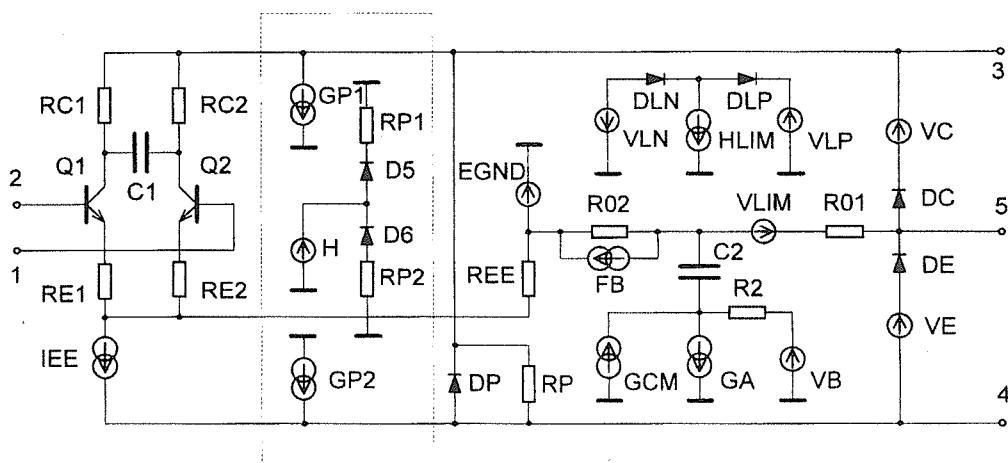
Rys. 4. Schemat ideowy wzmacniacza mocy 30 W/4Ω

struktury makromodeli wzmacniaczy operacyjnych oraz ich parametrów i elementów została wykonana w podobny sposób. Modyfikacja taka dla standardowego makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego była prezentowana na konferencji OSA'97 [8]. W makromodelu wzmacniacza operacyjnego, którego struktura

Rys. 5. Wykresy przebiegów czasowych prądu wyjściowego i prądów pobieranych ze źródeł zasilających w makromodelu wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$

jest przedstawiona na rys. 1, prąd wyjściowy wzmacniacza pochodzi ze źródła FB, sterowanego prądem źródła próbkującego VB, zaś prąd źródła VB jest proporcjonalny do napięcia wejściowego wzmacniacza. Elementy stopnia wyjściowego modelują zależność impedancji wyjściowej od częstotliwości (rezystory R01 i R02, oraz kondensator C2), elementy VC i DC oraz VE i DE wraz ze źródłem sterowanym FB zapewniają ograniczanie napięcia wyjściowego wzmacniacza, zaś elementy HLIM, DLN, DLP, VLN, VLP wraz ze źródłem sterowanym FB — ograniczanie prądu wyjściowego. Prąd wyjściowy wzmacniacza jest próbkowany za pomocą źródła VLIM. Źródło to może służyć do próbkowania prądu sterującego dodatkową sekcję mocy o budowie analogicznej do sekcji mocy makromodelu scalonych akustycznych wzmacniaczy mocy [6], [7].

Strukturę zmodyfikowanego makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego przedstawia rys. 6. Sekcja mocy zawiera siedem elementów i jest dołączona do oryginalnego makromodelu w trzech węzłach bez konieczności zmian wartości i połączeń elementów modelu oryginalnego. Pobór mocy ze źródeł zasilających jest modelowany za pomocą źródeł sterowanych GP1 i GP2. Źródła te są sterowane dodatnimi i ujemnymi (odpowiednio) częściami prądu wyjściowego za pośrednictwem obwodu złożonego z elementów: H, D5, D6, RP1 i RP2, przy czym prąd źródła próbkującego VLIM steruje źródło H.



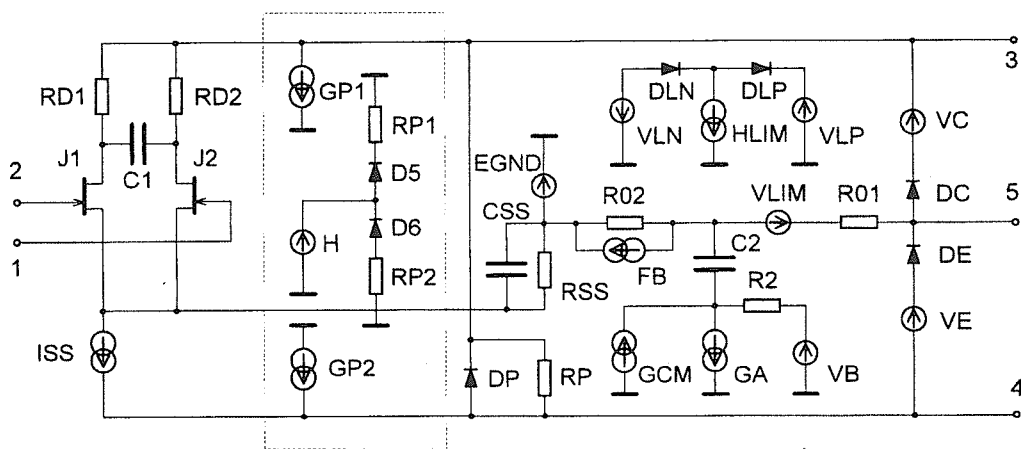
Rys. 6. Struktura zmodyfikowanego makromodelu bipolarnego wzmacniacza operacyjnego

Wartości elementów sekcji mocy zostały dobrane w taki sposób, aby spadki napięć na przewodzących diodach D5 i D6 były pomijalne w stosunku do napięcia źródła sterowanego H. Zalecane wartości elementów sekcji mocy są następujące: transrezystancja źródła $H = 1\text{ M}\Omega$, rezystancje rezystorów $RP1 = RP2 = 1\text{ M}\Omega$, diody D5 i D6 takie same, jak DC, DE, DLN i DLP, konduktancje źródeł sterowanych $GP1 = 1\mu\text{S}$ i $GP2 = -1\mu\text{S}$. Na podkreślenie zasługuje to, że elementy sekcji mocy są jednakowe dla każdego wzmacniacza operacyjnego. Różnice pomię-

dzy wzmacniaczami są uwzględnione w wartościach elementów ich modeli w bibliotekach programu PSpice. Od wartości tych elementów zależy prąd źródła VLIM, sterującego sekcję mocy.

W makromodelu wzmacniacza operacyjnego BiFET, o strukturze przedstawionej na rys. 2, prąd wyjściowy pochodzi również ze sterowanego źródła prądowego FB i jest proporcjonalny do napięcia wejściowego wzmacniacza. Impedancja wyjściowa, ograniczanie napięcia wyjściowego i prądu wyjściowego są uzyskiwane w taki sam sposób, jak w przypadku wzmacniacza bipolarnego. Źródło VLIM próbuje prąd wyjściowy wzmacniacza. Prąd źródła VLIM został użyty do sterowania sekcji mocy analogicznej, jak w przypadku bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych.

Schemat zmodyfikowanego makromodelu wzmacniacza operacyjnego BiFET jest przedstawiony na rys. 7. Aby ujednolicić sekcje mocy w modelach bipolarnych wzmacniaczy operacyjnych i wzmacniaczy typu BiFET przyjęto wartości elementów takie same, jak poprzednio ($H = 1 \text{ M}\Omega$, $RP1 = RP2 = 1 \text{ M}\Omega$, diody D5 i D6 takie same, jak DC, DE, DLN i DLP, $GP1 = 1 \mu\text{S}$, $GP2 = -1 \mu\text{S}$). Wtedy spadki napięć na przewodzących diodach D5 i D6 są pomijalne w stosunku do napięcia źródła H. Gwarantuje to zadowalającą dokładność modelowania poboru prądu ze źródeł zasilających, a elementy sekcji mocy są jednakowe dla każdego wzmacniacza operacyjnego.



Rys. 7. Struktura zmodyfikowanego makromodelu wzmacniacza operacyjnego BiFET

W celu zilustrowania przedstawionej procedury został zmodyfikowany makromodel bipolarnego układu scalonego $\mu\text{A}741$. Zapis modelu w bibliotece modeli scalonych wzmacniaczy operacyjnych programu PSpice po modyfikacji jest przedstawiony w tablicy 3. Elementy sekcji mocy (siedem linii tłustym drukiem) są dopisane do oryginalnego modelu. Podobnie tablica 4 przedstawia zmodyfikowany makromodel wzmacniacza operacyjnego BiFET typu LF411. Zmiany wprowadzone

Tablica 3. Zapis zmodyfikowanego makromodelu wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$ w bibliotece modeli programu PSpice

```

*
* uA741 operational amplifier "macromodel" subcircuit
*
* connections:      non-inverting input
*                   | inverting input
*                   | | positive power supply
*                   | | | negative power supply
*                   | | | | output
*                   | | | | |
.subckt uA741      1 2 3 4 5
c1  11 12 8.661E-12
c2   6  7 30.00E-12
dc   5 53 dx
de  54  5 dx
dlp 90 91 dx
dln 92 90 dx
dp   4  3 dx
egnd 99  0 poly(2) (3,0) (4,0) 0 .5 .5
fb   7 99 poly(5) vb vc ve vlp vln 0 10.61E6 -10E6 10E6 10E6 -10E6
ga   6  0 11 12 188.5E-6
gcm  0  6 10 99 5.961E-9
iee  10  4 dc 15.16E-6
hlim 90  0 vlim 1K
q1   11  2 13 qx
q2   12  1 14 qx
r2    6  9 100.0E3
rc1   3 11 5.305E3
rc2   3 12 5.305E3
re1  13 10 1.836E3
re2  14 10 1.836E3
ree  10 99 13.19E6
ro1   8  5 50
ro2   7 99 100
rp    3  4 18.16E3
vb    9  0 dc 0
vc    3 53 dc 1
ve   54  4 dc 1
vlim  7  8 dc 0
vlp  91  0 dc 40
vln   0 92 dc 40
.model dx D(Is=800.0E-18 Rs=1)
.model qx NPN(Is=800.0E-18 Bf=93.75)
*
  H    22  0  VLim 1E6
  D5   22 23  DX
  RP1  23  0  1E6
  D6   24 22  DX
  RP2  24  0  1E6
  GP1   3  0 23  0  1E-6
  GP2   0  4 24  0 -1E-6
*
.ends

```

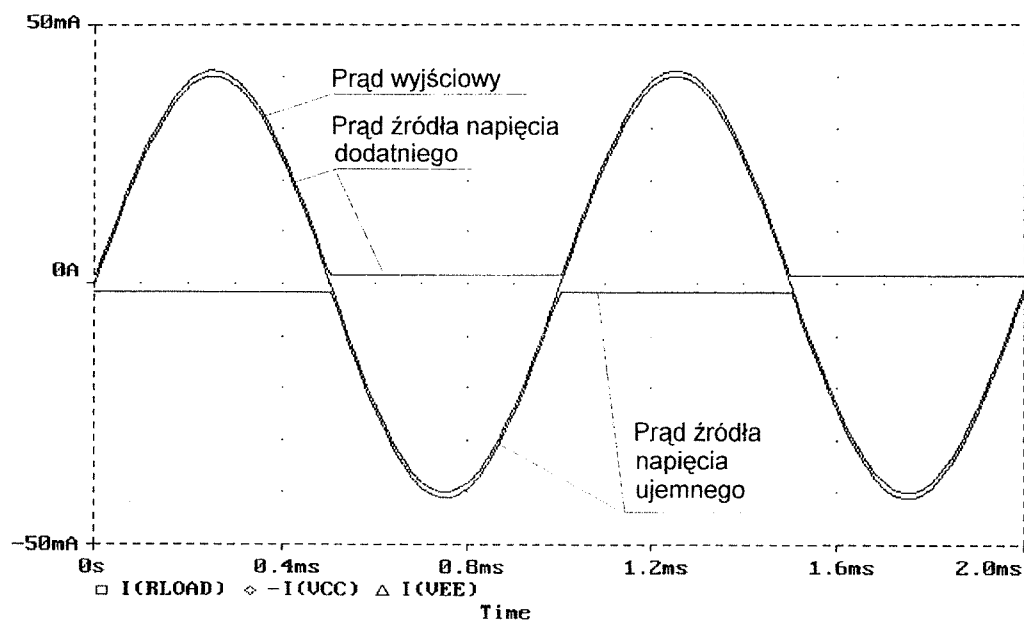

Tablica 4. Zapis zmodyfikowanego makromodelu wzmacniacza operacyjnego LF411 w bibliotece modeli programu PSpice

```

*
* LF411 operational amplifier "macromodel" subcircuit
*
* connections:   non-inverting input
*                |   inverting input
*                | |   positive power supply
*                | | |   negative power supply
*                | | | |   output
*                | | | | |
.subckt LF411    1 2 3 4 5
*
c1   11 12 4.196E-12
c2   6 7 10.00E-12
css  10 99 1.333E-12
dc   5 53 dx
de   54 5 dx
dlp  90 91 dx
dln  92 90 dx
dp   4 3 dx
egnd 99 0 poly(2) (3,0) (4,0) 0 .5 .5
fb   7 99 poly(5) vb vc ve vlp vln 0 31.83E6 -30E6 30E6 30E6 -30E6
ga   6 0 11 12 251.4E-6
gcm  0 6 10 99 2.514E-9
iss  10 4 dc 170.0E-6
hlim 90 0 vlim 1K
j1   11 2 10 jx
j2   12 1 10 jx
r2   6 9 100.0E3
rd1  3 11 3.978E3
rd2  3 12 3.978E3
ro1  8 5 50
ro2  7 99 25
rp   3 4 15.00E3
rss  10 99 1.176E6
vb   9 0 dc 0
vc   3 53 dc 1.500
ve   54 4 dc 1.500
vlim 7 8 dc 0
vlp  91 0 dc 25
vln  0 92 dc 25
.model dx D(Is=800.0E-18 Rs=1m)
.model jx NJF(Is=12.50E-12 Beta=743.3E-6 Vto=-1)
*
H    22 0 VLIM 1E6
D5   22 23 DX
RP1  23 0 1E6
D6   24 22 DX
RP2  24 0 1E6
GP1  3 0 23 0 1E-6
GP2  0 4 24 0 -1E-6
*
.ends

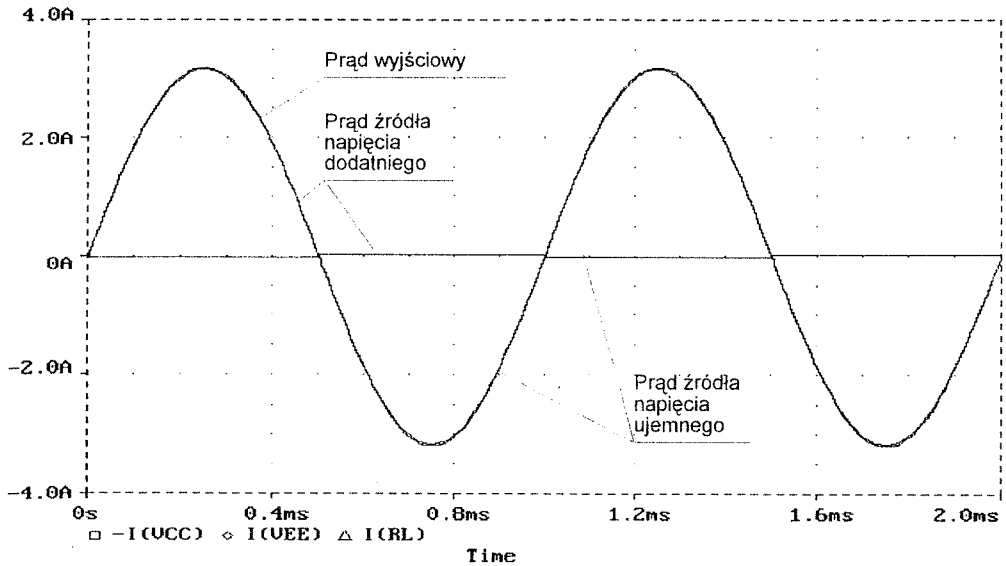
```

do oryginalnego modelu zaznaczono tłustym drukiem. Weryfikacja zmodyfikowanych makromodeli polegała na obliczeniu za pomocą programu PSpice przebiegów czasowych prądów pobieranych ze źródeł zasilających i ich porównaniu z przebiegami prądów wyjściowych i parametrami katalogowymi układów scalonych. Wyniki tych obliczeń dla wzmacniacza $\mu A741$ są przedstawione na rys. 8. Jak widać, uzyskano bardzo dobrą zgodność prądów wyjściowych i prądów pobieranych ze źródeł zasilających (największe różnice nie przekraczają paru procentów). Podobne wyniki uzyskano dla wzmacniacza LF411. Na tej podstawie można uznać, że dokładność zmodyfikowanych makromodeli jest wystarczającą do zastosowań praktycznych.

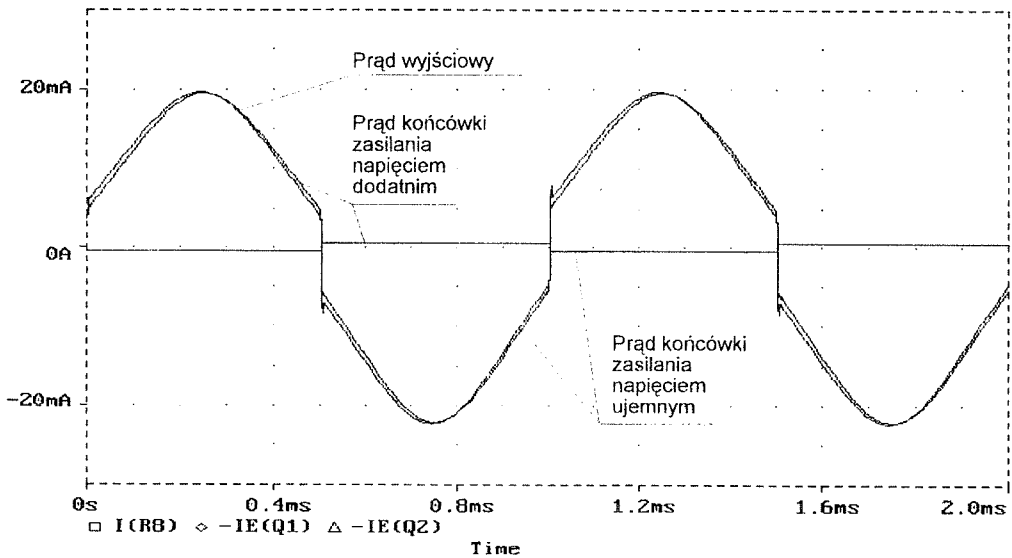


Rys. 8. Wykresy przebiegów czasowych prądu wyjściowego i prądów pobieranych ze źródeł zasilających w zmodyfikowanym makromodelu wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$

Zmodyfikowane makromodele wzmacniaczy operacyjnych zostały użyte do analizy akustycznych wzmacniaczy mocy z rys. 3 i 4. Wyniki obliczeń dla wzmacniacza z układem scalonym $\mu A741$ są przedstawione na rys. 9. Uzyskano prawidłowe przebiegi prądu wyjściowego i prądów pobieranych ze źródeł zasilających. Wyniki obliczeń prądu wyjściowego i prądów dopływających przez końcówki zasilania do wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$ w układzie wzmacniacza mocy są pokazane na rys. 10. Wykres przebiegu prądu wyjściowego wzmacniacza operacyjnego jest podobny do sinusoidy o niejednakowych częściach dodatnich i ujemnych z silnymi zniekształceniami w okolicach przejść przez zero. Niesymetria wynika z niejednakowych współczynników wzmocnienia prądowego tranzystorów n-p-n



Rys. 9. Wykresy przebiegów czasowych prądów pobieranych ze źródeł zasilających i prądu wyjściowego wzmacniacza mocy 60 W/8Ω



Rys. 10. Wykresy przebiegów czasowych prądu wyjściowego i prądów dopływających przez końcówki zasilania wzmacniacza operacyjnego $\mu A741$ w układzie wzmacniacza mocy 60 W/8Ω

i p-n-p w stopniu końcowym, zaś zniekształcenia przy przejściach przez zero powstają na skutek przerywania pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego w czasie zatkania tranzystorów stopnia końcowego (brak wstępnej polaryzacji baz). Mimo złożonych kształtów przebiegów czasowych, prądy w końcówkach zasilania mają przebiegi bardzo podobne do dodatnich i ujemnych (odpowiednio) części prądu wyjściowego. Analiza wzmacniacza z układem scalonym LF411 dała podobne wyniki. Uzyskano prawidłowe przebiegi prądu wyjściowego i prądów pobieranych ze źródeł zasilających, tak w przypadku samego układu scalonego, jak całego wzmacniacza mocy.

Przytoczone wyniki symulacji komputerowej świadczą o przydatności zmodyfikowanych makromodeli do zastosowań praktycznych. Stosowanie zmodyfikowanych makromodeli prowadzi do uzyskania prawidłowych wyników analizy, a w szczególności prawidłowych przebiegów czasowych prądów wyjściowych i prądów pobieranych ze źródeł zasilających.

WNIOSKI I UWAGI KOŃCOWE

W zmodyfikowanych makromodelach wzmacniaczy operacyjnych bipolarnych i wzmacniaczy BiFET jest uwzględniony wpływ napięcia wejściowego i rezystancji obciążenia wzmacniacza na prądy pobierane ze źródeł zasilających. W ten sposób została wyeliminowana jedna z niedoskonałości standardowych makromodeli wzmacniaczy operacyjnych stosowanych w programie PSpice.

Modyfikacja makromodeli polega na dodaniu do oryginalnych modeli sekcji mocy, takiej samej, jak w makromodelach wzmacniaczy mocy m.cz. [6], [7]. Sekcja mocy zawiera siedem elementów i jest dołączona do makromodelu w trzech węzłach, bez konieczności zmian wartości i połączeń elementów makromodelu oryginalnego. Aby uzupełnić makromodel o sekcję mocy, należy dopisać siedem wierszy do zapisu modelu w bibliotece scalonych wzmacniaczy operacyjnych programu PSpice.

Struktura i wartości parametrów sekcji mocy są jednakowe dla różnych wzmacniaczy operacyjnych (bipolarnych i BiFETów, różnych typów i o różnym przeznaczeniu). Mimo, że sekcja mocy jest taka sama dla różnych wzmacniaczy, jej elementy zostały dobrane w taki sposób, że zapewniają uzyskanie prawidłowych przebiegów prądów pobieranych ze źródeł zasilających w zależności od napięcia wejściowego i rezystancji obciążenia.

Makromodele przedstawione w tej pracy cechują się niewielkim stopniem złożoności, jednak zapewniają modelowanie poboru prądów ze źródeł zasilających z zadowalającą dokładnością. Uzyskane wyniki symulacji komputerowej (analiza wzmacniaczy z rys. 3 i 4) są prawidłowe i świadczą o przydatności makromodeli do zastosowań praktycznych.

Makromodele wzmacniaczy operacyjnych w bibliotekach programu PSpice, opracowane przez poszczególnych producentów układów scalonych, mogą mieć inną strukturę, niż makromodele standardowe firmy MicroSim (zwykle są one bardziej złożone). Jednak zaproponowany w tej pracy sposób modyfikacji może być zastosowany z równie dobrym rezultatem.

BIBLIOGRAFIA

1. G.R. Boyle, B.M. Cohn, D.O. Pederson, J.E. Solomon: *Macromodeling of Integrated Circuit Operational Amplifiers*. IEEE Journal of Solid-State Circuits 1974, vol. SC-9, p. 353
2. M. Feszczuk: *Wzmacniacze elektroakustyczne*. WKiŁ, Warszawa 1986, s. 167
3. G. Krajewska, F.E. Holmes: *Macromodeling of FET/Bipolar Operational Amplifiers*. IEEE Journal of Solid-State Circuits 1979, vol. SC-14, p. 1083
4. MicroSim PSpice A/D. Ver. 6.3. Reference Manual. MicroSim Corporation, April 1996, p. 4-51
5. PSpice. MicroSim Corporation, Laguna Hills, Oct. 1986
6. J. Stanclik: *Macromodeling of Audio Power Amplifiers*. 95th Convention of the Audio Engineering Society, New York, Oct. 7-10 1993, paper B4-AM-5
7. J. Stanclik: *Makromodel akustycznych wzmacniaczy mocy*. XLIII Otwarte Seminarium z Akustyki, Gliwice-Ustroń, 16-20.09.1996, Materiały, tom 2, s. 681
8. J. Stanclik: *Makromodel wzmacniaczy operacyjnych stosowanych w akustycznych wzmacniaczach mocy*. XLIV Otwarte Seminarium z Akustyki, Gdańsk – Jastrzębia Góra, 15–18.09.1997, Materiały, tom 2, s. 601

J. STANCLIK

MACROMODELS MODIFICATION OF INTEGRATED CIRCUIT OPERATIONAL AMPLIFIERS

Summary

This paper presents a modification of operational amplifier macromodels used in PSpice, which entails adding a power section to standard models of bipolar and BiFET operational amplifiers. The modified macromodels ensure proper currents taken from supply sources depending on the input voltage and load resistance. The structure and parameter values of the power section are fixed the same for various kinds of operational amplifiers. The macromodels are especially useful in a computer simulation of power amplifiers, which consist of an operational amplifier and transistors in an output stage, and accurate enough for general purpose applications. This paper presents examples of the modification of a typical operational amplifier macromodels, as well, as the macromodels verification, and application to audio power amplifiers.

Key words: macromodel, operational amplifier, audio power amplifier, PSpice computer program.

Computer controllable band-pass filter

LECH TOMAWSKI, MIROSLAW JANOTA

Instytut Fizyki, Uniwersytet Śląski, Katowice

Otrzymano 1997.04.18

Autoryzowano 1997.11.05

Band-pass filter using 3 current conveyors CCII, with IBM PC computer controllable center frequency and gain is described. Two circuits simulating positive capacitances whose values are varied by the computer set variable resistors, are used for controlling the center frequency without affecting the Q factor of the filter.

Key words: band-pass filters, conveyors CCII, PC computers.

1. INTRODUCTION

In a number of physics studies, where nonlinear electric permittivity in ferroelectrics is measured [1, 2], it is essential to detect the fundamental signal and its higher harmonics (especially the second harmonic). Then it is convenient to have a PC controllable filter provided the measuring apparatus is controlled by PC as well. For many biquad filters [3–7] and resonators [8] angular frequency ω_0 depends on the product of two capacitances, viz:

$$\omega_0 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (1)$$

and the quality factor Q depends on their ratio, i.e:

$$Q \Rightarrow \sqrt{\frac{C_1}{C_2 R_1 R_2}} \quad (2)$$

It is clearly, that the tuning of ω_0 by capacitance changing does not affect Q provided the ratio of the capacitances is kept constant. This, however, is not the case when the frequency is tuned by resistance changing (see (1, 2)).

In this paper both capacitances are realised by electronic circuits suggested as a new application of the GIC structures. These circuits give grounded capacitances whose values are controllable by a single digital signal.

2. FILTER CONSTRUCTION

The concept of a filter was taken from [6]. That circuit was extended by adding the third current conveyor $\text{CCII}(+)$ -c connected behind the input terminals (see Fig. 1a). The current conveyor c makes it possible to achieve voltage input of the filter (the original filter [6] has a current input) and to adjust the gain of the filter to value 1 by setting resistance R_3 . According to Huertas concept [9] every current conveyor used in this circuit contained two operational amplifiers and six resistors as shown in Fig. 1b.

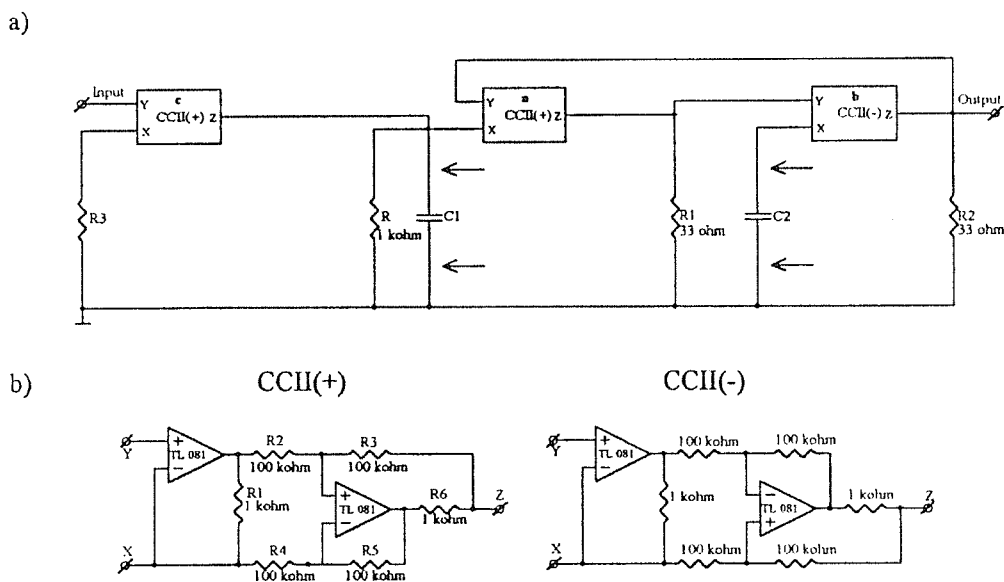


Fig. 1. a) Basic circuit of band-pass filter, b) Realisation of the used current conveyors $\text{CCII}(+)$ and $\text{CCII}(-)$

The voltage transfer function of the filter is given by:

$$T(s) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{\frac{s}{C_1 R}}{s^2 + \frac{s}{C_1 R} + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2}}. \quad (3)$$

Hence, the ω_0 and Q are given by:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \quad (4)$$

$$Q = R \sqrt{\frac{C_1}{C_2 R_1 R_2}}. \quad (5)$$

The center frequency gain is:

$$T(j\omega_0) = \frac{R}{R_3}. \quad (6)$$

Note that the adjusting of the center frequency gain by resistance R_3 does not influence either ω_0 , or Q .

3. CIRCUIT SIMULATING CAPACITANCE

Circuits simulating positive capacitances were first found as an unknown application of the conventional GIC structures. From six GIC structures described in [10], five give stable circuits simulating capacitances [11]. The chosen one is shown in Fig. 2a. This circuit consists of two operational amplifiers TL 081, four resistors and one capacitor. Equivalent capacitance of the circuit is:

$$C_{eq} = \frac{R_4 R_6}{R_5 R_7} C. \quad (7)$$

Resistance R_7 is realised by one of the two DS 1267/50 k Ω potentiometers manufactured by Dallas Semiconductor.

4. DUAL DIGITAL POTENTIOMETER CHIP DS 1267

The DS 1267 is a dual solid-state potentiometer, set by digitally selected resistive elements. Each potentiometer is composed of 256 resistive sections. Tap points accessible to the wiper are placed between each resistive section and the ends of each potentiometer. The position of the wiper on the resistance array is set by an 8-bit register. It controls tap points connection to the wiper output. Each 8-bit register can be read or written by sending or receiving data bits over three-wires ($\overline{RST}$, CLK, DQ). The resolution of the DS 1267 is equal to the resistance value divided by 256. For the DS 1267/50 k Ω it is 195 Ω .

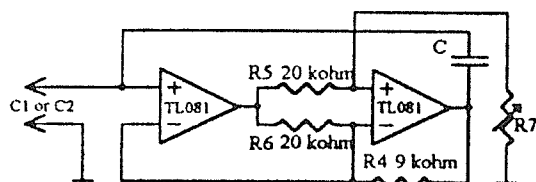
The use of the potentiometer as a variable resistor has its disadvantage, i.e. a high resistance of the wiper which varies from 200 Ω to 1000 Ω depending on the position of the wiper. Assuming that the average value of the wiper resistance is

400 Ω the equivalent resistance of the DS1267/50 k Ω is:

$$R_7 = \frac{50\,000\,N}{256} + 400\, [\Omega], \quad (8)$$

where N denotes the integer between 0 and 255, introduced by the program from PC.

a)



b)

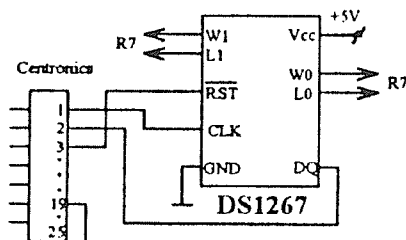


Fig. 2. a) Circuit simulating positive capacitance varied by resistor R_7 , b) Connections between digital potentiometer DS 1267 and Centronics port of PC computer

Digital information is written or read from DS 1267 via the 17-bit I/O shift register, which is serially loaded by a 3-wire port consisting of $\overline{\text{RST}}$, DQ and a clock. The data can enter into the 17-bit shift register only when the $\overline{\text{RST}}$ input is at a high level. The value of the first bit has no meaning, because it is used when both potentiometers are stacked by connecting them in series. The next 8 bits, starting from MSB and ending on LSB, control potentiometer 1 (pins L_1 , W_1 in Fig. 2b) and another 8 bits control potentiometer 0 (pins L_0 , W_0). These 16 bits enter in series from the terminal DQ when the clock pulse change from 0 to 1. The clock signal (pin no. 1 in Centronics port) is addressed by 37A H, and the data bit DQ and reset $\overline{\text{RST}}$ (pins no. 2 and 3 in Centronics port) are addressed by 378 H. Procedures for 0-bit or 1-bit can be described as follows:

```

Procedure 0;                               { procedure for "0" }
begin
  port [$378] := 0;                         { reset DS1267,  $\overline{\text{RST}}$  = DQ = CLK = "0" }
  port [$37A] := 1;
  port [$378] := 2;                         { send out "1" for  $\overline{\text{RST}}$  and "0" for DQ }
  port [$37A] := 0;                         { send out "1" for CLK }
  port [$37A] := 1;                         { reset DS1267,  $\overline{\text{RST}}$  = DQ = CLK = "0" }
  port [$378] := 0;
end;

Procedure 1;                               { procedure for "1" }
begin
  port [$378] := 0;                         { reset DS1267,  $\overline{\text{RST}}$  = DQ = CLK = "0" }

```

```

port [$37A] := 1;
port [$378] := 3;           { send out "1" for RST and "1" for DQ }
port [$37A] := 0;           { send out "1" for CLK }
port [$37A] := 1;           { reset DS1267, RST = DQ = CLK = "0" }
port [$378] := 0;
end;

```

After introducing data-bit into the DS 1267 register using the procedures described above, the CLK input is at a low level and then DQ input is non active. Then all eight data -pins 2-9 Centronics can be used for the switching of capacitance C_4 (or simultaneously C_3 and C_4) and setting resistances R_3 . This is realised by the following instruction:

```
port [$378] := N
```

where N is a decimal number adjusted to the actual connections of the relays which set the suitable values of capacitance C_4 and resistance R_3 .

5. DIGITAL CONTROL OF THE FILTER

The filter can be controlled by a 16 bit digital signal if capacitances C_1 and C_2 from the circuit given in Fig. 1a are replaced by the circuits simulating capacitances shown in Fig. 2a, where resistances R_7 are substituted by resistances of two potentiometers at terminals L_0-W_0 and L_1-W_1 of the DS 1267 (see Fig. 2b). The complete scheme of the filter is shown in Fig. 3.

6. RESULTS

Four band-pass characteristics of the filter displayed in Fig. 3 are shown in Fig. 4. From this Figure it can be seen that the center frequency gain is less than 0 dB for both theoretical and experimental curves. After adjusting the center frequency gain to 0 dB value by matching the value of the R_3 resistance the differences between theoretical and experimental dependencies almost disappear (see Fig. 5). However, the corresponding values of the resistance R_3 (and also capacitances C_1 and C_2) for theoretical functions somewhat different than for experimental curves. These values are given in the Table 1. Theoretical curves were obtained from MICROCAP AC simulation for TL081 operational amplifiers (gain $5 \cdot 10^4$, first pole 80 Hz, second pole 2 MHz).

As the C_1/C_2 ratio is constant and equal to $6 \cdot 10^{-3}$, then the Q factor of the filter is also constant and equal to 3. When the center frequency took the value in excess of 12.6 kHz the filter began to oscillate. Center frequencies higher than 12.6 kHz can be obtained by decreasing the value of capacitance C_4 from Fig. 3. Then the C_1/C_2 ratio attains a new value. Switching of the capacitance C_4 was realised by the reed relay controlled by the computer through the 2 pin Centronics port. For example, when C_4 capacitance of 870 nF (curves 1-4 in Fig. 4-6) and was

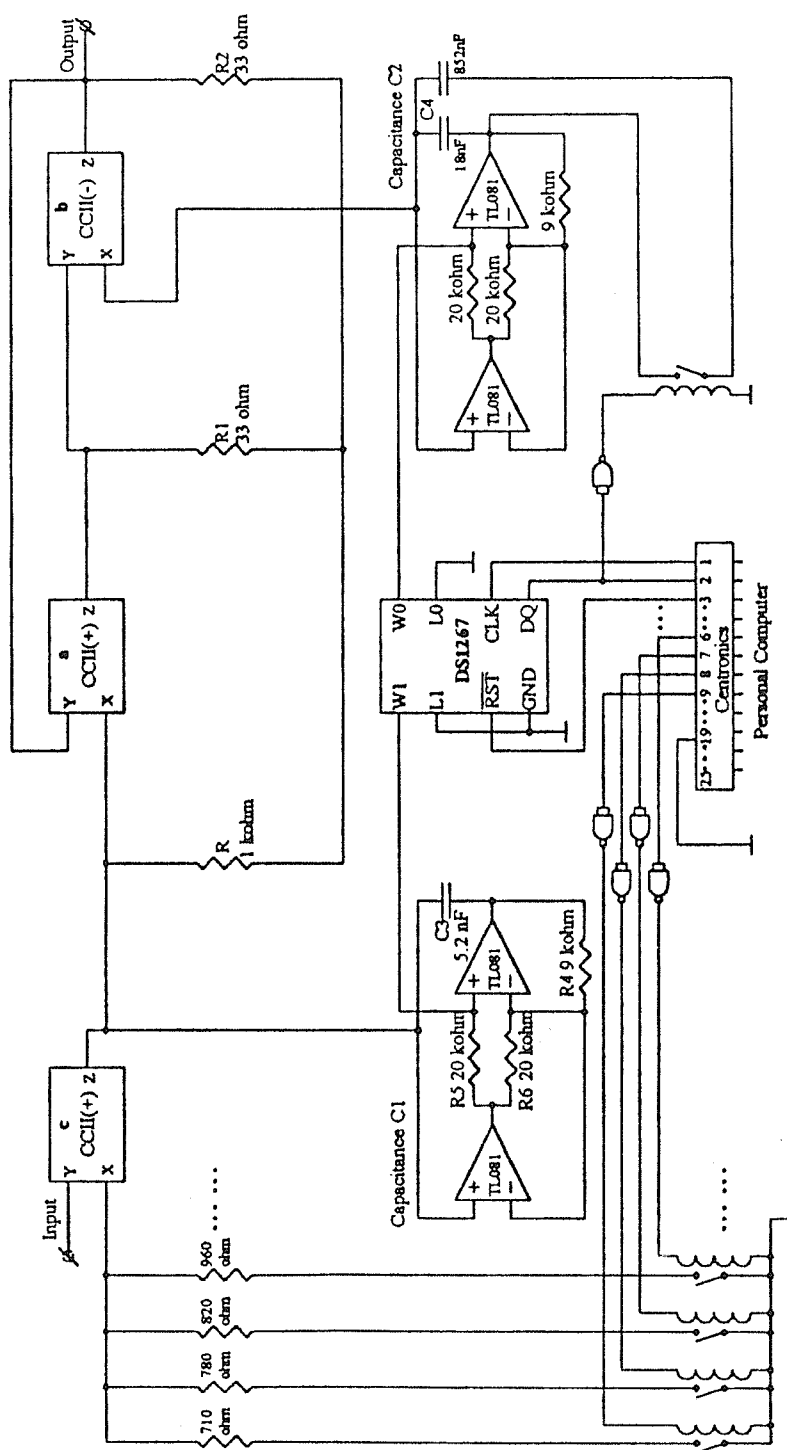


Fig. 3. Complete scheme of the band-pass filter

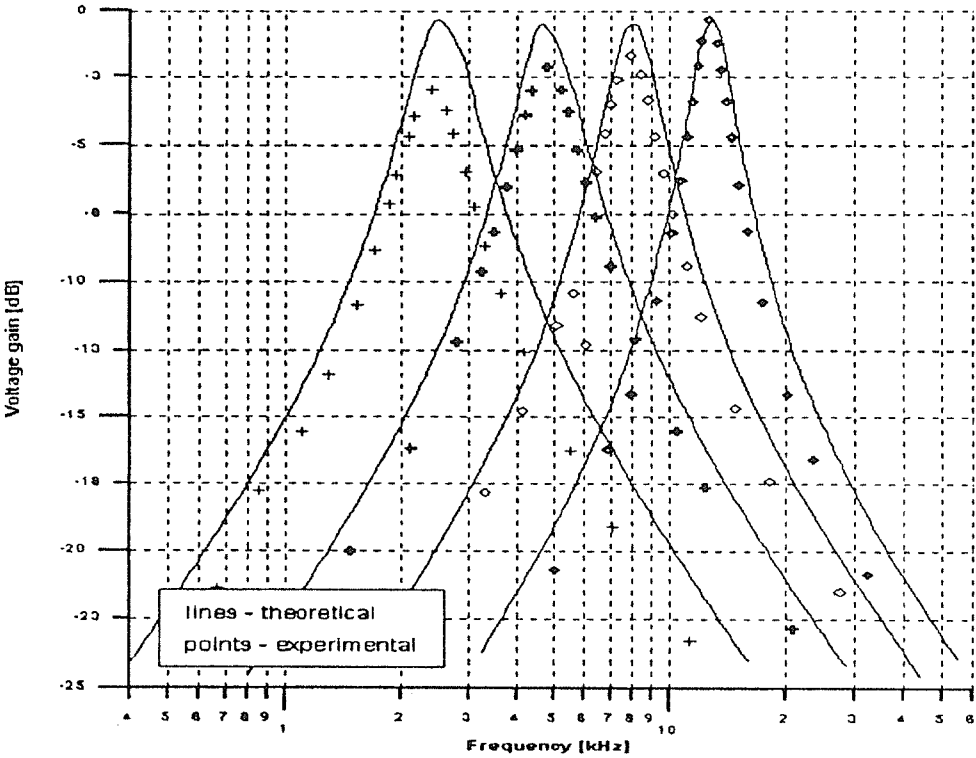


Fig. 4. Theoretical and experimental characteristics of the filter when $C_4 = 780 \text{ nF}$ and $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$

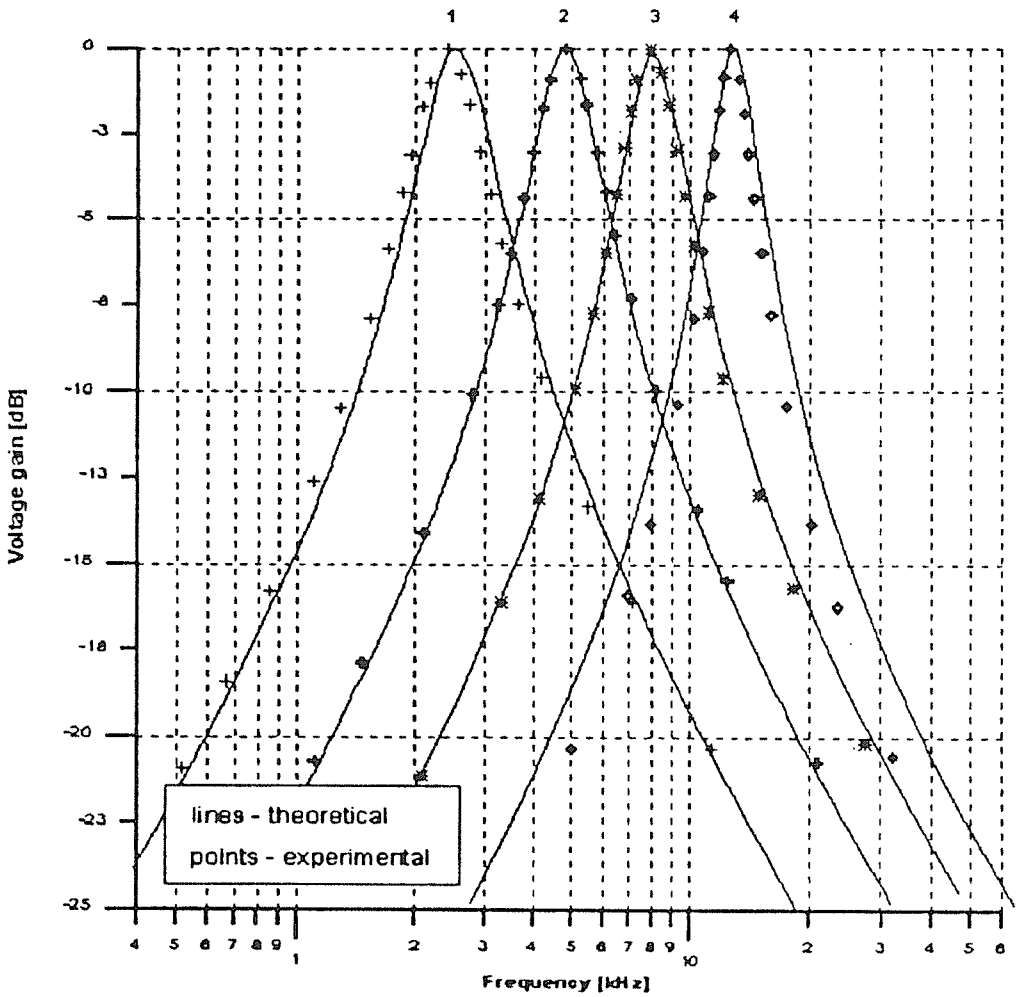


Fig. 5. Characteristics from Fig. 4 for matched values R_3 , C_1 and C_2 according to the Table 1

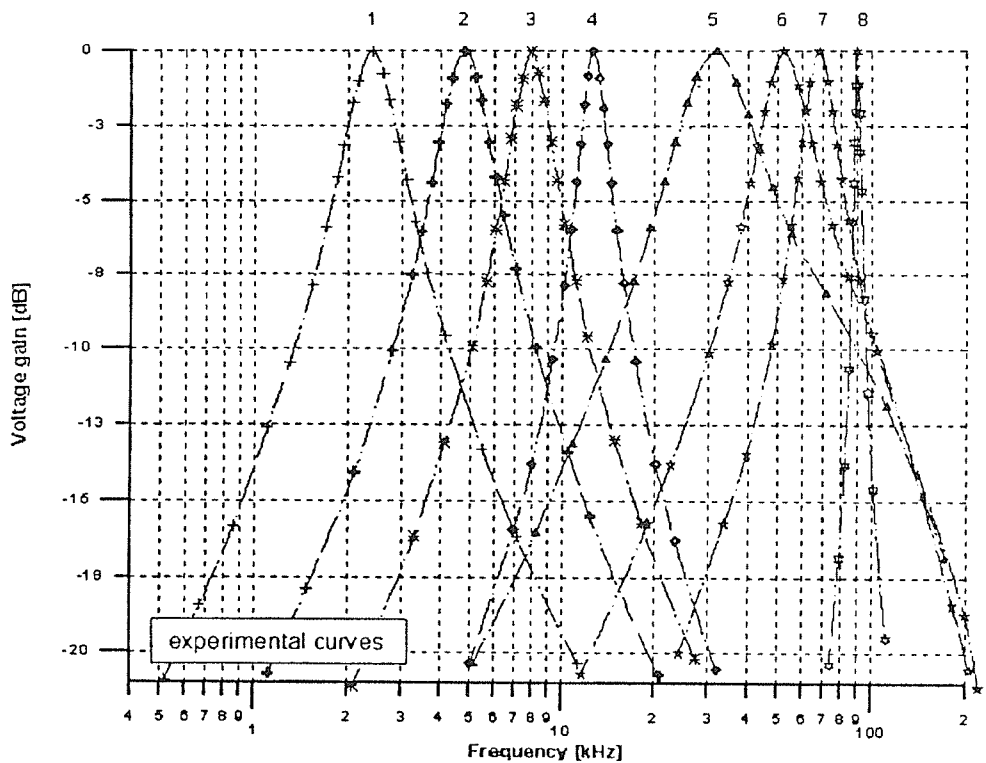


Fig. 6. Full range of tuning of the filtr which was obtained when capacitance C_4 was 780 nF (curves 1–4) and 18 nF (curves 5–8)

switched in to 18 nF the center frequency ranged from 2.4 kHz to 89.6 kHz (curves 5–8 in Fig. 6). Above the center frequency of 89.6 kHz the filter oscillate. It should be emphasized that tuning this filter in such a wide range only by varying resistances R_1 and R_2 from Fig. 3 (i.e. without the use of positive capacitance simulating circuits) appears impossible due to the filter oscillation.

Table 1

Values of resistance R_3 and capacitances C_1 and C_2 for theoretical and experimental dependencies

a) Experimental

No	f_0 [kHz]	C_1 [nF]	C_2 [μ F]	R_3 [Ω]
1	2.4	117	19.6	710
2	4.8	58.5	9.8	780
3	7.9	29.25	4.9	820
4	12.6	13.76	2.3	960

b) Theoretical

C_1 [nF]	C_2 [μ F]	R_3 [Ω]
131	22	950
62	10.5	950
32	5.4	930
16.4	2.75	950

REFERENCES

1. L. Kalisz, B. Fugiel, J. Ziolo: *Gap exponents determined from temperature and pressure measurements of nonlinear electric permittivity for TGSe in the ferroelectric phase*. Solid State Communications, 1989, vol. 71, no. 8, pp. 679–680
2. T. Matsuda, R. Abe, A. Sawada: *Nonlinearity of the dielectric constant of ferroelectric triglycine sulfate*. J. Phys. Soc. of Japan, 1972, vol. 32, no. 4, pp. 999–1002
3. W. Chiu, S.-I. Liu, H.-W. Tsao, J.-J. Chen: *CMOS differential difference current conveyors and their applications*. IEE-Proc. -Circuits Devices Syst. 1996, vol. 143, no. 2, pp. 91–96
4. V.K. Singh, R. Senani: *New multifunction active filter configuration employing current conveyors*. Electron. Lett 1990, vol. 26, no. 21, pp. 1814–1816
5. S. Ozogus, E. Gunes: *Universal filter with three inputs using CCII+*. Electron Lett., 1996, vol. 32, no. 23, pp. 2134–2135
6. H. Elvan, A. Soliman: *A novel CMOS current conveyor realization with an electronically tunable current mode filter suitable for VLSI*. IEEE Trans Circuits Syst. -II, 1996, vol. CAS-43, no. 9, pp. 663–670.
7. A. Fabre, O. Saaid: *Novel translinear impedance convertor and bandpass filter applications*. Electron. Lett., 1993, vol. 29, no. 9, pp. 746–747
8. Y. Sun, J.K. Fidler: *Analysis of current conveyor error effects in signal-processing circuits*. Int. J. Circ. Theory Appl., 1996, vol. 24, pp. 479–487
9. J.L. Huertas: *Circuit implementation of current conveyor*. Electron. Lett 1980, vol. 16, pp. 225–226
10. N.C. Bui, L.T. Huynh: *Realisation de FDNR et FDNC avec des convertisseurs de courant*. AGEN Mitteilungen, 1976, vol. 20, pp. 29–40
11. L. Tomawski: *Variable grounded capacitances*. XX National Conference Circuit Theory and Electronic Networks, Kołobrzeg, pp. 37–41, 1997

L. TOMAWSKI, M. JANOTA

FILTR ŚRODKOWO-PRZEPUSTOWY STEROWANY KOMPUTEREM

Streszczenie

W artykule omówiono działanie filtra środkowo-przepustowego, zbudowanego przy użyciu trzech konweytorów prądowych CCII, którego częstotliwość i wzmacnienie mogą być sterowane za pomocą komputera IBM PC. Przestrzajanie częstotliwości środkowej filtra nie wpływa na jego współczynnik dobroci. Przestrzajanie to jest realizowane za pomocą dwóch układów elektronicznych symulujących dodatnie pojemności, których wartości mogą być nastawiane za pomocą dwóch sterowanych z komputera rezystorów.

Słowa kluczowe: filtr środkowo-przepustowy, konweyory prądowe CCII, strojenie częstotliwości, sterowanie komputerowe.

Analiza właściwości mikroczujników z falami ultradźwiękowymi jako detektorów masy*

JACEK GOŁĘBIEWSKI

*Instytut Elektrotechniki Teoretycznej, Metrologii i Materialoznawstwa
Politechnika Łódzka*

Otrzymano 1997.10.23

Autoryzowano 1997.12.15

Miniaturowe czujniki z falami ultradźwiękowymi znajdują szerokie zastosowanie w różnych dziedzinach pomiarów. Większość zastosowań tych czujników wynika z efektu masowego obciążenia powierzchni. Przeanalizowano właściwości czujników z różnymi rodzajami fal ultradźwiękowych pod kątem przydatności w różnych pomiarach z wykorzystaniem efektu masowego. Podano wpływ innych zjawisk występujących na powierzchniach czujników pracujących w gazach i cieczach.

Słowa kluczowe: fale ultradźwiękowe, czujniki z falami ultradźwiękowymi, detektory masy, czułość masowa.

1. RODZAJE STOSOWANYCH FAL ULTRADŹWIĘKOWYCH

W większości miniaturowych czujników do wytworzenia fali ultradźwiękowej wykorzystuje się zjawisko piezoelektryczne. Podstawowa konstrukcja czujników składa się z metalicznych elektrod umieszczonych na podłożu piezoelektrycznym. Podłoże może mieć postać cienkiej prostopadłościenną płytki z materiału o właściwościach piezoelektrycznych lub warstwy piezoelektrycznej naniesionej na płytkę o dobrych właściwościach sprężystych. W czujnikach mogą być generowane fale ultradźwiękowe typu objętościowego, powierzchniowego i płytowego [1]. Fale typu objętościowego oznaczane jako TSM (*thickness shear mode*) są falami poprzecznymi rozchodzącymi się prostopadle do powierzchni płytki czujnika. Długość λ fali TSM jest zależna od grubości d płytki czujnika ($\lambda = 2d/n$ gdzie $n = 1, 3, 5, \dots$). Fale typu powierzchniowego rozchodzą się w cienkiej warstwie płytki czujnika a ich długość

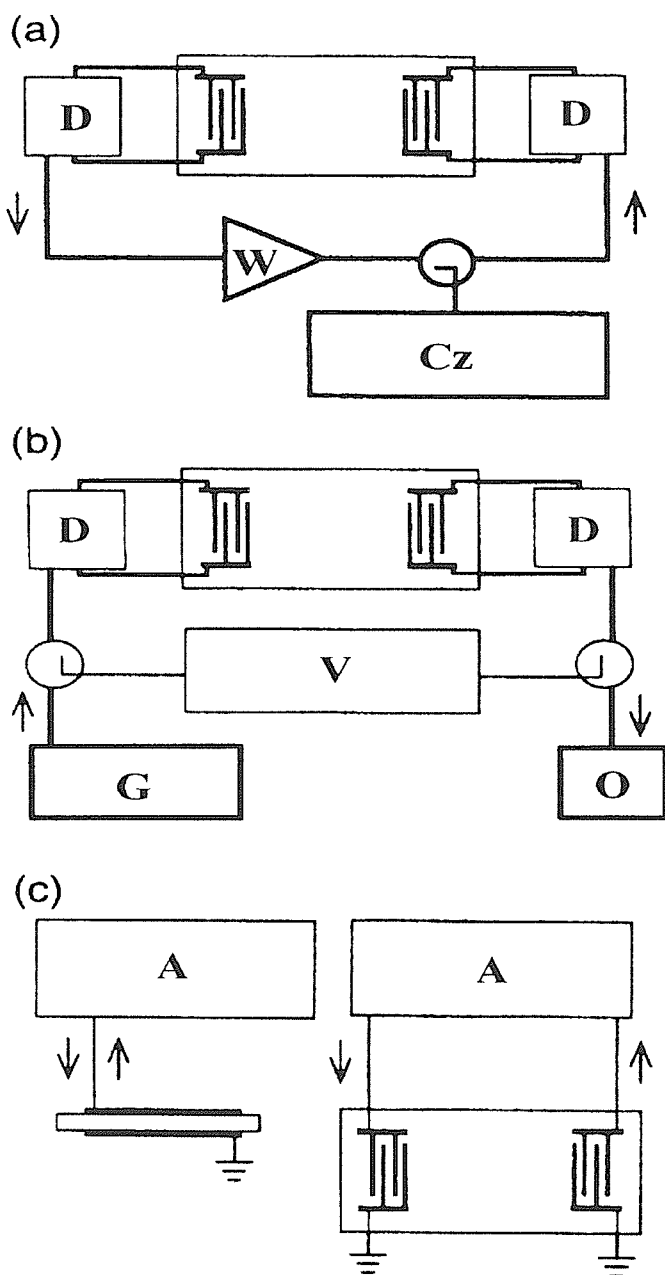
* Praca wykonana w ramach projektu badawczego KBN 8T10C03410.

λ jest znacznie mniejsza od grubości d płytki ($\lambda \ll d$). Głębokość wnikania fali do ośrodka (płytki) odpowiada kilku jej długościom. Można wyróżnić dwa rodzaje fal powierzchniowych: jedne oznaczane jako SAW (*surface acoustic wave*) i drugie jako STW (*surface transverse wave*). Fale SAW są falami typu Rayleigha o przemieszczeniach prostopadłych do powierzchni płytki i kierunku propagacji równoległym do niej. Fale STW zwane także falami Love różnią się płaszczyzną polaryzacji od fal SAW, przemieszczenia cząstek fali odbywają się w płaszczyźnie powierzchni płytki. Fale typu płytowego to fale FPW (*flexural plate wave*) nazywane również falami Lamba oraz fale APM (*acoustic plate mode*) [2, 3]. Długość λ fali jest znacznie większa od grubości d płytki ($\lambda \gg d$) dla fal FPW lub może wynosić od kilku do kilkudziesięciu procent grubości płytki dla fal APM. Fale Lamba są falami poprzecznymi o przemieszczeniach prostopadłych do powierzchni płytki i kierunku propagacji równoległym do niej. Fale te mogą występować jako symetryczne lub asymetryczne, gdzie jako płaszczyznę symetrii przyjęto płaszczyznę równoległą do powierzchni płytki i przechodzącą przez jej środek grubości. Fale APM są falami podobnymi do fal powierzchniowych STW, różnica polega na tym że fale rozchodzą się w kierunku równoległym i prostopadłym do powierzchni płytki. W wyniku nałożenia się drgań mogą występować różne mody tych fal. Przeznaczenie i właściwości projektowanego czujnika będą decydowały o wyborze danego rodzaju fali ultradźwiękowej [4, 6, 8].

2. ZASADY DZIAŁANIA CZUJNIKÓW I METODY POMIARU

Do wytworzenia fali ultradźwiękowej w miniaturowych czujnikach stosuje się przede wszystkim przetworniki piezoelektryczne. W czujnikach z falami typu TSM występuje jeden przetwornik natomiast w czujnikach z falami SAW, STW, FPW, APM występują najczęściej dwa przetworniki. Podstawową konstrukcją czujnika z falami TSM jest płytka z materiału piezoelektrycznego (np. kwarcu) z naniesionymi na obu jej płaskich, równoległych powierzchniach metalicznymi elektrodami. W przypadku jednego przetwornika służy on jednocześnie jako wejście i wyjście sygnałów. Doprowadzony zmienny sygnał elektryczny pobudza do drgań płytkę, z kolei wytworzona fala ultradźwiękowa generuje sygnał elektryczny na elektrodach płytki. W układzie dwóch przetworników wykorzystuje się najczęściej konstrukcję przetworników międzypalczastych (grzebieniowych) oznaczanych jako IDT (*interdigital transducer*). Mogą być one zastosowane do wytwarzania fal typu powierzchniowego i płytowego. Przetworniki te mają elektrody metaliczne paskowe naniesione na jedną stronę powierzchni piezoelektrycznej płytki (rys. 1a).

Elektryczny sygnał wejściowy doprowadzony do jednego z przetworników powoduje generowanie fali ultradźwiękowej, która rozchodzi się w płytce i jest odbierana a następnie zamieniana na sygnał elektryczny w drugim przetworniku. Rozchodząca się fala podlega działaniu czynników zewnętrznych, które mogą zmieniać prędkość propagacji fali oraz wprowadzać jej tłumienie. Na rysunku 1 pokazano metody pomiaru parametrów sygnałów czujników.



Rys. 1. Metody pomiaru parametrów sygnałów z czujników: a) metoda częstotliwościowa, b) metoda z fazoczułym woltomierzem, c) metoda z analizatorem A — analizator sieciowy, Cz — częstotściomierz, D — dopasowanie impedancji, G — generator, W — wzmacniacz, V — woltomierz z fazomierzem

W pierwszej z metod (rys. 1a) czujnik umieszczony jest w pętli sprzężenia zwrotnego wzmacniacza. Jeżeli wzmocnienie wzmacniacza oraz jego pasmo przenoszenia są wystarczająco duże a także spełniony jest warunek, że całkowite przesunięcie fazowe układu jest wielokrotnością 2π to układ pracuje jako generator. W przypadku gdy impedancja wejściowa przetwornika jest równa impedancji układu elektronicznego (najczęściej 50Ω) to energia jest praktycznie w całości transmitowana. Występujące odbicia są wynikiem niedopasowania i powodują straty energii. Dlatego też w większości przypadków występuje konieczność zastosowania układów dopasowujących (rys. 1). Częstotliwość f generatora z rys. 1a jest zależna od prędkości propagacji fali V , odległości L pomiędzy przetwornikami [2, 4]:

$$f = \frac{\varphi_c V}{2\pi L} = \frac{2\pi k - \varphi_e V}{2\pi L}, \quad (1)$$

gdzie: φ_c , φ_e — przesunięcia fazowe czujnika i części elektronicznej; k — liczba całkowita.

Zmiana prędkości Δv spowoduje zmianę częstotliwości Δf :

$$\Delta f = \frac{\Delta v}{V_0} f_0 \quad (2)$$

gdzie: f_0 , V_0 — częstotliwość i prędkość początkowa.

Pomiar częstotliwości przy pomocy cyfrowego częstotliwościomierza pozwala na dokładne określenie zmian prędkości fali w zależności od wpływu czynników zewnętrznych. Ta metoda jest stosunkowo prosta i tania. Układ generatora może być zaprojektowany również do pracy z jednym przetwornikiem. Metoda pomiaru z układem oscylatora nie daje informacji dotyczących amplitudy sygnałów wejściowych i wyjściowych. Istnieje także możliwość pojawienia się sygnału składającego się z wielu harmonicznnych. Należy wtedy zastosować filtr w obwodzie generatora.

Na rys. 1b pokazano metodę pomiaru, w której zastosowano generator sygnałowy i woltomierz fazoczuły (pomiar amplitudy i fazy). Pozwala to na pomiar prędkości fali i jej tłumienia. Zmiana przesunięcia fazowego związana jest ze zmianą prędkości fali natomiast różnica amplitud pomiędzy wejściem a wyjściem informuje o stopniu tłumienia fali. Metoda pomiaru przesunięcia fazowego i amplitudy jest szczególnie przydatna przy monitorowaniu właściwości cienkich filmów pokrywających płytkę czujnika. Filmy te używane są jako absorbenty przy pomiarach stężeń różnych gazów i cieczy. W tej metodzie zbyt duża zmiana tłumienia nie powoduje zerwania drgań i zaniku sygnału jak w przypadku metody częstotliwościowej. Z drugiej strony określenie zmiany prędkości poprzez pomiar zmiany przesunięcia fazowego jest około 10–100 razy mniej dokładne niż określanie zmian prędkości przez pomiar zmiany częstotliwości. Pomiary częstotliwości w pierwszej metodzie mogą być uzupełnione pomiarami oscyloskopowymi na wejściu i wyjściu wzmacniacza pozwalającymi na określenie tłumienia. Możliwe jest również użycie woltomierza fazoczułego w pętli sprzężenia fazowego, wówczas przesunięcie fazowe jest

utrzymywane stałe i metoda jest bardzo podobna do metody oscylacyjnej. Analizator sieciowy może być zastosowany do pomiarów parametrów odpowiedzi czujnika zarówno dla układu jednego jak i dwóch przetworników (rys. 1c). Dla przypadku jednego przetwornika analizator mierzy sygnał odbity od wejścia przetwornika i otrzymuje się charakterystykę impedancyjną określającą moduł i kąt fazowy w funkcji częstotliwości. Charakterystyki rezonansowe częstotliwości, fazy i wartości impedancji mogą być przedstawione jako parametry ekwiwalentnego obwodu elektrycznego. Dla przypadku dwóch przetworników analizator bada przesłany sygnał i otrzymuje się charakterystykę impedancyjną w funkcji częstotliwości wejściowej. Na tej podstawie mogą być wyznaczone parametry charakteryzujące akustyczne właściwości czujnika dla wszystkich warunków pracy włączając i te kiedy metoda oscylacyjna zawodzi. Częstotliwościowe skanowanie analizatorem może być wykonywane okresowo podczas badań czujnika i otrzymuje się wówczas charakterystyki w funkcji czasu co pozwala określić parametry dynamiczne czujnika [7].

3. DETEKTORY MASY I CZUŁOŚĆ MASOWA

Czujniki z falami ultradźwiękowymi pracujące jako detektory masy ze względu na swoją czułość znalazły zastosowanie w pomiarach fizyko-chemicznych np. jako detektory cząstek, pomiarach stężeń gazów i cieczy [6, 12]. Przydatność czujnika jako detektora masy charakteryzuje m.in. jego czułość masowa. W większości przypadków pomiary czułości masowej przeprowadza się w próżni osadzając na powierzchni płytki czujnika cienki film metalowy najlepiej o grubości nie większej od kilku procent długości fali. Zakłada się, że warstwa filmu jest równomierna i dobrej przyczepności do podłoża. Czułość masową względną można definiować jako granicę ilorazu względnej zmiany prędkości fazowej fali (spowodowanej przyrostem masy na jednostkę powierzchni płytki czujnika) odniesionej do przyrostu masy jednostkowej:

$$S_m = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta v}{V_0}}{\Delta m}, \quad (3)$$

gdzie: V_0 — prędkość początkowa fali przy braku obciążenia masowego, Δv — zmiana prędkości fali, Δm — przyrost masy jednostkowej.

Ponieważ prędkość i częstotliwość fali są ze sobą powiązane (2) to czułość masową można przedstawić w postaci:

$$S_m = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta f}{f_0}}{\Delta m}, \quad (4)$$

gdzie: f_0 — częstotliwość początkowa fali przy braku obciążenia masowego, Δf — zmiana częstotliwości fali wywołana obciążeniem Δm .

Dla fal objętościowych TSM można wyprowadzić zależność określającą czułość masową. Rozważamy płytkę grubości d , gęstości ρ i prędkości fazowej V_s fali ścinającej. Analogicznie dla filmu obciążającego powierzchnię czujnika mamy grubość d_1 , gęstość ρ_1 i prędkość V_{s1} . Częstotliwość rezonansową f_0 czujnika nieobciążonego można wyznaczyć z warunku, że grubość płytki odpowiada całkowitej wielokrotności n połowy długości fali λ , tzn.: $d = \frac{\lambda}{2} n$, i podać w postaci:

$$f_0 = \frac{V_s}{2d} n. \quad (5)$$

Analogicznie dla cienkiej warstwy filmu otrzymamy częstotliwość f_1 :

$$f_1 = \frac{V_{s1}}{2d_1} n_1. \quad (6)$$

Masę filmu Δm obciążającego powierzchnię czujnika oraz masę płytki m wyznaczmy ze wzorów:

$$\Delta m = d_1 \rho_1 S \quad (7)$$

$$m = d \rho S \quad (8)$$

gdzie: S powierzchnia płytki.

Przyrost masy czujnika spowodowany masą filmu wywoła zmianę (zmniejszenie) częstotliwości rezonansowej f_0 o częstotliwość Δf :

$$\frac{\Delta m}{m} = -c \frac{\Delta f}{f_0}, \quad (9)$$

gdzie: c — współczynnik zależny od właściwości materiału płytki.

Fala ultradźwiękowa, która jest wytwarzana w płytce piezoelektryka i przemieszcza w niej, po dotarciu do płaszczyzny graniczącej z filmem obciążającym ulega częściowemu odbiciu z powodu różnic impedancji akustycznych materiału płytki i filmu. Pozostała część fali rozchodzi się w filmie. Współczynniki odbicia R i transmisji T określają jaka część fali ulega odbiciu a jak rozchodzi się dalej. Znając impedancję akustyczną Z_1 materiału płytki i impedancję Z_2 filmu określono współczynniki R i T :

$$R = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (10)$$

$$T = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (11)$$

gdzie: $Z_1 = \rho V_s$, $Z_2 = \rho_1 V_{s1}$.

W rezultacie występuje interferencja fal padających i odbitych w płytce czujnika. Częstotliwość podstawową fali f dla płytki obciążonej filmem można otrzymać

analizując zależności geometryczne wynikające z nakładania się fal padających i odbitych:

$$2R\left(\cos\frac{2\pi f}{f_1} - \cos\frac{2\pi f}{f_0}\right) + (1+R^2)\left(1 - \cos\frac{2\pi f}{f_0}\cos\frac{2\pi f}{f_1}\right) + (1-R^2)\sin\frac{2\pi f}{f_0}\sin\frac{2\pi f}{f_1} = 0$$

Rozwiązując powyższe równanie oraz korzystając ze wzorów (5, 6, 7, 9, 10) otrzymamy zależność na zmianę częstotliwości $\Delta f = f - f_0$ przy założeniu, że $d_1 \ll d$, $d_1 \ll \lambda$, $\Delta f \ll f_0$ oraz, że $\operatorname{tg} x \cong x$, $\operatorname{tg}(\pi + x) \cong x$ dla $x \ll \pi/2$:

$$\Delta f \cong -\frac{2f_0^2}{\rho V_s S} \Delta m \quad (12)$$

lub w postaci

$$\frac{\Delta f}{f_0} \cong -\frac{n}{d\rho S} \Delta m. \quad (13)$$

Zakładając, że przyrost masy Δm we wzorze (4) odpowiada przyrostowi masy na jednostkę powierzchni zależność na czułość masową dla czujnika z falą objętościową TSM można otrzymać przekształcając wzór (13):

$$S_m \cong -\frac{n}{d\rho} = -\frac{2}{\rho\lambda}. \quad (14)$$

Dla fal powierzchniowych typu SAW można wyznaczyć czułość masową S_m przy założeniach, że grubość d_1 cienkiego filmu na powierzchni czujnika jest porównywalna z długością fali λ i własności filmu są izotropowe. Zmianę prędkości fazowej fali Rayleigha ΔV_R można wyznaczyć [8] ze wzoru:

$$\frac{\Delta V_R}{V_R} = -\frac{V_R d_1}{4P_R} \left[\rho_1 V_{Ry}^2 + \left(\rho_1 - \frac{4\mu' \lambda' + \mu'}{V_R^2} \right) V_{Rz}^2 \right], \quad (15)$$

gdzie: V_R — prędkość fali Rayleigha, V_{Ry} i V_{Rz} — prędkości cząstek fali w kierunku osi y i z , P_R — moc przenoszona przez falę dla szerokości jednostkowej w kierunku osi x , μ' , λ' — stałe Lamego dla warstwy filmu.

Założono, że kierunek propagacji fali odpowiada kierunkowi osi z , a fala przemieszcza się w płaszczyźnie xz . Czułość masową można wyznaczyć ze wzoru (15) zakładając, że moduł sprężystości poprzecznej Lamego $\mu' = 0$. Wprowadzając oznaczenia dla prędkości V_s i V_L jako prędkości dla fal objętościowych typu ścinającego oraz fal podłużnych można zapisać:

$$\frac{V_s}{V_L} = \sqrt{\frac{0,5 - \sigma}{1 - \sigma}} \quad (16)$$

gdzie: σ — współczynnik Poissona.

Ze wzoru (15) przy w/w założeniach i oznaczeniach (16) można otrzymać:

$$\frac{\Delta V_R}{V_R} \cong -\frac{\pi}{2} \frac{4\eta^2 \left(1 - \frac{V_R^2}{V_S^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\eta - 2\eta \frac{V_R^2}{V_S^2} - 1} \left(1 + \frac{1}{\eta}\right) \frac{\rho_1 d_1}{\rho \lambda} \quad (17)$$

gdzie: $\eta = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{V_R}{V_L}\right)^2}{1 - \left(\frac{V_R}{V_S}\right)^2}}$, $V_R = f\lambda$, ρ_1 , ρ — gęstości filmu i płytki czujnika.

Korzystając ze wzorów (3, 16, 17) można wyznaczyć czułość masową:

$$S_m \cong -k_1 \frac{1}{\rho \lambda}, \quad (18)$$

gdzie: $k_1 = \frac{\pi}{2} \frac{4\eta^2 \left(1 - \frac{V_R^2}{V_S^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\eta - 2\eta \frac{V_R^2}{V_S^2} - 1} \left(1 + \frac{1}{\eta}\right)$ jest parametrem zależnym od współczynnika

Poissona i przyjmuje wartości od 0,8 do 2,2 dla materiałów izotropowych i współczynnika $\sigma = 0 - 0,5$.

W przypadku fal płytowych asymetrycznych typu FPW modu zerowego czułość masową można wyznaczyć korzystając z zależności [4] określającej prędkość fazową V_p :

$$V_p = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{B}{M}}, \quad (19)$$

gdzie: $B = \frac{Ed^3}{12(1 - \sigma^2)}$ jest modułem sztywności płyty dla materiału izotropowego,

$M = m + \Delta m$, E — moduł Younga.

Zależność (19) jest słuszna przy założeniu, że w płytce brak jest naprężeń wewnętrznych oraz, że $\lambda \gg d$. Ze wzorów (19) i (3) można wyznaczyć czułość masową dla fal FPW przy założeniu, że płyta jest jednorodna i izotropowa:

$$S_m = -\frac{1}{2m} = -\frac{1}{2\rho d}. \quad (20)$$

Często jednostkę czułości masowej względnej przyjmuje się jako $(\text{Hz}/\text{MHz})/(\text{ng}/\text{cm}^2)$ co oznacza zmiany częstotliwości w (Hz) w stosunku do częstotliwości początkowej w (MHz) wywołanej przyrostem masy w (ng) na jedno-

Czułości masowe dla różnych rodzajów fal

Tabela 1

Rodzaj fali	Zmiana częstotliwości Δf	Czułość masowa S_m	Przykładowe wartości czułości S_m [(Hz/MHz)/(ng/cm ²)]	Częstotliwość początkowa f_0 [MHz]	Materiał płytki
TSM	$\Delta f = -C_T f^2 \Delta m$	$S_m = -\frac{2}{\rho \lambda} = -\frac{1}{\rho d}$	0,014	6	kwarc
SAW	$\Delta f = -C_s f^2 \Delta m$	$S_m = -\frac{k_1}{\rho \lambda} = -\frac{k_1}{\rho V_R} f$	0,20	158	kwarc
STW	$\Delta f = -C_w f^2 \Delta m$	$S_m = -\frac{k_2}{\rho \lambda} = -\frac{k_2}{\rho V_2} f$	0,18	250	kwarc
FPW	$\Delta f = -\frac{f \Delta m}{2m}$	$S_m = -\frac{1}{2m} = -\frac{1}{2\rho d}$	0,38	5,5	tlenek cynku
APM	$\Delta f = -\frac{f \Delta m}{2\rho d}$ dla $n = 0$ $\Delta f = -\frac{f \Delta m}{\rho d}$ dla $n > 0$	$S_m = -\frac{1}{2\rho d}$ dla $n = 0$ $S_m = -\frac{1}{\rho d}$ dla $n > 0$	0,019 dla $n = 1$	101	kwarc

gdzie: Δm — zmiana masy na jednostkę powierzchni; m — masa jednostki powierzchni membrany; C_T , C_s , C_w — stałe zależne od właściwości piezoelektrycznych materiału; k_1 , k_2 — współczynniki zależne od właściwości piezoelektrycznych materiału; d — grubość płytki; ρ — gęstość materiału; V_R , V_2 — prędkość fali Rayleigha oraz fali poprzecznej w płaszczyźnie płyty; λ — długość fali; n — mod fali.

stkę powierzchni w (cm²). W Tabeli 1 zamieszczono wyrażenia określające zmiany częstotliwości, czułości masowej uwzględniające podstawowe parametry oraz wartości czułości zmierzone doświadczalnie dla czujników z różnymi rodzajami fal (przykłady podane dla częstotliwości f_0 oraz danego materiału płytki) [5, 7, 8, 9, 14]. Porównując wyrażenia określające czułość masową S_m dla różnych fal widać podobieństwo dla fal typu objętościowego (TSM) i fal typu płytowego (FPW, APM), nie występuje tutaj bezpośrednia zależność częstotliwości tak jak w przypadku fal typu powierzchniowego (SAW, STW). W przypadku fal TSM oraz fal FPW i APM czułość zwiększa się gdy maleje grubość płytki czujnika (zależność odwrotnie proporcjonalna). Dla fal TSM a także fal APM (dla $n > 0$) zmniejszenie grubości płytki powoduje wzrost częstotliwości generowanej fali. Dla fal typu powierzchniowego SAW, STW czułość masowa rośnie ze wzrostem częstotliwości fali. Poza tym czułość masowa S_m jest zależna od gęstości materiału (odwrotnie proporcjonalna), własności piezoelektrycznych materiału (SAW, STW), prędkości rozchodzenia

fali (SAW, STW) oraz modu fali (APM). Porównując wartości liczbowe dla podanych przykładów (Tabela 1) widać, że czułość masowa dla fal FPW jest największa, jest to spowodowane konstrukcją bardzo cienkich płytek (membran) rzędu kilku- kilkudziesięciu μm . Czujniki z falami FPW posiadają stosunkowo dużą czułość pod warunkiem, że grubość płytki będzie dostatecznie mała w stosunku do długości fali. Czułości masowe S_m dla fal powierzchniowych SAW i STW w podanych przykładach mają podobne wartości i są znacznie większe niż dla fal typu objętościowego TSM i płytowego APM.

Rozważając zakres częstotliwości generowanych fal można zauważyć, że fale TSM i fale FPW mają podobne zakresy częstotliwości (kilka-kilkadziesiąt MHz) natomiast częstotliwości fal typu powierzchniowego SAW, STW oraz fal APM są znacznie większe (kilkadziesiąt-kilkaset MHz). Porównując czułości masowe różnych czujników ważne jest dla jakiej częstotliwości początkowej zostały wyznaczone np. bezwzględna wartość czułości dla czujnika z falami FPW dla częstotliwości 5 MHz może odpowiadać czułości czujnika z falami SAW o częstotliwości 50 MHz. Detekcja masy jest zależna od szumów własnych czujnika (niestabilności) oraz dryfu wiążącego się z naprężeniami powierzchniowymi a także z sztywnością i grubością filmu zmieniającego swoją masę (*absorber*). W przypadku filmów pracujących w środowisku ciekłym o dużej lepkości, lub dobrej przewodności elektrycznej, na powierzchni czujnika występują efekty powodujące dodatkowo zmianę częstotliwości (niż wynikałoby to ze zmiany masy). W Tabeli 2 porównano czułości masowe

Czułości masowe obliczone i pomierzone

Tabela 2

Rodzaj fali	Materiał płytki	Częstotliwość początkowa f_0 [MHz]	Obliczone wartości czułości S_m [(Hz/MHz)/(ng/cm ²)]	Pomierzone wartości czułości S_m [(Hz/MHz)/(ng/cm ²)]
TSM	kwarc (cięcie AT)	6	0,014	0,014
SAW	kwarc (cięcie ST)	112	0,15	0,10
FPW	tlenek cynku na podłożu krzemowym	4,5	0,45	0,44

obliczone ze wzorów (14, 18, 20) z wartościami czułości pomierzonych doświadczalnie [6, 7, 8, 12, 13]. W przypadku fal powierzchniowych SAW występuje duża rozbieżność pomiędzy obliczonymi wartościami a pomierzonymi. Wynika to w dużej mierze z trudności wyznaczenia parametru k_1 , w obliczeniach przyjęto wartość współczynnika Poissona $\sigma = 0,35$.

4. ZJAWISKA WYSTĘPUJĄCE PRZY OBCIĄŻENIU MASOWYM POWIERZCHNI CZUJNIKA

W początkowych zastosowaniach czujników z falami ultradźwiękowymi ograniczono się do badania fazy gazowej ośrodka, wynikało to z obawy przed zbyt dużym tłumieniem fali przez ciecz działającą na powierzchnię czujnika. W większości rodzajów fal podanych w Tabeli 1 jest możliwe ich wykorzystanie w środowisku ciekłym. Ograniczenia występują jeżeli przemieszczenia fali są w płaszczyźnie prostopadłej do powierzchni płytki i prędkość propagacji fali jest większa od prędkości fali w cieczy (jak np. w przypadku fal SAW). Dla tego przypadku następuje wypromieniowanie energii fali do ośrodka i w efekcie zwiększone tłumienie fali na powierzchni czujnika. Jeżeli prędkość propagacji fali w płycie jest mniejsza od prędkości fali w ośrodku to nie ma spójnego kierunku promieniowania fali do ośrodka i w rezultacie występuje mniejsze tłumienie fali.

Kiedy na powierzchni płytki występują naprężenia ścinające spowodowane rozchodzeniem się fali (fale TSM) wówczas obciążenie powierzchni płytki cienką warstwą cieczy zmniejsza prędkość propagacji fali. W rezultacie występowania sił lepkości pomiędzy powierzchnią czujnika a cieczą wytworzona zostaje w płynie fala zanikająca z odległością od powierzchni czujnika. Warstwa płynu na powierzchni czujnika z falami TSM powoduje zmniejszenie częstotliwości rezonansowej oraz zwiększenie tłumienia. W tym przypadku tłumiące działanie sił lepkości jest mniejsze od tłumienia wywołanego promieniowaniem fali ściskająco-rozciągającej w cieczy. Zmiana częstotliwości rezonansowej jest zależna od pierwiastka kwadratowego z gęstości i lepkości cieczy. Pomiar masy obciążającej powierzchnię czujnika wymaga ustalenia warunków pomiaru przede wszystkim temperatury i współczynnika lepkości, dlatego istotna jest znajomość właściwości fizycznych tych warstw takich jak moduł sztywności i jego zmiany w funkcji temperatury i częstotliwości [11].

W czujnikach do pomiaru lepkości cieczy istnieje wpływ częstotliwości fali ultradźwiękowej. Dla niskich częstotliwości ciecz zachwuje się jak czysty lepki płyn (wg Newtona), przy wyższych częstotliwościach dla których okres fali jest zbliżony do czasu relaksacji cieczy wówczas zachowanie cieczy odbiega od idealnego i jest podobne do lepkosprężystego płynu. W tym przypadku ciecz może być modelowana jako płyn (wg Maxwella) z pojedynczym czasem relaksacji proporcjonalnym do lepkości. Ograniczenie pomiaru górnych wartości lepkości jest zależne od czasu relaksacji cieczy i okresu fali. Dlatego czujniki z falą FPW o częstotliwościach rzędu 5–10 MHz pozwalają mierzyć wyższe lepkości niż czujniki z falą APM o częstotliwościach rzędu 150–200 MHz. Wyjaśnienie procesów zachodzących w cienkiej przyścienniej warstwie płynu z powierzchnią czujnika jest bardzo istotne. Chropowatość powierzchni czujnika jest przyczyną dodatkowych zmian odpowiedzi czujnika niż wynikałoby to ze zmian lepkości i gęstości cieczy. Występujące dodatkowe przesunięcie częstotliwości można tłumaczyć dostawaniem się cieczy w szczeliny nierówności powierzchni, wzrasta również tłumienie fali.

Dla najbardziej rozpowszechnionych kwarcowych czujników TSM chropowatość powierzchni kryształów kwarcu jest bardzo różna. Prowadzone badania [10, 16] dla polerowanych kryształów kwarcu i sprawdzanych profilometrem wykazały, że powierzchnia może być traktowana jako hydrodynamicznie gładka. Następnym zjawiskiem występującym w warstwie przyściennej jest zjawisko poślizgu. W większości przyjmowanych modeli dla czujników pracujących w cieczach warunki brzegowe nie uwzględniają poślizgu tzn. że molekuły cieczy sąsiadujące z powierzchnią czujnika poruszają się równomiernie i synchronicznie z powierzchnią. Zasadniczo w przypadku warstwy zwilżającej (międzyfazowej) powierzchnię czujnika nie powinien występować poślizg, badania czujników APM [13] w pomiarach lepkości cieczy wykazały znaczne różnice po dodaniu niewielkich ilości środka chemicznego powierzchniowo czynnego. W czujnikach z falami FPW zjawisko poślizgu jest minimalne ponieważ kierunek ruchu cząstek jest prostopadły do powierzchni i sprzężenie powierzchni z cieczą jest większe. Badania powierzchni hydrofilowych i hydrofobowych szczególnie gdy cieczą jest woda wykazały większe zmiany częstotliwości dla powierzchni hydrofilowych. Woda całkowicie penetruje szczeliny w powierzchniach hydrofilowych i rezultatem jest wypełnienie szczelin cieczą, w powierzchniach hydrofobowych o dużych kątach zetknięcia penetracja wody jest znacznie mniejsza.

Dla powierzchni hydrodynamicznie gładkich [13] wyznaczono model dobrze opisujący zmiany częstotliwości i uwzględniający tylko gęstości i lepkości objętościowe. Natomiast dla powierzchni szorstkich (chropowatych) hydrofilowych lub hydrofobowych modele są znacznie bardziej rozbudowane.

5. ZASTOSOWANIA CZUJNIKÓW JAKO DETEKTORÓW MASY

Czujniki z falami ultradźwiękowymi, w których użyto selektywnych chemicznie warstw znajdują zastosowanie w pomiarach chemicznych. Polimerowe warstwy o właściwościach absorbcyjnych pozwalających na szybkie i odwracalne wiązanie wybranych związków chemicznych mogą być stosowane w czujnikach do pomiaru stężeń. Efekty zmiany masy warstwy absorpcyjnej nie są jedynymi zmianami, które będą występowały. Interpretacja odpowiedzi dla czujników chemicznych w cieczach wymaga przedyskutowania wszystkich czynników włączając obciążenie masowe powierzchni, zmiany gęstości i lepkości cieczy, zmiany w przewodnictwie jonowym i zmiany chropowatości powierzchni. W dodatku zmiany własności lepkośćprężystych filmu na powierzchni mają wpływ na odpowiedź czujnika. Jeżeli nie wszystkie chemiczne i fizyczne procesy występujące na powierzchni czujnika są dobrze znane lub jeżeli dane pomiarowe nie są wystarczające nie można w sposób bezpośredni zakładać, że odpowiedzi czujnika wynikają z efektu obciążenia masowego powierzchni. Biosensory do detekcji glukozy [15] dawały znacznie większe odpowiedzi niż wynikało to z efektu obciążenia masowego, okazało się że spowodowane było to zmianą własności lepkośćprężystych filmu na powierzchni.

Interesujące dla obszaru zastosowań czujników z falami ultradźwiękowymi w cieczech są dwie grupy:

- pierwsza dotyczy badań elektrochemicznych gdzie czułość masowa powierzchniowa może być uzupełniona informacjami o procesach elektrochemicznych np. takich jak procesy redox na powierzchniach [6],
- druga dotyczy biosensorów, dla czujników o powierzchniach pokrytych sub-monolitycznymi filmami do indykowania np. antygenów poprzez wiązanie ich z warstwą filmu [7, 14].

6. PODSUMOWANIE

Pomiar masy jednostkowej może być realizowany za pomocą czujników ze wszystkimi rodzajami fal w ośrodkach takich jak próżnia, gaz lub ciecz. W ogólnym przypadku nie występuje zwykle jeden mechanizm przetwarzania (Tabela 3) lecz dwa lub więcej. Właściwości lepkosprężyste są ważne w pomiarach: dotyczących przemian statycznych i dynamicznych w cienkich filmach polimerowych; w których występuje efekt rezonansu filmu; przy detekcji par gazów w polimerach pokrywających powierzchnię czujników z falą SAW oraz pomiarach fazy ciekłej gdy polimery są na powierzchni. Akustyczno-elektryczne efekty są ważne dla czujników przy pomiarach gazów jeżeli warstwa filmu wykazuje słabe przewodnictwo elektronowe oraz jeżeli gaz wykazuje przewodnictwo o charakterze dipolowym (np.

Typowe zastosowania dla fal ultradźwiękowych

Tabela 3

Rodzaj fal	Mechanizm przetwarzania			
	Masa	Lepkosprężystość	Zjawiska elektroakustyczne	Gęstość i lepkość cieczy
TSM	czujniki chemiczne gazów i cieczy; detektory cząstek pomiaru grubości filmu	przemiany polimerowe; elektrochemiczne pomiary	nie ma zastosowań ze względu na elektryczną izolację piezoelektryka	pomiary gęstości i lepkości
SAW	detektory cząstek; czujniki chemiczne gazów	przemiany polimerowe; wykrywanie par (gazów)	przewodność elektronowa (czujniki gazów); wolne dipole (pomiar wilgotności)	nie ma zastosowań
FPW	czujniki chemiczne gazów i cieczy	przemiany polimerowe; wykrywanie par (gazów)	nie ma zastosowań ze względu na separację elektryczną piezoelektryka	pomiary lepkości i gęstości
APM	czujniki chemiczne cieczy	lepkość dla wysokich częstotliwości, polimerowe utwardzanie	jonowa przewodność (pomiary w cieczech)	pomiary lepkości

para wodna); dla czujników przy pomiarach cieczy jeżeli ośrodek wykazuje przewodnictwo jonowe.

Molekularna i makromolekularna czasowa relaksacja filmu oraz zależność od okresu fali ultradźwiękowej są ważne w pomiarach, w których występują dynamiczne przemiany w filmach polimerowych a także w pomiarach lepkości cieczy dla wyższych częstotliwości. Zjawisko dotyczące detekcji masy nie występuje zatem jako jedyne i zawsze dominujące w pomiarach. Dobór odpowiednich materiałów na warstwę filmu oraz zastosowanie odpowiedniego rodzaju fali i parametrów czujnika pozwala na zwiększenie efektu detekcji masy. Dalsze rozpoznawanie mechanizmów występujących w czujnikach z falami ultradźwiękowymi może rozszerzyć zakres zastosowań oraz poprawić ich parametry np. czułość. Badania prowadzone w ostatnich latach kładą nacisk na wyjaśnienie zjawisk molekularnych w cienkich filmach, modelowanie tych warstw, rozwój interfejsów oraz technologii wytwarzania tablic czujników i kompletnych analitycznych systemów a także na zmniejszenie wymiarów czujników i zapotrzebowania na energię, poprawienie selektywności i czułości. Zastosowanie czujników z falami ultradźwiękowymi będzie rosło włączając w to biosystemy pomiarowe, systemy bezpieczeństwa (detekcja materiałów wybuchowych, składników chemicznych, biologicznych), systemy pomiarów koncentracji specjalnych gazów i cząstek w atmosferze. Prowadzone są badania nad modelowaniem i technologią wytwarzania czujników z falą ultradźwiękową FPW [16, 17] m.in. w zastosowaniach do detektorów masy w ramach grantu 8T10C03410.

W jednym z następnych numerów Kwartalnika zostanie opublikowany artykuł, w którym będzie kontynuowana tematyka dotycząca fal ultradźwiękowych w miniaturowych sensorach. W szczególności przedstawiony będzie model czujnika z falą ultradźwiękową typu Lamba (FPW), oraz zagadnienia pomiarowe występujące w projektowaniu i badaniu czujników.

BIBLIOGRAFIA

1. J. Gołębiowski: *Mikroczujniki z fala ultradźwiękową*. Elektronizacja, 1997, nr 9, str. 17–21
2. R. White, P.J. Wicher, S.W. Wenzel, E.T. Zellers: *Plate-mode ultrasonic oscillator sensors* IEEE Trans. Ultrasonics Ferroelectr. Freq. Control, 1987, vol. UFFC-34, no 2, pp. 162–171
3. S.W. Wenzel, R.M. White: *Multisensor employing on ultrasonic Lamb-wave oscillator*. IEEE Trans. on Electron Devices, vol. 35, no 6, 1988, pp. 735–742
4. J. Gołębiowski: *Membranowe czujniki z falą ultradźwiękową*. Mater. konfer. Czujniki Optoelektroniczne i Elektroniczne COE'96, Szczyrk, maj 1996, str. 192–196
5. O. Tabata, K. Kawahata, S. Sugiyama, I. Igarashi: *Mechanical property measurements of thin films using load-deflection of composite rectangular membranes*. Sensor and Actuators, 1989, A 20, pp. 135–141
6. E. Benes, M. Gröschl, W. Burger, M. Schmid: *Sensors based on piezoelectric resonators*, Sensor and Actuators, 1995, A48, pp. 1–21
7. G. Kovacs, A. Venable: *Theoretical comparison of sensitivities of acoustic shear wave modes for (bio) chemical sensing in liquids*. Appl. Phys. Lett., 1992, vol. 61, no. 6, pp. 639–641
8. S.W. Wenzel, R.M. White: *Analytic comparison of the sensitivities of bulk-wave, surface-wave, and flexural-wave ultrasonic gravimetric sensors*. Appl. Phys. Lett., vol. 54, no. 20, 1989, pp. 1976–1978

9. B.A. Martin, S.W. Wenzel, R.M. White: *Viscosity and density sensing with ultrasonic plate waves*. Sensors and Actuators, 1990, vol. A21—23, pp. 704—708
10. S.J. Martin, A.J. Ricco, D.S. Ginley, T.E. Zipperian: *Isothermal measurements and thermal desorption of organic vapors using SAW devices*. IEEE Trans. on Ultrason., Ferroelectr., and Freq. Control., 1987, vol. UFFC-34, no. 2, pp. 142—147
11. S. Wenzel, R.M. White: *Flexural plate-wave sensor-chemical vapor sensing and electrostrictive excitation*. Proc IEEE Ultrasonic Symp., 1989, pp. 595—598
12. S.J. Martin, A.J. Ricco, T.M. Niemczyk, G.C. Frye: *Characterization of SH acoustic plate mode liquid sensors*. Sensors and Actuators, 1989, A20, pp. 253—268
13. J.W. Grate, S.J. Martin, R.M. White: *Acoustic wave microsensors*. Report Berkeley Sensor & Actuator Center Univer. Berkeley, California, November 1—15, 1992
14. S.J. Lasky, D.A. Buttry: *In chemical sensors and microinstrumentation*. ACS Symp. Series 403 American Chemical Society, Washington, 1989, pp. 237—246
15. A.J. Ricco, S.J. Martin: *Acoustic wave viscosity sensor*. Journal Appl.Phys. Lett., 1987, vol. 50, pp. 1474—1476
16. J. Gołębiowski: *Analiza dynamiczna membrany czujnika z falą ultradźwiękową*. Mater. Konfer. Metrologia Wspomagana Komputerowo MWK'97, Zegrze, 1997
17. J. Gołębiowski: *Analiza naprężeń w wielowarstwowych membranach krzemowych mikrosensorów*. Mater. Konfer. Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych MiSSP'97, Krynica, 1997

J. GOŁĘBIOWSKI

THE ANALYSIS OF THE ULTRASONIC WAVE MICROSENSORS PROPERTIES AS MASS DETECTORS

S u m m a r y

The ultrasonic wave microsensors have versatile applications in a variety measurements. The most applications of these sensors result as a mass effect of the surface loading. The methods of the measurement of the sensors with the ultrasonic wave parameters are presented. The oscillator system with the sensor working in the close loop was taken into considerations. The mass sensitivity for that kind of sensor was determined. The equations expressing the mass sensitivities for different kinds of ultrasonic waves were given as well as the example values for the determined frequencies. The properties of the kinds of ultrasonic waves were discussed taking their use at the measurements based on the mass effect into account. The other mechanisms influence on surface of the sensors working in gas and liquid phases was also given.

Key words: ultrasonic waves, ultrasonic wave sensors, mass detector, mass sensitivity.

Zastosowanie konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy w światłowodowych systemach transmisji o dużych przepływnościach

KRZYSZTOF PERLICKI

Instytut Telekomunikacji, Politechnika Warszawska

Otrzymano 1998.01.07

Autoryzowano 1998.08.15

W pierwszej części artykułu przedstawiono analizę zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy w standardowym światłowodzie jednomodowym, która powodowana jest przez dyspersję chromatyczną włókna optycznego. Część druga opisuje właściwości systemu transmisji danych o przepływności 5 Gbit/s wykorzystujący zjawisko konwersji.

Słowa kluczowe: telekomunikacja światłowodowa, konwersja modulacji częstotliwości na modulację amplitudy, dyspersja światłowodu.

1. WPROWADZENIE

Współczesne systemy światłowodowe powszechnie wykorzystują jako medium transmisyjne światłowody standardowe o wartości współczynnika dyspersji chromatycznej rzędu $17 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$ dla długości fali równej 1550 nm. Taka wartość dyspersji chromatycznej powoduje, że przy stosowaniu zewnętrznej modulacji natężenia światła emitowanego przez laser maksymalna odległość, na którą można przesłać dane w kodzie NRZ z przepływnością 10 Gbit/s albo w kodzie bifazowym typu Manchester z przepływnością 5 Gbit/s, bez pogorszenia parametrów systemu, wynosi tylko 36,7 km.

Przy bezpośredniej modulacji lasera, ze względu na występowanie zjawiska migotania (ang. *chirp*), zakres odległości jest znacznie mniejszy i wynosi 3,6 km [6]. Zwiększenie zasięgu transmisji wymaga zastosowania specjalnych rozwiązań technicznych; do najpopularniejszych spośród nich należy zaliczyć: technikę „prechirpingu”, konwersje modulacji częstotliwości światła na modulację amplitudy z wykorzy-

staniem metod interferometrycznych oraz fotoniczne techniki kompensacji dyspersji. Rozwiązania te zwiększają zakres transmisji do około 100 km [5]. W 1993 roku po raz pierwszy zaprezentowano transmisję światłowodową opartą na konwersji modulacji częstotliwości światła na modulację amplitudy wywołaną dyspersją chromatyczną włókna optycznego. Metoda ta pozwala na przesyłanie informacji w kodzie NRZ z przepływnością rzędu 10 Gbit/s na odległość 160 km [5, 8, 9]. Podstawową wadą tego rozwiązania jest konieczność doboru wielkości zmiany częstotliwości do długości toru światłowodowego oraz otrzymywanie na końcu światłowodu wielopoziomowego sygnału optycznego, wymagającego dodatkowej obróbki w celu uzyskania dwupoziomowego sygnału elektrycznego. Realizowane jest to powszechnie przez złożony układ decyzyjny połączony z filtrem o pasmie dopasowanym do długości traktu optoelekomunikacyjnego [8]. Podstawowym celem poniższej pracy jest, obok analizy samego zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy, przedstawienie takiego sposobu zmiany częstotliwości światła emitowanego przez lasera, który pozwoli uzyskać na wyjściu światłowodu, długości powyżej 100 km, dwupoziomowy sygnał optyczny, co w konsekwencji pozwoli na uproszczenie części odbiorczej systemu.

2. PRZYBLIŻONA ANALIZA KONWERSJI MODULACJI CZĘSTOTLIWOŚCI NA MODULACJĘ AMPLITUDY W ŚWIATŁOWODZIE STANDARDOWYM

Przebieg z modulacją częstotliwości ma postać:

$$\Psi_{FM}(t) = A_{wc} \exp\{j(\omega_0 t + \varphi(t))\}, \quad (2.1)$$

gdzie:

A_{wc} — amplituda,

ω_0 — pulsacja nośnej,

φ — faza.

Jeżeli sygnał optyczny jest generowany przez laser sterowany prądem stałym o wartości I_0 to modulację częstotliwości można uzyskać przez dodanie do prądu stałego małego, zmiennego w czasie prądu modulującego I_m . Całkowita wartość prądu sterującego laser wynosi wówczas:

$$I = I_0 + I_m. \quad (2.2)$$

W przypadku idealnym zmiany częstotliwości powinny być proporcjonalne do zmian prądu modulującego:

$$f_d(t) = KI_m(t). \quad (2.3)$$

Zmianę fazy określamy zależnością:

$$\frac{\varphi(t)}{2\pi} = K \int_0^t I_m(t) * H_v(t) dt, \quad (2.4)$$

przy czym:

stała K w (2.3) i (2.4) określona jest w następujący sposób:

$$K = \frac{f_{d,\max}(t)}{I_{m,\max}(t)} \quad (2.5)$$

f_d — dewiacja częstotliwości,

$f_{d,\max}$ — maksymalna dewiacja częstotliwości,

$I_{m,\max}$ — wartość prądu modulującego przy $f_d = f_{d,\max}$,

H_v — znormalizowana odpowiedź częstotliwościowa lasera.

Znormalizowana odpowiedź częstotliwościowa lasera ma następującą postać [4]:

$$H_v(j\omega) = \left| \frac{\Omega_d \omega_r^2}{\Omega_d \Omega_c - Q_1 \omega_r^2} \right| \frac{(\Omega_d + j\Omega_v)(\Omega_c + j\Omega_v) - Q_1 \omega_r^2}{(\Omega_d + j\Omega_v)(\omega_r^2 - \Omega_v^2 + j\Omega\Omega_v)} \quad (2.6)$$

przy czym:

$$\Omega_d = \frac{1}{\tau} + (1 - \chi \tau_p^2 \omega_r^2) \tau_p \omega_r^2 \quad (2.7)$$

$$\Omega_c = \chi \tau_p \omega_r^2 \quad (2.8)$$

$$\Omega = \Omega_d + \Omega_c \quad (2.9)$$

$$\chi = \frac{\varepsilon}{A \tau_p}, \quad (2.10)$$

gdzie:

τ_p — czas życia fotonu we wnętrzu rezonansowej lasera;

τ — czas życia elektronu;

f_r — częstotliwość rezonansowa;

Q_1 — parametr strojenia (*tuning parameter*);

χ — dekrement tłumienia (*damping parameter*);

ε — współczynnik kompresji wzmocnienia (*gain compression coefficient*).

Uwzględniając zależność (2.6) i korzystając z tego, że operacji całkowania w dziedzinie czasu odpowiada pomnożenie widma przez operator $\frac{1}{j\omega}$ oraz wiedząc, że widmo splotu dwóch przebiegów jest iloczynem widm składowych splotu można wzór (2.4) przedstawić w następującej postaci:

$$\frac{\varphi(t)}{2\pi} = K \mathfrak{F}^{-1} \left(\mathfrak{F}(I_m(t)) \cdot \frac{H_v(j\omega)}{j\omega} \right) \quad (2.11)$$

gdzie:

$\mathfrak{F}$ — transformata Fouriera;

$\mathfrak{F}^{-1}$ — odwrotna transformata Fouriera.

Otrzymaną ze wzoru (2.11) zmianę fazy w czasie $\varphi(t)$ podstawia się do wzoru (2.1), w wyniku czego otrzymujemy przebieg fali świetlnej zmodulowanej częstotliwościowo na wyjściu lasera.

Konwersja modulacji częstotliwościowej fali świetlnej na modulację amplitudy następuje w wyniku zachodzenia zjawiska dyspersji chromatycznej światłowodu. W zakresie tzw. dyspersji anormalnej, tj. w zakresie długości fal przy których $\beta_2 < 0$, składowe przesyłanego sygnału o większych częstotliwościach (mniejszych długościach fali) poruszają się szybciej niż składowe o mniejszych częstotliwościach (większych długościach fali). W wyniku dyspersji chromatycznej składowe sygnału o różnych częstotliwościach rozchodzą się z różnymi prędkościami grupowymi w wyniku czego przebywają dany odcinek światłowodu w różnych czasach. Powoduje to nakładanie się lub wygaszanie przesyłanych impulsów na wyjściu światłowodu. Za opis propagacji fali światła w światłowodzie odpowiedzialny jest składnik $\exp(-j\beta L)$, gdzie:

L — długość światłowodu,

β — stała fazowa.

Rozwijając β wokół pulsacji nośnej ω_0 otrzymujemy:

$$\beta = \beta_0 + \omega_d \beta_1 + \frac{1}{2} \omega_d^2 \beta_2 + \dots \quad (2.12)$$

gdzie $\omega_d = \omega - \omega_0$

W szeregu tym człony trzeciego i wyższych rzędów zostały pominięte. Składowa β_0 związana jest z fazą fali nośnej. Pochodne stałej fazowej β_1 i β_2 względem pulsacji odnoszą się odpowiednio do jednostkowego czasu przejścia modu (τ) i dyspersji prędkości grupowej. Zakładając, że wykładnik składnika związanego z drugą pochodną stałej propagacji jest mały, co otrzymujemy przy założeniu, że:

$$\omega_d \ll \sqrt{\frac{2}{|\beta_2| L}} \quad (2.13)$$

można go przybliżyć w następujący sposób:

$$\exp\left(-j\beta_2 \frac{L}{2} \omega_d^2\right) \approx 1 - j\beta_2 \frac{L}{2} \omega_d^2. \quad (2.14)$$

Dodatkowo zakładając, że ograniczamy się do analizy wpływu zjawiska dyspersji prędkości grupowej, zaniedbując składowe, które odnoszą się do opóźnienia fazowego fali nośnej i opóźnienia czasowego sygnału modulującego, otrzymujemy nie uwzględniając strat w światłowodzie następującą postać przebiegu z modulacją częstotliwości na końcu światłowodu długości L :

$$\Psi_{\text{FM}}(j\omega, L) = \Im(A \exp\{j\varphi(t)\}) \cdot \left(1 - j\beta_2 \frac{L}{2} \omega_d^2\right). \quad (2.15)$$

Przechodząc do dziedziiny czasu otrzymujemy:

$$\Psi_{\text{FM}}(t, L) = [A \exp\{j\varphi(t)\}] * \left[\mathfrak{F}^{-1} \left(1 - j\beta_2 \frac{L}{2} \omega_d^2 \right) \right]. \quad (2.16)$$

Korzystamy z następujących właściwości transformaty delty Diraca [15]:

$$\mathfrak{F}^{-1}(1) = \delta(t) \quad (2.17)$$

$$\mathfrak{F}^{-1}[(j\omega)^2] = \delta''(t). \quad (2.18)$$

Na podstawie (2.17) i (2.18) odwrotna transformata Fouriera składnika związanego z drugą pochodną stałej propagacji jest równa:

$$\mathfrak{F}^{-1} \left(1 - j\beta_2 \frac{L}{2} \omega_d^2 \right) = \delta(t) + jP\delta^2(t), \quad (2.19)$$

gdzie:

δ — delta Diraca;

$$P = \frac{L}{2} \frac{d\tau}{d\lambda} \frac{\lambda^2}{2\pi c} = -\frac{L}{2} \frac{d\tau}{d\omega}, \quad (2.20)$$

przy czym:

$$\frac{d\tau}{d\omega} = \beta_2, \quad (2.21)$$

$$\frac{d\tau}{d\lambda} = D \quad (2.22)$$

D — współczynnik dyspersji,

c — prędkość światła,

λ — długość fali świetlnej.

Po podstawieniu (2.19) do (2.16) przebieg z modulacją częstotliwości ma następującą postać:

$$\Psi_{\text{FM}}(t, L) = [A \exp\{j\varphi(t)\}] * [\{\delta(t) + jP\delta^2(t)\}] \quad (2.23)$$

Operacja splotu danej funkcji $f(t)$ z deltą Diraca $\delta(t)$ jest równa [8]:

$$f(t) * \delta(t) = f(t). \quad (2.24)$$

Operacja splotu danej funkcji z wielkością $\delta^n(t)$ jest równoważna n -krotnemu różniczkowaniu funkcji $f(t)$ [15]:

$$f(t) * \delta^n(t) = (-1)^n \frac{\partial^n f(t)}{\partial t^n}. \quad (2.25)$$

Korzystając z (2.24) i (2.25) i wykonując operację splotu otrzymujemy:

$$\Psi_{\text{FM}}(t, L) = A_{\text{wc}} \left(1 + jP \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \exp \{ j\varphi(t) \}. \quad (2.26)$$

Przebieg mocy optycznej (P_{wy}) na końcu światłowodu długości L jest równy:

$$P_{\text{wy}}(t, L) = |\Psi_{\text{FM}}(t, L)|^2 \quad (2.27)$$

czyli:

$$P_{\text{wy}}(t, L) = P_{\text{wc}} \left| \left(1 + jP \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \exp \{ j\varphi(t) \} \right|^2 \quad (2.28)$$

w wyniku przekształceń otrzymujemy [7]:

$$P_{\text{wy}}(t, L) = P_{\text{wc}} \left(1 - 2P \frac{\partial^2 \varphi(t)}{\partial t^2} \right). \quad (2.29)$$

Wiedząc, że faza jest całką pulsacji po czasie równanie (2.29) można przedstawić w następującej postaci:

$$P_{\text{wy}}(t, L) = P_{\text{wc}} \left(1 - 2P \frac{\partial \omega_d(t)}{\partial t} \right). \quad (2.30)$$

Zależność (2.30) wskazuje, że kształt otrzymanych w wyniku zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy impulsów jest pochodną częstotliwości po czasie. Poziom mocy na wyjściu światłowodu zależy od czasu trwania impulsu, maksymalnej dewiacji częstotliwości, długości światłowodu i wartości współczynnika dyspersji oraz mocy na wejściu światłowodu. Jeżeli zmiany pulsacji w czasie mają charakter przebiegu w postaci:

$$\omega_d(t) = -\frac{\omega_{d,\text{max}}}{T} t, \quad (2.31)$$

gdzie T jest czasem trwania przebiegu, a $\omega_{d,\text{max}}$ maksymalną dewiacją częstotliwości, to uzyskana w wyniku konwersji zmiana mocy w funkcji czasu na końcu światłowodu, ma postać zbliżoną do przebiegu prostokątnego o wartości mocy proporcjonalnej do $\frac{\omega_{d,\text{max}}}{T}$. Wówczas zależność (2.30) ma postać:

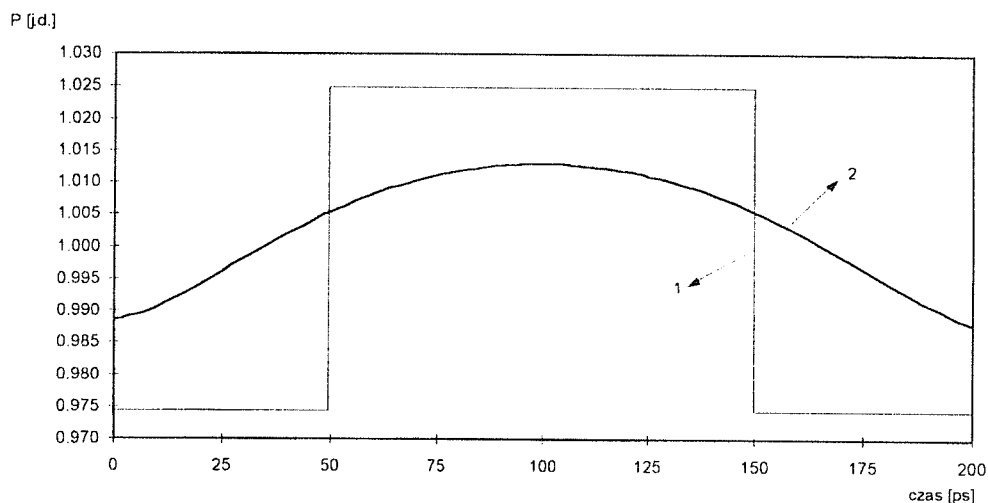
$$P_{\text{wy}}(t, L) = P_{\text{wc}} \left(1 - 2P \frac{\omega_{d,\text{max}}}{T} \right). \quad (2.32)$$

Przy założeniu, że rozpatrujemy zjawisko konwersji dla światłowodu standardowego o współczynniku dyspersji $D = 17 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$ i długości traktu światłowodowego (L) z zakresu 100 km – 200 km, to ze względu na założenie (2.13) wzór (2.30) pod względem ilościowym jest słuszny dla dewiacji pulsacji $f_{d,\text{max}} \ll 2\pi \cdot 7,3 \text{ GHz}$ (przy $L = 100 \text{ km}$) i $\omega_{d,\text{max}} \ll 2\pi \cdot 3,65 \text{ GHz}$ (przy $L = 200 \text{ km}$). Wyniki uzyskane z zależności (2.30) porównano z wynikami otrzymanymi z symula-

cji numerycznej zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy w światłowodzie standardowym. Symulacja numeryczna została przeprowadzona przez rozwiązanie nieliniowego równania Schrödingera Metodą Dwukrokową (*Split-Step Fourier Method*) [12]. Analiza porównawcza uzyskanych wyników wskazuje, że zgodność między obydwoma rozwiązaniami wzrasta wraz ze zmniejszeniem maksymalnej wartości dewiacji pulsacji. Otrzymanie zbieżności wyników na poziomie 20% uzyskujemy dla maksymalnej dewiacji pulsacji $\omega_{d,\max} \leq 0,05 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda}$, gdzie

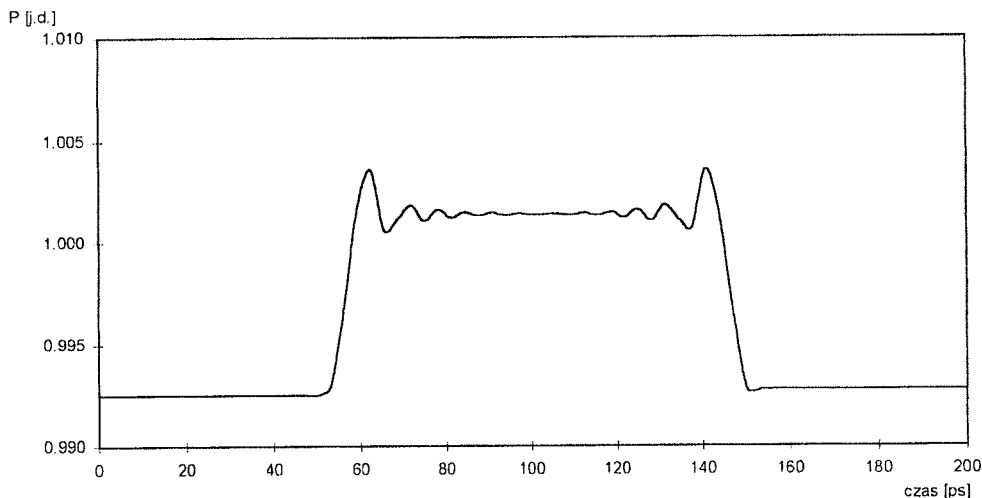
T — czas trwania zmiany pulsacji, c — prędkość światła, λ — długość fali światła, L — długość światłowodu, D — współczynnik dyspersji.

Na rys. 2.1 przedstawiono przebieg mocy impulsu optycznego otrzymanego z symulacji numerycznej dla zmiany częstotliwości określonej zależnością (2.31) przy $\omega_{d,\max} = 0,05 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; założono, że $L = 140$ km, $\lambda = 1550$ nm, $D = 17 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$ i $T = 100$ ps.



Rys. 2.1. Kształt impulsu o czasie trwania $T = 100$ ps przy $\omega_{d,\max} = 0,05 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$ otrzymanego przez rozwiązanie zależności (3.32) — 1 i drogą symulacji numerycznej — 2; P — moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne

Pomimo, że wzór (2.32) można stosować jedynie w zakresie małych wartości $\omega_{d,\max}$, to oddaje on ogólny, jakościowy charakter zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy. Dla każdego z przypadku konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy kształt otrzymanych impulsów jest zbliżony do pochodnej pulsacji po czasie; jest to szczególnie wyraźne w zakresie małych



Rys. 2.2. Kształt impulsu o czasie trwania $T = 100$ ps przy $\omega_{d,\max} = 0,01 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; P — moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne

dewiacji pulsacji. Na rys. 2.2 pokazano kształt impulsu dla $\omega_{d,\max} = 0,01 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$ przy zmianie pulsacji określonej wzorem (2.31). Przyjęto takie same wartości dla L , λ , D i T jak dla przykładu z rys. 2.1.

W każdym przypadku poziom mocy otrzymanego impulsu optycznego na wyjściu światłowodu jest zależny od:

- relacji między czasem trwania impulsu a maksymalną dewiacją pulsacji;
- długości światłowodu;
- wartości współczynnika dyspersji;
- mocy na wejściu światłowodu.

3. OPIS ZJAWISKA KONWERSJI MODULACJI CZĘSTOTLIWOŚCI NA MODULACJĘ AMPLITUDEY Z DWUPOZIOMOWYM SYGNAŁEM WYJŚCIOWYM

Wyniki otrzymane z zależności (2.30) nie oddają dokładnego kształtu impulsów optycznych uzyskanych w wyniku konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy. Wyniki otrzymane z tej zależności są zgodne z wynikami numerycznymi tylko w zakresie bardzo małych wartości dewiacji pulsacji. Poniższa analiza ma doprowadzić do takiego opisu omawianego zjawiska, który pozwoliłby na uzyskanie wyników zgodnych z wynikami otrzymanymi drogą numeryczną w szerokim zakresie zmian maksymalnej dewiacji pulsacji.

Dla poniższego opisu zjawiska konwersji przyjmujemy, że fala zmodulowana częstotliwościowo ma postać:

$$\Psi(t) = A_{wc} \operatorname{Re}(\exp\{j\varphi(t)\}), \quad (3.1)$$

gdzie:

A_{wc} — amplituda,

φ — faza.

Dla przypadku przedstawionego na rys. 3.1 zmianę fazy w czasie można opisać w następującej formie:

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega_d(t) dt, \quad (3.2)$$

$$\omega_d(t) = -\frac{\omega_{d,\max} \cdot t}{T} \quad (3.3)$$

ze wzoru (3.2) i (3.3) otrzymujemy:

$$\varphi(t) = -\frac{\omega_{d,\max}}{T} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (3.4)$$

Przyjęto, że przebieg mocy, przy pominięciu strat, na końcu światłowodu długości L wynosi:

$$P_{wy}(t, L) = \left| A_{wc} \left(1 + \frac{m_f}{2} \Psi_{F-A}(t, L) \right) \right|^2, \quad (3.5)$$

gdzie: m_f — wskaźnik modulacji równy $\frac{f_{d,\max} T}{2}$ przy czym $f_{d,\max}$ jest odległością między największą, a najmniejszą częstotliwością, a T jest czasem trwania bitu. Ψ_{F-A} — czynnik związany z konwersją modulacji częstotliwości na modulację amplitudy. Korzystając z transformaty Fouriera i odwrotnej transformaty Fouriera czynnik związany z konwersją można przedstawić w następującej postaci:

$$\Psi_{F-A}(t, L) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \exp(-j\beta L) \exp(j\omega t) \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau \cos\{\varphi(\tau)\} \exp(-j\omega\tau). \quad (3.6)$$

We wzorze (3.6) całka po $d\tau$ jest transformatą Fouriera przebiegu wejściowego, a całka po $d\omega$ jest odwrotną transformatą Fouriera.

Zależność (3.6) dalej przekształcamy do następującej postaci:

$$\Psi_{F-A}(t, L) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \cos\{\varphi(\tau)\} \exp(-j\beta L) \exp(j\omega(t - \tau)). \quad (3.7)$$

Rozwijając stałą fazy β wokół pulsacji nośnej ω otrzymujemy:

$$\beta = \beta_0 + (\omega - \omega_0) \beta_1 + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \beta_2 + \dots \quad (3.8)$$

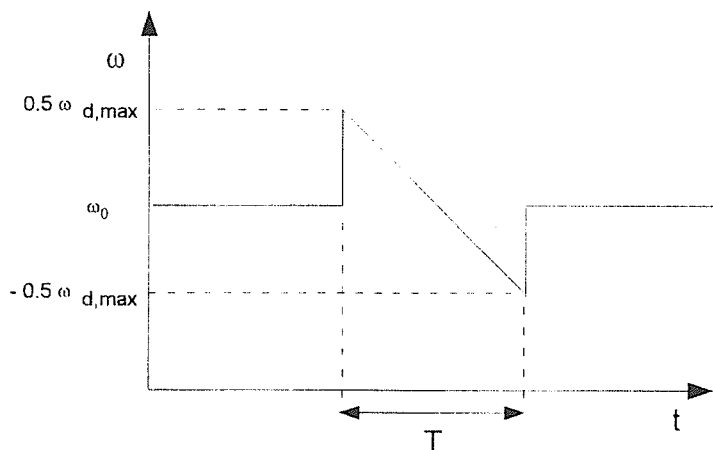
Składowa β_0 związana jest z fazą fali nośnej. Pochodne stałej fazowej β_1 i β_2 względem pulsacji odnoszą się odpowiednio do jednostkowego czasu przejścia modu i dyspersji prędkości grupowej. W dalszej analizie ograniczamy się do analizy wpływu zjawiska dyspersji prędkości grupowej, pomijamy $\beta_0 L$ i $\beta_1 L$ odnoszące się odpowiednio do opóźnienia fazowego fali nośnej i opóźnienia czasowego sygnału modulującego. Biorąc pod uwagę zależności (3.2), (3.7), (3.8) i powyższe założenia uzyskujemy:

$$\Psi_{F-A}(t, L) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau \cos\left(-\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2}\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp\left(-j\omega^2 \beta_2 \frac{L}{2}\right) \exp(j\omega(t-\tau)). \quad (3.9)$$

Wiedząc, że $\cos\left(-\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2}\right) = \cos\left(\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2}\right)$ i po rozpisaniu $\cos\left(\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2}\right)$ na następującą postać: $\frac{e^{(j\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2})} + e^{(-j\frac{\omega_{d,\max} \tau^2}{T} \frac{L}{2})}}{2}$ i rozwiązaniu całki po $d\omega$ w zależności (3.9) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \Psi_{F-A}(t, L) &= \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{j\beta_2 L}} \exp\left(-j\frac{t^2}{2\beta_2 L}\right) \times \\ &\times \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau \exp\left(j\frac{\tau^2}{2} \left(\frac{\omega_{d,\max}}{T} - \frac{1}{\beta_2 L}\right)\right) \exp\left(j\tau \frac{t}{\beta_2 L}\right) + \right. \\ &\left. + \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tau \exp\left(j\frac{\tau^2}{2} \left(-\frac{\omega_{d,\max}}{T} - \frac{1}{\beta_2 L}\right)\right) \exp\left(j\tau \frac{t}{\beta_2 L}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Wyniki otrzymane z rozwiązania zależności (3.10) porównano z wynikami obliczeń numerycznych dotyczących konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy dla zmiany częstotliwości pokazanej na rys. 3.1. Do analizy numerycznej zjawiska konwersji w światłowodzie standardowym wykorzystano wyniki otrzymane z rozwiązania numerycznego nieliniowego równania Schrödingera. Analizie poddana została konwersja przy zmianie pulsacji ω_d w funkcji czasu t pokazanej na



Rys. 3.1. Zmiana pulsacji ω_d w funkcji czasu t (oznaczenia w tekście)

rys. 3.1, przy przyjęciu czasu trwania zmiany $T = 100$ ps. Badania zostały przeprowadzone dla maksymalnej dewiacji pulsacji równej:

$$\omega_{d,\max} = k \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2},$$

gdzie: $k = 0,25; 0,5; 0,75$ i 1 , T — czas trwania zmiany pulsacji, c — prędkość światła, λ — długość fali światła, L — długość światłowodu, D — współczynnik dyspersji.

Przyjęto, że: $P_{wc} = 1$ [j.d.], $T = 100$ ps, $\lambda = 1550$ nm, $L = 140$ km i $D = 17 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$.

Poniżej, na rys. 3.2–3.5, przedstawiono kształty impulsu uzyskanego w wyniku rozwiązania zależności (3.10) i numerycznej symulacji efektu konwersji.

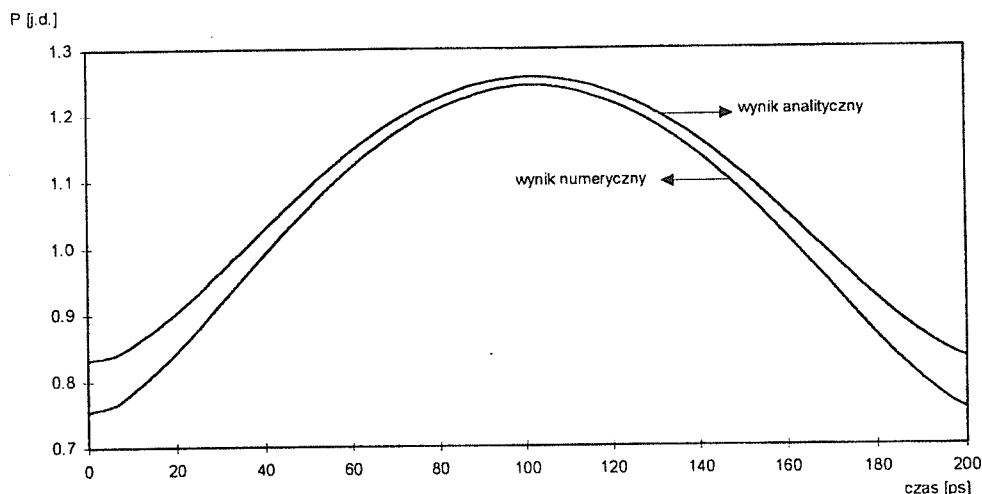
Przypadek 1: $\omega_{d,\max} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$

Przypadek 2: $\omega_{d,\max} = 0,75 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$

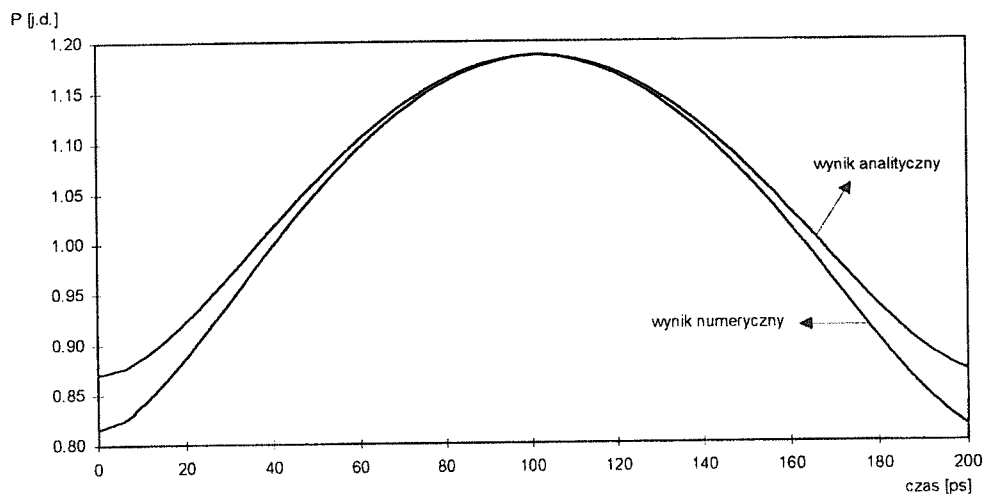
Przypadek 3: $\omega_{d,\max} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$

Przypadek 4: $\omega_{d,\max} = 0,25 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$

Analiza konwersji pojedynczego impulsu pozwala na stwierdzenie, że rozwiązanie równania (3.10) daje rozwiązanie porównywalne z wynikami uzyskanymi drogą numeryczną. Maksymalne różnice między wynikami danymi przez obie metody nie

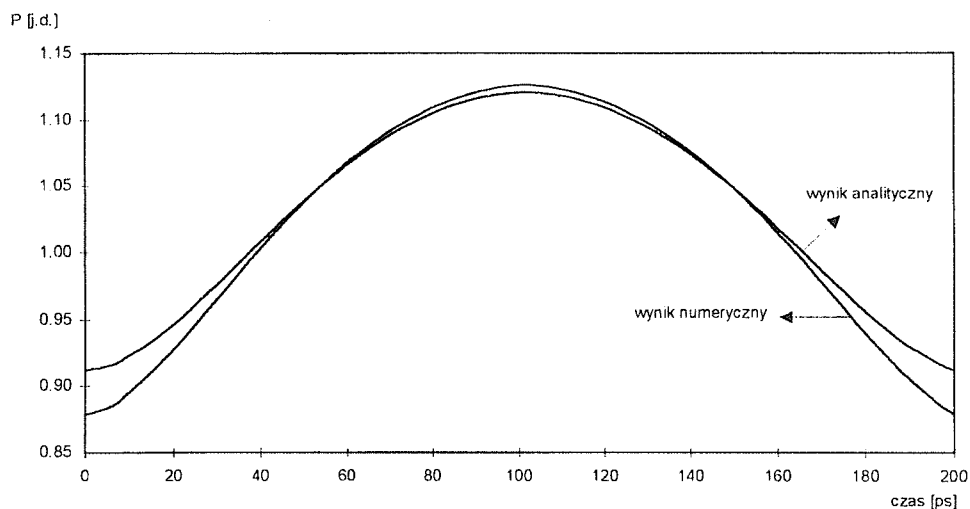


Rys. 3.2. Kształt impulsu przy $\omega_{d,\max} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; j.d. — jednostki dowolne

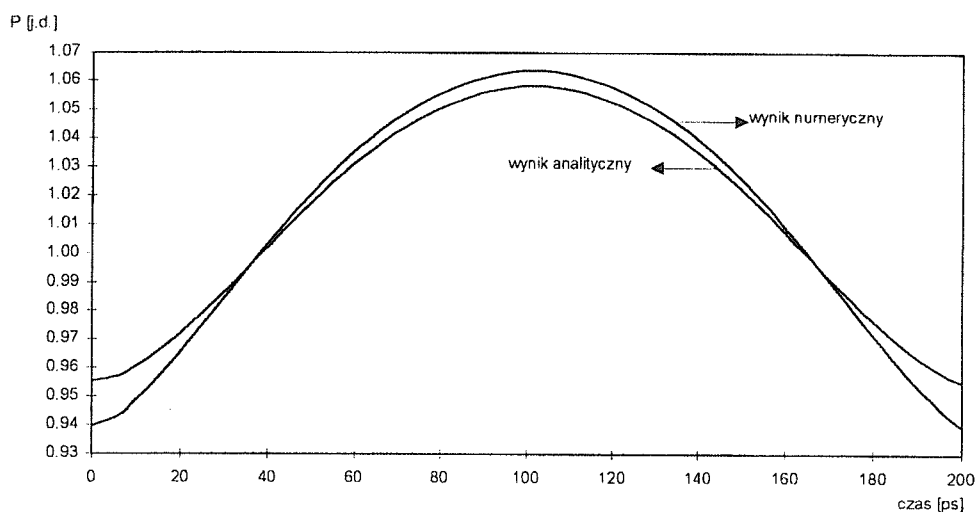


Rys. 3.3. Kształt impulsu przy $\omega_{d,\max} = 0,75 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; j.d. — jednostki dowolne

przekraczają 10%. Od $\omega_{d,\max} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$ do $\omega_{d,\max} = 0,75 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$ maksymalna wartość mocy impulsu uzyskana z zależności (3.10) jest większa od rozwiązania numerycznego. Maleje ona, zbliżając się do wyniku uzyskanego numerycznie, wraz ze



Rys. 3.4. Kształt impulsu przy $\omega_{d,\max} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; j.d. — jednostki dowolne



Rys. 3.5. Kształt impulsu przy $\omega_{d,\max} = 0,25 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; j.d. — jednostki dowolne

zmniejszeniem wartości $\omega_{d,\max}$. Od $\omega_{d,\max} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$ wartość maksymalna mocy impulsu uzyskana z (3.10) jest mniejsza od wartości uzyskanej numerycznie, różnica między nimi wzrasta wraz ze zmniejszeniem wartości $\omega_{d,\max}$. Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że zależność (3.10) pozwala na dokładną analizę impulsów optycznych otrzymanych w światłowodzie w wyniku konwersji

modulacji częstotliwości na modulację amplitudy, tak co do ich kształtu jak i co do ich poziomu mocy.

4. SYSTEM TRANSMISJI Z WYKORZYSTANIEM KONWERSJI MODULACJI CZĘSTOTLIWOŚCI NA MODULACJĘ AMPLITUDY

Poniżej przedstawiono metodę transmisji danych o przepływności 5 Gbit/s zakodowanych za pomocą kodu bifazowego (Manchester) opartą na konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy. Kody bifazowe, mimo swej podstawowej wady jaką jest ich większa szerokość pasma w porównaniu z innymi kodami, mają takie zalety jak: samosynchronizacja, brak składowej stałej czy też możliwość wykrywania za ich pomocą błędów w transmisji [17]. W kodzie bifazowym maksymalna długość ciągu stanów wysokich (jedyńki logiczne) i stanów niskich (zera logiczne) wynosi dwa. Ułatwia to odpowiedni dobór zmian pulsacji, które reprezentują stan wysoki i stan niski; dla przepływności 5 Gbit/s najkrótszy stan wysoki i niski trwa 100 ps, a najdłuższy 200 ps. Transmisja z wykorzystaniem konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy została przebadana w systemie opisanym w podrozdziale 4.1. Zastosowanie zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy do transmisji danych wymaga rozwiązania problemu wyboru charakteru zmiany pulsacji w funkcji czasu, dotyczy tego podrozdział 4.2 oraz doboru poziomu maksymalnej zmiany pulsacji (podrozdział 4.3).

4.1. OPIS BADANEGO SYSTEMU

Analizę transmisji z wykorzystaniem konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy zostały przeprowadzone dla systemu przedstawionego na rys. 4.1 o następujących parametrach:

1. Nadajnik

- znormalizowana odpowiedź częstotliwościowa lasera (H_v) wynosi jeden;
- moc wyjściowa z lasera –4dBm;
- moc wyjściowa ze wzmacniacza końcowego (EDFA1) +13 dBm;

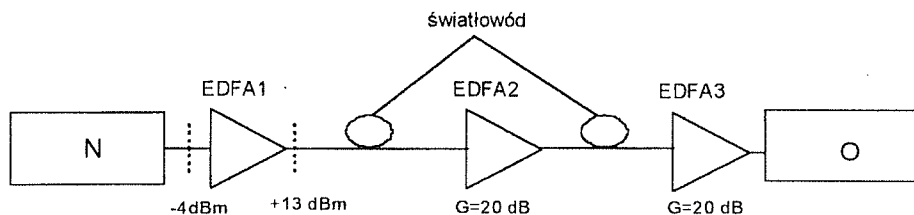
2. Tor optotelekomunikacyjny

- wzmocnienie wzmacniacza EDFA2 równe 20 dB;
- światłowód jednomodowy standardowy o współczynniku dyspersji równym $D = 17 \text{ ps/nm} \cdot \text{km}$ i tłumienności $\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$.

3. Odbiornik

- wzmocnienie przedwzmacniacza w odbiorniku (EDFA3) równe 20 dB;
- wartość fotoprądu wytworzonego przez fotodiodę wynosi:

$$i(t) = \frac{\eta \lambda q}{hc} P_{wy}(t) + I_d, \quad (4.1)$$



Rys. 4.1. Schemat badanego systemu, N — nadajnik (laser), EDFA1 — wzmacniacz końcowy nadajnika, EDFA2 — wzmacniacz umieszczony na 100 km, EDFA3 — przedwzmacniacza w odbiorniku, O — odbiornik z filtrem

gdzie: I_d — prąd ciemny, λ — długość fali światła, η — sprawność kwantowa detektora, q — ładunek elektronu, h — stała Plancka, c — prędkość światła, — w odbiorniku zastosowano filtr Butterwortha o następującej charakterystyce amplitudowej [16]:

$$H_{FR}(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_R}\right)^2}}, \quad (4.2)$$

gdzie:

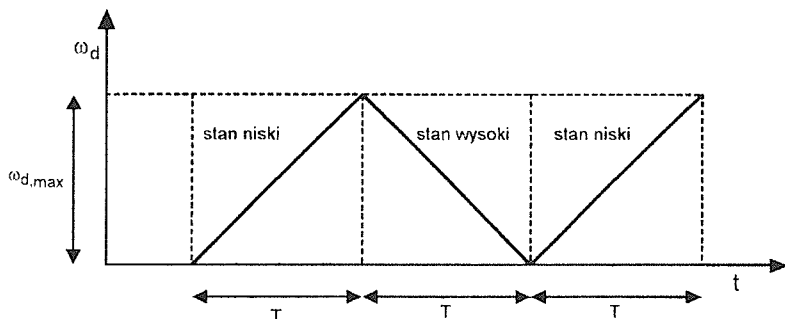
ω_R — pulsacja, przy której następuje spadek wartości $H_{FR}(j\omega)$ o 3 dB;
 ω — pulsacja.

W celu określenia zachowania się systemu w funkcji długości traktu światłowodowego (L) przyjęto, że:

- dla małych odległości tj. dla L od 0 km do 30 km w systemie występuje przedwzmacniacz EDFA3 i brak jest wzmacniaczy EDFA1 i EDFA2;
- dla średnich odległości tj. dla L od 40 km do 120 km obok przedwzmacniacza EDFA3 występuje wzmacniacz końcowy EDFA1;
- dla dużych odległości tj. dla $L \geq 140$ km dodatkowo w celu skompensowania strat na setnym kilometrze umieszczono wzmacniacz przelotowy EDFA2.

4.2. ZMIANA PULSACJI W FUNKCJI CZASU

Charakter zmiany pulsacji w funkcji czasu został uwarunkowany założeniem, że na końcu traktu światłowodowego wymagane jest otrzymanie dwupoziomowego impulsu optycznego. Analiza przedstawiona w rozdziale 2 i 3, w szczególności wzory (2.30) – (2.32) wskazują, że spełnienie tego założenia wymaga takiej zmiany pulsacji w funkcji czasu jak to przedstawiono na rys. 3.1. Dla zakresu tzw. dyspersji anormalnej, tj. w zakresie długości fal przy których $\beta_2 < 0$, składowe przesyłanego sygnału o większych częstotliwościach (mniejszych długościach fali) poruszają się szybciej niż składowe o mniejszych częstotliwościach (większych długościach fali).



Rys. 4.2. Zmiany pulsacji odpowiadające poszczególnym stanom logicznym

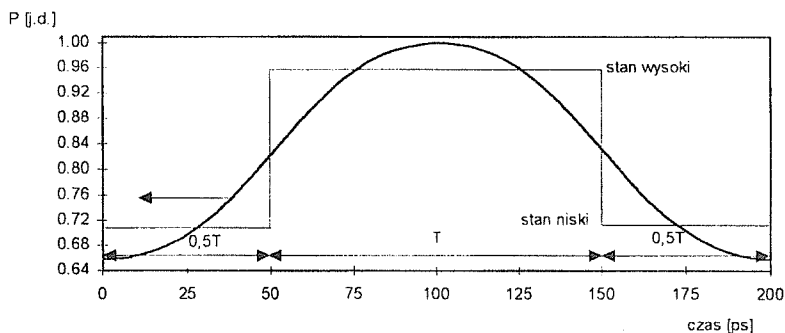
W związku z tym stan niski powinien być reprezentowany przez zmianę pulsacji określoną zależnością $\omega_d(t) = \frac{\omega_{d,\max}}{T}t$, a stan wysoki przez $\omega_d(t) = \omega_{d,\max} - \frac{\omega_{d,\max}}{T}t$, z odpowiednim przesunięciem w skali czasu (rys. 4.2).

Na rys. 4.3–4.7 przedstawiono zmianę poziomu mocy optycznej impulsów jaką uzyskano w wyniku zjawiska konwersji dla sytuacji z rys. 4.2 przy różnych wartościach $\omega_{d,\max}$. Przyjęto, że maksymalna dewiacja pulsacji jest równa:

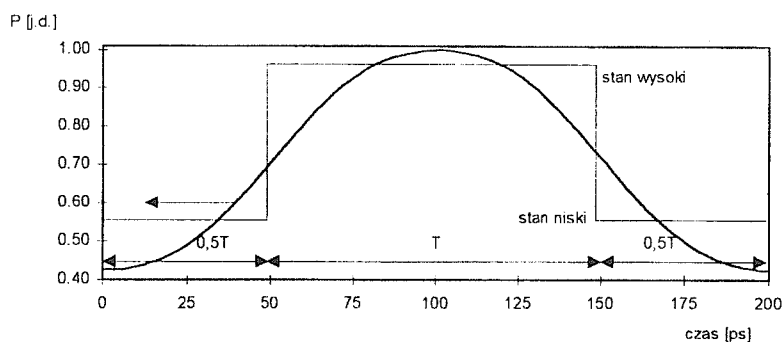
$$\omega_{d,\max} = k \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}, \quad (4.3)$$

gdzie: $k = 0,25; 0,5; 1$ i 2 , T — czas trwania impulsu, c — prędkość światła, λ — długość fali światła, L — długość światłowodu, D — współczynnik dyspersji.

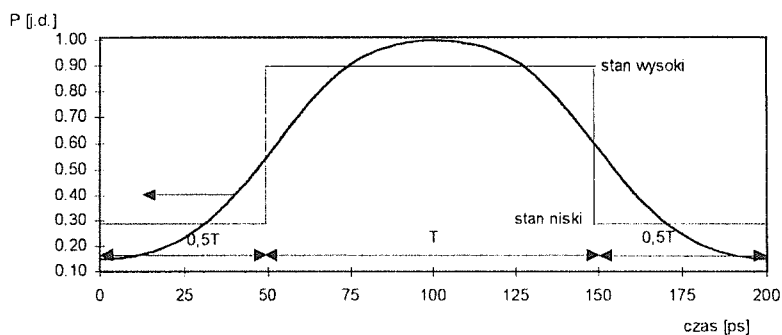
Przyjęto, że $T = 100$ ps, $\lambda = 1550$ nm, $L = 140$ km, $D = 17 \frac{\text{ps}}{\text{nm} \cdot \text{km}}$.



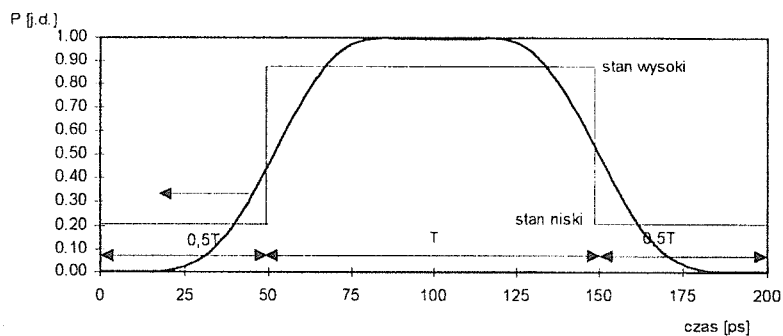
Rys. 4.3. Impuls optyczny otrzymany w wyniku zjawiska konwersji przy $\omega_{d,\max} = 0,25 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; P — znormalizowana moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne



Rys. 4.4. Impuls optyczny otrzymany w wyniku zjawiska konwersji przy $\omega_{d,max} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; P — znormalizowana moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne



Rys. 4.5. Impuls optyczny otrzymany w wyniku zjawiska konwersji przy $\omega_{d,max} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; P — znormalizowana moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne



Rys. 4.6. Impuls optyczny otrzymany w wyniku zjawiska konwersji przy $\omega_{d,max} = 2 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; P — znormalizowana moc optyczna, j.d. — jednostki dowolne

Moc optyczna impulsów otrzymanych w wyniku zjawiska konwersji dla przypadku zmian częstotliwości pokazanych na rys. 4.2 wzrasta wraz ze zwiększeniem maksymalnej dewiacji pulsacji $\omega_{d,\max}$. W szerokim zakresie zmian maksymalnej wartości dewiacji pulsacji, tj. do $\omega_{d,\max} = 2 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$, maksymalne wartości stanu wysokiego i minimalna wartość stanu niskiego przypadają w połowie ich czasu trwania. Stabilność kształtu impulsu w tak szerokim zakresie zmian $\omega_{d,\max}$ jest prawdopodobnie spowodowana wymianą mocy między impulsami zajmującymi przedziały czasowe sąsiednich bitów; sąsiednie impulsy spełniają w pewnym sensie rolę stabilizującą. Wybierając moment próbkowania w połowie czasu trwania stanu i określając poziom progowy jako różnicę między poziomem mocy optycznej w połowie czasu trwania stanu wysokiego, a poziomem mocy optycznej w połowie czasu trwania stanu niskiego jesteśmy w stanie prawidłowo rozróżnić stan niski od stanu wysokiego i to dla szerokiego zakresu zmian $\omega_{d,\max}$ (do $k = 2$).

4.3. WARTOŚĆ MAKSYMALNA ZMIANY PULSACJI

Najprostszym rozwiązaniem problemu wyboru maksymalnej wartości zmiany pulsacji $\omega_{d,\max}$ dla stanów o czasie trwania 100 ps i 200 ps byłoby przyjęcie założenia, że dla stanów o różnym czasie trwania nachylenia zmiany pulsacji w funkcji czasu jest jednakowe; tzn.:

$$\frac{\omega_{d,\max, 100 \text{ ps}}}{T_{100 \text{ ps}}} = \frac{\omega_{d,\max, 200 \text{ ps}}}{T_{200 \text{ ps}}} \quad (4.4)$$

gdzie:

$\omega_{d,\max, 100 \text{ ps}}$ — maksymalna dewiacja pulsacji dla stanu o czasie $T = 100 \text{ ps}$ ($T_{100 \text{ ps}}$);

$\omega_{d,\max, 200 \text{ ps}}$ — maksymalna dewiacja pulsacji dla stanu o czasie $T = 200 \text{ ps}$ ($T_{200 \text{ ps}}$).

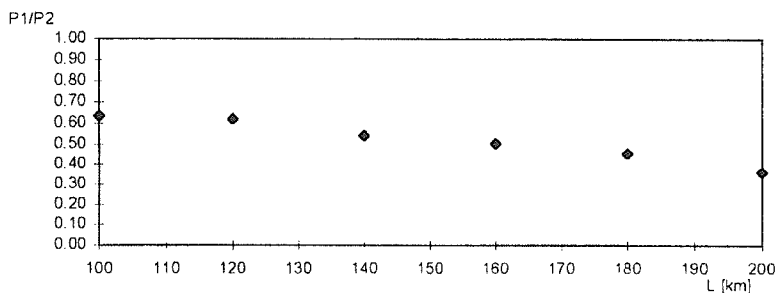
W przypadku jednakowego nachylenia zmiany pulsacji w funkcji czasu powinien zostać spełniony następujący warunek:

$$\omega_{d,\max, 200 \text{ ps}} = 2 \cdot \omega_{d,\max, 100 \text{ ps}} \quad (4.5)$$

Poniżej, na rys. 4.7 pokazano stosunek mocy optycznej impulsu o czasie trwania 100 ps (P1) do mocy optycznej impulsu o czasie trwania 200 ps (P2) dla długości traktu światłowodowego $L = 100 \text{ km}$, $L = 120 \text{ km}$, $L = 160 \text{ km}$, $L = 180 \text{ km}$ i $L = 200 \text{ km}$. Założono, że:

$$\omega_{d,\max, 100 \text{ ps}} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2} \quad (4.6)$$

Na rys. 4.7 widoczne jest, że przy założeniu (4.5) nie jesteśmy w stanie otrzymać jednakowego poziomu mocy optycznej dla impulsów o różnym czasie trwania dla



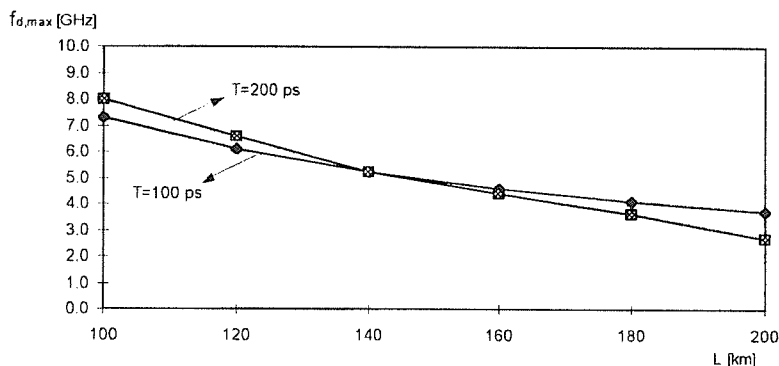
Rys. 4.7. Stosunek mocy optycznej impulsu o czasie trwania 100 ps do mocy optycznej impulsu o czasie trwania 200 ps w funkcji długości toru światłowodowego

danej długości toru światłowodowego. Potwierdzają to badania numeryczne przeprowadzone również dla innych wartości $\omega_{d,\max,100\text{ps}}$. Do znalezienia odpowiednich par maksymalnych dewiacji pulsacji, tj. pulsacji dla $T = 100$ ps i $T = 200$ ps, które pozwoliłyby na uzyskanie zbliżonych poziomów mocy przyjęto na wstępie określoną wartość $\omega_{d,\max}$ dla $T = 100$ ps i dalej na tej podstawie poszukiwano takiej wartości zmiany pulsacji dla $T = 200$ ps przy której otrzymamy poziom mocy równy z poziomem mocy dla krótszego stanu. Przyjęto, że błąd w różnicy mocy optycznej dla obydwu czasów trwania na poziomie mniejszym od 1%. Założono, że $\omega_{d,\max}$ dla $T = 100$ ps jest równa:

$$\omega_{d,\max,100\text{ps}} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}, \quad (4.7)$$

gdzie T , c , L , D , λ zgodnie ze wzorem (4.3).

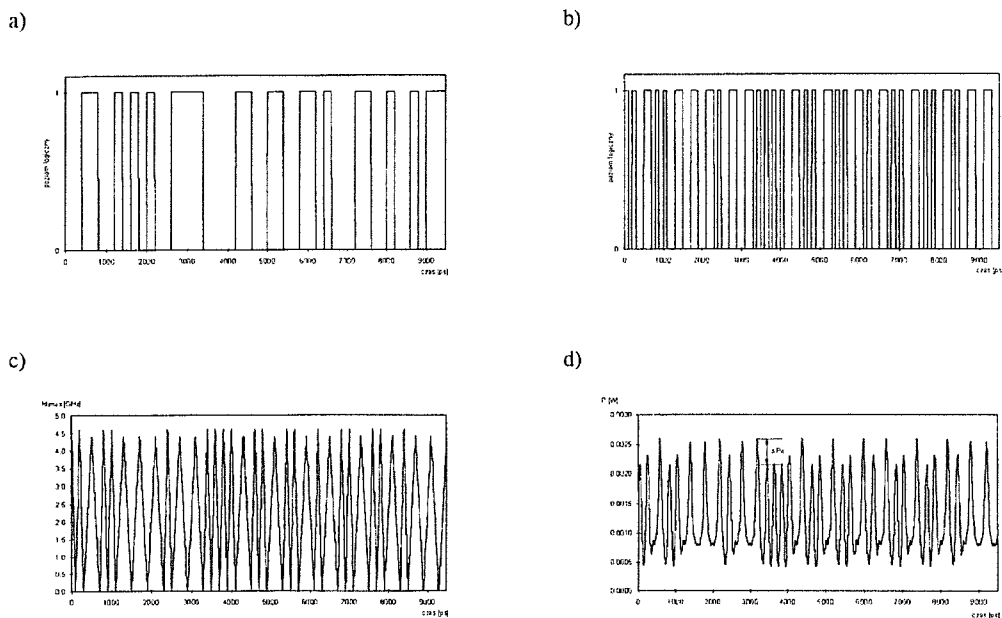
Na rys. 4.8 przedstawiono znalezione pary maksymalnej zmiany pulsacji dla stanów o różnym czasie trwania pozwalające na uzyskanie w wyniku zjawiska



Rys. 4.8. Pary maksymalnej zmiany pulsacji dla stanów o czasie trwania $T = 100$ ps i $T = 200$ ps w funkcji

długości toru światłowodowego przy założeniu $\omega_{d,\max,100\text{ps}} = \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$; $\omega_{d,\max} = 2\pi f_{d,\max}$

konwersji, na długości traktu światłowodowego (L), jednakowego poziomu mocy optycznej. Na podstawie rys. 4.9 możemy dobrać odpowiednie pary wartości pulsacji dla długości toru światłowodowego z zakresu od 100 km do 200 km. Dla $L = 160$ km maksymalna dewiacja pulsacji wynosi dla $T = 100$ ps $\omega_{d,\max} = 2\pi \cdot 4,6$ GHz, a dla $T = 200$ ps $\omega_{d,\max} = 2\pi \cdot 4,4$ GHz. Dla tych danych przedstawiono na rys. 4.9 zasadę działania systemu transmisji wykorzystującego konwersję modulacji częstotliwości na modulację amplitudy. Rys. 4.9d) przedstawia poziom



Rys. 4.9. Transmisja danych z wykorzystaniem konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy dla $L = 160$ km i $\omega_{d,\max,100\text{ ps}} = 2\pi \cdot 4,6$ GHz oraz $\omega_{d,\max,200\text{ ps}} = 2\pi \cdot 4,4$ GHz; a) ciąg przesyłanych danych, b) ich reprezentacja w kodzie bifazowym Manchester, c) odpowiadająca im zmiana częstotliwości, d) przebieg mocy optycznej na końcu toru światłowodowego; $f_{d,\max}$ — maksymalna dewiacja częstotliwości, P — moc optyczna

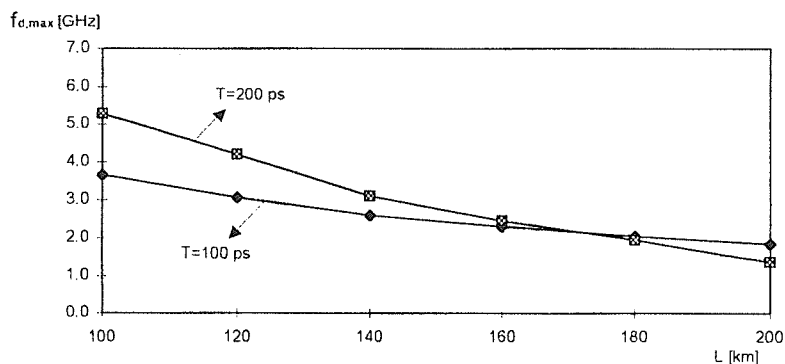
mocy impulsów uzyskanych w wyniku efektu konwersji po 160 km. Pomimo doboru maksymalnych zmian pulsacji pod kątem otrzymania impulsów o jednakowym poziomie mocy optycznej uzyskano przesunięcie między impulsami o czasie trwania $T = 100$ ps, a impulsami o czasie trwania $T = 200$ ps (ΔP_d). Maksymalna wartość tego przesunięcia wynosi około 0,5 mW, przy wartości mocy impulsów równej 1,7 mW, co stanowi blisko 30% mocy impulsu. Taka sytuacja jaką przedstawiono występuje również i dla innych długości traktu światłowodowego i odpowiadających im par wartości maksymalnej zmiany pulsacji z rys. 4.8. Przesunięcie między

impulsami powoduje, że na wyjściu światłowodu otrzymujemy sygnał wielopoziomowy, co z kolei utrudnia wybór właściwego poziomu progowego. Przyjęto, że przesunięcie impulsów o takiej wartości jest zbyt duże, aby system ten poprawnie działał. Dalej przeprowadzono analizę systemu przy założeniu, że $\omega_{d,\max}$ dla $T = 100$ ps jest równa:

$$\omega_{d,\max,100\text{ ps}} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}, \quad (4.8)$$

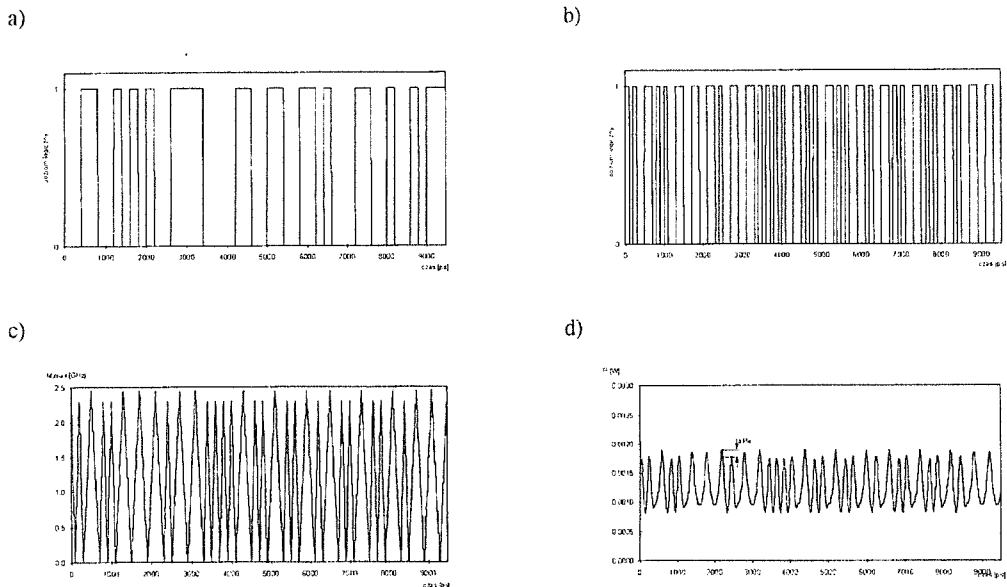
gdzie T , c , L , D , λ zgodnie ze wzorem (4.3)

Na rys. 4.10 przedstawiono znalezione pary maksymalnej zmiany pulsacji dla stanów o różnym czasie trwania pozwalające na uzyskanie w wyniku zjawiska konwersji, na długości traktu światłowodowego (L), jednakowych poziomów mocy optycznej. Dla $L = 160$ km maksymalna dewiacja pulsacji wynosi dla $T = 100$ ps $\omega_{d,\max} = 2\pi \cdot 2,3$ GHz, a dla $T = 200$ ps $\omega_{d,\max} = 2\pi \cdot 2,45$ GHz. Podobnie jak w poprzednim przypadku poniżej przedstawiono zasadę działania systemu transmisji wykorzystującego konwersję modulacji częstotliwości na modulację amplitudy dla $L = 160$ km i $\omega_{d,\max,100\text{ ps}} = 2\pi \cdot 2,3$ GHz oraz $\omega_{d,\max,200\text{ ps}} = 2\pi \cdot 2,45$ GHz. Rys. 4.11d) przedstawia poziom mocy impulsów uzyskanych w wyniku efektu konwersji po 160 km. W porównaniu z wynikami przedstawionymi na rys. 4.9d) przesunięcie między impulsami o czasie trwania $T = 100$ ps, a impulsami o czasie trwania $T = 200$ ps (ΔP_d) jest znacznie mniejsze. Największe przesunięcie jest na poziomie 0,15 mW przy mocy impulsu równej 0,92 mW. Wielkość ta wynosi 16% mocy impulsów, czyli jest prawie dwa razy mniejsze niż w poprzednim przypadku. Podobna sytuacja do przedstawionej występuje również i dla innych długości traktu światłowodowego i odpowiadających im par wartości maksymalnej zmiany pulsacji z rys. 4.10. Na podstawie przeprowadzonej analizy relacji pomiędzy długością toru światłowodowego (L), a wartościami dewiacji pulsacji $\omega_{d,\max,100\text{ ps}}$ i $\omega_{d,\max,200\text{ ps}}$ można



Rys. 4.10. Pary maksymalnej zmiany pulsacji dla stanów o czasie trwania $T = 100$ ps i $T = 200$ ps w funkcji

długości toru światłowodowego przy założeniu $\omega_{d,\max,100\text{ ps}} = 0,5 \frac{2\pi Tc}{LD\lambda^2}$, $\omega_{d,\max} = 2\pi f_{d,\max}$

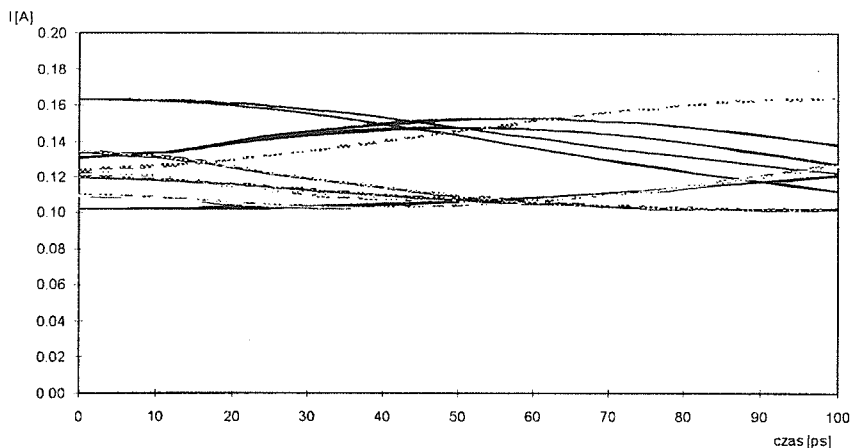


Rys. 4.11. Transmisja danych z wykorzystaniem konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy dla $L = 160$ km i $\omega_{d,max,100ps} = 2\pi \cdot 2,3$ GHz oraz $\omega_{d,max,200ps} = 2\pi \cdot 2,45$ GHz; a) ciąg przesyłanych danych, b) ich reprezentacja w kodzie bifazowym Manchester, c) odpowiadająca im zmiana częstotliwości, d) przebieg mocy optycznej na końcu toru światłowodowego; $f_{d,max}$ — maksymalna dewiacja częstotliwości, P — moc optyczna

zauważyć, że wraz ze wzrostem wartości maksymalnej dewiacji pulsacji wzrasta wartość przesunięcia (ΔP_d) między impulsami reprezentującymi stany o różnym czasie trwania. Wartość tego przesunięcia maleje wraz ze zmniejszeniem wartości zmiany pulsacji, a co za tym idzie również wraz ze zmniejszeniem poziomu mocy impulsów. Mamy stąd wyraźne ograniczenia doboru odpowiednich par wartości pulsacji:

- ograniczeniem „od dołu” jest otrzymanie małych poziomów mocy na wyjściu światłowodu;
- ograniczeniem „od góry” jest wzrost wartości ΔP_d .

Przyjęto, że podstawą do dalszych badań systemu transmisji z wykorzystaniem konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy będzie przyjęcie założenia (4.8) i przyjęcie zmiany pulsacji dla poszczególnych długości toru pokazanych na rys. 4.10. Na rys. 4.12 pokazano wykres oczkowy jaki uzyskano dla systemu opisanego w podrozdziale 4.2, przy długości traktu światłowodowego $L = 160$ km, f_R filtra Butterwortha równy 5 GHz, maksymalnej dewiacji pulsacji $\omega_{d,max,100ps} = 2\pi \cdot 2,3$ GHz i $\omega_{d,max,200ps} = 2\pi \cdot 2,45$ GHz i dla pseudoprzypadkowej sekwencji stanów niskich i wysokich o długości $2^7 - 1$.



Rys. 4.12. Wykres oczkowy dla $L = 160$ km, $f_R = 5$ GHz, $\omega_{d,\max,100\text{ ps}} = 2\pi \cdot 2,3$ GHz i $\omega_{d,\max,200\text{ ps}} = 2\pi \cdot 2,45$ GHz

5. WYNIKI SYMULACJI NUMERYCZNEJ

Dla długości traktu światłowodowego od 100 km do 200 km przebadano system pokazany na rys. 4.1 przy maksymalnej dewiacji pulsacji $\omega_{d,\max,100\text{ ps}}$ i $\omega_{d,\max,200\text{ ps}}$ przedstawionej na rys. 4.10. System przebadano pod kątem:

- wartości współczynnika ekstynkcji (EX);
- wpływu szumów przedwzmacniacza EDFA na parametry badanego systemu.

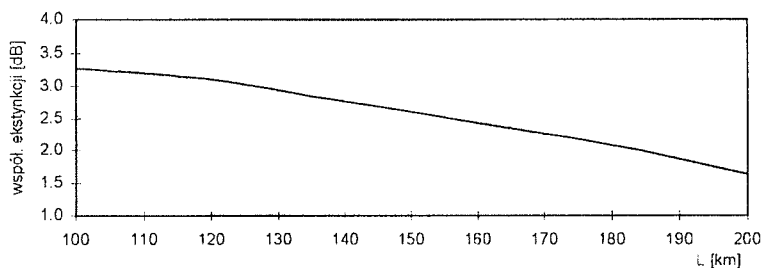
Badania zostały przeprowadzone na pseudoprzypadkowej sekwencji stanów niskich i wysokich o długości $2^7 - 1$.

5.1. WSPÓLCZYNNIK EKSTYNKCJI

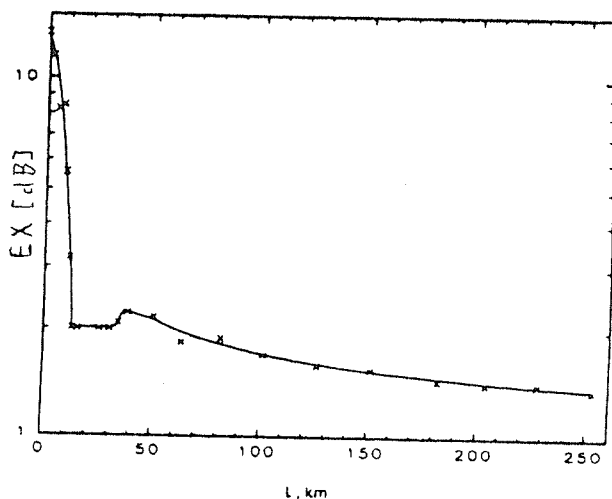
Przeprowadzono badania mające na celu określenie wartości optycznego współczynnika ekstynkcji dla transmisji danych na odległości od 100 km do 200 km. Wartość optycznego współczynnika ekstynkcji określono jako iloraz średniej wartości mocy, otrzymanej w miejscu próbkowania dla stanu wysokiego ($\bar{P}_1$) i średniej wartości mocy dla stanu niskiego ($\bar{P}_0$), zgodnie z zależnością:

$$\text{EX} = 100 \log \left(\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} \right). \quad (5.1)$$

Na rys. 5.1. przedstawiono zmianę wartości optycznego współczynnika ekstynkcji w funkcji długości toru światłowodowego. Rys. 5.2 pokazuje wartość optycznego współczynnika ekstynkcji w funkcji długości traktu światłowodowego [5]. Wyniki

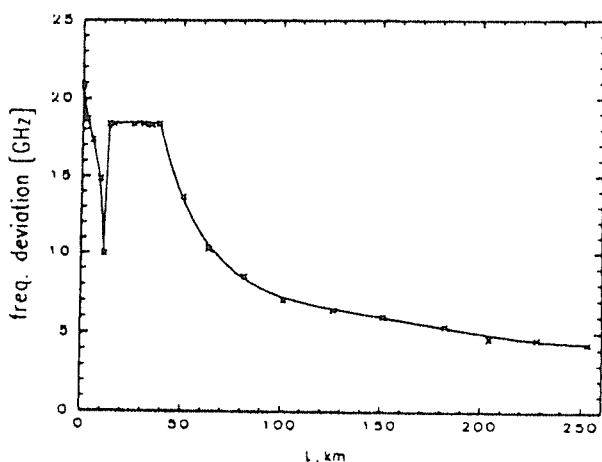


Rys. 5.1. Wartość optycznego współczynnika ekstynkcji w funkcji długości toru światłowodowego



Rys. 5.2. Wartość współczynnika ekstynkcji — EX w funkcji długości toru światłowodowego [5]

zostały przez autorów otrzymane drogą eksperymentalną przy zmianach częstotliwości przedstawionych na rys. 5.3. W interesującym nas zakresie długości L tj. od 100 km do 200 km uzyskane wyniki są lepsze od przedstawionych w [5], pomimo stosowania prawie dwukrotnie mniejszej wartości maksymalnej dewiacji częstotliwości, która ma zasadnicze znaczenie dla wartości współczynnika ekstynkcji. Dla badanego systemu wartość optycznego współczynnika ekstynkcji w przedziale od 100 km do 180 km nie spada poniżej 2,0 dB; tylko dla $L = 200$ km jest on mniejszy od 2,0 dB i wynosi 1,6 dB. Otrzymanie takich wartości współczynnika ekstynkcji wynika z zastosowania stosunkowo niewielkich wartości maksymalnej dewiacji pulsacji (rys. 4.11). Wartość tego współczynnika, przy danej długości toru, wzrasta wraz ze wzrostem $\omega_{d, \max}$, ale zastosowanie większych zmian pulsacji ograniczone jest wystąpieniem zjawiska opisanego w podrozdziale 4.3.



Rys. 5.3. Zmiany częstotliwości w funkcji długości toru światłowodowego [5]

5.2. WPŁYW SZUMÓW WZMACNIACZA EDFA NA PARAMETRY SYSTEMU

Tor odbiorczy badanego systemu (rys. 4.1) składa się z przedwzmacniacza EDFA3, fotodetektora i filtru. W celu określenia poziomu sygnału od szumu konieczne jest uwzględnienie wpływu szumów wzmacniacza EDFA3 na odbierany sygnał. Prąd powstający w detektorze wynosi:

$$I = I_p + I_d \quad (5.2)$$

gdzie: I_d — prąd ciemny;

$$I_p = RGP_s, \quad (5.3)$$

a R jest czułością detektora wynoszącą:

$$R = \frac{\eta q \lambda}{hc}, \quad (5.4)$$

przy czym: λ — długość fali światła, η — sprawność kwantowa detektora, q — ładunek elektronu, h — stała Plancka, c — prędkość światła, P_s — moc optyczna sygnału na wejściu wzmacniacza, G — wzmocnienie wzmacniacza.

Prąd szumów ma zerową średnią, jego moc określa się wzorem:

$$\sigma^2 = \sigma_T^2 + \sigma_s^2 + \sigma_{sp-sp}^2 + \sigma_{sig-sp}^2 + \sigma_{s-sp}^2 \quad (5.5)$$

gdzie:

$$\text{szum termiczny:} \quad \sigma_T^2 = (4kT/R_L) \Delta f \quad (5.6)$$

$$\text{szum śrutowy:} \quad G_s^2 = 2q[R(GP_s + P_{sp}) + I_d] \Delta f \quad (5.7)$$

szum zdudnienia emisji spontanicznej: $\sigma_{\text{sp-sp}}^2 = 4R^2 S_{\text{sp}}^2 P_s \Delta f$ (5.8)

szum zdudnienia sygnału z emisją spontaniczną: $\sigma_{\text{sig-sp}}^2 = 4R^2 S_{\text{sp}} P_s \Delta f$ (5.9)

szum zdudnienia prądu śrutowego z emisją spontaniczną:
 $\sigma_{\text{s-sp}}^2 = 4qRS_{\text{sp}} \Delta v_{\text{opt}} \Delta f$ (5.10)

k — stała Boltzmanna,
 T — temperatura,
 R_L — rezystancja wejściowa,
 Δf — pasmo elektryczne odbiornika,
 Δv_{opt} — pasmo optyczne szumu emisji spontanicznej,
 P_{sp} — moc emisji spontanicznej wzmacniacza, która jest równa:

$$P_{\text{sp}} = S_{\text{sp}} \Delta v_{\text{sp}}, \quad (5.11)$$

przy czym: S_{sp} — gęstość widmowa mocy szumów emisji spontanicznej (ASE), Δv_{sp} — efektywne pasmo emisji spontanicznej, równe w praktyce pasmu wzmacniacza lub filtru optycznego, I_d — prąd ciemny detektora.

Przyjmując, że $S_{\text{sp}} = (G - 1)n_{\text{sp}} h\nu$, gdzie n_{sp} jest współczynnikiem inwersji oraz podstawiając pod n_{sp} częściej stosowany współczynnik szumu wzmacniacza $F_n \approx 2n_{\text{sp}}$ (dla $G \gg 1$); wyrażenia (5.7)–(5.10) można przedstawić w następującej postaci [13]:

$$\sigma_s^2 = 2q\eta GP_s \Delta f / (h\nu); \quad (5.12)$$

$$\sigma_{\text{sp-sp}}^2 = (q\eta GF_n)^2 \Delta v_{\text{opt}} \Delta f; \quad (5.13)$$

$$\sigma_{\text{sig-sp}}^2 = 2(q\eta G)^2 F_n P_s \Delta f / (h\nu); \quad (5.14)$$

$$\sigma_{\text{s-sp}}^2 = 4q^2 \eta GF_n \Delta v_{\text{opt}} \Delta f. \quad (5.15)$$

Porównując powyższe zależności można stwierdzić, że σ^2 jest mniejsze od $\sigma_{\text{sig-sp}}^2$ o czynnik ηGF_n i może zostać pominięte. Składnik $\sigma_{\text{s-sp}}^2$ jest pomijalnie mały w porównaniu z $\sigma_{\text{sp-sp}}^2$. Szum termiczny może zostać pominięty w porównaniu ze składnikami $\sigma_{\text{sig-sp}}^2$ i $\sigma_{\text{sp-sp}}^2$. Przy takich założeniach oraz przy przyjęciu, że moc związana ze stanem niskim nie jest równa zero, prądy szumów σ_1 i σ_0 mogą być przybliżone zależnościami:

$$\sigma_1 = (\sigma_{\text{sig-sp}}^2 + \sigma_{\text{sp-sp}}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.16)$$

$$\sigma_0 = (\sigma_{\text{sig-sp}}^2 + \sigma_{\text{sp-sp}}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5.17)$$

Wprowadzamy parametr Q , będący stosunkiem różnicy średniej wartości prądu odpowiadającego stanowi wysokiemu i niskiemu do poziomu szumów [13]:

$$Q = \frac{\bar{I}_1 - \bar{I}_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (5.18)$$

Wielkości $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_0$ odpowiadają średniej wartości prądu związanej odpowiednio ze stanem wysokim i niskim. Przy obliczeniach przyjęto następujące założenia: $\Delta\nu_{\text{opt}} = 125$ GHz, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $\eta = 0,9$, $G = 20$ dB, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J · s, $c = 3,0 \cdot 10^8$ m/s, $\lambda = 1550$ nm, $F_n = 3$ dB, $I_d = 10$ nA.

Na rys. 5.4–5.9 przedstawiono zależność parametru Q w funkcji f_R filtru dla długości toru światłowodowego równego 100 km, 120 km, 140 km, 160 km, 180 km i 200 km.

Charakter zmiany parametru Q w zależności od f_R filtru jest podobny dla różnych długości traktu światłowodowego (L). Zauważalny jest wzrost wartości parametru Q wraz ze wzrostem f_R , przy wartości $f_R = 5$ GHz wynosi odpowiednio:

Tabela 1
Wartość parametru Q dla różnych długości toru światłowodowego przy $f_R = 5$ GHz

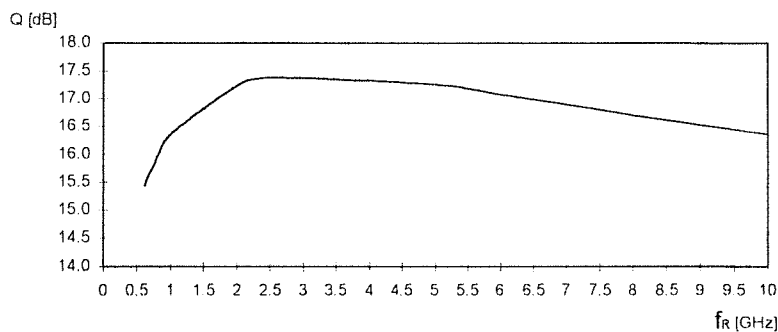
Długość traktu światłowodowego [km]	Q [dB]
100	17,39
120	15,14
140	22,59
160	20,07
180	17,46
200	14,43

W zakresie od $f_R = 2,5$ GHz do $f_R = 5$ GHz wartość parametru Q zmienia się, dla każdego przypadku, na poziomie 0,1 dB. Od $f_R = 5$ GHz do $f_R = 10$ GHz jego wartość maleje dochodząc przy $f_R = 10$ GHz do następującego poziomu:

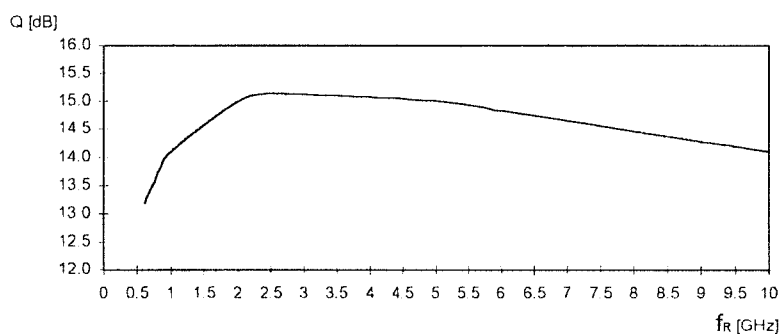
Tabela 2
Wartość parametru Q dla różnych długości toru światłowodowego przy $f_R = 10$ GHz

Długość traktu światłowodowego [km]	Q [dB]
100	16,36
120	14,10
140	21,59
160	19,07
180	16,45
200	13,45

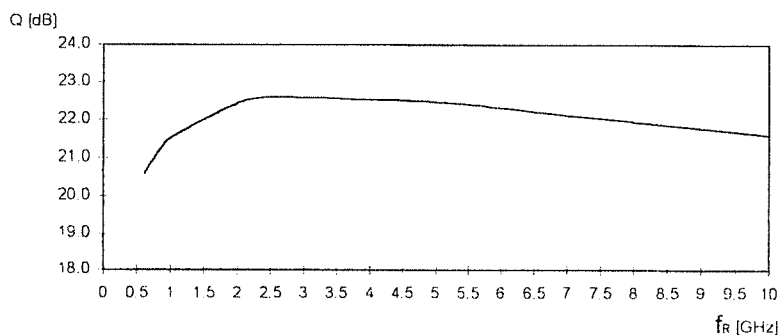
Spadek wartości parametru Q w zakresie od $f_R = 5$ GHz do $f_R = 10$ GHz tylko o około 1 dB wynika ze wzrostu współczynnika ekstynkcji wraz ze wzrostem f_R filtru. Jego wpływ na Q jest w tym zakresie znacznie silniejszy niż wpływ na jego wartość szerokości pasma filtru. Na podstawie przeprowadzonych badań można przyjąć jako optymalną szerokości pasma odbiornika dla tej transmisji wartość 5 GHz ($f_R = 2,5$ GHz). Wartość ta jest zgodna z szerokością pasma Nyquista, która w przypadku zastosowania do przesyłania danych kodu bifazowego Manchester powinna wynosić $0,5 T_{\min}$, gdzie $T_{\min}$ jest czas trwania najkrótszego stanu wysokiego lub niskiego; w naszym przypadku $T_{\min}$ równa się 100 ps.



Rys. 5.4. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 100$ km

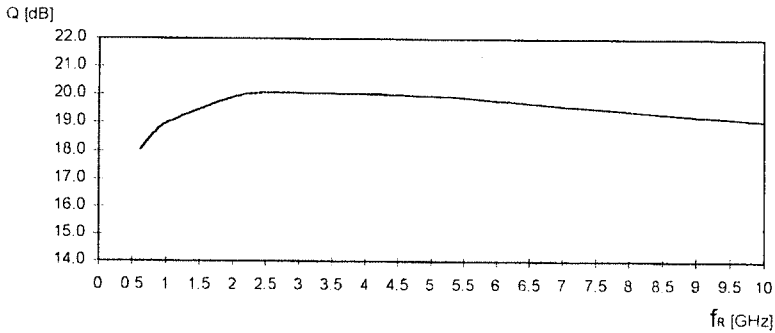


Rys. 5.5. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 120$ km

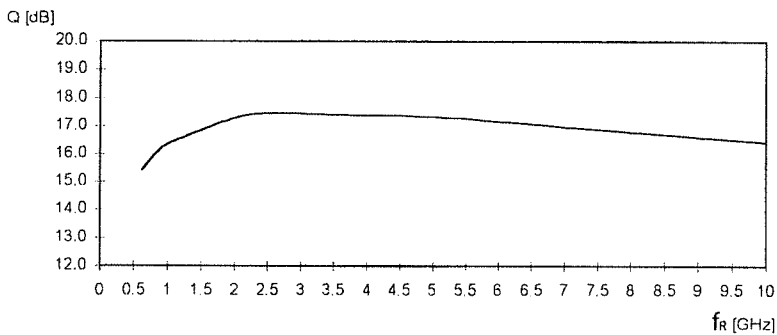


Rys. 5.6. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 140$ km

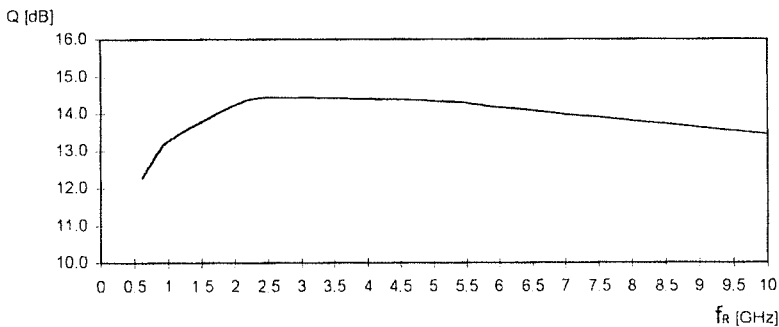
Przedstawiony artykuł można podzielić na dwie części. Część pierwsza tj. rozdział 2 i 3 dotyczą analizy zjawiska konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy w jednomodowym światłowodzie standardowym. Na podstawie przeprowadzonej analizy stwierdzono, że kształt impulsów optycznych uzyskanych w wyniku



Rys. 5.7. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 160$ km



Rys. 5.8. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 180$ km



Rys. 5.9. Zmiana parametru Q w funkcji f_R dla toru światłowodowego $L = 200$ km

omawianego zjawiska jest zależny od pochodnej zmiany częstotliwości po czasie, z kolei zależność wyprowadzona w rozdziale 3 pozwala, z dokładnością lepszą od 10%, określić kształt impulsu i poziom jego mocy. W części drugiej tj. w rozdziale 4, 5 i 6 przedstawiono właściwości systemu transmisji danych o przepływności 5 Gbit/s wykorzystujący zjawisko omówione w części pierwszej. Transmisja danych wykorzy-

stująca efekt konwersji umożliwia przesyłanie informacji z przepływnościami rzędu Gbit/s na odległości znacznie przekraczające ograniczenia związane z występowaniem dyspersji chromatycznej światłowodu standardowego. Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że przy odpowiednim doborze tak co do kształtu, jak i co do wartości zmian pulsacji w czasie można otrzymać na wyjściu światłowodu długości przekraczającej 100 km dwupoziomowy sygnał optyczny. Dzięki temu możliwe jest znaczne uproszczenie części odbiorczej w porównaniu z rozwiązaniami powszechnie stosowanymi przy tego typu systemach. Przedstawiony system przebadano pod kątem określenia wartości współczynnika ekstynkcji i zdefiniowanego zależności (5.18) parametru Q . Na podstawie uzyskanych wartości optycznych współczynnika ekstynkcji można powiedzieć, że przedstawione rozwiązanie przesyłania danych jest lepsze od rozwiązania zaproponowanego w [5]. Badania zmian wartości parametru Q w funkcji szerokości pasma odbiornika dla różnych długości toru światłowodowego wskazują, że można przyjąć jako optymalną szerokości pasma dla tej transmisji wartość 5 GHz; wielkość ta jest zgodna z szerokością pasma Nyquista.

BIBLIOGRAFIA

1. P. Henry: *Lightwave primer*. IEEE Journal of Quantum Electronics. 1985, vol. QE-21, p. 1862
2. E. Bocheve, E. de Carvalho: *FM-AM conversion by material dispersion in an optical fiber*. Optics Letters. 1981, vol. 6, nr 2, p. 58
3. E. Bocheve, E. de Carvalho: *Conversion of a wideband frequency-modulated signal to amplitude modulation through dispersion in an optical fiber*. Optics Letters 1982, vol. 7, nr 3, p. 139
4. D. Marcuse: *Computer simulation of FSK laser spectra and of FSK-to-ASK conversion*. IEEE Journal of Lightwave Technology. 1990, vol. 8, nr 7, p. 1110
5. B. Wedding, B. Franz, B. Juninger: *10-Gb/s optical transmission up to 253 km via standard single-mode fiber using the method of dispersion-supported transmission*. IEEE Journal of Lightwave Technology, 1994, vol. 12, nr 10, p. 1720
6. S. Fujita, M. Kitamura, T. Torikai: *10 Gbit/s, 100 km optical fibre transmission experiment using high-speed MQW DFB-LD and back-illuminated GaInAs APD*. Electronics Letters, 1989, vol. 25, p. 702
7. K. Petermann: *FM-AM noise conversion in dispersion single-mode fibre transmission lines*. 1990, Electronics Letters, 1990, vol. 26, nr 25, p. 2097
8. B. Wedding: *New method for optical transmission beyond dispersion limit*. Electronics Letters, 1992, vol. 28, nr 4, p. 402
9. B. Wedding, B. Franz: *Unregenerated optical transmission at 10 Gbit/s via 204 km of standard singlemode fibre using a directly modulated laser diode*. Electronics Letters. 1993, vol. 29, nr 4, p. 402
10. C. Kurtzke, A. Gnauck: *Operating principle of in-line amplified dispersion-supported transmission*. Electronics Letters. 1993, vol. 29, nr 22, p. 1969
11. C. Kurtzke, S. Kindt, K. Petermann: *Impact of residual amplitude modulation on the performance of dispersion-mediated nonlinearity-enhanced transmission*. Electronics Letters, 1994, vol. 30, nr 12, p. 988
12. G.P. Agrawal: *Nonlinear fiber optics*. Academic Press Inc., New York 1989, p. 374–381
13. G.P. Agrawal: *Fiber-optical communication systems*. John Wiley & Sons, Inc., New York 1992, p. 44–48

14. A. Majewski: *Nieliniowa optyka światłowodowa*. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1993, p. 74—80
15. J. Osioński: *Zarys rachunku operatorowego*. WNT, Warszawa 1981, p. 266—268
16. M.S. Rodan: *Systemy telekomunikacji analogowej i cyfrowej*. WNT, Warszawa 1983, p. 80—83
17. H.B. Killen: *Transmisja cyfrowa w systemach światłowodowych i satelitarnych*. WKiŁ, Warszawa 1992, p. 42—49

K. PERLICKI

HIGH CAPACITY OPTICAL TRANSMISSION USING FM-AM SUPPORTED TRANSMISSION

S u m m a r y

The conversion of frequency modulation to amplitude modulation due to fiber chromatic dispersion is described. A 5 Gb/s optical transmission system is presented. It uses the method of FM-AM conversion supported transmission. The computer simulations are carried out for a system with the following characteristics. The transmitted optical signal is modulated by an augmented pRBS of length $2^7 - 1$. The fiber dispersion is 17 ps/nm · km, the loss is 0,2 dB/km. Optical in-line amplifier is inserted at 100 km. the gain of the amplifier is chosen to compensation of the fiber loss. A first order Butterworth filter at the receiver is used. A new analysis of conversion of a frequency-modulated signal to amplitude modulation through dispersion in an optical fiber is presented. The propagation of optical field through a fiber is described by nonlinear Schrödinger equation, which is solved numerically by the split-step Fourier method. Novel method of laser frequency modulation for Dispersion Supported Transmission gives optical binary signal at the receiver with greater values of the extinction coefficient as compared to the previous research at least in the range of $100 \text{ km} < L < 200 \text{ km}$. The most important result of this investigation is that the maximum signal to noise ratio is reached at $f_R = 5 \text{ GHz}$ for fiber lengths in the range $100 \text{ km} < L < 200 \text{ km}$. The optimum value of the receiver low-pass filter bandwidth is almost independent of the fiber length. This frequency satisfies the Nyquist criterion.

Key words: optical communication, frequency modulation, amplitude modulation conversion, dispersion supported transmission.

Wyniki badań anten mikropaskowych umieszczonych na wielowarstwowych podłożach dielektrycznych

MARIAN WNUK, WŁADYSŁAW KOŁOSOWSKI

Instytut Systemów Łączności, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa

Otrzymano 1997.10.28

Autoryzowano do druku 1997.11.19

W pracy przedstawiono wyniki teoretyczne i eksperymentalne analizy sprzężeń anten liniowych dowolnie zorientowanych i umieszczonych na wielowarstwowym dielektryku. Praca koncentruje się na wyprowadzeniu zależności analitycznej na impedancję wzajemną, która to zależność umożliwiałaby dogodną implementację komputerową. Wyniki analizy teoretycznej bardzo dobrze korelują z pomiarami wykonanego modelu. Uzyskane rezultaty mogą być wykorzystane do analizy i projektowania szyków antenowych.

Słowa kluczowe: anteny mikropaskowe, impedancja wzajemna, impedancja własna, rozkład prądu.

1. WPROWADZENIE

Podstawowa konstrukcja anteny mikropaskowej składa się z metalicznego paska wydrukowanego na cienkim, uziemionym (ekran) dielektrycznym podłożu [L-2,8]. Zasilanie tej anteny może być realizowane za pomocą linii współosiowej poprowadzonej prostopadle poprzez podłoże lub [L-8,9] linią mikropaskową prowadzoną na podłożu dielektrycznym w płaszczyźnie anteny [L-2,8,9,10]. Szczególnie drugi sposób zasilania jest interesujący, ponieważ umożliwia realizację anteny wraz z obwodem zasilającym w jednym procesie technologicznym (fotolitografia) [L-9]. Jest to szczególnie istotne przy realizacji planarnych szyków antenowych (ang. *periodic antennas*) ze względu na możliwości uzyskania dużej powtarzalności wykonania i obniżenia kosztów wytwarzania. Niestety, anteny wytwarzane w ten sposób charakteryzują się stosunkowo wąskim częstotliwościowym pasmem przenoszenia (rzędu kilku %), dużą podatnością na zakłócenia ze względu na otwartość struktury. Z tych to powodów od wielu lat prowadzone są prace badawczo-konstrukcyjne nad

wyeliminowaniem wymienionych wyżej wad. Przy realizacji anteny mikropaskowej drukowanej na jednowarstwowym wspólnym dla anteny i układów zasilania podłożu zachodzi podstawowa sprzeczność pomiędzy wymaganiami stawianym układowi zasilania i elementom promieniującym. Względne pasmo przenoszenia zwiększa się wraz ze wzrostem geometrycznej grubości podłoża i jest odwrotnie proporcjonalna do przenikalności elektrycznej zastosowanego dielektryka. Innymi słowami wzrasta ono proporcjonalnie do stosunku b/ϵ_r . Z drugiej strony układ zasilania anten za pomocą linii mikropaskowych wymaga względnie małych wartości tego stosunku.

Zmniejszenie wartości stosunku b/ϵ_r jest nader korzystne ponieważ prowadzi do zminimalizowania wielu szkodliwych efektów takich jak wzbudzenie się fal powierzchniowych [L-4,5]. Stąd względna szerokość pasma przenoszenia anten mikropaskowych nie przekracza z reguły 5%. W wielu praktycznych zastosowaniach jest to wielkość niewystarczająca, zatem zachodzi konieczność modyfikacji konstrukcji systemu zasilania i struktury podłoża np. poprzez wprowadzenie podłoża wielowarstwowego [L-8,10,13].

Jednym ze sposobów rozwiązania sygnalizowanego problemu jest zastosowanie zasilania bezkontaktowego poprzez sprzężenie końca linii zasilającej z umieszczonym nad nią płaskim elementem promieniującym [L-8,9,10,13] (ang. *aperture coupled microstrip antenna*). W tym przypadku układ zasilania jest umieszczony w innej niż element promieniujący płaszczyźnie wielowarstwowego, dielektrycznego podłoża. Takie rozwiązanie jest stosunkowo łatwe do realizacji przy stosowaniu względnie grubego, miękkiego podłoża, o niewielkiej przenikalności ϵ_r . Z reguły układ zasilania jest separowany od elementów promieniujących poprzez ekran metaliczny (dobrze przewodzący), co naturalnie zmniejsza wpływ układu zasilania na charakterystykę promieniowania anteny.

2. IMPEDANCJA WZAJEMNA DWU DOWOLNIE ZORIENTOWANYCH ANTEN

POŁOŻONYCH NA DIELEKTRYCZNYM WARSTWOWYM PODŁOŻU

Rozważamy układ dwóch dowolnie zorientowanych anten mikropaskowych (a) i (b) leżących na płaszczyźnie $z = 0$, która jednocześnie jest górną powierzchnią wielowarstwowego dielektrycznego podłoża patrz rys. 1(a).

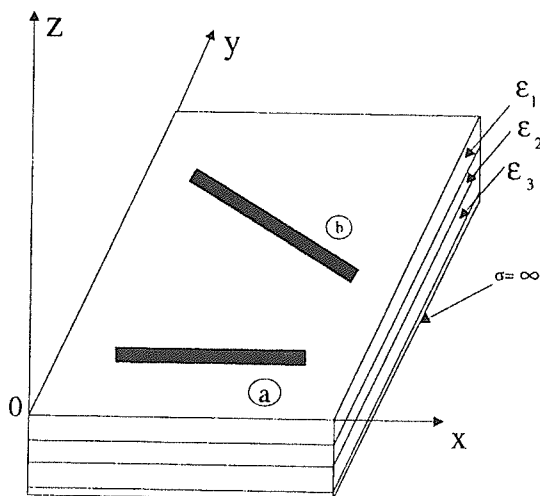
Przyjęty do rozważań model matematyczny tego układu anten przedstawiony jest na rys. 1(b).

Załóżmy, że dipole reprezentujące poszczególne anteny (a) i (b) są pobudzane prądami odpowiednio $\underline{J}_m$ i $\underline{J}_n$. Ich wzajemne oddziaływanie opisuje się poprzez reakcję [L-6,14] pola elektrycznego wywołanego przez prąd płynący w jednym z dipoli z prądem płynącym w dipolu drugim. Zatem, reakcja dowolnie zorientowanych prądów elektrycznych $\underline{J}_m$ i $\underline{J}_n$ zgodnie z teorią Ramseya [L-6], wyraża się zależnością:

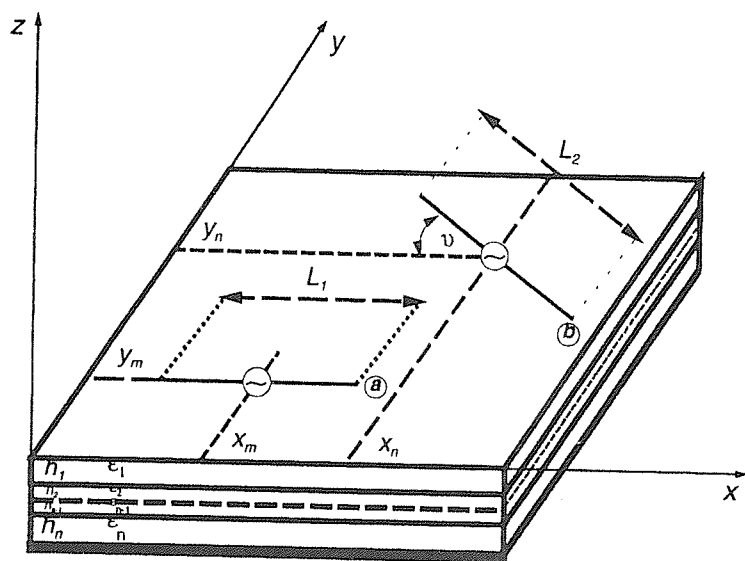
$$\langle \underline{J}_m, \underline{J}_n \rangle = \iint \underline{E}_m(\underline{r}) \underline{J}_n(\underline{r}) d\underline{r}, \quad (2.1)$$

gdzie:

$$\underline{E}_m(x, y) = (\underline{G} * \underline{J}_m)(x, y) = \iint \underline{G}(x - \bar{x}, y - \bar{y}) \underline{J}_m(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y}. \quad (2.2)$$



Rys. 1(a). Układ anten liniowych na wielowarstwowym dielektrycznym podłożu



Rys. 1(b). Matematyczny model układu anten pokazanych na rys. 1(a)

Tym samym do wyznaczenia wzajemnej reakcji potrzebna jest znajomość funkcji Greena $\underline{G}$ dla pola elektrycznego $\underline{E}$ pobudzonego przez jednostkowy prąd (typu delty Diraca) płynący w płaszczyźnie (x, y) . Wprowadzone powyżej pojęcie reakcji wraz ze splotem prądów umożliwia zdefiniowanie pojęcia uogólnionej impedancji

dla dwu dowolnie zorientowanych dipoli tj.:

$$Z_{mn} = - \langle \underline{J}_m, \underline{J}_n \rangle = - \iint (\underline{E}_m \underline{J}_n) dx dy = - \iint (E_{mx} J_{nx} + E_{ny} J_{ny}) dx dy. \quad (2.3)$$

Przyjmijmy, że jeden z rozpatrywanych dipoli zasilany prądem $\underline{J}_m$ jest równoległy do osi x , zaś jego środek ma współrzędne (x_m, y_m) . Położenie drugiego z dipoli zasilanego prądem $\underline{J}_n$ jest dowolne i może być zgodne z osią x' tworzącą kąt ϑ z osią x (patrz rys. 1(b)). Wyprowadzenie równania na uogólnioną impedancję sprowadza się zatem do obliczenia wyrażenia (2.3), którego funkcja podcałkowa ma postać iloczynu skalarnego dwu składników $\underline{E}_m$ i $\underline{J}_n$ o składowych wyznaczanych za pomocą odwrotnej transformaty Fouriera w oparciu o następujące zależności:

$$\begin{aligned} E_{mx}(\underline{r}) &= (G_{xx} * J_{mx} + G_{xy} * J_{my})(\underline{r}) = \\ &= (2\pi)^2 F^{-1} \{ [F(G_{xx}) F(J_m)] \}(\underline{r}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} E_{my}(\underline{r}) &= (G_{yx} * J_{mx} + G_{yy} * J_{my})(\underline{r}) = (G_{yx} * J_m)(\underline{r}) = \\ &= (2\pi)^2 F^{-1} \{ [F(G_{yx}) F(J_m)] \}(\underline{r}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Analizowany układ anten umieszczony jest w ośrodku izotropowym zatem określona funkcja Greena i jej transformata Fouriera są symetryczne względem współrzędnych:

$$\underline{G}(-\underline{r}) = \underline{G}(\underline{r}) \quad F[\underline{G}(-\underline{k})] = F[\underline{G}(\underline{k})]. \quad (2.6)$$

Ta cenna właściwość zostanie wykorzystana w następnych rozważaniach.

2.1. SKŁADOWE FUNKCJI GREENA

Wyrażenie (2.3) na uogólnioną impedancję zawiera transformaty Fouriera składowych G_{xx} i G_{yx} funkcji Greena w półprzestrzeni położonej nad wielowarstwowym podłożu dielektrycznym. Funkcje Greena wyznaczamy rozwiązując równania Maxwella i niejednorodne równanie Helmholtza metodą rozdzielania zmiennych. Składowe te można wtedy wyrazić w postaci sumy składowej pola elektrycznego $\underline{G}^{(e)}$ o E-polaryzacji ($\underline{H} = [H_x, H_y, 0]$) i składowej pola magnetycznego $\underline{G}^{(h)}$ o H-polaryzacji ($\underline{E} = [E_x, E_y, 0]$). Zgodnie z tą konwencją:

$$\underline{G}(x, y) = \underline{G}^{(e)}(x, y) + \underline{G}^{(h)}(x, y). \quad (2.7)$$

Przyjmujemy, że źródłem pola elektromagnetycznego EM jest jednorodny element liniowy w postaci dipola Hertza leżący na płaszczyźnie (x, y) i skierowany zgodnie

z kierunkiem osi x . W tym przypadku składowe funkcji Greena mają postać:

$$G_{xx}^{(e)}(x, y) = \frac{1}{8\pi^2 \omega \varepsilon_0} \iint \frac{k_x^2 k_z}{k_x^2 + k_y^2} (1 + R^{(e)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y \quad (2.8)$$

$$G_{yx}^{(e)}(x, y) = \frac{1}{8\pi^2 \omega \varepsilon_0} \iint \frac{k_x k_y k_z}{k_x^2 + k_y^2} (1 + R^{(e)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y$$

$$G_{xx}^{(h)}(x, y) = \frac{\omega \mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{k_y^2}{(k_x^2 + k_y^2) k_z} (1 + R^{(h)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y \quad (2.9)$$

$$G_{yx}^{(h)}(x, y) = \frac{-\omega \mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2) k_z} (1 + R^{(h)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y.$$

Drugim źródłem pola elektromagnetycznego EM jest również dipol Hertza leżący w płaszczyźnie (x, y) i skierowany wzdłuż osi y . Dla tego przypadku funkcje Greena przyjmują następującą postać:

$$G_{yy}^{(e)}(x, y) = \frac{1}{8\pi^2 \omega \varepsilon_0} \iint \frac{k_x^2 k_z}{k_x^2 + k_y^2} (1 + R^{(e)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y \quad (2.10)$$

$$G_{xy}^{(e)}(x, y) = \frac{1}{8\pi^2 \omega \varepsilon_0} \iint \frac{k_x k_y k_z}{k_x^2 + k_y^2} (1 + R^{(e)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y$$

$$G_{yy}^{(h)}(x, y) = \frac{\omega \mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{k_x^2}{(k_x^2 + k_y^2) k_z} (1 + R^{(h)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y \quad (2.11)$$

$$G_{xy}^{(h)}(x, y) = \frac{-\omega \mu_0}{8\pi^2} \iint \frac{k_x k_y}{(k_x^2 + k_y^2) k_z} (1 + R^{(h)}(k_x, k_y)) \exp(i(k_x x + k_y y)) dk_x dk_y$$

gdzie:

ω — pulsacja wytwarzanego pola EM

ε_0 — stała elektryczna ośrodka dla $z > 0$

μ_0 — przenikalność magnetyczną ośrodka dla $z > 0$.

Składowe wektora propagacji wytwarzanego w ten sposób pola EM związane są zależnością:

$$\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = k. \quad (2.12)$$

Wielowarstwowe podłoże dielektryczne widziane z wolnej półprzestrzeni może być charakteryzowane poprzez impedancję powierzchniową określoną oddzielnie dla pól o polaryzacji E i H. Zgodnie z powyższym dla E-polaryzacji otrzymujemy:

$$\eta^{(e)}(k_x, k_y) = -Y_0 E_x / H_y. \quad (2.13)$$

Podobną zależność otrzymuje się dla H-polaryzacji:

$$\eta^{(h)}(k_x, k_y) = +Z_0 H_x/E_y. \quad (2.14)$$

W obu wzorach (2.13 i 2.14) Y_0 i Z_0 są odpowiednio charakterystyczną admitancją i charakterystyczną impedancją ośrodka reprezentującą wielowarstwowe podłoże dielektryczne. Podstawą do wyznaczenia tych parametrów są warunki brzegowe na granicach poszczególnych warstw. Odpowiednio do (2.13, 2.14) wyrażenia na impedancję powierzchniową mają postać:
dla układu jednowarstwowego

$$\eta^e(k_p) = -\frac{i}{k} \cdot \frac{\chi}{\varepsilon} \cdot \operatorname{tg}(\chi \cdot b) \quad (2.15)$$

$$\eta^h(k_p) = \frac{i}{k} \cdot \frac{\chi}{\varepsilon} \cdot \operatorname{ctg}(\chi \cdot b); \quad (2.16)$$

dla układu wielowarstwowego

$$\eta^e(k_p) = \eta_n^e \cdot \frac{\eta_p^e + \eta_{op}}{\eta_n^e + \eta_{op}} \quad (2.17)$$

$$\eta^h(k_p) = \eta_n^h \cdot \frac{\eta_p^h + \eta_{op}}{\eta_n^h + \eta_{op}}, \quad (2.18)$$

gdzie:

$$\eta_n^e(k_p) = \frac{i}{k} \cdot \frac{\chi}{\varepsilon} \cdot \operatorname{ctg}(\chi \cdot b_1) \quad (2.19)$$

$$\eta_{op}(k_p) = -i \cdot \frac{k_z}{k} \cdot \operatorname{tg}(k_z \cdot b_1) \quad (2.20)$$

$$\eta_p^h(k_p) = -\frac{i}{k} \cdot \frac{\chi}{\mu} \cdot \operatorname{tg}(\chi \cdot b_1) \quad (2.21)$$

$$\eta_{on}(k_p) = -i \cdot \frac{k_z}{k} \cdot \operatorname{ctg}(k_z \cdot b_1) \quad (2.22)$$

$$\chi = \sqrt{k^2 n^2 - k_p^2} \quad (2.23)$$

n — współczynnik załamania warstwy dielektrycznej

k_p — składowa popromienna wektora propagacji we współrzędnych cylindrycznych

b — grubość warstwy dielektrycznej.

Znajomość impedancji powierzchniowej Z_0 umożliwia wyznaczenie współczynników odbicia fali elektromagnetycznej pomiędzy poszczególnymi warstwami.

$$R^{(e)}(k_x, k_y) = -\frac{k_z - k\eta^{(e)}(k_x, k_y)}{k_z + k\eta^{(e)}(k_x, k_y)}, \quad (2.24)$$

$$R^{(h)}(k_x, k_y) = + \frac{k_z - k \eta^{(h)}(k_x, k_y)}{k_z + k \eta^{(h)}(k_x, k_y)}. \quad (2.25)$$

Po podstawieniu wzorów (2.4–2.25) do zależności (2.2, 2.3) otrzymujemy poszukiwaną impedancję uogólnioną. Impedancja ta ma postać:

$$Z_{mn} = -\frac{1}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} k_p F[G(k_x, k_y)] \{F[J_0(k_z)]\}^2 F_2 dk_p d\varphi, \quad (2.26)$$

gdzie:

$$F_2 = \cos[k_p(x_m - x_n) \cdot \cos \varphi \cdot \cos[k_p(y_m - y_n) \cdot \sin \varphi].$$

Całkowanie wykonujemy na płaszczyźnie zmiennej zespolonej z odpowiednimi obejściami punktów osobliwych (biegunów). Punkty te odpowiadają wzbudzeniu się fal powierzchniowych, które zaburzają pracę anteny [L-5,15].

2.2. IMPEDANCJA WZAJEMNA DWU ANTEN O DOWOLNEJ DŁUGOŚCI I DOWOLNYM ROZKŁADZIE PRĄDÓW

Powyższe zależności na impedancję wzajemną dwu dowolnie zorientowanych dipoli wyprowadzono przy założeniu takiego samego rozkładu prądów w obu dipolach. W ogólnych jednakże przypadkach rozkład prądów i długości anten są dowolne i rozwiązanie problemu sprzężenia takich anten wymaga zastosowania metody momentów [L-3,11,14] lub metody Galerkina [L-3,11,14] jako jej szczególnego przypadku. Wyrażenie (2.3) na impedancję uogólnioną dwu dipoli o zadanych prądach może być wykorzystywane do analizy wzajemnego wpływu gdy prądy te umiejscowione są na tej samej antenie lub dwu oddzielnych antenach. Rzeczywiste anteny mogą być rozważane jako kombinacja liniowa omawianych wcześniej dipoli [L-7,10,13]. W przypadku identycznego położenia obu dipoli otrzymujemy wzory na impedancję własną dipola.

Przedstawiony aparat matematyczny umożliwia analizę dwu nieskończenie cienkich anten liniowych (a) i (b) umieszczonych na dielektrycznym wielowarstwowym podłożu. Bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, że antena (a) jest równoległa względem osi x , a antena (b) jest skierowana pod kątem ϑ do osi x (rys. 1b). Przepływ prądu indukowanego na antenie (a) modelujemy zgodnie z metodą Galerkina za pomocą rozkładów na prądy bazowe i testujące J_m . Istnieje wiele możliwości wyboru typu funkcji bazowych i testujących. Od ich wyboru zależy efektywność numeryczna metody obliczeń. Należy podkreślić że nie ma obiektywnych, uniwersalnych kryteriów doboru tych funkcji. W większości przypadków wybór funkcji bazowych i testujących zależy od intuicji i doświadczenia prowadzącego konkretne obliczenia. Ogólnie funkcje te możemy podzielić na:

- a) funkcje pełnego obszaru
- b) funkcje podobszarów.

W naszym przypadku zastosowaliśmy funkcję podobszaru — odcinkami sinusoidalną:

$$J_0(x, y) = \frac{\sin \kappa(d - |x|)}{\sin \kappa d} \theta(d|x|) \delta(y), \quad (2.27)$$

której transformata Fouriera ma postać

$$F(J_0)(k_x, k_y) = -2\kappa(2\pi)^{-2} \frac{1}{\sin \kappa d} \frac{\cos k_x d - \cos \kappa d}{k_x^2 - \kappa^2}, \quad (2.28)$$

gdzie:

$$\theta — \text{funkcja Hevisida } \theta(x) = \begin{cases} 1, & \text{dla } x > 0 \\ 0, & \text{dla } x < 0 \end{cases}$$

$$\kappa = k \sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2}} — \text{współczynnik decydujący o zbieżności wyrażenia (2.26)}$$

d — długość odcinka bazowego.

Rozkład prądu $J_a(x)$ indukowanego na antenie (a) opisujemy zależnością:

$$J_a(x) = \sum_m i_m J_m(x, y_m) = \sum_m i_m J_0(x - x_m) \quad (2.29)$$

a pole elektryczne indukowane przez ten prąd jest równe:

$$E_a(x, y) \equiv E(J_a)(x, y) = \sum_m i_m E_m(x, y) \quad (2.30)$$

Podobnie, rozkład prądu $J_b(x')$ indukowanego na antenie (b) i pole elektryczne $E_b(x, y)$ generowane przez ten prąd opisuje zależność:

$$E_b(x, y) \equiv E(J_b)(x, y) = \sum_n i_n E_n(x, y). \quad (2.31)$$

Zakłada się że ilość dipoli elementarnych (funkcji bazowych) na antenach (a) i (b) wynosi odpowiednio $2M + 1$ i $2N + 1$. Środek dipola bazowego (dla funkcji podobszaru) pokrywa się z końcem sąsiedniego dipola bazowego. Tak więc środki dipoli bazowych anteny (a) położone są w punktach:

$$x_{\pm n} = x_a \pm nd; \quad y = y_m = \text{const.} \quad (2.32)$$

a dipoli bazowych anteny (b) położone są w punktach:

$$x_{\pm n} = x_b \pm nd \cos \vartheta; \quad y_{\pm n} = y_b \pm nd \sin \vartheta, \quad (2.33)$$

gdzie x_a i x_b oznaczają punkty centralne anten (a) i (b). Z tak określonych wielkości tworzymy wektor indukowanych prądów na obu antenach:

$$J \equiv [J_k]^T = [J_{-M}, \dots, J_{a0}, \dots, J_M, J_{-N}, \dots, J_{b0}, \dots, J_{+N}]^T, \quad (2.34)$$

gdzie symbol „T” oznacza transpozycję, wskaźniki a_0 i b_0 wskazują na punkty centralne anteny (a) i anteny (b), $k = 1, \dots, 2M + 2N + 2$, pierwsze $2M + 1$ wyrazów oznacza prądy bazowe na antenie (a) a pozostałe $2N + 1$ wyrazów oznacza prądy bazowe na antenie (b). W podobny sposób tworzymy wektor pól elektromagnetycznych E_k generowanych przez prądy indukowane $J = [J_k]$ i wektor amplitud $I_k = [I_k]$ prądów bazowych. Tym samym wyrażenia na prąd indukowany na antenach (a) i (b) przyjmują postać:

$$J(x, y) = \sum_k i_k J_k(x_k, y_k) = \sum_k i_k J_0(x - x_k) \delta(y - y_k). \quad (2.35)$$

Pole elektryczne indukowane przez ten prąd jest równe:

$$E(x, y) \equiv E(J)(x, y) = \sum_k i_k E_k(x, y). \quad (2.36)$$

Założmy, że obie anteny wykonane są z doskonałych przewodników i pobudzenie tych anten modelowane jest przybliżeniem typu „delta gap generator”. [L-11,14,15]. Oznacza to, że na powierzchni obu anten całkowite pole elektryczne zanika, tj:

$$E^{(i)}(x, y) \equiv E(J^{(i)})(x, y) = -E(J)(x, y) \quad (2.37)$$

Ostatecznie możemy zapisać:

$$E = -E^{(i)} = \sum_k i_k E_k \quad (2.38)$$

Powyższe równanie oznacza, że reakcja pomiędzy prądami pobudzającymi $J^{(i)}$ i indukowanymi J wynosi:

$$\langle J_i, J^{(i)} \rangle = \langle J^{(i)}, J_i \rangle = -\sum_k i_k \langle J_i, J_k \rangle \quad (2.39)$$

Na podstawie powyższej relacji definiujemy wektory uogólnionych napięć $[V]$ i uogólnionych prądów $[I]$:

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_{2M+2N+1} \end{bmatrix} \quad [I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{2M+2N+1} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

gdzie:

$$V_k = \langle J_k, J^{(i)} \rangle = \langle J^{(i)}, J_k \rangle \quad (2.41)$$

Związek pomiędzy wektorem uogólnionych napięć $[V]$ i wektorem uogólnionych prądów $[I]$ przybiera postać:

$$V_l = \sum_k Z_{lk} I_k \quad (2.42)$$

W jej zapisie macierzowym:

$$[V] = [Z][I] \quad (2.43)$$

macierz $[Z]$ wyraża się poprzez uogólnione impedancje:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & & Z_{1,2M+2N+2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{2M+2N+2,1} & & Z_{2M+2N+2,2M+2N+2} \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Wyznaczając wszystkie elementy macierzy uogólnionej impedancji $[Z]$ opisane wyrażeniem (2.26), jak również elementy macierzy uogólnionej admitancji $[Y]$:

$$[Y] = [Z]^{-1} \quad (2.45)$$

otrzymujemy

$$[Y][V] = [I] \quad (2.46)$$

co pozwala wyznaczyć dla danego pobudzenia anten $[V]$ indukowane na nich prądy:

$$J = \sum_k \sum_l Y_{kl} J_k V_l. \quad (2.47)$$

Jest to równanie wyznaczające rozkład prądu wzdłuż analizowanych anten. Głównym zadaniem tej pracy jest wyznaczenie wartości impedancji wzajemnej dwu dowolnie zorientowanych anten, położonych na wielowarstwowym podłożu dielektrycznym (rys. 1). W tym celu definiujemy wektory napięć $[V]$ i prądów $[I]$ w (centralnych) punktach zasilania obu anten (a) i (b):

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Rozpatrując dwa przypadki (zwarcia i rozwarcia) w punkcie zasilania anteny (a) możemy wyznaczyć poszukiwane parametry. Dla układu, w którym antena (a) zasilana jest prądem i_{10} , a antena (b) pracuje przy zerowym zasilaniu $i_2 = 0$ otrzymujemy:

$$V_{1a} = z_{11} i_{10} \quad (2.49)$$

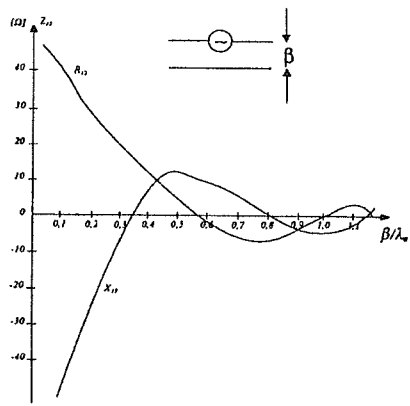
Przy zasilaniu obu anten prądami odpowiednio i_1, i_2 otrzymujemy

$$V_{1a} = z_{11} i_1 + z_{12} i_2 \quad (2.50)$$

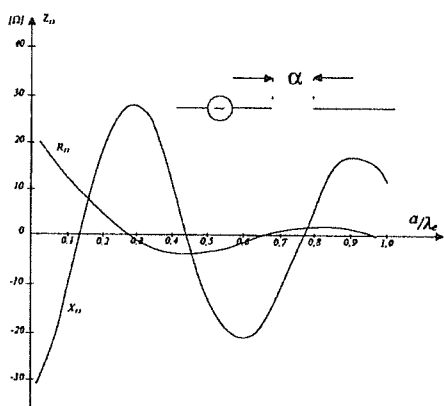
Z dwu powyższych równań otrzymujemy wyrażenie na impedancję wzajemną dla tej samej wartości napięcia zasilającego $V_1 = V_{M+1}$ jako jedynej różnej od zera składo-

wej wektora. W rezultacie równania (2.47–2.51), dają wartość impedancji wzajemnej z_{ab} dwu dowolnie zorientowanych, nieskończenie cienkich anten położonych na dielektrycznym warstwowym podłożu.

$$z_{a,b} = v_1 (i_{10} - i_1) / i_2 i_{10}. \tag{2.51}$$

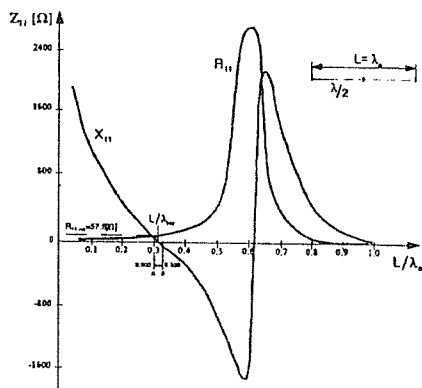


Rys. 2. Impedancja wzajemna dipoli w funkcji ich wzajemnej odległości β

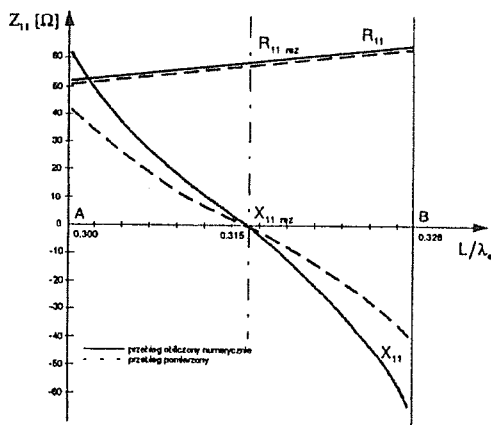


Rys. 3. Impedancja wzajemna dipoli w funkcji ich wzajemnej odległości α

W procesie analizy teoretycznej badano wielowarstwowe podłoże o następujących parametrach $\epsilon_1 = 4,6$, $b = 1,5$ mm, $\text{tg } \delta = 10^{-3}$, $\epsilon_2 = \epsilon_0$, $b_1 = 3$ mm patrz rys. 1(b). Na rys. 2 przedstawiono wyniki obliczeń składowych impedancji wzajemnej tj. $R_{12}(\beta)$ i $X_{12}(\beta)$ dla dwóch anten zorientowanych równolegle. Natomiast na rys. 3 prezentuje podobne składowe impedancji uzyskane dla dwóch anten leżących wzdłuż tej samej prostej.

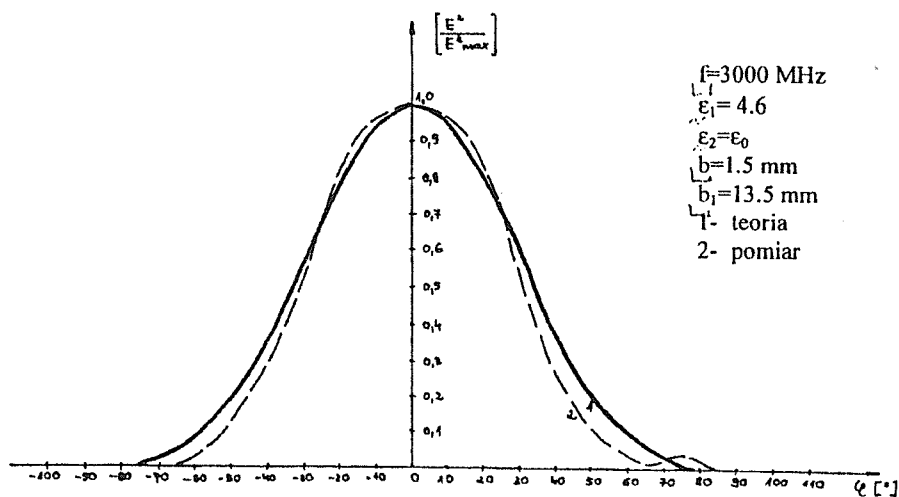


Rys. 4. Impedancja wejściowa dipola w funkcji jego długości (obliczenia)



Rys. 5. Pomierzona i obliczona impedancja wejściowa anteny (dla częstotliwości rezonansowej)

Na rys. 4 przedstawiono impedancję wejściową anteny w funkcji i jej geometrycznej długości. Wykonano pomiary przy częstotliwości rezonansowej następnie porównano je z odpowiednimi obliczeniami patrz rys. 5. Uzyskano dużą zgodność wyników.



Rys. 6. Pomierzone i obliczone charakterystyki promieniowania dipola umieszczonego na wielowarstwowym dielektryku

Korzystając z tej metody możemy wyznaczyć również charakterystykę promieniowania anten poprzez sumowanie pola wytwarzanego przez poszczególne odcinki bazowe (testujące). Możliwość tę ilustruje rys. 6.

WNIOSKI

Przedstawiona metoda analizy pozwala wyznaczyć impedancję wzajemną i własną anten liniowych umieszczonych dowolnie na wielowarstwowym dielektryku. Wyniki obliczeń przedstawione są dla najbardziej standardowego wzajemnego usytuowania wykorzystywanego w planarnych szyskach antenowych. Aktualnie prowadzone są dalsze obliczenia dla innych wzajemnych usytuowań dipoli.

BIBLIOGRAFIA

1. M. Amanowicz, W. Kołosowski, M. Wnuk, A. Jeziorski: *Microstrip antennas for mobile communications*. Proc. Of the Conference VTC'97 Phoenix, May 1997, USA, pp. 1182—1185
2. R.J. Mailloux, J.F. McIlvinnas, N.P. Kernweis: *Microstrip Array Technology*. IEEE Trans. Antennas and Propagat. AP-29, No.1, January 1981, pp. 25—38
3. Xiao-Hai Shen, A.E. Vandenbosch, A.R. Van de Capelle: *Study of Gain Enhancement Method for Microstrip Antennas using Moment Method*. IEEE Trans. Antennas and Propagat., 1995, AP-43 No 3, pp. 227—231
4. W. Kołosowski, M. Wnuk: *Impedancja wzajemna anten liniowych umieszczonych na podłożu dielektrycznym*. Biuletyn WAT, 1988, Nr 11, ss. 61—68
5. W. Kołosowski, M. Wnuk: *Surface Waves in the Analysis of Linear Antennas on Multilayer Screened Dielectric Substrates*. E.T. Letters, Vol. 3,
6. W. Kołosowski, M. Wnuk, M. Amanowicz: *Theoretical and experimental analysis of linear microstrip antennas on a multilayer dielectric*. Proc of the PIERS 97. Conference Boston, July 1997, pp. 822
7. R.A. Sainatti: *CAD of Microstrip Antennas for Wireless Applications*. Artech House Inc., Boston (MA) 1996
8. J.F. Zurcher, F. Garidiol: *Broadband Patch Antennas*. Artech House Inc., Boston (MA) 1996
9. D.M. Pozar, D.H. Schaubert: *Microstrip Antennas*. IEEE Press New York 1995
10. R.F. Harrington: *Field computation by moment methods*. Fields New York McMillan 1968
11. K.R. Carver, J.W. Mink: *Microstrip antenna technology*. IEEE Trans. Antennas and Propagat. AP-29, No. 1, January 1981, pp. 2—24
12. D.R. Jackson, P. Manghnani: *Analysis and Design of a Linear Array of Electromagnetically Coupled Microstrip Patches*. IEEE Trans. Antennas and Propagat. 1990, AP-38, No. 1, January, pp. 754—759
13. R. Mittra: *Computer Techniques for Electromagnetics*. Pergamon Press 1973
14. N.G. Alexopoulos, D.R. Jackson: *Fundamental Substrate (Cover) Effects on Printed Circuit Antenna*. IEEE Trans. Antennas and Propagat. AP-32, No. 8, August 1984, pp. 807—816

M. WNUK, W. KOŁOSOWSKI

RESULTS OF RESEARCH ON MICROSTRIP ANTENNAS PLACED ON
MULTILAYER DIELECTRIC

S u m m a r y

The paper presents results of analysis of an electromagnetic coupling between two linear arbitrary oriented printed antennas. A multilayer structure is used as an antenna dielectric substrate. Derived analytical formulas allow us as to calculate a mutual impedance between two linear antennas. The presented experimental results confirm well the corresponding theoretical predictions.

Key words: microstrip antennas, mutual impedance, input impedance distribution of current.

Analiza projektowa właściwości szumowych wzmacniacza impulsów ładunkowych

WŁODZIMIERZ PODMIOTKO

Instytut Technologii Elektronowej, Warszawa

Otrzymano 1997.09.19

Autoryzowano 1998.01.29

W artykule przedstawiono podstawy teoretyczne i wyniki analizy projektowej właściwości szumowych wzmacniacza impulsów ładunkowych z tranzystorami CMOS w aspekcie optymalizacji poboru mocy w układzie przedwzmacniacza, a także wpływ charakterystyki przenoszenia układu kształtującego. Przeprowadzono obliczenia parametrów szumowych w funkcji prądu polaryzacji oraz rozmiarów konstrukcyjnych tranzystora wejściowego dla dwóch standardowych technologii CMOS, różniących się minimalnymi wymiarami charakterystycznymi. Analiza prezentowana w pracy uwzględnia zarówno szумы termiczne jak i szумы typu 1/f. Rezultaty pracy mogą być pomocne w projektowaniu niskoszumnych scalonych wzmacniaczy impulsów ładunkowych CMOS przeznaczonych do współpracy z pojemnościowymi źródłami sygnałów (detektorami, sensorami).

Słowa kluczowe: wzmacniacz ładunkowy, układy scalone CMOS, szумы.

1. WPROWADZENIE

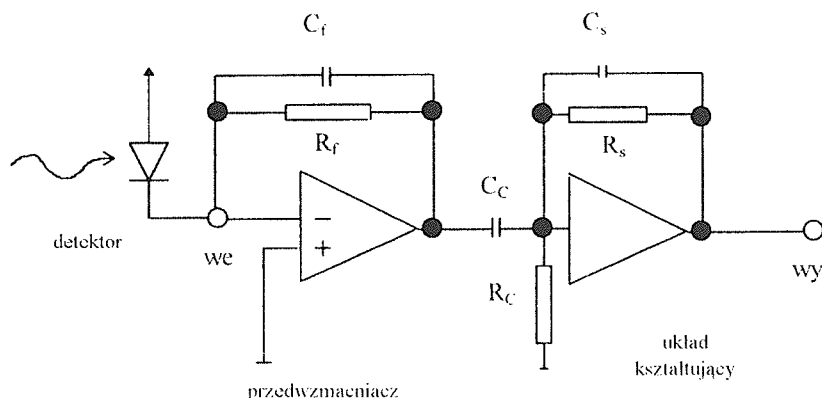
Zasadniczym ograniczeniem w dokładności pomiaru słabych sygnałów ładunkowych pochodzących z pojemnościowych źródeł (sensorów, detektorów) są szумы układów elektronicznych współpracujących z takimi źródłami. Dodatkowym problemem jest często konieczność uzyskania zadowalających właściwości szumowych przy jednoczesnym wymaganiu małego poboru mocy przez układ. To dodatkowe wymaganie wynika z faktu, że układy wzmacniające stosowane są w systemach wielokanałowych, gdzie moc przypadająca na jeden kanał musi być zminimalizowana, a także w sprzęcie przenośnym (baterijnym), w którym pobór mocy określa czas pracy urządzenia.

Celem pracy jest teoretyczna analiza właściwości szumowych w aspekcie projektowania niskoszumnych wzmacniaczy impulsowych sygnałów ładunkowych (ang.

Charge Sensitive Amplifier), w których równoprawnym wymaganiem jest określony poziom szumów oraz możliwie najmniejszy pobór mocy. Przedmiotem rozważań jest klasyczny system wzmacniający złożony z transimpedancyjnego przedwzmacniacza współpracującego na wejściu z detektorem (sensorem) oraz wzmacniacza napięciowego, kształtującego typu semigausowskiego, wykonany w technologii monolitycznej CMOS.

2. SYSTEM WZMACNIACZ-DETEKTOR

W klasycznym rozwiązaniu, znanym z zastosowań w urządzeniach elektroniki jądrowej [1], w układzie wzmacniacza przetwarzającego ładunek elektryczny generowany w detektorze fotodiodowym stosowana jest konfiguracja układowa jak na rys. 1.



Rys. 1. Schemat blokowy wzmacniacza CSA współpracującego z detektorem fotodiodowym

Pierwszy stopień układu ma strukturę wzmacniacza transimpedancyjnego z ujemnym sprzężeniem zwrotnym. Przy dużym wzmocnieniu, o którym decyduje głównie transkonduktancja tranzystora wejściowego, napięcie wyjściowe można wyrazić jako:

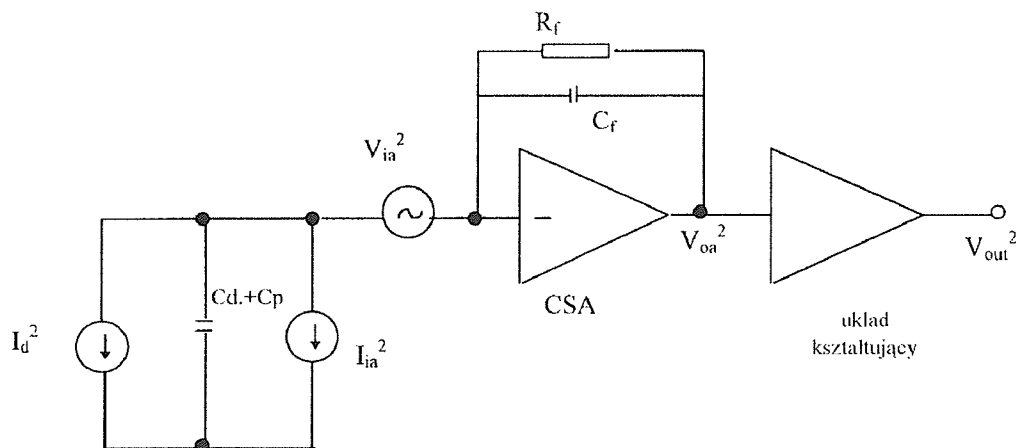
$$v_{out} \cong -\frac{Q}{C_f}, \quad (1)$$

gdzie: Q — ładunek dostarczany na wejście, C_f — pojemność sprzężenia zwrotnego. Drugi stopień — wzmacniacz kształtujący sprzężony z przedwzmacniaczem pojemnością C_c jest w istocie aktywnym filtrem ograniczającym pasmo i w ten sposób polepszającym stosunek sygnału do szumu.

W prawidłowo zaprojektowanym układzie wzmacniacza dominującym elementem określającym poziom szumów powinien być tranzystor wejściowy. Zasadniczymi źródłami szumu w tranzystorze MOS są szumy termiczne oraz szumy $1/f$. Ze

względem na fakt, że tranzystor PMOS charakteryzuje się znacznie mniejszymi szumami $1/f$ niż tranzystory NMOS, zwykle jako tranzystora wejściowego używa się tranzystora z kanałem typu p.

W przypadku pojemnościowego źródła sygnału (detektora diodowego) model szumowy układu detektor-przedwzmacniacz można przedstawić jak na rys. 2 [2]. Symbole v_{ia}^2 oraz i_{ia}^2 (rys. 2) reprezentują odpowiednio generatory równoważnego



Rys. 2. Model szumowy systemu detektor-wzmacniacz

napięcia szumów i prądu szumów wzmacniacza, natomiast i_d^2 odpowiada prądowi szumów związanemu z prądem upływności detektora. C_d odpowiada pojemności detektora natomiast C_p — pojemności pasożytniczej połączeń między detektorem a wejściem przedwzmacniacza. Równoważne napięcie szumów odniesione do wejścia wzmacniacza jest równe:

$$v_{eqi}^2 = \left[\frac{C_d + C_p + C_f + C_{in}}{C_d} \right]^2 \cdot v_{ia}^2 \quad (2)$$

gdzie: C_{in} oznacza pojemność wejściową wzmacniacza. Wzór powyższy wskazuje na cel optymalizacji szumowej systemu detektor-wzmacniacz, jakim jest minimalizacja wartości tego wyrażenia.

3. GĘSTOŚĆ WIDMOWA PRĄDU SZUMU W TRANZYSTORZE PMOS

Jak już wspomniano głównymi źródłami szumów w tranzystorze MOS są szумы termiczne oraz szумы typu $1/f$. Szумы termiczne związane są głównie z przepływem prądu w kanale tranzystora a ich miarą jest rezystancja kanału. Dodatkowe składniki szumów termicznych mogą być związane z rezystancją bramki polikrystalicznej oraz rezystancją podłoża tranzystora. W praktycznych konstrukcjach tranzystora wejściowego o dużych wymiarach W/L (np. $3000/3 \mu m$), w których

stosuje się topografię palczastą lub tzw. plaster miodu dla zmniejszenia rezystancji szeregowych źródła i drenu a także bramki, wpływ tych elementów na szum termiczny ma pomijalne znaczenie. Widmową gęstość prądu szumów związaną z rezystancją kanału można wyrazić wzorem [2] wywodzącym się z klasycznego równania Nyquista:

$$i_d^2 = 4kT \cdot \gamma \cdot g_m \quad [\text{A}^2/\text{Hz}] \quad (3)$$

gdzie: k — stała Boltzmanna, T — temperatura, g_m — transkonduktancja, γ — stała zależna od podstawowych parametrów tranzystora i napięć polaryzacji. (Jednostka A^2/Hz przypomina, że mamy do czynienia ze średnią gęstością szumów w paśmie Δf). dla współczesnych technologii CMOS wartość γ leży w zakresie od 2/3 do 1. Współczynnik γ jest także wiązany z transkonduktancją podłożową zgodnie z wyrażeniem [3]:

$$\gamma = \frac{\eta + 1}{3} \quad (4)$$

gdzie: $\eta = g_{\text{mbs}}/g_m$ jest ilorazem transkonduktancji podłożowej i bramkowej. Widmowa gęstość napięcia szumów termicznych odniesiona do bramki tranzystora wynosi zatem:

$$v_d^2 = \frac{4kT\gamma}{g_m} \quad [\text{V}^2/\text{Hz}] \quad (5)$$

Wyrażając zależność transkonduktancji tranzystora g_m od prądu polaryzacji I_D mamy:

$$v_d^2 = \frac{4kT \cdot \gamma}{\sqrt{2\beta \cdot I_D}} \quad (6)$$

Jak wykazano w pracy [4], w tranzystorze PMOS dominującym mechanizmem określającym poziom szumów $1/f$ jest fluktuacja ruchliwości. Uwzględnienie tego faktu prowadzi do poniższej postaci wyrażenia na gęstość prądu szumów $1/f$:

$$i_f^2 = \frac{\alpha_L q \mu_f (U_{GS} - U_T) I_D}{L^2 f} \quad (7)$$

gdzie: α_L i μ_f — stałe empiryczne, q — ładunek elektronu, L — długość kanału. Odpowiednie wyrażenie na gęstość napięcia szumów odniesioną do bramki tranzystora ($v_f^2 = i_f^2/g_m^2$) ma postać:

$$v_f^2 = \frac{\alpha_F \cdot q \cdot \mu_f \cdot I_D}{\mu_{\text{eff}}^2 \cdot C_{ox}^2 \cdot W^2 \cdot (U_{GS} - U_T) \cdot f} \quad (8)$$

gdzie: $\alpha_F = \alpha_L q \mu_f$.

Wartość α_F można oszacować znając wartości parametrów KF i AF modelu tranzystora MOS dla symulatora SPICE. W przypadku technologii CMOS, dla których $AF = 1$:

$$\alpha_F = \frac{KF}{C_{ox} \cdot (U_{GS} - U_T)} \quad (9a)$$

Natomiast w przypadku gdy $AF > 1$:

$$\alpha_F = \frac{KF \cdot I_D^{AF-1}}{C_{OX} \cdot (U_{GS} - U_T)} \quad (9b)$$

Przyjmując, że prąd drenu tranzystora w nasyceniu:

$$I_D = \beta \cdot (U_{GS} - U_T)^2 \quad (10)$$

gdzie:

$$\beta = \mu_{eff} \cdot C_{OX} \cdot \frac{W}{L} \text{ — współczynnik przewodzenia}$$

można wykazać, że:

$$v_f^2 = \frac{\alpha_F \cdot \sqrt{I_D}}{\sqrt{2 \cdot k_p^{3/2} \cdot W^{3/2} \cdot L^{1/2} \cdot f}} \quad [V^2/Hz], \quad (11)$$

gdzie:

$$k_p = \mu_{eff} \cdot C_{OX}.$$

Zatem całkowita gęstość napięcia szumów uwzględniająca szumy termiczne oraz szumy $1/f$ jest równa:

$$v_t^2 = \frac{4 \cdot kT \cdot \gamma}{\sqrt{2\beta} \cdot \sqrt{I_D}} + \frac{\alpha_F \cdot \sqrt{I_D}}{\sqrt{2 \cdot \beta^{3/2} \cdot L^2 \cdot f}} \quad (12)$$

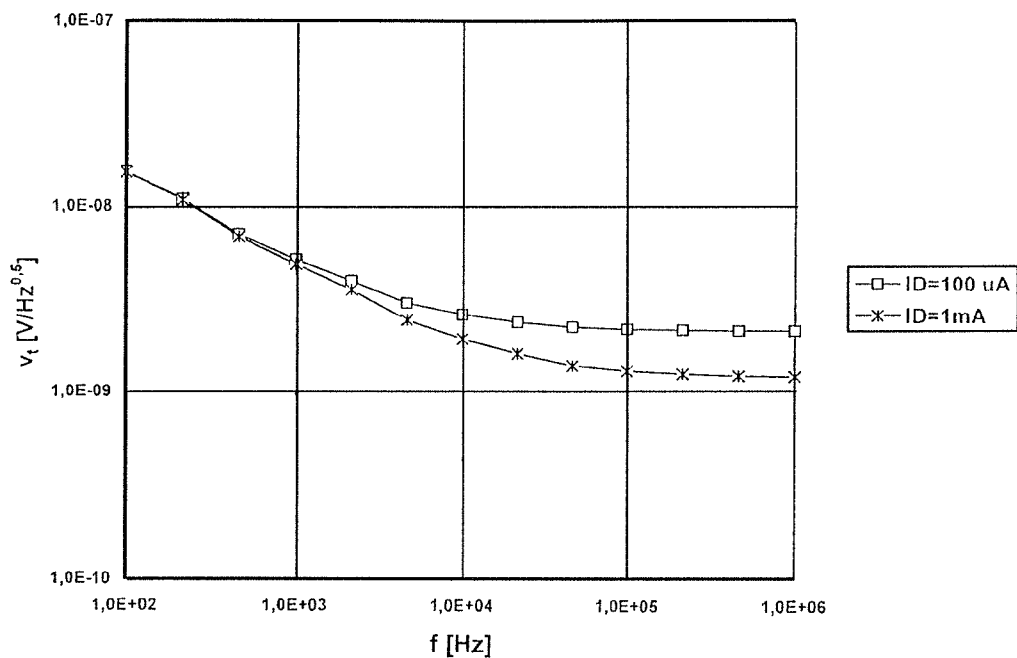
Inna postać tego wyrażenia pozwala na pokazanie zależności gęstości szumów od szerokości kanału:

$$v_t^2 = \frac{4kT \cdot \gamma \cdot \sqrt{L}}{\sqrt{2k_p} \cdot W \cdot I_D} + \frac{\alpha_F \cdot \sqrt{I_D}}{\sqrt{2k_p^3 \cdot L \cdot W^3 \cdot f}} \quad (13)$$

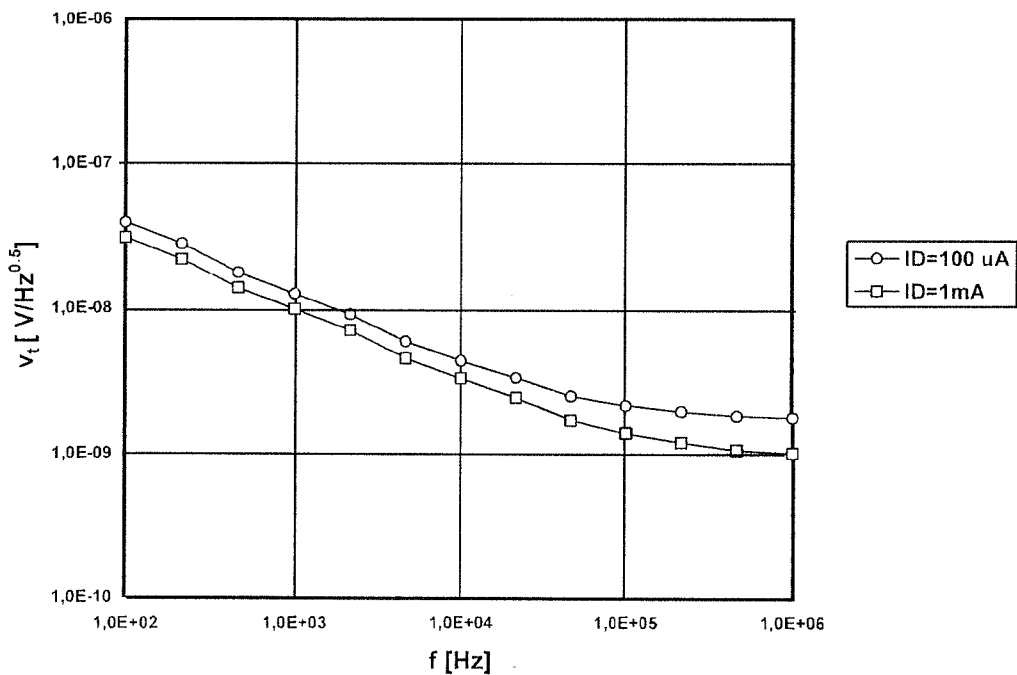
Pierwszy składnik wyrażenia (13), odpowiadający szumom termicznym, jest odpowiedni dla pracy tranzystora w zakresie silnej inwersji, gdzie transkonduktancja $g_m \sim \sqrt{I_D}$. W zakresie słabej inwersji $g_m \sim I_D$ i tutaj odwrotnie proporcjonalna zależność napięcia szumów od prądu jest jeszcze silniejsza.

Na rys. 3 i 4 przedstawiono wyniki obliczeń całkowitej gęstości szumów v_t w funkcji częstotliwości dla dwóch standardowych technologii CMOS, o regułach projektowania 2,4 μm (CMOS 2.4) oraz 1,2 μm . (CMOS 1.2), przy dwóch wartościach prądu polaryzacji tranzystora MOS z kanałem typu p. Obliczenia wykonano dla zakresu częstotliwości od 100 Hz do 1 MHz, przyjmując wartość $\gamma = 0,67$ oraz $L = L_{min}$ dla danej technologii, natomiast wartość k_p obliczano znając wartości C_{OX} i μ_{eff} . Wartości stałej α_F charakterystyczne dla szumów $1/f$ obliczono zgodnie z wyrażeniami (9a) oraz (9b).

Wyniki obliczeń przedstawione na rys. 3 i 4 wskazują na zbliżone przebiegi gęstości napięcia szumów w funkcji częstotliwości dla obu technologii, chociaż dla procesu CMOS 1.2 charakterystyki szumowe są nieznacznie lepsze. W obu przypad-



Rys. 3. Całkowita gęstość napięcia szumów w funkcji częstotliwości (CMOS 2.4, $W = 3$ mm, $I_D = 100 \mu A$ i 1 mA)



Rys. 4. Całkowita gęstość napięcia szumów w funkcji częstotliwości (CMOS 2.4, $W = 3$ mm, $I_D = 100 \mu A$ i 1 mA)

kach w zakresie częstotliwości do 100 kHz dominują szumy $1/f$. Widoczny jest wpływ wartości prądu polaryzacji na poziom gęstości napięcia szumów, do którego zmierza charakterystyka przy wzroście częstotliwości. Niższa wartość gęstości napięcia szumów przy wyższym prądzie wynika z niższej wartości składowej termicznej szumów.

4. RÓWNOWAŻNY ŁADUNEK SZUMÓW

Jako miarę szumów wzmacniaczy odczytu detektorów promieniowania przyjęto równoważny ładunek szumów odniesiony do wejścia układu (ang. *Equivalent Noise Charge*) wyrażany w elektronach. Definiuje się go jako stosunek całkowitego, scałkowanego napięcia szumów na wyjściu wzmacniacza do amplitudy sygnału odpowiadającego ładunkowi jednego elektronu [2]. O wielkości ENC decydują szumy wnoszone przez przedwzmacniacz impulsów ładunkowych co było przedmiotem rozważań przedstawionych w poprzednim rozdziale oraz charakterystyka układu kształtującego.

Z modelu systemu odczytu składającego się ze wzmacniacza napięciowego oraz wzmacniacza kształtującego typu RC-CR (rys. 2) wynika, że całkowita gęstość szumów na wyjściu przedwzmacniacza może być opisana wzorem [2]:

$$v_{oa}^2(s) = \left[\frac{C_d + C_p + C_f + C_{in}}{C_f} \right]^2 \cdot v_{ia}^2 + \left| \frac{1}{s \cdot C_f} \right|^2 \cdot i_d^2, \quad (14)$$

w którym pierwszy składnik odpowiada szumom wzmacniacza a drugi związany jest z upływnością detektora. Funkcja przenoszenia układu kształtującego złożonego z jednego stopnia różniczkującego RC i jednego stopnia całkującego jest równa:

$$H(s) = \frac{s \cdot \tau_0}{1 + s \cdot \tau_0} \cdot \frac{A}{1 + s \cdot \tau_0}, \quad (15)$$

gdzie τ_0 jest stałą czasową układu różniczkującego i układu całkującego. Po uwzględnieniu charakterystyki przenoszenia układu kształtującego, całkowite scałkowane napięcie szumów r.m.s. na wyjściu całego układu można wyrazić równaniem:

$$v_{tot}^2 = \int_0^\infty |v_{oa}(j \cdot 2\pi \cdot f)|^2 \cdot |H(j \cdot 2\pi \cdot f)|^2 \cdot df. \quad (16)$$

Przyjmując kształt prądowego impulsu wejściowego jako funkcję Diraca oraz zakładając, że układ CSA jest wzmacniaczem transkonduktancyjnym można wykazać, że napięcie wyjściowe w funkcji czasu całego układu ma postać:

$$v_{out}(t) = \frac{Q \cdot A}{C_f} \cdot \frac{t}{\tau_p} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_p}}, \quad (17)$$

gdzie: Q — ładunek wejściowy, A — wzmocnienie układu, τ_p — stała czasu (czas narastania impulsu napięciowego na wyjściu).

Obliczenie ENC dla składowych gęstości napięcia szumów prowadzi do dość złożonych wyrażeń [6]. Sumę składowych związanych z szumami termicznymi i częstotliwościowymi można wyrazić w uproszczony sposób [3] jak poniżej:

$$ENC_i^2 = \frac{e^2 \cdot C_T^2}{q^2} \cdot \left(\frac{v_d^2}{\tau_p} + v_f^2 \cdot f \right), \quad (18)$$

gdzie: C_T — całkowita pojemność wejściowa wzmacniacza, q — ładunek elektronu, $e = 2,7$. Wykorzystując wyrażenie (6) i (11) mamy równanie określające równoważny ładunek szumów odniesiony do wejścia w funkcji parametrów konstrukcyjnych oraz prądu polaryzacji tranzystora:

$$ENC_i^2 = \frac{e^2 \cdot C_T^2}{q^2} \cdot \left(\frac{4kT \cdot \gamma \cdot \sqrt{L}}{\sqrt{2k_p \cdot W \cdot I_D \cdot \tau_p}} + \frac{\alpha_F \cdot \sqrt{I_D}}{\sqrt{2k_p^3 \cdot W^3 \cdot L}} \right). \quad (19)$$

W systemie detektor-wzmacniacz dodatkowym czynnikiem, który może zwiększyć ENC jest upływność detektora. Udział tego efektu można oszacować korzystając z wyrażenia [6]:

$$ENC_o^2 = \frac{e^2}{q^2} \cdot 2q \cdot I_0 \cdot \tau_p \quad (20)$$

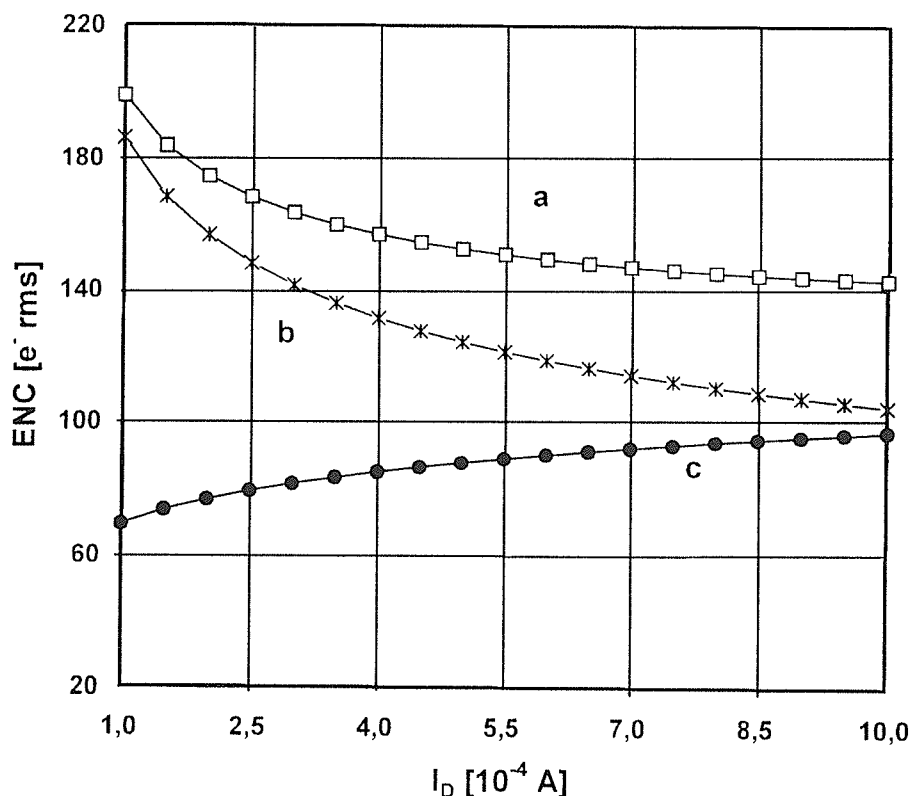
gdzie: I_0 — prąd upływności detektora, τ_p — czas narastania impulsu wyjściowego. Zwykle ze względu na małe wartości prądu upływności I_0 detektorów krzemowych udział tej składowej ENC jest zwykle pomijalny.

Korzystając z równania (18) można łatwo wykazać, że istnieje optymalna wartość prądu polaryzacji I_{Dopt} , przy której wartość ENC jest najmniejsza:

$$I_{Dopt} = \frac{4kT \cdot \gamma \cdot L \cdot W \cdot k_p}{\tau_p \cdot \alpha_F}. \quad (21)$$

Wyrażenie (19) pozwala obliczyć wartość ENC w funkcji dwóch zasadniczych parametrów projektowych tranzystora wejściowego, jakimi są szerokość kanału W oraz prąd polaryzacji I_D . Obliczenia wykonano dla parametrów technologicznych odpowiadających dwóm, standardowym procesom technologicznym CMOS, które tu zostaną nazwane jako CMOS 2.4 oraz CMOS 1.2. W obliczeniach przyjęto pojemność detektora $C_d = 0$, natomiast C_T obliczano jak osumę pojemności $C_p + C_f = 5$ pF oraz C_m wyliczaną dla określanych wymiarów bramki tranzystora (dla zakresu nasycenia). Długości kanału przyjęto jako wartości minimalne dla danej technologii. Wartości stałej α_F obliczono zgodnie z wyrażeniami (9a) i (9b). Podobnie jak we wcześniejszych obliczeniach przyjęto długości kanału jako minimalne dla danej technologii, wartość $\gamma = 0,67$ natomiast $\tau_p = 1,5 \mu s$.

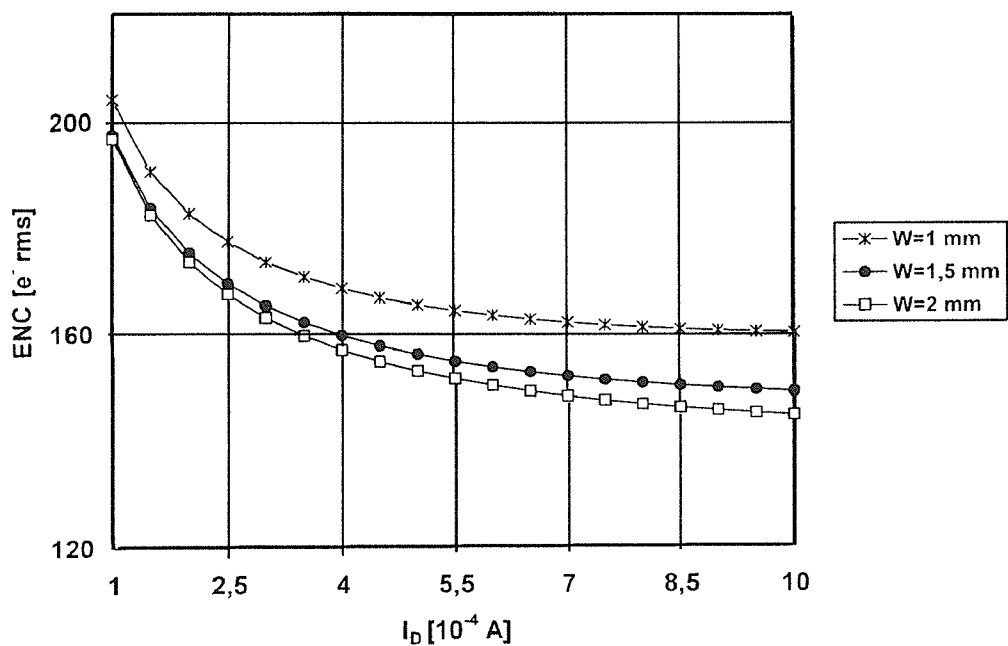
Na rys. 5 przedstawiono teoretyczną zależność składowych ENC związanych z szumami termicznymi oraz z szumami $1/f$ a także całkowitą wartość $ENC = ENC_d^2 + ENC_f^2$ w funkcji prądu polaryzacji dla technologii CMIS 1.2. Na rys. 6 i 7 przedstawione są wyniki obliczeń $ENC = f(I_D)$ odpowiednio dla techno-



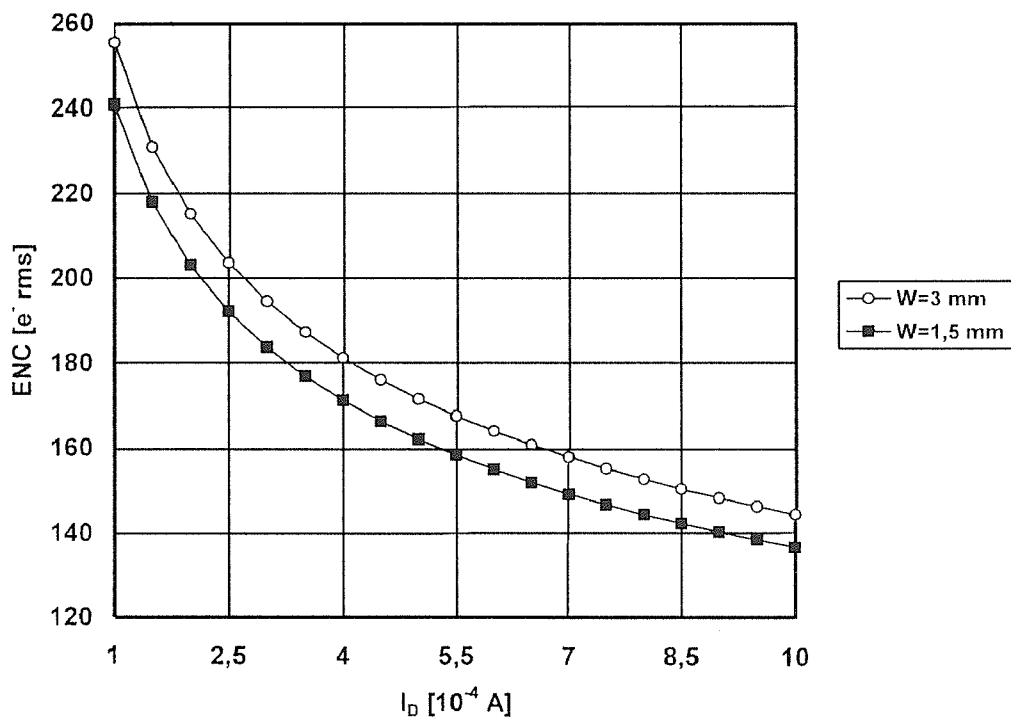
Rys. 5. Całkowita gęstość napięcia szumów i składowe: termiczna i $1/f$ (CMOS 1.2, $W = 2,5$ mm)
a) całkowita b) składowa termiczna c) składowa $1/f$

logii CMOS 1.2 oraz CMOS 2.4, natomiast na rys. 8 pokazano teoretyczną zależność $ENC = f(W)$ dla tych samych dwóch technologii.

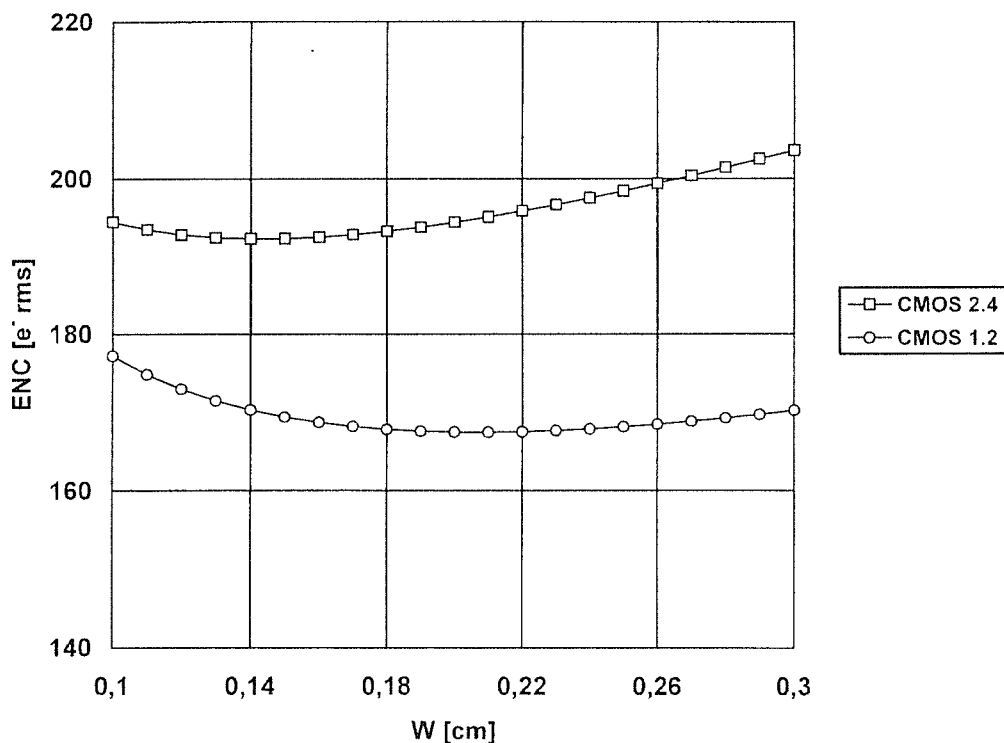
Obliczone charakterystyki przedstawione na rys. 5 wskazują na zmniejszanie się składowej ENC związanej z szumami termicznymi oraz wzrost składowej ENC związanej z szumami $1/f$ w miarę zwiększania prądu drenu (polaryzacji) tranzystora. Wzrost wartości składowej związanej z szumami termicznymi wraz z obniżaniem prądu polaryzacji wynika ze zmniejszania się transkonduktancji tranzystora MOS, która jest proporcjonalna do pierwiastka z prądu w zakresie silnej inwersji. Minimalna wartość całkowitego ENC, jaka jest możliwa do uzyskania w efekcie zwiększania prądu polaryzacji zależy od wartości współczynnika szumów typu $1/f$. Zależności ENC od prądu polaryzacji dla technologii CMOS 2.4 i CMOS 1.2 przedstawione na rys. 6 i 7 potwierdzają wzrost ENC w miarę zmniejszania prądu polaryzacji przy czym dla technologii CMOS 1.2 teoretyczne charakterystyki są korzystniejsze. Przy wykorzystaniu tej technologii możliwe jest uzyskanie mniejszych wartości ENC przy niższym prądzie polaryzacji. Przebieg ENC obliczony w funkcji szerokości kana-



Rys. 6. ENC w funkcji prądu polaryzacji I_D dla CMOS 1.2 ($W = 1; 1.5$ mm)



Rys. 7. ENC w funkcji prądu polaryzacji I_D dla CMOS 2.4 ($W = 1; 1.5; 2$ mm)



Rys. 8. ENC w funkcji szerokości kanału W dla CMOS 1.2 i CMOS 2.4 przy $I_D = 250 \mu A$

lu W , przy prądzie polaryzacji $250 \mu A$, przedstawiony na rys. 8 pokazuje możliwość uzyskania niższego ENC dla technologii CMOS 1.2 względem technologii CMOS 2.4. Widoczne jest ponadto występowanie łagodnego optimum szerokości kanału w aspekcie minimalizacji ENC.

PODSUMOWANIE

W pracy przedstawiono założenia i podstawy teoretyczne obliczeń właściwości szumowych wzmacniacza impulsów ładunkowych realizowanych w technice scalonej CMOS. Wykonano obliczenia gęstości napięcia szumów w funkcji częstotliwości oraz równoważnego ładunku szumów odniesionego do wejścia (ENC) w funkcji prądu polaryzacji oraz szerokości kanału tranzystora wejściowego w oparciu o dane dla dwóch technologii CMOS o minimalnych wymiarach charakterystycznych $2,4 \mu m$ oraz $1,2 \mu m$. Wykonane obliczenia pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- dla rozważanych dwóch standardowych technologii CMOS w zakresie częstotliwości do 100 kHz o poziomie napięcia szumów decydują szумы typu $1/f$,

- równoważny ładunek szumów odniesiony do wejścia układu (ENC) dla mniejszych wartości, prądu polaryzacji jest zdominowany przez szumy termiczne a zatem jego zależność ma charakter odwrotnej proporcjonalności do pierwiastka z prądu (dla zakresu silnej inwersji),
- z dwóch analizowanych technologii korzystniejszą charakterystykę szumową, mierzoną wartością ENC, można uzyskać stosując technologię CMOS o mniejszym wymiarze charakterystycznym,
- ograniczeniem w uzyskaniu minimalnego ENC w wyniku zwiększenia prądu polaryzacji w rozważanym przypadku wzmacniacza o umiarkowanej szybkości działania (czas narastania $1,5 \mu\text{s}$) są szumy $1/f$.

BIBLIOGRAFIA

1. R.S.C. Cobbold: *Teoria i zastosowanie tranzystorów polowych*. WNT, Warszawa 1975, s. 412
2. Z.Y. Chang, W.M.C. Sansen: *Low-noise wide-band amplifiers in bipolar and CMOS technologies*. Kluwer Academic Publishers, 1991
3. E. Nygard et al.: *CMOS low noise amplifier for microstrip readout. Design and results*. Nucl. Instr. And Meth. In Physics Res., A301 (1991), pp. 506–516
4. J. Chang, A.A. Abidi, C.R. Visvanathan: *Flicker noise in CMOS transistors from subthreshold to strong inversion at various temperatures*. IEEE Trans. on El. Dev., 1994, vol. 41, n. 11, pp. 1965–1971
5. S. Tedja et al.: *Noise measurements results of a radiation hardened CMOS $1.2 \mu\text{m}$. P.-well process*. Nucl. Instr. and Meth in Phys. Res., 1992, A312, pp. 576–584
6. W.M.C. Sansen, Z.Y. Chang: *Limits of low-noise performance of detector readout front ends in CMOS technology*. IEEE Trans. on Circ. and Syst., 1990, vol. 37, n. 11, pp. 1375–1382

W. PODMIOTKO

NOISE PERFORMANCE DESIGN ANALYSIS OF CHARGE PULSE AMPLIFIER

S u m m a r y

In the paper theoretical background and results of noise performance analysis of charge pulse amplifier implemented in CMOS technology in the aspects of power supplies optimization were presented. Calculation of noise parameters in function of bias current and design dimensions of input MOS transistor for two CMOS standard CMOS processes of different design rules were carried out. In the presented analyse thermal and $1/f$ type noise in preamplifier in effect of pulse characteristics were taken. Results of the work can be helpful in design of low-noise, CMOS charge sensitive amplifiers intended to readout systems with capacitive detectors and sensors.

Key words: charge sensitive amplifier, noise, analogue CMOS circuit.

Relacja między sygnałem przetworzonym i przetwarzanym w przypadku operacji kwantowania o zmodyfikowanych cechach

ANNA DOMAŃSKA

Instytut Elektroniki i Telekomunikacji, Politechnika Poznańska

Otrzymano 1998.01.26

Autoryzowano 1998.03.20

Przedstawiono relacje między sygnałem skwantowanym i kwantowanym, w przypadku konwersji a-c z sygnałem ditherowym. Jest to metoda przetwarzania a-c stosowana w celu kształtowania cech operacji kwantowania. Relacje określono dla dwóch możliwych wariantów metody: konwersji a-c z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym oraz konwersji a-c z sygnałem ditherowym dodawanym (bez odejmowania). Oceniono jak korygowanie odtwarzalności według każdego z wariantów wpływa na relacje między sygnałem skwantowanym i kwantowanym a tym samym na dokładność estymacji z danych dyskretnych.

Słowa kluczowe: konwersja a-c, kwantowanie, sygnał ditherowy, odtwarzalność.

1. WPROWADZENIE

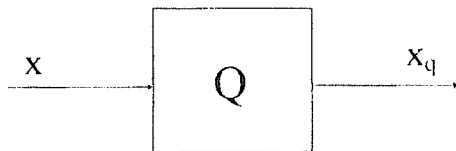
Dyskretyzacja jest podstawowym rodzajem przetwarzania, jakiemu podlega sygnał we współczesnych systemach pomiarowych. Ponieważ określenie wartości mezurandów a także i ocena właściwości systemów pomiarowych dokonywane są na podstawie cyfrowej postaci sygnału przetwarzanego, istotna jest znajomość tego na czym polegają zmiany w sygnale po jego przekształceniu z postaci analogowej do cyfrowej. Podstawowe znaczenie ma tu model operacji, który umożliwi charakteryzację samego przetwarzania oraz zmian jakie zachodzą w sygnale, po jego przetworzeniu. Zmiany w sygnale po jego skwantowaniu są przedmiotem niniejszego artykułu.

Model operacji kwantowania został przedstawiony w [3]. Składają się nań: model błędu kwantowania oraz model relacji między sygnałem skwantowanym i kwan-

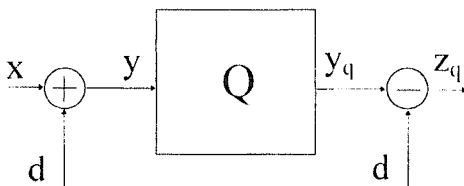
towanym. Właściwości błędu kwantowania tworzą uwarunkowania zagadnienia odtwarzalności. Na zagadnienie to składają się: odtwarzalność funkcji gęstości prawdopodobieństwa, momentów i widmowej gęstości mocy sygnału kwantowanego na podstawie funkcji gęstości prawdopodobieństwa, momentów i widmowej gęstości mocy sygnału skwantowanego.

W [4] przedstawiono metodę modyfikacji operacji kwantowania (M0, rys. 1) polegającą na zastosowaniu konwersji a-c z sygnałem ditherowym d . Dla dwóch wariantów takiej konwersji: metody M1 z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym (rys. 2) oraz metody M2 z sygnałem ditherowym dodawanym (bez odejmowania (rys. 3) podano model błędu kwantowania oraz odpowiednio formuły zagadnienia odtwarzalności. Dalej w artykule przedstawiony jest model relacji między sygnałem skwantowanym i kwantowanym w przypadku zmodyfikowanej operacji kwantowania — dla M1 przy założeniu, że spełnione są warunki odtwarzalności a dla M2 przy założeniu, że zachodzi odtwarzalność w ograniczonym zakresie.

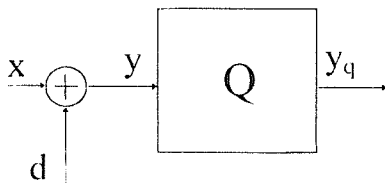
Dla tak modyfikowanej operacji kwantowania zachodzi potrzeba rozróżnienia pojęć: błędu kwantowania (e) i szumu kwantowania (ϵ). Błąd kwantowania oznacza różnicę między sygnałem wyjściowym i wejściowym kwantyzatora Q czyli $e = y_q - y$. Natomiast szum kwantowania oznacza różnicę między skwantowaną



Rys. 1. Operacja kwantowania: wariant M0 — bez modyfikacji



Rys. 2. Operacja kwantowania z sygnałem ditherowym: wariant M1 z ditherem dodawanym i odejmowanym



Rys. 3. Operacja kwantowania z sygnałem ditherowym: wariant M2 z ditherem dodawanym

i pierwotna postacią sygnału przetwarzanego czyli wynosi odpowiednio $\varepsilon = z_q - x$ w M1 oraz $\varepsilon = y_q - x$ w M2. Zachodzi przy tym w M1 relacja $e = \varepsilon$ natomiast w M2 relacja $e \neq \varepsilon$ i $\varepsilon = e + d$.

2. RELACJE MIĘDZY SYGNAŁEM SKWANTOWANYM I KWANTOWANYM W WARIANCIE KONWERSJI A-C Z SYGNAŁEM DITHEROWYM DODAWANYM I ODEJMOWANYM (MA)

ODTWARZALNOŚĆ FUNKCJI GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIENSTWA

Warunki odtwarzalności dotyczące konwersji a-c wyraża się jako odpowiednie właściwości funkcji charakterystycznych: w M0 — sygnału przetwarzanego Φ_x , w M1 — sygnału ditherowego Φ_d . Jeśli zapewniona jest odtwarzalność, ogólna zależność określająca funkcję charakterystyczną (tym samym funkcję gęstości) błędu e (w M0) lub szumu ε w (M1) redukuje się do pożądanej postaci, a sygnał skwantowany jest sumą sygnału przetwarzanego x oraz błędu (w M0) lub szumu (w M1) kwantowania niezależnego od x . Z relacji między funkcją charakterystyczną sygnału skwantowanego i kwantowanego wynika relacja między funkcjami gęstości tych sygnałów.

Ogólna zależność określająca funkcję charakterystyczną szumu kwantowania ε w M1, wynika z postaci funkcji gęstości szumu kwantowania [4], którą można zapisać następująco:

$$f_\varepsilon(\varepsilon) = [f_x(-\varepsilon) * f_d(-\varepsilon) * \delta_q(-\varepsilon)] \cdot \Pi\left(\frac{\varepsilon}{q}\right). \quad (1)$$

Odpowiadająca jej funkcja charakterystyczna wynosi

$$\begin{aligned} \Phi_\varepsilon(u) &= \left[\Phi_x(u) \cdot \Phi_d(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) \right] * \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_x\left(\frac{2\pi}{q} k\right) \cdot \Phi_d\left(\frac{2\pi}{q} k\right) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} k\right)}{\frac{q}{2} \left(u - \frac{2\pi}{q} k\right)}, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie:

q — rozdzielczość kwantowania.

Jeśli spełnione są warunki odtwarzalności w M1, czyli

$$\Phi_d\left(\frac{2\pi}{q} k\right) = 0, \quad \forall k \neq 0 \quad (3)$$

powyższa suma redukuje się do centralnego składnika i wówczas

$$\Phi_e(u) = \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u}. \quad (4)$$

Postać funkcji gęstości szumu kwantowania jest więc następująca:

$$f_e(x) = \frac{1}{q} \Pi\left(\frac{x}{q}\right). \quad (5)$$

Z drugiej strony w warunkach odtwarzalności sygnał z_q jest sumą sygnału przetwarzanego x oraz szumu kwantowania ε niezależnego od x . Stąd, biorąc pod uwagę postać funkcji gęstości f_e określonej zależnością (5), otrzymujemy

$$f_{z_q}(x) = f_x(x) * f_e(x) = f_x(x) * \frac{1}{q} \Pi\left(\frac{x}{q}\right). \quad (6)$$

W metodzie M1 konwersji a-c, odtwarzalność funkcji gęstości sygnału kwantowanego na podstawie funkcji gęstości sygnału skwantowanego jest więc taka jak w kwantowaniu zwykłym (M0) [3], gdzie

$$f_{x_q}(x) = f_x(x) * f_e(x) = f_x(x) * \frac{1}{q} \Pi\left(\frac{x}{q}\right). \quad (7)$$

ODTWARZALNOŚĆ MOMENTÓW

Korzystając z odpowiedniej właściwości funkcji charakterystycznej [1], ogólna zależność określająca moment m -tego rzędu sygnału, dla przypadku sygnału skwantowanego z_q jest następująca:

$$E[z_q^m] = \int_{-\infty}^{\infty} z_q^m \cdot f_{z_q}(x) dx = \frac{1}{j^m} \left(\frac{d^m}{du^m} \Phi_{z_q}(u) \right)_{u=0}, \quad (8)$$

a dla sygnału kwantowanego x wynosi

$$E[x^m] = \frac{1}{j^m} \left(\frac{d^m}{du^m} \Phi_x(u) \right)_{u=0}. \quad (9)$$

Biorąc pod uwagę zależność (6) można napisać

$$\Phi_{z_q}(u) = \Phi_x(u) \cdot \Phi_e(u) = \Phi_x(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u}. \quad (10)$$

Ponieważ $\Phi_{z_q} \neq \Phi_x$, więc

$$E[z_q^m] \neq E[x^m], \quad \text{gdy} \quad m \neq 1. \quad (11)$$

Na podstawie zależności (8) i (9) oraz uwzględniając (10), otrzymujemy następujące relacje między sygnałem skwantowanym i kwantowanym

$$\begin{aligned} E[z_q] &= E[x] \\ E[z_q^2] &= E[x^2] + \frac{q^2}{12} \\ &\vdots \\ E[z_q^m] &= \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \binom{m}{2l} \left(\frac{q}{2}\right)^{2l} \frac{E[x^{m-2l}]}{2l+1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Relacje te są takie jak w przypadku kwantowania zwykłego M0 [3]. W szczególności więc wartość średnia i wariancja sygnału przetwarzanego x , mogą być odtworzone na podstawie wartości średniej i wariancji sygnału skwantowanego z_q według zależności (12).

ODTWARZALNOŚĆ WIDMOWEJ GĘSTOŚCI MOCY

Widmową gęstość mocy sygnału skwantowanego można wyznaczyć na podstawie jego funkcji autokorelacji (łączny moment drugiego rzędu sygnału z_q). Ogólna zależność na łączny moment $(m+n)$ -tego rzędu sygnału, w przypadku sygnału skwantowanego jest następująca

$$E[z_{1q}^m z_{2q}^n] = \frac{1}{j^{m+n}} \cdot \left(\frac{\partial^{m+n}}{\partial u_1^m \partial u_2^n} \Phi_{z_{1q} z_{2q}}(u_1, u_2) \right)_{(u_1, u_2) = (0,0)}. \quad (13)$$

Jeśli spełnione są warunki odtwarzalności, to funkcja charakterystyczna $\Phi_{z_{1q} z_{2q}}$ ma postać

$$\Phi_{z_{1q} z_{2q}}(u_1, u_2) = \Phi_{x_1 x_2}(u_1, u_2) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_1}{\frac{q}{2} u_1} \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u_2}{\frac{q}{2} u_2} \quad (14)$$

i łączny moment sygnału skwantowanego wyraża się przez łączne momenty sygnału kwantowanego w następujący sposób

$$E[z_{1q}^m z_{2q}^n] = \sum_{l_1=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \sum_{l_2=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} \binom{m}{2l_1} \binom{n}{2l_2} \left(\frac{q}{2}\right)^{2(l_1+l_2)} \frac{E[x_1^{m-2l_1} x_2^{n-2l_2}]}{(2l_1+1)(2l_2+1)}. \quad (15)$$

W szczególności, gdy $m = 1$, $n = 1$

$$E[z_{1q} \cdot z_{2q}] = e[z_q(i) \cdot z_q(j)] = \begin{cases} E[z_q^2] = E[x^2] + \frac{q^2}{12} & i = j \\ E[x_i x_j] & i \neq j; \end{cases} \quad (16)$$

Stąd widmowa gęstość mocy

$$S_{z_q}(f) = S_x(f) + \frac{1}{6} q^2 \frac{1}{f_s} = S_x(f) + S_e(f) \quad (17)$$

f_s — częstotliwość próbkowania.

Widmowa gęstość mocy sygnału skwantowanego jest sumą widmowej gęstości mocy sygnału kwantowanego oraz widmowej gęstości mocy szumu kwantowania ε . W metodzie M1 odtwarzalność widmowej gęstości mocy jest więc taka jak w kwantowaniu zwykłym M0 [3], gdzie

$$S_{x_q}(f) = S_x(f) + \frac{1}{6} q^2 \frac{1}{f_s} = S_x(f) + S_e(f). \quad (18)$$

3. RELACJE MIĘDZY SYGNAŁEM SKWANTOWANYM I KWANTOWANYM W WARIANCIE KONWERSJI A-C Z SYGNAŁEM DITHEROWYM DODAWANYM (M2)

ODTWARZALNOŚĆ FUNKCJI GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIENSTWA

Metoda M2 konwersji a-c różni się od metody M1 oraz zwykłej konwersji M0 tym, iż nie można w tym przypadku zapewnić pełnej odtwarzalności. Nie można bowiem, w wyniku zastosowania sygnału ditherowego, osiągnąć kwantowania z szumem o prostokątnej funkcji gęstości oraz doprowadzić do niezależności szumu kwantowania od przetwarzanego sygnału.

Funkcje charakterystyczne błędu lub szumu kwantowania, dla poszczególnych metod konwersji a-c wynoszą odpowiednio

$$\text{M0:} \quad \Phi_e(u) = [\Phi_x(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u)] * \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \quad (19)$$

$$\text{M1:} \quad \Phi_e(u) = [\Phi_x(u) \cdot \Phi_d(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u)] * \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \quad (20)$$

$$\text{M2:} \quad \Phi_{\varepsilon}(u) = [\Phi_x(u) \cdot \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u)] * \left[\Phi_d(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \right]. \quad (21)$$

Srowadzenie tych funkcji do postaci typu $\sin \frac{q}{2} u / \left(\frac{q}{2} u \right)$ (której odpowiada prostokątna funkcja gęstości błędu lub szumu kwantowania) w pierwszym przypadku (M0) zachodzi jeśli $\Phi_x \left(\frac{2\pi}{q} k \right) = 0, \forall k \neq 0$. Jest to warunek odtwarzalności I — rzędu dla kwantowania w modelu uogólnionym [3]. Natomiast w drugim przypadku (M1), zachodzi jeśli $\Phi_d \left(\frac{2\pi}{q} k \right) = 0, \forall k \neq 0$. Jest to warunek odtwarzalności I — rzędu dla kwantowania z sygnałem ditherowym dodawanym i odejmowanym, formułowany tym razem ze względu na właściwości Φ_d a nie na właściwości Φ_x (zaleta) [4]. W trzecim przypadku „filtrująca” pozycja funkcji Φ_d względem funkcji $\sin \frac{q}{2} u / \left(\frac{q}{2} u \right)$ sprawia, iż nie da się funkcji Φ_{ε} sprowadzić do postaci pożądanego typu. Oznacza to, że w tym wariancie nie można osiągnąć kwantowania, w którym szum ε miałby prostokątną funkcję gęstości. Z tych samych powodów nie można w M2 sprowadzić funkcji gęstości sygnału skwantowanego y_q do splotu funkcji gęstości sygnału x z funkcją gęstości prostokątną. W efekcie nie jest możliwe takie kwantowanie, w którym szum miałby prostokątną funkcję gęstości i był niezależny od sygnału przetwarzanego x . W konsekwencji oznacza to, że $f_{y_q} \neq f_x * \Pi$.

Różnicę wariantu M2 w stosunku do M0 i M1, gdy rozważa się odtwarzalność funkcji gęstości sygnału kwantowanego, uwidacznia poniższe zestawienie.

Jeśli spełniony jest warunek odtwarzalności w M0, funkcja charakterystyczna błędu kwantowania (19) redukuje się do centralnego składnika, któremu odpowiada prostokątna funkcja gęstości błędu f_{ε} a funkcja gęstości sygnału skwantowanego sprowadza się do postaci

$$f_x * \Pi = f_x * f_{\varepsilon}, \quad \text{czyli} \quad f_{\varepsilon} = \Pi \quad \text{oraz} \quad x_q = x + \varepsilon. \quad (22)$$

Jeśli spełniony jest warunek odtwarzalności w M1, funkcja charakterystyczna szumu kwantowania (20) redukuje się do centralnego składnika, któremu odpowiada prostokątna funkcja gęstości szumu f_{ε} a funkcja gęstości sygnału skwantowanego sprowadza się do postaci

$$f_x * \Pi = f_x * f_{\varepsilon}, \quad \text{czyli} \quad f_{\varepsilon} = \Pi \quad \text{oraz} \quad z_q = x + \varepsilon. \quad (23)$$

W M2 centralny składnik funkcji charakterystycznej szumu kwantowania (21) ma postać różną niż w obu poprzednich przypadkach i wynosi

$$\Phi_d(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u}. \quad (24)$$

Nie odpowiada mu prostokątna funkcja gęstości lecz spłot prostokątnej funkcji gęstości z funkcją gęstości sygnału ditherowego f_d .

Natomiast funkcja gęstości sygnału skwantowanego ma postać ogólną [2], określoną następująco

$$f_{y_q}(y_q) = \left[\Pi\left(\frac{y_q}{q}\right) * f_d(y_q) * f_x(y_q) \right] \cdot \delta_q(y_q). \quad (25)$$

Nie można w tym przypadku sprowadzić jej do zależności będącej spłotem funkcji gęstości sygnału kwantowanego z funkcją gęstości prostokątną. Redukuje się ona bowiem do

$$f_{y_q} = [f_x * f_d * \Pi] \cdot \delta_q \rightarrow f_x * f_d * \Pi = f_x * f_d * f_v \quad (26)$$

gdzie

$$\text{czyli } f_v \neq \Pi \quad \text{oraz} \quad f_{y_q} \neq f_x * \Pi.$$

f_v — prostokątna funkcja gęstości.

ODTWARZALNOŚĆ MOMENTÓW

W metodzie M2 nie można osiągnąć niezależności szumu kwantowania od sygnału przetwarzanego przez dobór sygnału ditherowego. W tym wariancie konwersji a-c można natomiast osiągnąć niezależność m-tego momentu szumu kwantowania od sygnału przetwarzanego [4], czyli

$$E[\varepsilon^m | x] = E[\varepsilon^m] \quad \text{i} \quad E[\varepsilon^m] = E[(d + v)^m] \quad (27)$$

gdy

$$\left. \frac{d^m}{du^m} [\Phi_d(u) \cdot \Phi_v(u)] \right|_{u = \frac{2\pi}{q} k} = 0, \quad k \neq 0. \quad (28)$$

Wówczas

$$\begin{aligned} E[\varepsilon] &= E[d] \\ E[\varepsilon^2] &= E[d^2] + \frac{q^2}{12} \\ &\vdots \\ E[\varepsilon^m] &= \sum_{l=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \binom{m}{2l} \left(\frac{q}{2}\right)^{2l} \cdot \frac{E[d^{m-2l}]}{2l+1}. \end{aligned} \quad (29)$$

Od wyżej wymienionej możliwości zależy postać relacji między momentami sygnału skwantowanego i kwantowanego.

Ogólnej postaci funkcji gęstości sygnału skwantowanego y_q (25) odpowiada funkcja charakterystyczna

$$\begin{aligned}\Phi_{y_q}(u) &= \left[\Phi_x(u) \cdot \Phi_d(u) \cdot \frac{\sin \frac{q}{2} u}{\frac{q}{2} u} \right] * \delta_{\frac{2\pi}{q}}(u) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_x\left(u - \frac{2\pi}{q} k\right) \cdot \Phi_{d+v}\left(u - \frac{2\pi}{q} k\right).\end{aligned}\quad (30)$$

Uwzględniając właściwości funkcji charakterystycznych [1], moment m -tego rzędu sygnału skwantowanego można zapisać

$$E[y_q^m] = \frac{1}{j^m} \left(\frac{d^m}{du^m} \Phi_{y_q} \right)_{u=0}, \quad (31)$$

czyli

$$\begin{aligned}E[y_q^m] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{r=0}^m \binom{m}{r} \cdot \left\{ \left[\frac{1}{j^r} \cdot \frac{d^r}{du^r} \Phi_x\left(u - \frac{2\pi}{q}\right) \right] \cdot \right. \\ &\quad \cdot \left. \left[\frac{1}{j^{m-r}} \cdot \frac{d^{m-r}}{du^{m-r}} \Phi_{d+v}\left(u - \frac{2\pi}{q} k\right) \right] \right\} \Big|_{u=0}.\end{aligned}\quad (32)$$

Wykorzystując związek (27), można zastąpić moment $E[(d+v)^m]$ momentem $E[\varepsilon^m]$ i zależność (32) sprowadzić do postaci

$$E[y_q^m] = \sum_{r=0}^m \binom{m}{r} \cdot E[\varepsilon^r] \cdot E[x^{m-r}] \quad (33)$$

pod warunkiem, że

$$\frac{d^i}{du^i} \Phi_{v+d}\left(u - \frac{2\pi}{q} k\right) \Big|_{u=0} = 0, \quad k \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (34)$$

Jest to zarazem warunek określający pożądane właściwości sygnału ditherowego, które gwarantują odtwarzalność momentów sygnału kwantowanego na podstawie momentów sygnału skwantowanego. Momenty szumu kwantowania $E[\varepsilon^r]$ występujące w zależności (33) wyznaczone są na podstawie uprzednio podanych związków (29).

Od spełnienia warunku na niezależność kolejnych m momentów szumu kwantowania od sygnału kwantowanego (warunek (28)), zależy odtwarzalność m momentów sygnału kwantowanego z m momentów sygnału skwantowanego. Należy spostrzec, iż niezależność momentu i -tego rzędu szumu kwantowania od prze-

tworzonego sygnału (spełnienie warunku (28) dla konkretnej wartości $k = i$) nie oznacza automatycznie niezależności momentów innych rzędów, czyli gdy $k \neq i$ [4].

ODTWARZALNOŚĆ WIDMOWEJ GĘSTOŚCI MOCY

Widmową gęstość mocy sygnału skwantowanego można wyznaczyć na podstawie łącznego momentu drugiego rzędu sygnału skwantowanego y_q , według następującego schematu:

$$f_{y_{1q}} \xrightarrow{\mathcal{F}} \Phi_{y_{1q}y_{2q}} \xrightarrow{\text{wł. funkcji charakterystycznej}} E[y_{1q}^m y_{2q}^n] \rightarrow E[y_{1q} y_{2q}]. \quad (35)$$

Ostateczna postać łącznego momentu $(m + n)$ -tego rzędu sygnału skwantowanego jest następująca:

$$E[y_{1q}^m y_{2q}^n] = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \binom{m}{i} \binom{n}{j} E[\varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^j] \cdot E[x_1^{m-i} \cdot x_2^{n-j}], \quad (36)$$

pod warunkiem

$$\left. \frac{\partial^{i+j}}{\partial u_1^i \partial u_2^j} \Phi_{(d+v)(d+v)} \left(u_1 - \frac{2\pi}{q} k_1, u_2 - \frac{2\pi}{q} k_2 \right) \right|_{(u_1, u_2) = (0,0)} = 0$$

$$i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad (k_1, k_2) \neq (0,0). \quad (37)$$

Łączne momenty szumu kwantowania $E[\varepsilon_1^i \cdot \varepsilon_2^j]$ występujące w zależności (36) są określone następująco [4]

$$E[\varepsilon_1^m \cdot \varepsilon_2^n] = \sum_{l_1=0}^{\left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor} \sum_{l_2=0}^{\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor} \binom{m}{2l_1} \binom{n}{2l_2} \left(\frac{q}{2} \right)^{2(l_1+l_2)} \cdot \frac{E[d_1^{m-2l_1} \cdot d_2^{n-2l_2}]}{(2l_1+1)(2l_2+1)}. \quad (38)$$

W szczególności, gdy $m = n = 1$, zależność (36) przyjmie postać

$$E[y_{1q} \cdot y_{2q}] = E[y_q(i) \cdot y_q(j)] = \begin{cases} E[x^2] + E[d^2] + \frac{q^2}{12}, & i = j \\ E[x_1 \cdot x_2] + E[d_1 \cdot d_2], & i \neq j \end{cases}; \quad (39)$$

Stąd widmowa gęstość mocy sygnału skwantowanego

$$S_{y_q}(f) = S_x(f) + S_d(f) + \frac{1}{6} q^2 \frac{1}{f_s} = S_x(f) + S_d(f) + S_v(f) \quad (40)$$

czyli jest sumą widmowej gęstości mocy sygnału kwantowanego, sygnału ditherowego i sygnału v .

ZAKOŃCZENIE

Operacja kwantowania zmienia parametry sygnału przetwarzanego. Ma to wpływ na dokładność estymacji albowiem wartości estymatorów wyliczane są z dyskretnych danych.

Zmiany parametrów sygnałów można ocenić na podstawie relacji między sygnałem kwantowanym i skwantowanym. Mają one optymalny model, gdy kwantowanie zachodzi z odtwarzalnością. Konwersja a-c z sygnałem ditherowym może być stosowana między innymi w celu zapewnienia takiego kwantowania. Jeśli przebiega ona według wariantu M1, pozwala na osiągnięcie odtwarzalności takiej jak w M0 w idealnym przypadku. Wówczas relacje między sygnałem skwantowanym i kwantowanym są sprowadzone do postaci o optymalnym modelu. Jeśli zaś przebiega ona według wariantu M2, wówczas nie można osiągnąć odtwarzalności takiej jak w M0. W następstwie nie da się sprowadzić do postaci optymalnej relacji między sygnałem skwantowanym i kwantowanym. Niekorzystne jest także i to, iż relacje te są uzależnione dodatkowo od właściwości sygnału ditherowego.

Poprawa relacji między sygnałem skwantowanym i kwantowanym przez korygowanie odtwarzalności jest więc skuteczna tylko w wariancie M1. Mankamentem w tym przypadku jest jednak to, iż jest on bardziej kłopotliwy w realizacji praktycznej.

BIBLIOGRAFIA

1. A. B o r o w k o w: *Rachunek prawdopodobieństwa*. PWN, Warszawa 1977
2. A. D o m a ń s k a: *Oddziaływanie na wiarygodność w systemach pomiarowych poprzez zastosowanie konwersji a-c z sygnałem ditherowym*. WPP, Poznań 1995
3. A. D o m a ń s k a: *Model operacji kwantowania utworzony na podstawie formuły zagadnienia odtwarzalności*. Kwart. Elektr. i Telekom., 1995, t. 41, z. 4, s. 419—433
4. A. D o m a ń s k a: *Zmiany formuły zagadnienia odtwarzalności w wyniku kwantowania z sygnałem ditherowym*. Kwart. Elektr. i Telekom., 1995, t. 41, z. 4, s. 435—450
5. A. P a p o u l i s: *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*. WNT, Warszawa 1972
6. A. W o j n a r: *Teoria sygnałów*. Wyd. 2, WNT, Warszawa 1988

A. DOMAŃSKA

RELATION BETWEEN INPUT AND OUTPUT STATES OF THE SIGNAL IN CASE OF QUANTIZING OPERATION WITH MODIFIED CHARACTERISTICS

S u m m a r y

This paper presents relations between input and output states of the signal in case of a-c conversion with dither signal. The relations are determined for two alternatives of the method applied: a-c conversion with added and subtracted dither signal and a-c conversion with dither signal added only. It is estimated, how the correction of reconstruction in each of these alternatives influences the relations between input and output signals, hence the accuracy of estimation based on discrete data.

Key words: a-d conversion, quantization, dither signal, reconstruction.

Simplified formulas of weighting coefficients of maximally linear FIR digital differentiators for low frequencies

JAN PURCZYŃSKI, C. PAWELCZAK

Instytut Elektroniki i Informatyki, Politechnika Szczecińska

Received 1997.11.25

Authorized 1997.12.22

COMMUNICAT

The numerical calculation of sampled signal's first derivative was the subject examined and presented in ref. [1]. The weighting coefficients of digital FIR differentiator were obtained which provided maximal linearity of frequency response for $\omega = 0$. In ref. [1] the Crout's method was used to solve the set of linear equation given by (5). In this way the results given by recursive formulas (8) were obtained. In this letter the set of linear equations given by (5) was solved by using the Cramer's method where the results can be presented as explicit formulas (6), which save most of computation operations.

Key words: Differentiators, digital filters, signal processing.

In this letter we derive the coefficients of maximally linear digital differentiators by using different method from the one presented in ref. [1].

Our aim is to approximate the frequency response of an ideal digital differentiator given by:

$$H(\omega) = \omega \quad -\pi \leq \omega \leq \pi, \quad (1)$$

what can be presented as:

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n d_i \cdot \sin(i \cdot \omega) \quad n = \frac{N-1}{2}, \quad (2)$$

where N is odd number of samples of signal we want to differentiate.

The properties of maximally linear FIR differentiator $H(\omega)$ of the form (2) which should be maximally linear at $\omega = 0$ we can present as the set of equations:

$$\begin{aligned}
 H(\omega)|_{\omega=0} &= 0 \\
 \frac{dH(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=0} &= 1 \\
 \frac{d^k H(\omega)}{d\omega^k} \Big|_{\omega=0} &= 0 \quad \text{for } k = 2, \dots, 2 \cdot n - 1.
 \end{aligned} \tag{3}$$

When we apply (2) to (3) we get nontrivial equations:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n i \cdot d_i &= 1 \\
 \sum_{i=1}^n i^{2 \cdot k - 1} \cdot d_i &= 1 \quad \text{for } k = 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4}$$

which can be presented in matrix form:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & V_2^1 & V_3^1 & \dots & V_n^1 \\ 1 & V_2^2 & V_3^2 & \dots & V_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & V_2^{n-1} & V_3^{n-1} & \dots & V_n^{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \dots \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

where $D_i = id_i$ and $V_i = i^2$. Equation (5) is of the form $[V_{ij}][D_i] = [B_i]$, where $\det[V_{ij}]$ is Vandermonde's determinant. Following the steps of the solution of linear equations (5) by the Cramer's determinant. Following the steps of the solution of linear equations (5) by the Cramer's method we can obtain explicit formulas:

$$d_i = (-1)^{i-1} \cdot \frac{2 \cdot (n!)^2}{i \cdot (n-i)! \cdot (n+i)!} \quad \text{for } i = 1, \dots, n \tag{6}$$

or recursive formulas:

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{2 \cdot n}{n+1} \\
 d_{i+1} &= -d_i \cdot \frac{i \cdot (n-i)}{(i+1) \cdot (n+i+1)} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1.
 \end{aligned} \tag{7}$$

In ref. [1] Crout's method was used to solve the set of linear equations (5). The explicit formulas d_i were presented as (see ref. [1] eq. (14)):

$$d_i = \left[i \cdot \binom{2 \cdot n - 1}{n - 1} \right]^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} \cdot \sum_{q=0}^{2k} (-1)^q \cdot \binom{2 \cdot k}{q} \cdot \binom{2 \cdot n - 2 \cdot k}{n - i - q} \quad (8)$$

for $i = 1, \dots, n$

The formulas (7) and (8) used to derive the weighting coefficients d_i provide us with the same results.

In ref. [1] the computation time was presented for assumed n . It is worth to point out that this derivation time depends on the number of arithmetic operations $z(n)$ of formula's algorithm, which can be estimated as follows:

– for d_i given by recursive formulas (7):

$$z(n) \approx 8 \cdot n \quad (9)$$

– for d_i given by explicit formulas (8):

$$z(n) \approx 11 \cdot n^3 \quad (10)$$

REFERENCES

1. B. K u m a r, S.C. D u t t a R o y: *Coefficients of maximally linear, FIR digital differentiators for low frequencies*. Electronics Letters, 1988, Vol. 24, No. 9, pp. 563 – 565

J. PURCZYŃSKI, C. PAWELCZAK

UPROSZCZONY WZÓR WSPÓŁCZYNNIKÓW WAGOWYCH CYFROWEGO FILTRU RÓŻNICZKUJĄCEGO MAKSYMALNIE PŁASKIEJ CHARAKTERYSTYKI PRZY MAŁYCH CZĘSTOTLIWOŚCIACH

S t r e s z c z e n i e

W pracy [1] rozpatrzono numeryczne wyznaczanie pierwszej pochodnej sygnału spróbkowanego. Dla filtru cyfrowego SOI wyznaczono współczynnik wagowe zapewniające maksymalnie płaską charakterystykę częstotliwościową dla $\omega = 0$. W pracy [1] zastosowano metodę Crouta do rozwiązania układu równań liniowych (5). Uzyskano wyniki w postaci wzoru rekurencyjnego (8). W niniejszej pracy układ równań (5) rozwiązano metodą Cramera uzyskując wyniki w postaci jawnej — wzór (6), który wymaga znacznie mniejszego nakładu obliczeniowego niż wzór (8).

Słowa kluczowe: filtry cyfrowe SOI, filtr różniczkujący.

SPIS TREŚCI

J. Siuzdak, K. Holejko: Prosty układ synchronizacji systemów ze zwielokrotnieniem kodowym	5
J. Stanlik: Modyfikacja makromodeli wzmacniaczy operacyjnych	21
L. Tomawski, M. Janota: Filtr środkowo-przepustowy sterowany komputerem	35
J. Gołębiowski: Analiza właściwości mikroczipów z falami ultradźwiękowymi jako detektorów masy	45
K. Perlicki: Zastosowanie konwersji modulacji częstotliwości na modulację amplitudy w światłowodowych systemach transmisji o dużych przepływnościach	61
M. Wnuk, W. Kołosowski: Wyniki badań anten mikropaskowych umieszczonych na wielowarstwowych podłożach dielektrycznych	93
W. Podmiotko: Analiza projektowa właściwości szumowych wzmacniacza impulsów ładunkowych	107
A. Domańska: Relacja między sygnałem przetworzonym i przetwarzanym w przypadku operacji kwantowania o zmodyfikowanych cechach	119
J. Purczyński, C. Pawelczak: Uproszczony wzór współczynników wagowych cyfrowego filtru różniczkującego maksymalnie płaskiej charakterystyki przy małych częstotliwościach	131

CONTENTS

J. Siuzdak, K. Holejko: A simple system for CDM synchronization	5
J. Stanlik: Macromodels modification of integrated circuit operational amplifiers	21
L. Tomawski, M. Janota: Computer controllable band-pass filter	35
J. Gołębiowski: The analysis of the ultrasonic wave microsensor's properties as a mass detection	45
K. Perlicki: High capacity optical transmission using FM-AM supported transmission	61
M. Wnuk, W. Kołosowski: Results of research on microstrip antennas placed on multilayer dielectric	93
W. Podmiotko: Noise performance design analysis of charge pulse amplifier	107
A. Domańska: Relation between input and output states of the signal in case of quantizing operation with modified characteristics	119
J. Purczyński, C. Pawelczak: Simplified formulas of weighting coefficients of maximally linear FIR digital differentiators for low frequencies	131

INFORMACJE DLA AUTORÓW

Redakcja przyjmuje do publikowania prace oryginalne, przeglądowe i monograficzne wchodzące w zakres szeroko pojętej elektroniki. Ponieważ KWARTALNIK ELEKTRONIKI i TELEKOMUNIKACJI jest czasopismem Komitetu Elektroniki i Telekomunikacji Polskiej Akademii Nauk, w związku z tym na jego łamach znajdują się prace naukowe dotyczące podstaw teoretycznych i zastosowań z zakresu elektroniki, telekomunikacji, mikroelektroniki, optoelektroniki, radiotechniki i elektroniki medycznej.

Artukuły powinny charakteryzować oryginalne ujęcie zagadnienia, własna klasyfikacja, krytyczna ocena (teorii lub metod), omówienie aktualnego stanu, lub postępu danej gałęzi techniki oraz omówienie perspektyw rozwojowych.

Artykuły publikowane w innych czasopismach nie mogą być kierowane do druku w Kwartalniku Elektroniki i Telekomunikacji w drugiej kolejności zgłoszenia.

Objętość artykułu nie powinna przekraczać 30 stron po około 1800 znaków na stronie.

Wymagania podstawowe: Artykuły należy nadsyłać w maszynopisie pisanym jednostronnie lub na wyraźnym czarno-białym wydruku komputerowym, w 2 egzemplarzach, w języku polskim lub angielskim wybranym przez autora. Tekst artykułu musi być poprzedzony tytułem pracy, imieniem i nazwiskiem Autora wraz z podaniem miejsca jego pracy. Wszystkie strony muszą mieć numerację ciągłą.

Sposób pisania tekstu: Tekst powinien być pisany bez używania wyróżnień, a w szczególności nie dopuszcza się spacjiowania, podkreślania i pisania tekstu dużymi literami z wyjątkiem wyrazów, które umownie pisze się dużymi literami (np. FORTRAN). Proponowane wyróżnienia Autor może zaznaczyć w maszynopisie zwykłym ołówkiem za pomocą przyjętych znaków adiustacyjnych) np. podkreślenie linią przerywaną oznacza spacjiowanie (rozstrzelenie), podkreślenie linią ciągłą — pogrubienie, podkreślenie wężymkiem — kursywa. Tekst powinien być napisany z podwójnym odstępem między wierszami, tytuły i podtytuły małymi literami. Marginesy z każdej strony powinny mieć około 35 mm. Przy podziale pracy na rozdziały i podrozdziały cyfrowe ich oznaczenia nie powinny być większe niż III stopnia (np. 4.1.1).

Sposób pisania tablic: Tablice powinny być pisane na oddzielnych stronach. Tytuły rubryk pionowych i poziomych powinny być napisane małymi literami z podwójnym odstępem między wierszami. Przypisy (notki) dotyczące tablic należy pisać bezpośrednio pod tablicą. Tablice należy numerować kolejno liczbami arabskimi, u góry każdej tablicy podać tytuł. Tablice umieścić na końcu maszynopisu. Przyjmowane są tablice algorytmów i programy na wydrukach komputerowych. W tym przypadku zachowany jest ich oryginalny układ.

Sposób pisania wzorów matematycznych: Rozmieszczenie znaków, cyfr, liter i odstępów powinno być zbliżone do rozmieszczenia elementów druku. Wskaźniki i wykładniki potęg powinny być napisane wyraźnie i być prawidłowo obniżone lub podwyższone w stosunku do linii wiersza podstawowego. Znaki nad literami i cyframi, całkami i in. symbolami (strzałki, linie, kropki, daszki) powinny być umieszczone dokładnie nad tymi elementami, do których się odnoszą. Numery wzorów cyframi arabskimi powinny być kolejne i umieszczone w nawiasach okrągłych z prawej strony. nazwy jednostek, symbole literowe i graficzne powinny być zgodne z wytycznymi IEE (International Electronical Commision) oraz ISO (International Organization of Standarization).

Powołania: Powołania na publikacje powinny być umieszczone na ostatnich stronach tekstu pod tytułem „Bibliografia”, opatrzone numeracją kolejną bez nawiasów. Numeracja ta powinna być zgodna z odnośnikami w treści artykułu. Przykłady opisu publikacji:

- periodycznej: F. Valdoni: A new milimetre wave satelite, E.T.T. 1990, vol. 2, nr 5, p. 553
- nieperiodycznej: K. Andersen: A resource allocation framework. XVI International Symposium, Stockholm (Sweden), may 1991, paper A 2.4
- książki: Y.P. Tvidis: Operation and modelling of the MOS transistors. Mc Graw-Hill, New York 1987, p. 141 — 148

Materiał ilustracyjny: Rysunki powinny być wykonane wyraźnie, na papierze gładkim, lub milimetrowym w formacie nie mniejszym niż 9×12 cm. Mogą być także w postaci wydruku komputerowego. Fotografie lub diapozytywy przyjmowane są barwne, lub czarno-białe w formacie nie przekraczającym 10×15 cm. na marginesie każdego rysunku i na odwrocie fotografii powinno być napisane ołówkiem imię i nazwisko Autora oraz skrót tytułu artykułu, do którego są przeznaczone. Spis podpisów pod rysunki i fotografie powinien być umieszczony na oddzielnej stronie.

Streszczenia: Do każdego artykułu musi być dołączone obszerne — do 40 wierszy — streszczenie z tytułem artykułu. Streszczenia (Summary) muszą być w języku polskim i angielskim. Streszczenie powinno wyjaśniać główny cel pracy, wskazywać korzyści i ograniczenia, możliwe zastosowania i zalecenia dla dalszego rozwoju danej gałęzi techniki. Pod streszczeniami powinny być podane słowa kluczowe.

Autorowi przysługuje bezpłatnie 20 odbitek artykułu. Dodatkowe egzemplarze odbitek, lub cały zeszyt Autor może zamówić u wydawcy na własny koszt.

Autora obowiązuje korekta autorska, którą powinien wykonać w ciągu 3 dni od daty otrzymania tekstu z Redakcji i zwrócić osobiście, lub listownie pod adresem Redakcji. Korekta powinna być naniesiona na przekazanych Autorowi szpaltach na marginesach ew. na osobnym arkuszu w przypadku uzupełnień tekstu większych niż dwa wiersze. W przypadku nie zwrócenia korekty w terminie, korektę przeprowadza Redakcja Techniczna Wydawcy.

Redakcja prosi Autorów o powiadomienie ją o zmianie miejsca pracy i adresu prywatnego.

INFORMATIONS FOR THE AUTHORS OF K.E.T.

The KWARTALNIK ELEKTRONIKI I TELEKOMUNIKACJI (K.E.T.) — ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATION QUARTERLY is a journal of the Committee for Electronics and Telecommunications of the Polish Academy of Sciences and is a direct continuation for 44 years of the quarterly ROZPRAWY ELEKTROTECHNICZE, that has been published also under the auspices of the Polish Academy of Sciences.

Its pages contain scientific articles concerned with theory and applications of electronics, telecommunication, microelectronics, optoelectronics, radioengineering and medical electronics.

Accordingly, its pages contain scientific articles, that are original works both contributory and concerned with comparative analyses of methods or systems synthetic reviews of a given field, state-of-art discussions of a given field, and presentations of developments in a given technology.

Regular papers are accepted for publication in Polish or English, but title, the extensive summary and figure caption must be bilingual. Bilingual summary, about 40 lines must show the significance of the results shown in the paper, emphasizing limitations and advantages, possible applications and recommendations for further works.

K.E.T. is meant for specialists and students with above subjects.

FORMAL PREPARATION OF MANUSCRIPT

Texts

Texts to be submitted to K.E.T. may be typed on one side of the paper only with double spacing between the lines and a 4 cm margin or using of wordprocessing with text formatter based on MS DOS, APPLE/MAC such as Microsoft word. In any case the text formatter must be specified on the diskette. Each text should be preceded by: a sheet with paper title, name (in full) and surname of the Author/s, their Affiliations and relevant addresses.

All text pages should be numbered. Regular papers should have a length of no more than 30 pages.

Printing types and symbols

For letteral symbols, units and graphical symbols, the recommendations of IEE (International Electrotechnical Commission) and ISO (International Organisation of Standardisation) must be followed.

- In case of manuscripts conventionally typed (i.e. without wordprocessing), letters to be printed in italic should be underlined; letters to be printed in bold should be double interlined.
- Formulae and footnotes should be numbered in accordance with the quotation order followed in the text.
- The serial number of each formula should be written at right side, between round brackets.
- The serial number of footnotes should be written between round brackets and upper.
- Mathematical details, ancillary to the main discussion of the paper may be included in one or more appendixes, that are printed after conclusions and before references.

In manuscript containing lot of symbols, a glossary may be included after introduction.

References

References are usually gathered at the end of the text and numbered according to the order of quotation in the text. The serial numbers should be written without square brackets (i.e. 1., 2....)

Illustrations

The originals of illustrations may be either drawings or photographs (black or colour). Each copy of paper must include two complete set of illustrations.

All rights reserved. No part of the publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted, in any form or by any means: electronic, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the copyright owner — Redaction K.E.T.

Subscription for external subscribers:

The promotional subscription price in 1997 is \$ 90 including postage for institutions. Subscriptions should be sent to the publisher, Polish Scientific Publishers PWN Ltd, Journal Division, Miodowa 10, 00-250 Warsaw, POLAND, fax (48) (22) 826 09 50, (48) (22) 826 71 63, with a copy by fast to Electronics and Telecommunications Quarterly 00-665 Warsaw, ul. Nowowiejska 15/19, p. 470. Subscription is occupied after showing a cheque or transfer documents. Our bank account is as follows: Bank account: PBK VIII O/Warszawa nr 11101037-1052-2700-1-43. At subscriber's request this journal will be air mailed at additional postage to 50% gross price to European countries and 65% overseas.

Subscription orders available through the local press distribution or through the Foreign Trade Enterprise ARS Polona, 00-068 Warszawa, Krakowskie Przedmieście 7, Poland.

Ruch S.A. fulfils foreign customers orders, starting from any issue in the calendar year: tel. (48) (22) 620 120 39; fax (48) (22) 620 17 62.

Kwartalnik Elektroniki i Telekomunikacji

WARUNKI PRENUMERATY

Wpłaty na prenumeratę przyjmują jednostki kolportażowe RUCH S.A., i wszystkie urzędy pocztowe na terenie całego kraju, właściwe dla miejsca zamieszkania lub siedziby prenumeratora oraz doręczyciele w miejscowościach, gdzie dostęp do urzędu jest utrudniony.

Od osób lub instytucji, zamieszkających lub mieszczących się w miejscowościach, w których nie ma jednostek kolportażowych RUCH, wpłaty należy wносить do RUCH S.A. Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28. Konto: PBK S.A. XIII Oddział Warszawa nr 11101053-16551-2700-1-67. RUCH S.A. i POCZTA POLSKA zapewniają dostawę pod wskazanym adresem pocztą zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty.

Terminy przyjmowania wpłat na prenumeratę krajową: RUCH S.A. do 5 XII na I kw., do 5 III na II kw., do 5 VI na III kw. i do 5 IX na IV kw. POCZTA POLSKA do 25 XI na I kw., do 25 na II kw., do 25 V na III kw. i do 25 na IV kw.

Na zagranicę prenumeratę przyjmuje RUCH S.A. Oddział Krajowej Dystrybucji Prasy, 00-958 Warszawa, ul. Towarowa 28. Konto: PBK S.A. XII Oddział Warszawa nr 11101053-16551-2700-1-67. Dostawa odbywa się pocztą zwykłą w ramach opłaconej prenumeraty, z wyjątkiem zlecenia dostawy pocztą lotniczą, której koszt w pełni pokrywa zleceniodawca.

Prenumerata ze zleceniem dostawy za granicę jest o 100% wyższa od krajowej.

Terminy wpłat: do 20 XI na I kw., do 20 II na II kw., do 20 V na III kw. i do 20 VIII na IV kw.

RUCH S.A. fulfils foreign customers' orders, starting from any issue in the calendar year: tel. (48)(22) 620 10 19; fax (48)(22) 620 10 39.

Prenumeratę przyjmuje Zakład Kolportażu Wydawnictwa SIGMA-NOT, 00-716 Warszawa, ul. Bartycka 20, skr. poczt. 1004, termin wpłat do 5 XII roku poprzedzającego.

Konto PBK S.A. III Oddział Warszawa nr 11101024-1573-2720-3-28

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę jest dwukrotnie wyższa od ceny krajowej. Zlecający powinien podać dokładny adres odbiorcy. Dodatkowe informacje można otrzymać pod nr telefonu 49-30-86 lub 40-00-21 wew. 249, 295, 299.

Bieżące numery można nabyć w **Księgarni Wydawnictwa Naukowego PWN**, ul. Miodowa 10, 00-251 Warszawa, tel. (22) 695 40 26. Również można je nabyć, a także zamówić (przesyłka za zaliczeniem pocztowym) w Księgarni Ośrodka Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych PAN, ul. Twarda 51/55, 00-818 Warszawa, tel. (22) 697 88 35.

All journals edited by PWN are available through:

Foreign Trade Enterprise	or	Polish Scientific Publishers PWN Ltd
ARS POLONA		10 Miodowa Str.
Krakowskie Przedmieście 7,		00-251 Warszawa, Poland
00-068 Warszawa, Poland		fax (48) (22) 826 09 50
fax (48) (22) 826 86 73		fax (48) (22) 695 42 88

W roku 1997

prenumerata roczna w kraju	34,00 zł
prenumerata roczna	90 \$ USA